

ĐỀ KIỂM TRA XÁC SUẤT LẦN 05

Câu 1: Người ta thực hiện khảo sát trên một số lượng lớn những người đàn ông trên 50 tuổi ở một thành phố cho kết quả sau:

- Tỷ lệ đàn ông bị bệnh tiểu đường là 0,02.
- Tỷ lệ đàn ông bị bệnh tim là 0,03.
- Tỷ lệ không bị bệnh tim lẫn tiểu đường là 0,96.

Hãy tìm tỷ lệ đàn ông bị cả hai loại bệnh trên.

Đáp số:

Câu 2: Trong một kì thi trắc nghiệm, mỗi câu hỏi có 5 đáp án trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Xác suất để sinh viên biết câu trả lời đúng là 0.8. Một sinh viên biết trả lời đúng câu hỏi thì anh ta chọn được đáp án đúng, nếu không biết trả lời thì anh ta chọn một đáp án nào đó. Giả sử câu hỏi chọn ngẫu nhiên được anh ta chọn đáp án đúng. Tìm xác suất để anh ta thật sự biết câu trả lời cho hỏi đó.

Đáp số:

Câu 3: Trong một phòng thí nghiệm, người ta nhốt một con chuột vào lồng có hai cửa ra. Nếu con chuột chọn cửa bên trái thì sẽ dẫn đến lồng có thức ăn, nếu con chuột chọn cửa bên phải dẫn đến lồng mà nó sẽ bị chích điện. Giả sử rằng nếu con chuột chưa chọn cửa nào bao giờ, thì khả năng con chuột chọn 2 cửa là bằng nhau. Nếu thí nghiệm xảy ra và con chuột chọn được cửa có thức ăn thì ở lần thí nghiệm tiếp theo khả năng con chuột chọn cửa bên trái và bên phải lần lượt bằng 0,6 và 0,4. Nếu con chuột chọn cửa bên phải và bị chích điện thì ở lần thí nghiệm tiếp theo khả năng con chuột chọn cửa bên trái và bên phải lần lượt bằng 0,8 và 0,2. Trong một thí nghiệm cụ thể, xác suất con chuột sẽ chọn cửa bên trái ở lần thí nghiệm thứ hai bằng bao nhiêu?

Đáp số:

Câu 4: Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng 1 trứng (sinh đôi thật) hoặc do 2 trứng khác nhau (sinh đôi giả). Các cặp sinh đôi thật luôn có cùng giới tính, cặp sinh đôi giả thì giới tính độc lập nhau và có xác suất 0,5 là con trai. Thống kê cho thấy 34% cặp sinh đôi đều là con trai, 30% cặp sinh đôi đều là con gái và 36% cặp sinh đôi có giới tính khác nhau. Tìm tỉ lệ cặp sinh đôi thật trong tổng số cặp sinh đôi cùng giới tính.

Đáp số:

Câu 5: Tỷ lệ bệnh B ở một địa phương là 2%. Dùng một xét nghiệm T để chẩn đoán bệnh B, Nếu một người mắc bệnh thì xét nghiệm luôn dương tính, nếu người không mắc bệnh thì xét nghiệm cũng dương tính với xác suất 5% (dương tính giả). Phải chọn tối thiểu bao nhiêu người để xác suất chọn được ít nhất một người mắc bệnh B không bé hơn 0,9.

Đáp số:

Câu 6: Tại quầy thanh toán của siêu thị, đầu đọc mã vạch có khả năng đọc chính xác mã vạch trên sản phẩm với xác suất là 95%. Nếu đầu đọc không đọc được mã vạch trên sản phẩm nào đấy thì nhân viên thu ngân phải nhập mã số của sản phẩm đó vào máy tính theo cách làm thủ công. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng sản phẩm mà đầu đọc đọc được mã vạch khi một khách hàng nào đó mang 5 sản phẩm tới quầy thanh toán. Tìm $\text{Med}(X)$.

