

LEC 2. GIỚI HẠN

VI TÍCH PHẦN 1C
HK1, 2017-2018
GV NGUYỄN VĂN THÙY
nvthuy@hcmus.edu.vn

GIỚI HẠN

- Định nghĩa 1 (ngôn ngữ epsilon-delta)
- Định nghĩa 2 (ngôn ngữ dãy)
- 7 dạng vô định

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thùy, University of Science

2

GIỚI HẠN KHÔNG TỒN TẠI

- Cách chứng minh

1) Chứng minh giới hạn sau không tồn tại

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thùy, University of Science

3

BÀI TẬP

2) Chứng minh không tồn tại các giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{2}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos x$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thùy, University of Science

4

TÍNH CHẤT

- Giới hạn của tổng, hiệu, tích, thương, lũy thừa

1) Nếu

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 8}{x - 1} = 10$$

Tìm

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thùy, University of Science

5

TÍNH CHẤT

2) Nếu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 5$$

Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thùy, University of Science

6

TÍNH CHẤT

3) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\frac{2x}{x+1}}$$

4) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2}{2x^2 + 1} \right)^{x^2}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

7

GIỚI HẠN MỘT PHÍA

• Định lý 1

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

• Ví dụ

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x-1|}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

8

BÀI TẬP

1) Tính

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x + 12}{|x + 6|}$$

2) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0.5^-} \frac{2x - 1}{|2x^3 - x^2|}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

9

BÀI TẬP

3) Tính

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - |x|}{2 + x}$$

4) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

10

BÀI TẬP

5) Tính

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \llbracket x \rrbracket$$

6) Tính

$$\lim_{x \rightarrow -1} \llbracket x \rrbracket$$

7) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 3.2} \llbracket x \rrbracket$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

11

BÀI TẬP

8) Nếu n là số nguyên, tính

$$\lim_{x \rightarrow n^-} \llbracket x \rrbracket ; \lim_{x \rightarrow n^+} \llbracket x \rrbracket$$

9) Tìm a để tồn tại

$$\lim_{x \rightarrow a} \llbracket x \rrbracket$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

12

BÀI TẬP

10) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

13

BÀI TẬP

11) Tính

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}$$

12) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

14

ĐỊNH LÝ KẸP

• Định lý 2: Nếu

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x), a - \varepsilon < x < a + \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

thì

$$\exists \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

15

ĐỊNH LÝ KẸP

1) Nếu $4x - 9 \leq f(x) \leq x^2 - 4x + 7, x \geq 0$

Tính

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

2) Chứng minh

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos \frac{2}{x} = 0$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

16

ĐỊNH LÝ KẸP

3) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} e^{\sin(\pi/x)}$$

4) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} \right)$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

17

BÀI TẬP

5) [C1, 2015-2016]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos 2x}{x + \sin 3x}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

18

GIỚI HẠN CƠ BẢN 1

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$$

• Ví dụ. Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

19

BÀI TẬP

1) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$$

2) [C1, 2015-2016]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(1/x)}{\sin x}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

20

BÀI TẬP

3) [C1, 2014-2015]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cos 5x}{x^2} \right)$$

4) [C1, 2013-2014]

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sin\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 1}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

21

BÀI TẬP

5) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2}$$

6) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

22

GIỚI HẠN CƠ BẢN 2

$$\lim_{u \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{u} \right)^u = e = \lim_{u \rightarrow 0} (1 + u)^{\frac{1}{u}}$$

• Ví dụ. Tính

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 1}{x^2 - 1} \right)^{x+1}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

23

BÀI TẬP

1) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+1}$$

2) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

24

BÀI TẬP

3) Tính

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$$

4) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

25

BÀI TẬP

5) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$$

6) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

26