

Trường ĐHBK TP HCM
Bộ môn Toán ứng dụng

ĐỀ THI MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ
Thời lượng: 90 phút.
Đề gồm 2 mặt tờ A4

- Thí sinh chỉ được dùng bảng tra số và máy tính bỏ túi
- Các giá trị gần đúng được lấy 4 chữ số phần thập phân

Câu 1. (2 đ).

Một người viết n bức thư cho n người bạn (mỗi người một bức thư khác nhau). Trong mỗi phong bì anh ta bỏ một bức thư, rồi ghi ngẫu nhiên địa chỉ của một trong n người bạn (mỗi địa chỉ ghi một lần). Hãy tính xác suất để có ít nhất một bức thư ghi đúng địa chỉ.

Câu 2. (2 đ).

Hai cầu thủ bóng rổ lần lượt ném bóng vào rổ cho đến chừng nào một người ném lọt rổ thì dừng lại. Người thứ nhất ném trước. Lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X chỉ số lần ném bóng của người thứ nhất, biết xác suất ném lọt rổ của người thứ nhất là 0,45 và của người thứ hai là 0,36. Tính kỳ vọng $E(X)$, phương sai $D(X)$.

Câu 3. (3 đ)

Khi nghiên cứu về sự ảnh hưởng của thu nhập X (triệu đồng) đối với mức độ tiêu dùng Y (kg) về một loại thực phẩm hàng tháng, người ta điều tra ở các gia đình và thu được bảng số liệu sau đây:

Y	X					
	10	20	30	40	50	60
15	7	8				
25		6	8			
35			15	14	9	
45			6	11	7	6
55				9	7	8

a) Tìm phương trình hồi quy tuyến tính mẫu của X đối với Y và tính hệ số tương quan mẫu.

b) Với độ tin cậy 0,95, hãy tìm các khoảng tin cậy cho phương sai của mức thu nhập và mức độ tiêu dùng đối với loại thực phẩm này của các gia đình trên .

c) Có tài liệu nói tỷ lệ gia đình có thu nhập cao (từ 50 triệu trở lên) là 31%. Với mức ý nghĩa 0,05 hãy cho nhận xét về độ tin cậy của tài liệu trên.

Câu 4. (3 đ)

Trong một thí nghiệm khoa học người ta nghiên cứu độ dày của lớp mạ kẽm thu được khi dùng ba loại bể mạ khác nhau. Sau một thời gian mạ, người ta đo độ dày của lớp mạ nhận được ở các bể và được số liệu sau:

Độ dày lớp mạ kẽm tính bằng μm	Số lần đo ở bể mạ		
	A	B	C
4 – 8	35	51	68
8 – 12	100	95	85
12 - 16	34	32	26
16 - 20	41	24	28
20 - 24	25	28	28

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$, hãy kiểm định giả thiết: độ dày lớp mạ sau khoảng thời gian nói trên không phụ thuộc loại bể mạ được dùng.

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

PGS.TS.Nguyễn Đình Huy

HƯỚNG DẪN

Câu 1: (2đ)

Gọi A_i là biến cố lá thư thứ i ghi đúng địa chỉ. $i = 1, 2, \dots, n$.

Gọi B là biến cố có ít nhất 1 lá thư đến đúng địa chỉ.

$$B = A_1 + A_2 + \dots + A_n.$$

$$\begin{aligned} \text{Xác suất cần tìm: } P(B) &= P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n) \\ &= n \cdot \frac{1}{n} - C_n^2 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} + C_n^3 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!} = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!} \end{aligned}$$

Lưu ý là các biến cố A_i không xung khắc và không độc lập đôi một.

