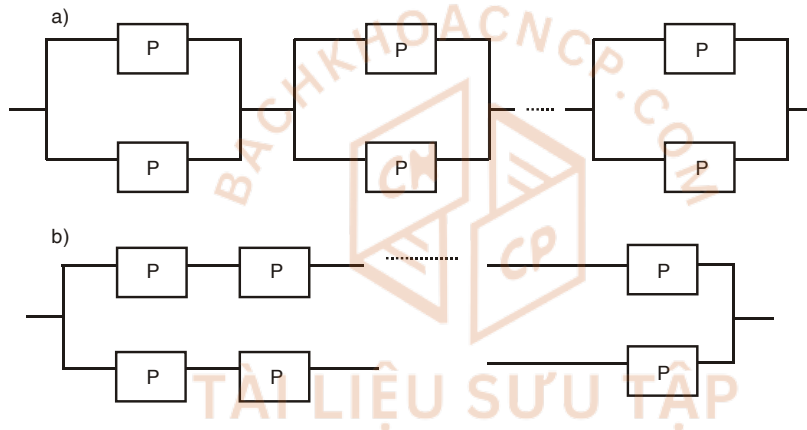


- Đề thi gồm 2 trang.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Các số gần đúng làm tròn đến 4 chữ số phần thập phân.

Câu 1 (2,5 đ) Một hệ thống kỹ thuật gồm n bộ phận mắc nối tiếp nhau. Xác suất hoạt động tốt của mỗi bộ phận trong khoảng thời gian T là p . Hệ thống sẽ ngừng hoạt động khi có ít nhất một bộ phận bị hỏng. Để nâng cao độ tin cậy của hệ thống, người ta dự trữ thêm n bộ phận nữa theo phương thức a) hoặc phương thức b) như sau:



- Tìm xác suất hoạt động tốt của các hệ thống dự trữ theo 2 phương thức trên trong khoảng thời gian T .
- Hỏi phương thức dự trữ nào mang lại độ tin cậy cao hơn cho cả hệ thống?

Câu 2 (2,5 đ) Một nhà máy bán một loại sản phẩm với giá 1 USD một sản phẩm. Trọng lượng của sản phẩm là một ĐLNN có phân bố chuẩn với kỳ vọng α kg và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma^2 = 1 \text{ kg}^2$. Giá thành làm ra một sản phẩm là: $c = 0,051\alpha + 0,32$. Nếu sản phẩm có trọng lượng bé hơn 8kg thì phải loại bỏ vì không bán được.

Hãy xác định α để lợi nhuận của nhà máy là lớn nhất.

Câu 3 (3 đ) Khi nghiên cứu về sự ảnh hưởng của mức thu nhập X của các hộ gia đình (đơn vị: triệu đồng/ tháng) đối với mức độ tiêu dùng Y đối với một

loại thực phẩm (đơn vị: kg/ tháng), người ta khảo sát ngẫu nhiên 168 gia đình trong vùng và thu được bảng số liệu sau đây:

Y	X					
	10	20	30	40	50	60
2	5	7				
4		13	18			
6			25	27	2	
8			15	11	20	6
10				9	7	3

- a) Tìm phương trình hồi quy tuyến tính mẫu của X đối với Y và tính hệ số tương quan mẫu.
- b) Với độ tin cậy 95%, hãy tìm các khoảng tin cậy cho trung bình của mức thu nhập và trung bình của mức tiêu dùng loại thực phẩm này của các gia đình trong vùng.
- c) Có tài liệu nói tỷ lệ gia đình có thu nhập cao (từ 50 triệu trở lên) là 28%. Với mức ý nghĩa 3%, hãy cho nhận xét về độ tin cậy của tài liệu trên.

Câu 4: (2 đ) Dưới đây là một mẫu thống kê về chiều cao của một loại cây sau hai tháng tuổi:

Độ cao (cm)	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
Số lượng	6	27	52	68	33	14

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$ hãy kiểm định xem mẫu trên có phù hợp với phân phối chuẩn không?

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

PGS.TS.Nguyễn Đình Huy

ĐÁP ÁN

Câu 1: 2đ + 0,5 đ

a) Theo phương thức a): $Pa = (1 - q^2)^n$. $q = 1 - p$

Theo phương thức b): $Pb = 1 - (1 - p^n)^2$

b) $Pa = p^n * (2 - p)^n > Pb = p^n * (2 - p^n)$. (tính chất hàm mũ)

Câu 2:

Gọi X là trọng lượng sản phẩm. Y là số tiền thu được khi sản xuất 1 sản phẩm.

$$E(Y) = -c * P(X < 8) + (1 - c) * P(X \geq 8)$$

$$= -0,051 a + 0,18 - \Phi(8 - a)$$

$$E'_a = -0,051 + f(8 - a)$$

$f(x)$: hàm mật độ Gauss.

$$E'_a = 0 \text{ khi } f(8 - a) = 0,051 \Rightarrow 8 - a = \pm 2,02 \text{ (tra bảng) } \Rightarrow a = 5,98 ; a = 10,02.$$

Xét dấu E' dựa vào hàm f $\Rightarrow E(Y)$ đạt GTLN tại $a = 10,02$.

Câu 3: 1đ + 1đ + 1đ

a) $R = 0,7538$. Phương trình hồi quy $x = 10,5681 + 3,9746 y$

b) Khoảng UL cho mức thu nhập trung bình:

$$36,0714 \pm 1,96 \times 11,5316 / \sqrt{168} = 36,0714 \pm 1,7438 \\ \Rightarrow (34,3277 ; 37,8152)$$

Khoảng UL cho nhu cầu trung bình:

$$6,4167 \pm 1,96 \times 2,2187 / \sqrt{168} = 6,4167 \pm 0,3307 \Rightarrow (6,0859 ; 6,7474)$$

c) $H_0 : p = 28\%$; $H_1 : p \neq 28\%$

$$z_\alpha = 2,17 \quad \text{Miền bác bỏ } W_\alpha = (-\infty; -2,17) \cup (2,17; +\infty)$$

$$f = 38/168 = 0,2262$$

$$z_{qs} = (0,2262 - 0,28) * \sqrt{168} / \sqrt{(0,28 * 0,72)} = -1,5533 \notin W_\alpha.$$

Chấp nhận H_0 . Tài liệu được coi như đáng tin.

Câu 4: 2 đ

H_0 : Mẫu phù hợp phân phối chuẩn $a = 12,37$; $\sigma = 2,3797$.

H_1 : Mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

Tra bảng $\chi^2_{\alpha} = 11,34$. Miền bác bỏ $W_\alpha = (11,34 ; +\infty)$

P_i	0.033152	0.126492	0.278577	0.315095	0.183105	0.063579
$E_i = n * p_i$	6.630356	25.29836	55.71544	63.01895	36.62102	12.71588

$\chi^2_{qs} = 1,3036 \notin W_\alpha$. Chấp nhận H_0 . Mẫu phù hợp với phân phối chuẩn.