

NHẬP MÔN MẠCH SỐ

Chương 2




Các Dạng Biểu Diễn Số

Tổng quan

- Các hệ thống số/máy tính đều dùng hệ thống số nhị phân để biểu diễn và thao tác. Trong khi, hệ thống số thập phân được dùng rộng rãi và quen thuộc trong đời sống hằng ngày.
- Một số hệ thống số khác (bát phân, thập lục phân,...) cũng được giới thiệu trong chương này giúp cho sự biểu diễn của hệ thống số nhị phân được dễ hiểu và tiện lợi với con người.
- Trình bày các kỹ thuật để chuyển đổi qua lại giữa các hệ thống số.
- Sự biểu diễn và thao tác với số có dấu trong các hệ thống số

Nội Dung

- 
1. Giới thiệu các hệ thống số
 - Số Thập Phân
 - **Số Nhị Phân**
 - Số Thập Lục Phân
 - Số Bát Phân
 2. Chuyển đổi giữa các hệ thống số
 3. Biểu diễn số nhị phân
 - 4. Biểu diễn số có dấu**
 5. Biểu diễn các loại số khác
 - Số dấu chấm động
 - **BCD**
 - ASCII



1. Giới thiệu các hệ thống số

- **Số Thập Phân**
- **Số Nhị Phân**
- **Số Thập Lục Phân**
- **Số Bát Phân**

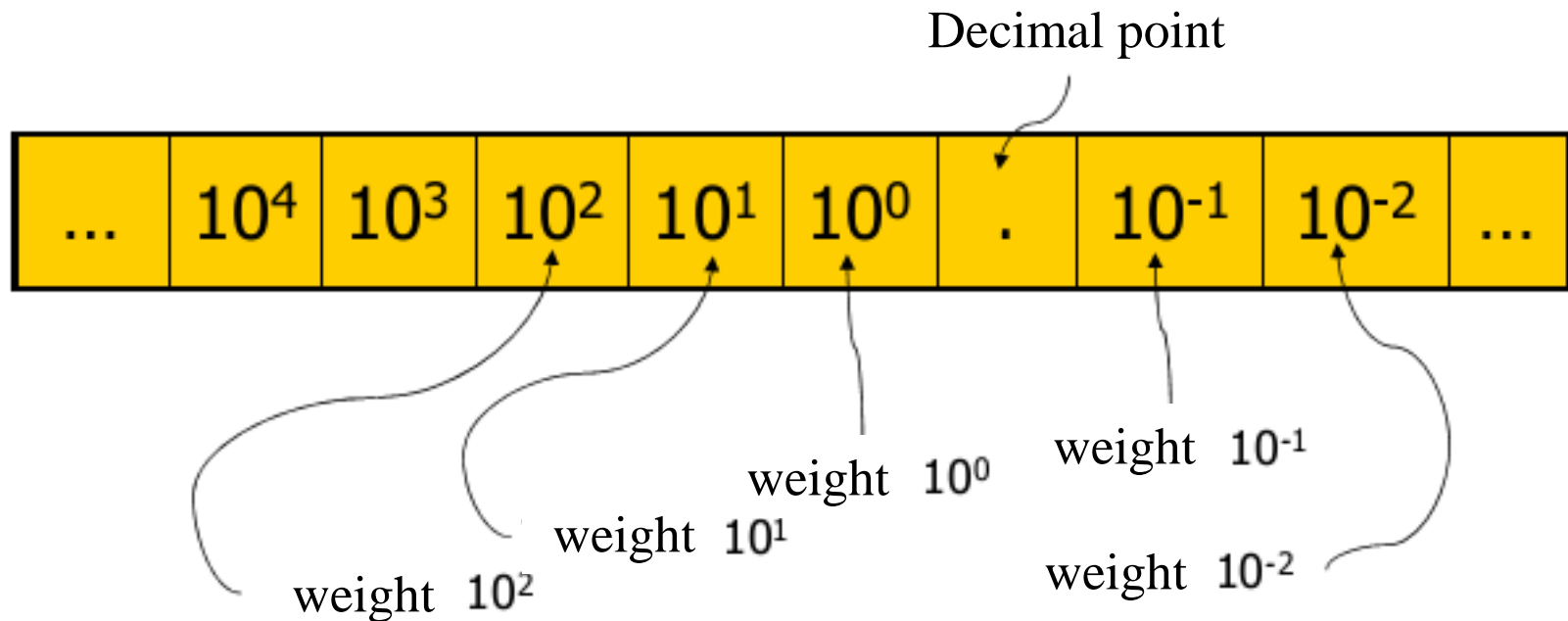
Hệ thống số	Cơ số	Chữ số
Thập Phân	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Nhị Phân	2	0, 1
Bát Phân	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Thập Lục	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 A, B, C, D, E, F

Các Hệ Thống Số



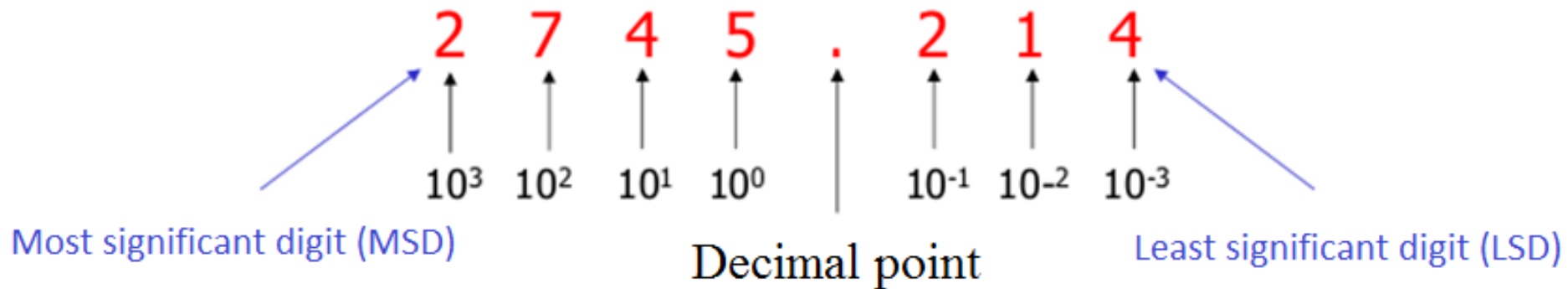
Số Thập Phân

Ví dụ: 2745.214₁₀



Số Thập Phân

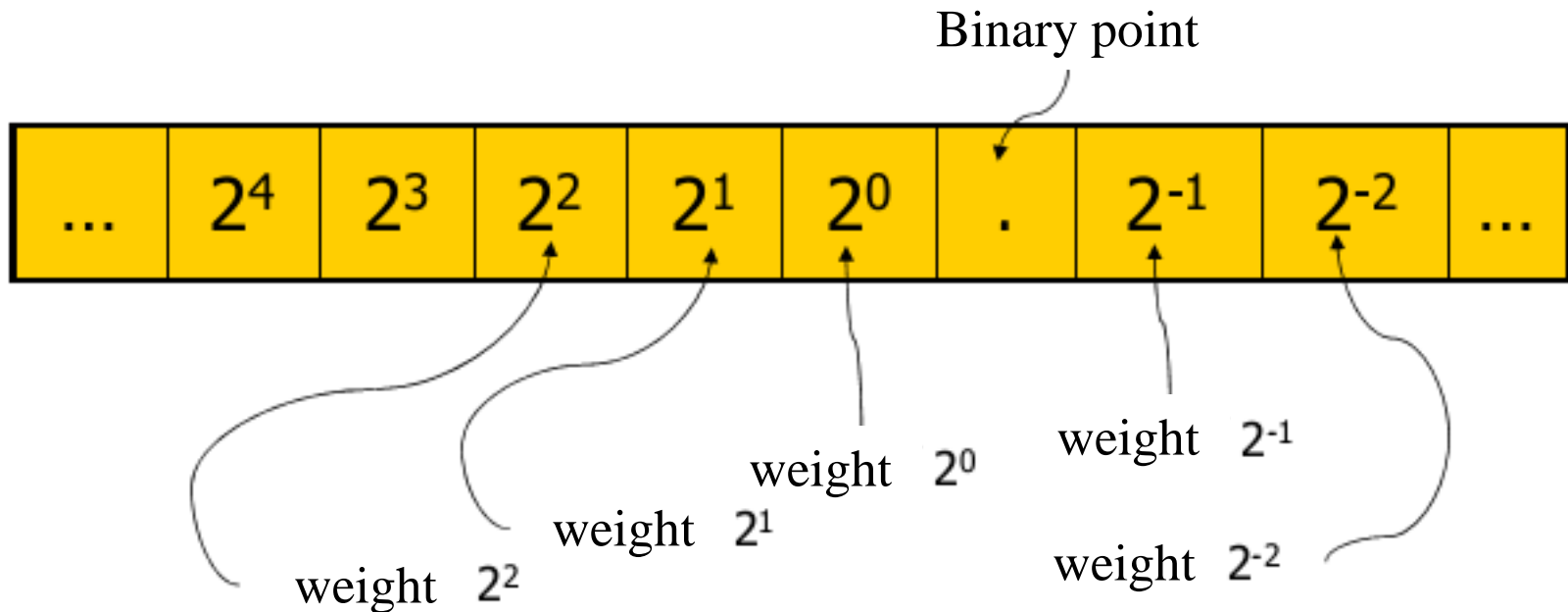
- Phân tích số thập phân : 2745.214_{10}



