

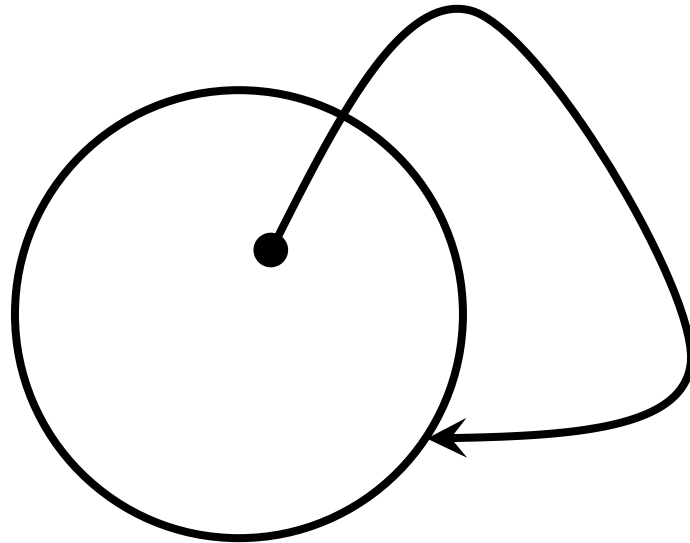
CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN – PHẦN 01

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

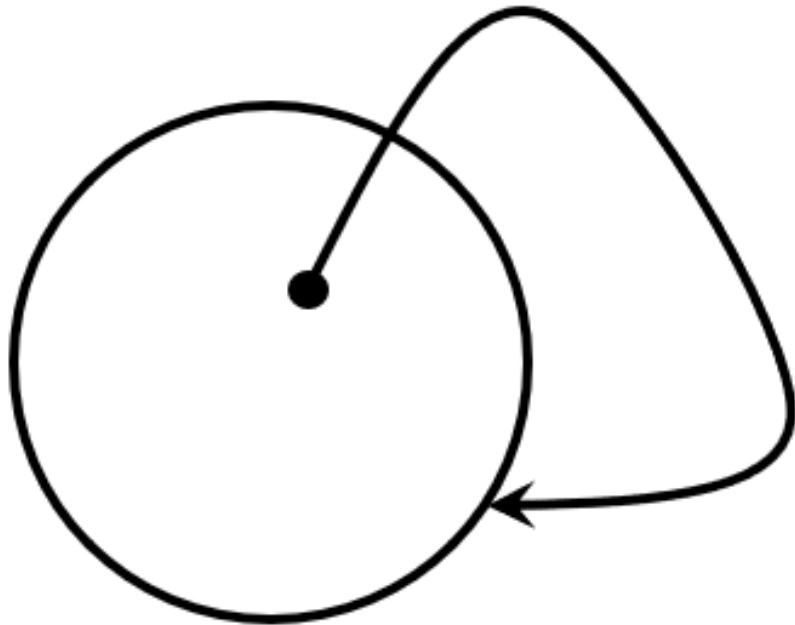
Đệ quy tuyến tính

- Khái niệm: Một hàm được gọi là đệ quy tuyến tính khi bên trong thân hàm có duy nhất một lời gọi hàm lại chính nó một cách tường minh.
- Hình vẽ minh họa.



Đệ quy tuyến tính

Đệ quy tuyến tính



Đệ quy tuyến tính

- Trong hình vẽ minh họa trên ta có thể hiểu như sau:
 - + Hàm là vòng tròn.
 - + Lời gọi hàm được minh họa bởi vòng cung có mũi tên.
 - + Lời gọi hàm bắt đầu tại một điểm trong vòng tròn và kết thúc với mũi tên tại biên vòng tròn.

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN – PHẦN 02

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $S(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

Bài làm

- Ta có:
 - + $S(n) = 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n$.
 - + $S(n - 1) = 1 + 2 + \dots + (n - 1)$.
- Suy ra:
 - + $S(n) = S(n - 1) + n$.
- Điều kiện dừng.
 - + $S(0) = 0$.
- Định nghĩa hàm.

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $S(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.
- Công thức đệ quy: $S(n) = S(n - 1) + n$.

