

LEC 4. ĐẠO HÀM

VI TÍCH PHẦN 1C
HK1, 2017-2018
GV NGUYỄN VĂN THÙY
nvthuy@hcmus.edu.vn

REVIEW

- [Giữa kỳ, 2012-2013] Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(\sin^3 x)}{\tan^3 x + x^4}$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

2

REVIEW

- [Giữa kỳ, 2012-2013] Định nghĩa hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a^x - 1}{x}; & x \neq 0 \\ 1; & x = 0 \end{cases}$$

liên tục tại $x = 0$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

3

ĐỊNH NGHĨA

- Đạo hàm

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \end{aligned}$$

- Ý nghĩa hình học

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

4

BÀI TẬP

- 1) Tính $f'(2)$ với

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

- 2) Tính $f'(x)$ với $f(x) = \sin x$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

5

BÀI TẬP

- 3) [Giữa kỳ, 2012-2013] Tính $f'(0)$ với

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right); & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

Vi tích phần 1C, 2017-2018

Nguyen Van Thuy, University of Science

6

ĐẠO HÀM MỘT PHÍA

$$f'(a^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$f'(a^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$\exists f'(a) \Leftrightarrow f'(a^+) = f'(a^-)$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

7

BÀI TẬP

1) Tính $f'(0)$

$$f(x) = |x|$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

8

CÔNG THỨC

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; (\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$(\arctan u)' = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$(\operatorname{arccot} u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

9

TÍNH CHẤT

- Tổng, hiệu, tích, thương

$$(cf)' = cf' \quad (f+g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg' \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

10

BÀI TẬP

1) Tính y'

$$y = x^x$$

2) Tính y'

$$y = (\cos x)^x$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

11

ĐẠO HÀM HÀM ẨN

- Hàm số $y = y(x)$ xác định bởi $F(x; y) = 0$ được gọi là hàm ẩn
- Cách tính $y'(x)$: lấy đạo hàm 2 vế của đẳng thức xác định hàm ẩn

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

12

BÀI TẬP

1) Tính y'

$$e^{x/y} = x - y$$

2) Tính y'

$$\arctan(x^2 y) = x + xy^2$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

13

BÀI TẬP

3) Tìm $g'(0)$ biết

$$g(x) + x \sin g(x) = x^2$$

4) Tính y'

$$x^y = y^x$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

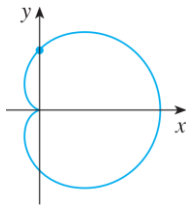
Nguyễn Văn Thuý, University of Science

14

BÀI TẬP

5) Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm $(0; 1/2)$

$$x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2 \quad (\text{cardioid})$$



Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

15

ĐẠO HÀM HÀM SỐ DẠNG THAM SỐ

• Hàm số $y = y(x)$ xác định bởi

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

• Tính y'

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

16

BÀI TẬP

1) Tính đạo hàm $y' = y'(x)$ tại $x_0 = \pi/3$ của hàm số $y = y(x)$ được cho bởi phương trình tham số

$$\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

17

BÀI TẬP

2) Tính đạo hàm $y' = y'(x)$ của hàm số $y = y(x)$ được cho bởi phương trình tham số

$$\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = 2t - 2\arctan t \end{cases}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thuý, University of Science

18

ĐẠO HÀM CẤP CAO

- $y^{(n)} = [y^{(n-1)}]'$

- Tính chất

$$(u \pm v)^{(n)} = u^{(n)} \pm v^{(n)}$$

$$(cu)^{(n)} = cu^{(n)}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thụy, University of Science

19

CÔNG THỨC

$$\left(\frac{1}{x+a}\right)^{(n)} = \frac{(-1)^n n!}{(x+a)^{n+1}}$$

$$(\sin ax)^{(n)} = a^n \sin\left(ax + n\frac{\pi}{2}\right)$$

$$(\cos ax)^{(n)} = a^n \cos\left(ax + n\frac{\pi}{2}\right)$$

$$(e^{ax})^{(n)} = a^n e^{ax}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thụy, University of Science

20

CÔNG THỨC LEIBNIZ

- Đạo hàm cấp n của tích

$$(uv)^{(n)} = \sum_{k=0}^n C_n^k u^{(k)} v^{(n-k)}$$



Gottfried Wilhelm (von) Leibniz
1646-1716

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thụy, University of Science

21

BÀI TẬP

- 1) Tính $y^{(n)}$

$$y = x^2 e^{-2x}$$

- 2) Tính $y^{(n)}$

$$y = (1 - x^2) \cos x$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thụy, University of Science

22

BÀI TẬP

- 3) [C1, 12-13] Tính $y^{(n)}$

$$y = x^4 \ln x$$

- 4) Tính $y^{(n)}$

$$y = \frac{3x+5}{x^2-4x+3}$$

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thụy, University of Science

23

VI PHÂN

- Vi phân cấp 1

$$dy = y'(x)dx$$

- Vi phân cấp n

$$d^n y = y^{(n)}(dx)^n$$

- Ý nghĩa hình học

Vi tích phân 1C, 2017-2018

Nguyễn Văn Thụy, University of Science

24

ỨNG DỤNG CỦA VI PHÂN

- Công thức tính gần đúng (Công thức xấp xỉ tuyến tính)

$$f(a+h) \approx f(a) + f'(a) \cdot h$$

- Ví dụ. Tính gần đúng $\sqrt{1,01}$

BÀI TẬP

- 1) [C1, 13-14] Tính gần đúng $\arctan(1,001)$, lấy $\pi \approx 3,14$

- 2) [C1, 12-13,GK] Tính xấp xỉ $\cos 29^\circ$, biết $\sqrt{3} \approx 1,7321$ và $\frac{\pi}{180} \approx 0,0175$