- $2745.214_{10} =$
 $2 * 10^3 + 7 * 10^2 + 4 * 10^1 + 5 * 10^0 +$
 $2 * 10^{-1} + 1 * 10^{-2} + 4 * 10^{-3}$

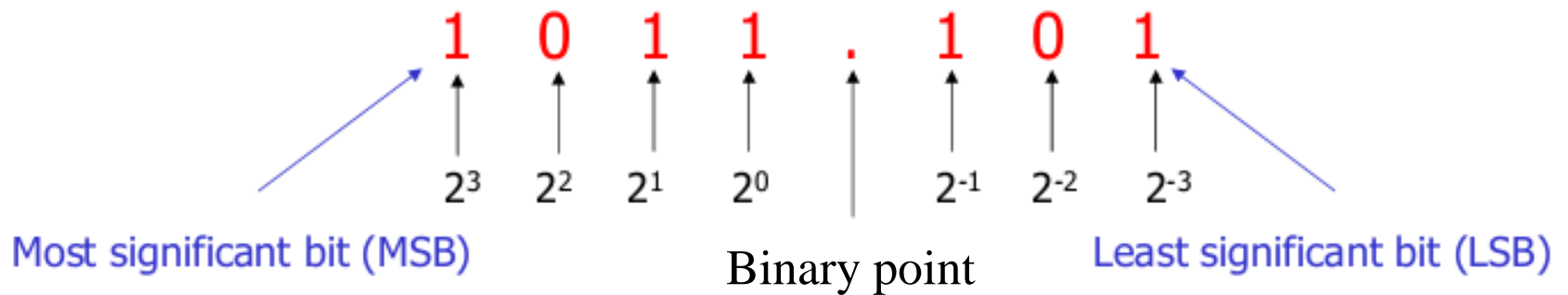
Số Nhị Phân

Ví dụ: 1011.101_2



Số Nhị Phân


- Phân tích số nhị phân 1011.101_2



- $$1011.101_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 + 1 * 2^{-1} + 0 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3}$$



Số Bát Phân




...	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0	.	8^{-1}	8^{-2}	...
-----	-------	-------	-------	-------	-------	---	----------	----------	-----

- Số Bát Phân : 372_8

- 372_8

Số Thập Lục Phân

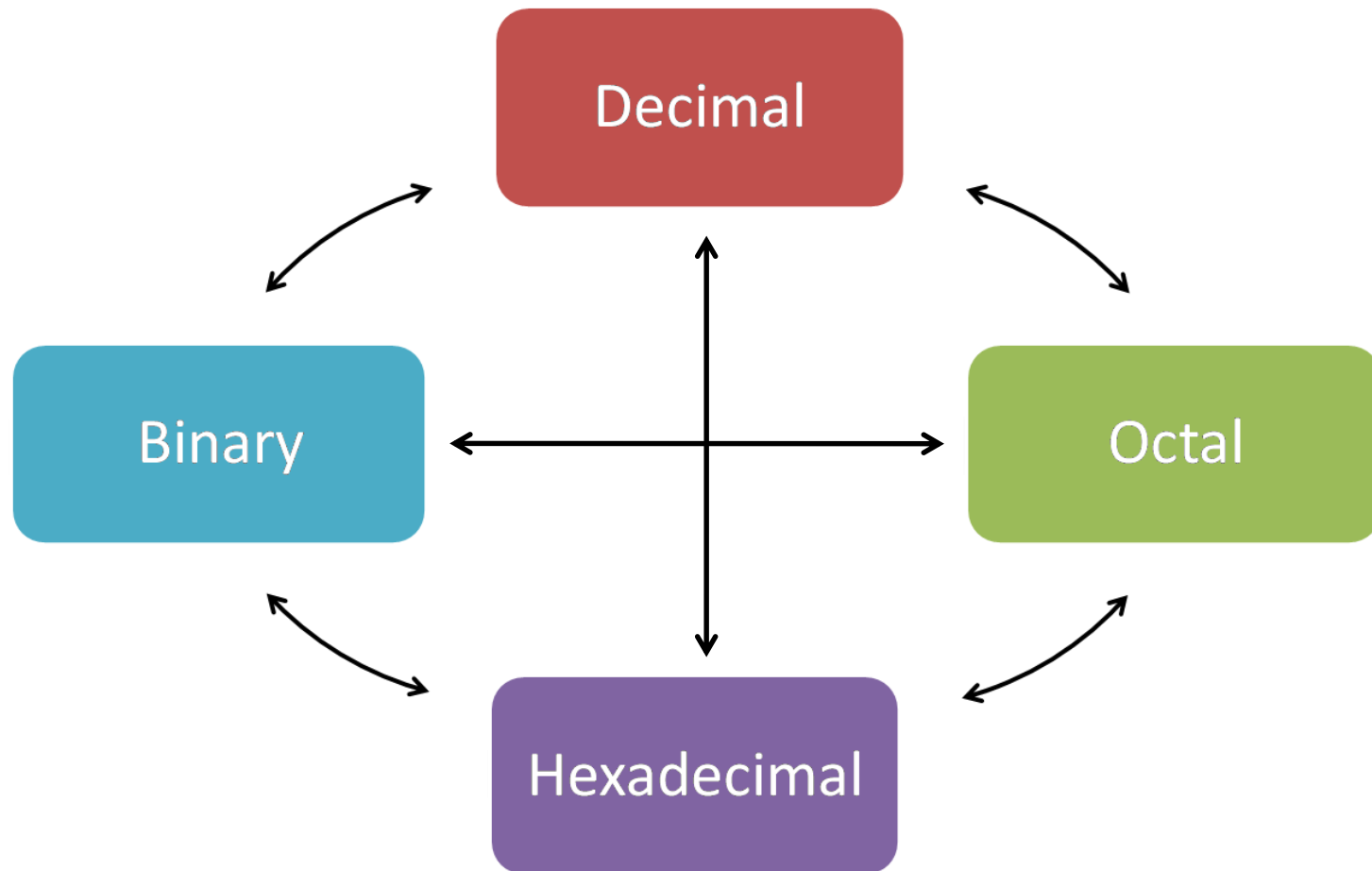


...	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0	.	16^{-1}	16^{-2}	...
-----	--------	--------	--------	--------	--------	---	-----------	-----------	-----

