

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. 60 sản phẩm : 47 chính phẩm , 13 phế phẩm , Lấy ngẫu nhiên có hoàn lại đến khi được chính phẩm hoặc lấy đủ 9 sản phẩm thì dừng. Tính xác suất dừng lại ở lần thứ 6 biết rằng đã lấy ít nhất 5 sản phẩm cho đến khi dừng ?

Hướng dẫn:

Xác suất lấy được chính phẩm là $p = \frac{47}{60}$

Xác suất lấy được phế phẩm là $q = \frac{13}{60}$

Gọi B là biến cố dừng lại ở lần thứ 6

A là biến cố lấy được ít nhất 5 sản phẩm

Ta có:

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{q^5 p}{q^4 p + q^5 p + q^6 p + q^7 p + q^8} \approx 0,1697$$

Câu 2. Hàng trong kho có 20 % phế phẩm . Lấy ngẫu nhiên 35 sản phẩm . Tính xác suất trong 35 sản phẩm có 3 phế phẩm ?

Hướng dẫn:

Áp dụng công thức Bernoulli ta có:

$$P = C_{35}^3 \cdot 0,2^3 \cdot (1 - 0,2)^{32} \approx 0,0415$$

Câu 3. 37 kiện hàng , mỗi kiện 150 sản phẩm , Trong đó : 25 kiện loại 1 : mỗi kiện có 4 phế phẩm. 7 kiện loại 2 : mỗi kiện có 3 phế phẩm. 5 kiện loại 3 : mỗi kiện có 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 kiện rồi từ kiện rồi từ kiện đó lấy ra 1 sản phẩm. Xác suất lấy ra thuộc kiện loại 2 biết sản phẩm đó là phế phẩm ?

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố phế phẩm thuộc kiện loại 2

B là biến cố lấy được phế phẩm

H_i là biến cố lấy được kiện thứ i

Ta có:

$$\begin{aligned} P(A/B) &= \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(H_2) \cdot P(B/H_2)}{P(H_1) \cdot P(B/H_1) + P(H_2) \cdot P(B/H_2) + P(H_3) \cdot P(B/H_3)} \\ &= \frac{\frac{7}{37} \cdot \frac{3}{150}}{\frac{25}{37} \cdot \frac{4}{150} + \frac{7}{37} \cdot \frac{3}{150} + \frac{5}{37} \cdot \frac{5}{150}} \approx 0,1438 \end{aligned}$$

Câu 4. Cho X là đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} 6x^5; & x \in [0; 1] \\ 0; & x \notin (0; 1) \end{cases}$$

Tính D(X) ?

Hướng dẫn:

Ta có: $D(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

Với

$$\begin{cases} E(X) = \int_0^1 6x^6 dx = \frac{6}{7} \\ E(X^2) = \int_0^1 6x^7 dx = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } D(X) = \frac{3}{4} - \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{3}{196} \approx 0,0153$$

Câu 5. Đoàn tàu có 4 toa đỗ ở 1 sân ga. Có 6 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất có 1 toa 4 người, 1 toa 2 người và 2 toa còn lại không người?

Hướng dẫn:

Ta có:

$$P = \frac{C_4^1 \cdot C_6^4 \cdot C_3^1}{4^6} \approx 0,0439$$

Câu 6. Khi gọi điện thoại một khách hàng quên mất 3 chữ số cuối cùng mà chỉ nhớ rằng có 3 chữ số khác nhau nên đành chọn ngẫu nhiên 3 số. Tìm xác suất người đó thực hiện được cuộc liên lạc?

Hướng dẫn:

Ta có:

$$P = \frac{1}{A_{10}^3} \approx 0,0014$$

Câu 7. 15 quả cầu trắng và 7 quả cầu đen. 2 người A và B mỗi người rút 1 quả cầu theo thứ tự (rút không trả lại). Trò chơi kết thúc khi có người rút được quả cầu đen. Người đó xem như thua cuộc, tính xác suất người rút trước thắng?