Bài làm

```
1. int Tong(int n)
2. {
3.     if(n==0)
4.         return 0;
5.     int s = Tong(n-1);
6.     return (s+n);
7. }
```

— Ta có:

$$+ S(n) = 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n.$$

$$+ S(n - 1) = 1 + 2 + \dots + (n - 1).$$

— Suy ra:

$$+ S(n) = S(n - 1) + n.$$

— Điều kiện dừng.

$$+ S(0) = 0.$$

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ qui tính $S(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.
- Công thức đệ quy: $S(n) = S(n - 1) + n$.

Bài làm

```
1. int Tong(int n)
2. {
3.     if(n==0)
4.         return 0;
5.     return (Tong(n-1)+n);
6. }
```

— Ta có:

- + $S(n) = 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n$.
- + $S(n - 1) = 1 + 2 + \dots + (n - 1)$.

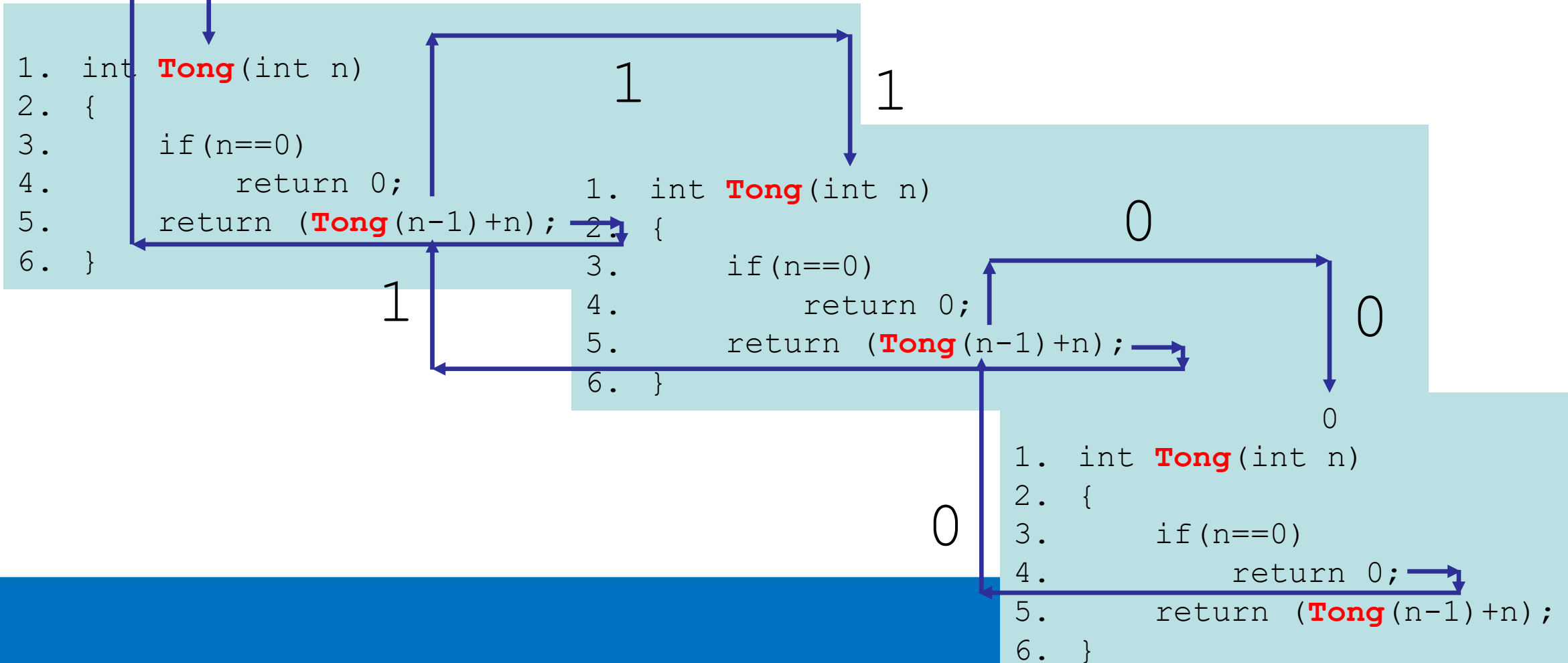
— Suy ra:

- + $S(n) = S(n - 1) + n$.