- Phân tích số thập lục phân : **3BA**₁₆

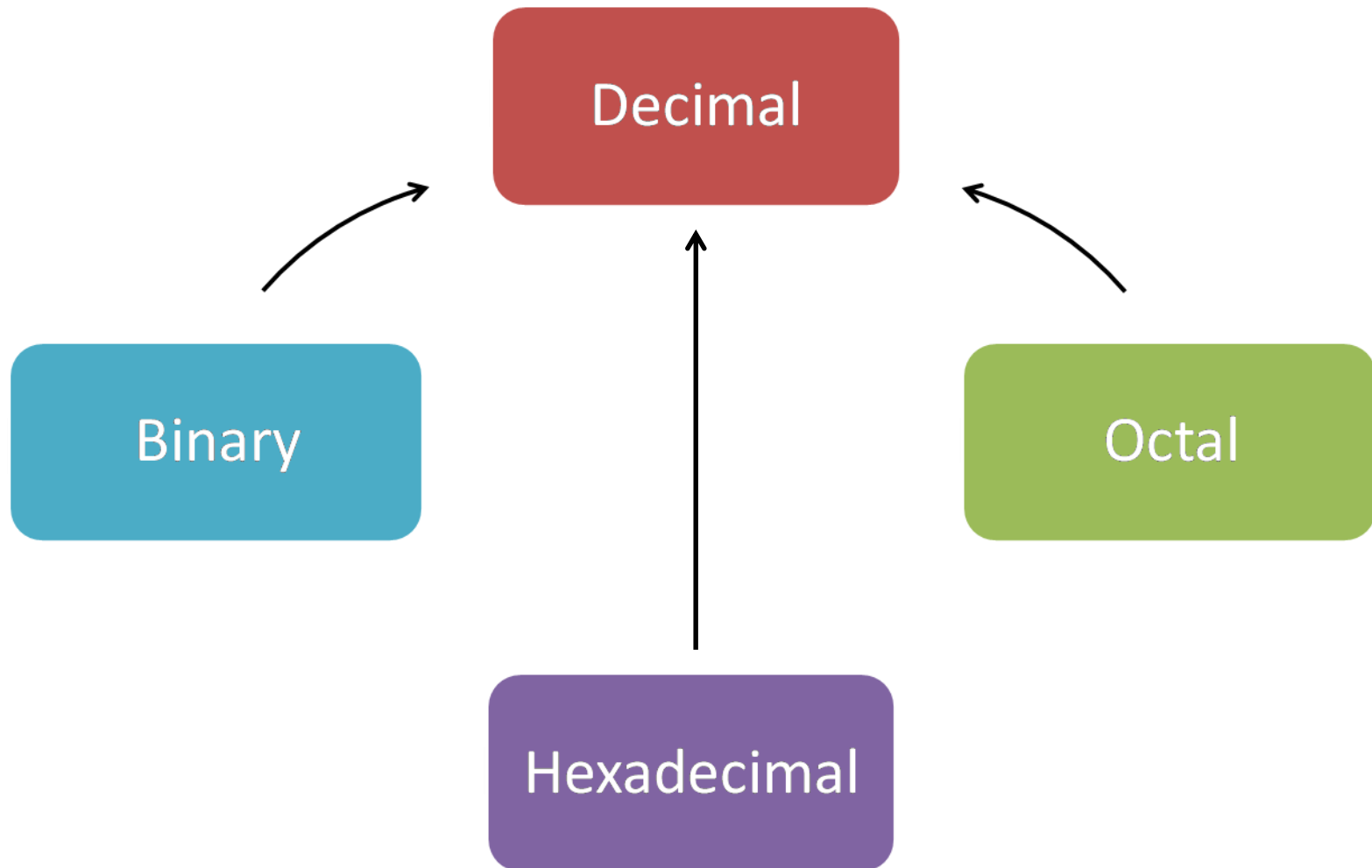
- 3BA₁₆

Chuyển đổi giữa các hệ thống số



Chuyển đổi sang số thập phân

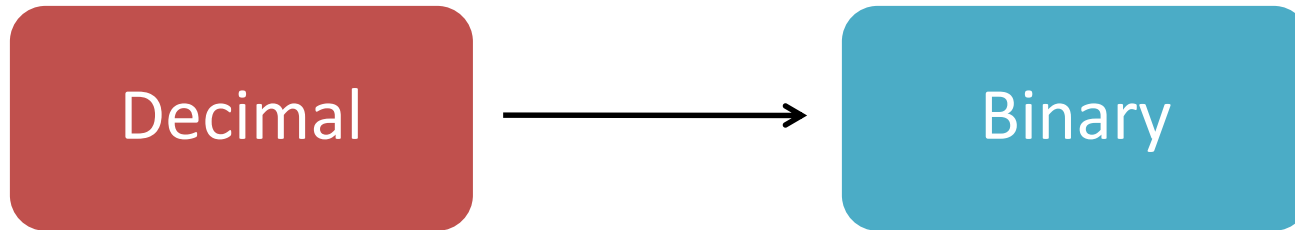
- Nhân mỗi chữ số (digit) với trọng số (weight)



Ví Dụ

- Biểu diễn 3702_8 sang số thập phân
- Biểu diễn $1A2F_{16}$ sang số thập phân

Số Thập Phân => Số Nhị Phân

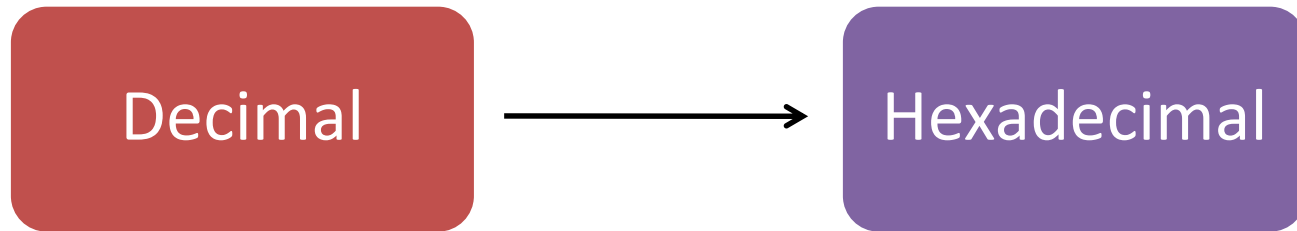


- **Chia số thập phân với 2 và sau đó viết ra phần dư còn lại**
 - Chia cho đến khi có thương số là 0.
- **Phần số dư đầu tiên gọi là LSB (Bit có trọng số thấp nhất)**
- **Phần số dư cuối cùng gọi là MSB (Bit có trọng số cao nhất)**

Ví dụ : $25_{10} \Rightarrow$ Số Nhị Phân

$$\frac{25}{2} = \underset{|}{12} + \text{remainder of } 1 \xrightarrow{\text{LSB}} 1_2$$

Số Thập Phân => Số Thập Lục Phân



- **Chia số thập phân cho 16 và viết ra phần dư còn lại**
 - Chia cho đến khi có thương số là 0.
- **Phần số dư đầu tiên gọi là LSD (Số có trọng số thấp nhất)**
- **Phần số dư cuối cùng gọi là MSD (Số có trọng số cao nhất)**

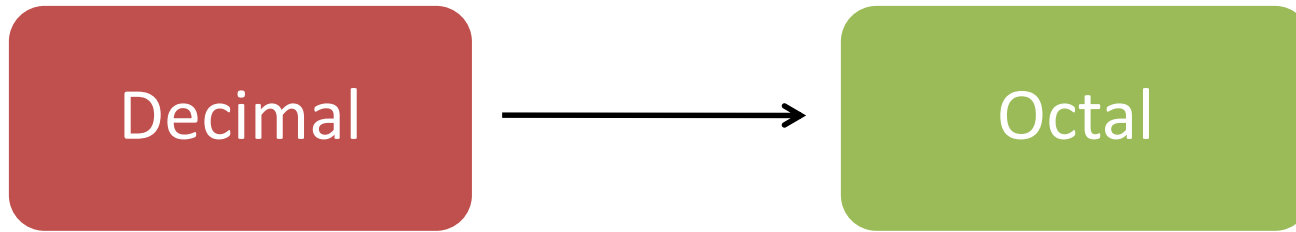
Ví Dụ: $423_{10} \Rightarrow$ Thập Lục Phân

$$\frac{423}{16} = \underset{\substack{| \\ 26}}{\boxed{26}} + \text{remainder of } 7$$

↓

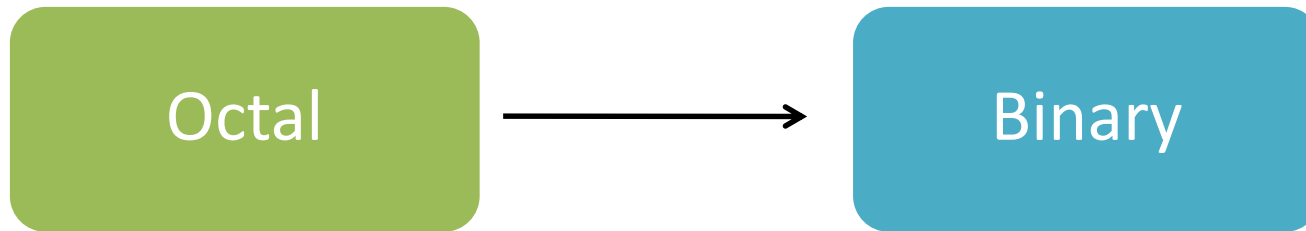
$\boxed{7}_{16}$

Thập Phân => Bát Phân



- **Chia số thập phân cho 8 và viết ra phần dư còn lại**
 - Chia cho đến khi có thương số là 0.
- **Phần số dư đầu tiên gọi là LSD** (Số có trọng số thấp nhất)
- **Phần số dư cuối cùng gọi là MSD** (Số có trọng số lớn nhất)

