GIẢI THUẬT TÌM KIẾM CỤC BỘ GIẢI BÀI TOÁN NGƯỜI DU LỊCH

LOCAL SEARCH ALGORITHM FOR SOLVING TRAVELING SALESMAN PROBLEM

Võ Khánh Trung
Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Đặng Đại Thọ
Trường Cao đẳng Công nghệ Thông tin

TÓM TẮT

Bài toán người du lịch là một bài toán tối ưu hóa tổ hợp: Tìm hành trình ngắn nhất cho người du lịch, đi qua n thành phố khác nhau, mỗi thành phố đúng một lần và quay về nơi xuất phát. Bài toán này thuộc lớp NP-khó, được nghiên cứu chuyên sâu trong lĩnh vực tối ưu hóa và lý thuyết khoa học máy tính. Hiện nay chưa có giải thuật chính xác nào để giải bài quyết bài toán này trong trường hợp tổng quát. Vì vậy, các giải thuật gần đúng đặc biệt được quan tâm. Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất một giải thuật tìm kiếm cục bộ mới để giải bài toán người du lịch. Giải thuật đã được cài đặt, thử nghiệm trên bộ dữ liệu chuẩn lấy từ TSPLIB và thu được những kết quả khá tốt.

Từ khóa: bài toán người du lịch, NP-khó, giải thuật meta-heuristic, tìm kiếm cục bộ

ABSTRACT

The Travelling Salesman Problem (TSP) is an NP-hard problem in combinatorial optimization studied in operations research and theoretical computer science. The goal of the travelling salesman is to find a cycle in a complete weighted graph, which goes through all its vertices and its cost is minimal. Hower, there are not exact algorithms to solve it in general case. Therefore, heuristic and approximation algorithms are especially interested. This paper proposes new local search algorithm for solving traveling salesman problem.

Keywords: travelling salesman problem (TSP), NP-hard problem, meta-heuristic algorithm, local search

1. Đặt vấn đề

Bài toán người du lịch là một bài toán tối ưu hóa tổ hợp thuộc lớp NP-khó, được giới thiệu lần đầu tiên vào năm 1930. Đây là một trong những bài toán được nghiên cứu chuyên sâu trong tối ưu hóa và lý thuyết khoa học máy tính.

Bài toán được phát biểu dưới dạng đồ thị như sau: Cho đồ thị vô hướng có trọng số G = (V, E, C), gọi n là số đỉnh của đồ thị, hãy tìm chu trình $s = v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_n \to v_1$ sao cho:

- Mỗi đỉnh chỉ xuất hiện 1 lần $v_i \neq v_j \forall i \neq j$
- Tổng trọng số của hành trình $Cost(s) = \sum_{i=1}^{n-1} c_{v_i, v_{i+1}} + c_{v_n, v_1}$ là nhỏ nhất.

Cho đến nay, chưa có giải thuật chính xác để giải bài toán này trong trường hợp tổng quát. Vì vậy, các giải thuật gần đúng đặc biệt được quan tâm. Nghiên cứu này đề xuất giải thuật meta-heuristic sử dụng ý tưởng tìm kiếm địa phương để giải bài toán. Giải thuật đã được thử nghiệm trên 25 bộ dữ liệu chuẩn lấy từ TSPLIP, kết quả thực nghiệm được so sánh với kết quả tối ưu của các bộ dữ liệu chuẩn này.

2. Các nghiên cứu liên quan

Các kỹ thuật để giải bài toán người du lịch được chia làm hai dạng là giải thuật chính xác và giải thuật gần đúng.

Giải thuật chính xác đơn giản nhất là giải thuật vét cạn có độ phức tạp O(n!). Do đó, giải thuật này chỉ giải quyết được bài toán với số đỉnh không quá 20. Một hướng tiếp cận lời giải chính xác khác là quy hoạch động được Held-Karp áp dụng và thu được giải thuật với độ phức tạp $O(n^2.2^n)$. Năm 2003, Woeginger đã chứng

BACHKHOACNCP.COM

minh tồn tại giải thuật chính xác có độ phức tạp $O(1.9999^n)$ giải bài toán người du lịch [3].