Hướng dẫn:

Giả sử 2 người đó rút được $2n$ quả cầu (số quả cầu rút ra chẵn vì người rút trước thắng) thì có $2n-1$ quả cầu trắng được rút ra và quả cầu thứ $2n$ là quả cầu đen

$$\begin{aligned} \text{Do đó ta có: } P(2n) &= \frac{A_{15}^{2n-1} \cdot 7}{A_{22}^{2n}} \\ \Rightarrow P &= \sum_{n=1}^8 \frac{A_{15}^{2n-1} \cdot 7}{A_{22}^{2n}} \approx 0,4075 \end{aligned}$$

BÀI TOÁN TỔNG QUÁT VÀ CÁCH BẮM MÁY

Câu 7*. x quả cầu trắng và y quả cầu đen. 2 người A và B mỗi người rút 1 quả cầu theo thứ tự (rút không trả lại). Trò chơi kết thúc khi có người rút được quả cầu đen. Người đó xem như thua cuộc, tính xác suất người rút trước thắng?

Hướng dẫn:

Xác suất cần tính là:

$$P = \sum_{i=1}^{\left[\frac{x+1}{2}\right]} \frac{y \cdot A_x^{2i-1}}{A_{x+y}^{2i}}$$

Với $\left[\frac{x+1}{2}\right]$ là phần nguyên của $\frac{x+1}{2}$

Câu 8. Chiều dài những tấm thép là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn có kì vọng $= 2m$, phương sai $0,0004 m^2$. Một tấm thép được coi là đạt tiêu chuẩn nếu độ dài của nó sai lệch so với độ dài quy định không quá $0.003m$. Tính tỉ lệ tấm thép đạt tiêu chuẩn?

Hướng dẫn:

Ta có:

$$P(|X - a| \leq \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{0,003}{0,02}\right) = 0,119234$$

Câu 9. A Và B thi đấu cờ Xac suất thắng của A là 0,35 . Trận đấu kết thúc khi A giành đx 8 điểm trước và B giành 12 điểm trước .Tinh xác suất thắng trận đấu của A ?

Hướng dẫn:

giả sử A và B đấu n+1 ván thì trong n ván đầu tiên A thắng 7 ván và B thắng n-7 ván ($0 \leq n - 7 \leq 11$). Ván thứ n+1 thì A thắng.

Do đó áp dụng công thức Becnulli ta có: $P(n+1) = C_n^7 \cdot (0,35)^7 \cdot (1-0,35)^{n-7} \cdot 0,35$

$$\Rightarrow \sum_{n=7}^{18} C_n^7 \cdot (0,35)^8 \cdot (1-0,35)^{n-7} \approx 0,3344$$

Câu 10. Xa thủ A bắn 2 viên đạn vào mục tiêu , xạ thủ B bắn 3 viên. Xác suất bắn trúng của A trong 1 lần bắn (1 viên) là 0,3 và của B là 0,4 . Tinh xác suất để mục tiêu bị trúng ít nhất 1 viên đạn ?

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố mục tiêu bị trúng đạn

\bar{A} là biến cố mục tiêu không bị bắn trúng

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,7^2 \cdot 0,6^3 = 0,10584$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,89416$$

Câu 11. Ở 1 vùng cứ 10 người thì có 3 người hút thuốc . Biết tỉ lệ người viêm họng trong số người hút thuốc lá là 60 % , trong số người không hút thuốc lá là 10 % . Khám ngẫu nhiên 1 người .Nếu người này không bị viêm họng thì xác suất người này hút thuốc bằng bao nhiêu ?

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố người hút thuốc

B là không bị viêm họng

Ta có:

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10} \cdot 0,4}{\frac{3}{10} \cdot 0,4 + \frac{7}{10} \cdot 0,9} = 0,16$$

Câu 12. Một lô hàng gồm 150 sản phẩm , trong đó có 9 sản phẩm xấu . Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng 7 sản phẩm . Tinh phương sai của số sản phẩm xấu trong 7 sản phẩm lấy ra ?

Hướng dẫn:

Ta có xác suất lấy ra X sản phẩm xấu trong 7 sản phẩm lấy ra là: $P(X) = \frac{C_9^X \cdot C_{141}^{7-X}}{C_{150}^7}$

Ta nhận thấy đây là phân phối siêu bội nên:

$$D(X) = 7 \cdot \frac{9}{150} \cdot \left(1 - \frac{9}{150}\right) \cdot \frac{150-7}{150-1} \approx 0,3789$$

Câu 13. 1 Nhóm học sinh có 5 học sinh giỏi , 20 học sinh khá , 10 học sinh trung bình . Khi làm bài kiểm tra , 1 học sinh giỏi chỉ có thể đạt điểm giỏi , một học sinh khá có thể đạt điểm giỏi hoặc khá với xác suất như nhau , 1 học sinh trung bình có thể đạt kết quả khá , trung bình , yếu với xác suất như nhau . Sau khi phát bài xong thì chọn nn 1 học sinh . Tinh xác suất để chọn được 1 học sinh có điểm khá hay giỏi ?

