Giảng viên ra đề:	*24-07-2020*	Người phê duyệt:	*24-07-2020*
Nguyễn An Khương		*Trưởng BM KHMT*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/Năm học	2	2019-2020
			Ngày thi		25-07-2020
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Mã môn học	CO2011			
	Thời lượng	90 phút	**Mã đề**		**2571**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV ***phải ghi*** MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **25** câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là **0.4**.

[***Đối với riêng các câu về hệ động lực*** nhằm để kiểm tra mức độ nắm vững lý thuyết trong bài tập lớn về mô hình SIR, ta xét chung mô hình SIR rời rạc gồm các dãy giá trị $S(n)$, $I(n)$ và $R(n)$ với $n = 0, 1, 2, \ldots$ thỏa

$$\begin{cases} S(n+1) = S(n) - \beta S(n)I(n), \\ I(n+1) = I(n) + \beta S(n)I(n) - \gamma I(n), \\ R(n+1) = R(n) + \gamma I(n) \end{cases}$$

và mô hình SIR liên tục

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \\ \dfrac{dR}{dt} = \gamma I. \end{cases}$$

Trong đó

- S là số người chưa từng nhiễm bệnh và có nguy cơ nhiễm bệnh với tỷ lệ $\beta > 0$ hằng số;
- I là số người đã nhiễm bệnh với tỷ lệ phục hồi $\gamma > 0$ hằng số;
- R là số người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh và không có nguy cơ mắc bệnh trở lại;
- S, I và R là các hàm số phụ thuộc biến thời gian $t \geq 0$ trong trường hợp liên tục;
- Điều kiện ban đầu là $S(0)$, $I(0)$ và $R(0)$.

Các mô hình này mô tả một bệnh truyền nhiễm trong một cộng đồng có số dân không đổi là N.]

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Câu 1.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên, có 10 người nhiễm bệnh và không có ca hồi phục. Giả sử tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%. Hỏi số người có nguy cơ mắc bệnh sau 2 tuần là bao nhiêu (lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân) nếu giả sử người đã phục hồi vẫn có thể mắc bệnh lại như người chưa từng mắc bệnh nếu họ tiếp xúc với người nhiễm bệnh?

(A) 360.25. (B) 465.51. (C) 455.24. (D) 503.33.

Câu 2.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian hồi phục của một người từ khi nhiễm bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 3 tuần và 5 ngày. Sau một tuần, có tất cả 14 trường hợp mới mắc bệnh. Hỏi có bao nhiêu người nhiễm bệnh ở tuần trước đó?

(A) 35. (B) 40. (C) 25. (D) 52.

Câu 3. Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm bệnh mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả X có phân phối Poisson $\text{Poi}(\lambda)$. Biết rằng có 70% khả năng $\lambda = 3$ và 30% khả năng $\lambda = 7$. Hỏi xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối $\text{Poi}(\lambda)$ cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(A) 0.20. (B) 0.18. (C) 0.35. (D) 0.5.

Câu 4. Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả sử X có phân phối Poisson $\text{Poi}(\lambda)$ với $\lambda = 4$. Xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới trong một tuần xấp xỉ bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối $\text{Poi}(\lambda)$ cho bởi

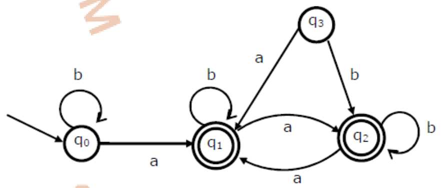
$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(A) 0.19. (B) 0.21. (C) 0.33. (D) 0.15.

Câu 5. Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian phục hồi của một người từ khi mắc bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 2 tuần và 6 ngày. Hỏi mỗi tuần có bao nhiêu phần trăm người khỏi bệnh từ nhóm người nhiễm bệnh?

(A) 35%. (B) 15%. (C) 5%. (D) 25%.

Câu 6. Automata hữu hạn trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên chấp nhận ngôn ngữ với biểu thức chính quy nào sau đây?



(A) $b^*a(a+b)^*$. (B) $b^*ab^*ab^*ab^*$. (C) $(a+b)^*$. (D) $b^*ab^*ab^*$.

Câu 7. Số lượng trạng thái tối thiểu để xây dựng một DFA chấp nhận ngôn ngữ $L = (111 + 11111)^*$ là

(A) 9. (B) 3. (C) 5. (D) 8.

Câu 8. Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên liên tục gọi là X. Giả sử X có phân phối $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$, với hàm tích lũy xác suất cho bởi

$$P(X \le x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \beta^\alpha y^{\alpha-1} e^{-\beta y}\, dy$$

trong đó $\alpha, \beta, x > 0$ và $\Gamma(\alpha)$ là hàm Gamma, có tính chất nếu α là số nguyên dương thì

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!.$$

Cho $\alpha = 2$ và $\beta = 1$, xác suất sao cho có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu?

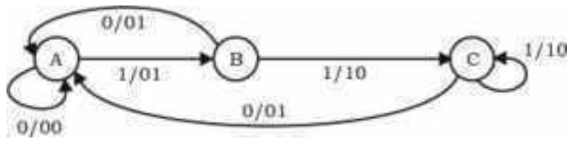
(A) 0.005. (B) 0.1. (C) 0.014. (D) 0.24.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Câu 9.

Automata hữu hạn sau đây môt tả sơ đồ trạng thái trong đó A là trạng thái khởi đầu, mỗi cạnh được gán nhãn x/y với x chỉ cho 1-bit đầu vào và y chỉ cho 2-bit đầu ra. Khi đó,



(A) Đầu ra là tổng của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.
(B) Đầu ra là 01 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 11.
(C) Đầu ra là 00 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 10.
(D) Đầu ra là tích của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.

Câu 10.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng những người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh vẫn có thể nhiễm bệnh trở lại giống như người chưa từng nhiễm bệnh nếu họ tiếp xúc người bệnh. Khi đó mô hình liên tục nào dưới đây là mô hình SIR điều chỉnh phù hợp với giả định trên?

(A) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

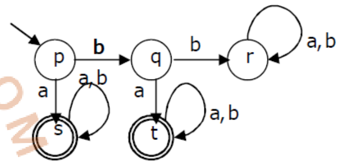
(B) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI + \gamma I, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta\gamma SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

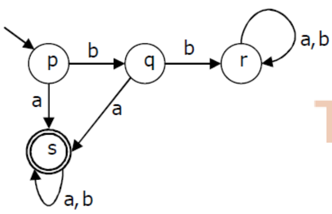
(D) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\dfrac{\beta}{\gamma} SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

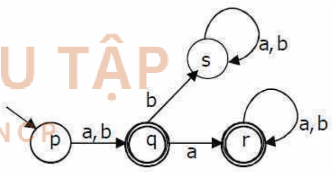
Câu 11.

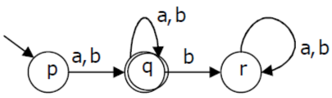
Đối với DFA trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên thì DFA nào sau đây là DFA tối tiểu thu gọn tương ứng với nó?

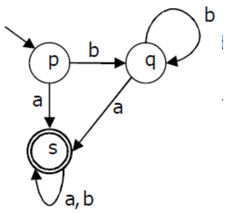


BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

(A)


(B)


(C)


(D)


Câu 12.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng mọi người nhiễm bệnh đều có khả năng tử vong theo tỷ lệ $\mu > 0$ hằng số. Gọi số ca tử vong là hàm số D theo thời gian. Khi đó phương trình nào sau đây đúng cho D?

(A) $\dfrac{dD}{dt} = \mu I.$ (B) $\dfrac{dD}{dt} = -\mu I.$ (C) $\dfrac{dD}{dt} = (\gamma - \mu)I.$ (D) $\dfrac{dD}{dt} = (\gamma + \mu)I.$

Câu 13.

