Chương 6: KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT THỐNG KÊ

1. Một số khái niệm:

- **Giả thiết không H_0** : (*Null Hypothesis)* là giả thiết về yếu tố cần kiểm định của tổng thể ở trạng thái bình thường, không chịu tác động của các hiện tượng liên quan. Yếu tố trong H_0 phải được xác định cụ thể, ví dụ:

  + H_0 : Tỉ lệ nảy mầm của 1 loại hạt giống là 70%.

  + H_0: Thời gian công nhân hoàn thành 1 sản phẩm là BNN có pp chuẩn với kỳ vọng là 20 phút và phương sai là 9 phút^2.

  + H_0: Mức độ yêu thích của khán giả với chương trình truyền hình *"Tìm kiếm tài năng "* không phụ thuộc vào lứa tuổi.

- **Giả thiết đối H_1** *(Alternative Hypothesis)* là một mệnh đề mâu thuẫn với H_0, H_1 thể hiện xu hướng cần kiểm định.

Vì ta sẽ dựa vào thông tin thực nghiệm của mẫu để kết luận xem có thừa nhận các giả thiết nêu trên hay không nên công việc này gọi là *kiểm định thống kê*.

- **Tiêu chuẩn kiểm định** là hàm thống kê $G = G(X_1, X_2, .., X_n, \theta_0)$, xây dựng trên mẫu ngẫu nhiên $W = (X_1, X_2, .., X_n)$ và tham số θ_0 liên quan đến H_0; Điều kiện đặt ra với thống kê G là nếu H_0 đúng thì quy luật phân phối xác suất của G phải hoàn toàn xác định.

- **Miền bác bỏ giả thiết RR** (Rejection region) là miền số thực thỏa $P(G \in RR / H_0 \text{ đúng}) = \alpha$. α là một số khá bé, thường không quá 10% và được gọi là ***mức ý nghĩa*** của kiểm định.

Một ký hiệu khác của miền bác bỏ được dùng trong bài: $\mathbf{W_\alpha}$

- **Miền chấp nhận AR:** phần bù của miền bác bỏ trong R.

- **Quy tắc kiểm định:**

Từ mẫu thực nghiệm, ta tính được một giá trị cụ thể của tiêu chuẩn kiểm định, gọi là **giá trị kiểm định thống kê:**

$$g_{qs} = G(x_1 , x_2 , .., x_n , \theta_0) .$$

Theo nguyên lý xác suất bé, biến cố $G \in RR$ có xác suất nhỏ nên với 1 mẫu thực nghiệm ngẫu nhiên, nó không thể xảy ra.

Do đó:

+ Nếu $g_{qs} \in RR$ thì bác bỏ H_0, thừa nhận giả thiết H_1 .

+ Nếu $g_{qs} \notin RR$: ta chưa đủ dữ liệu khẳng định H_0 sai.

Vì vậy ta chưa thể chứng minh được H_1 đúng.

Kết luận của một bài toán kiểm định có thể mắc các sai lầm sau:

- **Sai lầm loại I**: Bác bỏ giả thiết H_0 trong khi H_0 đúng. Xác suất mắc phải sai lầm này nếu H_0 đúng chính bằng mức ý nghĩa α. Nguyên nhân mắc phải sai lầm loại I thường có thể do kích thước mẫu quá nhỏ, có thể do phương pháp lấy mẫu …