Câu 2: (2đ)

Gọi A_i là biến cố người thứ nhất ném trúng ở lần thứ i ; $i = 1, 2, 3, \dots$

Gọi B_i là biến cố người thứ hai ném trúng ở lần thứ i ; $i = 1, 2, 3, \dots$

$$P(X=1) = P(A_1) + P(\overline{A_1} B_1) = a + (1-a)b = 0,648 \quad (a = 0,45; b = 0,36)$$

$$P(X=2) = P(\overline{A_1} B_1 A_2) + P(\overline{A_1} B_1 A_2 B_2) = (1-a)(1-b)[a + (1-a)b] = 0,352 \cdot 0,648$$

$$P(X=3) = \dots = (1-a)^2(1-b)^2[a + (1-a)b] = 0,352^2 \cdot 0,648$$

.....

$$P(X=k) = \dots = (1-a)^{k-1}(1-b)^{k-1}[a + (1-a)b] = 0,352^{k-1} \cdot 0,648$$

...

$$E(X) = \sum_{k=1}^{+\infty} k \cdot p \cdot q^{k-1} = \frac{1}{p} \quad (\text{công thức}) = \frac{1}{0,648} = 1,5432. \quad p = 0,648; q = 1 - 0,648.$$

$$D(X) = \sum_{k=1}^{+\infty} k^2 \cdot p \cdot q^{k-1} - \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p} \quad (\text{công thức}) = \frac{1}{0,648^2} - \frac{1}{0,648} = 0,8383.$$

Câu 3: (3đ)

a) Các đặc trưng mẫu (tham khảo):

$$\bar{x} = 37,7686 \quad s_X = 13,5138 \quad s_X = 13,5700 \quad n = 121$$

$$\bar{y} = 37,8099 \quad s_Y = 12,5457 \quad s_Y = 12,5978 \quad (\overline{xy} = 1560,7438)$$

Hệ số tương quan: $r_{XY} = 0,7828$.

Phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu: $X = 5,8868 + 0,8432Y$

b) Tra bảng: $\chi^2_{0,025}(120) = 152,21$ $\chi^2_{0,975}(120) = 91,58$

• Khoảng UL cho phương sai của X :

$$\left(\frac{120 \cdot 13,5700^2}{152,21}; \frac{120 \cdot 13,5700^2}{91,58} \right) = (145,1770; 241,2905)$$

• Khoảng UL cho phương sai của Y :

$$\left(\frac{120 \cdot 12,5978^2}{152,21}; \frac{120 \cdot 12,5978^2}{91,58} \right) = (125,1202; 207,9553)$$

c) Gọi p là tỉ lệ gia đình có thu nhập cao.

Giả thiết kiểm định $H_0 : p = 31\%$. Giả thiết đối $H_1 : p \neq 31\%$.

Tra bảng $z_\alpha = 1,96$

$$\text{Tính tckđ: } z_0 = \frac{\left| \frac{37}{121} - 0,31 \right|}{\sqrt{0,31 * 0,69}} \sqrt{121} = 0,1002 \quad \text{KL: Chấp nhận } H_0.$$

Câu 4: (3đ)

Giả thiết kiểm định H_0 : Độ dày lớp mạ không phụ thuộc loại bề mạ được dùng.

H_1 : Độ dày lớp mạ phụ thuộc loại bề mạ được dùng.

Bảng tần số thực nghiệm:

35	51	68	154
100	95	85	280
34	32	26	92
41	24	28	93
25	28	28	81
230			
235	235	n=700	

Bảng tần số lý thuyết:

51.7	50.6	51.7
94	92	94
30.8857	30.2286	30.8857
31.2214	30.5571	31.2214
27.1929	26.6143	27.1929

$$\chi_0^2 = 18.1449$$

$$\chi_\alpha^2 = \chi_{0,01}^2(8) = 20.09$$

Cách khác để tính tckđ χ_0^2 :

$$\begin{aligned} \chi_0^2 &= n \cdot \left[\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^k \frac{n_{ij}^2}{n_i * m_j} - 1 \right] = 700 * \left[\frac{35^2}{235 * 154} + \frac{51^2}{230 * 154} + \dots + \frac{28^2}{235 * 81} - 1 \right] \\ &= 700 * [1.02592 - 1] = 18,1449 \end{aligned}$$

Chấp nhận giả thiết H_0 .