ÔN TẬP GIỮA KỲ PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Dạng 1: $a = 4{,}4924$ $\delta a = 0{,}012\%$ Ta làm tròn a thành a* theo nguyên tắc quá bán đến chữ số thứ 2 sau dấu chấm. Tìm sai số tuyệt đối

Sai số tuyệt đối: $\Delta = \delta a . a + |a - a^*|$ (với a* là a làm đã được làm tròn 2 chữ số sau dấu chấm theo nguyên tắc quá bán) LÀM TRÒN LÊN

Dạng 2: $a = \mathbf{15},077$ $\delta a = 0{,}032\%$. Tìm số chữ số đáng tin

Bước 1: Tính $\delta a . a$ = 0,0049 rồi so sánh với 0,005. Ta có 0,0049 < 0,005 = $\frac{1}{2}.10^{-2}$

Trường hợp chữ số đầu tiên sau số 0 ≥ 5 thì làm tròn lên rồi so sánh.
VD: $\delta a . a$ = 0,0065, ta làm tròn lên thành 0,01 rồi so sánh với 0,05. Ta có 0,01 < 0,05 = $\frac{1}{2}.10^{-1}$

Bước 2: Số chữ số đáng tin = 2 + 2 (số chữ số trước dấu phẩy của a + trị tuyệt đối số mũ của 10)

Dạng 3: $f = x^3 + xy + y^3$. *Biết* $x = 4{,}9421 \pm 0{,}0054$, $y = 3{,}5346 \pm 0{,}0010$. Tìm sai số tuyệt đối (sai số tương đối)

Sai số tuyệt đối: $\Delta f = |f'x|.\Delta x + |f'y|.\Delta y$ (với $\Delta x = 0{,}0054, \Delta y = 0{,}0010$)

CALC $x = 4{,}9421$ $y = 3{,}5346$ LÀM TRÒN LÊN

Sai số tương đối: $\delta f = \frac{\Delta f}{|f|}$ (với $|f| = |x^3 + xy + y^3|$ CALC $x = 4{,}9421$ $y = 3{,}5346$)

Vận dụng: Tính sai số tương đối của thể tích một hình trụ tròn có bán kính $5{,}7 \pm 0{,}0005$ và chiều cao $4{,}2 \pm 0{,}0015$, cho $\pi = 3{,}14 \pm 0{,}0016$. (trích đề Dự thính 192)

Dạng 4: $f = 3x^2 + 10x - 24 = 0$. Khoảng cách li nghiệm [1,2], Nghiệm gần đúng $x^* = 1{,}47$. Sai số nhỏ nhất theo công thức đánh giá sai số tổng quát tổng quát x^*.

Bước 1: $|f(x)|$ CALC $x = 1{,}47$ $\rightarrow \boldsymbol{A}$

Bước 2: $|f'(x)|$ CALC $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$. Chọn kết quả min → $\boldsymbol{B}$

Bước 3: Sai số nhỏ nhất = $\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}}$ LÀM TRÒN LÊN

Dạng 5: $f = 4x^3 - 6x^2 + 7x - 11 = 0$. Khoảng cách li nghiệm [1,2], Bằng phương pháp chia đôi. Tìm nghiệm gần đúng x^5.

Bước 1: Nhập f. Tính $f(1), f(2)$

Nếu $f(1) < 0, f(2) > 0$ áp dụng quy tắc 1

Nếu $f(1) > 0, f(2) < 0$ áp dụng quy tắc 2

Bước 2: CALC lần lượt x_n theo bảng sau đến khi tìm được kết quả. (x_o là trung bình cộng của 2 cận khoảng cách li nghiệm đề cho)

N	a_n	b_n	x_n	Dấu
0				
1				
2				
3				
4				
5				

Quy tắc 1:
Dấu (-): giữ nguyên b, thay a = x_n
Dấu (+): giữ nguyên a, thay b = x_n
Quy tắc 2:
Dấu (-): giữ nguyên a, thay b= x_n
Dấu (+): giữ nguyên b, thay a = x_n

→ Kết quả là x_n của lần lặp thứ 5 (x_5)

Dạng 6: $f = \sqrt[4]{2x + 11}$ là hàm co trong [0,1]. Tìm giá trị hệ số co q.

Tính $|f'(x)|$ CALC $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Chọn kết quả max là q

Biên soạn: Trương Đức An

Dạng 7: $f = \sqrt[3]{2x+6}$ lặp trên [2,3]. $x_o = 2{,}2$. Nghiệm gần đúng x_2 theo phương pháp lặp đơn:

Nhập hàm $|f(x)|$ CALC $x_o \to x_1 \to CALC\ ans \to x_2$

(Nếu đề tìm nghiệm gần đúng x_n thì ta rồi CALC x_o rồi CALC ans cho đến khi tìm được nghiệm x_n)

Dạng 8: Cho $x = \sqrt[3]{5x+4}$; lặp đơn [2;3]; $x_0 = 2{,}6$. Tính số lần lặp nhỏ nhất để được nghiệm với sai số **(TIÊN NGHIỆM)** < ε

Bước 1: Tính $x_1 = \left|\sqrt[3]{5x+4}\right|$ CALC $x_0 \longrightarrow x_1 \longrightarrow A$

Bước 2: Tính $q = |f'(x)|$ $\begin{cases} calc\ 2 \\ calc\ 3 \end{cases}$ chọn kết quả $max \longrightarrow B$

Bước 3: Áp dụng CT: $n \geq log_q\left(\frac{\varepsilon(1-q)}{|x_1-x_0|}\right) = log_B\left(\frac{\varepsilon(1-B)}{|A-x_0|}\right) \longrightarrow n$ LÀM TRÒN LÊN SỐ NGUYÊN

Dạng 9: $f = \sqrt[3]{2x+6}$ lặp trên [2,3]. $x_o = 2{,}2$. Sai số tuyệt đối nhỏ nhất của nghiệm x_2 theo công thức hậu nghiệm hoặc tiên nghiệm.

Bước 1: Tính q = $|f'(x)|$ CALC $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. Chọn kết quả max → $\boldsymbol{C}$ (Như dạng 6) Bước 2: Tính $x_1 \to \boldsymbol{A}, x_2 \to \boldsymbol{B}$ (Như dạng 7)

Bước 3: Áp dụng công thức để tim sai số: $\Delta = \frac{q^2.|x_1-x_o|}{1-q}$ *(Tiên nghiệm)* hoặc $\Delta = \frac{q.|x_2-x_1|}{1-q}$ *(Hậu nghiệm)* LÀM TRÒN LÊN

CÔNG THỨC TỔNG QUÁT: $\Delta = \frac{\boldsymbol{q^n.|x_1-x_o|}}{\boldsymbol{1-q}}$ *(Tiên nghiệm)* hoặc $\Delta = \frac{\boldsymbol{q.|x_n-x_{n-1}|}}{\boldsymbol{1-q}}$ *(Hậu nghiệm)*

Dạng 10: $f = 6x^3 - 13x^2 + 12x + 27 = 0$. $x_o = 2{,}2$. Tính x_1 theo phương pháp Newton.

Nhập: $x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ CALC $x_o \to x_1$

(Nếu đề không cho x_o mà nghiệm x_o được chọn theo Fourier thì làm như bước 1 dạng 11 để tìm x_o rồi mới làm bài như dạng 10)

(Nếu đề tìm nghiệm gần đúng x_n thì ta rồi CALC x_o rồi CALC ans cho đến khi tìm được nghiệm x_n)

Dạng 11: $\boldsymbol{f} = 6x^3 + 14x^2 + 16x + 17 = 0$. Khoảng cách li nghiệm [-5,8; -5.9]. Trong phương pháp Newton, chọn x_o theo Fourier, sai số gần đúng x_1, tính theo công thức sai số tổng quát.

