

ĐỀ CA 1

- Đề thi gồm 1 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Câu 1: (2đ) Cho một hộp bi gồm 8 bi xanh, 7 bi vàng và 6 bi đỏ có cùng cỡ. Từ hộp rút ngẫu nhiên lần lượt, không hoàn lại, từng bi cho đến khi gặp bi đỏ thì dừng lại. Giả sử đã lấy ra tất cả 5 bi. Tìm xác suất để có 2 bi xanh và 2 bi vàng được rút ra.

Câu 2: (3đ) Tỷ lệ phế phẩm của một máy là 5%. Người ta dùng một thiết bị kiểm tra tự động để kiểm tra các sản phẩm do máy sản xuất. Tuy nhiên thiết bị này vẫn có sai sót khi kết luận, cụ thể sai sót khi gặp chính phẩm là 4%, còn sai sót khi gặp phế phẩm là 1%.

- Tìm tỷ lệ sản phẩm được kết luận chính phẩm mà thực ra nó là phế phẩm.
- Tìm tỷ lệ sản phẩm bị thiết bị kiểm tra đo kết luận nhầm.

Câu 3: (5đ) Khi khảo sát chiều dài của cùng một loại chi tiết do phân xưởng A sản xuất, người ta thu được mẫu sau:

| Chiều dài chi tiết (mm) | 62-63 | 63-64 | 64-65 | 65-66 | 66-67 | 67-68 |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Số chi tiết tương ứng | 12 | 33 | 70 | 57 | 48 | 10 |

Các chi tiết đạt loại I là các chi tiết có chiều dài trong khoảng 64-66 (mm).

- Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng chiều dài trung bình của các chi tiết do phân xưởng A sản xuất.
- Với độ tin cậy 98%, hãy tìm khoảng ước lượng cho số chi tiết đạt loại I trong kho chứa 2000 sản phẩm cùng loại của phân xưởng A.
- Trước đây, tỉ lệ chi tiết đạt loại I của phân xưởng chiếm 50%. Số liệu mẫu trên được khảo sát sau khi phân xưởng áp dụng cải tiến quy trình sản xuất. Với mức ý nghĩa 1%, có thể xem như việc cải tiến đã làm tăng tỉ lệ chi tiết đạt loại I không?
- Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định xem chiều dài chi tiết có phù hợp với phân phối chuẩn hay không?

Chủ nhiệm Bộ môn

ĐỀ CA 2

- Đề thi gồm 1 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Câu 1: (2đ) Ba công nhân cùng sản xuất một loại sản phẩm, xác suất để người thứ nhất và người thứ 2 làm ra chính phẩm là 0,9. Còn xác suất người thứ 3 làm ra chính phẩm là 0,8. Một người trong số đó làm ra 8 sản phẩm, thấy có 2 phế phẩm. Tìm xác suất trong 8 sản phẩm tiếp theo cũng do người đó sản xuất sẽ có 6 chính phẩm.

Câu 2: (3đ)

Hàng đóng thành kiện, mỗi kiện có 10 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm loại I. Khách hàng kiểm tra từng kiện hàng, và sẽ nhận kiện hàng nếu lấy ngẫu nhiên đồng thời ra 3 sản phẩm thì được cả 3 sản phẩm loại I. Khách đã kiểm tra 100 kiện hàng. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số kiện được khách nhận.

- Tìm xác suất một kiện hàng bất kì được khách nhận . Tính $E(X)$, $D(X)$.
- Tính xác suất để có không quá 33 kiện hàng được nhận.

Câu 3: (5 điểm): Một công ty đã nhập thêm máy móc mới phục vụ sản xuất. Khi quan sát quá trình công nhân gia công sản phẩm trên máy mới, người ta có được số liệu mẫu:

| Thời gian gia công (phút) | 30-32 | 32-34 | 34-36 | 36-38 | 38-40 | 40-42 |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Số sản phẩm tương ứng | 18 | 36 | 68 | 44 | 24 | 10 |

- Hãy ước lượng tỉ lệ sản phẩm được gia công dưới 34 phút với độ tin cậy 96%.
- Nếu muốn khoảng ước lượng thời gian trung bình để gia công một sản phẩm có chiều dài không quá 0,5 phút và độ tin cậy 96% thì chúng ta cần kích thước mẫu tối thiểu là bao nhiêu?
- Thời gian định mức trước đây để gia công một sản phẩm loại này là 36 phút. Với mức ý nghĩa 1%, chúng ta có thể kết luận việc nhập máy móc mới đã làm tăng năng suất công nhân hay chưa?
- Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định xem thời gian gia công một sản phẩm loại này có phù hợp với phân phối chuẩn hay không?