Ngôn ngữ nào sau đây trên bảng chữ cái $\{0, 1\}$ mô tả biểu thức chính quy (0+1)*0(0+1)*0(0+1)*?

(A) Tập tất cả các chuỗi chứa ít nhất hai kí tự 0.
(B) Tập tất cả các chuỗi chứa chuỗi con 00.
(C) Tập tất cả các chuỗi chứa nhiều nhất hai kí tự 0.
(D) Tập tất cả các chuỗi có kí tự đầu tiên và cuối cùng đều là 0 hoặc 1.

BACHKHOACNCP.COM

Câu 14.

Xét mô hình SIR liên tục. Nghiệm chính xác của I trong ***hệ tuyến tính hóa*** cho bởi *Câu hỏi 15* là nghiệm nào dưới đây?

(A) $I(t) = I(0)e^{(\beta N+\gamma)t}$.

(B) $I(t) = I(0)S(0)e^{(\beta N-\gamma)t}$.

(C) $I(t) = I(0)e^{(\beta N-\gamma)t}$.

(D) $I(t) = I(0)e^{-(\beta N-\gamma)t}$.

Câu 15.

Với ngôn ngữ $L = \{ab, aa, baa\}$, thì chuỗi nào sau đây thuộc vào L^*?

(1) *abaabaaabaa* (2) *aaaabaaaa* (3) *baaaaabaaaab* (4) *baaaaabaa*

(A) Các chuỗi (1), (2) và (4).

(B) Các chuỗi (1), (2) và (3).

(C) Các chuỗi (2), (3) và (4).

(D) Các chuỗi (1), (3) và (4).

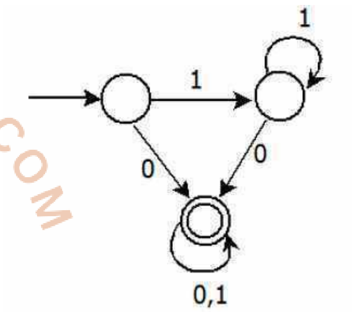
Câu 16.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 7 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Giả sử tỷ lệ khỏi bệnh là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là một hằng số nào đó chưa biết. Nếu sau một tuần, số người mắc bệnh là 12, tỷ lệ bệnh lây lan sẽ là bao nhiêu (kết quả lấy đến 4 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 0.0015. (B) 0.0032. (C) 0.0026. (D) 0.0014.

Câu 17.

Đối với DFA cho bởi hình bên thì khẳng định nào sau đây sai?



1. $L(A)$ là một ngôn ngữ chính quy.
2. $L(A) = L((11^*0 + 0)(0 + 1)^*0^*1^*)$.
3. Đây là một DFA tối tiểu.
4. DFA này chỉ chấp nhận các chuỗi trên $\{0, 1\}$ với độ dài ít nhất là 2.

(A) Chỉ 3 và 4 sai. (B) Chỉ 2 và 4 sai. (C) Chỉ 2 và 3 sai. (D) Chỉ 1 và 3 sai.

Câu 18.

Ngôn ngữ nào sau đây là chính quy

(I) $\{a^n b^{2m} | m, n \geq 0\}$. (II) $\{a^n b^m | n = 2m\}$. (III) $\{a^n b^m | m \neq n\}$. (IV) $\{xcy | x, y \in \{a, b\}^*\}$?

(A) Chỉ (I) và (IV). (B) Chỉ (I) và (III). (C) Chỉ (I). (D) Chỉ (IV).

Câu 19.

Xét mô hình SIR liên tục. Xét ***hệ tuyến tính hóa*** như trong *Câu hỏi 15*, số người nhiễm bệnh sẽ tăng theo tốc độ hàm mũ khi nào?

(A) $R_0 := \frac{\beta}{\gamma} < 1$. (B) $R_0 := \frac{\beta}{\gamma} > 1$. (C) $R_0 := \frac{\beta N}{\gamma} < 1$. (D) $R_0 := \frac{\beta N}{\gamma} > 1$.

Câu 20.

Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) Mọi tập con hữu hạn của một ngôn ngữ không chính quy sẽ là một ngôn ngữ chính quy.

(B) Mọi tập con của một ngôn ngữ chính quy cũng là một ngôn ngữ chính quy.

(C) Hợp của hai ngôn ngữ không chính quy luôn là một ngôn ngữ không chính quy.

(D) Hợp vô hạn của các ngôn ngữ hữu hạn luôn là ngôn ngữ chính quy.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP
BACHKHOACNCP.COM

Câu 21.

Cho hai hàm số thực f và g phụ thuộc vào hai biến $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi (x_*, y_*) là nghiệm của các phương trình $f(x,y) = g(x,y) = 0$. Sự ***tuyến tính hóa hệ động lực***

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x,y), \\ \dfrac{dy}{dt} = g(x,y) \end{cases}$$

xung quanh điểm (x_*, y_*) cho bởi hệ động lực tuyến tính

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_x(x_*, y_*)x + f_y(x_*, y_*)y, \\ \dfrac{dy}{dt} = g_x(x_*, y_*)x + g_y(x_*, y_*)y, \end{cases}$$

trong đó f_x là đạo hàm riêng của hàm f theo biến x. Xét hệ tuyến tính hóa cho hệ SIR liên tục (chỉ xét hai phương trình cho S và I) xung quanh điểm $(S(0), I(0)) = (N, 0)$ với N là hằng số và là số dân, phương trình nào sau đây là sự tuyến tính hóa cho hàm I?

(A) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N - \gamma)I.$ (B) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N + \gamma)I.$ (C) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NI - \gamma S.$ (D) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NS + \gamma I.$

Câu 22.

Xét mô hình SIR liên tục. Điều nào sau đây là đúng?

(A) $R(t) = R(0) + \dfrac{\gamma}{\beta} \ln \dfrac{S(0)}{S(t)}.$ (B) $I(t) = I(0) + \dfrac{\gamma}{\beta} \ln \dfrac{S(0)}{S(t)}.$

(C) $R(t) = R(0) + \dfrac{\gamma}{\beta} \ln \dfrac{S(t)}{S(0)}.$ (D) $I(t) = I(0) + \dfrac{\gamma}{\beta} \ln \dfrac{S(t)}{S(0)}.$

Câu 23.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500 người, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 10 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Nếu tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%, số người mắc bệnh sau 3 tuần là bao nhiêu (kết quả lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 34.14. (B) 59.61. (C) 54.95. (D) 34.33.

Câu 24.

Với n nguyên dương, xét ngôn ngữ L trên bảng chữ cái $\{a\}$ cho bởi

$$L = \{a^{nk} | k \in \mathbb{Z}^+\}.$$

Khi đó số trạng thái nhỏ nhất để xây dựng một DFA chấp nhận L là

(A) $n + 1$. (B) 2^{n+1}. (C) k. (D) 2^{k+1}.

Câu 25.

Xét mô hình SIR liên tục. Trạng thái (S, I, R) được gọi là ***trạng thái cân bằng*** của hệ SIR nếu

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} = 0, \forall t \geq 0.$$

Khẳng định nào sau đây là chính xác nhất?

(A) Mô hình SIR không có trạng thái cân bằng.
(B) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng ở tại thời điểm có một vài trường hợp mắc bệnh.
(C) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không còn người trong nhóm có nguy cơ.
(D) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không có người mắc bệnh.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giảng viên ra đề:	*24-07-2020*	Người phê duyệt:	*24-07-2020*
Nguyễn An Khương		*Trưởng BM KHMT*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/Năm học	2	2019-2020
			Ngày thi		25-07-2020
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Mã môn học	CO2011			
	Thời lượng	90 phút	**Mã đề**		**2572**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV ***phải ghi*** MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **25** câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là **0.4**.