— Điều kiện dừng.

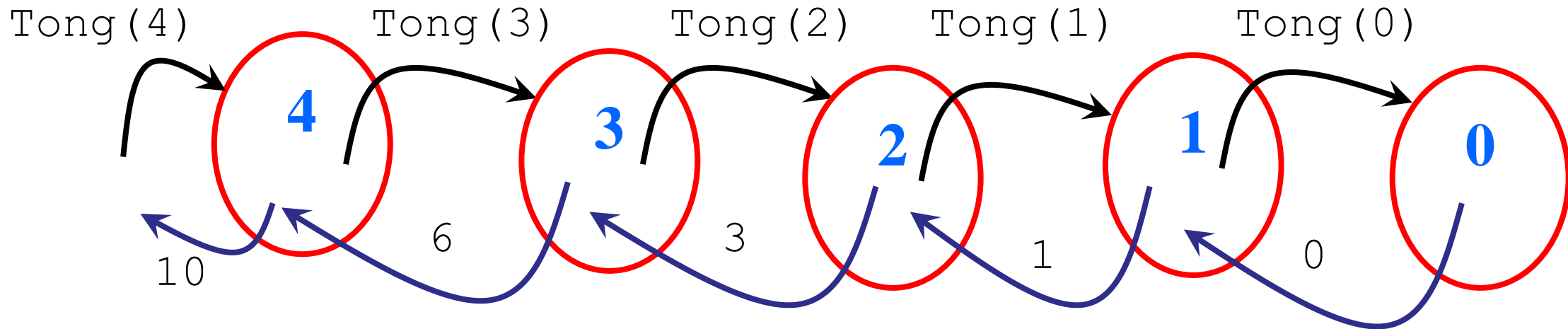
- + $S(0) = 0$.

Tính $S(2)$ chúng ta gọi
 $kq = \text{Tong}(2)$;



Đệ quy tuyến tính

Tính $S(4)$ chúng ta gọi
 $kq = \text{Tong}(4)$;



Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 03

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.

Bài làm

- Ta có:
 - + $S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2$.
 - + $S(n-1) = 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2$.
- Suy ra:
 - + $S(n) = S(n-1) + n^2$.
- Điều kiện dừng.
 - + $S(0) = 0$.
- Định nghĩa hàm.

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.
- Công thức đệ quy: $S(n) = S(n - 1) + n^2$.

Bài làm

```
1. int Tong(int n)
2. {
3.     if(n==0)
4.         return 0;
5.     int s = Tong(n-1);
6.     return (s+n*n);
7. }
```

– Ta có:

$$\begin{aligned} + S(n) &= 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2. \\ + S(n-1) &= 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2. \end{aligned}$$

– Suy ra:

$$+ S(n) = S(n-1) + n^2.$$

– Điều kiện dừng.

$$+ S(0) = 0.$$

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 04

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $T(n) = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n - 1) \times n$.

Bài làm

- Ta có:
 - + $T(n) = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n - 1) \times n$.
 - + $T(n - 1) = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n - 1)$.
- Suy ra:
 - + $T(n) = T(n - 1) \times n$.
- Điều kiện dừng.
 - + $T(0) = 1$.
- Định nghĩa hàm.

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ qui tính $T(n) = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 1) \times n$.
- Công thức đệ quy: $T(n) = T(n - 1) \times n$.

Bài làm

```
1. int GiaiThua(int n)
2. {
3.     if(n==0)
4.         return 1;
5.     int T = GiaiThua(n-1);
6.     return (T*n);
7. }
```

— Ta có:

- + $T(n) = 1 \times 2 \times 3 \times \dots (n - 1) \times n$.
- + $T(n - 1) = 1 \times 2 \times 3 \dots \times (n - 1)$.

— Suy ra:

- + $T(n) = T(n - 1) \times n$.

— Điều kiện dừng.

- + $T(0) = 1$.

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 05

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $T(x, n) = xn$.