Chủ nhiệm Bộ môn

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

Câu 1: 2đ

Gọi: A là biến cố dừng lại ở bi thứ 5 (đề bài cho A xảy ra rồi).
B là biến cố trong 4 viên bi đầu có 2 xanh, 2 vàng.

$$P(A) = \frac{C_{15}^4}{C_{21}^4} \times \frac{6}{17} = \frac{26}{323} = 0.0805$$

$$P(AB) = \frac{C_8^2 \times C_7^2}{C_{21}^4} \times \frac{6}{17} = \frac{56}{1615} = 0,0347$$

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{C_8^2 \times C_7^2}{C_{15}^4} = \frac{28}{65} = 0,4308$$

Các bài làm theo công thức xác suất $\frac{m}{n}$ nhưng trình bày $|\Omega| = C_{15}^4 \times 6$ nếu đúng đáp số cũng không được điểm tối đa do cách viết trên không thể hiện yêu cầu của bài là lấy có thứ tự.

Câu 2: 3đ (1,5đ + 1,5đ)

Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm do máy sản xuất.

Gọi: PP là biến cố sản phẩm đó là phế phẩm.

CP là biến cố sản phẩm đó là chính phẩm.

KIPP là biến cố sản phẩm được kết luận là phế phẩm.

KICP là biến cố sản phẩm được kết luận là chính phẩm.

a) $P(PP * KICP) = P(PP) * P(KICP / PP) = 5\% * 1\% = 0,05\%.$

b) $P(KI \text{ nhầm}) = P(CP) * P(KI \text{ nhầm} / CP) + P(PP) * P(KI \text{ nhầm} / PP)$
 $= 95\% * 4\% + 5\% * 1\% = 3,85\%$

Câu 3: 5đ (1đ + 1đ + 1đ + 2đ)

$$n = 230 \quad \bar{x} = 65,0478 \quad \hat{s} = 1,2353 \quad s = 1,2380$$

a) Khoảng ước lượng cần tìm:

$$\bar{x} \pm \frac{z_{\alpha} \times s}{\sqrt{n}} = 65,0478 \pm \frac{1,96 \times 1,2380}{\sqrt{230}} = 65,0478 \pm 0,1600 \quad \text{hay } (64,8878; 65,2078)$$

b) $f = 127/230 = 0,5522$

Khoảng ước lượng cho tỉ lệ chi tiết đạt loại I:

$$f \pm \frac{z_{\alpha} \times \sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = 0,5522 \pm \frac{2,33 \times \sqrt{0,5522(1-0,5522)}}{\sqrt{230}} = 0,5522 \pm 0,0764$$

hay (0,4758; 0,6286)

Khoảng ước lượng cho số sản phẩm loại I trong kho: (952; 1257).

c) Gọi p là tỉ lệ chi tiết loại I thời điểm hiện tại

C1: Gtđđ H_0 : $p = 50\%$ Gt H_1 : $p \neq 50\%$

$$z_{\alpha} = 2,58$$

$$z_o = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \sqrt{n} = \frac{0,5522 - 0,5}{\sqrt{0,5 \times 0,5}} \sqrt{230} = 1,5825$$

Do $|z_o| < z_{\alpha}$ nên chấp nhận H_0 .

Ta nói tỉ lệ chi tiết loại I không tăng lên.

C2: Gtđđ H_0 : $p = 50\%$ Gt H_1 : $p > 0,5$

Miền bác bỏ $W_{\alpha} = (2,33; +\infty)$

$$z_o = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \sqrt{n} = \frac{0,5522 - 0,5}{\sqrt{0,5 \times 0,5}} \sqrt{230} = 1,5825$$

Do $z_o \notin W_{\alpha}$ nên chấp nhận H_0 . Ta nói tỉ lệ chi tiết loại I không tăng.

- d) H_0 : mẫu phù hợp phân phối chuẩn.
 H_1 : mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.
 Miền bác bỏ: $W_\alpha = (7,81; +\infty)$.
 Trình bày công thức tính p_i :

| p_i | $E_i = n \cdot p_i$ |
|---------------|---------------------|
| 0.0487 | 11.20 |
| 0.1495 | 34.38 |
| 0.2864 | 65.87 |
| 0.2950 | 67.86 |
| 0.1634 | 37.58 |
| 0.0570 | 13.11 |

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_{qs}^2 = 5,7364$ (trình bày công thức tính) $\notin W_\alpha \Rightarrow$ Không bác bỏ được H_0 .
 Mẫu phù hợp phân phối chuẩn.
 (Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).