Bát Phân => Nhị Phân

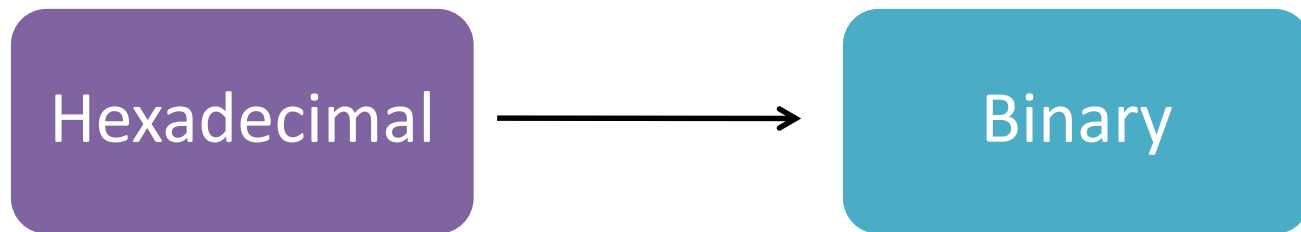


- Chuyển đổi lần lượt mỗi chữ số ở dạng Bát Phân sang nhóm 3 bits Nhị Phân

Octal	0	1	2	3	4	5	6	7
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Binary	000	001	010	011	100	101	110	111

- VD: 1 3 2 7₈

Thập Lục Phân => Nhị Phân



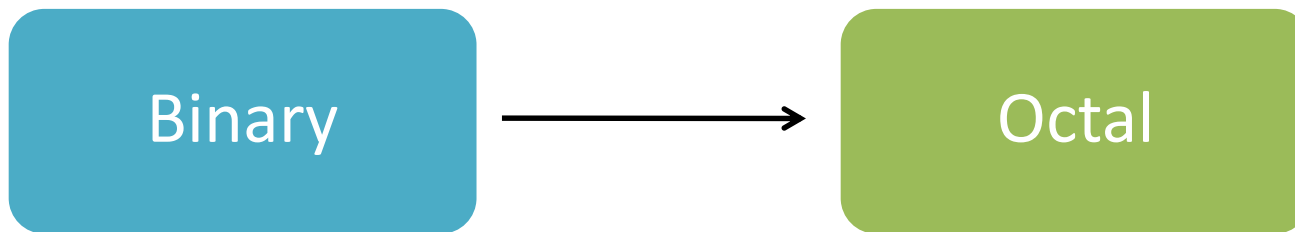
- Chuyển đổi lần lượt mỗi chữ số ở dạng Thập Lục Phân sang nhóm 4 bits Nhị Phân

- VD:

5 6 A E 6 A₁₆

Hex	Bin
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

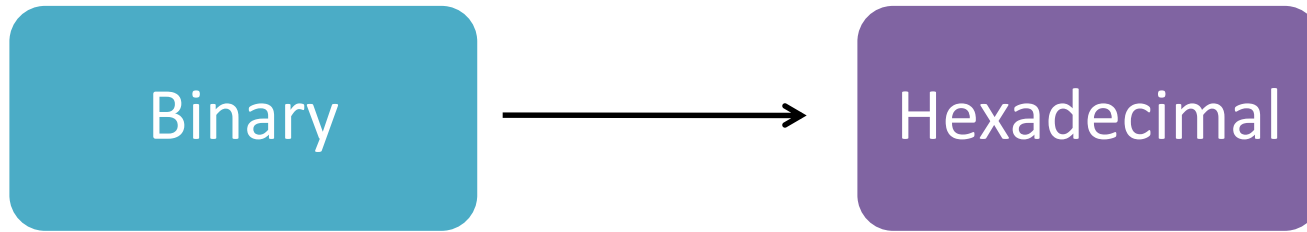
Nhị Phân => Bát Phân



- **Nhóm 3 bits bắt đầu từ ngoài cùng bên phải của số**
- **Chuyển đổi mỗi nhóm trên sang dạng chữ số của Bát Phân**
- VD: $1011010111_2 \Rightarrow$ Bát Phân



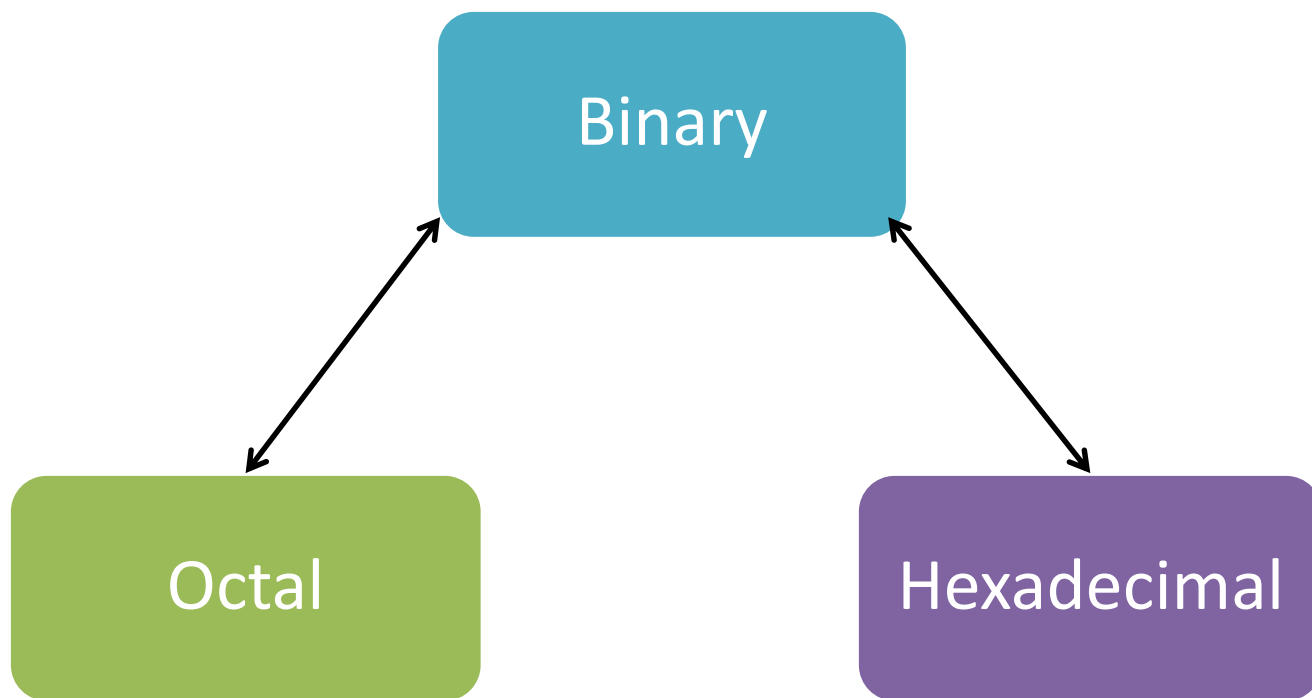
Nhị Phân => Thập Lục Phân



- **Nhóm 4 bits từ phía ngoài cùng bên phải của số**
- **Chuyển đổi mỗi nhóm trên sang 1 chữ số Thập Lục**
- **VD: $10101101010111001101010_2 \Rightarrow$ Thập Lục Phân**