Bước 1: Tính $f(x).f''(x)$ CALC $\begin{cases} x = -5{,}8 \\ x = -5{,}9 \end{cases}$ chọn $x_o = -5{,}9$ (nếu kết quả dương)

Bước 2: Tìm $x_1 = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ CALC $x_o \to \boldsymbol{A}$ (như dạng 10) Bước 3: Tính $|f(x)|$ CALC $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$

Bước 4: $|f'(x)|$ CALC $\begin{cases} x = -5{,}8 \\ x = -5{,}9 \end{cases}$ Chọn kết quả min → $\boldsymbol{C}$ Bước 5: sai số gần đúng $\Delta = \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{C}}$ LÀM TRÒN LÊN

(Nếu đề tìm sai số gần đúng x_n thì ta làm đến bước 2 rồi CALC ans CALC ans cho đến khi tìm được nghiệm x_n rồi mới lưu vào A, các bước còn lại tương tự, không thay đổi.)

Dạng 12: Cho ma trận A. Với giá trị α nào thì ma trận xác định dương? (Hoặc bài toán khác tìm α để ma trận A tồn tại phân tích Cholesky)

Ma trận xác định dương khi: Det(1) > 0 và Det(2) > 0 và Det(3) > 0 . Giải hệ tìm α. Nếu kết quả: B < α < A (B làm tròn lên, A giữ nguyên)

Dạng 13: Cho ma trận A. Phân tích $A = B.B^T$, theo phương pháp Choleski, tổng các phần tử $tr(B) = b_{11} + b_{22} + b_{33}$ của ma trận B:

Bước 1: Tính Det(1); Det(2); Det(3)

Bước 2: Tính $B_{11} = \sqrt{Det(1)}$ $B_{22} = \sqrt{\frac{Det(2)}{Det(1)}}$ $B_{33} = \sqrt{\frac{Det(3)}{Det(2)}}$ → tổng các phần tử $tr(B)$

Biên soạn: Trương Đức An

Dạng 14: Cho ma trận A. Phân tích A = L.U, theo phương pháp Doolite, tổng các phần tử $tr(U) = U_{11} + U_{22} + U_{33}$ của ma trận U.

$U_{11} = Det(1)$ $\qquad U_{22} = \frac{Det(2)}{Det(1)}$ $\qquad U_{33} = \frac{Det(3)}{Det(2)}$ $\qquad$ → tổng các phần tử $tr(U)$

Dạng 15: Cho ma trận A. Phân tích $A = B.B^T$, theo phương pháp Choleski. Tìm phần tử B_{32} của ma trận B.

Ta có: $\frac{a_{31}}{\sqrt{a_{11}}}.\frac{a_{21}}{\sqrt{a_{11}}} + \sqrt{\frac{\det(2)}{\det(1)}}.x = a_{32}$ $\qquad \rightarrow B_{32} = x =$

Dạng 16: Cho ma trận A. Phân tích $A = L.U$, theo phương pháp Doolite. Tìm phần tử L_{32} của ma trận L

Ta có: $\frac{a_{31}}{a_{11}}.a_{12} + \frac{Det(2)}{Det(1)}.x = a_{32}$ $\qquad \rightarrow L_{32} = x =$

Dạng 17: Cho ma trận A. Phân tích $A = L.U$, theo phương pháp Doolite. Tìm phần tử U_{23} của ma trận L

Ta có: $\frac{a_{21}}{a_{11}}.a_{13} + x = a_{23}$ $\qquad \rightarrow U_{23} = x =$

Dạng 18: Cho ma trận A. Giá trị của biểu thức $(\| A \|_\infty - \| A \|_1)^2$

$\| A \|_\infty$: Chuẩn vô cùng (theo hàng) $\qquad$ $\| A \|_1$: chuẩn một (theo cột)

Dạng 19: Cho ma trận A. Số điều kiện tính theo chuẩn một/ chuẩn vô cùng của A

Chuẩn một: $K_1(A) = \| A \|_1 . \| A^{-1} \|_1$ $\qquad$ Chuẩn vô cùng: $K_\infty(A) = \| A \|_\infty . \| A^{-1} \|_\infty$ $\qquad$ LÀM TRÒN LÊN

Dạng 20: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 = 2 \\ -2x_1 + 15x_2 = 4 \end{cases}$. Theo phương pháp Jacobi, tìm Ma trận lặp T_j

$$T_j = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-3}{9} \\ \frac{2}{15} & 0 \end{pmatrix}$$

