

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP.HCM

--oOo--



BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Họ và tên: Nguyễn Duy Khang

MSSV: 2113665

Nhóm: 11

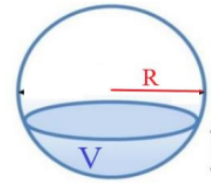
Lớp: L05

Mã số M (các câu 1,2,3,4): 2.9908

TP HỒ CHÍ MINH

1) Để dự trữ $V=5.4M$ (đơn vị: m^3) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước V chứa trong bể nước cho bởi công thức $V = \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$, trong đó

V : thể tích nước (đơn vị: m^3), h : chiều cao (đơn vị: m), M : bán kính bể nước (đơn vị: m). Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu $h_0=2$ (đơn vị: m). Tìm sai số của h_2 (sau 2 lần lặp) theo sai số tổng quát khi xét trong khoảng cách ly nghiệm $[0.5, 2.0]$ (đơn vị: m). (Đáp số với 4 số lẻ)



2) Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss-Seidel của hệ 2 phương trình, 2 ẩn là :

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = ax_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = cx_1^{(k+1)} + d \end{cases} \quad \text{Biết } x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}, x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}, x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$$

Tìm các giá trị a, b, c, d . (Đáp số với 4 số lẻ)

3) Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một cửa hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau

x : Giá (đơn vị : đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y : Sản phẩm (đơn vị : chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	400M

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu $y=a+bx$ là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc (sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng **đơn vị**, giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị **trăm đồng**)

4) Tọa độ hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ trên mặt phẳng cho bởi bảng sau :

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
$f(x)$	0.8	0.9M	1.0	1.15	1.05	1.2	0.5M
$g(x)$	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng $x=1$, $x=2.2$ (Đáp số với 2 số lẻ)

Câu 5 :

Bài tập lớn **N11** :

Cho A là ma trận kích thước 2×2 . X là ma trận 2×1 . Chứng minh rằng :

$$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$$

Tìm X sao cho xảy ra dấu =

$$\|A\|_1 = \max_j \left(\sum_{i=1}^n |a_{i,j}| \right)$$

Giải : với M=2,9908

I/Phần bài tập cá nhân:

Câu 1:

$$\text{Ta có: } V = \frac{3,14h^2(3M-h)}{3} = 5,4M$$

$$\Leftrightarrow \frac{3,14h^2(3M-h)}{3} - 5,4M = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3,14h^3}{3} + M \times 3,14h^2 - 5,4M = 0$$

$$\text{Đặt } f(h) = -\frac{3,14h^3}{3} + M \times 3,14h^2 - 5,4M$$

$$f'(h) = -3,14h^2 + 6,28Mh$$

$$f''(h) = -6,28h + 6,28M$$

$$h_1 = h_0 - \frac{f(h_0)}{f'(h_0)} = 2 - \frac{f(2)}{f'(2)} = 1,4785$$

$$h_2 = h_1 - \frac{f(h_1)}{f'(h_1)} = 1,4785 - \frac{f(1,4785)}{f'(1,4785)} = 1,4309$$

*Tính Sai Số h_2

$$f'(h) = -3,14h^2 + 6,28Mh$$

$$f''(h) = -6,28h + 6,28M$$

$$f''(h)=0 \Leftrightarrow h=M=2,9908$$

Bảng biến thiên:

h	$-\infty$		0,5		2		2,9908		$+\infty$
$f''(h)$		+		+		+	0	-	

Khi $h \in [0,5;2,0]$ thì $f'(h)$ đồng biến nên giá trị nhỏ nhất của $f'(h) \in [0,5;2,0]$ là $f'(0,5) = 8,6061$ mà $f'(h)$ luôn dương trên $[0,5;2,0]$
 $m = |f'(h)| = 8,6061$