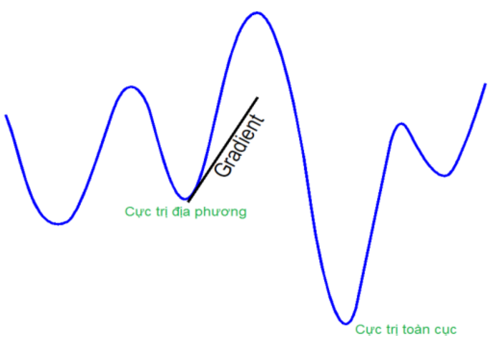
Để giải quyết bài toán người du lịch với số đỉnh lớn trong thời gian cho phép, hướng tiếp cận giải thuật gần đúng được đặc biệt được quan tâm. Giải thuật hàng xóm gần nhất (xuất phát từ một đỉnh, luôn đi đến hàng xóm gần nó nhất chưa được thăm cho đến khi đã thăm hết tất cả các đỉnh) nhanh chóng tìm được một tuyến đường khá tốt. Giải thuật hàng xóm gần nhất là giải thuật xấp xỉ với tỷ lệ $\Theta(\log n)$ [5]. Các giải thuật xấp xỉ khác để giải bài toán người du lịch có thể kể đến giải thuật tiếp cận dựa trên cây khung nhỏ nhất với tỷ lệ xấp xỉ 2, giải thuật Christofides [10] với tỷ lệ là 1.5 trên đồ thị có trọng số thỏa mãn bất đẳng thức tam giác.

3. Đề xuất giải thuật

Ý tưởng của giải thuật là sử dụng tìm kiếm cục bộ.

Trước khi bắt đầu trình bày về thuật toán, chúng tôi xin trình bày một số khái niệm, thuật ngữ được sửa dụng trong giải thuật:

- S là tập các lời giải của bài toán.
- N(s) là lời giải hàng xóm của s.
- *f(s)* là hàm lượng giá lời giải s.
- *Lời giải hàng xóm*: s_0 là hàng xóm của s nếu từ s, thông qua một số phép di chuyển (ngẫu nhiên, có định hướng, heuristic) có thể đến được s_0.



Hình 1: *Cực trị địa phương và cực trị toàn cục*

- *Cực trị địa phương*: Cho $U \subset R^n$ là tập mở và: f: $U \rightarrow R^n$, f đạt cực trị địa phương tại s $\in U$ nếu có lân cận V của s ($V \subset U$) sao cho:
  - $f(t) \geq f(s)\ \forall\ t \in V$

Giải thuật cục bộ có thể tóm tắt như sau: Xuất phát từ một lời giải ứng cử viên, thực hiện các bước lặp: mỗi bước di chuyển đến một lời giải hàng xóm tốt hơn lời giải hiện tại (mỗi lời giải sẽ có một hoặc nhiều lời giải hàng xóm).

Quá trình tìm kiếm cục bộ kết thúc khi nào? Có thể dựa trên ràng buộc về mặt thời gian, một trong những lựa chọn phổ biến là kết thúc quá trình tìm kiếm nếu sau một số bước lặp mà không tìm được lời giải tốt hơn. Giải thuật tìm kiếm cục bộ luôn trả về một lời giải hợp lệ dù nó bị dừng ở bất kỳ thời điểm nào.