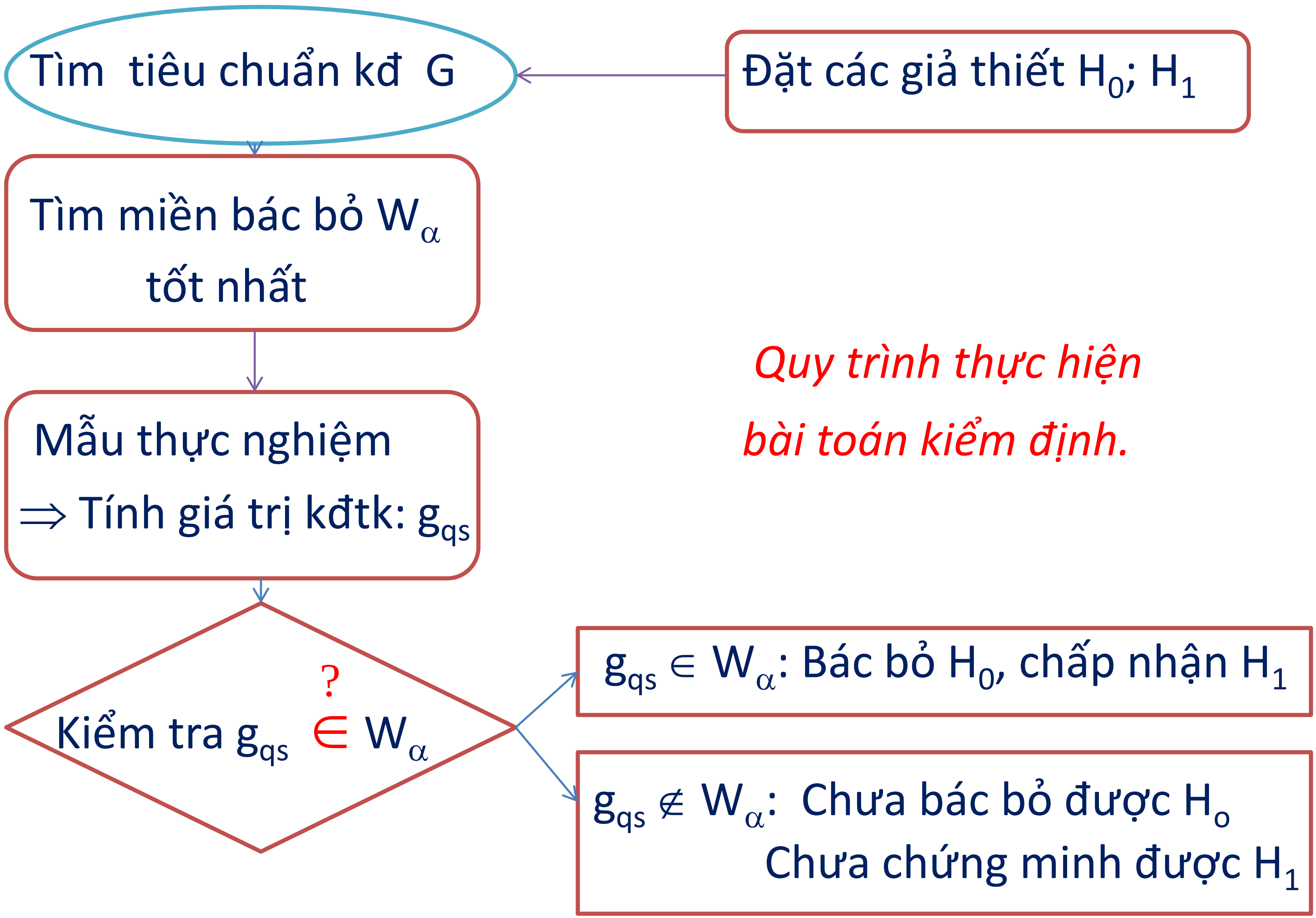
- **Sai lầm loại II**: Thừa nhận H_0 trong khi H_0 sai, tức là mặc dù thực tế H_1 đúng nhưng giá trị thực nghiệm g_{qs} không thuộc RR.

Tình huống / Quyết định	**H_0 đúng**	**H_0 sai**
Bác bỏ H_0	Sai lầm loại I. Xác suất = α	Quyết định đúng.
Không bác bỏ H_0	Quyết định đúng.	Sai lầm loại II. Xác suất =β

Ví dụ: Người bán hàng nói rằng tỉ lệ phế phẩm trong mỗi lô hàng không quá 5%. Người mua quyết đinh kiểm ngẫu nhiên 10 sản phẩm, nếu được cả 10 sản phẩm tốt thì mới mua lô hàng. Sai lầm loại I xảy ra khi người mua từ chối mua hàng trong khi thực sự lô hàng có không quá 5% phế phẩm; α là mức rủi ro cho bên bán. Sai lầm loại II xảy ra khi người mua nhận hàng nhưng tỉ lệ phế phẩm thực ra trên 5%; β chính là mức rủi ro cho bên mua.

Với một mẫu xác định, khi ta giảm α đi thì đồng thời sẽ làm tăng β và ngược lại. Chỉ có thể cùng giảm α, β nếu tăng kích thước mẫu. Người ta thường có xu hướng coi trọng xác suất mắc sai lầm loại I nên sẽ hạn chế trước giá trị α tùy thực tế, và sau đó phải tìm miền RR sao cho xác suất mắc sai lầm loại II là nhỏ nhất. Miền RR thỏa yêu cầu này được gọi là miền bác bỏ ***tốt nhất*** dựa trên các cơ sở toán học chặt chẽ.

Quy trình thực hiện bài toán kiểm định.