Ta có : $|h_2 - h^*| \leq \frac{|f(h_2)|}{m} = 0,0014$

Matlab

Code

```
%nhap ham f, f' vao cmd va chay newtonss(f,fd)
%f = @(x) ((3.14*x^2*(3*M-x))/3)-5.4*M;
%fd = @(x) 3.14*2*x*M-3.14*x^2;
%newtonss(f,fd)
%nhap h0
%nhap h min
function [x,ss] = newtonss(f,fd)
eps = 1.0E-6; N=3;
x0 = input('nhap x0 ');
x = x0;
xm = input('nhap xm ');
m = fd(xm);
n = 1; err = eps+1;
while (n < N && err > eps)
    x1 = x - f(x)/fd(x);
    err = abs(f(x1))/m;
    n=n+1; x=x1
    ss = f(x)/m;
    double(ss)
disp('so lan lap la '),disp(n-1);
disp('gia tri x* la : '),disp(x);
disp('sai so x* '),disp(ss);
end
end
```

Kết quả

```

1 %nhap ham f, f' vào cmd và chạy newtonss(f,fd)
2 %f = @(x)((3.14*x^2*(3*M-x))/3)-5.4*M;
3 %fd = @(x)3.14*2*x*M-3.14*x^2;
4 %newtonss(f,fd)
5 %nhap h0
6 %nhap h min
7 function [x,ss] = newtonss(f,fd)
8 eps = 1.0E-6; N=3;
9 x0 = input('nhap x0 ');
10 x = x0;
11 xm = input('nhap xm ');
12 m = fd(xm);
13 n = 1; err = eps+1
14 while (n < N && err > eps)
15     x1 = x - f(x)/fd(x);
16     err = abs(f(x1))/m;
17     n=n+1; x=x1
18     ss = f(x)/m;
19     double(ss)
20 disp('so lan lap la '),disp(n-1);
21 disp('gia tri x* la : '),disp(x);
22 disp('sai so x* '),disp(ss);
23 end
24 end
25
26

```

```

so lan lap la
2
gia tri x* la :
1.4309
sai so x*
0.0013
ans =
1.4309

```

Câu 2:

Theo công thức lặp của phương pháp Gauss-Seidel ta có :

$$\text{Khi } k=0, \text{ ta có } \begin{cases} x_1^{(1)} = ax_2^{(0)} + b \\ x_2^{(1)} = cx_1^{(1)} + d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1^{(1)} = 0,5a + b = \frac{M}{5} \\ x_2^{(1)} = \frac{M}{5}c + d = 0,75 \end{cases}$$

$$\text{Khi } k=1, \text{ ta có } \begin{cases} x_1^{(2)} = ax_2^{(1)} + b \\ x_2^{(2)} = cx_1^{(2)} + d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1^{(2)} = 0,75a + b = 0,125 \\ x_2^{(2)} = 0,125c + d = \frac{M}{10} \end{cases}$$

Ta thấy:

$$+x_1^{(2)} - x_1^{(1)}$$

$$\Leftrightarrow 0,25a = 0,125 - \frac{M}{5}$$

$$\Rightarrow a = \left(0,125 - \frac{M}{5}\right) 4$$

$$+ 2x_1^{(1)} - \frac{4}{3}x_1^{(2)}$$

$$\Leftrightarrow \left(2 - \frac{4}{3}\right)b = \frac{2M}{5} - 0,125 \cdot \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow b = \left(\frac{2M}{5} - 0,125 \cdot \frac{4}{3}\right) \frac{3}{2}$$

$$+x_2^{(2)} - x_2^{(1)}$$

$$\Leftrightarrow \left(0,125 - \frac{M}{5}\right)c = \frac{M}{10} - 0,75$$

$$\Rightarrow c = \left(\frac{M}{10} - 0,75\right) \div \left(0,125 - \frac{M}{5}\right)$$

$$+8x_2^{(2)} - \frac{5}{M}x_2^{(1)}$$

$$\Leftrightarrow \left(8 - \frac{5}{M}\right)d = \left(\frac{M}{10}8 - 0,75 \cdot \frac{5}{M}\right)$$

$$\Rightarrow d = \left(\frac{M}{10}8 - 0,75 \cdot \frac{5}{M}\right) \div \left(8 - \frac{5}{M}\right)$$