[***Đối với riêng các câu về hệ động lực*** nhằm để kiểm tra mức độ nắm vững lý thuyết trong bài tập lớn về mô hình SIR, ta xét chung mô hình SIR rời rạc gồm các dãy giá trị $S(n)$, $I(n)$ và $R(n)$ với $n = 0, 1, 2, \ldots$ thỏa

$$\begin{cases} S(n+1) = S(n) - \beta S(n)I(n), \\ I(n+1) = I(n) + \beta S(n)I(n) - \gamma I(n), \\ R(n+1) = R(n) + \gamma I(n) \end{cases}$$

và mô hình SIR liên tục

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \\ \dfrac{dR}{dt} = \gamma I. \end{cases}$$

Trong đó

- S là số người chưa từng nhiễm bệnh và có nguy cơ nhiễm bệnh với tỷ lệ $\beta > 0$ hằng số;
- I là số người đã nhiễm bệnh với tỷ lệ phục hồi $\gamma > 0$ hằng số;
- R là số người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh và không có nguy cơ mắc bệnh trở lại;
- S, I và R là các hàm số phụ thuộc biến thời gian $t \geq 0$ trong trường hợp liên tục;
- Điều kiện ban đầu là $S(0)$, $I(0)$ và $R(0)$.

Các mô hình này mô tả một bệnh truyền nhiễm trong một cộng đồng có số dân không đổi là N.]

Câu 1.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian phục hồi của một người từ khi mắc bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 2 tuần và 6 ngày. Hỏi mỗi tuần có bao nhiêu phần trăm người khỏi bệnh từ nhóm người nhiễm bệnh?

(A) 25%. (B) 35%. (C) 15%. (D) 5%.

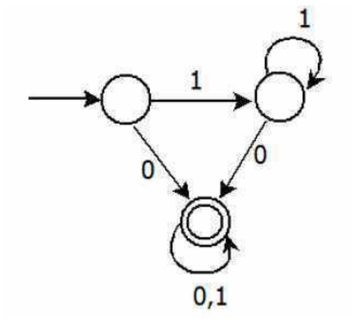
Câu 2.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm bệnh mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả X có phân phối Poisson Poi(λ). Biết rằng có 70% khả năng $\lambda = 3$ và 30% khả năng $\lambda = 7$. Hỏi xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối Poi(λ) cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(A) 0.5. (B) 0.20. (C) 0.18. (D) 0.35.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Câu 3.
Đối với DFA cho bởi hình bên thì khẳng định nào sau đây sai?



1. $L(A)$ là một ngôn ngữ chính quy.
2. $L(A) = L((11^*0 + 0)(0 + 1)^*0^*1^*)$.
3. Đây là một DFA tối tiểu.
4. DFA này chỉ chấp nhận các chuỗi trên $\{0, 1\}$ với độ dài ít nhất là 2.

(A) Chỉ 1 và 3 sai. (B) Chỉ 3 và 4 sai. (C) Chỉ 2 và 4 sai. (D) Chỉ 2 và 3 sai.

Câu 4.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500 người, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 10 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Nếu tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%, số người mắc bệnh sau 3 tuần là bao nhiêu (kết quả lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 34.33. (B) 34.14. (C) 59.61. (D) 54.95.

Câu 5.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian hồi phục của một người từ khi nhiễm bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 3 tuần và 5 ngày. Sau một tuần, có tất cả 14 trường hợp mới mắc bệnh. Hỏi có bao nhiêu người nhiễm bệnh ở tuần trước đó?

(A) 52. (B) 35. (C) 40. (D) 25.

Câu 6.
Ngôn ngữ nào sau đây trên bảng chữ cái $\{0, 1\}$ mô tả biểu thức chính quy (0+1)*0(0+1)*0(0+1)*?

(A) Tập tất cả các chuỗi có kí tự đầu tiên và cuối cùng đều là 0 hoặc 1.
(B) Tập tất cả các chuỗi chứa ít nhất hai kí tự 0.
(C) Tập tất cả các chuỗi chứa chuỗi con 00.
(D) Tập tất cả các chuỗi chứa nhiều nhất hai kí tự 0.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Câu 7.
Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng mọi người nhiễm bệnh đều có khả năng tử vong theo tỷ lệ $\mu > 0$ hằng số. Gọi số ca tử vong là hàm số D theo thời gian. Khi đó phương trình nào sau đây đúng cho D?

(A) $\frac{dD}{dt} = (\gamma + \mu)I$. (B) $\frac{dD}{dt} = \mu I$. (C) $\frac{dD}{dt} = -\mu I$. (D) $\frac{dD}{dt} = (\gamma - \mu)I$.

Câu 8.
Xét mô hình SIR liên tục. Trạng thái (S, I, R) được gọi là ***trạng thái cân bằng*** của hệ SIR nếu

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} = 0, \forall t \geq 0.$$

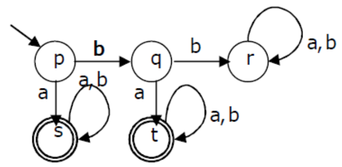
Khẳng định nào sau đây là chính xác nhất?

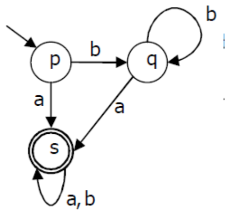
(A) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không có người mắc bệnh.
(B) Mô hình SIR không có trạng thái cân bằng.
(C) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng ở tại thời điểm có một vài trường hợp mắc bệnh.
(D) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không còn người trong nhóm có nguy cơ.

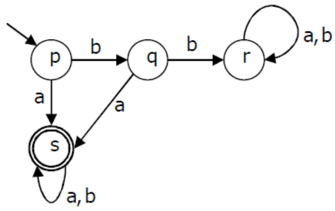
BACHKHOACNCP.COM

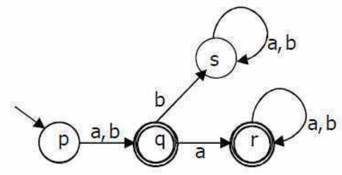
Câu 9.

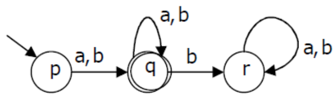
Đối với DFA trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên thì DFA nào sau đây là DFA tối tiểu thu gọn tương ứng với nó?



Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


Câu 10.

Xét mô hình SIR liên tục. Điều nào sau đây là đúng?

Ⓐ $I(t) = I(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(t)}{S(0)}$.

Ⓑ $R(t) = R(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(0)}{S(t)}$.

Ⓒ $I(t) = I(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(0)}{S(t)}$.

Ⓓ $R(t) = R(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(t)}{S(0)}$.

Câu 11.

Với n nguyên dương, xét ngôn ngữ L trên bảng chữ cái $\{a\}$ cho bởi

$$L = \{a^{nk} | k \in \mathbb{Z}^+\}.$$

Khi đó số trạng thái nhỏ nhất để xây dựng một DFA chấp nhận L là

Ⓐ 2^{k+1}. Ⓑ $n + 1$. Ⓒ 2^{n+1}. Ⓓ k.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

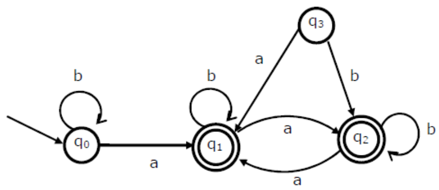
Câu 12.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 7 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Giả sử tỷ lệ khỏi bệnh là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là một hằng số nào đó chưa biết. Nếu sau một tuần, số người mắc bệnh là 12, tỷ lệ bệnh lây lan sẽ là bao nhiêu (kết quả lấy đến 4 vị trí sau dấu thập phân)?