Hướng dẫn:

Ta có:

Tỉ lệ HS giỏi đạt điểm giỏi = 1

Tỉ lệ HS khá đạt điểm giỏi hoặc khá = 1

Tỉ lệ HS trung bình đạt điểm khá = $\frac{1}{3}$

Do đó:

$$P = \frac{5}{35} + \frac{20}{35} + \frac{10}{35} \cdot \frac{1}{3} \approx 0,8095$$

Câu 14. 2 đấu thủ A và B đấu 7 ván cờ, xác suất A thắng trong 1 ván là 0.4. Tìm xác suất A thắng nhiều ván hơn B ?

Hướng dẫn:

Để A thắng nhiều ván hơn B thì trong 7 ván A thắng ít nhất 4 ván

Áp dụng công thức Bernoulli ta có:

$$P = \sum_{n=4}^7 C_7^n (0,4)^n \cdot (0,6)^{7-n} \approx 0,28979$$

Câu 15. Trong 1 buồng của tàu hỏa có 2 dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế, ngồi đối diện nhau. Trong 10 hành khách thì có 2 người muốn nhìn theo hướng tàu chạy và 3 người muốn nhìn theo hướng ngược lại tàu chạy. Hỏi có bao nhiêu cách ngồi thỏa mãn ?

Hướng dẫn:

Số cách xếp người thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$N = C_5^2 \cdot 2! \cdot C_5^3 \cdot 3! \cdot 5! = 144000$$

Câu 16. Tại trạm kiểm soát giao thông trung bình mỗi phút có 5 ô tô đi qua. Tính xác suất có đúng 9 ô tô đi qua trong 3 phút ?

Hướng dẫn:

Trung bình mỗi phút có 5 ô tô đi qua suy ra trung bình 3 phút có 15 ô tô đi qua $\Rightarrow \lambda = 15$

Áp dụng công thức Poisson ta có:

$$P(9) = \frac{e^{-15} \cdot 15^9}{9!} \approx 0,0324$$

Câu 17. 1 Đoạn thẳng AB dài 28 cm bị gãy ngẫu nhiên tại 2 điểm P và Q. 3 đoạn AP PQ BQ dùng làm 3 cạnh 1 hình hộp chữ nhật. Tính thể tích trung bình của hình chữ nhật ?

Hướng dẫn:

Gọi AP=x, PQ=y, QB= 28-x-y

Do $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 28 - x - y > 0 \end{cases}$ Suy ra miền D là $\triangle OAB$ Với A(0;28) và B(28;0)

Ta có hàm mật độ $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{S_{\triangle OAB}} = \frac{2}{28^2}; & x,y \in D \\ 0; & x,y \notin D \end{cases}$

$$V = xy(28 - x - y) = 28xy - x^2y - xy^2$$

$$\Rightarrow E(V) = 28E(XY) - E(X^2Y) - E(XY^2)$$

$$\Leftrightarrow E(V) = \iint_D \frac{56xy}{28^2} dxdy - \iint_D \frac{2x^2y}{28^2} dxdy - \iint_D \frac{2xy^2}{28^2} dxdy \approx 365,8667$$

BÀI TOÁN TỔNG QUÁT VÀ CÁCH BẮM MÁY

Câu 17*. 1 Đoạn thẳng AB dài a cm bị gãy ngẫu nhiên tại 2 điểm P và Q. 3 đoạn AP PQ BQ dùng làm 3 cạnh 1 hình hộp chữ nhật. Tính thể tích trung bình của hình chữ nhật ?

Hướng dẫn:

Thể tích trung bình được tính bằng công thức sau: $E(V) = \frac{a^3}{60}$

Câu 17.** 1 Đoạn thẳng AB dài a cm bị gãy ngẫu nhiên tại điểm C . Hai cạnh AC và CB dùng làm 2 cạnh hình chữ nhật . Tính diện tích trung bình của hình chữ nhật ?

Hướng dẫn:

Khi đó ta có công thức: $E(S) = \frac{a^2}{6}$

Câu 18. 60 hành khách tham gia rút thăm may mắn , mỗi người chỉ rút 1 phiếu . Có 20 khách hàng sẽ nhận phiếu loại A , 20 khách hàng nhận phiếu loại B, 9 khách hàng nhận phiếu loại C và 11 khách hàng nhận phiếu loại D. Tính xác suất người đó nhận được phiếu loại C nếu người đó không nhận phiếu loại B ?

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố người đó nhận được phiếu loại C
B là biến cố người đó không nhận được phiếu loại B
Ta có:

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{9}{60}}{1 - \frac{20}{60}} = 0,225$$

Câu 19. Một chiếc hộp đựng 27 quả cầu trắng, 15 quả cầu đỏ, 9 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên không hoàn trả lại cho đến khi lấy được 6 quả cầu đen thì dừng lại. Tính xác suất lấy được 6 quả trắng 7 quả đỏ ?

Hướng dẫn:

Ta có:

$$P = \frac{C_{27}^6 \cdot C_{15}^7 \cdot C_9^5}{C_{51}^{18}} \cdot \frac{4}{33} \approx 0,001$$

Câu 20. Một lô sản phẩm gồm 2 loại do 2 máy sản xuất, trong đó sản phẩm do máy 1 gấp 3 lần sản phẩm do máy 2 sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của máy 1 là 0,6 , máy 2 là 0,7. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm, tính xác suất để lấy được sản phẩm tốt ?

Hướng dẫn:

Gọi H_i biến cố lấy được sản phẩm của máy thứ i
A là biến cố lấy được sản phẩm tốt.

Ta có:

$$P(A) = P(H_1).P(A/H_1) + P(H_2).P(A/H_2) = 0,75.0,4 + 0,25.0,3 = 0,375$$

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Một người lần lượt bắn từng viên đạn vào bia với xác suất trúng của mỗi viên là $p = 0,4$. Người ấy bắn cho đến khi trúng 3 viên thì dừng lại. Tính xác suất để người ấy đã bắn 5 viên ?

Hướng dẫn:

Để người đó dừng lại ở lần bắn thứ 5 tức là 4 lần trước có 2 viên bắn trúng, và lần bắn thứ 5 phải trúng bia.

Suy ra xác suất để người đó bắn dừng lại ở lần bắn thứ 5 là:

$$P = [C_4^2 \cdot (0,4)^2 \cdot (0,6)^2] \cdot 0,4 = 0,13824$$

Câu 2. Một máy bay có 3 bộ phận A, B, C có tầm quan trọng khác nhau. Máy bay sẽ rơi khi có hoặc 1 viên đạn trúng vào A, hoặc 2 viên đạn trúng vào B, hoặc 3 viên đạn trúng vào C. Giả sử các bộ phận A, B, C lần lượt chiếm 15%, 30% và 55% diện tích máy bay. Tính xác suất để máy bay rơi nếu trúng 3 viên đạn ?

Hướng dẫn:

Gọi X là biến cố máy bay rơi khi trúng 3 viên đạn

$\Rightarrow \bar{X}$ là biến cố máy bay không rơi khi bị trúng 3 viên đạn.

Biến cố \bar{X} xảy ra khi có 1 viên trúng B và 2 viên trúng C (BCC; CBC; CCB).

$$\Rightarrow P(\bar{X}) = 3 \cdot 0,3 \cdot 0,55^2 = 0,27225$$

Nên $P(X) = 1 - P(\bar{X}) = 0,72775$

Câu 3. Qua kinh nghiệm, người quản lý một cửa hàng bán giày thể thao biết rằng xác suất để có một đôi đế cao su của một hãng nào đó có 0 hoặc 1 hoặc 2 chiếc bị hỏng tương ứng là $p_1 = 0,93$; $p_2 = 0,06$ và $p_3 = 0,01$. Anh ta lấy ngẫu nhiên một đôi giày loại đó từ tủ trưng bày và sau đó lấy ngẫu nhiên một chiếc thì thấy nó bị hỏng. hỏi xác suất để chiếc kia cũng bị hỏng là bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố lấy chiếc giày lấy ra bị hỏng

B là biến cố chiếc còn lại của đôi giày lấy ra cũng bị hỏng

Ta có:

$$p = P(B/A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{p_3}{\frac{p_2}{2} + p_3} = \frac{1}{4}$$

câu 4. Cho ĐLNN liên tục X có hàm phân phối $F(X) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \\ k(7x^5 - 5x^7) & \text{nếu } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$

Tính $E(X)$

Hướng dẫn:

Hàm mật độ xác suất: $f(x) = \begin{cases} 35k(x^4 - x^6) & \text{nếu } x \in [0; 1] \\ 0 & \text{nếu } x \notin [0; 1] \end{cases}$

Ta có:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0) = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

Suy ra:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 \frac{35x}{2} (x^4 - x^6) dx = \frac{35}{48}$$

Câu 5. Trong một kho rượu số lượng chai rượu loại A và loại B bằng nhau. người ta lấy ngẫu nhiên 1 chai rượu trong kho và đưa cho 4 người sành rượu nếm thử và xác định xem đây là loại nào. Giả sử mỗi người có khả năng đoán đúng là $p = 70\%$. có 3 người kết luận chai rượu thuộc loại A và có 1 người cho là rượu thuộc loại B. Vậy chai rượu được chọn thuộc loại A với xác suất là bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Gọi X là biến cố chai rượu thuộc loại A

B là biến cố chai rượu đã được xác định

ta có:

$$P(X) = \frac{1}{2} C_4^3 (0,7)^3 \cdot (0,3)$$

$$P(B) = \frac{1}{2} C_4^3 (0,7)^3 \cdot (0,3) + \frac{1}{2} C_4^3 (0,3)^3 \cdot (0,7)$$

Suy ra:

$$P(X/B) = \frac{P(XB)}{P(B)} = \frac{P(X)}{P(B)} = \frac{49}{50}$$

Câu 6. Hai người cùng bắn vào một mục tiêu, khả năng chỉ có một người bắn trúng là 0,38. Tìm xác suất bắn trúng p của người thứ nhất, biết rằng khả năng bắn trúng của người thứ hai là 0,8

Hướng dẫn:

Theo dữ kiện bài toán suy ra:

$$0,2.p + (1-p).0,8 = 0,38 \Leftrightarrow p = 0,7$$

Câu 7. Cho DLNN X có hàm mật độ xác suất: $f(x) = \begin{cases} k(1+x)^{-4} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$. Tìm $E(X)$

Hướng dẫn:

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx &= 1 \Leftrightarrow \frac{-k}{3}(1+x)^{-3} \Big|_0^{+\infty} = 1 \Leftrightarrow k = 3 \\ \Rightarrow E(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^{+\infty} 3x(1+x)^{-4}dx \\ &= \int_0^{+\infty} 3(1+x)^{-3}dx - \int_0^{+\infty} 3(1+x)^{-4}dx \\ &= \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

BÀI TOÁN TỔNG QUÁT VÀ CÁCH BẮM MẮY

Câu 7*. Cho DLNN X có hàm mật độ xác suất: $f(x) = \begin{cases} k(1+x)^{-a} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$. Tìm $E(X)$

Với hằng số a đã cho trước

Hướng dẫn:

Khi đó ta có: $k = a - 1$ và $E(X) = \frac{1}{a-2}$

Câu 8. Trong bình có 5 quả cầu trắng và 3 quả cầu đen. Hai người lấy ra từng quả cầu theo phương thức có hoàn trả lại. Tính xác suất p để người thứ 2 lấy được quả cầu trắng trước.