Bát Phân <=> Thập Lục Phân



- Chuyển đổi thông qua trung gian là số Nhị Phân

Ví dụ: 1FOC₁₆ => Bát Phân

Chuyển đổi từ Thập Lục Phân sang Nhị Phân

1FOC₁₆

Chuyển đổi từ Nhị Phân sang Bát Phân

Ví Dụ: $1076_8 \Rightarrow$ Thập Lục phân

Chuyển đổi từ Bát Phân sang Nhị Phân

1076_8

Chuyển đổi từ Nhị Phân sang Thập Lục Phân

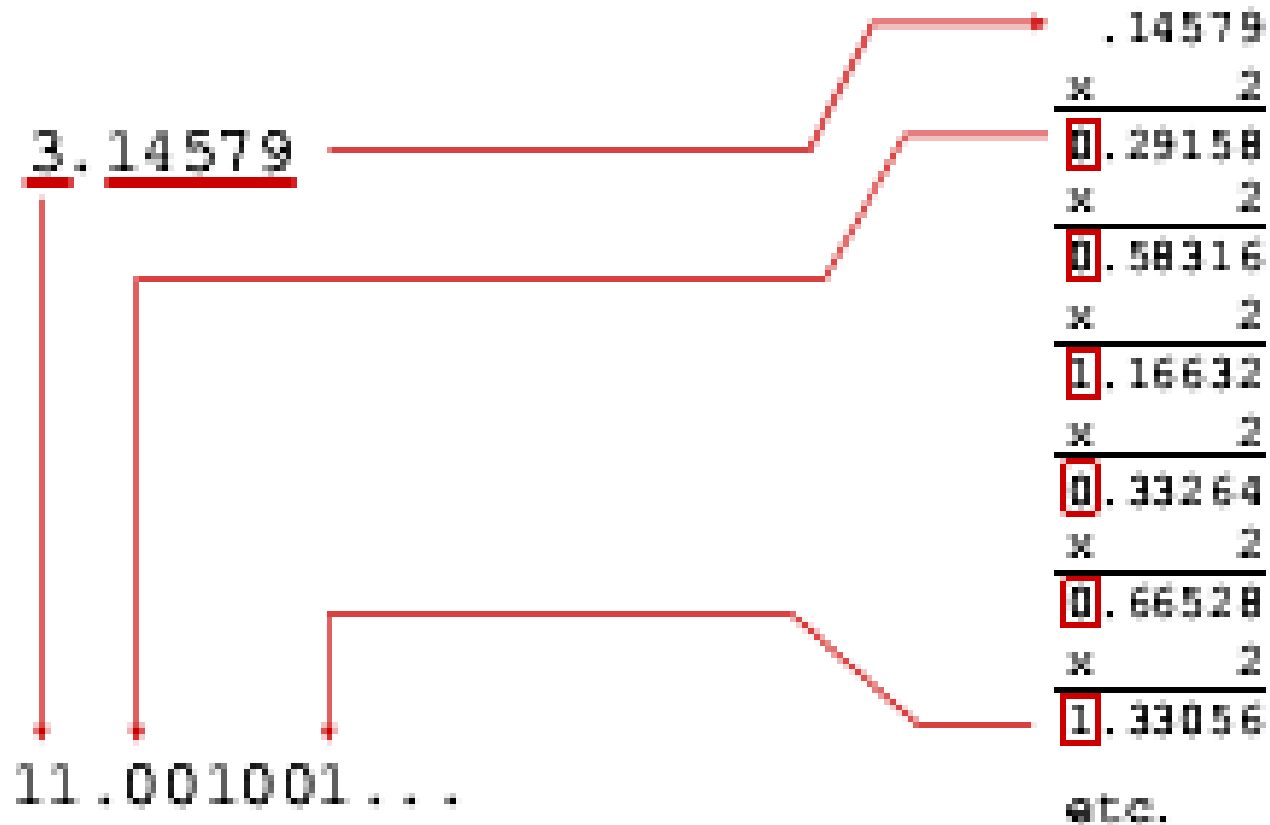
Ví Dụ

- Thực hiện phép chuyển đổi giữa các hệ thống số

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
35			
	1101101		
		712	
			1AF

Phân Số

- Số Thập Phân \Rightarrow Số Nhị Phân



Ví dụ: $189.023_{10} \Rightarrow$ Số Nhị Phân

$189/2$	$=$	94 dư 1	$0.023 \times 2 = 0.046$	dư 0
$94/2$	$=$	47 dư 0	$0.046 \times 2 = 0.092$	dư 0
$47/2$	$=$	23 dư 1	$0.092 \times 2 = 0.184$	dư 0
$23/2$	$=$	11 dư 1	$0.184 \times 2 = 0.368$	dư 0
$11/2$	$=$	5 dư 1	$0.368 \times 2 = 0.736$	dư 0
$5/2$	$=$	2 dư 1	$0.736 \times 2 = 1.472$	dư 1
$2/2$	$=$	1 dư 0	$0.472 \times 2 = 0.944$	dư 0
$1/2$	$=$	0 dư 1	...	

$$189.023 = 10111101.0000010_2$$

Ví Dụ

- Thực hiện phép chuyển đổi giữa các hệ thống số

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
29.8			
	110.1101		
		3.07	
			C.82



Các phép tính số nhị phân

- **Phép Cộng**
- **Phép Nhân**
- **Phép Trừ**

Phép Cộng

- Cộng 2 số nhị phân 1-bit

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Phép Cộng

- Phép cộng 2 số nhị phân không dấu

a)	11	(3)	b)	11.011	(3.375)
	<u>+110</u>	<u>(6)</u>		<u>+10.110</u>	<u>(2.750)</u>
	1001	(9)		110.001	(6.125)

Phép Nhân

- Nhân 2 số nhị phân 1-bit

A	B	$A * B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Phép Nhân

- Phép nhân 2 số nhị phân không dấu

$$\begin{array}{r} 1110 \\ \times 1011 \\ \hline 1110 \\ 1110 \\ 0000 \\ 1110 \\ \hline 10011010 \end{array}$$

Phép Trừ

- Quy tắc thực hiện phép trừ như sau:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$[1]0 - 1 = 1 \text{ Mượn 1}$$

- VD: Thực hiện phép trừ 2 số nhị phân 5 bits: 00111 từ 10101

$$\begin{array}{r} 10101 \\ - 00111 \\ \hline 01110 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \\ - 7 \\ \hline = 14 \end{array}$$



Biểu diễn số có dấu

- Phương pháp biểu diễn số có dấu
- Dạng số bù 1
- Dạng số bù 2
- Chuyển dạng số bù 2 sang số nhị phân
- Các phép tính trong hệ thống số bù 2
- Hiện tượng TRÀN (Overflow)

Biểu diễn số có dấu

- Số dương (+) và Số âm (-)
- Sử dụng thêm 1 bit (sign bit) để thể hiện dấu của số:
 - 0: dương
 - 1: âm
- Bit thể hiện dấu nằm ở ngoài cùng bên trái của số

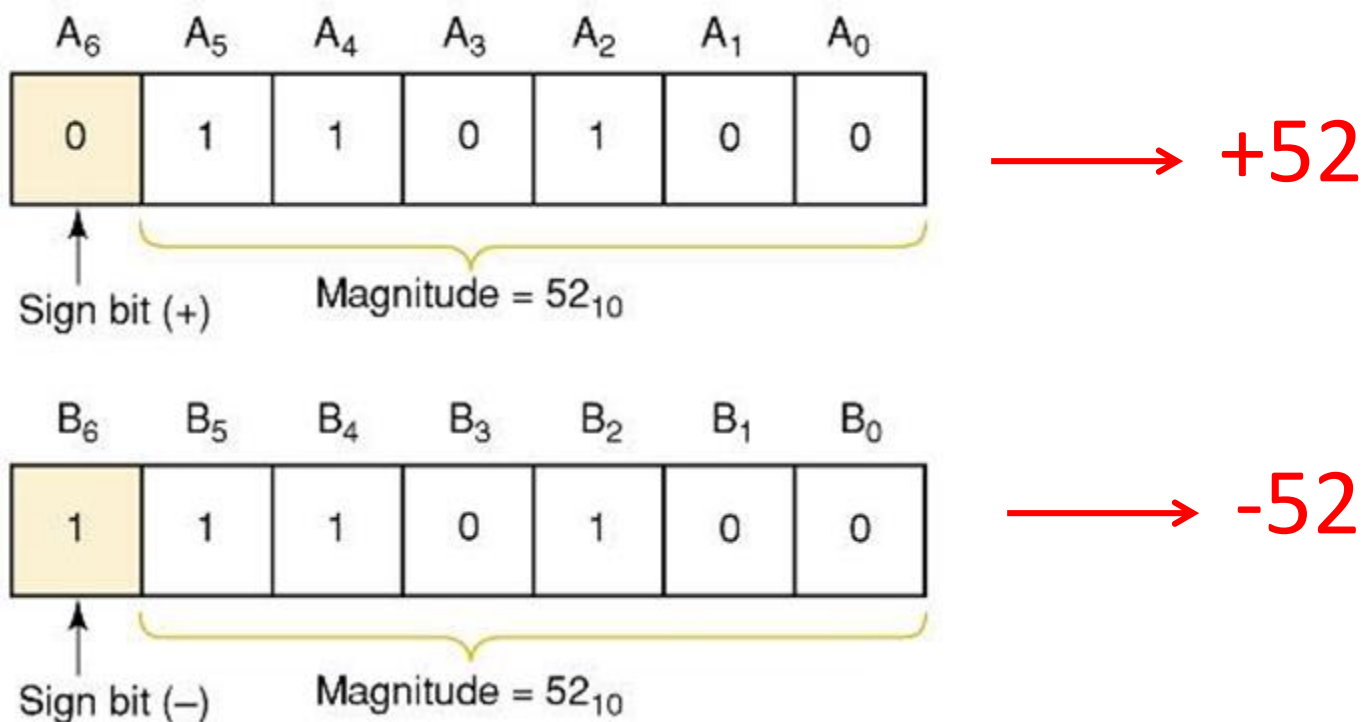
Biểu diễn số có dấu

Có rất nhiều phương pháp để biểu diễn số có dấu:

- Dấu và độ lớn
- Dạng số bù 1
- **Dạng số bù 2**
- Số quá-K
- Cơ số nền -2
- Bảng so sánh
- ...

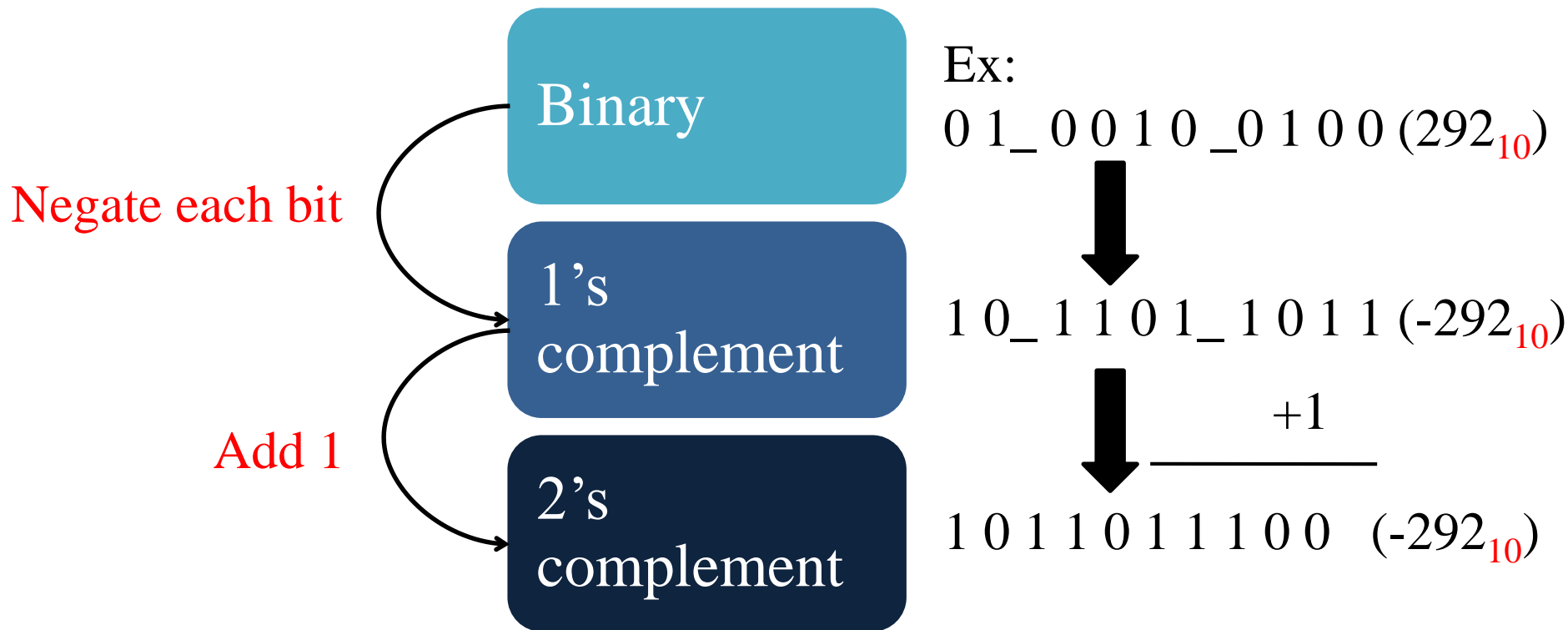
Phương pháp “dấu và độ lớn”

- Ví dụ: biểu diễn 1 số 6 bits có dấu

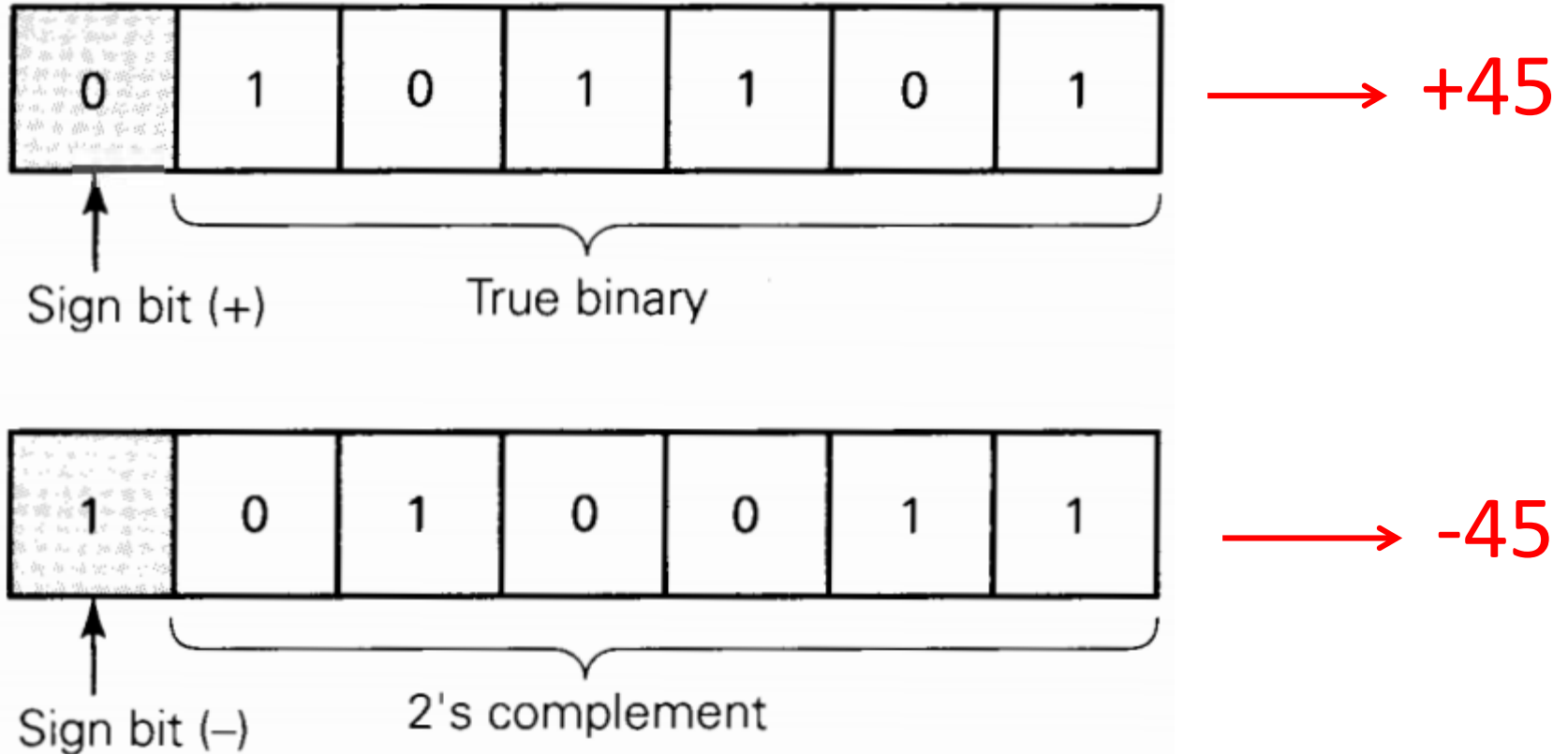


Phương pháp dạng số bù 1 và bù 2

- Dạng số bù 2 là một trong những cách phổ biến nhất được sử dụng để biểu diễn số có dấu.



Biểu diễn số có dấu dưới dạng bù 2



Ví Dụ

- Biểu diễn số có dấu áp dụng phương pháp dạng số bù 2

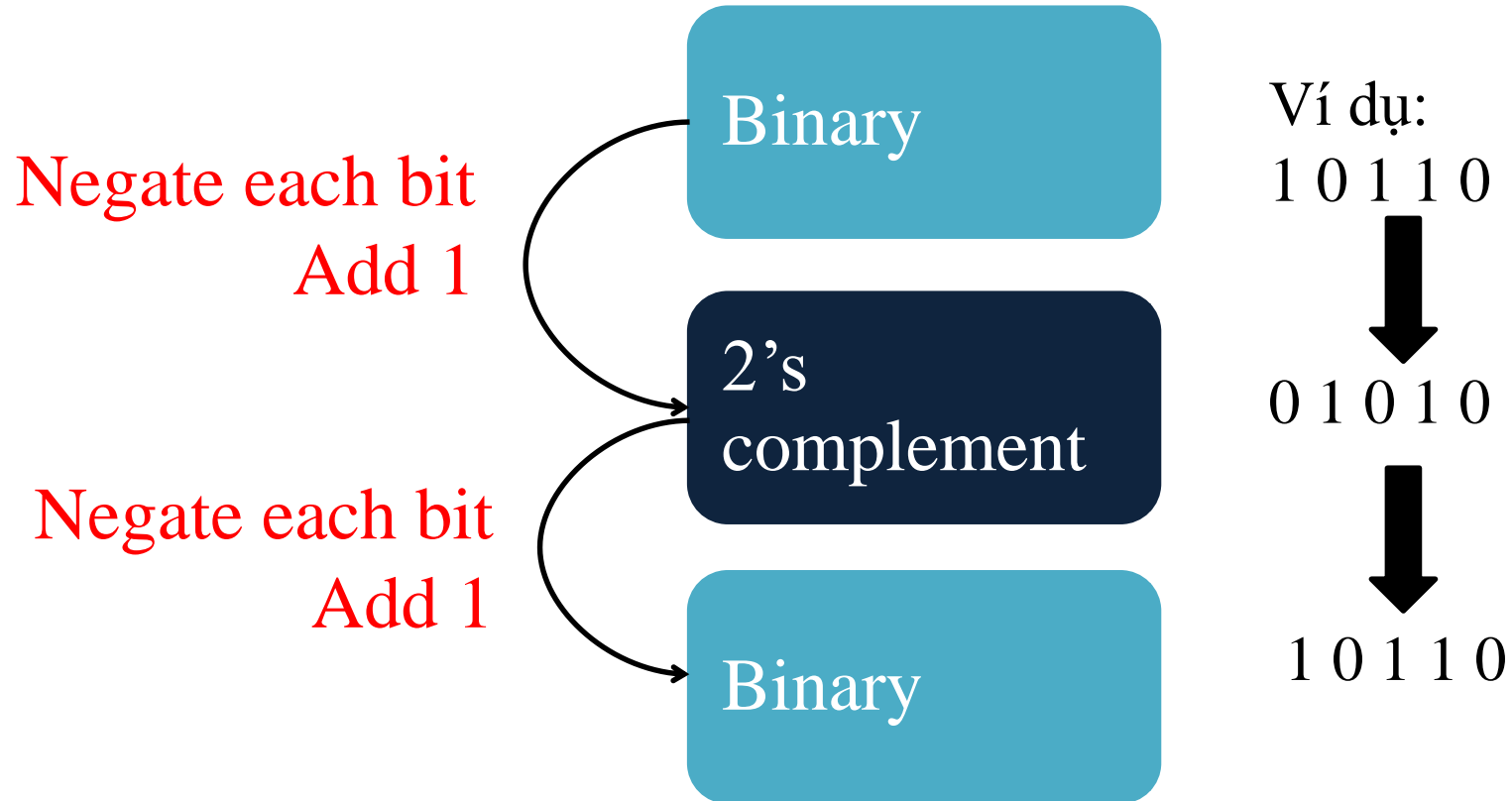
(a) +13

(b) -9

(c) -2

(d) -8

Chuyển đổi số bù 2 sang số nhị phân



Phép cộng trong hệ thống số bù 2



- Thực hiện như phép cộng số nhị phân
 - Bit dấu được xử lý dựa theo cách tương tự như các bit độ lớn
 - Bit nhớ ở vị trí cuối cùng sẽ được loại bỏ
 - Nếu kết quả phép tính là số âm, thì đó chính là số dạng bù 2

Ví Dụ

$$\begin{array}{rcll} +9 \rightarrow & 0 & 1001 & \text{(augend)} \\ +4 \rightarrow & 0 & 0100 & \text{(addend)} \\ \hline & 0 & 1101 & \text{(sum = +13)} \end{array}$$

↑
sign bits

$$\begin{array}{rcll} -9 \rightarrow & 10111 & & \\ +4 \rightarrow & 00100 & & \\ \hline & 11011 & \text{(sum = -5)} & \end{array}$$

↑
negative sign bit

Ví Dụ

$$\begin{array}{r} -9 \rightarrow 10111 \\ -4 \rightarrow 11100 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 10011 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{sign bit} \end{array}$$

This carry is disregarded; the result is 10011 (sum = -13).

- Thực hiện phép cộng 2 số thập phân: +9 và -9?

Phép trừ trong hệ thống số bù 2

- Trong ví dụ $4 + (-9)$, phép cộng trong hệ thống số bù 2 thực chất là phép trừ

$$\begin{array}{r} -9 \rightarrow 10111 \\ +4 \rightarrow 00100 \\ \hline 11011 \quad (\text{sum} = -5) \\ \uparrow \text{negative sign bit} \end{array}$$

- Quy tắc thực hiện phép trừ trong hệ thống số bù 2:

- B = bù 2 của B

$$\mathbf{A - B = A + (-B) = A + (\text{bù 2 của B})}$$

Ví Dụ



- $9 - 4 = ?$

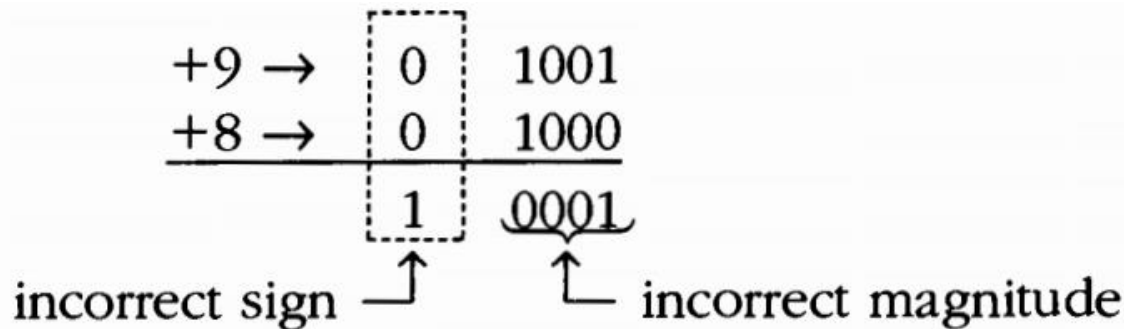
Hiện tượng tràn số học

Tràn

- Khi số bit của kết quả vượt quá số bit cho phép
→ **Carry** (thường dùng với số không dấu (unsigned number))
- Khi bit dấu của kết quả không đúng với bit dấu được dự đoán
→ **Overflow** (thường dùng với số có dấu (signed number))

1 số có dấu n-bit biểu diễn trong tầm: -2^{n-1} đến $+2^{n-1}-1$

– Hiện tượng Overflow luôn cho 1 kết quả sai hoàn toàn



=> Một mạch điện riêng biệt được thiết kế ra để phát hiện hiện tượng tràn

Ví dụ hiện tượng Tràn (overflow)

- Số có 4 bit, gồm 3 bit độ lớn và 1 bit dấu

$$\begin{array}{r}
 (+7) \quad 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 + (+2) \quad + \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 (+9) \quad 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\
 c_4 = 0 \\
 c_3 = 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (+7) \quad 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 + (-2) \quad + \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 (+5) \quad 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \\
 c_4 = 1 \\
 c_3 = 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (-7) \quad 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\
 + (+2) \quad + \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 (-5) \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 c_4 = 0 \\
 c_3 = 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (-7) \quad 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\
 + (-2) \quad + \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 (-9) \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 c_4 = 1 \\
 c_3 = 0
 \end{array}$$

- Hiện tượng Tràn không xảy ra đối với những phép tính giữa 2 số khác dấu nhau



Các hệ thống số khác

- **BCD**
- **Số dấu chấm động**
- **ASCII**

BCD (Binary coded decimal)

- Mỗi chữ số của số thập phân được biểu diễn bằng số nhị phân **4 bits** tương ứng

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

- Ex: $10_{10} \Rightarrow \text{BCD}$ $847_{10} \Rightarrow \text{BCD}$

BCD và Số Nhị Phân

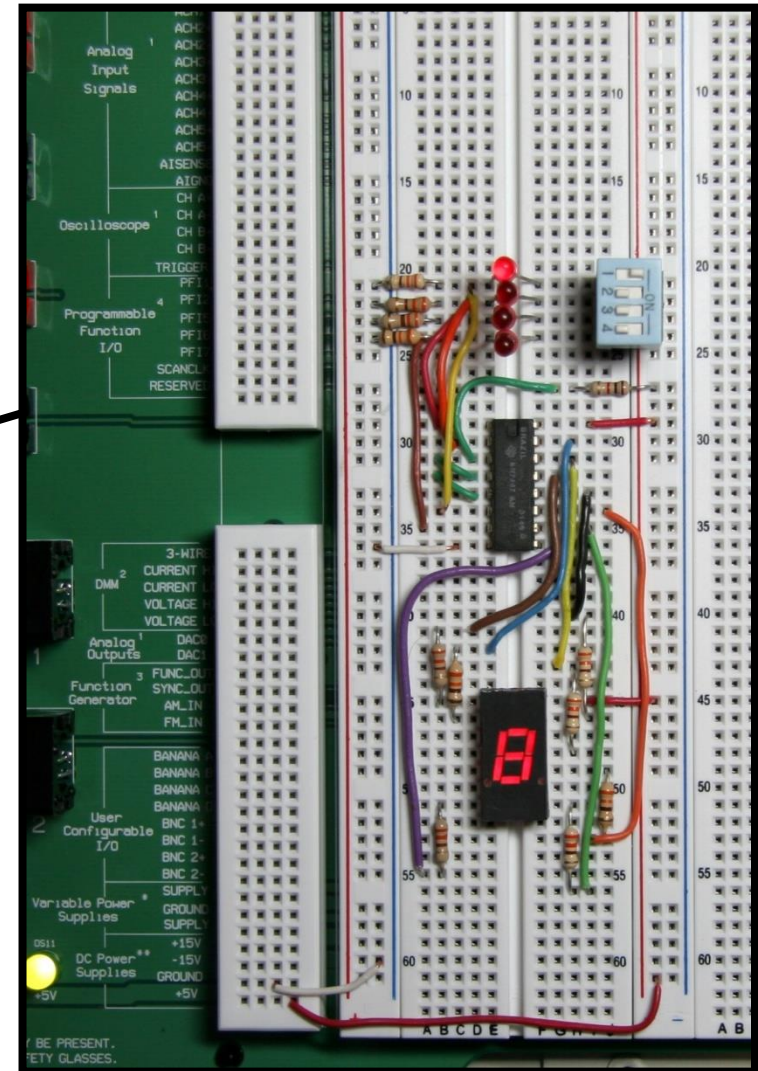
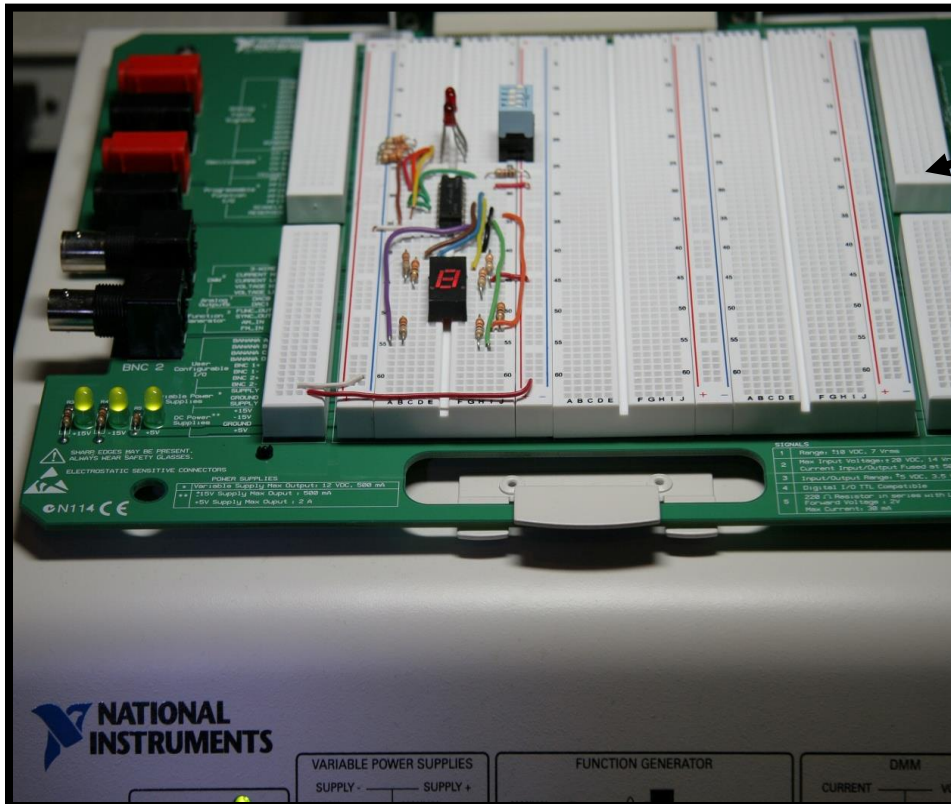

$$137_{10} = 10001001_2 \quad (\text{Số Nhị Phân})$$

$$137_{10} = 0001_0011_0111 \quad (\text{BCD})$$

- BCD sử dụng nhiều bits hơn nhưng việc chuyển đổi đơn giản hơn

BCD

- Mạch thí nghiệm chuyển đổi từ số thập phân sang số BCD



Số dấu chấm động

- **Ký hiệu dấu chấm động** có thể biểu diễn cho một số có giá trị rất lớn hay rất nhỏ bằng cách sử dụng một hình thức ký hiệu khoa học
- **Ví dụ** minh họa 1 số dấu chấm động 32-bit có độ chính xác đơn.



Số dấu chấm động

Biểu diễn giá trị của tốc độ ánh sáng, c , bằng ký hiệu của số dấu chấm động có độ chính xác đơn ($c = 0.2998 \times 10^9$)

Số Nhị Phân, $c = 0001_0001_1101_1110_1001_0101_1100_0000_2$.

Ký hiệu khoa học,

$c = 1_0001_1101_1110_1001_0101_1100_0000 \times 2^{28}$.

$S = 0$ // số dương

$E = 28 + 127 = 155_{10} = 1001\ 1011_2$. (IEEE 754, bias = 127)

F là 23 bits tiếp theo sau khi bit có giá trị 1 đầu tiên xuất hiện.

32-bit độ chính xác đơn (phần cứng)

$C = 0 \mid 10011011 \mid 0001_1101_1110_1001_0101_110$

ASCII

- **ASCII** (7 bit) (American Standard Codes for Information Interchange) để biểu diễn 128 ký tự gọi là mã ASCII-7
- **ASCII** mở rộng (8 bit) để biểu diễn 256 ký tự
 - 00 – 1F: ký tự điều khiển
 - 20 – 7F: ký tự in được
 - 80 – FF: ký tự mở rộng (ký hiệu tiền tệ, vẽ khung, ...)

Thuật ngữ kỹ thuật số

<i>Byte</i>	1 byte gồm có 8 bits
<i>Floating-point number</i>	Một số được đại diện dựa trên ký hiệu khoa học, trong đó bao gồm phần số mũ và phần định trị
<i>Hexadecimal</i>	Hệ thống số có cơ số là 16
<i>Octal</i>	Hệ số có cơ số nền là 8
<i>BCD</i>	Binary Coded Decimal: là các mã số, trong đó mỗi chữ số thập phân, từ 0 đến 9, được đại diện bởi một nhóm bốn bit
<i>Alphanumeric (chữ-số)</i>	Bao gồm các chữ số, chữ cái, và các ký hiệu khác
<i>ASCII</i>	Mã tiêu chuẩn của Mỹ dùng trong việc trao đổi thông tin, mã chữ và số được sử dụng rộng rãi nhất.