Bài làm

- Ta có:

$$T(x, n) = x \times x \times x \times \cdots \times x \times x.$$

$$T(x, n - 1) = x \times x \times x \times \cdots \times x.$$

- Suy ra:

$$T(x, n) = T(x, n - 1) \times x.$$

- Điều kiện dừng.

$$T(x, 0) = 1$$

- Định nghĩa hàm.

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính $T(x, n) = x^n$.
- Công thức đệ quy: $T(x, n) = T(x, n - 1) \times x$.

Bài làm

```
1. float LuyThua(float x, int n)
2. {
3.     if(n==0)
4.         return 1;
5.     float T = LuyThua(x, n-1);
6.     return (T*x);
7. }
```

Tính 3.1^3 chúng ta gọi
`kq=LuyThua(3.1,3);`

3.1, 2

3.1, 1

3.1, 0

```
float LuyThua(float x,int n)
{
    if(n==0)
        return 1;
    float T = LuyThua(x,n-1);
    return (T*x);
}
```

```
float LuyThua(float x,int n)
{
    if(n==0)
        return 1;
    float T = LuyThua(x,n-1);
    return (T*x);
}
```

```
float LuyThua(float x,int n)
{
    if(n==0)
        return 1;
    float T = LuyThua(x,n-1);
    return (T*x);
}
```

```
float LuyThua(float x,int n)
{
    if(n==0)
        return 1;
    float T = LuyThua(x,n-1);
    return (T*x);
}
```

29.791

9.61

3.1

1

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 06

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính tổng các chữ số của số nguyên dương n .

Bài làm

- Gọi:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

+ $s(n)$ là tổng các chữ số của số nguyên n .

- Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

- Suy ra: $s(n) = s(n/10) + a_1$

- Điều kiện dừng: $s(0) = 0$.

Đệ quy tuyến tính

- Định nghĩa hàm đệ quy tính tổng các chữ số của số nguyên dương n .

Bài làm

```
1. int TongChuSo(int n)
2. {
3.     if(n==0)
4.         return 0;
5.     return (TongChuSo(n/10) + n%10);
6. }
```

Công thức đệ quy:
 $s(n) = s(n/10) + a_1$

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 07

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Hãy tính tổng các chữ số chẵn của số nguyên n .

Bài làm

- Gọi:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

+ $s(n)$ là tổng các chữ số chẵn của số nguyên n .

- Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

- Suy ra:

+ $s(n) = s(n/10)$ nếu a_1 là chữ số lẻ.

+ $s(n) = s(n/10) + a_1$ nếu a_1 là chữ số chẵn.

- Điều kiện dừng: $s(0) = 0$.

Đệ quy tuyến tính

— Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

— Suy ra:

+ $s(n) = s(n/10)$ nếu a_1 là chữ số lẻ.

+ $s(n) = s(n/10) + a_1$ nếu a_1 là chữ số chẵn.

— Điều kiện dừng: $s(0) = 0$.

```

11. int TongChan(int n)
12. {
13.     n = abs(n);
14.     if(n==0)
15.         return 0;
16.     int s=TongChan(n/10);
17.     int dv = n%10;
18.     if(dv%2==0)
19.         s = s + dv;
20.     return s;
21. }
    
```

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 08

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

— Tính số hạng thứ n của dãy $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 2n + 1 \quad (n \geq 2) \end{cases}$

— Định nghĩa hàm

```
11. int TinhAn(int n)
12. {
13.     if(n==1)
14.         return 2;
15.     return TinhAn(n-1) + 2*n + 1;
16. }
```

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 09

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Bài toán: Hãy đếm số lượng chữ số của số nguyên n .

Bài làm

- Gọi:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

+ $dem(n)$ là số lượng chữ số của số nguyên n .

- Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

- Suy ra:

$$dem(n) = dem(n/10) + 1$$

- Điều kiện dừng: $dem(n) = 1$ khi $|n| \leq 9$.

Đệ quy tuyến tính

— Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

— Suy ra:

$$dem(n) = dem(n/10) + 1.$$

— Điều kiện dừng: $dem(n) = 1$
khi $|n| \leq 9$.

— Định nghĩa hàm đệ qui.

```
11. int DemChuSo(int n)
12. {
13.     n = abs(n);
14.     if(n <= 9)
15.         return 1;
16.     int dem = DemChuSo(n/10);
17.     return dem + 1;
18. }
```

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 10

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Bài toán: Tìm chữ số lớn nhất của số nguyên n .