Với $M=2.9908$ thì :

$$\begin{cases} a \approx -1,8926 \\ b \approx 1,5445 \\ c \approx 0,9530 \\ d \approx 0,1800 \end{cases}$$

MATLAB

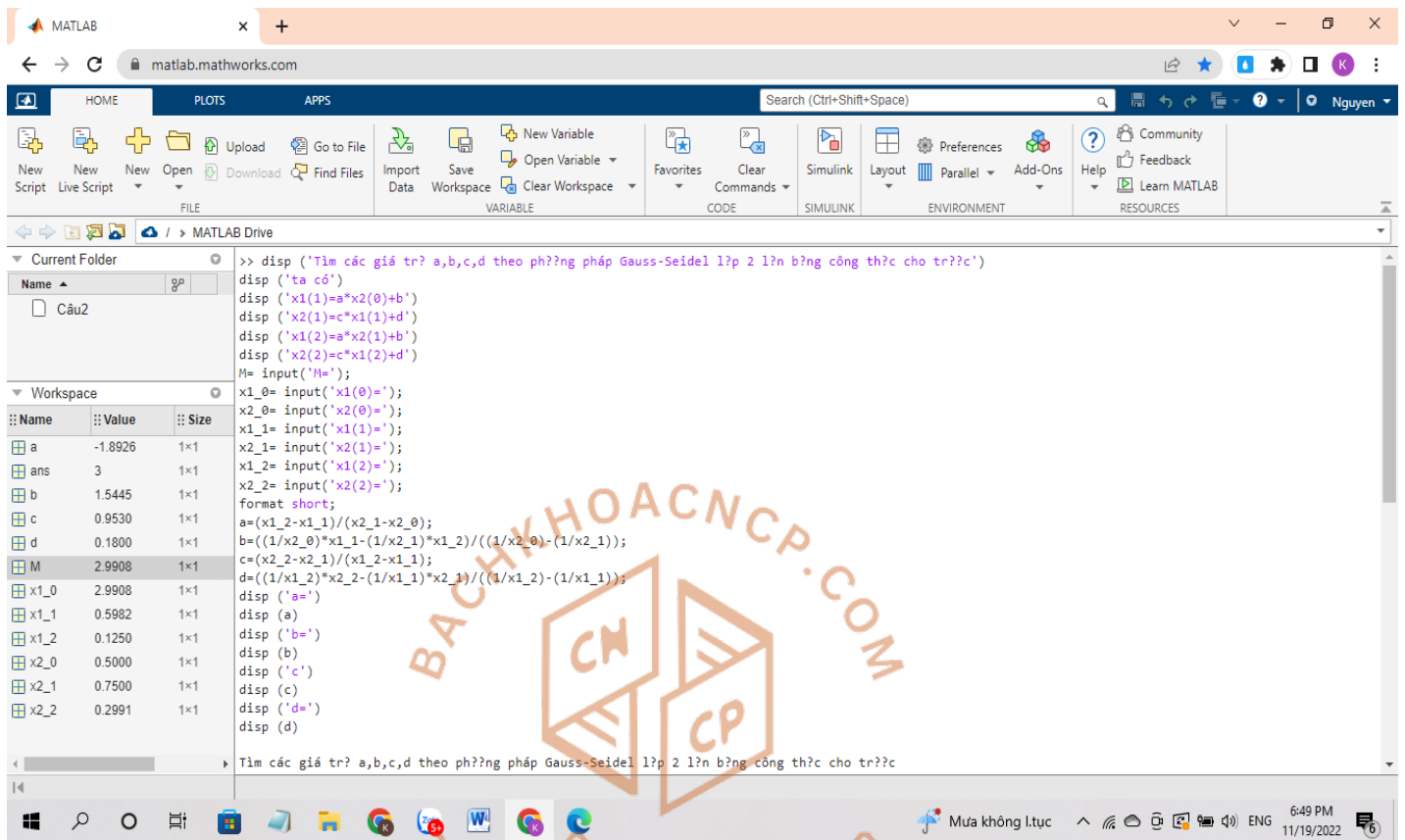
Code

Clear;

