VI TÍCH PHÂN 1C

GV: CAO NGHI THỤC

EMAIL: cnthuc@hcmus.edu.vn

Nội dung

Tài liệu tham khảo

[1] *Giáo trình Vi tích phân 1C,* Bộ môn Giải tích, Đại học Khoa học Tự nhiên, Tp HCM, 2018

[2] Stewart, *Calculus 7th Edition,* Brooks – Cole Pub, 2012

[3] Ngô Thành Phong, *Giáo trình giản yếu Giải tích toán học,* Đại học Khoa học Tự nhiên, Tp HCM, 2004

Dãy số

Khái niệm

Dãy số là một hàm số xác định trên tập hợp các số nguyên dương

$$f:\ N^* \longrightarrow R \Leftrightarrow f(n) = u_n \in R$$

x_n được gọi là số hạng tổng quát của dãy số

KH: $\{u_n\} = \{u_1, u_2, \cdots, u_n, \cdots\}$

Hoặc (u_n)

Dãy số

VD1

$$(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$(v_n) = \frac{n}{3^n}$$

Dãy số

Dãy số đơn điệu

Dãy số $\{u_n\}$ được gọi là dãy số tăng (chặt) nếu với mọi n ta có

$$u_n \leq u_{n+1} \, (u_n < u_{n+1})$$

Dãy số $\{u_n\}$ được gọi là dãy số giảm (chặt) nếu với mọi n ta có

$$u_n \geq u_{n+1} \, (u_n > u_{n+1})$$

Các dãy số tăng(chặt), giảm(chặt) được gọi chung là đơn điệu

Dãy số

VD2

$(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ là dãy số giảm

$(u_n) = n^2 + 1$ là dãy số tăng

Dãy số

Dãy số bị chặn

Dãy số $\{u_n\}$ được gọi là dãy số bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho

$$\forall n \in N^*: \ u_n \leq M$$

Dãy số $\{u_n\}$ được gọi là dãy số bị chặn dưới nếu tồn tại số m sao cho

$$\forall n \in N^*: \ u_n \geq m$$

Dãy số $\{u_n\}$ được gọi là dãy số bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới

Dãy số

VD3

Xét dãy số $(u_n) = \frac{3n-1}{n+1}$

Dãy số

Giới hạn của dãy số

Số thực a được gọi là giới hạn của dãy $\{u_n\}$ nếu với mọi $\varepsilon > 0$ tùy ý có thể tìm được chỉ số $N(\varepsilon)$ sao cho $\forall n \geq N(\varepsilon)$ ta có $|u_n - a| < \varepsilon$

KH: $\lim_{n\to\infty} u_n = a$

Nếu a là số hữu hạn thì dãy $\{u_n\}$ là hội tụ về a

Dãy số

<u>Giới hạn vô cực:</u>

* Dãy (u_n) có giới hạn là $+\infty$ nếu với mỗi số dương tuỳ ý cho trước mọi số hạng của dãy kể từ một số hạng nào đó trở đi đều lớn hơn số dương đó

KH: $\lim u_n = +\infty$

* Dãy (u_n) có giới hạn là $-\infty$ nếu với mỗi số âm tuỳ ý cho trước mọi số hạng của dãy kể từ một số hạng nào đó trở đi đều nhỏ hơn số âm đó

KH: $\lim u_n = -\infty$

* $\lim u_n = +\infty \Leftrightarrow \lim(-u_n) = -\infty$

Dãy số

Tính chất của dãy số hội tụ

Định lý 1: Nếu $\lim_{n\to\infty} \mathrm{u_n} = \mathrm{a}, \lim\limits_{n\to\infty} \mathrm{v_n} = \mathrm{b}$ thì

1. $\lim\limits_{n\to\infty} (\mathrm{u_n} + \mathrm{v_n}) = \mathrm{a} + \mathrm{b}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} (\mathrm{u_n}.\mathrm{v_n}) = \mathrm{a}.\mathrm{b}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\mathrm{u_n}}{\mathrm{v_n}} = \dfrac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{\mathrm{u_n}} = \sqrt{\mathrm{a}} (\mathrm{u_n} \geq 0 \forall \mathrm{n})$

Dãy số

Tính chất của dãy số hội tụ

Định lý 2:

Nếu $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} v_n = b, u_n \leq v_n, \forall n$ thì

$$a \leq b$$

Dãy số

Tính chất của dãy số hội tụ

Định lý 3:

Nếu $u_n \le x_n \le v_n$ và $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = a$ thì

x_n hội tụ và $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$

Dãy số

Lưu ý:

1)Nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$

2)Nếu $q > 1$ thì $\lim q^n = +\infty$

3)$\lim \dfrac{1}{n^k} = 0$

4) $\lim \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$

5) $\lim \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$

Bài tập chương 1

Bài 1: Tính các giới hạn sau

$$1.\lim\frac{3n^5+5n^3+7}{2n^5+4n^2-9}$$

$$2.\lim\frac{7n^8+n^3+}{2n^7+4n^2}$$

$$3.\lim\frac{2n^3+n^2+4}{n^4+4n^2-5}$$

Bài tập chương 1

Bài 2: Tính các giới hạn sau

$$1.\ \lim \frac{\text{sinn}}{n^2+9}$$

$$2.\ \lim \left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$$

$$3.\ \lim \left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}+\cdots+\frac{1}{(2n)^2}\right)$$

Bài tập chương 1

Bài 3: Tính các giới hạn sau

$$1.\ \lim\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{9n^2+1}\right)$$

$$2.\ \lim\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2+2}\right)$$

$$3.\ \lim\frac{\sqrt{n-2}+\sqrt{2n+1}}{\sqrt{n+3}}$$

Bài tập chương 1

Bài 4: Tính các giới hạn sau

$$1.\ \lim\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)$$

$$2.\ \lim\left(\sqrt[3]{n-n^3}+n\right)$$

$$3.\ \lim\left(\sqrt[3]{n^3-3n^2+1}-\sqrt{n^2+4n}\right)$$

Bài tập chương 1

Bài 5: Tính các giới hạn sau

$$1.\lim \frac{1+3^n+7^n}{1+2.7^n}$$

$$2.\lim \left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\right)$$

$$3.\lim \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$