Ⓐ 0.0014. Ⓑ 0.0015. Ⓒ 0.0032. Ⓓ 0.0026.

Câu 13.

Automata hữu hạn trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên chấp nhận ngôn ngữ với biểu thức chính quy nào sau đây?



Ⓐ $b^*ab^*ab^*$. Ⓑ $b^*a(a + b)^*$. Ⓒ $b^*ab^*ab^*ab^*$. Ⓓ $(a + b)^*$.

Câu 14.

Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

Ⓐ Hợp vô hạn của các ngôn ngữ hữu hạn luôn là ngôn ngữ chính quy.

Ⓑ Mọi tập con hữu hạn của một ngôn ngữ không chính quy sẽ là một ngôn ngữ chính quy.

Ⓒ Mọi tập con của một ngôn ngữ chính quy cũng là một ngôn ngữ chính quy.

Ⓓ Hợp của hai ngôn ngữ không chính quy luôn là một ngôn ngữ không chính quy.

BACHKHOACNCP.COM

Câu 15. Xét mô hình SIR liên tục. Xét ***hệ tuyến tính hóa*** như trong *Câu hỏi 15*, số người nhiễm bệnh sẽ tăng theo tốc độ hàm mũ khi nào?

(A) $R_0 := \dfrac{\beta N}{\gamma} > 1.$ (B) $R_0 := \dfrac{\beta}{\gamma} < 1.$ (C) $R_0 := \dfrac{\beta}{\gamma} > 1.$ (D) $R_0 := \dfrac{\beta N}{\gamma} < 1.$

Câu 16. Số lượng trạng thái tối thiểu để xây dựng một DFA chấp nhận ngôn ngữ $L = (111 + 11111)^*$ là

(A) 8. (B) 9. (C) 3. (D) 5.

Câu 17. Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng những người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh vẫn có thể nhiễm bệnh trở lại giống như người chưa từng nhiễm bệnh nếu họ tiếp xúc người bệnh. Khi đó mô hình liên tục nào dưới đây là mô hình SIR điều chỉnh phù hợp với giả định trên?

(A) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\dfrac{\beta}{\gamma} SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI + \gamma I, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta \gamma SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

Câu 18. Ngôn ngữ nào sau đây là chính quy

(I) $\{a^n b^{2m} | m, n \geq 0\}$. (II) $\{a^n b^m | n = 2m\}$. (III) $\{a^n b^m | m \neq n\}$. (IV) $\{xcy | x, y \in \{a, b\}^*\}$?

(A) Chỉ (IV). (B) Chỉ (I) và (IV). (C) Chỉ (I) và (III). (D) Chỉ (I).

Câu 19. Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên, có 10 người nhiễm bệnh và không có ca hồi phục. Giả sử tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%. Hỏi số người có nguy cơ mắc bệnh sau 2 tuần là bao nhiêu (lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân) nếu giả sử người đã phục hồi vẫn có thể mắc bệnh lại như người chưa từng mắc bệnh nếu họ tiếp xúc với người nhiễm bệnh?

(A) 503.33. (B) 360.25. (C) 465.51. (D) 455.24.

Câu 20. Cho hai hàm số thực f và g phụ thuộc vào hai biến $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi (x_*, y_*) là nghiệm của các phương trình $f(x, y) = g(x, y) = 0$. Sự ***tuyến tính hóa hệ động lực***

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x, y), \\ \dfrac{dy}{dt} = g(x, y) \end{cases}$$

xung quanh điểm (x_*, y_*) cho bởi hệ động lực tuyến tính

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_x(x_*, y_*)x + f_y(x_*, y_*)y, \\ \dfrac{dy}{dt} = g_x(x_*, y_*)x + g_y(x_*, y_*)y, \end{cases}$$

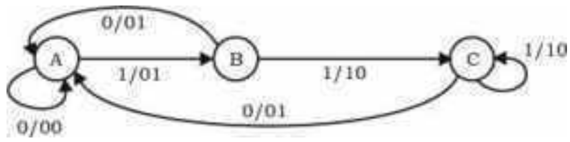
trong đó f_x là đạo hàm riêng của hàm f theo biến x. Xét hệ tuyến tính hóa cho hệ SIR liên tục (chỉ xét hai phương trình cho S và I) xung quanh điểm $(S(0), I(0)) = (N, 0)$ với N là hằng số và là số dân, phương trình nào sau đây là sự tuyến tính hóa cho hàm I?

(A) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NS + \gamma I.$ (B) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N - \gamma)I.$ (C) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N + \gamma)I.$ (D) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NI - \gamma S.$

BACHKHOACNCP.COM TÀI LIỆU SƯU TẬP BỞI HCMUT-CNCP

Câu 21.

Automata hữu hạn sau đây môt tả sơ đồ trạng thái trong đó A là trạng thái khởi đầu, mỗi cạnh được gán nhãn x/y với x chỉ cho 1-bit đầu vào và y chỉ cho 2-bit đầu ra. Khi đó,



(A) Đầu ra là tích của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.
(B) Đầu ra là tổng của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.
(C) Đầu ra là 01 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 11.
(D) Đầu ra là 00 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 10.

Câu 22.

Với ngôn ngữ $L = \{ab, aa, baa\}$, thì chuỗi nào sau đây thuộc vào L^*?

(1) $abaabaaabaa$ (2) $aaaabaaaa$ (3) $baaaaabaaaab$ (4) $baaaaabaa$

(A) Các chuỗi (1), (3) và (4).
(B) Các chuỗi (1), (2) và (4).
(C) Các chuỗi (1), (2) và (3).
(D) Các chuỗi (2), (3) và (4).

Câu 23.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên liên tục gọi là X. Giả sử X có phân phối Gamma (α, β), với hàm tích lũy xác suất cho bởi

$$P(X \le x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \beta^\alpha y^{\alpha-1} e^{-\beta y}\, dy$$

trong đó $\alpha, \beta, x > 0$ và $\Gamma(\alpha)$ là hàm Gamma, có tính chất nếu α là số nguyên dương thì

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!.$$

Cho $\alpha = 2$ và $\beta = 1$, xác suất sao cho có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu?

(A) 0.24. (B) 0.005. (C) 0.1. (D) 0.014.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI BACHKHOACNCP.COM

Câu 24.

Xét mô hình SIR liên tục. Nghiệm chính xác của I trong ***hệ tuyến tính hóa*** cho bởi *Câu hỏi 15* là nghiệm nào dưới đây?

(A) $I(t) = I(0)e^{-(\beta N - \gamma)t}$.
(B) $I(t) = I(0)e^{(\beta N + \gamma)t}$.
(C) $I(t) = I(0)S(0)e^{(\beta N - \gamma)t}$.
(D) $I(t) = I(0)e^{(\beta N - \gamma)t}$.

Câu 25.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả sử X có phân phối Poisson Poi (λ) với $\lambda = 4$. Xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới trong một tuần xấp xỉ bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối Poi (λ) cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(A) 0.15. (B) 0.19. (C) 0.21. (D) 0.33.

BACHKHOACNCP.COM

Giảng viên ra đề:	*24-07-2020*	**Người phê duyệt:**	*24-07-2020*
Nguyễn An Khương		*Trưởng BM KHMT*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM **KHOA KH&KT MÁY TÍNH**	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ/Năm học	2	2019-2020
		Ngày thi		25-07-2020
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Mã môn học	CO2011		
	Thời lượng	90 phút	**Mã đề**	**2573**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV ***phải ghi*** MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **25** câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là **0.4**.

