

### Bài 1 (4 điểm): Phép đồng dư Tên file chương trình BAI1.\*\*\*

Cho biểu thức:  $T = 2 + 5 + 8 + \dots + (3 \times n - 1)$

**Yêu cầu:** Xác định số dư  $R = T \bmod 2023$

Trong đó:

- $\bmod$  là phép toán chia lấy phần dư;
- Tính chất của phép toán  $\bmod$ :  $(a + b) \bmod k = ((a \bmod k) + (b \bmod k)) \bmod k$

**Dữ liệu vào:** từ file **BAI1.INP** chứa duy nhất 1 số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^{18}$ )

**Dữ liệu ra:** ghi vào file **BAI1.OUT** duy nhất một số nguyên dương  $R$  là kết quả tìm được theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ:**

BAI1.INP	BAI1.OUT	GIẢI THÍCH
2	7	Với $n = 2$ : $T = (2 + 5) \bmod 2023 = 7$

**Ràng buộc dữ liệu:**

- 80% tests ứng với  $1 \leq n \leq 10^6$
- 20% tests ứng với  $1 \leq n \leq 10^{18}$

### Bài 2 (5 điểm): Số đẹp Tên file chương trình BAI2.\*\*\*

Số  $X$  được gọi là **số đẹp** nếu  $X$  là số nguyên dương lớn hơn 1 và **có đúng 3 ước số**.

Ví dụ: số 4 có đúng 3 ước là:  $\{1, 2, 4\}$  nên 4 là số đẹp; số 6 có 4 ước số là:  $\{1, 2, 3, 6\}$  nên 6 không phải là số đẹp.

**Yêu cầu:** Cho  $T$  truy vấn, với truy vấn thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq T$ ): cho một số nguyên dương  $a_i$ , hãy xác định số lượng số đẹp có trong phạm vi từ 1 đến  $a_i$ .

**Dữ liệu vào:** từ file **BAI2.INP**:

- Dòng thứ nhất chứa duy nhất số nguyên dương  $T$  ( $1 \leq T \leq 10^6$ );
- Dòng thứ  $i$  trong  $T$  dòng tiếp theo chứa một số nguyên dương  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^6$ ).

**Dữ liệu ra:** ghi vào file **BAI2.OUT** gồm  $T$  dòng, dòng thứ  $i$  trong  $T$  dòng ghi một số nguyên dương duy nhất là kết quả của truy vấn thứ  $i$ .

**Ví dụ:**

BAI2.INP	BAI2.OUT	Giải thích
2	2	Từ 1 đến 10 có 2 số có đúng 3 ước số là: 4, 9
10	4	Từ 1 đến 50 có 4 số có đúng 3 ước số là: 4, 9, 25, 49
50		

**Ràng buộc dữ liệu:**

- 30% tests ứng với  $T = 1, (1 \leq a_i \leq 10^3)$
- 40% tests ứng với  $1 \leq T \leq 10^3, (1 \leq a_i \leq 10^6)$
- 30% tests ứng với  $1 \leq T \leq 10^6, (1 \leq a_i \leq 10^{12})$

### Bài 3 (6 điểm): Đèn trang trí Tên file chương trình BAI3.\*\*\*

Để chuẩn bị đón Giáng sinh năm 2023, Tí quyết định trích tiền tiết kiệm để mua bóng đèn trang trí và tự tay mình thiết kế một dàn đèn thật hoành tráng. Dàn đèn được Tí lắp đặt nối tiếp thành một dãy gồm  $n$  bóng. Màu của mỗi bóng đèn khi phát sáng là: **đỏ** hoặc **xanh**. Lúc phát sáng, Tí thích nhất khi thấy dãy  $n$  bóng đèn có đúng  $k$  bóng đèn (không nhất thiết liên tiếp nhau) phát màu đỏ.

**Yêu cầu:** Cho dãy gồm  $n$  bóng đèn mắc nối tiếp, tính số trạng thái khác nhau của dãy bóng đèn khi phát sáng có đúng  $k$  bóng màu đỏ.