Hướng dẫn:

Gọi $a = \frac{5}{8}$ là xác suất lấy được quả cầu trắng

$b = \frac{3}{8}$ là xác suất lấy được quả cầu đen

Giải sử 2 người lấy $2n$ lần ($n \geq 1$) thì $2n-1$ lần lấy trước đều lấy được bị đen. và lần lấy thứ $2n$ thì lấy được bị trắng.

$$\Rightarrow p = \sum_1^{+\infty} b^{2n-1}a = ab \cdot \left(\sum_1^{+\infty} b^{2n-2} \right) = \frac{ab}{1-b^2} = \frac{3}{11}$$

Chú ý: Công thức cuối cùng trong bài cũng là công thức tổng quát cho dạng **Câu 8** các bạn có thể học thuộc công thức để tiết kiệm thời gian làm bài

Câu 9. Có hai lô sản phẩm: Lô 1 gồm toàn chính phẩm. Lô 2 có tỉ lệ phế phẩm và tỉ lệ chính phẩm là $1/4$. Chọn ngẫu nhiên một lô, từ đó lấy ra một sản phẩm, thấy nó là chính phẩm, rồi trả sản phẩm này vào lô vừa lấy. Nếu lấy ngẫu nhiên từ lô còn lại một sản phẩm thì xác suất sản phẩm này là phế phẩm là bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố lấy ra lần đầu tiên là chính phẩm

B là biến cố lấy ra lần thứ hai ở lô còn lại là phế phẩm.

Ta có:

$$P(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}.0,8 = \frac{9}{10}$$

$$P(AB) = \frac{1}{2}.0,2 + \frac{1}{2}.0,8.0 = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow P(B/A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{1}{9}$$

Câu 10. Cho DLNN X có phân bố đều trên đoạn $[1; 2]$. Tính $P\{2 < X^2 < 5\}$

Hướng dẫn:

Ta có hàm mật độ xác suất: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \in [1; 2] \\ 0 & \text{nếu } x \notin [1; 2] \end{cases}$

$$\Rightarrow P(2 < X^2 < 5) = \int_{-\sqrt{5}}^{-\sqrt{2}} f(x)dx + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} f(x)dx = \int_{\sqrt{2}}^2 1dx = 2 - \sqrt{2}$$

Câu 11. Cho DLNN X có phân bố đều trên đoạn $[-1; 3]$. Tính $P\{X^2 < 8\}$

Hướng dẫn:

Ta có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{nếu } x \in [-1; 3] \\ 0 & \text{nếu } x \notin [-1; 3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow P\{X^2 < 8\} = \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} f(x)dx = \int_{-1}^{2\sqrt{2}} \frac{1}{4}dx = \frac{2\sqrt{2} + 1}{4}$$

Câu 12. Giả sử có 64 người thi lấy bằng lái xe, mỗi người đều có xác suất thi đỗ là $p = \frac{1}{4}$ và cũng đều thi cho đến khi được mới thôi. Có khoảng bao nhiêu người phải thi ít nhất 4 lần ?

Hướng dẫn:

Để thi ít nhất 4 lần thì người đó phải rớt ít nhất 3 lần.

Suy ra số người phải thi ít nhất 4 lần là:

$$N = 64 \cdot (1 - p)^3 = 64 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 27$$

Câu 13. Một lô hàng gồm 14 sản phẩm trong đó có 6 phế phẩm, lấy ngẫu nhiên từng sản phẩm cho đến khi gặp đủ 6 phế phẩm thì dừng lại. Tính xác suất p, lần kiểm tra thứ hai gặp phế phẩm biết kiểm tra dừng lại ở lần thứ 7.

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố kiểm tra lần thứ 2 được phế phẩm

B là biến dừng lại ở lần kiểm tra thứ 7.

Ta có:

$$P(B) = \frac{C_6^5 \cdot C_8^1}{C_{14}^6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{1001}$$

$$P(AB) = \frac{8}{14} \cdot \frac{C_6^6}{C_{13}^6} + \frac{C_6^2 \cdot C_4^3 \cdot C_8^1}{C_{14}^2 \cdot C_{12}^4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{3003}$$

$$\Rightarrow P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5}{6}$$

Câu 14. Hai đấu thủ A và B đấu với nhau 5 ván cờ. Xác suất thắng của A trong 1 ván là $p = 0,25$. Tìm xác suất để A thắng nhiều ván hơn B.

Hướng dẫn:

Để A thắng nhiều ván hơn B suy ra A phải thắng từ 3 đến 5 ván.

Áp dụng công thức bernoulli suy ra:

$$P = \sum_{i=3}^5 C_i^5 \cdot (0,25)^i (0,75)^{5-i} = \frac{53}{512}$$

Câu 15. Trong một chiếc hòm đựng 9 bóng đèn trong đó có 3 bóng tốt, 6 bóng hỏng. Ta chọn ngẫu nhiên từng bóng đem thử (thử xong không hoàn trả lại) cho đến khi thu được 2 bóng tốt. Gọi X là số lần thử cần thiết. Tìm xác suất để $X=5$.