Clc;

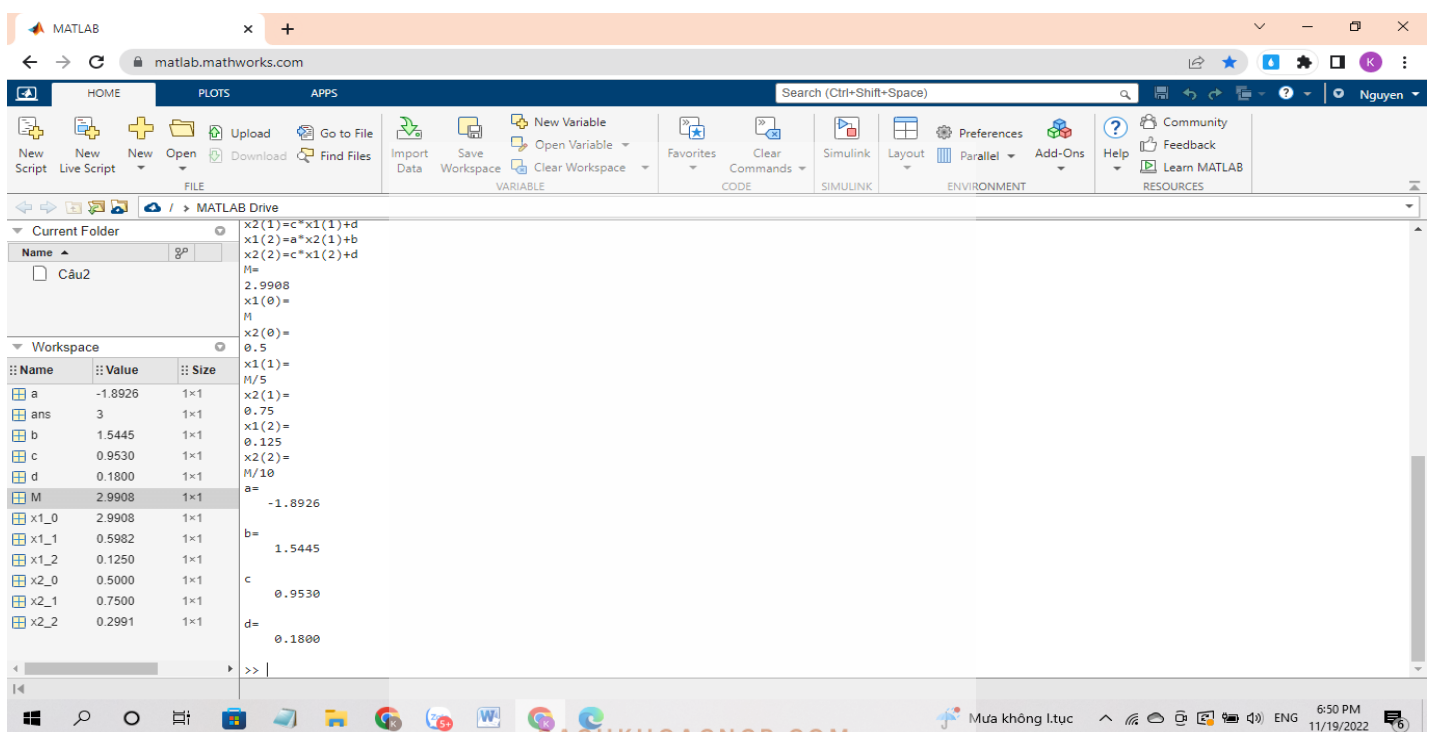
```
disp ('Tìm các giá tr? a,b,c,d theo ph??ng pháp  
Gauss-Seidel l?p 2 l?n b?ng công th?c cho  
tr??c')  
disp ('ta có')  
disp ('x1(1)=a*x2(0)+b')  
disp ('x2(1)=c*x1(1)+d')  
disp ('x1(2)=a*x2(1)+b')  
disp ('x2(2)=c*x1(2)+d')  
M= input('M=');  
x1_0= input('x1(0)=');  
x2_0= input('x2(0)=');  
x1_1= input('x1(1)=');  
x2_1= input('x2(1)=');  
x1_2= input('x1(2)=');  
x2_2= input('x2(2)=');  
format short;  
a=(x1_2-x1_1)/(x2_1-x2_0);  
b=((1/x2_0)*x1_1-(1/x2_1)*x1_2)/((1/x2_0)-  
(1/x2_1));  
c=(x2_2-x2_1)/(x1_2-x1_1);  
d=((1/x1_2)*x2_2-(1/x1_1)*x2_1)/((1/x1_2)-  
(1/x1_1));  
disp ('a=')  
disp (a)  
disp ('b=')  
disp (b)  
disp ('c')  
disp (c)  
disp ('d=')  
disp (d)
```

