

LƯU Ý:

- Sinh viên ghi đầy đủ **Họ, Tên, MSSV** và **làm bài trực tiếp lên đề thi**.
- Sinh viên **được** sử dụng tài liệu, máy tính bỏ túi, **không được** sử dụng máy tính có chức năng lập trình.
- Đề thi gồm 10 câu (2 mặt trên 1 tờ giấy A4). Mọi thắc mắc, sinh viên ghi trực tiếp lên đề thi.
- Gọi m và n là hai chữ số cuối cùng của mã số sinh viên (m là chữ số hàng chục, n là chữ số hàng đơn vị, $0 \leq m, n \leq 9$). Đặt $\mathcal{M} = \frac{m + 2n + 12}{10}$. Ví dụ nếu mã số sinh viên là 15115276 thì $m = 7$, $n = 6$ và $\mathcal{M} =$
- Sinh viên tự điền vào bảng sau. Nếu không điền, bài thi bị xem là không hợp lệ.
-

Họ và tên			
MSSV		Chữ ký giám thị 1	
\mathcal{M}		Chữ ký giám thị 2	

Điểm toàn bài

YÊU CẦU:

- Không** làm tròn kết quả trung gian. **Không** ghi đáp án ở dạng phân số.
- Đáp số ghi vào bài thi **phải được** làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân.

Câu 1. Cường độ chiếu sáng của một vật nhận ánh sáng từ một nguồn sáng được cho bởi công thức $I = \frac{k}{x^2}$, với k là cường độ sáng của nguồn và x là khoảng cách từ vật đến nguồn. Một vật được đặt ở giữa 2 nguồn sáng A, B, với cường độ sáng của A gấp 3 lần B và khoảng cách từ A đến B là 10m. Dùng phương pháp chia đôi, sau $[M] + 3$ lần lặp, xác định khoảng cách từ vật đến nguồn A sao cho cường độ sáng của vật là yếu nhất. Đánh giá sai số kết quả tìm được. ($[M]$ là phần nguyên của M)

Kết quả: $x_{[M]+3} =$ _____; $\Delta x_{[M]+3} =$ _____

Câu 2. Cho hệ
$$\begin{cases} 10x_1 - Mx_2 - 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + 20x_2 + x_3 = 3 \\ 6x_1 + 2x_2 + 10x_3 = M \end{cases} \quad \text{với} \quad \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix}.$$
 Dùng phương pháp lặp Jacobi, tìm sai số $\Delta x^{(2)}$ của vector lặp thứ hai $x^{(2)}$ theo công thức hậu nghiệm với chuẩn một.

Kết quả: $\Delta x^{(2)} =$ _____.

Câu 3. Cho hệ
$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 12x_3 + x_4 = 3 \\ 6x_1 + 2x_2 + Mx_3 + 20x_4 = M \end{cases} \quad \text{với} \quad X^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$
 Sử dụng phương pháp lặp Gauss - Seidel, tìm vector lặp thứ ba $X^{(3)}$.

Kết quả: $X^{(3)} =$ _____

Câu 4. Cho hàm bảng số

x	1.0	1.5	2.0	2.5	3	3.2	3.5	4.3	5
y	M	5.7	4	3.5	4	4	5	4.5	4

Tìm hàm $f(x) = A \cos x + B \ln x$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên bằng phương pháp bình phương cực tiểu.

Kết quả: $A =$ _____; $B =$ _____

Câu 5. Cho bảng số

x	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
$f(x)$	0.65	a	2.35	1.15	M	2.1	4.2

Tìm giá trị a để tích phân $I = \int_{1.2}^{2.4} [xf(x) + \sqrt{x}f(x)] dx = 5$ bằng phương pháp hình thang mở rộng.

Kết quả: $a =$ _____;

Câu 6. Hàm $f(x)$ cho theo bảng số liệu

x	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2
$f(x)$	$-M$	-1.3	-1.6	-1	-2.1	-2.4	-2.5

Cho tích phân $I = \pi I_1$ với $\pi = 3.14 \pm 0.0016$ và $I_1 = \int_2^{3.2} [xf^2(x) + 3.2f(x)] dx \pm 0.0025$. Dùng phương pháp Simpson mở rộng, tính I và sai số của I .

Kết quả: $I =$ _____; $\Delta_I =$ _____

Câu 7. Giải phương trình vi phân $y' = x^2 + y - \sin(x + y)$ với điều kiện $y(1.0) = M$. Tìm $y(1.2)$ và $y(1.4)$ với bước chia $h = 0.2$ theo công thức Runge - Kutta 4.

Kết quả: $y(1.2) =$ _____; $y(1.4) =$ _____

Câu 8. Tốc độ tăng kích thước của khối u trong cơ thể được mô tả bởi phương trình $\frac{dV}{dt} = a(\ln b - \ln V)V$, V là thể tích khối u, t là thời gian đo bằng ngày. Giả sử một bệnh nhân có kích thước khối u ban đầu là $1mm^3$, sử dụng phương pháp Euler cải tiến, tính kích thước khối u sau đó 1 tuần, với bước chia $h=0.5$, với $a = 2/3$ và $b = M$

Kết quả: Kích thước khối u sau một tuần = _____

Câu 9. Cho phương trình vi phân bậc 2: $e^x y''(x) - xy'(x) + y(x) = x + M$ với điều kiện ban đầu $y(1) = 0$ và $y'(1) = M$. Tính gần đúng $y(1.4)$ với bước chia $h = 0.2$ bằng phương pháp Euler cải tiến.

Kết quả: $y(1.4) =$ _____

Câu 10. Cho bài toán biên $\begin{cases} (M+x)y'' + \ln xy' - 2x^2y = x^2(x-1) \\ y(0.5) = 2.5 \quad y(1.5) = M \end{cases}$, dùng phương pháp sai phân hữu hạn tính gần đúng $y(0.75)$, $y(1.0)$, $y(1.25)$ với bước $h = 0.25$.

Kết quả: $y(0.75) =$ _____; $y(1.0) =$ _____; $y(1.25) =$ _____

Giảng viên ra đề

PHÓ CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

Hoàng Hải Hà

TS. Trần Ngọc Diễm