Dưới đây là mã giả của giải thuật tìm kiếm cục bộ:

```
Khởi tạo một lời giải s0∈ S
while (true)  do
  found ← false
   for (s  ∈ N(s)) do
       if (f(s) < f(s0)) then
              s0 ← s
           found ← true
        end if
    end for
    if (not found) then
         exit;
    end if
end while
```

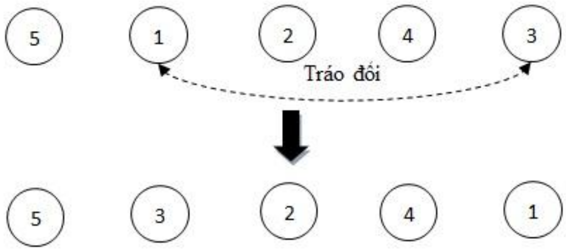
Để áp dụng giải thuật tìm kiếm cục bộ giải bài toán người du lịch, chúng tôi biểu diễn mỗi lời giải s là một hoán vị của n số tự nhiên đầu tiên 1, 2, …n. Chẳng hạn, lời giải của bài toán người du lịch với 6 đỉnh được biểu diễn bằng hoán vị {1, 3, 2, 5, 4, 6} thì chu trình mà người du lịch sẽ đi là $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 1$.

Hàm lượng giá *f(s)* là chi phí người du lịch phải trả cho hành trình của mình. Vấn đề then chốt của giải thuật tìm kiếm cục bộ là giải thuật tìm các lời giải hàng xóm của lời giải s. Nếu giải thuật này có độ phức tạp lớn, hoặc không tổng quát (tìm ra các lời giải hàng xóm giống nhau) thì giải thuật tìm kiếm cục bộ sẽ kém hiệu quả.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP
BACHKHOACNCP.COM

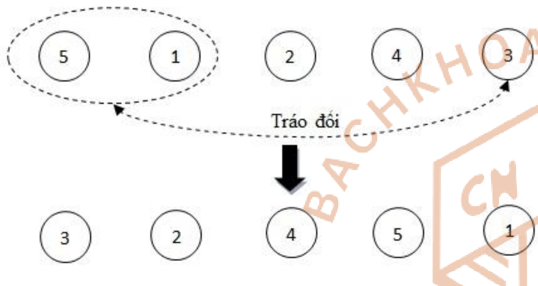
Dưới đây chúng tôi đề xuất một số phương pháp tìm lời giải hàng xóm một cách nhanh chóng và hiệu quả:

Cách thứ nhất: Tráo đổi 2 vị trí ngẫu nhiên trong hoán vị s



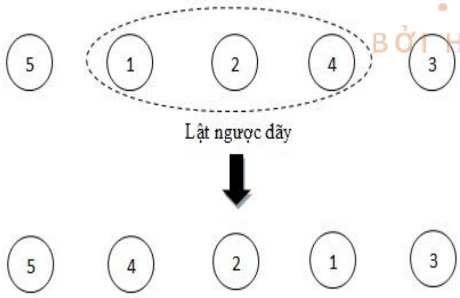
Hình 2: *Tráo đổi 2 vị trí trong hoán vị*

Cách thứ hai: Tráo đổi 2 dãy số ngẫu nhiên trong hoán vị s



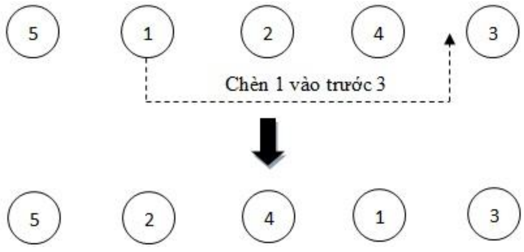
Hình 3: *tráo đổi 2 dãy trong hoán vị*

Cách thứ ba: Chọn ngẫu nhiên một dãy số liên tiếp trong s và lật ngược dãy này



Hình 4: *Lật ngược một dãy số liên tiếp ngẫu nhiên trong s*

Cách thứ tư: Chọn ngẫu nhiên một vị trí trong dãy, và di chuyển nó đến một vị trí mới



Hình 5: *Di chuyển một vị trí trong s đến một vị trí mới*

Nhận xét:

- Giải thuật tìm kiếm cục bộ có thể nhanh chóng hội tụ đến cực trị địa phương, khi đó giải thuật sẽ không trả về được lời giải tốt nhất.

- Trên đồ thị lớn, nếu sinh ra một lời giải khá tồi thì sẽ phải lặp rất nhiều bước để đến được cực trị địa phương. Nếu quá trình tìm kiếm cục bộ kết thúc do giới hạn thời gian mà vẫn chưa hội tụ đến cực trị địa phương thì lời giải trả về sẽ không tốt.

Sau đây là một số đề xuất của chúng tôi để giải quyết những vấn đề nêu trên:

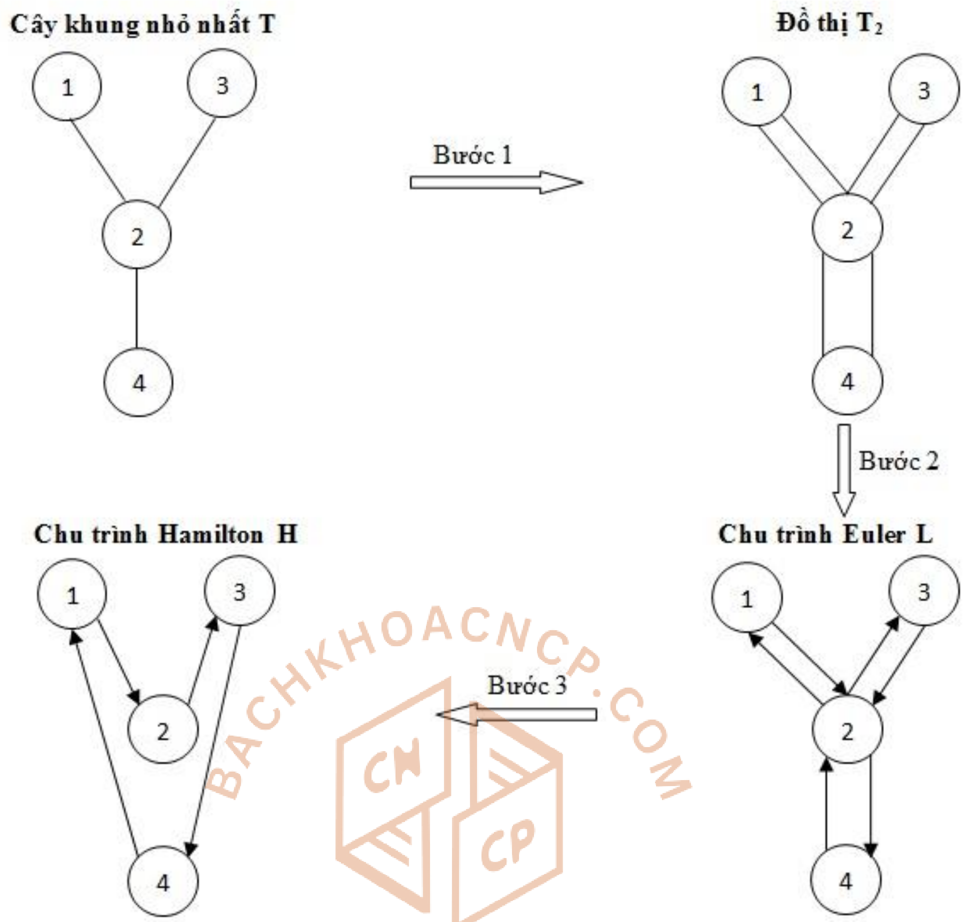
- Thay vì chỉ tìm kiếm cục bộ một lần, tiến hành tìm kiếm cục bộ k lần trên k lời giải được sinh ngẫu nhiên và chọn ra lời giải tốt nhất trong k cực trị địa phương.

- Trong k lần tìm kiếm cục bộ, sẽ có một lần tìm kiếm đặc biệt với lời giải khởi tạo s_0 là khá tốt.

Chúng tôi sử dụng giải thuật xấp xỉ tỷ lệ 2 dựa trên bài toán cây khung nhỏ nhất **Error! Reference source not found.** để tìm một lời giải s_0 khá tốt:

Trước hết cần tìm cây khung nhỏ nhất T = (V, E_1) của đồ thị G. Gọi T_2 là đồ thị nhận được từ cây khung T bằng cách nhân đôi các cạnh trên cây khung T, ta có T_2 = (V, E_2) là đa đồ thị có tất cả các đỉnh đều là bậc chẵn, suy ra T_2 tồn tại chu trình Euler. Tìm chu trình Euler L = (V, E_2) trên đồ thị T_2, cuối cùng đi qua lần lượt các đỉnh trên chu trình Euler L, chỉ lấy lần đầu tiên xuất hiện của mỗi đỉnh sẽ nhận được lời giải cho bài toán người du lịch với tỷ lệ xấp xỉ 2.

BACHKHOACNCP.COM



Hình 6: *Minh họa giải thuật xấp xỉ tỷ lệ 2 giải bài toán người du lịch*

Với ví dụ minh họa trên, chu trình Euler là $L = 1 \to 2 \to 3 \to 2 \to 4 \to 2 \to 1$

Chỉ giữ lại lần đầu tiên xuất hiện của các đỉnh trên chu trình L, ta có chu trình Hamilton như sau: $H = 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$.

Chứng minh:

Giả sử đường đi Euler có dạng $L = v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_m$, và chu trình Hamilton $H = v_{i_1} \to v_{i_2} \to \ldots \to v_{i_n}$

Với bất kỳ 2 đỉnh i, j liên tiếp trên chu trình H, gọi $a_1, a_2, \ldots, a_k$ là các đỉnh nằm giữa 2 đỉnh i, j trên chu trình Euler L, ta có:

$c_{ia_2} < c_{ia_1} + c_{a_1a_2}$ (Trọng số các cạnh thỏa mãn bất đẳng thức tam giác)

$$c_{ia_3} < c_{ia_2} + c_{a_2a_3}$$

…………………………..

$$c_{ij} < c_{ia_k} + c_{a_kj}$$

Suy ra $Cost(H) < Cost(L) < 2 * Cost(T)$

$$\Rightarrow \frac{Cost(H)}{Cost(T)} < 2$$

Mặt khác, giải thuật tìm cây khung nhỏ nhất là giải thuật chính xác. Từ đó suy ra kết quả của giải thuật xấp xỉ không quá 2 lần kết quả tối ưu. Hay giải thuật trên là giải thuật xấp xỉ với tỷ lệ 2.

Dưới đây là mã giả của giải thuật đề xuất:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BACHKHOACNCP.COM

```
program SolingTheTravallingSalesmanProblem
        k ←số lần sử dụng tìm kiếm cục bộ
    solution1 ←lời giải xấp xỉ tỷ lệ là 2 cho TSP
    for i ←2 to k do
            solutioni ←sinh lời giải ngẫu nhiên cho TSP
    end for
    for i ←1 to k do
            s0 ←solutioni// Khởi tạo lời giải ban đầu
        while (true) do
            found ←false
                for sT ←N(s0)do
                    if ( f(s0) > f(sT) ) then
                found ←true
                        s0 ← sT
                        end if
                end for
            if (not found) then
                break
            end if
            end while
        if ( f(s_best) > f(s0) )then
            best ←s0
        end if
    end for
    return best
end program
```

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP
BACHKHOACNCP.COM

4. Thực nghiệm

4.1. Dữ liệu thực nghiệm

Dữ liệu thử nghiệm là các bộ dữ liệu chuẩn được lấy từ thư viện TSPLIB, ở địa chỉ http://www.iwr.uni-eidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/tsp/. Các đỉnh được mô tả bằng các điểm trên mặt phẳng, trọng số giữa các đỉnh là khoảng cách Euclid giữa chúng. Kích thước của bộ dữ liệu nhỏ nhất là 51 đỉnh và lớn nhất là 299 đỉnh. Các bộ dữ liệu đều cung cấp kết quả tối ưu để so sánh với kết quả tìm được bởi giải thuật đề xuất.

4.2. Thiết lập hệ thống

Chương trình cài đặt giải thuật đề xuất sử dụng ngôn ngữ lập trình Java, được thiết lập chạy 5 lần trên mỗi bộ dữ liệu và lấy kết quả tốt nhất. Máy tính sử dụng có cấu hình Intel Core 2 Duo T6400 2GHz, 4Gb RAM.

4.3. Kết quả thực nghiệm

Kết quả thực nghiệm được thống kê dưới bảng sau (*kết quả được làm tròn thành số nguyên*):

BACHKHOACNCP.COM

Index	Instance	N	Best Solution	Solution	Gap
1	Eil51	51	426	437	2.58216
2	Eil76	76	538	556	3.345725
3	Pr76	76	108159	110972	2.600801
4	Rat99	99	1211	1277	5.450041
5	KroA100	100	21282	22235	4.477963
6	KroB100	100	22141	22806	3.003478
7	Rd100	100	7910	8220	3.91909
8	Eil101	101	629	649	3.17965
9	Lin105	105	14379	14775	2.754016
10	Pr107	107	44303	45449	2.586732
11	Pr124	124	59030	60759	2.929019
12	Bier127	127	118282	121390	2.627619
13	Ch130	130	6110	6382	4.451718
14	Pr136	136	96772	102357	5.771297
15	Pr144	144	58537	59934	2.386525
16	Ch150	150	6528	6854	4.993873
17	KroA150	150	26524	27888	5.142512
18	Pr152	152	73682	76235	3.46489
19	Rat195	195	2323	2446	5.294877
20	D198	198	15780	16300	3.295311
21	KroA200	200	29368	31063	5.771588
22	KroB200	200	29437	31110	5.683324
23	Pr226	226	80369	82501	2.652764
24	Pr264	264	49135	51093	3.984939
25	Pr299	299	48191	51076	5.986595

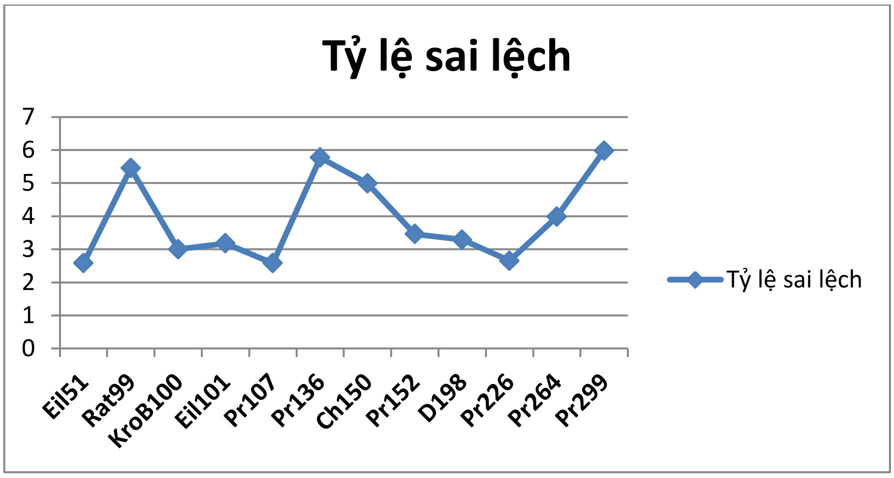
Bảng 1: *Kết quả giải thuật đề xuất giải bài toán người du lịch*

Chú thích:

- Index: Chỉ số của bộ dữ liệu
- Instance: Tên của bộ dữ liệu
- N: Số lượng đỉnh
- Best Solution: Kết quả tối ưu của bộ dữ liệu
- Solution: Kết quả tìm được bởi giải thuật đề xuất

BACHKHOACNCP.COM

- Gap: Sai lệch của kết quả tìm được so với kết quả tối ưu, được tính theo công thức: $gap = 100 * \frac{(s - s^*)}{s^*}\%$ trong đó s là kết quả tìm được, s* là kết quả tối ưu



***Hình 7**: Biểu đồ tỷ lệ sai lệch giữa kết quả tìm được và kết quả tối ưu (đơn vị: %)*

Thực nghiệm cho thấy giải thuật đề xuất tìm được lời giải cho bài toán người du lịch với thời gian thực hiện khá nhanh. Kết quả tìm sai lệch không quá 6% so với lời giải tối ưu, và trung bình sai lệch là 3.9%.

5. Kết luận

Trong bài báo này chúng tôi đã đề xuất một giải thuật meta-heuristic để giải bài toán người du lịch dựa trên tìm kiếm cục bộ. Giải thuật được thiết kế với những bước di chuyển lời giải ngẫu nhiên, không quá phức tạp để cài đặt.

Kết quả thực nghiệm cho thấy thời gian thực hiện giải thuật khá nhanh. Kết quả tìm được khá tốt với sai số không quá 6% và trung bình sai lệch là 3.9% so với kết quả tối ưu trên bộ dữ liệu chuẩn. Vì thế, chúng ta có thể áp dụng giải thuật đề xuất để giải bài toán người du lịch có kích thước lớn trong thời gian cho phép mà vẫn nhận được kết quả khá tốt.

Trong tương lai, chúng tôi tiếp tục thực hiện cải tiến giải thuật nay để thu được kết quả tốt hơn.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] R. Bellman, "Combinatorial processes and dynamic programming", in: Combinatorial Analysis (R. Bellman and M. Hall, Jr., eds.), American Mathematical Society, pp. 217-249.

[2] Woeginger, G.J. (2003), "Exact Algorithms for NP-Hard Problems: A Survey", Combinatorial Optimization – Eureka, You Shrink! Lecture notes in computer science, vol. 2570, Springer, pp. 185–207.

[3] Applegate, D. L.; Bixby, R. M.; Chvátal, V.; Cook, W. J. (2006), TheTraveling Salesman Problem, ISBN 0-691-12993-2.

[4] Avriel, Mordecai (2003). Nonlinear Programming: Analysis and Methods. Dover Publications. ISBN 0-486-43227-0

[5] P. Chundi and D. J. Rosenkrantz, Efficient Algorithms for Segmentation of Item-Set Time Series, Data Mining, An Analysis of Several Heuristics for the Traveling Salesman Problem, SIAM Journal on Computing, 6, 3, Sept. 1977, 563-581.

[6] Johnson, D.S. and McGeoch, L.A.."The traveling salesman problem: A case study in local optimization", Local search in combinatorial optimization, 1997, 215-310

[7] S. S. Ray, S. Bandyopadhyay and S. K. Pal, "Genetic Operators for Combinatorial Optimization in TSP and Microarray Gene Ordering", Applied Intelligence, 2007, 26(3). pp. 183-195.

[8] A. B. Kahng and S. Reda, "Match Twice and Stitch: A New TSP Tour Construction Heuristic", Operations Research Letters, 2004, 32(6). pp. 499–509.

[9] AARTS, E.H.L., AND J.K. LENSTRA (eds.) [1997], Local Search in Combinatorial Optimization, Wiley.

[10] N. Christofides, Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem, Report 388, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University, 1976

[11] Matthias Englert, Heiko Roglin, and Berthold Vocking. Worst case and probabilistic analysis of the 2-Opt algorithm for the TSP. InProc. of the 18th Ann. ACM-SIAM Symp. On Discrete Algorithms (SODA), pages 1295–1304. SIAM, 2007

[12] Mohammad Ahmadvand, Majid Yousefikhoshbakht, Narges Mahmoodi Darani. Solving the Traveling Salesman Problem by an Efficient Hybrid Metaheuristic Algorithm, Article 7, Volume 3, Number 3, Summer 2012, Page 75-84, 2012

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM