Trường Đại học Bách Khoa TP.HCM

Bộ môn Toán Ứng dụng

ĐỀ THI CUỐI HỌC KỲ 162 – Môn: GIẢI TÍCH 2

Ngày thi: 03/07/2017 - Ca thi: **CA 1**

Thời gian làm bài: **90 phút**

ĐỀ THI KHÔNG SỬ DỤNG TÀI LIỆU

Câu 1: Cho hàm $f(x,y,z)=\ln\dfrac{x^3+3yz}{x^2+y^2+z^2}$ và $\vec{u}=(2,-2,1)$. Tính $df(1,1,0), \dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1,1,0)$

Câu 2: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi $z=0, z=4-x^2, y=0, 2y+z=4$

Câu 3: Tính tích phân $I=\iint\limits_S (1-z)\,ds$ với S là phần mặt cầu $x=\sqrt{4-y^2-z^2}$ nằm giữa 2 mặt phẳng $y=-x\sqrt{3}, x=y\sqrt{3}$.

Câu 4: Dùng công thức Stokes để tính tích phân $I=\int\limits_C \left(z^3+2xy^2\right)dx+32xyzdy+\left(y^3+z^2x\right)dz$ với C là đường cong $\begin{cases} x^2+2y^2=z \\ z=4y \end{cases}$ lấy NGƯỢC chiều kim đồng hồ nhìn từ phía z dương.

Câu 5: Khảo sát sự hội tụ của các chuỗi số

1. $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\left(\dfrac{n-2}{n}\right)^{n(n-2)}\left(\dfrac{n+2}{n+1}\right)^{(n+2)(n+1)}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2.5.8...(3n+2)}{2^{2n-1}(n!)}$

Câu 6: Tìm miền hội tụ D của chuỗi lũy thừa $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\dfrac{4^{n-1}}{(2n)!}+\dfrac{1}{n}\right)x^{2n}$ và tính tổng chuỗi khi $x=\dfrac{\pi}{4}$

Bộ môn duyệt

ĐÁP ÁN:

Câu 1: $f'_x(M)=2, f'_y(M)=-1, f'_z(M)=3$ **(1đ)**, $df(M)=2dx-dy+3dz$ **(0.5đ)**.

$\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1,1,0)=3$ **(0.5đ)**. ***Lưu ý:*** Phần tính đhr nếu chỉ đúng 1 đh thì cho 0.5đ

Câu 2: $V=\iint\limits_{z=4-x^2,z=0} dxdz\int_0^{2-z/2} dy\,(0.5đ)=\int_{-2}^{2} dx\int_0^{4-x^2}\left(2-\frac{z}{2}\right)dz\,(0.5đ)=\frac{64}{5}\,(0.5đ)$

Câu 3: $I=\iint\limits_{S,z\ge 0}(1-z)ds+\iint\limits_{S,z\le 0}(1-z)ds\,(0.5đ)$

$$=\iint\limits_{D_{xy}}\left(1-\sqrt{4-x^2-y^2}\right)\frac{2}{\sqrt{4-x^2-y^2}}dxdy+\iint\limits_{D_{xy}}\left(1+\sqrt{4-x^2-y^2}\right)\frac{2}{\sqrt{4-x^2-y^2}}dxdy$$

$$=2\int_{-\pi/3}^{\pi/6} d\varphi\int_0^2 r\frac{1}{\sqrt{4-r^2}}dr\,(0.5đ)=2\pi\,(0.5đ)$$

Câu 4: Chọn S là mp $z=4y$ phần nằm trong paraboloid, lấy phía TRÊN, $\overrightarrow{n_S}=\frac{1}{\sqrt{17}}(0,-4,1)$ **(0.5đ)**

$$I=\iint\limits_S\left[(32yz-4xy)\frac{1}{\sqrt{17}}+(3z^2-z^2)\frac{-4}{\sqrt{17}}+(3y^2-3z^2).0\right]ds$$

$=\iint\limits_{x^2+2y^2\le 4y}\left[(32y.4y-4xy)-4\left(2.16y^2\right)\right]dxdy$ **(0.5đ)** $=0$ **(0.5đ)**

Câu 5: 1. $\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{n(n-2)}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{(n+2)(n+1)}, \lim\sqrt[n]{u_n}=\frac{1}{e}(0.5đ)<1\Rightarrow HT(0.25đ)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2.5.8...(3n+2)}{2^{2n-1}(n!)}\lim\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{3}{4}(0.5đ)<1\Rightarrow HT(0.25đ)$

Câu 6: $R=1\to D=[-1,1](0.5đ)$

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4^{n-1}}{(2n)!}+\frac{(-1)^n}{n}\right)x^{2n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4.(2n)!}(-2x)^{2n}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\left(x^2\right)^n$ **(0.5đ)**

$=\frac{1}{4}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!}(-2x)^{2n}-1\right]-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\left(x^2\right)^n=\frac{1}{4}\left[\cos(-2x)-1\right]-\ln\left(1+x^2\right)$ **(0.5đ)**

$$= \frac{1}{4}\left[\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) - 1\right] - \ln\left(1 + \frac{\pi^2}{16}\right) = -\frac{1}{4} - \ln\left(1 + \frac{\pi^2}{16}\right)$$ **(0.5đ)**