ĐỆ QUY (RECURSION)

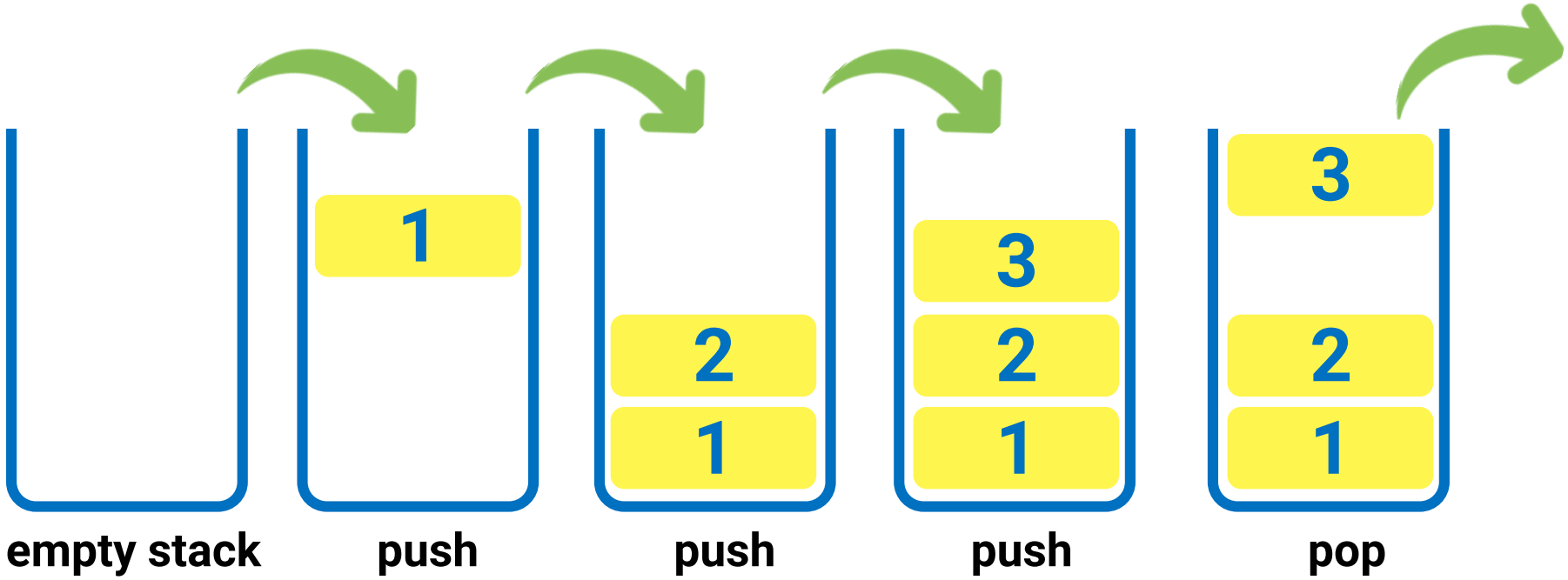
1. Cấu trúc dữ liệu ngăn xếp

Ngăn xếp (stack) là một cấu trúc dữ liệu có quan hệ mật thiết với cơ chế hoạt động của đệ quy. Để hiểu được cách hàm đệ quy hoạt động, ta cần nắm được cách hoạt động của cấu trúc dữ liệu ngăn xếp

Ngăn xếp là một cấu trúc dữ liệu hỗ trợ 2 thao tác push và pop. Trong đó push giúp thêm 1 phần tử vào đỉnh ngăn xếp, pop giúp xóa 1 phần tử khỏi đỉnh ngăn xếp. Cả 2 thao tác này đều được thực hiện ở đỉnh ngăn xếp.

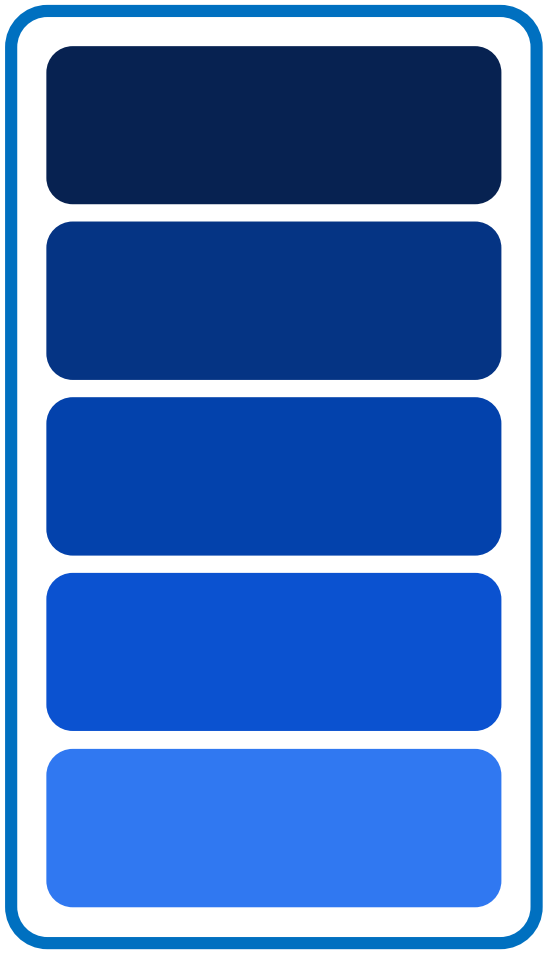
1. Cấu trúc dữ liệu ngăn xếp

Ngăn xếp hoạt động theo nguyên tắc viết tắt là LIFO (Last In First Out) nghĩa là vào cuối thì ra đầu. Các phần tử vào cuối cùng sẽ được ra đầu tiên



Trong chương trình tồn tại một bộ nhớ là bộ nhớ ngăn xếp, cách hoạt động của bộ nhớ này tương tự như cách hoạt động của cấu trúc dữ liệu ngăn xếp.

2. Stack frame là gì ?



Stack frame là một kỹ thuật quản lý bộ nhớ xuất hiện trong một số ngôn ngữ lập trình, nó có nhiệm vụ tạo ra và loại bỏ các biến tạm thời.

Có thể hiểu Stack frame là một tập hợp tất cả các thông tin liên quan đến một chương trình con (được tạo ra khi xuất hiện lời gọi hàm)

Stack frame chỉ tồn tại trong quá trình chương trình thực thi, stack frame giúp các ngôn ngữ lập trình hỗ trợ được được chức năng đệ quy cho chương trình con.

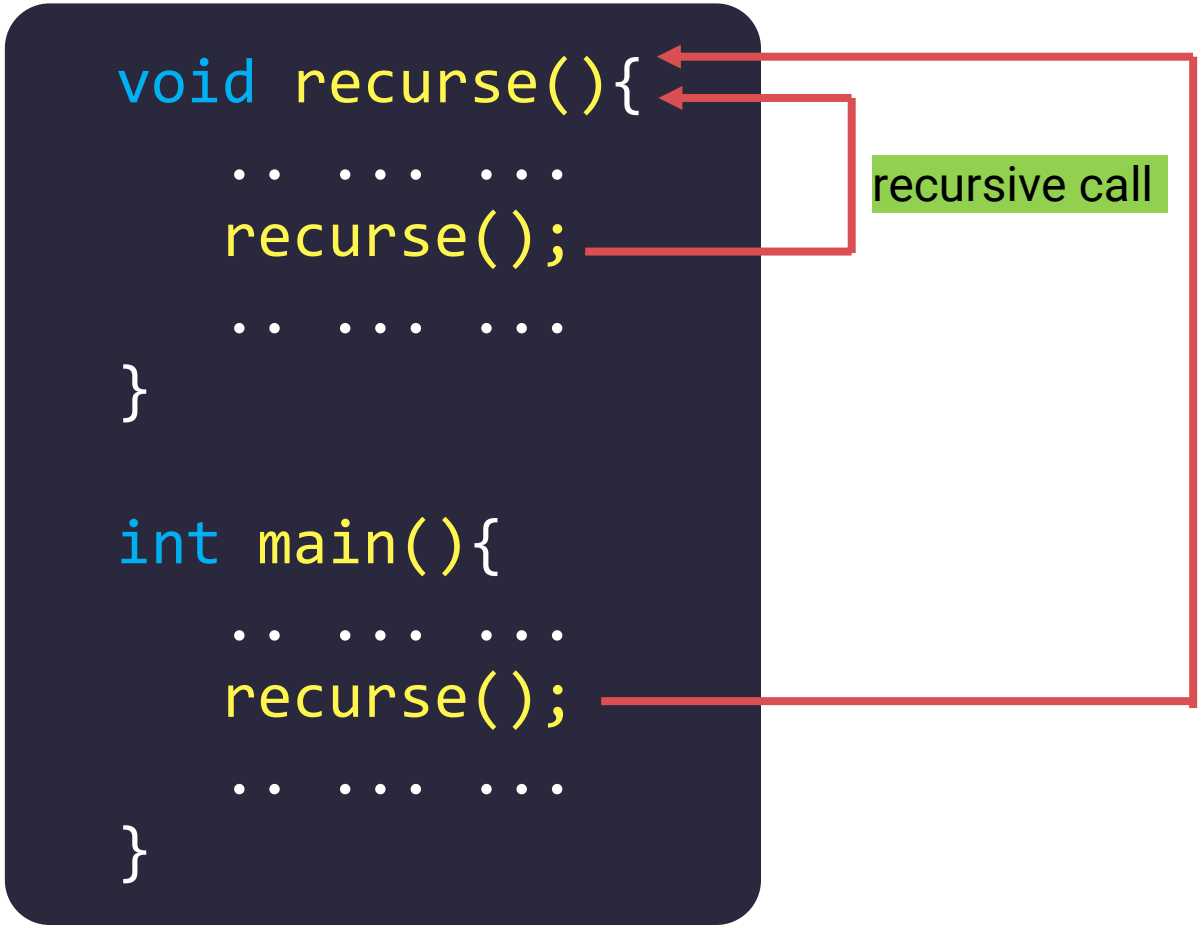
2. Stack frame là gì ?

Những thành phần của stack frame có thể kể đến như biến cục bộ, đối số, địa chỉ trả về của một chương trình con.

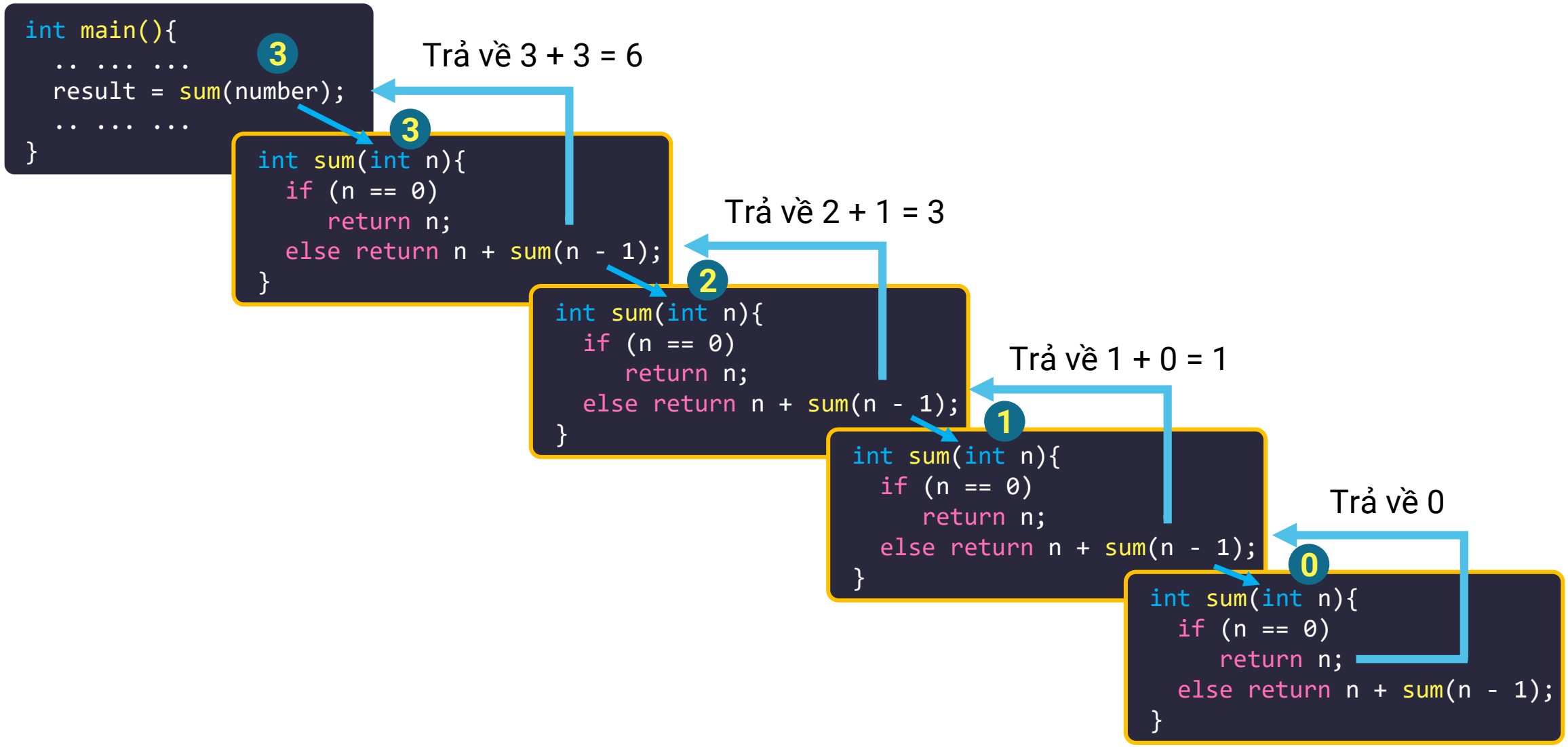
Mỗi khi một lời gọi hàm được thực hiện, stack frame chứa thông tin của hàm đó được đẩy vào bộ nhớ stack và khi hàm đó kết thúc thì stack frame này được loại bỏ khỏi bộ nhớ stack.

3. Hàm đệ quy

Hàm đệ quy là một hàm gọi lại chính nó.



Ví dụ về hàm đệ quy



4. Chú ý khi viết hàm đệ quy:

Đệ quy thường dựa trên công thức toán học gọi là công thức truy hồi và một bài toán con nhỏ nhất. Khi viết hàm đệ quy ta cần xác định được bài toán con nhỏ nhất để làm điểm dừng cho hàm đệ quy và công thức truy hồi để tìm ra lời giải của bài toán lớn hơn thông qua đáp án của bài toán nhỏ hơn.

Nếu đệ quy không có điểm dừng, khi số lượng hàm đệ quy gọi đủ lớn sẽ làm bộ nhớ stack bị tràn.

Một số ví dụ minh họa

Tính tổng S(n) = 1 + 2 + 3 + … + n:

- Bài toán con nhỏ nhất : S(0) = 0 khi n = 0
- Công thức truy hồi : S(n) = n + S(n - 1) khi n >= 1

```
int sum(int n){
    if (n == 0)
        return n;
    else
        return n + sum(n - 1);
}
```

Tính giai thừa : F(n) = 1.2.3….n:

- Bài toán con nhỏ nhất : F(0) = 1 khi n = 0
- Công thức truy hồi : F(n) = n * F(n - 1) khi n >= 1

```
int F(int n){
    if (n == 0)
        return 1;
    else
        return n * F(n - 1);
}
```

Một số ví dụ minh họa

Tính số Fibonacci:

- Bài toán con nhỏ nhất : F(0) = 0, F(1) = 1
- Công thức truy hồi : F(n) = F(n - 1) + F(n - 2) khi n >= 2
- Code này chạy rất chậm, độ phức tạp là O(1.618^n)

```
int fibo(int n){
    if (n == 0 || n == 1)
        return n;
    else
        return fibo(n - 1) + fibo(n - 2);
}
```

Một số ví dụ minh họa

Tính tổ hợp chập k của n:

- Bài toán con nhỏ nhất : C(n, k) = 0 nếu k = 0 hoặc n = k
- Công thức truy hồi (Công thức pascal) : C(n, k) = C(n - 1, k - 1) + C(n - 1, k)

```
int nCk(int n, int k){
    if (k == 0 || n == k)
        return 1;
    else
        return nCk(n - 1, k - 1) + nCk(n - 1, k);
}
```

Một số ví dụ minh họa

Tính tổng chữ số của số nguyên dương n: SumDigit(n)

- Bài toán con nhỏ nhất : SumDigit(n) = n nếu n < 10
- Công thức truy hồi : SumDigit(n) = n % 10 + SumDigit(n / 10) nếu n >= 10

```
int SumDigit(int n){
    if (n < 10)
        return n;
    else
        return n % 10 + SumDigit(n / 10);
}
```

Một số ví dụ minh họa

Chuyển đổi số thập phân sang nhị phân bằng đệ quy:

```
void convert(int n){
    if (n < 2){
        printf("%d", n % 2);
    }
    else{
        convert(n / 2);
        printf("%d", n % 2);
    }
}
```