Hướng dẫn:

Với số lần thử là 5 thì trong 4 lần thử đầu tiên phải có 1 bóng tốt và 3 bóng hỏng. Lần thử thứ 5 chắc chắn là bóng tốt.

$$\Rightarrow P\{X = 5\} = \frac{C_6^3 \cdot C_3^1}{C_9^4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{21}$$

Câu 16. Một đoạn thẳng AB dài 12cm bị gãy ngẫu nhiên ở một điểm P . Hai đoạn AP và BP được dùng làm 2 cạnh của hình chữ nhật. Tính diện tích trung bình của hình chữ nhật.

Hướng dẫn:

Gọi đoạn $AP = x \Rightarrow BP = 12 - x$

Ta có hàm mật độ:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{nếu } x \in [0; 12] \\ 0 & \text{nếu } x \notin [0; 12] \end{cases}$$

$$S = x(12 - x) = 12x - x^2$$

$$\Rightarrow E(S) = 12E(X) - E(X^2) = 12 \int_0^{12} \frac{x}{12} dx - \int_0^{12} \frac{x^2}{12} dx = 24$$

câu 17. Người ta biết một cặp sinh đôi có thể là một cặp sinh đôi thật do cùng một trứng sinh ra (E_1), $P(E_1) = 0,4$, trong trường hợp đó chúng bao giờ cũng cùng giới tính. Nếu chúng do các trứng khác nhau sinh ra (E_2) thì xác suất cùng giới tính là $1/2$. Bây giờ nếu cặp sinh đôi cùng giới tính thì xác suất để chúng là cặp sinh đôi thật là bao nhiêu phần trăm.

Hướng dẫn:

Gọi F là biến cố cặp sinh đôi cùng giới tính.

$$P(E_1/F) = \frac{P(E_1)P(F/E_1)}{P(E_1)P(F/E_1) + P(E_2)P(F/E_2)} = \frac{0,4 \cdot 1}{0,4 \cdot 1 + 0,6 \cdot 0,5} = \frac{4}{7}$$

Câu 18. Chi tiết được gia công qua 3 công đoạn nối tiếp nhau và chất lượng chi tiết chỉ được kiểm tra khi chi tiết đã được gia công xong. Xác suất gây ra khuyết tật cho chi tiết ở từng công đoạn lần lượt là $P_1 = 0,3$; $P_2 = 0,4$; $P_3 = 0,5$. Tìm xác suất P để sau khi gia công xong chi tiết có khuyết tật.

Hướng dẫn:

Gọi A là biến cố chi tiết sau khi gia công có khuyết tật.

\bar{A} là biến cố chi tiết sau khi gia công không có khuyết tật

$$P(A) = (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3) = 0,21$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,79$$

câu 19. Một người bắn lần lượt từng viên đạn vào bia với xác suất trúng đích của mỗi viên là $p = 0,7$ cho tới khi trúng hai viên liên tiếp thì dừng lại. Tính xác suất người đó đã bắn 6 viên đạn khi dừng.

Hướng dẫn:

Kí hiệu O là người đó bắn trúng bia $p(O) = 0,7$

X là người đó bắn không trúng bia $p(X) = 0,3$

Ta có các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } OXOXOO \Rightarrow p_1 = 0,021609$$

$$\text{TH2: } OXXXOO \Rightarrow p_2 = 9,261 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{TH3: } XOXXOO \Rightarrow p_3 = 9,261 \cdot 10^{-3}$$

TH4: $XXOXOO \Rightarrow p_4 = 9,261.10^{-3}$
TH5: $XXXXOO \Rightarrow p_5 = 3,969.10^{-3}$
 $\Rightarrow p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 0,053361$

Câu 20. Gieo hai con xúc xắc cân đối đồng chất. Gọi A là biến cố xuất hiện khi tổng số chấm thu được là lẻ, B là biến cố được ít nhất một mặt một chấm. Tính $P(B/A)$.

Hướng dẫn:

Ta có:

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ và } P(BA) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(B/A) = \frac{1}{3}$$

