ĐẠI HỌC QUỐC GIA

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP HỒ CHÍ MINH

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Họ và tên: Bùi Việt Anh

MSSV: 2012572

Nhóm: 11

Lớp: L09 Tổ:

Mã số M (các câu 1,2,3,4): 2.8107

<u>Câu 1</u>: Để dự trữ V = 5.4M (đơn vị: m^3) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước V chứa trong bể nước cho bởi công thức $V = \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$, trong đó V: thể tích nước (đơn vị: m^3), h: chiều cao (đơn vị: m), M: bán kính bể nước (đơn vị: m). Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu $h_0 = 2$ (đơn vị: m). Tìm sai số của h_2 (sau 2 lần lặp) theo sai số tổng quát khi xét trong khoảng cách ly nghiệm [0.5; 2.0] (đơn vị: m). (Đáp số với 4 số lẻ)

Giải:

Lượng nước V: $V = \frac{3.14h^2(8.4321-h)}{3}$; lượng nước dự trữ ban đầu là V = 15.17778 m^3

Theo đề ta có: f(h) = $3.14h^2(8.4321 - h) - 45.53334$

Công thức Newton :$h_n = h_{n-1} - \frac{f(h_{n-1})}{f'(h_{n-1})}$;

Đạo hàm cấp 1 của V: V' = 52.953588h – $9.42h^2$

Sai số tổng quát theo V:

Xét : Min$|V'(h)|$ = Min|52.953588h – $9.42h^2$| = 24.121794; $\forall h \in [0.5; 2.0]$

Vậy công thức sai số tổng quát: $|\bar{h} - h_n| \le \frac{|3.14h^2(8.4321-h)-45.53334|}{24.121794}$

Ta có bảng kết quả sau:

N	h_n	Δh_n
1	1.4833	0.1025
2	1.4405	0.0010

Vậy sai số ở lần lặp thứ 2 là $\Delta h_n = 0.0010$

<u>Câu 2</u>: Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss – Seidel của hệ 2 phương trình 2 ẩn là:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = ax_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = cx_1^{(k+1)} + d \end{cases}$$. Biết $x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}$; $x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}$; $x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$

Tính các giá trị a, b, c, d (Đáp án với 4 số lẻ)

Giải:

Với M = 2.8107 ta có:

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 2.8107 \\ 0.5 \end{bmatrix};\ x^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.56214 \\ 0.75 \end{bmatrix}; x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ 0.28107 \end{bmatrix}$$

Ta có:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = ax_2^{(0)} + b \\ x_2^{(1)} = cx_1^{(0)} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.56214 = 0.5a + b \\ 0.75 = 0.56214c + d \end{cases} (1)$$

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = a x_2^{(1)} + b \\ x_2^{(2)} = c x_1^{(2)} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.125 = 0.75a + b \\ 0.28107 = 0.125c + d \end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2), ta suy ra hệ số:

$$\begin{cases} a = -1.7486 \\ b = 1.4364 \\ c = \ 1.0727 \\ d = 0.147 \end{cases}$$

<u>Câu 3</u>: Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một của hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau

Với $\mathrm{M} = 2.8107$

x (giá)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y (sản phẩm)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	1124.28

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu y=a+bx là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc (sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng đơn vị, giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị trăm đồng)

Giải:

Ta có : n = 7

$\sum_{k=1}^{n} x_k = 42500$,

$\sum_{k=1}^{n} y_k = 21764.28$,

$\sum_{k=1}^{n} x_k^2 = 266970000$,

$$\sum_{k=1}^{n} x_k . y_k = 126004240$$

Hệ phương trình để xác định A, B có dạng:

$$\begin{cases} 7A + 42500B = 21764.28 \\ 42500A + 266970000B = 126004240 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 7279.015536 \\ B = -0.68679597 \end{cases}$$

$\rightarrow y = 7279.015536 - 0.68679597x$

Số lượng sản phẩm bánh ngọt bán ra với giá 5800 đồng là 3296 sản phẩm, giá để bán được 3000 cái là 6300 đồng.

<u>Câu 4</u>: Tọa độ hai hàm f(x) và g(x) trên mặt phẳng cho bởi bảng sau:

Tham số $M = 2.8017$

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	2.52153	1.0	1.15	1.05	1.2	1.40085
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng x=1, x=2.2 (Đáp số với 2 số lẻ)

Giải:

Công thức simpson:

$$\int_a^b y(x)dx \approx \frac{h}{3}\left(y_{\text{đầu}} + y_{\text{cuối}} + 4\sum y_{\text{lẻ}} + 2\sum y_{\text{chẵn}}\right)$$

Đặt $I_1 = \int_1^{2.2} f(x)dx$

$$\approx \frac{h}{3}(f_0 + f_6 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4))$$

$$= \frac{0.2}{3}(0.8 + 1.40085 + 4(2.52153 + 1.15 + 1.2) + 2(1 + 1.05))$$

$$= 1.719131333$$

Đặt $I_2 = \int_1^{2.2} g(x)dx$

$$\approx \frac{h}{3}(g_0 + g_6 + 4(g_1 + g_3 + g_5) + 2(g_2 + g_4))$$

$$= \frac{0.2}{3}\left(2.7 + 3.2 + 4(3.9 + 5.1 + 3.5) + 2(4.2 + 4.7)\right)$$

$$= \frac{737}{150}$$

Diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị này và 2 đường thẳng $x = 1, x = 2.2$ là: $S = \int_1^{2.2} |g(x) - f(x)|dx$

⇨ $S = \int_1^{2.2} g(x) - f(x)\, dx$

⇨ $S = \int_1^{2.2} g(x)dx - \int_1^{2.2} f(x)dx$

⇨ $S = \frac{737}{150} - 1.719131333 = 3.194202$

Vậy diện tích giới hạn bởi hai đồ thị f(x) và g(x) và 2 đường thẳng x=1, x=2.2 là S = 3.19

__Câu 5:__ Cho A là ma trận kích thước 2x2. X là ma trận 2x1. Chứng minh rằng:

$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1.\|X\|_1$

Tìm X sao cho xảy ra dấu =

$$\| A \|_1 = \underset{j}{Max}\left(\sum_{i=1}^{n} \left| a_{i,j} \right| \right)$$

Giải:

Gọi A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ và X= $\begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{pmatrix}$ ∀ $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, x_{11}, x_{21} \geq 0$

⇨ AX= $\begin{pmatrix} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} \end{pmatrix}$

⇨ $\|AX\|_1 = a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21}$

Giả sử $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$

⇨ $\|A\|_1 = a_{11}+a_{21}$

Từ ma trận X:

⇨ $\|X\|_1 = x_{11} + x_{21}$

Ta có: $\|AX\|_1 - \|A\|_1.\|X\|_1$

= $(a_{11}x_{11} + a_{21}x_{11}) - (a_{11} + a_{21})(x_{11} + x_{21})$

= $a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{11} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{11} - a_{21}x_{21}$

= $a_{12}x_{21} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{21}$

= $x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) \leq 0$ (do $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$)

Hay $\|AX\|_1 - \|A\|_1.\|X\|_1 \leq 0$

⇨ $\|AX\|_1 \leq \|A\|_1.\|X\|_1$

Xét trường hợp $a_{11}+a_{21} < a_{12}+a_{22}$ thì cũng có thể chứng minh được:

$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 . \|X\|_1$

Dấu "=" xảy ra khi:

$x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) = 0$

Hay $x_{21} = 0$

Vậy với bất kì ma trận X có dạng X=$\binom{x}{0}$