

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Các số gần đúng làm tròn đến 4 chữ số thập phân.

Câu 1 (2 đ) Tỷ lệ phế phẩm do một công ty sản xuất là 2%. Trước khi xuất xưởng, mỗi sản phẩm phải qua một thiết bị kiểm tra tự động. Thiết bị này phát hiện đúng chính phẩm với xác suất 97% và phát hiện đúng phế phẩm với xác suất 99%. Hãy tính tỷ lệ chính phẩm của các sản phẩm mà công ty bán trên thị trường.

Câu 2 (2 đ) Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ phân bố xác suất là:

$$f(x, y) = \begin{cases} a\sqrt{x^2 + y^2} & \text{với } (x, y) \in D \\ 0 & \text{với } (x, y) \notin D \end{cases}$$

ở đây $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 2x\}$

Tìm số a và tính kỳ vọng $E(X+Y)$.

Câu 3 (4 đ) Người ta nghiên cứu về sự ảnh hưởng giữa mức thu nhập X của các hộ gia đình (đơn vị triệu đồng/ tháng) và mức tiêu thụ Y (đơn vị kg/ tháng) của hộ đó đối với thực phẩm A. Dưới đây là số liệu mẫu khảo sát được trong 110 hộ ở vùng này:

X	Y				
	1	3	5	7	9
5	3	4			
15	7	16			
25		20	15		
35			21	5	
45			6	10	3

a) Tìm phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X và hệ số tương quan mẫu.

b) Với độ tin cậy 95%, hãy tìm khoảng ước lượng cho mức tiêu thụ trung bình thực phẩm A trong một tháng của các hộ gia đình và khoảng ước lượng cho khối lượng thực phẩm A được tiêu thụ trong một tháng của 5000 hộ trong vùng.

c) Người ta xếp loại các hộ có mức tiêu thụ thực phẩm A trong 1 tháng trên ngưỡng 6 kg là những hộ có nhu cầu cao về loại thực phẩm này. Số liệu từ đợt khảo sát 200 hộ trong vùng cách đây 1 năm cho thấy chỉ có 26 hộ có mức tiêu thụ cao hơn ngưỡng trên. Với mức ý nghĩa 2%, có thể nói rằng tỉ lệ hộ có nhu cầu cao về thực phẩm A hiện đã tăng lên hay không?

Câu 4: (2 đ) Dưới đây là một mẫu thống kê về chiều cao của một loại cây sau 6 năm tuổi:

Chiều cao (m)	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16
Số cây	6	26	62	60	34	12

Với mức ý nghĩa 5%, có thể xem như mẫu này phù hợp phân phối chuẩn hay không?

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

PGS.TS. Nguyễn Đình Huy

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2đ)

Theo đề, ta giả định các sản phẩm ngoài thị trường là sản phẩm đã được máy kết luận tốt.

Gọi A là biến cố sản phẩm đó thực sự tốt.

Gọi B là biến cố sản phẩm đó được kết luận tốt.

$$\begin{aligned} \text{Tỉ lệ cần tìm} = P(A/B) &= \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B/A)}{P(A) \times P(B/A) + P(\bar{A}) \times P(B/\bar{A})} \\ &= \frac{0,98 \times 0,97}{0,98 \times 0,97 + 0,02 \times 0,01} = 0,9998 \end{aligned}$$

Có thể làm cách khác nhưng sinh viên cần giải thích để được điểm tối đa.

Câu 2: (1đ + 1đ)

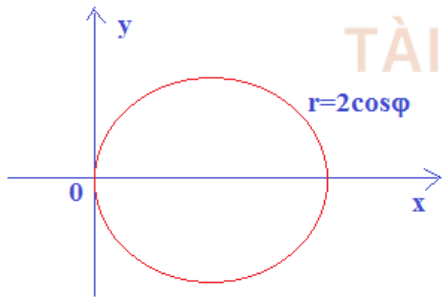
Phương trình đường tròn giới hạn D là $x^2 + y^2 = 2x$.