[***Đối với riêng các câu về hệ động lực*** nhằm để kiểm tra mức độ nắm vững lý thuyết trong bài tập lớn về mô hình SIR, ta xét chung mô hình SIR rời rạc gồm các dãy giá trị $S(n)$, $I(n)$ và $R(n)$ với $n = 0, 1, 2, \ldots$ thỏa

$$\begin{cases} S(n+1) = S(n) - \beta S(n)I(n), \\ I(n+1) = I(n) + \beta S(n)I(n) - \gamma I(n), \\ R(n+1) = R(n) + \gamma I(n) \end{cases}$$

và mô hình SIR liên tục

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \\ \dfrac{dR}{dt} = \gamma I. \end{cases}$$

Trong đó

- S là số người chưa từng nhiễm bệnh và có nguy cơ nhiễm bệnh với tỷ lệ $\beta > 0$ hằng số;
- I là số người đã nhiễm bệnh với tỷ lệ phục hồi $\gamma > 0$ hằng số;
- R là số người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh và không có nguy cơ mắc bệnh trở lại;
- S, I và R là các hàm số phụ thuộc biến thời gian $t \geq 0$ trong trường hợp liên tục;
- Điều kiện ban đầu là $S(0)$, $I(0)$ và $R(0)$.

Các mô hình này mô tả một bệnh truyền nhiễm trong một cộng đồng có số dân không đổi là N.]

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Câu 1.
Với ngôn ngữ $L = \{ab, aa, baa\}$, thì chuỗi nào sau đây thuộc vào L^*?

(1) $abaabaaabaa$ (2) $aaaabaaaa$ (3) $baaaaabaaaab$ (4) $baaaaabaa$

(A) Các chuỗi (1), (2) và (4).
(B) Các chuỗi (1), (3) và (4).
(C) Các chuỗi (1), (2) và (3).
(D) Các chuỗi (2), (3) và (4).

Câu 2.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên, có 10 người nhiễm bệnh và không có ca hồi phục. Giả sử tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%. Hỏi số người có nguy cơ mắc bệnh sau 2 tuần là bao nhiêu (lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân) nếu giả sử người đã phục hồi vẫn có thể mắc bệnh lại như người chưa từng mắc bệnh nếu họ tiếp xúc với người nhiễm bệnh?

(A) 360.25. (B) 503.33. (C) 465.51. (D) 455.24.

BACHKHOACNCP.COM

Câu 3.

Ngôn ngữ nào sau đây là chính quy

(I) $\{a^n b^{2m} | m, n \geq 0\}$. (II) $\{a^n b^m | n = 2m\}$. (III) $\{a^n b^m | m \neq n\}$. (IV) $\{xcy | x, y \in \{a, b\}^*\}$?

(A) Chỉ (I) và (IV). (B) Chỉ (IV). (C) Chỉ (I) và (III). (D) Chỉ (I).

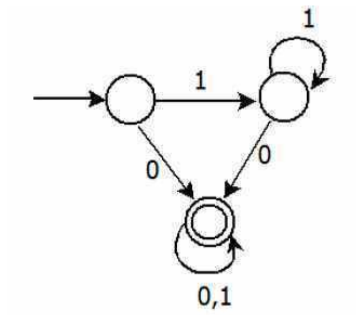
Câu 4.

Xét mô hình SIR liên tục. Nghiệm chính xác của I trong ***hệ tuyến tính hóa*** cho bởi *Câu hỏi 9* là nghiệm nào dưới đây?

(A) $I(t) = I(0)e^{(\beta N + \gamma)t}$. (B) $I(t) = I(0)e^{-(\beta N - \gamma)t}$.
(C) $I(t) = I(0)S(0)e^{(\beta N - \gamma)t}$. (D) $I(t) = I(0)e^{(\beta N - \gamma)t}$.

Câu 5.

Đối với DFA cho bởi hình bên thì khẳng định nào sau đây sai?



1. $L(A)$ là một ngôn ngữ chính quy.
2. $L(A) = L((11^*0 + 0)(0 + 1)^*0^*1^*)$.
3. Đây là một DFA tối tiểu.
4. DFA này chỉ chấp nhận các chuỗi trên $\{0, 1\}$ với độ dài ít nhất là 2.

(A) Chỉ 3 và 4 sai. (B) Chỉ 1 và 3 sai. (C) Chỉ 2 và 4 sai. (D) Chỉ 2 và 3 sai.

Câu 6.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng những người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh vẫn có thể nhiễm bệnh trở lại giống như người chưa từng nhiễm bệnh nếu họ tiếp xúc người bệnh. Khi đó mô hình liên tục nào dưới đây là mô hình SIR điều chỉnh phù hợp với giả định trên?

(A) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\dfrac{\beta}{\gamma} SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI + \gamma I, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta\gamma SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẦM
BỞI HCMUT CNCP

Câu 7.

Số lượng trạng thái tối thiểu để xây dựng một DFA chấp nhận ngôn ngữ $L = (111 + 11111)^*$ là

(A) 9. (B) 8. (C) 3. (D) 5.

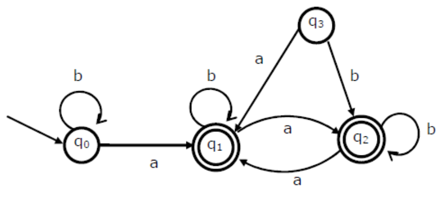
Câu 8.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500 người, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 10 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Nếu tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%, số người mắc bệnh sau 3 tuần là bao nhiêu (kết quả lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 34.14. (B) 34.33. (C) 59.61. (D) 54.95.

Câu 9.

Automata hữu hạn trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên chấp nhận ngôn ngữ với biểu thức chính quy nào sau đây?



(A) $b^*a(a + b)^*$. (B) $b^*ab^*ab^*$. (C) $b^*ab^*ab^*ab^*$. (D) $(a + b)^*$.

BACHKHOACNCP.COM

Câu 10.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 7 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Giả sử tỷ lệ khỏi bệnh là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là một hằng số nào đó chưa biết. Nếu sau một tuần, số người mắc bệnh là 12, tỷ lệ bệnh lây lan sẽ là bao nhiêu (kết quả lấy đến 4 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 0.0015. (B) 0.0014. (C) 0.0032. (D) 0.0026.

Câu 11.
Xét mô hình SIR liên tục. Trạng thái (S, I, R) được gọi là ***trạng thái cân bằng*** của hệ SIR nếu

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} = 0, \forall t \geq 0.$$

Khẳng định nào sau đây là chính xác nhất?

(A) Mô hình SIR không có trạng thái cân bằng.
(B) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không có người mắc bệnh.
(C) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng ở tại thời điểm có một vài trường hợp mắc bệnh.
(D) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không còn người trong nhóm có nguy cơ.

Câu 12.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian phục hồi của một người từ khi mắc bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 2 tuần và 6 ngày. Hỏi mỗi tuần có bao nhiêu phần trăm người khỏi bệnh từ nhóm người nhiễm bệnh?

(A) 35%. (B) 25%. (C) 15%. (D) 5%.

Câu 13.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian hồi phục của một người từ khi nhiễm bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 3 tuần và 5 ngày. Sau một tuần, có tất cả 14 trường hợp mới mắc bệnh. Hỏi có bao nhiêu người nhiễm bệnh ở tuần trước đó?

(A) 35. (B) 52. (C) 40. (D) 25.