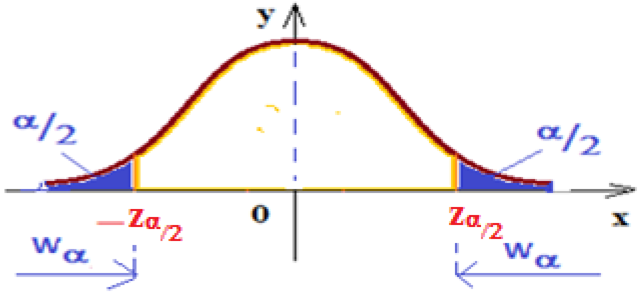


Ví dụ minh họa cho các miền bác bỏ khi tiêu chuẩn kiểm định Z có phân phối chuẩn N(0,1).

1. Miền bác bỏ 2 phía:

RR = $(-\infty, -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}, +\infty)$

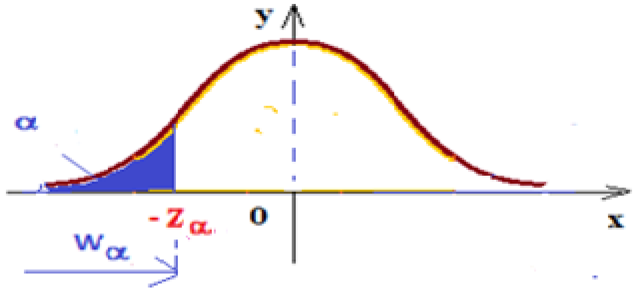
ở đây $\Phi(z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$



2. Miền bác bỏ bên trái:

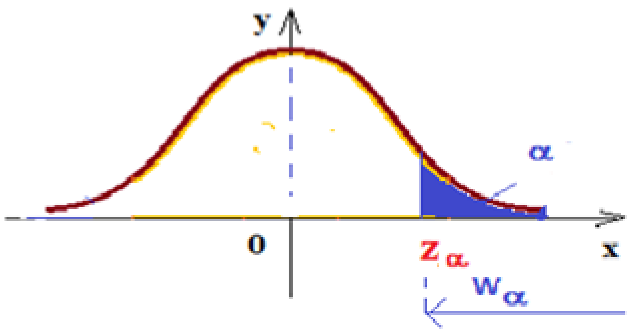
RR = $(-\infty, -Z_{\alpha})$

ở đây $\Phi(z_{\alpha}) = 1 - \alpha$



3. Miền bác bỏ bên phải:

RR = $(Z_{\alpha}, +\infty)$



2. Bài toán kiểm định tham số:

2.1 Bài toán kiểm định tỉ lệ:

Bảng 3: Tóm tắt một số công thức của bài toán kiểm định tỉ lệ

	Giả thiết KĐ H_0	Giả thiết đối H_1	Tiêu chuẩn kiểm định	Miền bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa α
BT 1 mẫu *$n \geq 30$*	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$Z_{qs} = \frac{F - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n}$ $Z_{qs} \sim N(0; 1)$	$RR = (-\infty, -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}, +\infty)$
		$p < p_0$		$RR = (-\infty, -z_{\alpha})$
		$p > p_0$		$RR = (z_{\alpha}, +\infty)$
BT 2 mẫu *$n_1 \geq 30$* *$n_2 \geq 30$*	$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$	$Z_{qs} = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\overline{f}(1-\overline{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$; mẫu gộp: $\overline{f} = \frac{n_1F_1 + n_2F_2}{n_1 + n_2}$ $Z_{qs} \sim N(0; 1)$	$RR = (-\infty, -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}, +\infty)$
		$p_1 < p_2$		$RR = (-\infty, -z_{\alpha})$
		$p_1 > p_2$		$RR = (z_{\alpha}, +\infty)$

Ở BT 2 mẫu, khi dùng mẫu cụ thể $f_1 = \frac{m_1}{n_1}; f_2 = \frac{m_2}{n_2} \Rightarrow \overline{f} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}$

Một số cách viết khác:

	Giả thiết KĐ H_0	Giả thiết đối H_1	Giá trị kiểm định thống kê
BT 1 mẫu *n≥30*	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$Z_{qs} = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n}$ $Z_{qs} \sim N(0; 1)$
	$p \geq p_0$	$p < p_0$	
	$p \leq p_0$	$p > p_0$	
BT 2 mẫu *n_1≥30* *n_2≥30*	$p_1 - p_2 = 0$	$p_1 - p_2 \neq 0$	$Z_{qs} = \dfrac{p_1 - p_2}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}}$; mẫu gộp: $\overline{p} = \dfrac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}$ $Z_{qs} \sim N(0; 1)$
	$p_1 - p_2 \geq 0$	$p_1 - p_2 < 0$	
	$p_1 - p_2 \leq 0$	$p_1 - p_2 > 0$	

Ví dụ 11: Theo số liệu công bố của một công ty dịch vụ tin học, tỷ lệ khách hàng hài lòng với dịch vụ của công ty là 85%. Một khảo sát độc lập cho thấy trong mẫu gồm 145 khách hàng của công ty có 120 khách hàng hài lòng. Với mức ý nghĩa 3%, có thể coi số liệu của công ty là đáng tin cậy không?

Hướng dẫn: Gọi p là tỉ lệ khách hàng hài lòng với dịch vụ của công ty.

Gt không H_0: $p = 85\%$

Giả thiết đối H_1: $p \neq 85\%$

+ Mức ý nghĩa $\alpha = 3\% \Rightarrow \Phi(z_{\alpha/2}) = 1 - 0.03/2 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$

Miền b/bỏ RR = $(-\infty, -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}, +\infty) = (-\infty; -2.17) \cup (2.17; +\infty)$

Kích thước mẫu: $n = 145$; Tỉ lệ mẫu: $f = 120/145 = 0.8276$

+ Giá trị kiểm định thống kê:

$$Z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} = \frac{0.8276 - 0.85}{\sqrt{0.85(1-0.85)}}\sqrt{145} = -0.7559$$

Do $Z_{qs} \notin RR$ nên ta chưa đủ dữ kiện bác bỏ H_0.

Ví dụ 12: Theo tiêu chuẩn của công ty thì một lô hàng nguyên liệu được chấp nhận nếu không có quá 3% phế phẩm. Kiểm tra ngẫu nhiên 400 sản phẩm từ lô hàng này thì thấy 16 phế phẩm. Với mức ý nghĩa 5%, hãy xem xét lô hàng này có thể được chấp nhận không?

Hướng dẫn: + Gọi p là tỉ lệ phế phẩm thực sự của lô hàng.

GtKđ H_0: $p = 3\%$ (hay $p \le 3\%$)

Giả thiết đối H_1: $p > 3\%$

+ Myn $\alpha = 5\% \Rightarrow \Phi(z_\alpha) = 1- 0.05 = 0.95 \Rightarrow z_\alpha = 1.645$

Miền bác bỏ RR = $(z_\alpha ;+\infty) = (1.645 ;+\infty)$

Kích thước mẫu: n = 400; Tỉ lệ mẫu: f = 16/400 = 0.04.

+ TC kiểm định: $$Z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} = \frac{0.04-0.03}{\sqrt{0.03(1-0.03)}}\sqrt{400} = 1.172$$

Do $Z_{qs} \notin RR$ nên ta chưa bác bỏ H_0, tức là chưa thể kết luận tỉ lệ phế phẩm của lô hàng vượt ngưỡng cho phép.

Ví dụ 13: Tỉ lệ bệnh nhân bị bệnh T được chữa khỏi bệnh bằng thuốc A là 85%. Khi dùng thuốc B điều trị thì trong 1100 bệnh nhân bị bệnh T người ta thấy có 903 người khỏi bệnh. Có thể nói rằng thuốc B điều trị ít hiệu quả hơn thuốc A được không, kết luận với mức ý nghĩa 4%?

Hướng dẫn: + Gọi p là tỉ lệ BN khỏi bệnh khi dùng thuốc B.

GtKđ H_0: $p = 85\%$

Giả thiết đối H_1: $p < 85\%$

+ Myn $\alpha = 4\% \Rightarrow \Phi(z_\alpha) = 1 - 0,04 = 0,96 \Rightarrow z_\alpha = 1.75$

Miền bác bỏ RR = $(-\infty; -z_\alpha) = (-\infty; -1.75)$

n = 1100;

+ Tckđ :

$$Z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} = \frac{\frac{903}{1100} - 0.85}{\sqrt{0.85(1-0.85)}}\sqrt{1100} = -2.7021$$

+ Do $Z_{qs} \in$ RR nên bác bỏ H_0, chấp nhận H_1. Xem như tỉ lệ BN khỏi bệnh khi dùng thuốc B là thấp hơn so với dùng thuốc A.

Ví dụ 14: Khảo sát ngẫu nhiên 80 sinh viên nam thấy có 56 bạn thường xuyên đi xe buýt; trong 60 SV nữ thì con số này là 48. Có thể coi như tỷ lệ SV nam đi xe buýt thường xuyên là thấp hơn so với SV nữ hay không? Hãy kết luận với mức ý nghĩa 5%?

Hướng dẫn: + Gọi $p_1; p_2$ lần lượt là tỉ lệ SV nam & nữ đi xe buýt tx.

GtKđ H_0: $p_1 = p_2$; Giả thiết đối H_1: $p_1 < p_2$

+ Myn $\alpha = 5\% \Rightarrow \Phi(z_\alpha) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95 \Rightarrow z_\alpha = 1.645$

Miền bác bỏ RR = $(-\infty; -1.645)$

$n_1 = 80$; $f_1 = 56/80$; $n_2 = 60$; $f_2 = 48/60$; $\overline{f} = (56+48)/(60+80)$

+ Tiêu chuẩn kđ:

$$Z_{qs} = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\overline{f}(1-\overline{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{56}{80} - \frac{48}{60}}{\sqrt{\frac{104}{140}\left(1 - \frac{104}{140}\right)\left(\frac{1}{80} + \frac{1}{60}\right)}} = -1.3397$$

+ Do $Z_{qs} \notin RR$ nên chưa bác bỏ được H_0. Xem như tỉ lệ sinh viên nam thường xuyên đi xe buýt không thấp hơn so với SV nữ.

Ví dụ 15: Tỉ lệ phế phẩm của 1 nhà máy là 10%. Sau khi cải tiến quy trình sản xuất, người ta kiểm tra thử 250 sản phẩm thì thấy có 17 phế phẩm.

Bài toán a) Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết có thể coi như việc cải tiến quy trình sản xuất đã làm thay đổi tỷ lệ phế phẩm của nhà máy không?

Bài toán b) Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng việc cải tiến quy trình sản xuất đã có hiệu quả hay không?

Ví dụ 16:

Người ta bảo quản cùng 1 loại hạt giống theo 2 phương pháp khác nhau trong thời gian như nhau. Gieo thử ngẫu nhiên 500 hạt giống đã được bảo quản theo phương pháp I thì thấy có 450 hạt nảy mầm; gieo thử 700 hạt giống đã được bảo quản theo phương pháp II thì có 600 hạt nảy mầm. Với myn 2%, có thể xem như phương pháp I có hiệu quả hơn phương pháp II hay không?

2.2 Bài toán kiểm định trung bình:

2.2.1 Bài toán 1 mẫu:

Bảng 4: KĐ trung bình 1 mẫu

<table>
<tr><th></th><th>GT KĐ H_0</th><th>GT đối H_1</th><th>Tiêu chuẩn kiểm định</th><th colspan="2">Miền bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa α</th></tr>
<tr><td rowspan="4">BT 1 mẫu</td><td></td><td></td><td rowspan="4">- Nếu đã biết σ^2:
$Z_{qs} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$
- Nếu chưa biết σ^2:
$Z_{qs} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$</td><td>- Tổng thể phân phối chuẩn, đã biết σ^2. **(2a)**
- Hoặc tổng thể tùy ý, kích thước mẫu $n \geq 30$ **(2c)**</td><td>- Tổng thể phân phối chuẩn; chưa biết σ^2 và
(2b)
.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$\mu = \mu_0$</td><td>$\mu \neq \mu_0$</td><td>$RR = (-\infty, -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}, +\infty)$</td><td>$RR = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$</td></tr>
<tr><td>$\mu < \mu_0$</td><td>$RR = (-\infty, -z_{\alpha})$</td><td>$RR = (-\infty, -t_{\alpha}^{(n-1)})$</td></tr>
<tr><td>$\mu > \mu_0$</td><td>$RR = (z_{\alpha}, +\infty)$</td><td>$RR = (t_{\alpha}^{(n-1)}, +\infty)$</td></tr>
</table>

Ví dụ 17:

Một công ty sản xuất phomát nghi ngờ một nhà cung cấp sữa cho công ty đã pha thêm nước vào sữa để làm tăng lượng sữa cung cấp.

Nếu sữa có pha nhiều nước quá mức bình thường thì nhiệt độ đông của nó sẽ thấp hơn so với sữa tự nhiên.

Biết rằng điểm đông của sữa tự nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn với trung bình khoảng -0.545^0C, độ lệch chuẩn 0.008^0C.

Người ta kiểm định chất lượng sữa trong các container hàng mới nhập bằng cách lấy ra 25 mẫu ngẫu nhiên thì thấy nhiệt độ đông trung bình của sữa trong mẫu là -0.55^0C.

Hãy kết luận về chất lượng sữa mà công ty đã mua với mức ý nghĩa 1%.

Hướng dẫn:

Gọi μ là nhiệt độ đông trung bình của lượng sữa mới nhập.

\+ Gt không H_0: $\mu = -0.545^0C$

Giả thiết đối H_1: $\mu < -0.545^0C$

n = 25 <30 ; $\sigma = 0.008$ (đã biết) ; $\mu_0 = -0.545^0C$. $\overline{\chi} = -0.55^0C$

\+ Myn $\alpha = 1\% \Rightarrow \Phi(z_{2\alpha}) = 1 - 0,01 = 0.99 \Rightarrow z_\alpha = 2.33$

Miền bác bỏ RR = $(-\infty; -2.33)$

\+ Giá trị kiểm định thống kê:

$$Z_{qs} = \frac{\overline{x} - a_0}{\sigma}\sqrt{n} = \frac{(-0.55) - (-0.545)}{0.008}\sqrt{25} = -3.125$$

\+ Do $Z_{qs} \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0, chấp nhận H_1.

Ta kết luận lượng sữa công ty mới mua đã bị pha nước.

<u>Ví dụ 18</u>

Người ta đã thực hiện một cải tiến kỹ thuật trong bộ hòa khí của xe ôtô với hy vọng sẽ tiết kiệm được xăng hơn.

Cho xe chạy thử 12 lần thì họ có số km chạy được cho 1 lít xăng:

20.6	20.5	20.8	20.8	20.7	20.6
21	20.6	20.5	20.4	20.3	20.7

Nếu trước khi cải tiến, 1 lít xăng trung bình chạy được 20.4 km thì với số liệu này, người ta đã có thể kết luận việc cải tiến mang lại hiệu quả đáng kể hay không, với mức ý nghĩa 5% ?

Giả thiết quãng đường xe chạy được khi tiêu thụ 1 lít xăng là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Hướng dẫn:

+ Gọi a là quãng đường trung bình ôtô chạy được với 1 lít xăng sau khi cải tiến kỹ thuật.

$n = 12 < 30$; $\overline{x} = 20.625$ $a_0 = 20.4$ $s = 0.1913$

Giả thiết không H_0: $a = 20.4$

Giả thiết đối H_1: $a > 20.4$

+ Myn $\alpha = 5\% \Rightarrow$ Tra bảng Student 1 phía: $t_\alpha(n-1) = t_{0.05}(11) = 1.796$

Miền bác bỏ RR = $(1.796; +\infty)$

+ Tiêu chuẩn kiểm định:

$$Z_{qs} = \frac{\overline{x} - a_0}{s}\sqrt{n} = \frac{20.625 - 20.4}{0.1913}\sqrt{12} = 4.0743$$

+ Do $Z_{qs} \in RR$ nên bác bỏ H_0, chấp nhận H_1.

Việc cải tiến kỹ thuật đã có hiệu quả.

Ví dụ 19 Ở một phân xưởng, người ta định mức thời gian gia công 1 chi tiết cho mỗi công nhân là 12 phút. Sau khi thay đổi nguyên liệu, người ta khảo sát ngẫu nhiên quá trình gia công của 1 số chi tiết và thu được số liệu dưới đây. Với myn 5%, hãy quyết định xem có cần thay đổi định mức gia công hay không?

Thời gian gia công 1 chi tiết (phút)	10-10.5	10.5-11	11-11.5	11.5-12	12-12.5	12.5-13	13-13.5
Số chi tiết t/ư	4	12	26	37	43	28	10

Hướng dẫn:

+ Gọi μ là thời gian gia công TB 1 chi tiết ở thời điểm hiện tại.

+ GT không H_0: μ = 12 phút. GT đối H_1: μ ≠ 12 phút

+ Miền bác bỏ RR = (-∞; - 1.96) ∪(1.96; +∞)

+ Tckđ: $$Z_{qs} = \frac{\overline{x} - a_0}{s}\sqrt{n} = \frac{11.9594 - 12}{0.7170}\sqrt{160} = -0.7163$$

+ Do $Z_{qs} \notin$ RR nên chưa bác bỏ được H_0. Vì vậy chưa cần thay đổi định mức.

2.2.2 Bài toán 2 mẫu:

Bảng 5: Kđ so sánh trung bình 2 tổng thể

	Dạng bài	Gt Ho	Gt H1	Miền bác bỏ W_α	Tiêu chuẩn kiểm định	
1	● X1,X2 có phân phối Chuẩn. ● Biết phương sai tổng thể $\sigma_1^2;\sigma_2^2$. ● 2 mẫu độc lập.	$\mu_1=\mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -Z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (Z_{\frac{\alpha}{2}}; +\infty)$	$Z_{qs}=\dfrac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0;1)$	z- test
			$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -Z_\alpha)$		
			$\mu_1 > \mu_2$	$(Z_\alpha; +\infty)$		
2	● X1,X2 có phân phối Chuẩn. ● Chưa biết $\sigma_1^2;\sigma_2^2$ giả thiết $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$. ● 2 mẫu độc lập.	$\mu_1=\mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\frac{\alpha}{2}}(\nu)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(\nu); +\infty)$	$T_{qs}=\dfrac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}} \sim T(\nu)$ $\nu=\dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\dfrac{\left(\dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$	Một phương pháp thô để xem như $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ là: $\dfrac{s_1^2}{s_2^2} \notin [0.5;2]$ * Ngược lại, xem như $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ t- test
			$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_\alpha(\nu))$		
			$\mu_1 > \mu_2$	$(t_\alpha(\nu); +\infty)$; $\nu \in N^*$.		

Trong trường hợp tổng quát thì Ho: $\mu_1 = \mu_2 + d_0$.

Khi đó TCKĐ thay đổi tương ứng. VD trong dạng 1: $Z_{qs}=\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2-d_0\right) \Big/ \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$

	Dạng bài	Gt Ho	Gt H1	Miền bác bỏ W_α	Tiêu chuẩn kiểm định
3	X1, X2 có phân phối Chuẩn. Chưa biết $\sigma_1^2;\sigma_2^2$ giả thiết $\sigma_1^2=\sigma_2^2$. 2 mẫu độc lập. **t- test**	$\mu_1=\mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty;\ -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2);\ +\infty)$	$T_{qs}=\dfrac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S^2}{n_1}+\dfrac{S^2}{n_2}}} \sim T(n_1+n_2-2)$ $S^2=\dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}\ \ (\equiv S_p^2)$ phương sai gộp
			$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty;\ -t_\alpha(n_1+n_2-2))$	
			$\mu_1 > \mu_2$	$(t_\alpha(n_1+n_2-2);\ +\infty)$	
4	**X1; X2 có phân phối tùy ý** **2 mẫu có kích thước lớn (>30)** **2 mẫu độc lập**	$\mu_1=\mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty;-Z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (Z_{\frac{\alpha}{2}};+\infty)$	$Z_{qs}=\dfrac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0;1)$ Nếu chưa có σ_1; σ_2 thì dùng s_1; s_2 thay thế
			$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty;-Z_\alpha)$	
			$\mu_1 > \mu_2$	$(Z_\alpha;+\infty)$	
5	X1, X2 có phân phối Chuẩn. Chưa biết $\sigma_1^2;\sigma_2^2$. **Hai mẫu phụ thuộc tương ứng theo cặp** có cùng kích thước n	$\mu_1=\mu_2$ hay $\mu_D=0$	$\mu_D \neq 0$	$(-\infty;\ -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1);\ +\infty)$	Đặt D=X1-X2 $T_{qs}=\dfrac{\overline{D}}{S_D}\sqrt{n} \sim T(n-1)$ **t- test**
			$\mu_D < 0$	$(-\infty;\ -t_\alpha(n-1))$	
			$\mu_D > 0$	$(t_\alpha(n-1);\ +\infty)$	

Ví dụ 20: Người ta trồng cùng 1 giống lúa trên 2 thửa rộng như nhau và bón 2 loại phân khác nhau, đến ngày thu hoạch họ lấy mẫu trên 2 thửa ruộng và có kết quả khảo sát như sau:

	Số bông được khảo sát	Số hạt trung bình trên 1 bông	Độ lệch mẫu hiệu chỉnh
Thửa ruộng 1	1000	70	10
Thửa ruộng 2	500	72	20

Với mức ý nghĩa 5%, hãy kết luận xem sự khác nhau giữa 2 trung bình mẫu là ngẫu nhiên hay bản chất?

Hướng dẫn: + Gọi a_1; a_2 là số hạt lúa TB trên 1 bông ở mỗi thửa.

+ GTKĐ H_0: $a_1 = a_2$. GTĐ H_1: $a_1 \neq a_2$

+ Miền bác bỏ RR = $(-\infty; -1.96) \cup (1.96; +\infty)$

+ Tckđ: $$Z_{qs} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{70-72}{\sqrt{\frac{10^2}{1000} + \frac{20^2}{500}}} = 2.1082$$

+ Do $Z_{qs} \in RR \Rightarrow$ bác bỏ H_0. Số hạt TB trên 1 bông ở 2 thửa ruộng là khác nhau, hay sự khác nhau giữa 2 TB mẫu là do bản chất.

Ví dụ 21:

Khảo sát thu nhập (đơn vị: triệu đồng) trong 3 tháng đầu năm của các công nhân trong 2 nhà máy có điều kiện làm việc như nhau, người ta có được kết quả:

Nhà máy 1	**18.5**	**19**	**19.3**	**20**	**20.2**	**21**	**21.5**	**19**	**19.7**	**20**
Nhà máy 2	**17.3**	**18**	**19**	**20**	**20.6**	**20.9**	**18.2**	**19.6**	**20.8**	

Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng thu nhập trung bình của công nhân 2 nhà máy đó trong 3 tháng đầu năm là như nhau hay không, biết thu nhập của công nhân ở 2 nhà máy có phân phối chuẩn và có phương sai bằng nhau.

Hướng dẫn:

Đây là bài toán t-test với giả thiết 2 phương sai tổng thể như nhau.

Gọi a_1; a_2 là thu nhập trung bình 3 tháng đầu năm của công nhân 2 nhà máy.