Kết quả:



```
>> disp('Tìm các giá trị a,b,c,d theo phương pháp Gauss-Seidel lặp 2 lần bằng công thức cho trước?')
disp('ta có')
disp('x1(1)=a*x2(0)+b')
disp('x2(1)=c*x1(1)+d')
disp('x1(2)=a*x2(1)+b')
disp('x2(2)=c*x1(2)+d')
M= input('M=');
x1_0= input('x1(0)=');
x2_0= input('x2(0)=');
x1_1= input('x1(1)=');
x2_1= input('x2(1)=');
x1_2= input('x1(2)=');
x2_2= input('x2(2)=');
format short;
a=(x1_2-x1_1)/(x2_1-x2_0);
b=((1/x2_0)*x1_1-(1/x2_1)*x1_2)/((1/x2_0)-(1/x2_1));
c=(x2_2-x2_1)/(x1_2-x1_1);
d=((1/x1_2)*x2_2-(1/x1_1)*x2_1)/((1/x1_2)-(1/x1_1));
disp('a=')
disp(a)
disp('b=')
disp(b)
disp('c=')
disp(c)
disp('d=')
disp(d)
```

Name	Value	Size
a	-1.8926	1x1
ans	3	1x1
b	1.5445	1x1
c	0.9530	1x1
d	0.1800	1x1
M	2.9908	1x1
x1_0	2.9908	1x1
x1_1	0.5982	1x1
x1_2	0.1250	1x1
x2_0	0.5000	1x1
x2_1	0.7500	1x1
x2_2	0.2991	1x1



```
x2(1)=c*x1(1)+d
x1(2)=a*x2(1)+b
x2(2)=c*x1(2)+d
M=
2.9908
x1(0)=
M
x2(0)=
0.5
x1(1)=
M/5
x2(1)=
0.75
x1(2)=
0.125
x2(2)=
M/10
a=
-1.8926
b=
1.5445
c=
0.9530
d=
0.1800
```

Name	Value	Size
a	-1.8926	1x1
ans	3	1x1
b	1.5445	1x1
c	0.9530	1x1
d	0.1800	1x1
M	2.9908	1x1
x1_0	2.9908	1x1
x1_1	0.5982	1x1
x1_2	0.1250	1x1
x2_0	0.5000	1x1
x2_1	0.7500	1x1
x2_2	0.2991	1x1

Câu 3:

x: giá (đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y: sản phẩm (chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	1196,32

Ta có: $n=7$; $\sum_{k=1}^n x_k = 42500$, $\sum_{k=1}^n y_k = 21836,32$

$$\sum_{k=1}^n x_k^2 = 266970000, \sum_{k=1}^n y_k x_k = 126580560$$

$$\begin{cases} 7A + 42500B = 21836,32 \\ 42500A + 266970000B = 126580560 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 7194,8921 \\ B = -0,6712 \end{cases}$$

$$f(x) = 7194,8921 - 0,6712x$$

- Thay $x = 5800$ (nghìn) $\Rightarrow y = f(x) = 7194,8921 - 0,6712 \times 5800 = 3301,9321$

\Rightarrow Với giá bán 5800 đồng thì lượng bánh ngọt bán được là 3301 chiếc

- Thay $y = 3000 \Rightarrow y = f(x) = 7194,8921 - 0,6712 \times x = 3000$

$\Rightarrow x = 6249,8392$ (đồng)

\Rightarrow Muốn bán được 3000 chiếc thì giá bán của mỗi chiếc là 62,4984 (trăm đồng)

Matlab

Code

```
function [] = test(btlppt);  
clc  
clear all  
close all  
xk = 0;
```

```

yk = 0;
xy = 0;
format long
M = input('nhap M = ')
x = [4500, 5000, 5400, 6000, 6600, 7000, 8000];
y = [3980, 3650, 3500, 3360, 3150, 3000, 400*M];
m = length(x);
xk = sum(x)
yk = sum(y)
xk2 = sumsqr(x)

for i =1:m
xy = xy + sum(x(i)*y(i))
end
syms A B
pt1 = m*A + xk*B == yk
pt2 = xk*A + xk2*B == xy
[A,B] = solve(pt1,pt2,A,B)

giaban = input('nhap gia ban =')
soluongbanh = input('nhap so luong banh =')
syms soluongbanhcantim giacanphaiban
pt1 = B*giaban + A == soluongbanhcantim
pt2 = B*giacanphaiban + A == soluongbanh
[soluongbanhcantim] =
solve(pt1,soluongbanhcantim)
[giacanphaiban] = solve(pt2,giacanphaiban)

end

```

Kết quả

MATLAB

matlab.mathworks.com

HOME PLOTS APPS EDITOR PUBLISH FILE VERSIONS VIEW

New Open Save Go To Find Refactor Run Section Run and Advance Run Step Stop

FILE NAVIGATE CODE SECTION RUN

/ > MATLAB Drive

```

1 function [] = test(bt1ppt);
2 clc
3 clear all
4 close all
5 xk = 0;
6 yk = 0;
7 xy = 0;
8 format long
9 M = input('nhap M = ');
10 x = [4500, 5000, 5400, 6000, 6600, 7000, 8000];
11 y = [3980, 3650, 3500, 3360, 3150, 3000, 400*M];
12 m = length(x);
13 xk = sum(x);
14 yk = sum(y);
15 xk2 = sumsq(x);
16 for i = 1:m
17     xy = xy + sum(x(i)*y(i))
18 end
19 syms A B
20 pt1 = m*A + xk*B == yk
21 pt2 = xk*A + xk2*B == xy
22 [A,B] = solve(pt1,pt2,A,B)
23 giaban = input('nhap gia ban =')
24 soluongbanh = input('nhap so luong banh =')
25 syms soluongbanhcantim giacanphaiban
26 pt1 = B*giaban + A == soluongbanhcantim
27 pt2 = B*giacanphaiban + A == soluongbanh
  
```

COMMAND WINDOW

UTF-8 CRLF test Ln 30 Col 4

Đang mưa 8:51 PM 11/19/2022

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

MATLAB

matlab.mathworks.com

HOME PLOTS APPS EDITOR PUBLISH FILE VERSIONS VIEW

New Open Save Go To Find Refactor Run Section Run and Advance Run Step Stop

FILE NAVIGATE CODE SECTION RUN

/ > MATLAB Drive

test.m

Command Window

```

-288482164314472363/429771607506944000
nhap gia ban =
5800
giaban =
5800
nhap so luong banh =
3000
soluongbanh =
3000
pt1 =
14189637800905041101/4297716075069440 == soluongbanhcantim
pt2 =
6184320666228887631/859543215013888 - (288482164314472363*giacanphaiban)/429771607506944000 == 3000
  
```

UTF-8 CRLF test Ln 30 Col 4

Đang mưa 8:52 PM 11/19/2022

```

test.m
Command Window
3000
soluongbanh =
    3000
pt1 =
14189637800905041101/4297716075069440 == soluongbanhcantim
pt2 =
6184320666228887631/859543215013888 - (288482164314472363*giacanhphaiban)/429771607506944000 == 3000
soluongbanhcantim =
14189637800905041101/4297716075069440
giacanhphaiban =
1802845510593611815500/288482164314472363
>>
  
```

Câu 4:

x	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2
f(x)	0,8	2,69172	1,0	1,15	1,05	1,2	1,4954
g(x)	2,7	3,9	4,2	5,1	4,7	3,5	3,2

Ta có : $f(x) \leq g(x) \forall x \in [1; 2,2]$ nên diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ và 2 đường thẳng $x = 1$, $x = 2,2$ được xác định bởi công thức:

$$S = \int_1^{2,2} g(x) - f(x) dx \quad (1)$$

$h = 1,2 - 1 = 0,2$, áp dụng công thức Simpson :

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $f(x)$ và hai đường thẳng

$x = 1; x = 2,2$:

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_1^{2,2} f(x) dx \\ &= \frac{h}{3} [f(x_0) + f(x_6) + 4(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5)) + 2(f(x_2) + f(x_4))] \\ &= \frac{0,2}{3} (0,8 + 1,4954 + 4(2,69172 + 1,15 + 1,2) + 2(1 + 1,05)) \\ &= 1,770818667 \quad (2) \end{aligned}$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $g(x)$ và hai đường thẳng

$x = 1; x = 2,2$:

$$\begin{aligned} S_2 &= \int_1^{2,2} g(x) dx \\ &= \frac{h}{3} [g(x_0) + g(x_6) + 4(g(x_1) + g(x_3) + g(x_5)) + 2(g(x_2) + g(x_4))] \\ &= \frac{0,2}{3} (2,7 + 3,2 + 4(3,9 + 5,1 + 3,5) + 2(4,2 + 4,7)) \\ &= 4,913333333 \quad (3) \end{aligned}$$

Từ (1), (2) và (3) ta có :

$$S = S_2 - S_1 = 4,913333333 - 1,770818667 = 3,14$$

Vậy $S = 3,14$

Matlab

Code

```
function s = simpson(f, a, b, n)
%Nhập cmd
%f = [0.8 0.9*M 1 1.15 1.05 1.2 0.5*M]
%g = [[2.7 3.9 4.2 5.1 4.7 3.5 3.2]
%a = gh dưới
%b = gh trên
%n = khoảng chia/2 (3)
f = input('nhập f(x) ');
g = input('nhập g(x) ');
a = input('nhập a ');
b = input('nhập b ');
n = input('nhập khoảng chia ');
h = (b - a)/(2*n);
%Tính f
sf1 = 0;
sf2 = 0;
for k = 2:n
x = 2*k-1;
sf1 = sf1 + f(1,x);
end
for k = 1:n
x = 2*k;
sf2 = sf2 + f(1,x);
end
sf = h*(f(1,1) + f(1,2*n+1) + 2*sf1 + 4*sf2)/3;
disp('Diện tích miền f là ');disp(sf);
%Tính g
```

```

sg1 = 0;
sg2 = 0;
for k = 2:n
x = 2*k-1;
sg1 = sg1 + g(1,x);
end
for k = 1:n
x = 2*k;
sg2 = sg2 + g(1,x);
end
sg = h*(g(1,1) + g(1,2*n+1) + 2*sg1 + 4*sg2)/3;
disp('Dien tich mien g la ');disp(sg);
Dt = abs(sf-sg);
disp('Dien tich gioi han boi 2 do thi la
');disp(Dt);
end

```

Kết quả

The screenshot displays the MATLAB R2021b environment. The main window shows the script 'simpson.m' with the following code:

```

1 function s = simpson(f, a, b, n)
2 %Nhap cmd
3 %f = [0.8 0.9*M 1 1.15 1.05 1.2 0.5*M]
4 %g = [[2.7 3.9 4.2 5.1 4.7 3.5 3.2]
5 %a = gh duoi
6 %b = gh tren
7 %n = khoang chia/2 (3)
8 f = input('nhap f(x) ');
9 g = input('nhap g(x) ');
10 a = input('nhap a ');
11 b = input('nhap b ');
12 n = input('nhap khoang chia ');
13 h = (b - a)/(2*n);
14 %Tinh f
15 sf1 = 0;
16 sf2 = 0;
17 for k = 2:n
18 x = 2*k-1;
19 sf1 = sf1 + f(1,x);
20 end
21 for k = 1:n
22 x = 2*k;
23 sf2 = sf2 + f(1,x);
24 end
25 sf = h*(f(1,1) + f(1,2*n+1) + 2*sf1 + 4*sf2)/3;
26 disp('Dien tich mien f la ');disp(sf);
27 %Tinh g

```

The Command Window shows the output of the script:

```

Dien tich mien f la 1.15
Dien tich gioi han boi 2 do thi la 1.15

```

The status bar at the bottom indicates the file is 'simpson.m' at line 43, column 1, with a UTF-8 encoding and CRLF line endings.

```

>> edit
>> simpson
nhap f(x)
[0.8    2.69172    1.0    1.15    1.05    1.2    1.4954]
nhap g(x)
[2.7    3.9    4.2    5.1    4.7    3.5    3.2]
nhap a
1
nhap b
2.2
nhap khoang chia
3
Diện tích miền f là
1.7708
Diện tích miền g là
4.9133
Diện tích giới hạn bởi 2 đồ thị là
3.1425
>>

```

Câu 5 :

Ma trận A có dạng: $A \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Ma trận X có dạng: $X \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$

Ta có: $\|A\|_1 = \max(|a| + |c|, |b| + |d|)$

$$\|X\|_1 = |e| + |f|$$

$$A.X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{pmatrix}$$

$$\|A.X\|_1 = |ae + bf| + |ce + df|$$

Giả sử: $\|A\|_1 = |a| + |c|$

Ta có:

$$\|A.X\|_1 = |ae + bf| + |ce + df| \leq |ae| + |bf| + |ce| + |df|$$

$$\begin{aligned}
&= |a||e| + |b||f| + |c||e| + |d||f| \\
&= |a|(|e| + |f|) + (|b| - |a|)|f| + |c|(|e| + |f|) + (|d| - |c|)|f| \\
&= (|a| + |c|)(|e| + |f|) + (-|a| - |c| + |b| + |d|)|f| \\
&\leq (|a| + |c|)(|e| + |f|) \quad \text{do } (|b| + |d| \leq |a| + |c|) \\
&= \|A\|_1 \cdot \|X\|_1 \\
&\rightarrow \|A \cdot X\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1
\end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} aebf \geq 0 \\ cedf \geq 0 \\ \begin{cases} |b| + |d| = |a| + |c| \\ |f| = 0 \end{cases} \end{cases}$

Tương tự với $\|A\|_1 = |a| + |c|$

Ta chứng minh tương tự vẫn sẽ được:

$$\|A \cdot X\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} aebf \geq 0 \\ cedf \geq 0 \\ \begin{cases} |b| + |d| = |a| + |c| \\ |f| = 0 \end{cases} \end{cases}$

Vậy ta có thể kết luận

$$\|A \cdot X\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$$

Và Dấu “=” xảy ra khi
$$\begin{cases} aebf \geq 0 \\ cedf \geq 0 \\ |b| + |d| = |a| + |c| \\ |f| = 0 \end{cases}$$

