ĐẠI SỐ TUYỂN TÍNH

Chương 3: Không gian Euclide

TS. Đặng Văn Vinh

Bộ môn Toán Ứng Dụng Khoa Khoa học Ứng dụng Đại học Bách Khoa Tp.HCM

Tài liệu: Đặng Văn Vinh. Đại số tuyến tính. NXB ĐHQG tọ HCM, 2019

Ngày 11 tháng 3 năm 2020

HKHOACNCD

Vấn đề 1. Tích vô hướng và các khái niệm.

Vấn đề 2. Tìm cơ sở và số chiều của không gian bù vuông góc.

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BÓI HCMUT-CNCP



Định nghĩa

Cho V là một không gian véctơ thực. Tích vô hướng của hai véctơ x và y là một số thực và được ký hiệu (x, y) thỏa 4 tính chất sau:

- 1/ Tính xác định dương: $\forall x \in V, (x, x) \ge 0$ và $(x, x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 2/ Tính giao hoán: $\forall x, y \in V, (x, y) = (y, x);$
- 3/ Tính tuyến tính: $\forall x \in V, \alpha \in \mathbb{R}, (\alpha x, y) = \alpha(x, y)$;
- 4/ Tính tuyến tính: $\forall x, y, z \in V$, (x + y, z) = (x, z) + (y, z).
- 1/ Độ dài véctơ $x \in V$ là đại lượng: $|x| = \sqrt{(x,x)}$
- là đại lượng: $d(x,y) = ||x \mathbf{B} \mathbf{O}|| + \mathbf{O} \mathbf{M} \mathbf{U} \mathbf{T} + \mathbf{C} \mathbf{N} \mathbf{C} \mathbf{P}$
- 3/ Góc α giữa hai véctơ x và y thỏa: $\cos \alpha = \frac{(x,y)}{\|x\|_{\infty} \|y\|_{\infty}}$

Định nghĩa

Cho V là một không gian véctơ thực. Tích vô hướng của hai véctơ x và y là một số thực và được ký hiệu (x, y) thỏa 4 tính chất sau:

- 1/ Tính xác định dương: $\forall x \in V, (x, x) \ge 0$ và $(x, x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 2/ Tính giao hoán: $\forall x, y \in V, (x, y) = (y, x);$
- 3/ Tính tuyến tính: $\forall x \in V, \alpha \in \mathbb{R}, (\alpha x, y) = \alpha(x, y);$
- 4/ Tính tuyến tính: $\forall x, y, z \in V$, (x + y, z) = (x, z) + (y, z).
- 1/ Độ dài véctơ $x \in V$ là đại lượng: $||x|| = \sqrt{(x,x)}$
- 2/ Mỗi véctơ tượng tiế tựch bương tầu hà đại lượng $d(x,y) = \|\mathbf{x} \mathbf{x}\|_{\mathbf{R}} + \mathbf{x} + \mathbf{x} + \mathbf{y}$ là đại lượng $d(x,y) = \|\mathbf{x} \mathbf{x}\|_{\mathbf{R}} + \mathbf{x} + \mathbf{y}$
- 3/ Góc α giữa hai vécto x và y thỏa: $\cos \alpha = \frac{(x,y)}{\|x\|_{L^{2}(\mathbb{R}^{n})}}$

Đinh nghĩa

Cho V là một không gian véctơ thực. Tích vô hướng của hai véctơ x và y là một số thực và được ký hiệu (x, y) thỏa 4 tính chất sau:

- 1/ Tính xác đinh dương: $\forall x \in V, (x, x) \ge 0$ và $(x, x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 2/ Tính giao hoán: $\forall x, y \in V, (x, y) = (y, x);$
- 3/ Tính tuyến tính: $\forall x \in V, \alpha \in \mathbb{R}, (\alpha x, y) = \alpha(x, y);$
- 4/ Tính tuyến tính: $\forall x, y, z \in V, (x + y, z) = (x, z) + (y, z)$.
- 1/ Đô dài vécto $x \in V$ là đai lương: $|x| = \sqrt{(x,x)}$
- 2/ Mỗi véctơ trong không gian n chiều coi là một điểm. Khoảng cách giữa hai véctơ x và y là khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn bởi x và y là đai lượng: $d(x, y) = ||x - y|| = \sqrt{(x + y, x + y)}$

Định nghĩa

Cho V là một không gian véctơ thực. Tích vô hướng của hai véctơ x và y là một số thực và được ký hiệu (x, y) thỏa 4 tính chất sau:

- 1/ Tính xác định dương: $\forall x \in V, (x, x) \ge 0$ và $(x, x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 2/ Tính giao hoán: $\forall x, y \in V, (x, y) = (y, x);$
- 3/ Tính tuyến tính: $\forall x \in V, \alpha \in \mathbb{R}, (\alpha x, y) = \alpha(x, y);$
- 4/ Tính tuyến tính: $\forall x, y, z \in V$, (x + y, z) = (x, z) + (y, z).
- 1/ Độ dài véctơ $x \in V$ là đại lượng: $||x|| = \sqrt{(x,x)}$
- 2/ Mỗi véctơ trong không gian n chiều coi là một điểm. Khoảng cách giữa hai véctơ x và y là khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn bởi x và y là đại lượng: $d(x,y) = ||x-y|| = \sqrt{(x-y,x-y)}$
- 3/ Góc α giữa hai vécto x và y thỏa: $\cos \alpha = \frac{(x,y)}{\|x\| \cdot \|y\|}$

Ví dụ

Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2),$ với $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2.$

Cho hai vécto u = (3, 1), v = (2, -4). Tính:

1/(u,v);

 $3/\operatorname{góc} \alpha \operatorname{giữa} u, v;$

2/||u||,||v||;

4/ Khoảng cách giữa u và v.

1/(u,v) = ((3;1),(2;-4)) = 2. 3. -4) -12 + 4.1.(-4) = 6.

Ngoại ra ta có cách tính sau:

 $(x,y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2$ = $(2x_1 - x_2)y_1 + T - A + 4 + 2 + E U SU'U TA$

 $= \left(\begin{array}{ccc} 2x_1 - x_2 & -x_1 + 4x_2 & \mathbf{B} & \mathbf{O}_{y_2}^{y_1} \mathbf{H} & \mathbf{CMUTQ} & \mathbf{N}_{\mathbf{C}_1} \mathbf{P} & \frac{2}{4} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \end{array} \right) = x \cdot M \cdot y^7$

Suy ra $(u,v)=\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & \text{BACHKHOACNCP.COM} \end{pmatrix}$

Ví du

Trong
$$\mathbb{R}_2$$
 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2),$ với $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2.$

Cho hai vécto
$$u = (3, 1), v = (2, -4)$$
. Tính:

$$3/\operatorname{góc} \alpha \operatorname{giữa} u, v;$$

|2/||u||,||v||;

4/ Khoảng cách giữa *u* và *v*.

$$1/(u,v) = ((3;1),(2;-4)) = 2.3.2 - 3.(-4) - 1.2 + 4.1.(-4) = 6.$$

$$= \left(\begin{array}{ccc} 2x_1 - x_2 & -x_1 + 4x_2 & \mathbf{B} & \mathbf{O} & \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \end{array} \right) = x \cdot M \cdot y^T$$

Suy ra
$$(u,v) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & \text{BACHKHÖACNCP.COM} \end{pmatrix}$$

Ví du

Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), với$

$$(x,y) = ((x_1;x_2),(y_1;y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2.$$

Cho hai vécto u = (3, 1), v = (2, -4). Tính:

1/(u,v);2/||u||,||v||;

 $3/\operatorname{góc} \alpha \operatorname{giữa} u, v;$

4/ Khoảng cách giữa *u* và *v*.

$$1/(u,v) = ((3;1),(2;-4)) = 2.3.2 - 3.(-4) - 1.2 + 4.1.(-4) = 6.$$

Ngoài ra ta có cách tính sau:

$$(x,y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$$

 $=(2x_1-x_2)y_1+T-A+4L)/EUSUUTA$

$$= \left(\begin{array}{ccc} 2x_1 - x_2 & -x_1 + 4x_2 & \mathbf{B} & \mathbf{O} & \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{J}_2 & \mathbf{H} & \mathbf{C} & \mathbf{M} & \mathbf{U} & \mathbf{T} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{C} & \mathbf{N} & \mathbf{C} & \mathbf{P} & \mathbf{J}_2 \\ \end{array} \right) = x \cdot M \cdot y^2$$

Suy ra $(u,v) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & \text{BACHKHOACNCP.COM} \end{pmatrix}$

Ví du

Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), với$ $(x,y) = ((x_1;x_2),(y_1;y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2.$

Cho hai vécto u = (3, 1), v = (2, -4). Tính:

1/(u,v);

2/||u||,||v||;

 $3/g\acute{o}c \alpha giữa u, v;$

4/ Khoảng cách giữa *u* và *v*.

1/(u,v) = ((3;1),(2;-4)) = 2.3.2 - 3.(-4) - 1.2 + 4.1.(-4) = 6.

Ngoài ra ta có cách tính sau:

$$(x,y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$$

$$= (2x_1 - x_2)y_1 + (-x_1 + 4x_2)y_2$$

 $=(2x_1-x_2)y_1+(-x_1+4x_2)y_2$ $= \left(\begin{array}{ccc} 2x_1 - x_2 & -x_1 + 4x_2 & \mathbf{B} & \mathbf{O} & \mathbf{O$

Ví dụ

Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2)$, với $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$.

Cho hai vécto u = (3, 1), v = (2, -4). Tính:

1/(u,v);

2/||u||,||v||;

 $3/\operatorname{góc} \alpha \operatorname{giữa} u, v;$

4/ Khoảng cách giữa *u* và *v*.

1/(u,v) = ((3;1),(2;-4)) = 2.3.2 - 3.(-4) - 1.2 + 4.1.(-4) = 6.

Ngoài ra ta có cách tính sau:

$$(x,y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$$

$$= (2x_1 - x_2)y_1 + (-x_1 + 4x_2)y_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc} 2x_1 - x_2 & -x_1 + 4x_2 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc} 2 & -1 \\ & 4 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \end{array} \right) = x \cdot M \cdot y^T$$

Suy ra $(u,v) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \text{BACHKHOACNCP.COM} \end{pmatrix}$

Ví dụ

Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2)$, với $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$.

Cho hai vécto u = (3, 1), v = (2, -4). Tính:

1/(u,v);

2/||u||,||v||;

 $3/\operatorname{góc} \alpha \operatorname{giữa} u, v;$

4/ Khoảng cách giữa *u* và *v*.

1/(u,v) = ((3;1),(2;-4)) = 2.3.2 - 3.(-4) - 1.2 + 4.1.(-4) = 6.

Ngoài ra ta có cách tính sau:

$$(x,y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$$

$$= (2x_1 - x_2)y_1 + (-x_1 + 4x_2)y_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc} 2x_1 - x_2 & -x_1 + 4x_2 \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} y_1 \\ y_2 \end{array}\right) = x \cdot M \cdot y^T$$

Suy ra
$$(u, v) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & \mathbf{B4.C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ \mathbf{KH4D} \end{pmatrix} = 6$$

BACHKHOACNCP.COM

Ngày 11 tháng 3 năm 2020

$$2/\|u\| = \sqrt{(u,u)} = \sqrt{u \cdot M \cdot u^{T}} = \sqrt{\left(3 \ 1\right) \left(\begin{array}{cc} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cc} 3 \\ 1 \end{array}\right)} = 4$$

$$\|v\| = \sqrt{(v,v)} = \sqrt{v \cdot M \cdot v^{T}} = \sqrt{\left(2 - 4\right) \left(\begin{array}{cc} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cc} 2 \\ -4 \end{array}\right)} = \sqrt{88}$$

$$3/\operatorname{Góc} \alpha \operatorname{giữa} u \operatorname{và} v \operatorname{thỏa}$$

$$\cos \alpha = \frac{(u,v)}{u} = \frac{6}{u} = \frac{1}{u} = \frac{1}{u} = \frac{3}{u} = \frac{3}{u$$

4/ Khoảng cách giữa li và T**ẬU SƯU TẬP**

$$d(u,v) = ||u-v|| = ||(1;5)|| = \sqrt{1.5}$$

$$||u-v|| = ||(1;5)|| = \sqrt{92}.$$

$$2/\|u\| = \sqrt{(u,u)} = \sqrt{u \cdot M \cdot u^T} = \sqrt{\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}} = 4$$

$$||v|| = \sqrt{(v,v)} = \sqrt{v \cdot M \cdot v^T} = \sqrt{2 - 4} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \sqrt{88}$$

 $3/\operatorname{G\'oc} \alpha$ giữa u và v thỏa

$$\cos \alpha = \frac{(u, v)}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{6}{4 \cdot \sqrt{88}} = \frac{3\sqrt{22}}{88} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{3\sqrt{22}}{88}$$

4/ Khoáng cách gi

TAI LIEU SUU TAP

 $d(u,v) = ||u-v|| = ||(1;5)|| = \sqrt{1.5}$



$$2/||u|| = \sqrt{(u,u)} = \sqrt{u \cdot M \cdot u^T} = \sqrt{\left(3 \ 1\right) \left(\begin{array}{cc} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cc} 3 \\ 1 \end{array}\right)} = 4$$

$$||v|| = \sqrt{(v,v)} = \sqrt{v \cdot M \cdot v^T} = \sqrt{2 - 4} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \sqrt{88}$$

 $3/\operatorname{G\'oc}\alpha$ giữa u và v thỏa

$$\cos \alpha = \frac{(u, v)}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{6}{4 \cdot \sqrt{88}} = \frac{3\sqrt{22}}{88} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{3\sqrt{22}}{88}$$

4/ Khoảng cách giữa u và v:

$$d(u,v) = ||u-v|| = ||(1;5)|| = \sqrt{\binom{1}{5}} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \sqrt{92}.$$



Định nghĩa

Cho F là không gian con của V. Tập hợp $F^{\perp} = \{x \in V | x \perp F\}$ được gọi là phần bù vuông góc của không gian con F.

Trong không giThÀilch liÊiUgiSUiUi mJiÂiPig (P) với z = 0. Tîm không gian con bu vuông góc của F. BỞI HCMUT-CNCP

Định nghĩa

Cho F là không gian con của V. Tập hợp $F^{\perp} = \{x \in V | x \perp F\}$ được gọi là phần bù vuông góc của không gian con F.

Định lý

Cho F là không gian con của V. Khi đó F^{\perp} là không gian con của V.

Ví dụ

Trong không giản \mathbf{A}^{\dagger} let \mathbf{L}^{\dagger} let \mathbf{L}^{\dagger} $\mathbf{L}^{$

Không gian bù vuông góc của F là đường thắng qua gốc O và vuông góc với mặt phẳng (P)

Đinh nghĩa

Cho F là không gian con của V. Tập hợp $F^{\perp} = \{x \in V | x \perp F\}$ được gọi là phần bù vuông góc của không gian con F.

Đinh lý

Cho F là không gian con của V. Khi đó F^{\perp} là không gian con của V.

Ví du

Trong không gian \mathbb{R}^3 , cho không gian con F là mặt phẳng (P) với phương trình 2x + 3y - z = 0. Tìm không gian con bù vuông góc của F.

Định nghĩa

Cho F là không gian con của V. Tập hợp $F^{\perp} = \{x \in V | x \perp F\}$ được gọi là phần bù vuông góc của không gian con F.

Định lý

Cho F là không gian con của V. Khi đó F¹ là không gian con của V.

Ví dụ

Trong không gian \mathbb{R}^3 , cho không gian con F là mặt phẳng (P) với phương trình 2x + 3y - z = 0. Tìm không gian con bù vuông góc của F.

Không gian bù vuông góc của F là đường thẳng qua gốc O và vuông góc với mặt phẳng (P)

Định lý

Véctơ x vuông góc với không gian con F khi và chỉ khi x vuông góc với một tập sinh của F.

Các bước tìm số liều và mát re

Bước 2.
$$\forall x \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp$$

Giả sử
$$(x,y) = xMy^T$$
. Kh**B ở** (**H CM** $\int_{1}^{2} Mx^T = 0$ for $\int_{1}^{2} Mx^T = 0$

Ở dạng ma trận, ta được: BACHKHOACNCP.COM

Định lý

Véctơ x vuông góc với không gian con F khi và chỉ khi x vuông góc với một tập sinh của F.

Các bước tìm số chiều và một cơ sở của F¹.

TÀI LIỆU SƯƯ TẬP

Giả sử $(x,y) = xMy^T$. KIB Ở I (H CM UT-CNCP

Định lý

Vécto x vuông góc với không gian con F khi và chỉ khi x vuông góc với một tập sinh của F.

Các bước tìm số chiều và một cơ sở của F^{\perp} . Bước 1. Tìm một tập sinh của F là $E = \{f_1; f_2; \dots; f_k\}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP

Giả sử $(x,y) = xMy^T$. KIB Ở I (HEMUT-CNCP)

Định lý

Vécto x vuông góc với không gian con F khi và chỉ khi x vuông góc với một tâp sinh của F.

Các bước tìm số chiều và một cơ sở của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm một tập sinh của F là $E = \{f_1; f_2; \dots; f_k\}$.

Buốc 1. Tim một tạp sinh của
$$F$$
 là $E = \{f_1, f_2, \cdots, f_k\}$.

$$\begin{cases}
x \perp f_1 \\
x \perp f_2 \\
\cdots \\
x \perp f_k
\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}
(f_1, x) = 0 \\
(f_2, x) = 0 \\
\cdots \\
(f_k, x) = 0
\end{cases}$$
(*)

O dang ma trân, ta được: /BACHKHOACNCP.COM

Định lý

Véctơ x vuông góc với không gian con F khi và chỉ khi x vuông góc với một tập sinh của F.

Các bước tìm số chiều và một cơ sở của F^{\perp} . **Bước 1.** Tìm một tập sinh của F là $E = \{f_1; f_2; \dots; f_k\}$. Bước 2. $\forall x \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \\ \dots \\ x \perp f_k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \\ \dots \\ (f_k, x) = 0 \end{cases}$ Giả sử $(x, y) = xMy^T$. Khi đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} f_1Mx^T = 0 \\ f_2Mx^T = 0 \\ \dots \\ f_kMx^T = 0 \end{cases}$ (*)

O dang ma trân, ta được: BACHKHOACNCP.COM

Định lý

Véctơ x vuông góc với không gian con F khi và chỉ khi x vuông góc với một tập sinh của F.

Các bước tìm số chiều và một cơ sở của F^{\perp} . **Bước 1.** Tìm một tập sinh của F là $E = \{f_1; f_2; \cdots; f_k\}$. Bước 2. $\forall x \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \\ \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \\ \dots \end{cases}$ Giả sử $(x, y) = xMy^T$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} f_1Mx^T = 0 \\ f_2Mx^T = 0 \\ \dots \end{cases}$ (*) O dạng ma trận, ta được: $FMx^TH \perp 0 OACNCP.COM$

Ví dụ

```
Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc (x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3, cho không gian con F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp}.
```

Bước 1. Tìm tập Shh của A. $\forall f = (a;b;c) \in F \Rightarrow 2a + 3b + c$ $\Rightarrow c = 0 + 3b$. Suy ra f = (a;b;2a + 3b) = a(-0;2) + b(-1;3)Hay $E = \{f_1 = (1;0;2), f_2 = (0;1;3) \text{ là târ sinh của } F$. Bước 2. Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

 $\forall x = (x_1; x_2; x_3) \mathbf{T} \mathbf{A} + \mathbf{L} \mathbf{I} \mathbf{\hat{E}} \mathbf{U} \mathbf{I} \mathbf{S} \mathbf{U} \mathbf{\hat{U}} \mathbf{I} \mathbf{\hat{A}} \mathbf{\hat{P}} \mathbf{\hat{K}} \mathbf{\hat{K}}$

BO HOMUT-CNCP

 $x_2 = \alpha \longrightarrow x = (2\alpha, 3\alpha, \alpha) = 0$

Ví du

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3),$ $(y_1; y_2; y_3) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

 $\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b + c \Leftrightarrow c$ Suy ra f = (a; b; 2a + 3b) = a(0; 2) + b(c; 3)

Hay $E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3) | la tân sinh của F.$

$\forall x = (x_1; x_2; x_3) T A + LI E U S U U T A P (x, f_1) = 0$

BACHKHOACNCP.COM Vây tâp sinh và cũng là cơ sở của F¹ là [(2;3;-1)] và dựn (F

Ví dụ

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra f = (a; b; 2a + 3b) = a(0, 2) + b(0, 1; 3)Hay $E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3) | 1a tay sinh của <math>F$.

Bước 2. Tìm cơ sở, sô chiêu của F

$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \text{TÅ} + \text{LIEULSU} \underbrace{\{ \bigcup_{x = 1/2}^{x} \widehat{A} \widehat{P}(x, f_1) = 0 \}}_{(x, f_2) = 0}$

BO HOMUT-CNCP

 $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -3\alpha \Rightarrow x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha(2; 3; -1) \end{cases}$

Vây tập sinh và cũng là cơ sơ của F là {(2;3;-1)} và dịm(l

Ví dụ

```
Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc (x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3, cho không gian con F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp}.
```

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra
$$f = (a; b; 2a + 3b) = a(1; 0; 2) + b(0; 1; 3)$$
.

Hay $E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3) | la tais sinh của F.$

Bước 2. Tìm cơ sớ_, sô chiêu của *F*-

$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \text{TÅ} + \text{LIEULSU} \underbrace{\{ \bigcup_{x = 1/2}^{x} \widehat{A} \widehat{P}(x, f_1) = 0 \}}_{(x, f_2) = 0}$

BO HOMUT-CNCP

 $\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_2 = -3\alpha \quad \Rightarrow x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha(2; 3; -1) \\ x_2 = \alpha \end{array} \right.$

Vây tập sinh và cũng là cơ sơ của F là {(2;3;-1)} và dịm(l

Ví dụ

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra
$$f = (a; b; 2a + 3b) = a(1; 0; 2) + b(0; 1; 3)$$
.

Hay
$$E = \{f_1 = (1, 0, 2), f_2 = (0, 1, 3)\}$$
 là tập sinh của F .

Bước 2. Tìm cơ sở $_{m{z}}$ số chiều của $F^{m{\perp}}$

$\forall x = (x_1; x_2; x_3) T A + LI E U S U U T A P (x, f_1) = 0$

BOT HOMUT-CNCP

 $x_2 = -3\alpha \implies x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha(2; 3; -3\alpha; \alpha)$

Vây tập sinh và cũng là cơ sơ của F là ((2;3; -1) và địm()

Ví dụ

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra
$$f = (a; b; 2a + 3b) = a(1; 0; 2) + b(0; 1; 3)$$
.

Hay
$$E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3)\}$$
 là tập sinh của F .

Bước 2. Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

BO HOMUT-CNCP

 $\forall x = (x_1; x_2; x_3) \text{TALLIEUISU} \underbrace{\bigcup_{x = 1}^{n} \prod_{j = 0}^{n} P(x, f_1) = 0}_{(x, f_2) = 0}$

 $x = -3\alpha \implies x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha$

Vây tập sinh và cũng là cơ sơ của F là $\{(2,3,-1)\}$ và dịm $\{$

Ví du

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra
$$f = (a; b; 2a + 3b) = a(1; 0; 2) + b(0; 1; 3)$$
.

Hay
$$E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3)\}$$
 là tập sinh của F .

Bước 2. Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x, f_1) = 0 \\ (x, f_2) = 0 \end{cases}$$

BOH HOMUT-CNCP

 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -3\alpha \Rightarrow x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha(2; 3; -1) \\ x_3 = \alpha \end{cases}$

Vây tập sinh và cũng là cơ sơ của F la {(2;3;-1)} và dịm(l

Ví dụ

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra
$$f = (a; b; 2a + 3b) = a(1; 0; 2) + b(0; 1; 3)$$
.

Hay
$$E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3)\}$$
 là tập sinh của F .

Bước 2. Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x, f_1) = 0 \\ (x, f_2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \mathring{\bigcirc} + 2\alpha MUT - CNCP \\ x_2 = -3\alpha \Rightarrow x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha(2; 3; -1). \\ x_3 = \alpha \\ x_{\mathsf{BACHKHOACNCP.COM}} \end{cases}$$

Ví du

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc $(x,y) = ((x_1;x_2;x_3),$ $(y_1; y_2; y_3) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tìm tập sinh của F.

$$\forall f = (a; b; c) \in F \Rightarrow 2a + 3b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 3b.$$

Suy ra
$$f = (a; b; 2a + 3b) = a(1; 0; 2) + b(0; 1; 3)$$
.

Hay
$$E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3)\}$$
 là tập sinh của F .

Bước 2. Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x, f_1) = 0 \\ (x, f_2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2\alpha \text{ MUT-CNCP} \\ x_2 = -3\alpha \Rightarrow x = (-2\alpha; -3\alpha; \alpha) = -\alpha(2; 3; -1). \\ x_3 = \alpha \\ x_3 = \alpha \end{cases}$$
Vậy tập sinh và cũng là cơ số của F^{\perp} là $\{(2; 3; -1)\}$ và $\dim(F^{\perp}) = 1$.

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x,y) = ((x_1; x_2; x_3)(y_1; y_2; y_3))$ = $4x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_1y_3 - x_2y_1 + 5x_2y_2 + 2x_2y_3 + 3x_3y_1 + 2x_3y_2 + 6x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của F là E = 0Bước 2. Tìm cơ số, số chiều của F

 $\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp + x \perp$

X I EGP X I

 $x \perp f_2 \Leftrightarrow \{(f_2, f_2, f_3)\}$

 $\Leftrightarrow FMx^T = 0$, $\forall i F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

TAI LIEU SUUTAP

Cơ sở của F1 là ((315; 240; BACHKHOACNCP.COM

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x,y)=((x_1;x_2;x_3)(y_1;y_2;y_3))$ = $4x_1y_1-x_1y_2+3x_1y_3-x_2y_1+5x_2y_2+2x_2y_3+3x_3y_1+2x_3y_2+6x_3y_3$, cho không gian con $F=\{(x_1;x_2;x_3)|2x_1+3x_2-x_3=0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của
$$F$$
 là $E = \{f_1 = (1,0,2), f_2 = (0,1,3)\}.$

 $\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp \downarrow f_1 \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \end{cases}$

Bước 2. Tìm cơ số số chiếu của

$\Leftrightarrow FMx^T = 0$, $v \Leftrightarrow FM$

 $\Rightarrow \begin{pmatrix} 10 & 3 & 15 \\ 8 & 11 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mathbf{B} \bullet (\mathbf{H}) \mathbf{CMUI} - \mathbf{CNC} \mathbf{E} \mathbf{A}0; -258)$

Cơ sở của F¹ là ((315; 240; BACHKHOACNCP.COM

Ví du

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2; x_3)(y_1; y_2; y_3))$ $=4x_1y_1-x_1y_2+3x_1y_3-x_2y_1+5x_2y_2+2x_2y_3+3x_3y_1+2x_3y_2+6x_3y_3,$ cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}.$ Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của F là $E = \{f_1 = (1, 0, 2), f_2 = (0, 1, 3)\}.$ Bước 2. Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

 $\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp \{x_1, x_2, x_3\} \in F^{\perp}$

$\Leftrightarrow FMx^T = 0$, với $F_{\bullet \bullet}$

Cơ sở của F^{\perp} là ((315; 240; BACHKHOACNCP.COM

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x,y) = ((x_1; x_2; x_3)(y_1; y_2; y_3))$ = $4x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_1y_3 - x_2y_1 + 5x_2y_2 + 2x_2y_3 + 3x_3y_1 + 2x_3y_2 + 6x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của F là $E = \{f_1 = (1; 0; 2), f_2 = (0; 1; 3)\}$. **Bước 2.** Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow FMx^T = 0$, $v\acute{o}i F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ TÀI LIỆU SƯU TẬP

 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 10 & 3 & 15 \\ 8 & 11 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mathbf{B} \mathbf{O} \mathbf{I} \mathbf{H} \mathbf{CMUI} \mathbf{1} \mathbf{CNC} \mathbf{P} \mathbf{40}; -258)$

Cơ sở của F^{\perp} là ((315; 240; **BÁCHKHOACNCP.COM**

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x,y) = ((x_1; x_2; x_3)(y_1; y_2; y_3))$ = $4x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_1y_3 - x_2y_1 + 5x_2y_2 + 2x_2y_3 + 3x_3y_1 + 2x_3y_2 + 6x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của F là $E = \{f_1 = (1, 0, 2), f_2 = (0, 1, 3)\}$. **Bước 2.** Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow FMx^T = 0, \text{ v\'oi } F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 10 & 3 & 15 \\ 8 & 11 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \end{pmatrix} \mathbf{B} \overset{\bullet}{O} \mathbf{I} \overset{\bullet}{O} \mathbf{H} \overset{\bullet}{C} \overset{\bullet}{N} \overset{\bullet}{V} \overset{\bullet}{I} \overset{\bullet}{I} \overset{\bullet}{O} \mathbf{I} \overset{\bullet}{O} \overset{\bullet}{O}$$

Cơ sở của F^{\perp} là $\{(315; 240; \mathbf{BACHKHOACNCP.COM}\}$

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x,y) = ((x_1; x_2; x_3)(y_1; y_2; y_3))$ = $4x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_1y_3 - x_2y_1 + 5x_2y_2 + 2x_2y_3 + 3x_3y_1 + 2x_3y_2 + 6x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của F là $E = \{f_1 = (1, 0, 2), f_2 = (0, 1, 3)\}$. **Bước 2.** Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow FMx^T = 0, \text{ v\'oi } F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 10 & 3 & 15 \\ 8 & 11 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = \alpha(315; 240; -258)$$

Cơ sở của F^{\perp} là $\{(315; 240; \mathbf{BACHKHOACNCP.COM}\}$

Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng $(x,y) = ((x_1; x_2; x_3)(y_1; y_2; y_3))$ = $4x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_1y_3 - x_2y_1 + 5x_2y_2 + 2x_2y_3 + 3x_3y_1 + 2x_3y_2 + 6x_3y_3$, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của F^{\perp} .

Bước 1. Tập sinh của F là $E = \{f_1 = (1, 0, 2), f_2 = (0, 1, 3)\}$. **Bước 2.** Tìm cơ sở, số chiều của F^{\perp} .

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in F^{\perp} \Leftrightarrow x \perp F \Leftrightarrow x \perp E \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp f_1 \\ x \perp f_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (f_1, x) = 0 \\ (f_2, x) = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow FMx^T = 0, \text{ v\'oi } F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 10 & 3 & 15 \\ 8 & 11 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = \alpha(315; 240; -258)$$

Cơ sở của F^{\perp} là {(315; 240; =258)} và $dim(F^{\perp}) = 10 \text{ M}$