Bài làm

- Gọi:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ \max(n) \text{ là chữ số lớn nhất của số nguyên } n.$$

- Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

- Suy ra:

$$+ \max(n) = \max(n/10) \text{ nếu } \max(n/10) \geq a_1.$$

$$+ \max(n) = a_1 \text{ nếu } \max(n/10) < a_1.$$

- Điều kiện dừng: $\max(0) = 0$.

Đệ quy tuyến tính

```
11. int ChuSoLonNhat(int n)
12. {
13.     n = abs(n);
14.     if(n==0)
15.         return 0;
16.     int lc = ChuSoLonNhat(n/10);
17.     int dv = n%10;
18.     if(dv>lc)
19.         lc = dv;
20.     return lc;
21. }
```

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 11

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

- Bài toán: Kiểm tra số nguyên dương n có tồn tại chữ số lẻ không?

Bài làm

- Gọi:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}.$$

$$+ TonTaiLe(n) = 1 \text{ khi } n \text{ có tồn tại chữ số lẻ.}$$

$$+ TonTaiLe(n) = 0 \text{ khi } n \text{ có ko tồn tại chữ số lẻ.}$$

- Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}.$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}.$$

- Suy ra:

$$+ TonTaiLe(n) = TonTaiLe(n/10) \text{ nếu } a_1 \text{ chẵn.}$$

$$+ TonTaiLe(n) = 1 \text{ nếu } a_1 \text{ lẻ.}$$

Đệ quy tuyến tính

— Suy ra:

+ $TonTaiLe(n) = TonTaiLe(n/10)$
nếu a_1 chẵn.

+ $TonTaiLe(n) = 1$ nếu a_1 lẻ.

— Điều kiện dừng:

+ $TonTaiLe(n) = 1$ khi $|n| \leq 9$ và
 n lẻ.

+ $TonTaiLe(n) = 0$ khi $|n| \leq 9$ và
 n chẵn.

```

11. int TonTaiLe(int n)
12. {
13.     n = abs(n);
14.     if(n<=9)
15.     {
16.         if(n%2!=0)
17.             return 1;
18.         return 0;
19.     }
20.     int dv = n%10;
21.     if(dv%2!=0)
22.         return 1;
23.     return TonTaiLe(n/10);
24. }

```

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ

CHUYÊN ĐỀ ĐỆ QUY

ĐỆ QUY TUYẾN TÍNH CƠ BẢN - PHẦN 12

1. TS. Nguyễn Tấn Trần Minh Khang
2. TS. Ngô Đức Thành
3. ThS. Võ Duy Nguyên

Đệ quy tuyến tính

— Bài toán: Kiểm tra số nguyên dương n có toàn chữ số lẻ hay không?

Bài làm

— Gọi:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

+ $ToanLe(n) = 1$ khi n toàn chữ số lẻ.

+ $ToanLe(n) = 0$ khi n ko toàn chữ số lẻ.

— Ta có:

$$+ n = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2 a_1}$$

$$+ n/10 = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \cdots a_2}$$

— Suy ra:

+ $ToanLe(n) = ToanLe(n/10)$
toàn lẻ và a_1 lẻ.

Đệ quy tuyến tính

— Suy ra:

+ $ToanLe(n) = ToanLe(n/10)$
toàn lẻ và a_1 lẻ.

— Điều kiện dừng:

+ $ToanLe(n) = 1$ khi $|n| \leq 9$
và n lẻ.

+ $ToanLe(n) = 0$ khi $|n| \leq 9$
và n chẵn.

```
11. int ktToanLe(int n)
12. {
13.     n = abs(n);
14.     if(n <= 9)
15.     {
16.         if(n % 2 != 0)
17.             return 1;
18.         return 0;
19.     }
20.     int dv = n % 10;
21.     if(ktToanLe(n/10) && dv % 2)
22.         return 1;
23.     return 0;
24. }
```

Chúc các bạn học tốt
Thân ái chào tạm biệt các bạn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN TP.HCM
TOÀN DIỆN – SÁNG TẠO – PHỤNG SỰ