

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP.HCM**

---o0o---



# **BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH**

**Họ và tên: Lê Quảng Đại-2012902**

**Bùi Việt Anh-2012572**

**Nguyễn Văn Sơn-2011986**

**Lê Trạc Lực-1813022**

**Lê Minh Thiên-2014565**

**Nhóm: 11**

**Lớp: L09**

**TP. HỒ CHÍ MINH**

### Bài 5: (Bài tập chung nhóm 11)

**Đề bài:** Cho A là ma trận kích thước 2x2. X là ma trận 2x1. Chứng minh rằng:  
 $\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \times \|X\|_1$

Tìm X sao cho xảy ra dấu “=”:  $\|A\|_1 = \text{Max}_j \left( \sum_{i=1}^n |a_{i,j}| \right)$

**Giải :** Gọi 2 ma trận  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  và  $X = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{pmatrix} \forall a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, x_{11}, x_{21} \geq 0$

$$+ AX = \begin{pmatrix} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \|AX\|_1 = |a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21}| + |a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21}|$$

+ Giả sử :

$$|a_{11}| + |a_{21}| > |a_{12}| + |a_{22}|$$

$$\Rightarrow \|A\|_1 = a_{11} + a_{21}$$

+ Từ ma trận X:

$$\Rightarrow \|X\|_1 = x_{11} + x_{21}$$

Ta có:

$$\|AX\|_1 - \|A\|_1 \times \|X\|_1$$

$$= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - [(a_{11} + a_{21}) \times (x_{11} + x_{21})]$$

$$= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - [a_{11} \times (x_{11} + x_{21})] - [a_{21} \times (x_{11} + x_{21})]$$

$$= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{11} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{11} - a_{21}x_{21}$$

$$= a_{12}x_{21} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{21}$$

$$= x_{21} \times [(a_{12} + a_{22}) - (a_{11} + a_{21})] \leq 0 \text{ vì } |a_{11}| + |a_{21}| > |a_{12}| + |a_{22}|$$

$$\Rightarrow \|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \times \|X\|_1$$

+ Xét trường hợp  $|a_{11}| + |a_{21}| < |a_{12}| + |a_{22}|$  thì cũng có thể chứng minh được:

$$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \times \|X\|_1$$

+ Dấu “=” xảy ra khi:

$$\begin{cases} (a_{12} + a_{22}) - (a_{11} + a_{21}) = 0 \\ x_{21} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_{12} + a_{22}) = (a_{11} + a_{21}) \\ x_{21} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Ma trận X có dạng: } X = \begin{pmatrix} x_{11} \\ 0 \end{pmatrix}$$