ĐÁP ÁN ĐỀ 2

Câu 1: 2đ Gọi: A là biến cố lần đầu người đó làm 8 sản phẩm được 6 sản phẩm tốt.
B là biến cố lần tiếp theo người đó làm 8 sản phẩm được 6 sản phẩm tốt.
 H_1 là biến cố người làm việc là người thứ nhất hoặc thứ 2.
 H_2 là biến cố người làm việc là người thứ 3.

Xác suất cần tìm:
$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(H_1) \cdot P(AB/H_1) + P(H_2) \cdot P(AB/H_2)}{P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2)}$$
$$= \frac{\frac{2}{3} \times (C_8^6 \times 0.9^6 \times 0.1^2) + \frac{1}{3} \times (C_8^6 \times 0.8^6 \times 0.2^2)}{\frac{2}{3} \times C_8^6 \times 0.9^6 \times 0.1^2 + \frac{1}{3} \times C_8^6 \times 0.8^6 \times 0.2^2} = 0,2207$$

Câu 2: 3đ (2 đ + 1 đ)

a) $p = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24} \approx 0,2917$

X có phân phối nhị thức nên $E(X) = np = 29,17$ $D(X) = npq = 2915/144 = 20,6597$

b) * Bấm máy trực tiếp: $P(0 \leq X \leq 33) = \sum_{k=0}^{33} C_{100}^k \left(\frac{7}{24}\right)^k \left(1 - \frac{7}{24}\right)^{100-k} = 0,8302$

* Nếu sử dụng công thức tính gần đúng, ta có kết quả:

$$P(0 \leq X \leq 33) \approx \Phi\left(\frac{33 - 29,17}{\sqrt{20,6597}}\right) - \Phi\left(\frac{-29,17}{\sqrt{20,6597}}\right) = 0,80028 \quad (\text{hoặc } 0,80049)$$

Câu 3: 5đ (1đ + 1đ + 1đ + 2đ)

$n = 200$ $\bar{x} = 35,5$ $\hat{s} = 0,25515$ $s = 2,5579$

a) Khoảng ước lượng cần tìm:

$$f \pm \frac{z_\alpha \times \sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = 0,27 \pm \frac{2,05 \times \sqrt{0,27(1-0,27)}}{\sqrt{200}} = 0,27 \pm 0,0646 \text{ hay } (0,2054; 0,3344)$$

b) $2\varepsilon' \leq 0,5 \Rightarrow n' = \left(\frac{z_\alpha \times s}{\varepsilon'}\right)^2 \geq \left(\frac{2,05 \times 2,5579}{0,25}\right)^2 = 439,94 \Rightarrow n = 440$

c) Gọi a là thời gian trung bình để gia công 1 sản phẩm thời điểm hiện tại

C1: Gtđđ H_0 : $a = 36$ Gt H_1 : $a \neq 36$

$z_\alpha = 2,58$

$$z_o = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{35,5 - 36}{2,5579} \sqrt{200} = -2,7862$$

Do $|z_o| > z_\alpha$ nên bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 ; tức là thời gian gia công trung bình 1 sản phẩm đã thay đổi. Đồng thời do $\bar{x} < a_0 = 36$ nên ta coi như thời gian trung bình để gia công 1 sản phẩm đã giảm, hay năng suất công nhân đã tăng.

C2: Gtđđ H_0 : $a = 36$ Gt H_1 : $a < 36$

Miền bác bỏ $W_\alpha = (-\infty; -2,33)$

$$z_{qs} = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{35,5 - 36}{2,5579} \sqrt{200} = -2,7644$$

Do $z_o \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

Ta coi như thời gian trung bình để gia công 1 sản phẩm đã giảm, hay năng suất công nhân đã tăng.

- d) H_0 : mẫu phù hợp phân phối chuẩn.
 H_1 : mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.
 Miền bác bỏ: $W_\alpha = (7,81; +\infty)$.
 Trình bày công thức tính π_i :

| π_i | $E_i = n \cdot \pi_i$ |
|---------------|-----------------------|
| 0.0851 | 17.01 |
| 0.1932 | 38.65 |
| 0.2994 | 59.88 |
| 0.2587 | 51.75 |
| 0.1247 | 24.94 |
| 0.0389 | 7.78 |

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_{qs}^2 = 3,1701$ (trình bày công thức tính) $\notin W_\alpha \Rightarrow$ Không bác bỏ được H_0 .
 Mẫu phù hợp phân phối chuẩn.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).

