
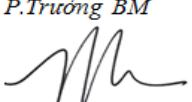



<b>Giảng viên ra đề:</b>	<b>Ngày ra đề:</b> 15/07/2020	<b>Người phê duyệt:</b>	<b>Ngày duyệt đề:</b> 16/07/2020
			
ThS Nguyễn Thị Xuân Anh		TS. Trần Ngọc Diễm	

(phần phía trên cần che đi khi in sao đề thi)

 <b>TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM</b> <b>KHOA: Khoa học Ứng dụng</b>	<b>THI CUỐI KỲ</b>		Học kỳ/năm học	<b>2</b>	<b>2019-2020</b>	
			Ngày thi	<b>20/07/2020</b>		
	Môn học	Giải tích 2				
	Mã môn học	MT1005				
	Thời lượng	100 phút	CA THI	CA 1		
<b>Ghi chú:</b> - Đề thi có 10 câu được in trên 2 mặt 1 tờ giấy A4. - Sinh viên <b>KHÔNG ĐƯỢC</b> sử dụng tài liệu. - <b>Nộp lại đề thi cùng với bài làm</b>						

**Câu 1 : (1đ) L.O.1**

Cho hàm số  $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 2x$  có đồ thị là mặt cong  $S$ . Tìm điểm  $M$  trên mặt  $S$  sao cho tiếp diện của mặt  $S$  tại  $M$  vuông góc với trục  $Oz$ .

**Câu 2 : (1đ) L.O.3**

Cho đường cong  $C$  là giao tuyến của nửa mặt cầu  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  với mặt trụ  $x^2 + y^2 = 2x$ . Tính độ dài của đường cong  $C$ .

**Câu 3 : (1đ) L.O.3**

Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $C$  là đoạn thẳng nối từ điểm  $(x_1, y_1)$  đến điểm  $(x_2, y_2)$ .

Chứng minh:

$$\int_C xdy - ydx = x_1y_2 - x_2y_1.$$

**Câu 4 : (2đ) L.O.3**

Cho tứ diện  $\Omega$  giới hạn bởi 4 mặt phẳng  $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2$ . Chia  $\Omega$  thành 2 phần  $\Omega_1, \Omega_2$  bởi mặt trụ parabol  $y = x^2$ .

a/ Tính thể tích  $\Omega_1, \Omega_2$ .

b/ Nếu khối  $\Omega$  có khối lượng riêng tại mọi điểm đều là hằng số, thể tích khối là  $V(\Omega)$  thì tọa độ trọng tâm  $G$  của khối được tính bởi công thức:

$$x_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V x dx dy dz, y_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V y dx dy dz, z_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V z dx dy dz.$$

Tìm tọa độ trọng tâm tứ diện  $\Omega$ .

**Câu 5 : (1đ) L.O.3**

Một cái phễu bằng kim loại mỏng có hình dạng là một phần mặt nón  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  ứng với  $0.5 \leq z \leq 4$ . Tính khối lượng phễu, biết mật độ tại điểm  $(x, y, z)$  trên mặt nón là:  $\rho(x, y, z) = 14 - x - 2z$  (bỏ qua các đơn vị tính).

**Câu 6 : (1đ) L.O.3**

Tính tích phân  $I = \iint_S xydydz + (y^2 + xe^z) dzdx + 2yzdxdy$  với mặt  $S$  là phần mặt trụ  $z = 1 - x^2$  bị cắt bởi 3 mặt phẳng  $y = 0, z = 0, y + z = 2$ , lấy phía dưới theo hướng trục  $Oz$ .

**Câu 7 : (1đ) L.O.3**

Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{(-3n)^{n+1}}$ .

**Câu 8 : (2đ) L.O.3**

Cho chuỗi lũy thừa:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}}\right) (2x-1)^n$ .

a/ Tìm miền hội tụ  $D$  của chuỗi lũy thừa trên.

b/ Tìm tất cả các giá trị  $x \in D$  sao cho  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}}\right) (2x-1)^n = 1$

HẾT



## ĐÁP ÁN

**Câu 1** Vecto pháp của mặt  $S$  tại  $(x, y, z)$  là  $\vec{n} = (-2x - 2, 4y, 1)$  **(0.25)**,  $\vec{n}$  song song với trục  $Oz$  **(0.25)**  $\Leftrightarrow \vec{n} = k(0, 0, 1) \Leftrightarrow x = -1, y = 0$ . **(0.25)** Vậy  $M(-1, 0, -1)$  **(0.25)**

**Câu 2** Lưu ý: Nếu dùng tp Mặt hoặc tham số hóa  $z=z(x)$ , không tính  $y$  thì **KHÔNG CHO ĐIỂM**

PT tham số của  $C : x = 1 + \cos t, y = \sin t, z = \sqrt{2 - 2\cos t}, 0 \leq t \leq 2\pi$  **(0.5)**, độ dài  $C$  là  $I = \int_C dl = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \frac{\sin^2 t}{2 - 2\cos t}} dt$  **(0.25)**  $= 7.643$  **(0.25)**

**Câu 3** pt  $C : x = x_1 + t(x_2 - x_1), y = y_1 + t(y_2 - y_1), t : 0 \rightarrow 1$  **(0.5)** nên  $VT = \int_0^1 (x_1 + t(x_2 - x_1))(y_2 - y_1) dt - (y_1 + t(y_2 - y_1))(x_2 - x_1) dt = x_1 y_2 - x_2 y_1$  **(0.5)**

Lưu ý: Nếu để  $0 \leq t \leq 1$  (tức là không có hướng) thì cho 0.5đ nếu đúng kết quả

**Câu 4** a/  $V(\Omega_1) = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} dz$  **(0.25)**  $= \frac{17}{20}$ , **(0.25)**  $V(\Omega) = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{4}{3}$  **(0.25)**  
 $V(\Omega_2) = V(\Omega) - V(\Omega_1) = \frac{4}{3} - \frac{17}{20} = \frac{29}{60}$  **(0.25)**

Lưu ý: Nếu chỉ đúng cận tp, sai kết quả thì cho tối đa 50% điểm của tp đó

b/  $x_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} x dz$  **(0.25)**  $= \frac{1}{2}$  **(0.25)**  $y_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} y dz = \frac{1}{2}$  **(0.25)**  $z_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} z dz = \frac{1}{2}$  **(0.25)**

**Câu 5**  $m = \iint_S \rho(x, y, z) ds$  **(0.25)**  $= \iint_D (14 - x - 2\sqrt{x^2 + y^2}) \sqrt{2} dx dy, D : 0.25 \leq x^2 + y^2 \leq 16$  **(0.25)**  $= \sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{0.5}^4 r(14 - r \cos \varphi - 2r) dr$  **(0.25)**  $\approx 601.27 \left( = \frac{406\sqrt{2}}{3} \pi \right)$  **(0.25)**

Nếu là tp bội ba thì **KHÔNG CHO ĐIỂM**

**Câu 6**  $\vec{n} = -\frac{(2x, 0, 1)}{\sqrt{4x^2 + 1}}$  hoặc  $\vec{n} = \left(1, 0, \frac{-1}{\sqrt{1-z}}\right)$  **(0.25)**,  $I = \iint_S -\frac{2x^2 y + 2yz}{\sqrt{4x^2 + 1}} ds$  **(0.25)**

Cách 1:  $I = - \iint_{D_{xy}} (2x^2 y + 2y(1 - x^2)) dx dy, D_{xy} : x = -1, x = 1, y = 0, y = 1 + x^2$  **(0.25)**  $= -\frac{56}{15}$  **(0.25)**

Cách 2:  $I = -2 \iint_{D_{yz}} \frac{y}{\sqrt{1-z}} dydz, D_{yz} : z = 0, z = 1, y = 0, y = 2 - z \text{ (0.25)} = -\frac{56}{15}$

(0.25)

Lưu ý: Nếu không nói rõ về phía của mặt cong thì cho tối đa 0.5 điểm

Câu 7  $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \frac{(2n+1)n^{n+1}}{3(n+1)^{n+2}} \text{ (0.5)} = \frac{2n+1}{3(n+1)} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n+1} \rightarrow \frac{2}{3}e^{-1} \text{ (0.25) HT (0.25)}$

Lưu ý: Nếu không có trị tuyệt đối chỉ cho tối đa 0.5 điểm

Câu 8 a/  $X = 2x - 1, R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}} = 1$ , HOẶC  $X = x - 1/2, R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}} = 1/2$

(0.5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right), \sum_{n=1}^{\infty} \left( 2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (-1)^n$  PK theo đkccsht (0.5) Kết

luận MHT  $D = (0, 1) \text{ (0.25)}$

b/  $S(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \left( 2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (2x - 1)^n = 2 \sum_{n=2}^{\infty} (2x - 1)^n + (-3) \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{2x - 1}{-3} \right)^n$

(0.25)  $S(x) = 2 \frac{(2x - 1)^2}{1 - (2x - 1)} - 3 \frac{\left( \frac{2x - 1}{-3} \right)^2}{1 - \frac{2x - 1}{-3}} = \frac{(2x - 1)^2 (-2 - 6x)}{4x^2 - 4} \text{ (0.25)}$

$S(x) = 1 \leftrightarrow x \approx 0.756 \text{ (0.25)}$

TÀI LIỆU SƯU TẬP  
BỞI HCMUT-CNCP