Câu 14.
Cho hai hàm số thực f và g phụ thuộc vào hai biến $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi (x_*, y_*) là nghiệm của các phương trình $f(x, y) = g(x, y) = 0$. Sự ***tuyến tính hóa hệ động lực***

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x, y), \\ \dfrac{dy}{dt} = g(x, y) \end{cases}$$

xung quanh điểm (x_*, y_*) cho bởi hệ động lực tuyến tính

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_x(x_*, y_*)x + f_y(x_*, y_*)y, \\ \dfrac{dy}{dt} = g_x(x_*, y_*)x + g_y(x_*, y_*)y, \end{cases}$$

trong đó f_x là đạo hàm riêng của hàm f theo biến x. Xét hệ tuyến tính hóa cho hệ SIR liên tục (chỉ xét hai phương trình cho S và I) xung quanh điểm $(S(0), I(0)) = (N, 0)$ với N là hằng số và là số dân, phương trình nào sau đây là sự tuyến tính hóa cho hàm I?

(A) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N - \gamma)I.$ (B) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NS + \gamma I.$ (C) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N + \gamma)I.$ (D) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NI - \gamma S.$

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Câu 15.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên liên tục gọi là X. Giả sử X có phân phối Gamma (α, β), với hàm tích lũy xác suất cho bởi

$$P(X \le x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \beta^\alpha y^{\alpha-1} e^{-\beta y}\, dy$$

trong đó $\alpha, \beta, x > 0$ và $\Gamma(\alpha)$ là hàm Gamma, có tính chất nếu α là số nguyên dương thì

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!.$$

Cho $\alpha = 2$ và $\beta = 1$, xác suất sao cho có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu?

(A) 0.005. (B) 0.24. (C) 0.1. (D) 0.014.

Câu 16.

Xét mô hình SIR liên tục. Điều nào sau đây là đúng?

(A) $R(t) = R(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(0)}{S(t)}$.

(B) $I(t) = I(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(t)}{S(0)}$.

(C) $I(t) = I(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(0)}{S(t)}$.

(D) $R(t) = R(0) + \frac{\gamma}{\beta} \ln \frac{S(t)}{S(0)}$.

Câu 17.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm bệnh mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả X có phân phối Poisson Poi (λ). Biết rằng có 70% khả năng $\lambda = 3$ và 30% khả năng $\lambda = 7$. Hỏi xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối Poi (λ) cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(A) 0.20. (B) 0.5. (C) 0.18. (D) 0.35.

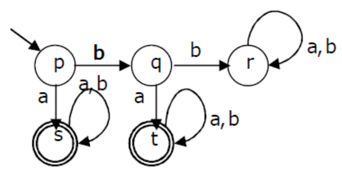
Câu 18.

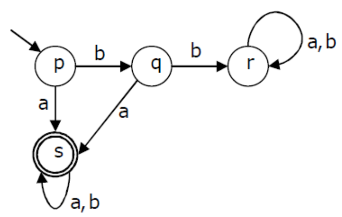
Xét mô hình SIR liên tục. Xét ***hệ tuyến tính hóa*** như trong *Câu hỏi 9*, số người nhiễm bệnh sẽ tăng theo tốc độ hàm mũ khi nào?

(A) $R_0 := \frac{\beta}{\gamma} < 1$. (B) $R_0 := \frac{\beta N}{\gamma} > 1$. (C) $R_0 := \frac{\beta}{\gamma} > 1$. (D) $R_0 := \frac{\beta N}{\gamma} < 1$.

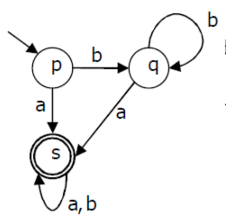
Câu 19.

Đối với DFA trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên thì DFA nào sau đây là DFA tối tiểu thu gọn tương ứng với nó?

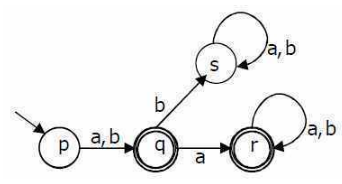




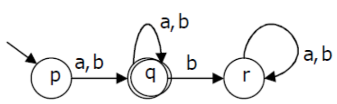
(A)



(B)



(C)



(D)

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

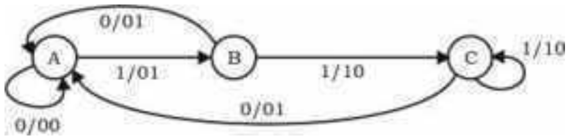
Câu 20.

Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) Mọi tập con hữu hạn của một ngôn ngữ không chính quy sẽ là một ngôn ngữ chính quy.
(B) Hợp vô hạn của các ngôn ngữ hữu hạn luôn là ngôn ngữ chính quy.
(C) Mọi tập con của một ngôn ngữ chính quy cũng là một ngôn ngữ chính quy.
(D) Hợp của hai ngôn ngữ không chính quy luôn là một ngôn ngữ không chính quy.

Câu 21.

Automata hữu hạn sau đây môt tả sơ đồ trạng thái trong đó A là trạng thái khởi đầu, mỗi cạnh được gán nhãn x/y với x chỉ cho 1-bit đầu vào và y chỉ cho 2-bit đầu ra. Khi đó,



(A) Đầu ra là tổng của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.
(B) Đầu ra là tích của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.
(C) Đầu ra là 01 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 11.
(D) Đầu ra là 00 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 10.

Câu 22.

Ngôn ngữ nào sau đây trên bảng chữ cái $\{0,1\}$ mô tả biểu thức chính quy $(0+1)^*0(0+1)^*0(0+1)^*$?

(A) Tập tất cả các chuỗi chứa ít nhất hai kí tự 0.
(B) Tập tất cả các chuỗi có kí tự đầu tiên và cuối cùng đều là 0 hoặc 1.
(C) Tập tất cả các chuỗi chứa chuỗi con 00.
(D) Tập tất cả các chuỗi chứa nhiều nhất hai kí tự 0.

Câu 23.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng mọi người nhiễm bệnh đều có khả năng tử vong theo tỷ lệ $\mu > 0$ hằng số. Gọi số ca tử vong là hàm số D theo thời gian. Khi đó phương trình nào sau đây đúng cho D?

(A) $\dfrac{dD}{dt} = \mu I.$ (B) $\dfrac{dD}{dt} = (\gamma + \mu)I.$ (C) $\dfrac{dD}{dt} = -\mu I.$ (D) $\dfrac{dD}{dt} = (\gamma - \mu)I.$

Câu 24.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả sử X có phân phối Poisson $\text{Poi}(\lambda)$ với $\lambda = 4$. Xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới trong một tuần xấp xỉ bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối $\text{Poi}(\lambda)$ cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

(A) 0.19. (B) 0.15. (C) 0.21. (D) 0.33.

Câu 25.

Với n nguyên dương, xét ngôn ngữ L trên bảng chữ cái $\{a\}$ cho bởi

$$L = \{a^{nk} | k \in \mathbb{Z}^+\}.$$

Khi đó số trạng thái nhỏ nhất để xây dựng một DFA chấp nhận L là

(A) $n + 1$. (B) 2^{k+1}. (C) 2^{n+1}. (D) k.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giảng viên ra đề:	*24-07-2020*	**Người phê duyệt:**	*24-07-2020*
Nguyễn An Khương		*Trưởng BM KHMT*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM	**THI CUỐI KỲ**		Học kỳ/Năm học	2 · 2019-2020
KHOA KH&KT MÁY TÍNH			Ngày thi	25-07-2020
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Mã môn học	CO2011		
	Thời lượng	90 phút	**Mã đề**	**2574**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV ***phải ghi*** MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **25** câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là **0.4**.