Đáp số:

Câu 7: Mỗi khách uống cafe tại quán cafe Đông Hồ mỗi ngày đều được phát ngẫu nhiên một vé bốc thăm, xác suất khách hàng trúng thăm là 0.1. Nếu khách hàng trúng thăm liên tục trong năm ngày (từ thứ hai đến thứ sáu) thì sẽ được nhận 100\$. An uống cafe liên tục tại quán này 4 tuần liên tiếp. Gọi X là số tiền An được thưởng khi bốc thăm. Tính $E(X)$, $D(X)$.

Đáp số:

Câu 8: Có hai lô sản phẩm, mỗi lô có 10 sản phẩm. Lô thứ nhất có 3 sản phẩm loại I, lô thứ hai có 6 sản phẩm loại I. Lấy từ lô thứ nhất ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai ra 4 sản phẩm. Dem 6 sản phẩm đã lấy ra đi bán với giá sản phẩm loại I là 18000 đồng/sản phẩm, sản phẩm không phải loại I là 5000 đồng/sản phẩm. Tìm số tiền thu được trung bình khi bán 6 sản phẩm trên (đơn vị: đồng).

Đáp số:

Câu 9: Một lô hàng gồm 3 loại sản phẩm, tỉ lệ từng loại lần lượt là 50%; 30% và 20% với trọng lượng (của mỗi sản phẩm) từng loại lần lượt là 1 kg; 1,5 kg và 2 kg. Lấy ngẫu nhiên có hoàn lại từ lô hàng đó ra 4 sản phẩm. Tìm giá trị trung bình của tổng trọng lượng của 4 sản phẩm lấy ra.

Đáp số:

Câu 10: Có 2 hộp, mỗi hộp chứa 10 sản phẩm, trong đó hộp I có 3 phế phẩm và hộp II có 4 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 2 sản phẩm, gọi X và Y lần lượt là số phế phẩm lấy được từ hộp I và hộp II. Tính $E(X - Y)$, $D(X - Y)$.

Đáp số:

Câu 11: Một tuyến xe bus có 16 điểm dừng đón khách. Giả sử tại mỗi điểm dừng số khách lên xe tuân theo quy luật phân phối Poisson với tham số $a = 7$. Biết mỗi khách đi xe phải trả 7000 đồng. Tính số tiền trung bình thu được khi chạy một chuyến xe bus trên.

Đáp số:

Câu 12: Theo dõi trong khoảng thời gian dài người ta thấy rằng số tai nạn trong một ngày tuân theo quy luật Poisson với trung bình là 2 đối với những ngày trong tuần và là 3 đối với những ngày cuối tuần (là 2 ngày thứ 7 và chủ nhật). Quan sát ngẫu nhiên 1 ngày. Nếu trong ngày đó không có tai nạn, tính xác suất ngày đó là ngày trong tuần.

Đáp số:

Câu 13: Thời gian hoàn thành một đơn vị sản phẩm của mỗi công nhân là biến ngẫu nhiên X (đơn vị: phút) có phân phối chuẩn với trung bình là 5 phút và độ lệch chuẩn là 0,5 phút. Một công nhân chưa hoàn thành công việc tốt nếu thời gian hoàn thành một đơn vị sản phẩm trên 6 phút. Trong công ty có 1000 công nhân, trung bình có bao nhiêu công nhân chưa hoàn thành tốt công việc.

Đáp số:

Câu 14: Một nhà máy sản xuất một loại sản phẩm có 2 màu, với cơ cấu 60% màu xanh và 40% màu trắng. Tuổi thọ của sản phẩm màu xanh có phân phối chuẩn với trung bình là 10,5 năm và độ lệch chuẩn là 3 năm. Tuổi thọ của sản phẩm màu trắng có phân phối chuẩn với trung bình là 10 năm và độ lệch chuẩn là 4 năm. Tuổi thọ của sản phẩm màu xanh và màu trắng là các biến ngẫu nhiên độc lập nhau. Nhà máy bảo hành cho những sản phẩm có tuổi thọ dưới 6 năm. Tìm tỷ lệ sản phẩm nhà máy không phải bảo hành.

Đáp số:

Câu 15: Chi phí đầu tư cho một cái máy là 3000\$. Giả sử tuổi thọ của máy có phân phối mũ với tuổi thọ trung bình là 3 năm. Nhà sản xuất cung cấp 2 loại bảo hành. Loại I sẽ trả 3000\$ nếu máy bị hư trong năm đầu tiên, 2000\$ nếu máy bị hư trong năm thứ hai và 1000\$ nếu máy bị hư trong năm thứ ba và không chi trả từ năm thứ ba trở đi. Loại II sẽ trả một khoản tiền là $3000 \cdot e^{-t}$ \$ nếu máy bị hỏng tại năm thứ t (tính từ thời điểm mua). Hãy tính số tiền bảo hành trung bình mà nhà sản xuất phải trả theo từng loại hợp đồng trên.

Đáp số:

Câu 16: Một người cân nhắc giữa việc mua cổ phiếu của công ty A và công ty B hoạt động ở hai lĩnh vực độc lập nhau. Biết lãi suất cổ phiếu (tính bằng %) của hai công ty là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số đặc trưng như sau:

	Trung bình	Độ lệch tiêu chuẩn
Công ty A	12	3.5
Công ty B	11	2.8

Nếu người đó muốn hạn chế rủi ro bằng cách mua cổ phiếu của cả hai công ty thì nên mua theo tỷ lệ bao nhiêu để mức độ rủi ro về lãi suất là nhỏ nhất?

Đáp số:

Câu 17: Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập có phân phối chuẩn với kỳ vọng lần lượt là 6; 7 và phương sai lần lượt là 9; 16. Xác định a sao cho:

$$P(2X + Y \leq a) = P(4X - 3Y \geq 4a)$$

Đáp số:

Câu 18: Một loại sản phẩm có chiều dài và chiều rộng là các biến ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối chuẩn với trung bình là 10 cm và 6 cm. Biết rằng 10% số chi tiết có chiều dài lớn hơn 10,3 cm và 15% số chi tiết có chiều rộng nhỏ hơn 5,8 cm. Chi tiết được coi là đạt tiêu chuẩn nếu các kích thước của nó sai lệch so với kích thước trung bình không quá 0,3 cm. Nếu một chi tiết không đạt tiêu chuẩn thì xác suất để chi tiết đó có chiều dài đạt tiêu chuẩn là bao nhiêu?

Đáp số:

Câu 19: Thời gian một người phải chờ ở điểm dừng xe bus gần trường đại học Bách Khoa TPHCM là một biến ngẫu nhiên X với hàm mật độ xác suất của X có dạng:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}(x+1) & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{9}\left(x - \frac{1}{2}\right) & \text{khi } 1 \leq x < \frac{3}{2} \\ \frac{4}{9}\left(\frac{5}{2} - x\right) & \text{khi } \frac{3}{2} \leq x < 2 \\ \frac{1}{9}(4-x) & \text{khi } 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{9} & \text{khi } 3 \leq x < 6 \\ 0 & \text{trái lại} \end{cases}$$

Goi A là sự kiện thời gian người đó đợi xe tối đa 2 phút và B là sự kiện người đó phải đợi xe trong khoảng từ 1 đến 3 phút. Tính xác suất $P(B|A)$.

Đáp số:

Câu 20: Thống kê về thu nhập của hộ gia đình (X, đơn vị: triệu đồng/tháng) và số con trong hộ gia đình (Y) ở một vùng thu được bảng phân phối xác suất đồng thời như sau:

Y \ X	12	17	24
1	0,05	0,07	0,08
2	0,1	0,1	0,12
3	0,17	0,13	0,18

Hỏi thu nhập trung bình của những hộ gia đình có 3 con bằng bao nhiêu?

Đáp số: