

VÔ CÙNG BÉ. HÀM LIÊN TỤC

LEC 3, VI TÍCH PHẦN 1C
HK1, 2017-2018

CÁC KHÁI NIỆM

- $\alpha(x)$: VCB $(x \rightarrow a)$ nếu

$$\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$$
- Ví dụ

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

2

SO SÁNH HAI VCB

- Giả sử

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = L$$

- Nếu $L = 0$: $\alpha(x)$ được gọi là VCB cấp cao hơn $\beta(x)$, ký hiệu $\alpha(x) = O(\beta(x))$
- Nếu $L \neq 0$, hữu hạn: $\alpha(x), \beta(x)$ được gọi là 2 VCB cùng cấp

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

3

CÁC KHÁI NIỆM

- Nếu $L = 1$: $\alpha(x)$ và $\beta(x)$ được gọi là hai VCB tương đương, ký hiệu $\alpha(x) \sim \beta(x)$
- Ví dụ: $\alpha(x) = 1 - \cos x, \beta(x) = x^2$
- $\sin x \sim x \quad (x \rightarrow 0)$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

4

CÁC VCB TƯƠNG ĐƯƠNG

khi $u \rightarrow 0$ thì

$$\sin u \sim u$$

$$1 - \cos u \sim \frac{u^2}{2}$$

$$\tan u \sim u$$

$$e^u - 1 \sim u$$

$$\arcsin u \sim u$$

$$\arctan u \sim u$$

$$\ln(1 + u) \sim u$$

$$\sqrt[n]{1 + u} - 1 \sim \frac{u}{n}$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

5

TÍNH CHẤT

- 1) Phản xạ
- 2) bắc cầu
- 3) Tổng hai VCB khác cấp
- 4) Tích, lũy thừa
- 5) Thay thế tử và mẫu bởi các VCB tương đương
- 6) Quy tắc ngắt bỏ VCB cấp cao

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

6

ỨNG DỤNG TÍNH GIỚI HẠN

1) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}$$

2) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^3 x + 2\arcsin^2 x + 3\arcsin x}{x^3 - 2x^2 + x}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

7

ỨNG DỤNG TÍNH GIỚI HẠN

3) Tính

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{x \sin x \tan^2 x}$$

4) Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \ln(1 + \tan^2 2x) + 2\arcsin^3 x}{1 - \cos x + \sin^2 x}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

8

HÀM LIÊN TỤC

- Định nghĩa
- Hàm f liên tục tại $x = a$ nếu và chỉ nếu

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} f(x) &= f(a) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \end{aligned}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

9

HÀM LIÊN TỤC

1) Tìm a để hàm số sau liên tục tại $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

10

HÀM LIÊN TỤC

2) Tìm a để hàm số sau liên tục tại $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{(x-1)^2}; & x \neq 1 \\ 2a + 1; & x = 1 \end{cases}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

11

HÀM LIÊN TỤC

3) Tìm a để hàm số sau liên tục tại $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x + \ln(1 + 2x)}{\sin x}; & -\frac{1}{2} < x < 0 \\ x^2 + \sin x + a; & x \geq 0 \end{cases}$$

a) $a = 0$ b) $a = 2$ c) $a = 1$ d) $a = 3$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

12

HÀM LIÊN TỤC

4) Tìm a để hàm số sau liên tục tại $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{(x-1)^3}; & x < 1 \\ \frac{3x^2 - 3x + a}{x^2 + 1}; & x \geq 1 \end{cases}$$

$a) a = \frac{\pi}{2} \quad b) a = -\frac{\pi}{2} \quad c) a = -\pi \quad d) a = \pi$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

13

HÀM LIÊN TỤC

- Định lý. Hàm sơ cấp thì liên tục trên miền xác định
- Ví dụ. Tìm a để hàm số sau liên tục trên \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x, & x < 2 \\ x^3 - ax, & x \geq 2 \end{cases}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

14

ĐIỂM GIÁN ĐOẠN

- Hàm số không liên tục tại $x = a$ thì $x = a$ được gọi là điểm gián đoạn
- Nếu hàm số gián đoạn tại $x = a$ và hai giới hạn một phía

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

tồn tại và hữu hạn, thì $x = a$ được gọi là điểm gián đoạn loại 1; ngược lại là loại 2

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

15

ĐIỂM GIÁN ĐOẠN

1) Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số

$$f(x) = \frac{x}{\sin x}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

16

ĐIỂM GIÁN ĐOẠN

2) Tìm và phân loại điểm gián đoạn

$$f(x) = \frac{1}{3 + e^{\frac{1}{x-2}}}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

17