[***Đối với riêng các câu về hệ động lực*** nhằm để kiểm tra mức độ nắm vững lý thuyết trong bài tập lớn về mô hình SIR, ta xét chung mô hình SIR rời rạc gồm các dãy giá trị $S(n)$, $I(n)$ và $R(n)$ với $n = 0, 1, 2, \dots$ thỏa

$$\begin{cases} S(n+1) = S(n) - \beta S(n)I(n), \\ I(n+1) = I(n) + \beta S(n)I(n) - \gamma I(n), \\ R(n+1) = R(n) + \gamma I(n) \end{cases}$$

và mô hình SIR liên tục

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \\ \dfrac{dR}{dt} = \gamma I. \end{cases}$$

Trong đó

- S là số người chưa từng nhiễm bệnh và có nguy cơ nhiễm bệnh với tỷ lệ $\beta > 0$ hằng số;
- I là số người đã nhiễm bệnh với tỷ lệ phục hồi $\gamma > 0$ hằng số;
- R là số người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh và không có nguy cơ mắc bệnh trở lại;
- S, I và R là các hàm số phụ thuộc biến thời gian $t \geq 0$ trong trường hợp liên tục;
- Điều kiện ban đầu là $S(0)$, $I(0)$ và $R(0)$.

Các mô hình này mô tả một bệnh truyền nhiễm trong một cộng đồng có số dân không đổi là N.]

Câu 1.
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả sử X có phân phối Poisson $\mathrm{Poi}(\lambda)$ với $\lambda = 4$. Xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới trong một tuần xấp xỉ bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối $\mathrm{Poi}(\lambda)$ cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

(A) 0.19. (B) 0.33. (C) 0.21. (D) 0.15.

Câu 2.
Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng mọi người nhiễm bệnh đều có khả năng tử vong theo tỷ lệ $\mu > 0$ hằng số. Gọi số ca tử vong là hàm số D theo thời gian. Khi đó phương trình nào sau đây đúng cho D?

(A) $\dfrac{dD}{dt} = \mu I.$ (B) $\dfrac{dD}{dt} = (\gamma - \mu)I.$ (C) $\dfrac{dD}{dt} = -\mu I.$ (D) $\dfrac{dD}{dt} = (\gamma + \mu)I.$

BACHKHOACNCP.COM TÀI LIỆU SƯU TẬP BỞI HCMUT-CNCP

Câu 3.

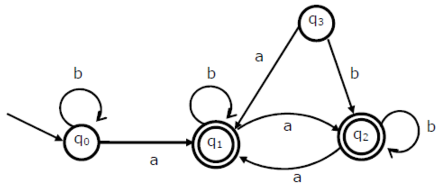
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số ca nhiễm bệnh mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên rời rạc gọi là X. Giả X có phân phối Poisson $\text{Poi}(\lambda)$. Biết rằng có 70% khả năng $\lambda = 3$ và 30% khả năng $\lambda = 7$. Hỏi xác suất để có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu? Biết rằng hàm khối của phân phối $\text{Poi}(\lambda)$ cho bởi

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(A) 0.20. (B) 0.35. (C) 0.18. (D) 0.5.

Câu 4.

Automata hữu hạn trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên chấp nhận ngôn ngữ với biểu thức chính quy nào sau đây?



(A) $b^*a(a + b)^*$. (B) $(a + b)^*$. (C) $b^*ab^*ab^*ab^*$. (D) $b^*ab^*ab^*$.

Câu 5.

Với n nguyên dương, xét ngôn ngữ L trên bảng chữ cái $\{a\}$ cho bởi

$$L = \{a^{nk} | k \in \mathbb{Z}^+\}.$$

Khi đó số trạng thái nhỏ nhất để xây dựng một DFA chấp nhận L là

(A) $n + 1$. (B) k. (C) 2^{n+1}. (D) 2^{k+1}.

Câu 6.

Số lượng trạng thái tối thiểu để xây dựng một DFA chấp nhận ngôn ngữ $L = (111 + 11111)^*$ là

(A) 9. (B) 5. (C) 3. (D) 8.

Câu 7.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500 người, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 10 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Nếu tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%, số người mắc bệnh sau 3 tuần là bao nhiêu (kết quả lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 34.14. (B) 54.95. (C) 59.61. (D) 34.33.

Câu 8.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử rằng những người đã phục hồi sau khi nhiễm bệnh vẫn có thể nhiễm bệnh trở lại giống như người chưa từng nhiễm bệnh nếu họ tiếp xúc người bệnh. Khi đó mô hình liên tục nào dưới đây là mô hình SIR điều chỉnh phù hợp với giả định trên?

(A) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta\gamma SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\beta SI + \gamma I, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -\dfrac{\beta}{\gamma} SI, \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I. \end{cases}$

Câu 9.

Xét mô hình SIR liên tục. Xét ***hệ tuyến tính hóa*** như trong *Câu hỏi 17*, số người nhiễm bệnh sẽ tăng theo tốc độ hàm mũ khi nào?

(A) $R_0 := \dfrac{\beta}{\gamma} < 1$. (B) $R_0 := \dfrac{\beta N}{\gamma} < 1$. (C) $R_0 := \dfrac{\beta}{\gamma} > 1$. (D) $R_0 := \dfrac{\beta N}{\gamma} > 1$.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Câu 10.

Ngôn ngữ nào sau đây là chính quy

(I) $\{a^n b^{2m} | m, n \geq 0\}$. (II) $\{a^n b^m | n = 2m\}$. (III) $\{a^n b^m | m \neq n\}$. (IV) $\{xcy | x, y \in \{a, b\}^*\}$?

(A) Chỉ (I) và (IV). (B) Chỉ (I). (C) Chỉ (I) và (III). (D) Chỉ (IV).

Câu 11.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian hồi phục của một người từ khi nhiễm bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 3 tuần và 5 ngày. Sau một tuần, có tất cả 14 trường hợp mới mắc bệnh. Hỏi có bao nhiêu người nhiễm bệnh ở tuần trước đó?

(A) 35. (B) 25. (C) 40. (D) 52.

Câu 12.

Với ngôn ngữ $L = \{ab, aa, baa\}$, thì chuỗi nào sau đây thuộc vào L^*?

(1) *abaabaaabaa* (2) *aaaabaaaa* (3) *baaaaabaaaab* (4) *baaaabaa*

(A) Các chuỗi (1), (2) và (4). (B) Các chuỗi (2), (3) và (4).
(C) Các chuỗi (1), (2) và (3). (D) Các chuỗi (1), (3) và (4).

Câu 13.

Cho hai hàm số thực f và g phụ thuộc vào hai biến $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi (x_*, y_*) là nghiệm của các phương trình $f(x, y) = g(x, y) = 0$. Sự ***tuyến tính hóa hệ động lực***

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x, y), \\ \dfrac{dy}{dt} = g(x, y) \end{cases}$$

xung quanh điểm (x_*, y_*) cho bởi hệ động lực tuyến tính

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_x(x_*, y_*)x + f_y(x_*, y_*)y, \\ \dfrac{dy}{dt} = g_x(x_*, y_*)x + g_y(x_*, y_*)y, \end{cases}$$

trong đó f_x là đạo hàm riêng của hàm f theo biến x. Xét hệ tuyến tính hóa cho hệ SIR liên tục (chỉ xét hai phương trình cho S và I) xung quanh điểm $(S(0), I(0)) = (N, 0)$ với N là hằng số và là số dân, phương trình nào sau đây là sự tuyến tính hóa cho hàm I?

(A) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N - \gamma)I$. (B) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NI - \gamma S$. (C) $\dfrac{dI}{dt} = (\beta N + \gamma)I$. (D) $\dfrac{dI}{dt} = \beta NS + \gamma I$.

Câu 14.

Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) Mọi tập con hữu hạn của một ngôn ngữ không chính quy sẽ là một ngôn ngữ chính quy.
(B) Hợp của hai ngôn ngữ không chính quy luôn là một ngôn ngữ không chính quy.
(C) Mọi tập con của một ngôn ngữ chính quy cũng là một ngôn ngữ chính quy.
(D) Hợp vô hạn của các ngôn ngữ hữu hạn luôn là ngôn ngữ chính quy.