Giả thiết kiểm định H_o: $a_1 = a_2$; H_1: $a_1 \neq a_2$

$n_1 = 10$ $\overline{x_1} = 19.82$ $s_1^2 = 0.8662$

$n_2 = 9$ $\overline{x_2} = 19.3777$ $s_2^2 = 1.7519$

+ Miền bác bỏ $RR = (-\infty; -t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2) \cup (t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2); +\infty)$

$= (-\infty; -2.1098) \cup (2.1098; +\infty)$

+ Do giả thiết phương sai 2 tổng thể chưa biết và $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, nên ta cần tính thêm phương sai gộp:

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = 1.2830$$

suy ra tiêu chuẩn kiểm định:

$$T_{qs} = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} = 0.8497 \notin RR$$

+ Có thể chấp nhận H_0. Thu nhập của CN 2 nhà máy là như nhau.

Ví dụ 22 :

Tại một xí nghiệp, người ta xây dựng 2 phương án gia công cùng một loại chi tiết. Để đánh giá xem chi phí trung bình về nguyên liệu theo 2 phương án ấy có khác nhau hay không, người ta tiến hành sản xuất thử và thu được kết quả sau:

Phương án 1:	2.5	3.2	3.5	3.8	3.5	
Phương án 2:	2.0	2.7	2.5	2.9	2.3	2.6

Hãy cho kết luận về vấn đề trên biết rằng chi phí nguyên liệu theo cả 2 phương án gia công đều là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với $\sigma_1^2 = \sigma_1^2 = 0.16$. Xét mức ý nghĩa 2%.

Ví dụ 23:

Khảo sát chi phí (triệu đồng) để hoàn thành 1 đồ án tốt nghiệp của từng sinh viên năm 4, ta thu được số liệu mẫu:

Khoa Cơ khí: **4.6 4.7 4.3 4.5 4.4 4.9**
4.9 4.6 4.4 4.7 4.8 4.5

Khoa Máy tính:

Chi phí cho 1 đề tài	3.5 - 4	4 - 4.5	4.5 - 5	5 - 5.5	5.5 - 6
Số SV tương ứng	4	14	16	12	4

a) Theo dự báo của VPK Máy tính thì chi phí trung bình làm ĐATN của 1 sv là 4.5tr. Với myn 8%, hãy cho biết số liệu của VPK có thể xem như thấp hơn số liệu khảo sát hay ko?

b) Hãy so sánh chi phí trung bình một SV làm ĐATN giữa 2 khoa, kết luận với myn 10%. Giả thiết các mức chi phí của SV 2 khoa đều tuân theo pp chuẩn. (GT này chỉ dùng cho câu b))

Ví dụ 24 :

Để so sánh độ bền của 2 loại sơn phản quang trong giao thông, người ta kẻ 12 lần sơn mỗi loại trên một đoạn đường có nhiều xe lưu thông, thứ tự sơn được chọn 1 cách ngẫu nhiên.

Sau 1 thời gian, người ta dùng máy đo cường độ phản chiếu của các lần sơn (chỉ số đọc càng cao thì cường độ phản chiếu càng lớn) và ghi lại được các số liệu sau đây:

Sơn A:	12.5	11.7	9.9	9.6	10.3	9.6
	9.4	11.3	8.7	11.5	10.6	9.7
Sơn B:	9.4	11.6	9.7	10.4	6.9	7.3
	8.4	7.2	7.0	8.2	12.7	9.2

Người ta cho rằng loại sơn A bền hơn loại sơn B, hãy kiểm định thông tin này với mức ý nghĩa 1%. Giả thiết cường độ phản chiếu của mỗi lần sơn tuân theo phân phối chuẩn.

<u>Ví dụ 25 :</u>

Để so sánh tốc độ xử lý của 2 phần mềm thống kê A và B, người ta chọn 1 bộ dữ liệu và đặt ra 10 yêu cầu cần xử lý trên bộ dữ liệu này theo thứ tự.

Dưới đây là số liệu thu được về thời gian xử lý từng lệnh của mỗi phần mềm trên bộ dữ liệu này:

Lệnh	Thời gian xử lý (giây)	
	Phần mềm A	Phần mềm B
1	9.98	9.88
2	9.88	9.86
3	9.84	9.75
4	9.99	9.8
5	9.94	9.87
6	9.84	9.84
7	9.86	9.87
8	10.12	9.86
9	9.9	9.83
10	9.91	9.86

Hãy cho biết có thể coi phần mềm B xử lý nhanh hơn phần mềm A hay không, kết luận với myn 5%?

Giả thiết thời gian xử lý của 2 phần mềm đều tuân theo phân phối chuẩn.