Dạng 21: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 = 2 \\ -2x_1 + 15x_2 = 4 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}2; 0{,}3]^T$. Tính $x^{(3)}$ theo phương pháp Jacobi

Bước 1: $\begin{matrix} 0{,}2 \rightarrow A \\ 0{,}3 \rightarrow B \end{matrix}$ $\qquad$ Bước 2: Nhập: $\boldsymbol{D = \frac{-3B+2}{9} : X = \frac{2A+4}{15} : A = D : B = X \quad CALC = =}$ $\qquad \rightarrow x^{(1)} \rightarrow x^{(2)} \rightarrow x^{(3)}$

Dạng 22: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 12x_1 - 2x_2 = 2 \\ -5x_1 + 11x_2 = 6 \end{cases}$. Theo phương pháp Gauss-seidel, tìm ma trận lặp T_g

$$T_g = (Ma\ trận\ \Delta\ dưới)^{-1}.(Ma\ trận\ \Delta\ trên)$$

Giữ nguyên đường chéo $\qquad$ Đường chéo bằng 0, đổi dấu các phần tử

Dạng 23: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 8x_1 - 3x_2 = 4 \\ -2x_1 + 17x_2 = 4 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}3; 0{,}6]^T$. Tính $x^{(3)}$ theo phương pháp Gauss-seidel

Bước 1: $\begin{matrix} 0{,}3 \rightarrow A \\ 0{,}6 \rightarrow B \end{matrix}$ $\qquad$ Bước 2: Nhập: $\boldsymbol{A = \frac{3B+4}{8} : B = \frac{2A+4}{17} \quad CALC = =}$ $\qquad \rightarrow x^{(1)} \rightarrow x^{(2)} \rightarrow x^{(3)}$

Dạng 24: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 8x_1 - 3x_2 = 2 \\ -7x_1 + 18x_2 = 7 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}5; 0{,}3]^T$, sai số $\Delta x^{(2)}$ của vecto $x^{(2)}$ theo phương pháp Jacobi, sử dụng công thức hậu nghiệm và chuẩn vô cùng là:

Bước 1: Tìm T_j (như dạng 20) → $\| T_j \|_\infty$ hoặc $\| T_j \|_1$

Bước 2: Tìm $x^{(1)}, x^{(2)}$ (như dạng 21) → $\| x^{(2)} - x^{(1)} \|_\infty$ hoặc $\| x^{(2)} - x^{(1)} \|_1$

Bước 3: Áp dụng công thức: $\Delta x^{(2)} = \frac{\|T_j\|_\infty}{1 - \|T_j\|_\infty}.\| x^{(2)} - x^{(1)} \|_\infty$ (Hậu nghiệm) $\qquad$ hoặc $\qquad \Delta x^{(2)} = \frac{\|T_j\|_\infty^2}{1 - \|T_j\|_\infty}.\| x^{(1)} - x^{(0)} \|_\infty$ (Tiên nghiệm)

(Nếu đề yêu cầu chuẩn một thì đổi chuẩn vô cùng thành chuẩn một rồi áp dụng công thức trên) $\qquad$ LÀM TRÒN LÊN

Biên soạn: Trương Đức An

Dạng 25: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 11x_1 - 2x_2 = 2 \\ -4x_1 + 14x_2 = 5 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}3; 1{,}0]^T$, sai số $\Delta x^{(2)}$ của vecto $x^{(2)}$ theo phương pháp Gauss-seidel, sử dụng công thức tiên nghiệm và chuẩn vô cùng là:

Bước 1: Tìm T_g (như dạng 22) → $\| T_g \|_\infty$ hoặc $\| T_g \|_1$

Bước 2: Tìm $x^{(1)}$ (như dạng 23) → $\| x^{(1)} - x^{(0)} \|_\infty$ hoặc $\| x^{(1)} - x^{(0)} \|_1$

Bước 3: Áp dụng công thức: $\Delta x^{(2)} = \frac{\|T_g\|_\infty^2}{1-\|T_g\|_\infty}.\| x^{(1)} - x^{(0)} \|_\infty$ (Tiên nghiệm) hoặc $\Delta x^{(2)} = \frac{\|T_g\|_\infty}{1-\|T_g\|_\infty}.\| x^{(2)} - x^{(1)} \|_\infty$ (Hậu nghiệm)

(Nếu đề yêu cầu chuẩn một thì đổi chuẩn vô cùng thành chuẩn một rồi áp dụng công thức trên) LÀM TRÒN LÊN

CÔNG THỨC TỔNG QUÁT: $\boldsymbol{\Delta x^{(2)} = \frac{\|T\|^n}{1-\|T\|}.\left\|x^{(1)} - x^{(0)}\right\|}$ *(Tiên nghiệm)* **hoặc** $\boldsymbol{\Delta x^{(2)} = \frac{\|T\|}{1-\|T\|}.\left\|x^{(n)} - x^{(n-1)}\right\|}$ *(Hậu nghiệm)*

Dạng 26: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 7{,}3x_1 - 2{,}1x_2 = 4{,}2 \\ 2{,}1x_1 + 9{,}3x_2 = 2{,}2 \end{cases}$. $x^{(0)} = [1{,}2; 2{,}1]^T$. Dùng phương pháp Gauss-seidel, tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho $\left\|x^{(n)} - x^{(n-1)}\right\|_\infty < \varepsilon$ (GAUSS - SEIDEL CHUẨN VÔ CÙNG)

Nhập: $\mathbf{D = A : X = B :\ A = \cdots : B = \cdots : E = |D - A| - \varepsilon : F = |X - B| - \varepsilon : M = M + 1}$ CALC ($A = 1{,}2; B = 2{,}1$, những giá trị còn lại = 0)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E và F cùng âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 27: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 7{,}3x_1 - 2{,}1x_2 = 4{,}2 \\ 2{,}1x_1 + 9{,}3x_2 = 2{,}2 \end{cases}$. $x^{(0)} = [1{,}2; 2{,}1]^T$. Dùng phương pháp Gauss-seidel, tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho $\left\|x^{(n)} - x^{(n-1)}\right\|_1 < \varepsilon$ (GAUSS - SEIDEL CHUẨN MỘT)

Nhập: $\mathbf{D = A : X = B :\ A = \cdots : B = \cdots : E = |D - A| + |X - B| - \varepsilon : M = M + 1}$ CALC ($A = 1{,}2; B = 2{,}1$, những giá trị còn lại = 0)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 28: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 7{,}3x_1 - 2{,}1x_2 = 4{,}2 \\ 2{,}1x_1 + 9{,}3x_2 = 2{,}2 \end{cases}$. $x^{(0)} = [1{,}2; 2{,}1]^T$. Dùng phương pháp Jacobi, tìm chỉ số n nhỏ nhất để $\left\|x^{(n)} - x^{(n-1)}\right\|_\infty < \varepsilon$ (JACOBI CHUẨN VÔ CÙNG)

Nhập: $\mathbf{D = \cdots : X = \cdots : E = |D - A| - \varepsilon : F = |X - B| - \varepsilon : A = D : B = X : M = M + 1}$ CALC ($A = 1{,}2; B = 2{,}1$, những giá trị còn lại = 0)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E và F cùng âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 29: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 7{,}3x_1 - 2{,}1x_2 = 4{,}2 \\ 2{,}1x_1 + 9{,}3x_2 = 2{,}2 \end{cases}$. $x^{(0)} = [1{,}2; 2{,}1]^T$. Dùng phương pháp Jacobi, tìm chỉ số n nhỏ nhất để $\left\|x^{(n)} - x^{(n-1)}\right\|_1 < \varepsilon$ (JACOBI CHUẨN MỘT)

Nhập: $\mathbf{D = \cdots : X = \cdots : E = |D - A| + |X - B| - \varepsilon\ : A = D : B = X : M = M + 1}$ CALC ($A = 1{,}2; B = 2{,}1$, những giá trị còn lại = 0)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 30: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 15x_1 - 2x_2 = 6 \\ 3x_1 + 11x_2 = 7 \end{cases}$. $x^{(0)} = [1; 1{,}5]^T$. Dùng phương pháp Jacobi, tìm số lần lặp cần thiết sao cho nghiệm có sai số **(sai số TIÊN NGHIỆM)** chuẩn vô cùng $< \varepsilon$

Bước 1: Tính $\|T\|$ và $x^{(1)} \rightarrow \left\|x^{(1)} - x^{(0)}\right\|$

ÁP DỤNG CÔNG THỨC: $n \ \geq \ log_{\|T\|}\left(\frac{\varepsilon(1-\|T\|)}{\|x^{(1)} - x^{(0)}\|}\right) \longrightarrow n$ LÀM TRÒN LÊN SỐ NGUYÊN

Dạng 31: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3{,}2x_1 - 1{,}1x_2 = 0{,}2 \\ -2{,}1x_1 + 4{,}3x_2 = 1{,}9 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}3; -4{,}2]^T$. Dùng phương pháp Gauss-seidel, tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho **sai số** x_n theo công thức **HẬU NGHIỆM chuẩn vô cùng** $< \varepsilon$ (GAUSS - SEIDEL CHUẨN VÔ CÙNG)

Bước 1: Tính $\frac{\|Tg\|_\infty}{\|1-Tg\|_\infty}$, ghi lại kết quả, đặt là Y (hạn chế lưu biến vì dễ sai)

Bước 2: Nhập: $\mathbf{D = A : X = B :\ A = \cdots : B = \cdots : E = Y.|D - A| - \varepsilon : F = Y.|X - B| - \varepsilon : M = M + 1}$ CALC $(A = 0{,}3; B = -4{,}2$; những giá trị còn lại = 0, chỗ Y ta nên thế kết quả vào, không nên đặt biến dễ sai)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E và F cùng âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 32: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3{,}2x_1 - 1{,}1x_2 = 0{,}2 \\ -2{,}1x_1 + 4{,}3x_2 = 1{,}9 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}3; -4{,}2]^T$. Dùng phương pháp Gauss-seidel, tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho **sai số** x_n theo công thức **HẬU NGHIỆM chuẩn một** $< \varepsilon$ (GAUSS - SEIDEL CHUẨN MỘT)

Bước 1: Tính $\frac{\|Tg\|_1}{\|1-Tg\|_1}$, ghi lại kết quả, đặt là Y (hạn chế lưu biến vì dễ sai)

Bước 2: Nhập: $\mathbf{D = A : X = B :\ A = \cdots : B = \cdots : E = Y.(|D - A| + |X - B|) - \varepsilon : M = M + 1}$ CALC $(A = 0{,}3; B = -4{,}2$; những giá trị còn lại = 0, chỗ Y ta nên thế kết quả vào, không nên đặt biến dễ sai)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 31: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3{,}2x_1 - 1{,}1x_2 = 0{,}2 \\ -2{,}1x_1 + 4{,}3x_2 = 1{,}9 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}3; -4{,}2]^T$. Dùng phương pháp Jacobi, tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho **sai số** x_n theo công thức **HẬU NGHIỆM chuẩn vô cùng** $< \varepsilon$ (JACOBI CHUẨN VÔ CÙNG)

Bước 1: Tính $\frac{\|Tj\|_\infty}{\|1-Tj\|_\infty}$, ghi lại kết quả, đặt là Y (hạn chế lưu biến vì dễ sai)

Bước 2: Nhập: $\mathbf{D = \cdots : X = \cdots : E = Y.|D - A| - \varepsilon : F = Y.|X - B| - \varepsilon : A = D : B = X : M = M + 1}$ CALC $(A = 0{,}3; B = -4{,}2$; những giá trị còn lại = 0, chỗ Y ta nên thế kết quả vào, không nên đặt biến dễ sai)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E và F cùng âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 32: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3{,}2x_1 - 1{,}1x_2 = 0{,}2 \\ -2{,}1x_1 + 4{,}3x_2 = 1{,}9 \end{cases}$. $x^{(0)} = [0{,}3; -4{,}2]^T$. Dùng phương pháp Jacobi, tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho **sai số** x_n theo công thức **HẬU NGHIỆM chuẩn một** $< \varepsilon$ (JACOBI CHUẨN MỘT)

Bước 1: Tính $\frac{\|Tj\|_1}{\|1-Tj\|_1}$, ghi lại kết quả, đặt là Y (hạn chế lưu biến vì dễ sai)

Bước 2: Nhập: $\mathbf{D = \cdots : X = \cdots : E = Y.(|D - A| + |X - B|) - \varepsilon : A = D : B = X : M = M + 1}$ CALC $(A = 0{,}3; B = -4{,}2$; những giá trị còn lại = 0, chỗ Y ta nên thế kết quả vào, không nên đặt biến dễ sai)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 33: Cho phương trình $x = \sqrt[3]{8x + 8}$ thỏa điều kiện lập đơn trên [3;4]. Nếu chọn $x_0 = 3{,}2$. Tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$

Nhập: $\mathbf{D = \left|\sqrt[3]{8A + 8}\right| : E = |D - A| - \ \varepsilon : A = D : M = M + 1}$ CALC A = 3,2

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 34: Cho phương trình $x = \sqrt[3]{8x + 8}$ thỏa điều kiện lập đơn trên [3;4]. Nếu chọn $x_0 = 3{,}2$. Tìm chỉ số n nhỏ nhất sao cho **sai số** theo của x_n theo công thức **HẬU NGHIỆM** $< \varepsilon$

Bước 1: Tính q = $|f'(x)|$ CALC $\begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$. Chọn kết quả max → $\boldsymbol{C}$ (Như dạng 6)

Bước 2: Tính $\frac{q}{1-q}$ ghi lại kết quả, đặt là Y (hạn chế lưu biến vì dễ sai)

Bước 3: Nhập: $\mathbf{D = \left|\sqrt[3]{8A + 8}\right| : E = Y.|D - A| - \ \varepsilon : A = D : M = M + 1}$ CALC A = 3,2; chỗ Y ta nên thế kết quả vào, không nên đặt biến dễ sai)

Bấm "=" cho đến khi tìm thấy E âm (lần đầu tiên), ta đọc kết quả của M sau đó.

Dạng 35: Cho phương trình $f(x) = (x-2)^2 - \ln(x+1) = 0$. Khoảng cách li nghiệm [1, 2]. Sử dụng phương pháp Newton, chọn x_0 theo điều kiện Fourier, tìm x_n và Δx_n sao cho $\Delta x_n < 10^{-3}$

Bước 1: Tính $f(x).f''(x)$ CALC $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$. Chọn $x_0 = 1$ (nếu kết quả dương và ngược lại)

Bước 2: Tính $|f'(x)|$ CALC $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ Chọn kết quả min → **A**

Bước 3: Nhập: $x = x - \frac{f(x)}{f'(x)} : \frac{|f(x)|}{A}$ CALC $x = x_o$

Bước 4: Bấm "=" cho đến khi thấy $\frac{|f(x)|}{A} < 10^{-3}$, ta đọc giá trị $\Delta x_n = \frac{|f(x)|}{A}$ và bấm quay lại để đọc giá trị $x_n = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ tương ứng.

LƯU Ý: x_2: QUÁ BÁN Δx_2: LÀM TRÒN LÊN

Dạng 36: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 34x_1 + 2{,}73x_2 - 1{,}85x_3 = 12{,}89 \\ 1{,}34x_1 + 29x_2 - 3{,}24x_3 = 15{,}73 \\ 1{,}18x_1 - 4{,}87x_2 + 32{,}6x_3 = 18{,}42 \end{cases}$ $x^{(0)} = (0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}4)$. Tìm $x^{(3)}$ theo phương pháp Gauss - seidel.

Bước 1: Nhập:

$$A = \frac{-2{,}73B + 1{,}85C + 12{,}89}{34} : B = \frac{-1{,}34A + 3{,}24C + 15{,}73}{29} : C = \frac{-1{,}18A + 4{,}87B + 18{,}42}{32{,}6} \quad CALC\ B = 0{,}3;\ C = 0{,}4;\ A = 0{,}1$$

Bước 2: Bấm "=" cho đến khi tìm được $x^{(3)}$.

Dạng 37: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 14{,}3x_1 + 1{,}73x_2 - 1{,}85x_3 = 12{,}891 \\ 1{,}34x_1 + 16{,}5x_2 - 3{,}24x_3 = 15{,}731 \\ 1{,}18x_1 - 4{,}87x_2 + 18{,}7x_3 = 18{,}421 \end{cases}$; $x^{(0)} = (1{,}5; 0{,}3; 3{,}4)$. Tìm $x^{(3)}$ theo phương pháp Jacobi.

Bước 1: Nhập: Ma trận A = $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1{,}73}{14{,}3} & \frac{1{,}85}{14{,}3} \\ -\frac{1{,}34}{16{,}5} & 0 & \frac{3{,}24}{16{,}5} \\ -\frac{1{,}18}{18{,}7} & \frac{4{,}87}{18{,}7} & 0 \end{pmatrix}$; Ma trận B = $\begin{pmatrix} \frac{12{,}891}{14{,}3} \\ \frac{15{,}731}{16{,}5} \\ \frac{18{,}421}{18{,}7} \end{pmatrix}$; Ma trận C = $\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 0{,}3 \\ 3{,}4 \end{pmatrix}$

Bước 2: Tính: $\begin{matrix} x^{(1)} = \text{ma trận B} + \text{ma trận A} \times \text{ma trận C} \\ x^{(2)} = \text{ma trận B} + \text{ma trận A} \times \text{ma trận Ans} \\ x^{(3)} = \text{ma trận B} + \text{ma trận A} \times \text{ma trận Ans} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x_1^{(3)} = \\ x_2^{(3)} = \\ x_3^{(3)} = \end{cases}$

Dạng 38: Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Phân tích $A = LU$ theo phương pháp Doolittle.

$$u_{11} = \det(1) \qquad u_{22} = \frac{\det(2)}{\det(1)} \qquad u_{33} = \frac{\det(3)}{\det(2)} \qquad u_{44} = \frac{\det(4)}{\det(3)} \qquad u_{23} = \frac{a_{23}.a_{11} - a_{21}.a_{13}}{a_{11}} \qquad u_{24} = \frac{a_{24}.a_{11} - a_{21}.a_{14}}{a_{11}}$$

$$u_{34} = a_{33} - \frac{a_{31}.a_{13}}{a_{11}} - \frac{(a_{32}.a_{11} - a_{31}.a_{12})(a_{23}.a_{11} - a_{21}.a_{13})}{(a_{22}.a_{11}{}^2 - a_{21}.a_{12}.a_{11})} \qquad l_{32} = \frac{a_{32}.a_{11} - a_{31}.a_{12}}{a_{22}.a_{11} - a_{21}.a_{12}} \qquad l_{42} = \frac{a_{42}.a_{11} - a_{41}.a_{12}}{a_{22}.a_{11} - a_{21}.a_{12}}$$

$$l_{43} = \frac{a_{43} - \dfrac{a_{41}.a_{13}}{a_{11}} - \dfrac{(a_{42}.a_{11} - a_{41}.a_{12})(a_{23}.a_{11} - a_{21}.a_{13})}{(a_{22}.a_{11}{}^2 - a_{21}.a_{12}.a_{11})}}{a_{33} - \dfrac{a_{31}.a_{13}}{a_{11}} - \dfrac{(a_{32}.a_{11} - a_{31}.a_{12})(a_{23}.a_{11} - a_{21}.a_{13})}{(a_{22}.a_{11}{}^2 - a_{21}.a_{12}.a_{11})}}$$

LƯU Ý: $l_{11} = l_{22} = l_{33} = l_{44} = 1$, cột 1 ma trận L = cột 1 ma trận A, hàng 1 ma trận U = hàng 1 ma trận A

→ Ngoài những phần tử trên, tất cả phần tử còn lại đều = 0