**Dữ liệu vào:** từ file **Bai3.INP** chứa 2 số nguyên  $n, k$  ( $2 \leq k \leq n \leq 1000$ ) nằm trên 1 dòng cách nhau bởi kí tự trắng.

**Dữ liệu ra:** ghi vào file **Bai3.OUT** duy nhất một số nguyên dương là kết quả tìm được theo yêu cầu bài toán. (Kết quả chia lấy phần dư cho  $10^9 + 7$ ).

**Ví dụ:**

BAI3.INP	BAI3.OUT	Giải thích
3 2	3	Quy ước: 0, 1 tương ứng với màu: đỏ, xanh Dãy 3 bóng đèn có tất cả 3 dãy trạng thái khác nhau có đúng 2 bóng màu đỏ : 001, 100, 010

**Ràng buộc dữ liệu:**

- 50% tests ứng với  $1 \leq n \leq 30$ ;

- 50% tests  $1 \leq n \leq 1000$

#### Bài 4 (5 điểm): Đếm cặp chỉ số Tên file chương trình BAI4.\*\*\*

Cho một dãy  $A$  gồm  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

**Yêu cầu:** Đếm tất cả các cặp chỉ số  $i, j$  ( $1 \leq i \leq j \leq n$ ) sao cho tổng các phần tử liên tiếp từ chỉ số  $i$  đến chỉ số  $j$  có trong dãy  $A$  là một số chẵn. ( $S_{i,j} = a_i + a_{i+1} + \dots + a_{j-1} + a_j$  là số chẵn)

**Dữ liệu vào:** Từ file **BAI4.INP**

- Dòng đầu chứa duy nhất số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^6$ )
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo chứa một số  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ )

**Dữ liệu ra:** Ghi vào file **BAI4.OUT** một số nguyên dương duy nhất là đáp án của bài toán

**Ví dụ:**

BAI4.INP	BAI4.OUT	Giải thích
4 2 5 6 8	4	Có tất cả 4 cặp chỉ số $(i, j)$ khác nhau thỏa mãn điều kiện bài toán: $(1, 1); (3, 3); (3, 4); (4, 4)$

**Ràng buộc dữ liệu:**

- 20% tests ứng với  $1 \leq n \leq 10^2; 1 \leq a_i \leq 10^9$
- 20% tests ứng với  $1 \leq n \leq 10^3; 1 \leq a_i \leq 10^9$
- 60% tests ứng với  $1 \leq n \leq 10^6; 1 \leq a_i \leq 10^9$

#### Bài 5 (5,0 điểm): Khóm hoa may mắn.

Ở một vườn hoa rất đẹp của ông Nhân có  $N$  khóm hoa, khóm hoa thứ  $i$  có  $i$  bông hoa ( $1 \leq i \leq N$ ). Vào dịp thu hoạch, có một lái buôn muốn mua rất nhiều hoa nhưng yêu cầu ông Nhân phải chọn ra những khóm hoa may mắn. Khóm hoa may mắn là khóm hoa có số lượng bông hoa **không** có ước chung khác 1 với  $N$ . Ông Nhân muốn đếm số lượng khóm hoa may mắn để bán cho lái buôn nhưng số lượng khóm hoa rất lớn nên ông Nhân muốn nhờ bạn tính giúp.

**Yêu cầu:** Bạn hãy lập trình giúp ông Nhân đếm số lượng khóm hoa may mắn.

**Dữ liệu vào:** Đọc từ file văn bản **LUCKY.INP**

- Một dòng duy nhất chứa số nguyên dương  $N$  ( $2 \leq N \leq 10^{10}$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản **LUCKY.OUT** số nguyên dương là số lượng khóm hoa thỏa mãn.

Ví dụ:

LUCKY.INP	LUCKY.OUT
13	12
16	8

Giải thích:

- Ở test 1: Trong 13 khóm hoa có 12 khóm có số bông hoa không có ước chung khác 1 với 13 là: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

- Ở test 2: Trong 16 khóm hoa có 8 khóm có số bông hoa không có ước chung khác 1 với 16 là: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

Các giới hạn:

- 70% số test đầu tiên có  $N \leq 10^6$ .
- 30% số test tiếp theo có  $N \leq 10^{10}$ .

## Bài 6 (4,0 điểm): Xâu nhị phân

Một xâu kí tự gọi là xâu nhị phân nếu nó chỉ chứa hai kí tự '0' hoặc '1'. Xâu  $v$  gọi là xâu con của xâu  $S$  nếu xâu  $v$  khác rỗng và được tạo bởi các kí tự liên tiếp trong xâu  $S$  (thứ tự giữ nguyên).

Hai xâu con  $u$  và  $v$  của xâu  $S$  là khác nhau nếu nó có độ dài khác nhau hoặc được tạo từ các kí tự ở vị trí khác nhau trong xâu  $S$ . Ví dụ: xâu "010" có các xâu con là "0", "1", "0", "01", "10", "010".

**Yêu cầu:** Cho trước một xâu nhị phân  $S$  và số nguyên dương  $k$ , hãy đếm xem có bao nhiêu xâu con của xâu  $S$  chứa đúng  $k$  kí tự '1'.

**Dữ liệu vào:** Đọc từ file văn bản **NHIPHAN.INP**

- Dòng 1 chứa số nguyên  $k$  ( $0 \leq k \leq 10^6$ )
- Dòng 2 chứa xâu nhị phân  $S$  có độ dài không quá  $10^6$ .

**Kết quả ra:** Ghi ra file văn bản **NHIPHAN.OUT** một số nguyên duy nhất là kết quả tìm được.

Ví dụ:

NHIPHAN.INP	NHIPHAN.OUT
2 01010	4

Các giới hạn:

- 40% số test đầu tiên có  $N \leq 10^2$
- 30% số test tiếp theo có  $N \leq 10^3$
- 30% số test tiếp theo có  $N \leq 10^6$

## Bài 7 (4,0 điểm): Cắt hoa

Vườn hoa của ông Nhân nở rộ  $N$  khóm hoa đẹp, khóm hoa thứ  $i$  có  $A_i$  bông hoa. Do nhu cầu tiêu thụ lớn nên người lái buôn muốn mua càng nhiều hoa của vườn càng tốt.

Địa hình vườn nhà ông Nhân không thể cắt hoa của  $K$  khóm hoa liên tiếp, vì vậy ông Nhân cần tìm cách cắt hoa sao cho cắt được tổng số bông hoa là nhiều nhất có thể. Do số lượng khóm hoa rất lớn, ông Nhân không tự tính được nên cần nhờ sự giúp đỡ của bạn.

*Yêu cầu:* Bạn hãy lập trình để giúp ông Nhân cắt được số lượng hoa nhiều nhất.

*Dữ liệu vào:* Đọc từ file văn bản **FLOWER.INP** gồm:

- Dòng 1: chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $K$  ( $N \leq 10^5$ ;  $2 \leq K \leq 10^5$ ).
- Dòng 2: Chứa  $N$  số nguyên dương  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$  lần lượt là số bông hoa của mỗi khóm hoa

*Kết quả ra:* Ghi ra file văn bản **FLOWER.OUT** một số nguyên không âm  $M$  là kết quả tìm được.

*Ví dụ:*

FLOWER.INP	FLOWER.OUT
7 3 1 4 2 3 6 5 9	23
5 2 1 10 7 3 4	14

*Giải thích:*

- *Trong test 1:* Vì không thể cắt hoa ở 3 khóm hoa liên tiếp nên ông Nhân sẽ cắt hoa ở những khóm hoa thứ 1, 2, 4, 5, 7. Tổng số bông hoa cắt được là  $1 + 4 + 3 + 6 + 9 = 23$  bông hoa.
- *Trong test 2:* Vì không thể cắt hoa ở 2 khóm hoa liên tiếp nên ông Nhân sẽ cắt hoa ở những khóm hoa thứ 2 và 5. Tổng số bông hoa cắt được là  $10 + 4 = 14$  bông.

*Các giới hạn:*

- 60% số test tiếp theo có  $N \leq 10^3, K \leq 10^3$
- 40% số test tiếp theo có  $N \leq 10^5, K \leq 10^5$