Câu 15.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên ghi nhận chỉ có 7 người nhiễm bệnh và chưa có ca phục hồi. Giả sử tỷ lệ khỏi bệnh là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là một hằng số nào đó chưa biết. Nếu sau một tuần, số người mắc bệnh là 12, tỷ lệ bệnh lây lan sẽ là bao nhiêu (kết quả lấy đến 4 vị trí sau dấu thập phân)?

(A) 0.0015. (B) 0.0026. (C) 0.0032. (D) 0.0014.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Câu 16.

Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử số dân là 500, trong đó ở thời điểm đầu tiên, có 10 người nhiễm bệnh và không có ca hồi phục. Giả sử tỷ lệ hồi phục là 60% và tỷ lệ bệnh lây lan là 0.3%. Hỏi số người có nguy cơ mắc bệnh sau 2 tuần là bao nhiêu (lấy đến 2 vị trí sau dấu thập phân) nếu giả sử người đã phục hồi vẫn có thể mắc bệnh lại như người chưa từng mắc bệnh nếu họ tiếp xúc với người nhiễm bệnh?

(A) 360.25. (B) 455.24. (C) 465.51. (D) 503.33.

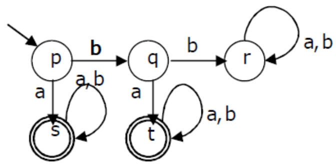
Câu 17.

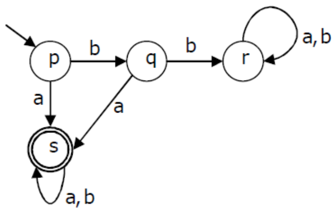
Xét mô hình SIR liên tục. Điều nào sau đây là đúng?

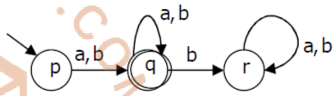
(A) $R(t) = R(0) + \frac{\gamma}{\beta}\ln\frac{S(0)}{S(t)}$.
(B) $R(t) = R(0) + \frac{\gamma}{\beta}\ln\frac{S(t)}{S(0)}$.
(C) $I(t) = I(0) + \frac{\gamma}{\beta}\ln\frac{S(0)}{S(t)}$.
(D) $I(t) = I(0) + \frac{\gamma}{\beta}\ln\frac{S(t)}{S(0)}$.

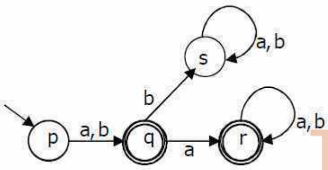
Câu 18.

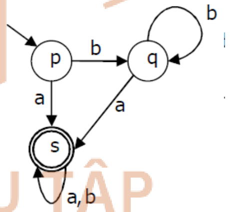
Đối với DFA trên bảng chữ cái $\{a, b\}$ cho bởi hình bên thì DFA nào sau đây là DFA tối tiểu thu gọn tương ứng với nó?



(A)


(B)


(C)


(D)


BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Câu 19.

Xét mô hình SIR liên tục. Trạng thái (S, I, R) được gọi là ***trạng thái cân bằng*** của hệ SIR nếu

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} = 0, \forall t \geq 0.$$

Khẳng định nào sau đây là chính xác nhất?

(A) Mô hình SIR không có trạng thái cân bằng.
(B) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không còn người trong nhóm có nguy cơ.
(C) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng ở tại thời điểm có một vài trường hợp mắc bệnh.
(D) Mô hình SIR đạt trạng thái cân bằng khi không có người mắc bệnh.

Câu 20.

Ngôn ngữ nào sau đây trên bảng chữ cái $\{0, 1\}$ mô tả biểu thức chính quy $(0+1)^*0(0+1)^*0(0+1)^*$?

(A) Tập tất cả các chuỗi chứa ít nhất hai kí tự 0.
(B) Tập tất cả các chuỗi chứa nhiều nhất hai kí tự 0.
(C) Tập tất cả các chuỗi chứa chuỗi con 00.
(D) Tập tất cả các chuỗi có kí tự đầu tiên và cuối cùng đều là 0 hoặc 1.

BACHKHOACNCP.COM

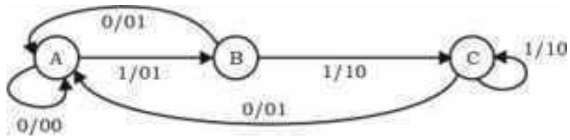
Câu 21.

Xét mô hình SIR liên tục. Nghiệm chính xác của I trong ***hệ tuyến tính hóa*** cho bởi *Câu hỏi 17* là nghiệm nào dưới đây?

(A) $I(t) = I(0)e^{(\beta N+\gamma)t}$.
(B) $I(t) = I(0)e^{(\beta N-\gamma)t}$.
(C) $I(t) = I(0)S(0)e^{(\beta N-\gamma)t}$.
(D) $I(t) = I(0)e^{-(\beta N-\gamma)t}$.

Câu 22.

Automata hữu hạn sau đây mô tả sơ đồ trạng thái trong đó A là trạng thái khởi đầu, mỗi cạnh được gán nhãn x/y với x chỉ cho 1-bit đầu vào và y chỉ cho 2-bit đầu ra. Khi đó,



(A) Đầu ra là tổng của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.
(B) Đầu ra là 00 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 10.
(C) Đầu ra là 01 bất cứ khi nào chuỗi đầu vào chứa chuỗi con 11.
(D) Đầu ra là tích của các bit đầu vào của trạng thái hiện tại và trạng thái trước.

Câu 23.

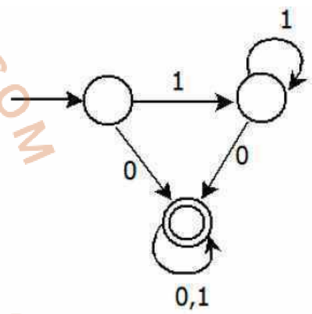
Xét mô hình SIR rời rạc. Giả sử thời gian phục hồi của một người từ khi mắc bệnh cho đến khi khỏi bệnh đúng bằng 2 tuần và 6 ngày. Hỏi mỗi tuần có bao nhiêu phần trăm người khỏi bệnh từ nhóm người nhiễm bệnh?

(A) 35%.
(B) 5%.
(C) 15%.
(D) 25%.

Câu 24.

Đối với DFA cho bởi hình bên thì khẳng định nào sau đây sai?

1. $L(A)$ là một ngôn ngữ chính quy.
2. $L(A) = L((11^*0+0)(0+1)^*0^*1^*)$.
3. Đây là một DFA tối tiểu.
4. DFA này chỉ chấp nhận các chuỗi trên $\{0,1\}$ với độ dài ít nhất là 2.



BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

(A) Chỉ 3 và 4 sai.
(B) Chỉ 2 và 3 sai.
(C) Chỉ 2 và 4 sai.
(D) Chỉ 1 và 3 sai.

Câu 25.

Xét mô hình SIR liên tục. Giả sử số ca nhiễm mới mỗi tuần là một biến ngẫu nhiên liên tục gọi là X. Giả sử X có phân phối Gamma (α, β), với hàm tích lũy xác suất cho bởi

$$P(X \le x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \beta^\alpha y^{\alpha-1} e^{-\beta y}\, dy$$

trong đó $\alpha, \beta, x > 0$ và $\Gamma(\alpha)$ là hàm Gamma, có tính chất nếu α là số nguyên dương thì

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!.$$

Cho $\alpha = 2$ và $\beta = 1$, xác suất sao cho có từ 6 đến 8 ca nhiễm mới mỗi tuần xấp xỉ là bao nhiêu?

(A) 0.005.
(B) 0.014.
(C) 0.1.
(D) 0.24.

BACHKHOACNCP.COM