



LƯU Ý: Sinh viên phải đọc kỹ những quy định dưới đây:

- † Ghi đầy đủ Họ, Tên, MSSV, tính tham số \mathcal{M} và làm trực tiếp lên đề thi.
- † Được sử dụng tài liệu, máy tính bỏ túi, không được sử dụng máy tính có lập trình.
- † Không làm tròn kết quả trung gian. Không ghi đáp số ở dạng phân số. Đáp số ghi vào bài thi phải được làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân.
- † Đề thi gồm 10 câu (2 mặt tờ A4). Mọi thắc mắc, sinh viên ghi trực tiếp lên đề thi.
- † Gọi m và n là hai chữ số cuối của mã số sinh viên (m là chữ số hàng chục, n là chữ số hàng đơn vị, $0 \leq m, n \leq 9$). Đặt $\mathcal{M} = \frac{m + 2n + 12}{10}$. Ví dụ nếu mã số sinh viên là 91200276, thì $m = 7, n = 6$ và $\mathcal{M} = \frac{7 + 2 \times 6 + 12}{10} = 3.1$
- † Sinh viên tự điền vào bảng sau. Nếu không điền, bài thi bị xem là không hợp lệ.

Họ và Tên		Điểm toàn bài
MSSV		
\mathcal{M}		

Câu 1. Cho phương trình $e^x + 2x^2 + \cos x - 10 = 0$ trong khoảng cách ly nghiệm $[1, 2]$. Sử dụng phương pháp Newton, xác định x_0 theo điều kiện Fourier, tìm nghiệm gần đúng x_2 của phương trình trên và đánh giá sai số của nó.

Kết quả: $x_2 = 1.5973; \Delta x_2 = 0.0028$.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -15 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$
. Sử dụng phân tích $A = LU$ theo Doolittle, xấp xỉ l_{32}, u_{33}, x_3

Kết quả: $l_{32} = -1, u_{33} = 3, x_3 = -1$

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 14.3x_1 + 12.73x_2 - 11.85x_3 = 12.891 \\ 11.34x_1 + 16.5x_2 - 13.24x_3 = 15.731 \\ 11.18x_1 - 14.87x_2 + 18.7x_3 = 18.421 \end{cases}$$
. Sử dụng phương pháp Jacobi, với $x^{(0)} = (1.5, 0.3, 3.4)^T$, tìm vectơ lặp $x^{(3)}$.

Kết quả: $x_1^{(3)} = 0.7385, x_2^{(3)} = 0.7577, x_3^{(3)} = 0.5145$

Câu 4. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 34x_1 + 2.73x_2 - 1.85x_3 = 12.89 \\ 1.34x_1 + 29x_2 - 3.24x_3 = 15.73 \\ 1.18x_1 - 4.87x_2 + 32.6x_3 = 18.42 \end{cases}$$
.

Sử dụng phương pháp Gauss-Seidel, với $x^{(0)} = (0.1, 0.3, 0.4)^T$, tìm vectơ lặp $x^{(3)}$.

Kết quả: $x_1^{(3)} = 0.3661, x_2^{(3)} = 0.5971, x_3^{(3)} = 0.6410$

Câu 5. Cho bảng số $\frac{x}{y} \mid \begin{array}{ccc} 1.1 & 1.6 & 2.1 \\ 2.2 & 5.3 & 6.6 \end{array}$. Sử dụng Spline bậc ba $g(x)$ thỏa điều kiện $g'(1.1) = 0.2$ và $g'(2.1) = 0.5$ nội suy bảng số trên để xấp xỉ giá trị của hàm tại $x = 1.4$ và $x = 1.9$.

Kết quả: $g(1.4) = 3.7558; g(1.9) = 6.4148$

Câu 6. Cho bảng số: $\frac{x}{y} \mid \begin{array}{ccccc} 0.7 & 1.0 & 1.2 & 1.3 & 1.5 \\ 3.1 & 2 & 4.5 & 2.6 & 6.7 \end{array}$. Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm $f(x) = A + B \sin x + C \cos^2 x$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

Kết quả: $A = 144.0806, B = -138.2293, C = -88.7070$

Câu 7. Cho bảng số: $\frac{x}{y} \mid \begin{array}{ccccc} 1.2 & 1.3 & 1.4 & 1.5 & 1.7 \\ 2 & 2.5 & 5 & 4.5 & 5.5 \end{array}$. Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm $f(x) = A\sqrt{x^2 + 1} + B \cos x$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

Kết quả: $A = 2.5750, B = -5.2544$

Câu 8. Cho bảng số: $\frac{x}{y} \mid \begin{array}{cccc} 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.9 \\ 2.4 & 3.7 & 3.2 & 4.3 \end{array}$. Sử dụng đa thức nội suy Newton, hãy xấp xỉ đạo hàm cấp một của hàm tại $x = 0.5$.

Kết quả: $y'(0.5) \approx -2.6694$

Câu 9. Cho bảng số: $\frac{x}{y} \mid \begin{array}{cccc} 1.1 & 1.7 & 2.4 & 3.3 \\ 1.3 & 3.9 & 4.5 & \alpha \end{array}$. Sử dụng đa thức nội suy Lagrange, tìm giá trị của α để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ của đạo hàm tại $x = 1.5$ là $y'(1.5) \approx 2.8$.

Kết quả: $\alpha = 13.5876$

Câu 10. Cho tích phân $I = \int_{1.3}^{2.5} \ln \sqrt{x+6} dx$. Hãy xấp xỉ tích phân I bằng công thức Hình thang mở rộng với $n = 8$.

Kết quả: $I = 1.2395$

Câu 11. Cho bảng số: $\frac{x}{f(x)} \mid \begin{array}{ccccccccc} 1.0 & 1.2 & 1.4 & 1.6 & 1.8 & 2.0 & 2.2 \\ 2 & 3.3 & 2.4 & 4.3 & 5.1 & 6.2 & 7.4 \end{array}$. Sử dụng công thức Simpson mở rộng tính tích phân $I = \int_{1.0}^{2.2} [x f^2(x) + 2.2 x^3] dx$.

Kết quả: $I = 59.8250$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = e^x \ln(x^4 + 1) - 4x$. Sử dụng sai phân hướng tâm, xấp xỉ giá trị của $f'(0.7)$ và $f''(0.7)$ với bước $h = 0.15$.

Kết quả: $f'(0.7) \approx -1.2301; f''(0.7) \approx 11.9020$.

Câu 13. Cho bài toán Cauchy: $\begin{cases} y' = 2x + x \sin(x + 2y), & x \geq 1 \\ y(1) = 2.4 \end{cases}$. Sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 4 xấp xỉ $y(1.2)$ với bước $h = 0.2$.

Kết quả: $y(1.2) = 2.8449$

Câu 14. Cho bài toán Cauchy: $\begin{cases} y''(x) = 4.2y' + 2x^2y + 2.6, & 1 \leq x \leq 1.8 \\ y(1) = 1.2, y'(1) = 1 \end{cases}$

Đưa về hệ phương trình vi phân cấp 1. Sử dụng công thức Euler, giải gần đúng phương trình vi phân với bước $h = 0.2$.

Kết quả: $y(1.2) = 1.4000, y(1.8) = 6.1021$

Câu 15. Cho bài toán biên tuyến tính cấp 2:

$$\begin{cases} (x+2)y'' + x^3y' - 30y = -x(x+1), x \in [0; 1] \\ y(0) = 1, y(1) = 1.2 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ với bước $h = 0.25$.

Kết quả: $y(0.25) = 0.5022, y(0.5) = 0.4147, y(0.75) = 0.6188$

