

LƯU Ý:

- Sinh viên ghi đầy đủ **Họ, Tên, MSSV** và **làm bài trực tiếp lên đề thi**.
- Sinh viên **được** sử dụng tài liệu, máy tính bỏ túi, **không được** sử dụng máy tính có chức năng lập trình.
- Đề thi gồm 10 câu (2 mặt trên 1 tờ giấy A4). Mọi thắc mắc, sinh viên ghi trực tiếp lên đề thi.
- Gọi m và n là hai chữ số cuối cùng của mã số sinh viên (m là chữ số hàng chục, n là chữ số hàng đơn vị, $0 \leq m, n \leq 9$). Đặt $\mathcal{M} = \frac{m + 2n + 10}{10}$. Ví dụ nếu mã số sinh viên là 15115276 thì $m = 7$, $n = 6$ và $\mathcal{M} =$
- Sinh viên tự điền vào bảng sau. Nếu không điền, bài thi bị xem là không hợp lệ.

| | | | |
|---------------|--|-------------------|--|
| Họ và tên | | | |
| MSSV | | Chữ ký giám thị 1 | |
| \mathcal{M} | | Chữ ký giám thị 2 | |

Điểm toàn bài

YÊU CẦU:

- **Không** làm tròn kết quả trung gian. **Không** ghi đáp án ở dạng phân số.
- Đáp số ghi vào bài thi **phải được** làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân.

Câu 1. Cho phương trình $x = \left(\frac{10}{4+x} \right)^{\frac{1}{2}}$ trong khoảng cách ly nghiệm $[1, M]$. Chọn $x_0 = M$. Tính sai số tiên nghiệm và sai số hậu nghiệm của x_3 theo phương pháp lặp đơn.

Kết quả: $\Delta_{x_3}(\text{HN}) =$ _____ ; $\Delta_{x_3}(\text{TN}) =$ _____

Câu 2. Cho hệ
$$\begin{cases} 10x_1 - Mx_2 - 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + 20x_2 + x_3 = 3 \\ 6x_1 + 2x_2 + 10x_3 = M \end{cases}$$
 với $\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix}$. Dùng phương pháp lặp Jacobi, tìm sai số $\Delta x^{(2)}$ của vector lặp thứ hai $x^{(2)}$ theo công thức hậu nghiệm với chuẩn một.

Kết quả: $\Delta x^{(2)} =$ _____.

Câu 3. Cho hệ
$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 12x_3 + x_4 = 3 \\ 6x_1 + 2x_2 + Mx_3 + 20x_4 = M \end{cases}$$
 với $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Sử dụng phương pháp lặp Gauss - Seidel, tìm vector lặp thứ ba $x^{(3)}$.

Kết quả: $x^{(3)} =$ _____

Câu 4. Cho bảng số

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 |
| y | M | a | 4 | 3.5 |

. Gọi $P(x)$ là đa thức nội suy của bảng, tính a để $P'(1.8) = 2.4$ và nội suy giá trị của hàm số tại $x = 2.3$

Kết quả: $a =$ _____; $P(2.3) =$ _____

Câu 5. Cho bảng số

| | | | | | |
|-----|------|------|------|------|-----|
| x | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 |
| y | 0.65 | 1.25 | 2.35 | 1.15 | M |

Dùng phương pháp bình phương cực tiểu tìm hàm $y(x) = A\sqrt{x^3} + Bx^3 + 2C$ xấp xỉ bảng số liệu trên.

Kết quả: $A =$ _____; $B =$ _____; $C =$ _____

Câu 6. Hàm $f(x)$ cho theo bảng số liệu

| | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 2.0 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 2.8 | 3.0 | 3.2 |
| $f(x)$ | M | 1.3 | 1.6 | a | 2.1 | 2.4 | 2.5 |

Tìm a sao cho tích phân $\int_{2.0}^{3.2} [x\sqrt{f(x)} + x^2] = 12.5$ theo phương pháp Simpson

Kết quả: $a =$ _____

Câu 7. Giải phương trình vi phân $y' = x + y - \sin(x + y)$ với điều kiện $y(1.0) = M$. Tìm $y(1.2)$ và $y(1.4)$ với bước chia $h = 0.2$ theo công thức Runge - Kutta 4.

Kết quả: $y(1.2) =$ _____; $y(1.4) =$ _____

Câu 8. Giải phương trình vi phân $y' = x^2 - M \ln(x + y)$ với điều kiện $y(1.0) = 1$. Tính gần đúng $y(1.6)$ với bước chia $h = 0.1$ theo phương pháp Euler cải tiến.

Kết quả: $y(1.6) =$ _____

Câu 9. Cho phương trình vi phân bậc 2: $e^x y''(x) - xy'(x) + y(x) = x + M$ với điều kiện ban đầu $y(1) = 0$ và $y'(1) = M$. Tính gần đúng $y(1.4)$ với bước chia $h = 0.2$ bằng phương pháp Euler cải tiến.

Kết quả: $y(1.4) =$ _____

Câu 10. Cho bài toán biên $\begin{cases} My'' + xy' - 2x^2y = x^2(x - 1) \\ y(0.5) = 2.5 \quad y(1.5) = M \end{cases}$, dùng phương pháp sai phân hữu hạn tính gần đúng $y(0.75)$, $y(1.0)$, $y(1.25)$ với bước $h = 0.25$.

Kết quả: $y(0.75) =$ _____; $y(1.0) =$ _____; $y(1.25) =$ _____

Giảng viên ra đề

PHÓ CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

Hoàng Hải Hà

TS. Trần Ngọc Diễm