Để thuận tiện, ta đổi tích phân cần tính sang tọa độ cực.

$$x = r \cdot \cos\varphi; \quad y = r \cdot \sin\varphi; \quad |J| = r$$

Phương trình đường tròn được viết thành $r^2 = 2r \cdot \cos\varphi \Rightarrow (r = 0); r = 2 \cos\varphi$

$$\text{Vậy } D: \begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq r \leq 2 \cos\varphi \end{cases}$$



- Tìm a:

$$\iint_D a \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} a \times r^2 dr = 1$$

$$\Rightarrow a \times \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{8 \cos^3 \varphi}{3} d\varphi = 1 \Rightarrow a \times \left[\sin \varphi - \frac{\sin^3 \varphi}{3} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 \quad \Rightarrow a = \frac{9}{32}$$

- Tìm E(X+Y):

$$E(X+Y) = \iint_{\mathbb{R}^2} (x+y)f(x,y)dxdy = \frac{9}{32} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} (r\cos\varphi + r\sin\varphi) \times r^2 dr$$

$$= \frac{9}{32} \times \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 4 \left[\cos^5 \varphi + \cos^4 \sin \varphi \right] d\varphi = \frac{9}{8} \times \left[\sin \varphi - \frac{2\sin^3 \varphi}{3} + \frac{\sin^5 \varphi}{5} - \frac{\cos^5 \varphi}{5} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{6}{5}$$

Câu 3: (1đ + 1,5đ +1,5đ)

Các đặc trưng mẫu:

$$\begin{array}{llll} n=110 & \bar{x}=27,4545 & s_x=11,5354 & s_x=11,5882 \\ & \bar{y}=4,2909 & s_y=1,8407 & s_y=1,8491 \\ \overline{xy}=135,3636 & r=0,8270 & A=0,6682 & B=0,1320 \end{array}$$

- a) $R = 0,8270$. Phương trình hồi quy tt: $y = 0,6682 + 0,1320 x$
Cần có công thức tính các hệ số để được tối đa điểm.

- b) + Khoảng UL cho nhu cầu trung bình:

$$\bar{y} \pm \varepsilon = \bar{y} \pm \frac{z_{\alpha} \times s_y}{\sqrt{n}} = 4,2909 \pm \frac{1,96 \times 1,8491}{\sqrt{110}} = 4,2909 \pm 0,3456$$

hay (3,9453; 4,6365)

+ Khoảng UL cho khối lượng thực phẩm A được tiêu thụ:
(19727 kg; 23183 kg)

- c) Gọi p_1 ; p_2 lần lượt là tỉ lệ hộ có nhu cầu cao đối với thực phẩm A của năm trước và năm nay.

Cách 1:

$$H_0 : p_1 = p_2 \quad H_1 : p_1 \neq p_2$$

$$z_{\alpha} = 2,33$$

$$z_0 = \left| \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \right| = \left| \frac{\frac{26}{200} - \frac{18}{110}}{\sqrt{\frac{44}{310} \left(1 - \frac{44}{310} \right) \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{110} \right)}} \right| = -0,812$$

Do $z_0 < z_{\alpha}$ nên chưa bác bỏ được H_0 . Chưa thể nói rằng tỉ lệ hộ có nhu cầu cao về thực phẩm A thay đổi.

Cách 2:

$$H_0: p_1 = p_2 \quad H_1: p_1 < p_2$$

$$Mbb (-\infty; -2,05)$$

$$TCKĐ: z_0 = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{26}{200} - \frac{18}{110}}{\sqrt{\frac{44}{310}\left(1 - \frac{44}{310}\right)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{110}\right)}} = -0,812$$

Do z_0 không thuộc Mbb nên chưa bác bỏ được H_0 . Chưa thể nói rằng tỉ lệ hộ có nhu cầu cao về thực phẩm A đã tăng.

Câu 4: Lưu ý trình bày các công thức tính p_i và tiêu chuẩn kiểm định

$$n = 200 \quad \bar{x} = 10,26 \quad s = 2,3436$$

H_0 : Mẫu phù hợp phân phối chuẩn $\mu = 10,26$; $\sigma = 2,3436$.

H_1 : Mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

Tra bảng $\chi^2_{\alpha} = 7,81$

P_i	$E_i = n \cdot p_i$
0.0346	6.91
0.1329	26.58
0.2884	57.68
0.3153	63.05
0.1736	34.73
0.0553	11.05

$$\chi^2_{qs} = 0,7006 < \chi^2_{\alpha}$$

Chấp nhận H_0 . Mẫu phù hợp với phân phối chuẩn.