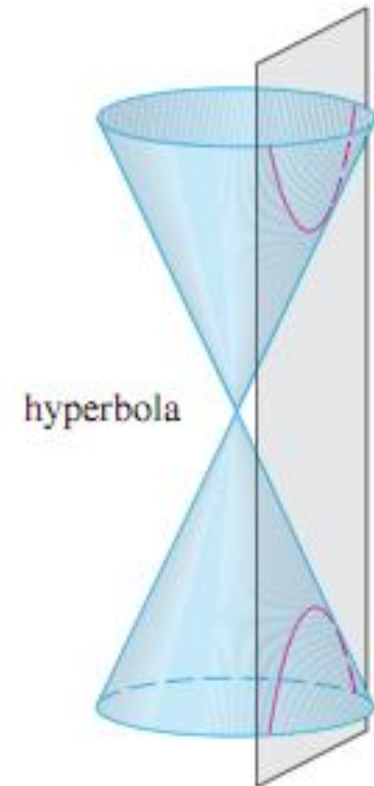
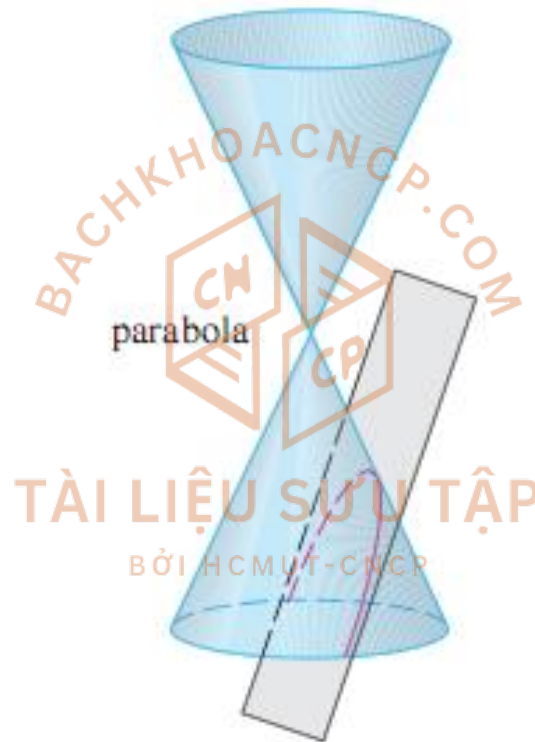
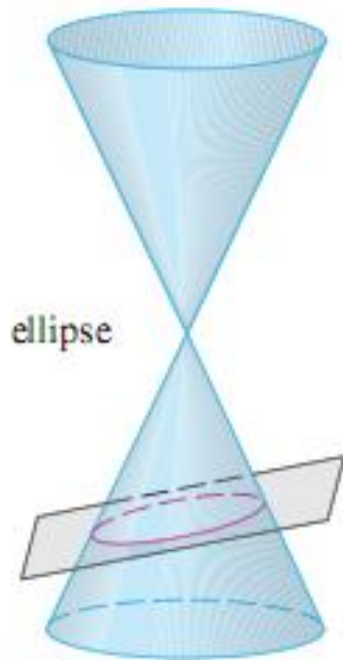


NHẬN DẠNG MẶT BẠC 2

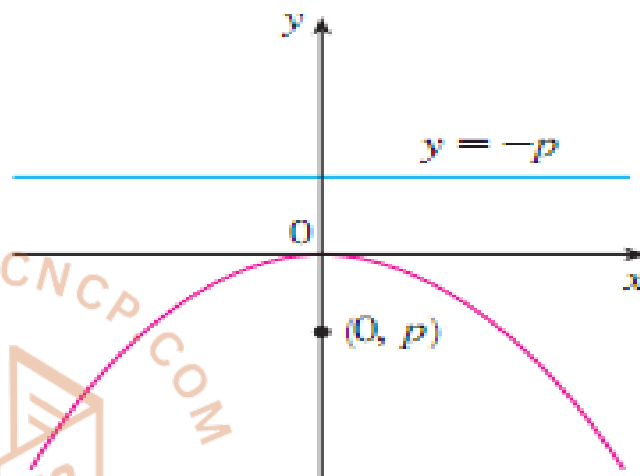
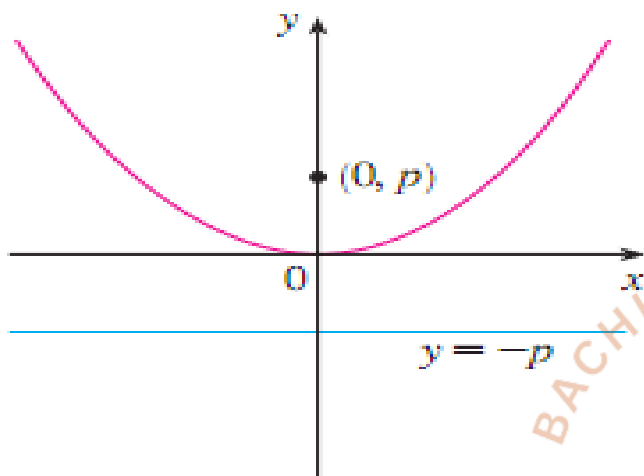
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Nhắc lại các đường Conic

Cone

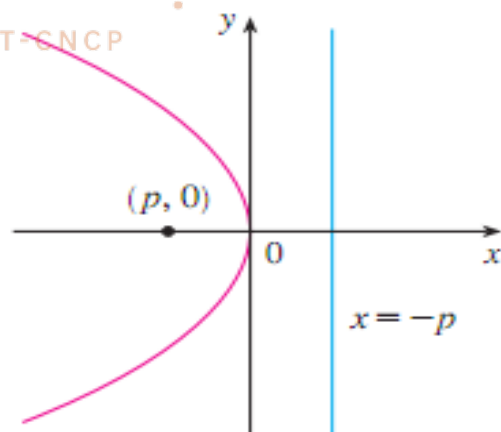
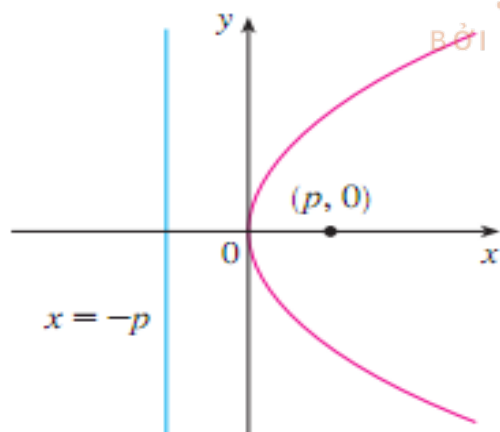


Parabola



$$x^2 = 4py, p > 0$$

$$x^2 = 4py, p < 0$$



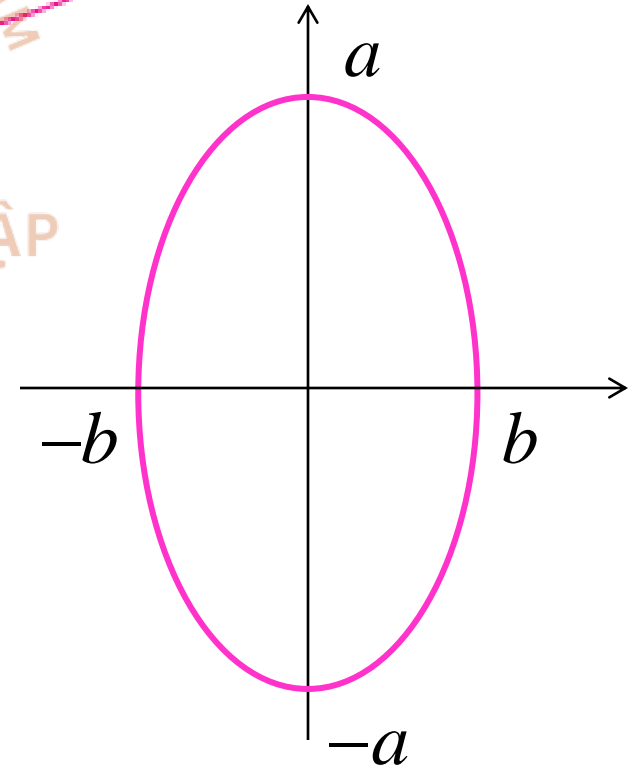
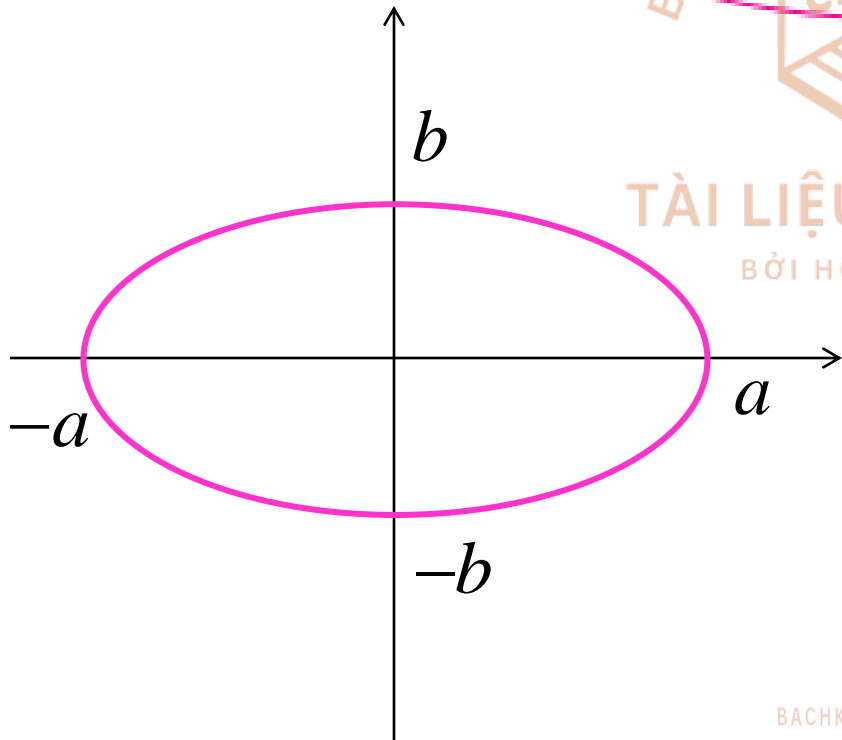
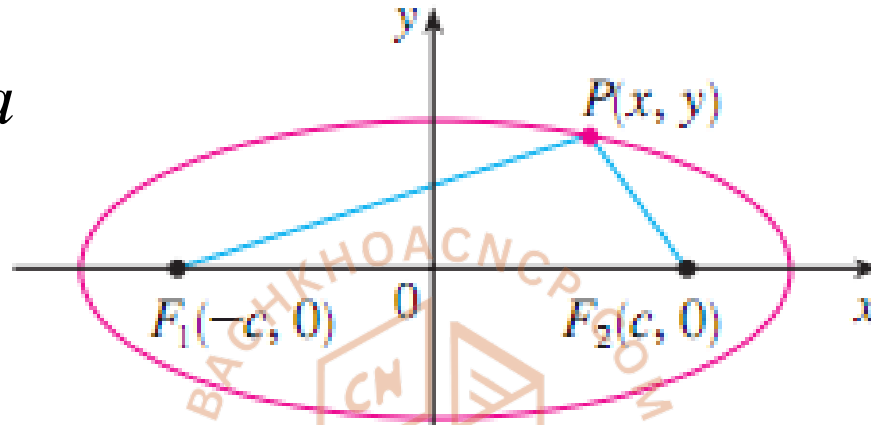
$$y^2 = 4px, p > 0$$

$$y^2 = 4px, p < 0$$

Ellipse

$$|PF_1| + |PF_2| = 2a$$

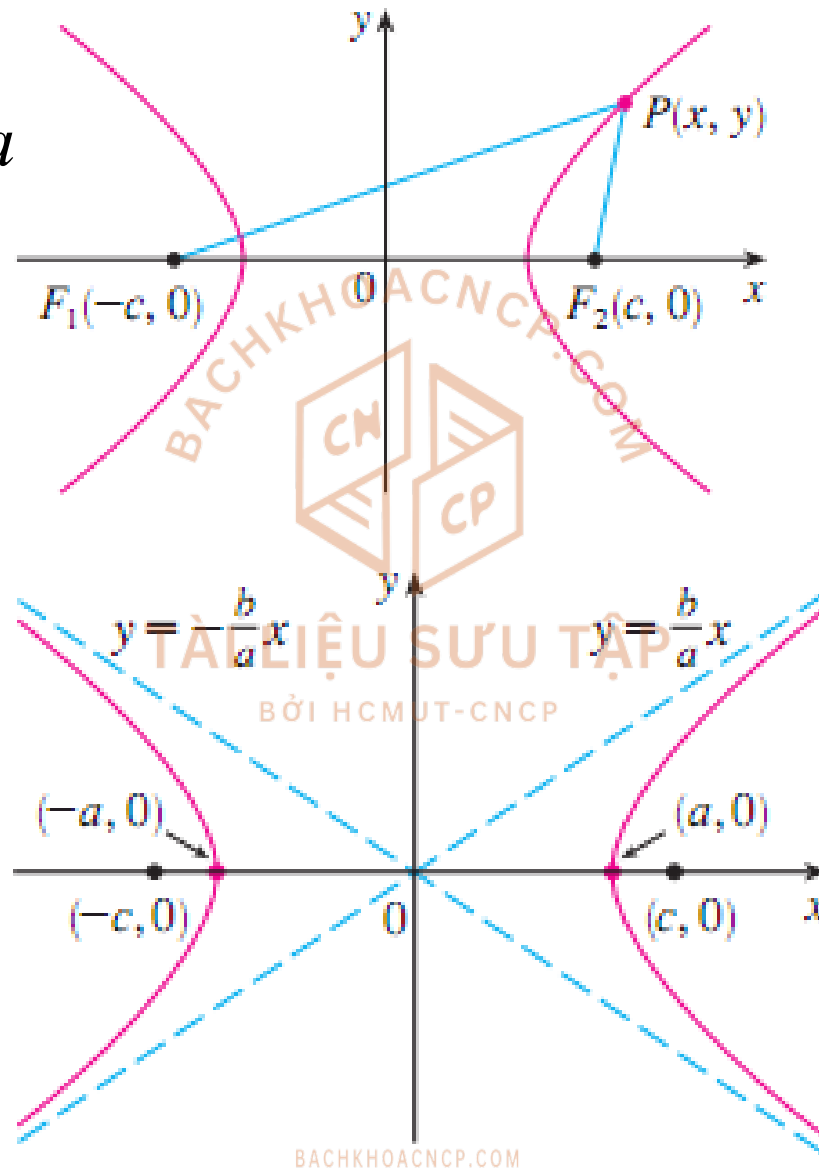
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Hyperbola

$$|PF_1| - |PF_2| = \pm 2a$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Nhận dạng mặt bậc 2

Phương trình tổng quát của mặt bậc 2:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + ax + by + cz + d = 0$$

trong đó ít nhất 1 số hạng bậc 2 phải khác 0.

Dạng chính tắc:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

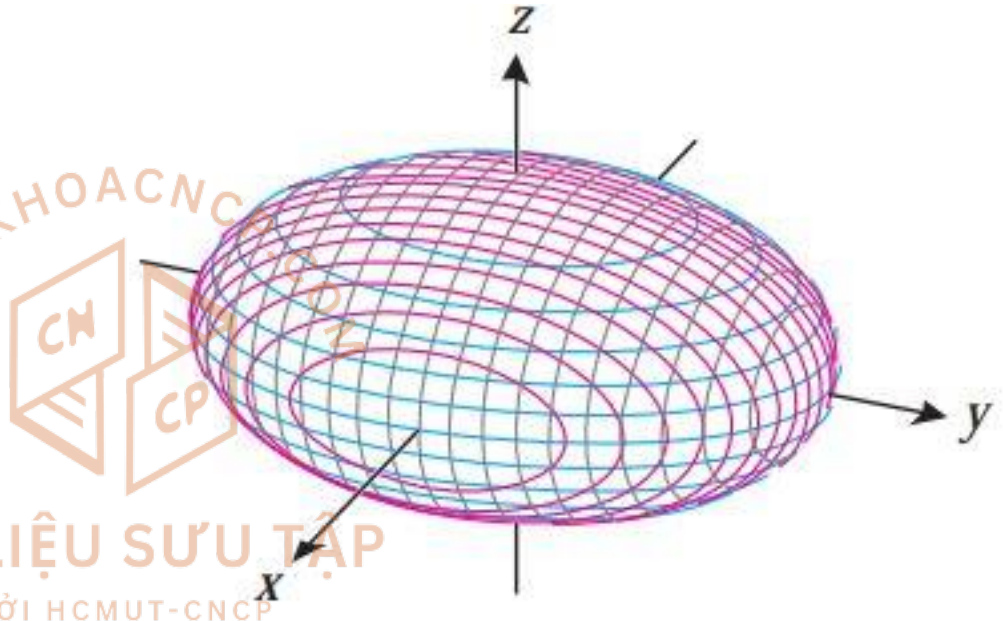
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D = 0 \text{ hay } Ax^2 + By^2 + cz + d = 0$$

Hoặc chỉ còn lại 2 biến như các đường Conic.

Cách gọi tên các mặt chính tắc

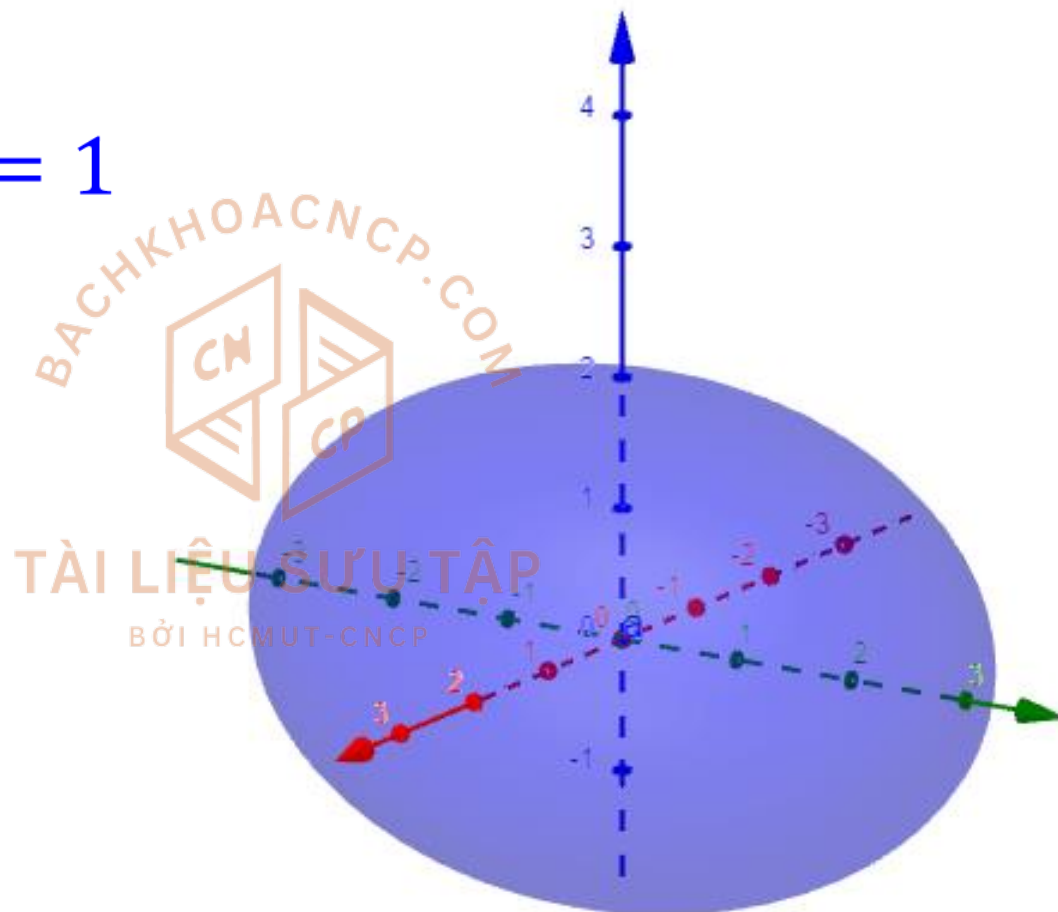
1. Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Cách gọi tên các mặt chính tắc

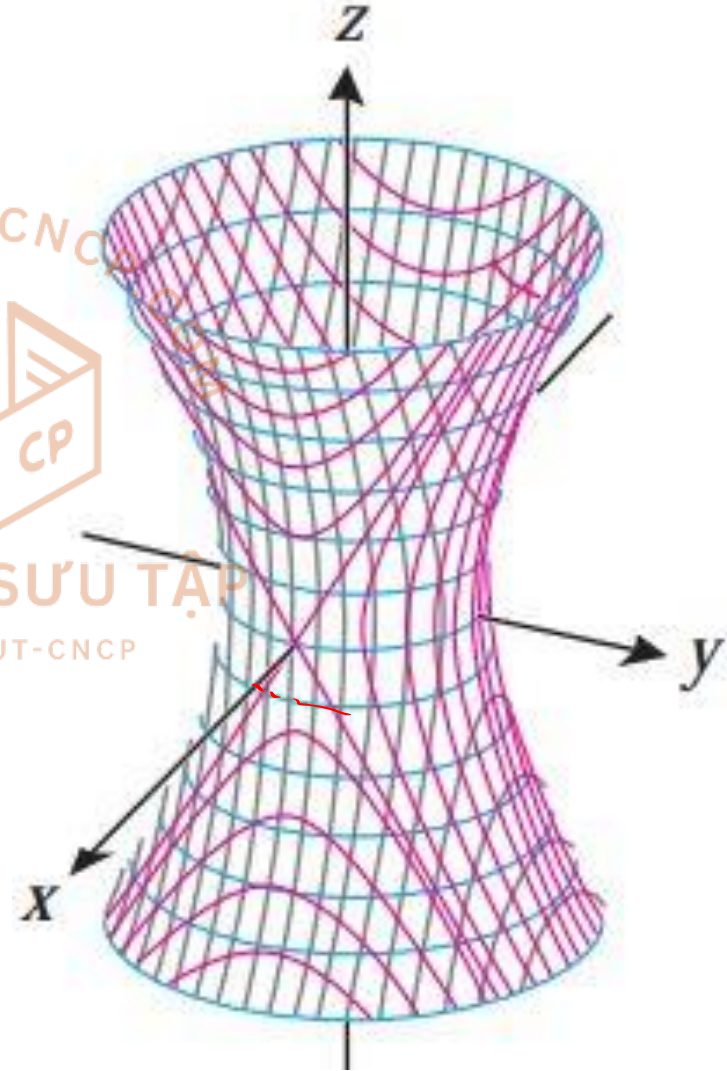
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$$



Cách gọi tên các mặt chính tắc

2. Hyperboloid 1 tầng

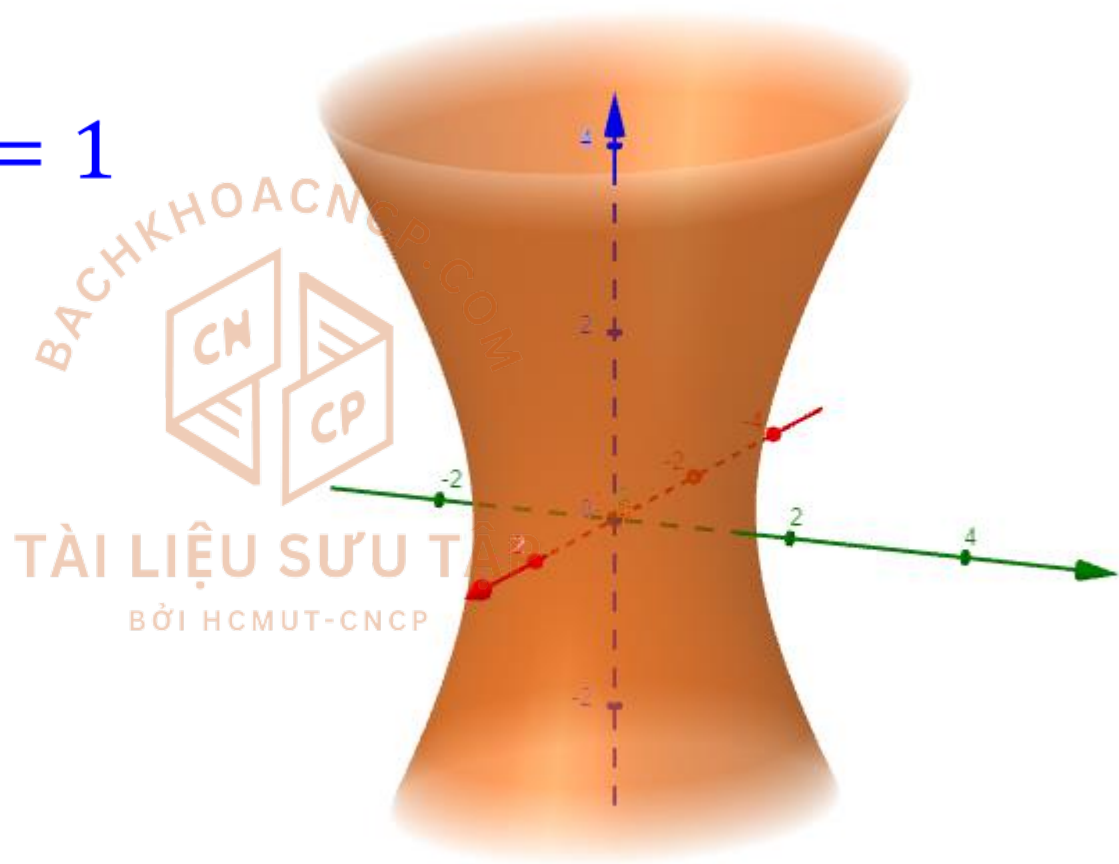
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Cách gọi tên các mặt chính tắc

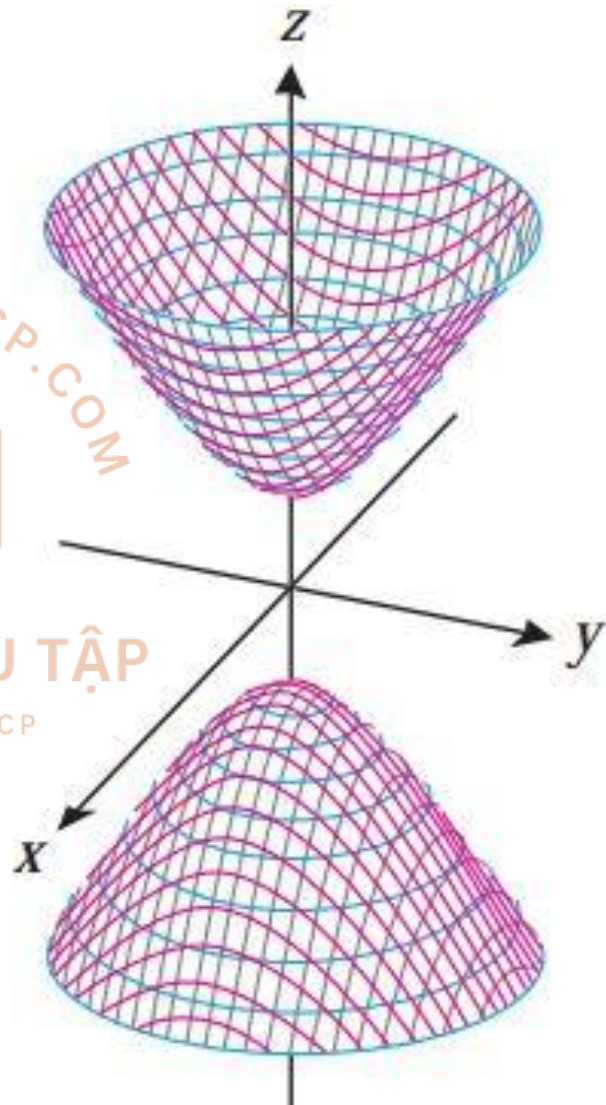
$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{6} = 1$$



Cách gọi tên các mặt chính tắc

3. Hyperboloid 2 tầng

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



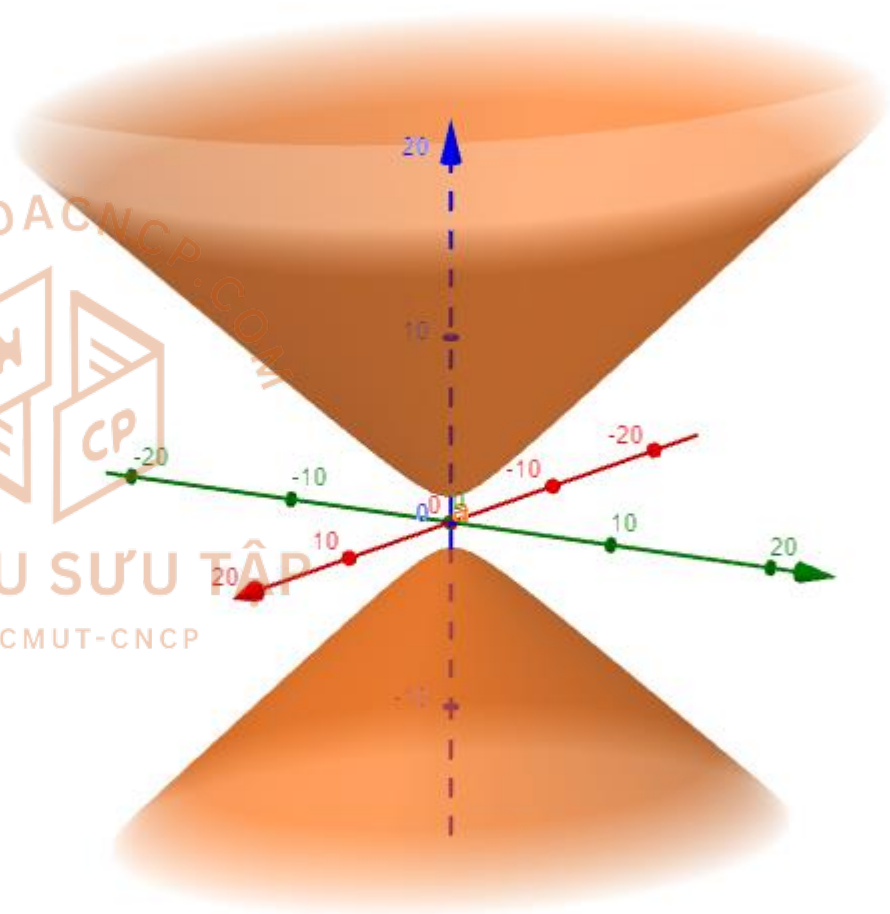
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Cách gọi tên các mặt chính tắc

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{2} = -1$$

BACHKHOACNCP.COM

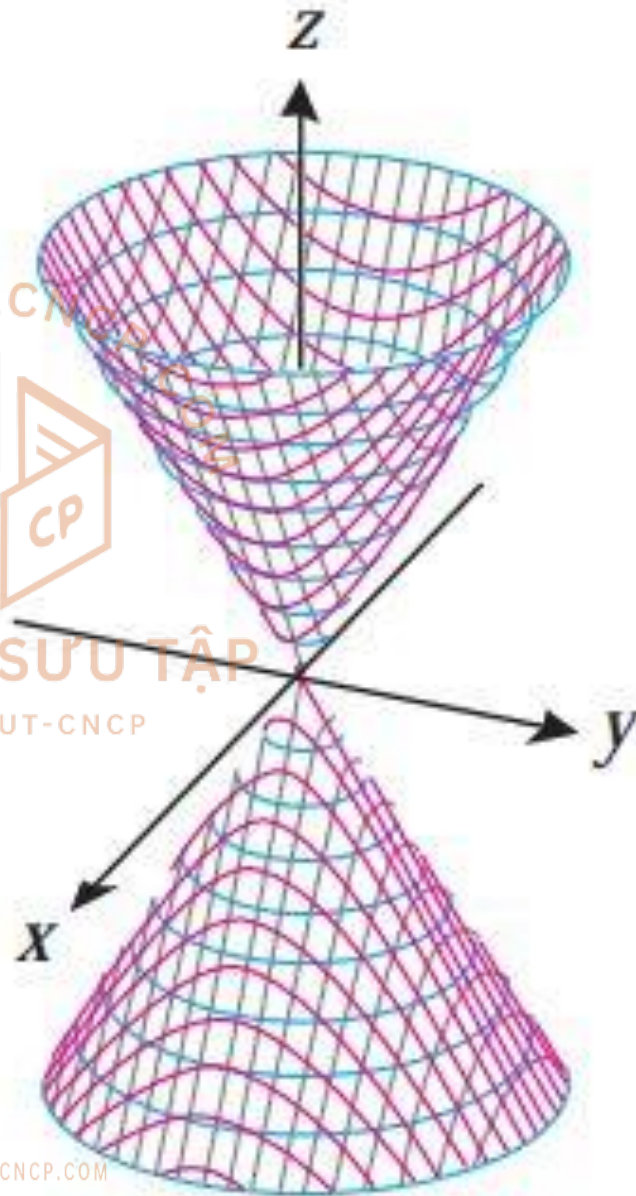
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP



Cách gọi tên các mặt chính tắc

4. Nón

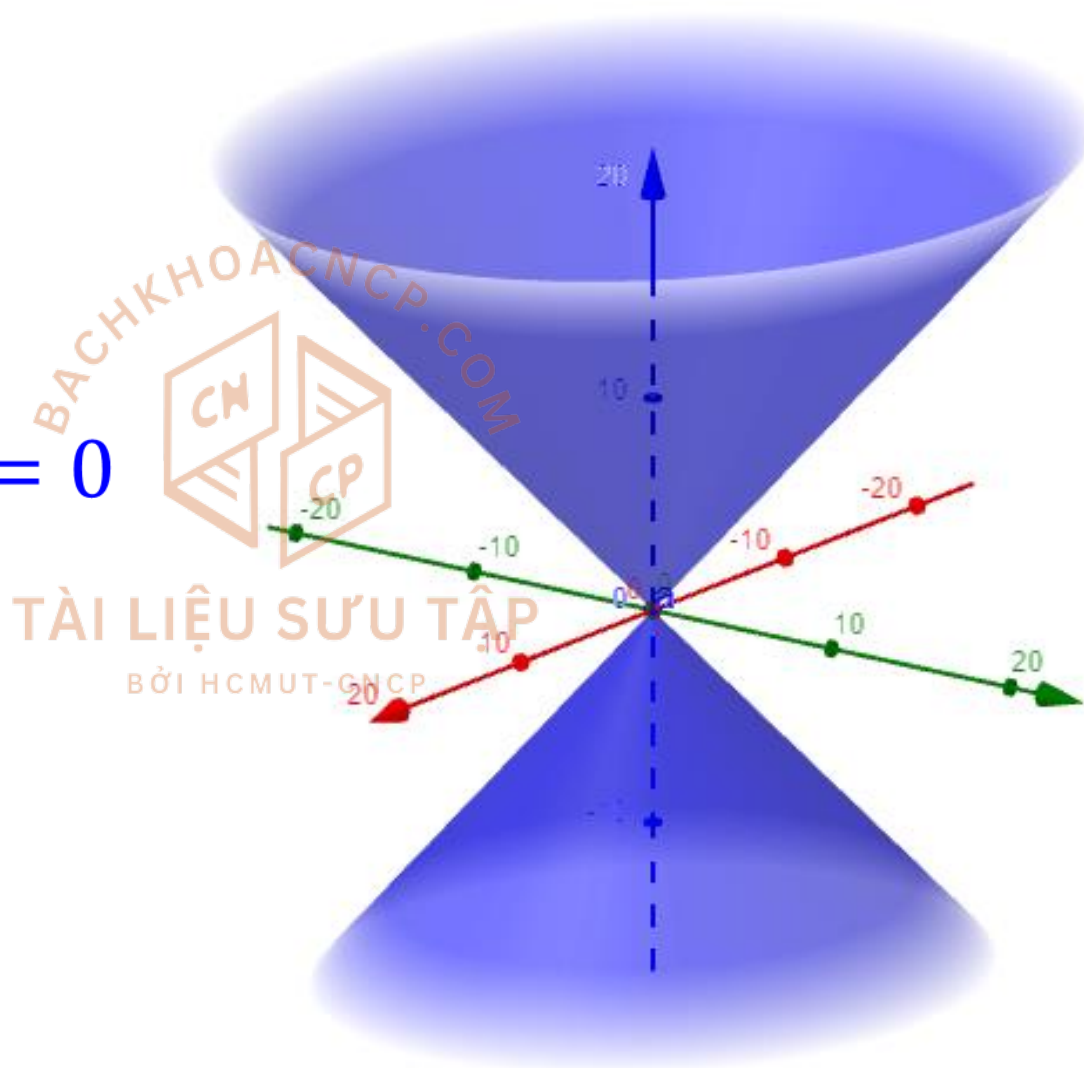
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$



TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Cách gọi tên các mặt chính tắc

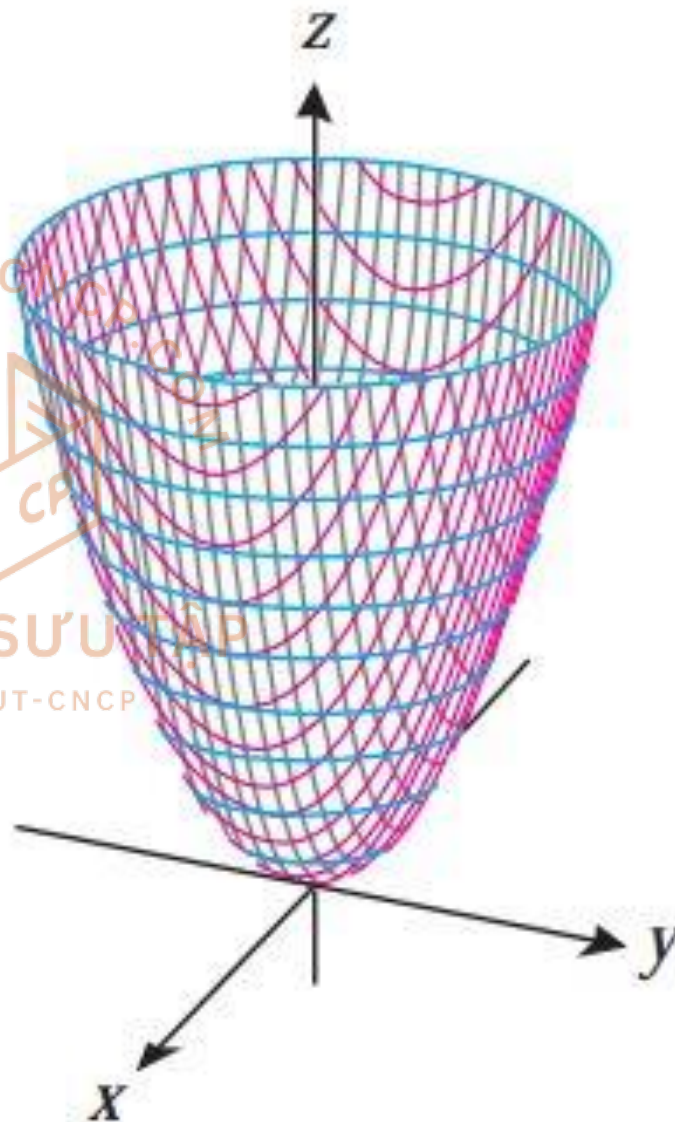
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{4} = 0$$



Cách gọi tên các mặt chính tắc

5. Paraboloid elliptic

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz + d$$



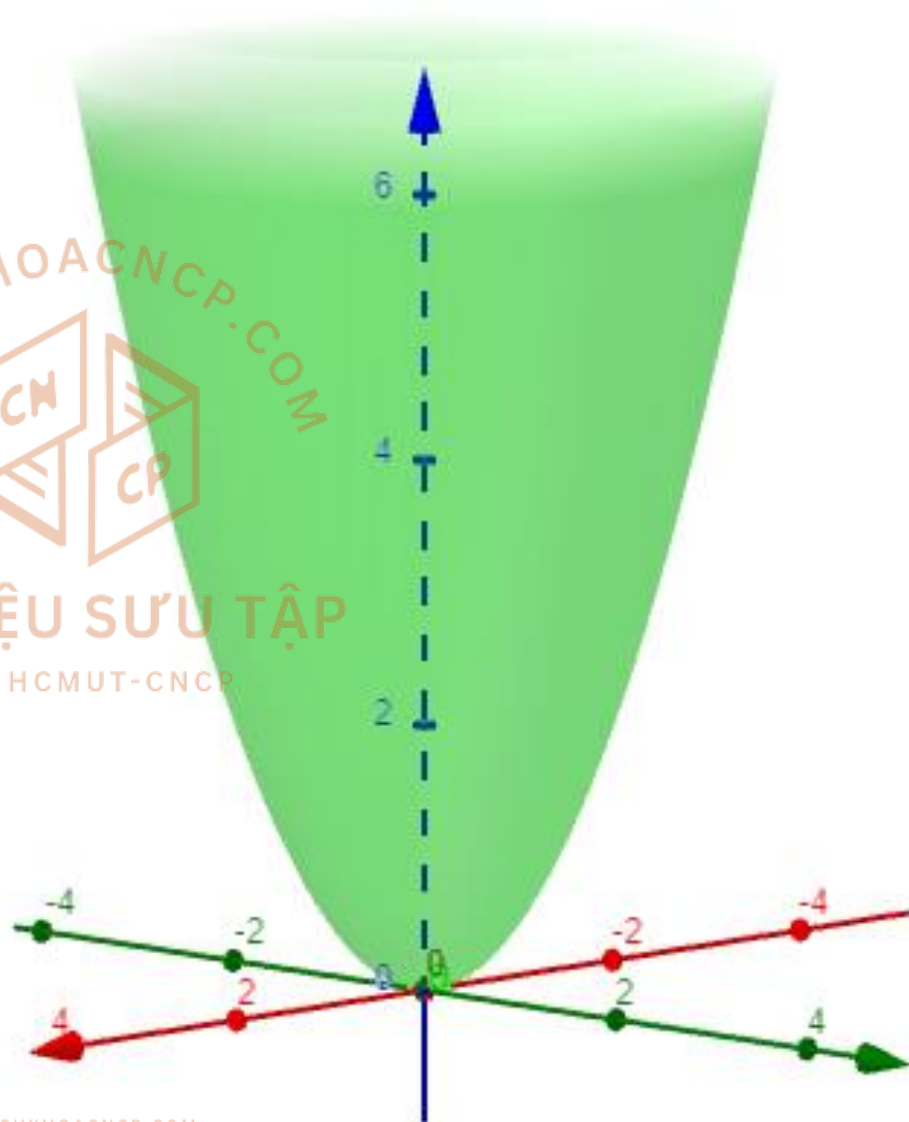
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Cách gọi tên các mặt chính tắc

$$z = x^2 + y^2$$



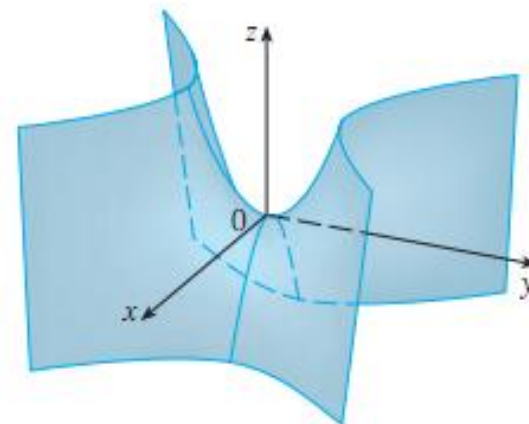
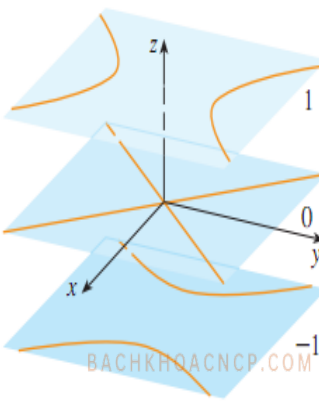
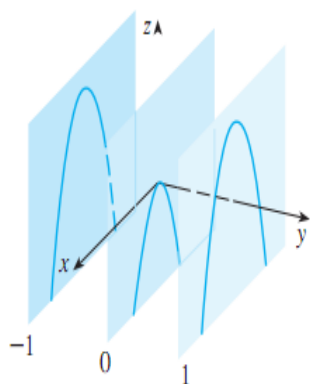
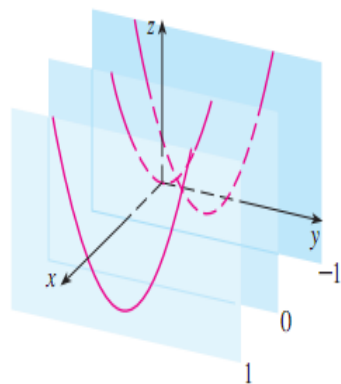
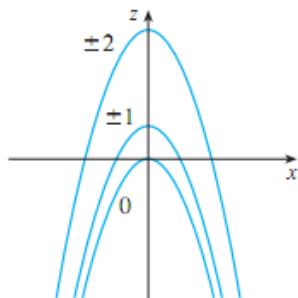
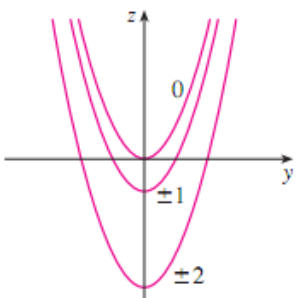
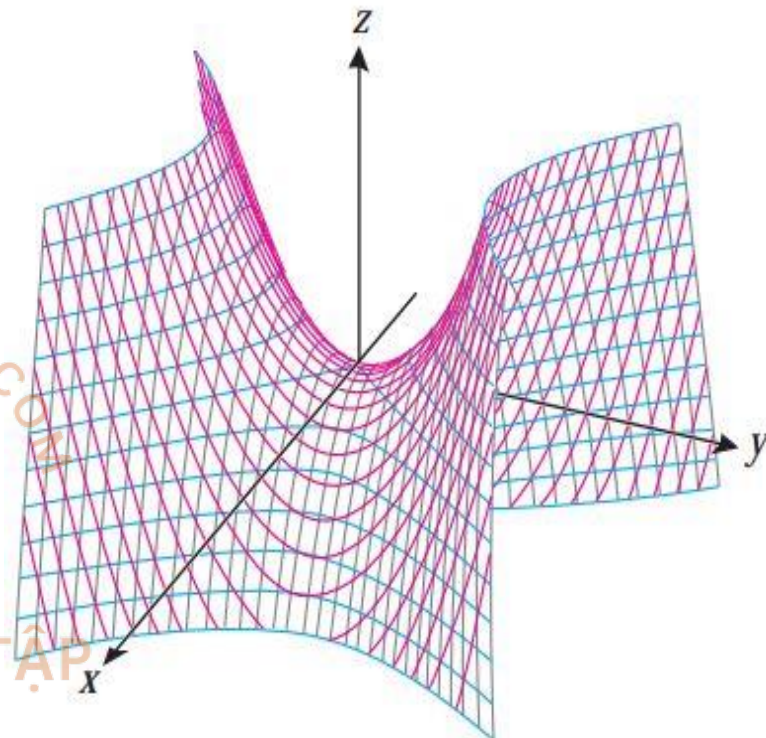
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP



Cách gọi tên các mặt chính tắc

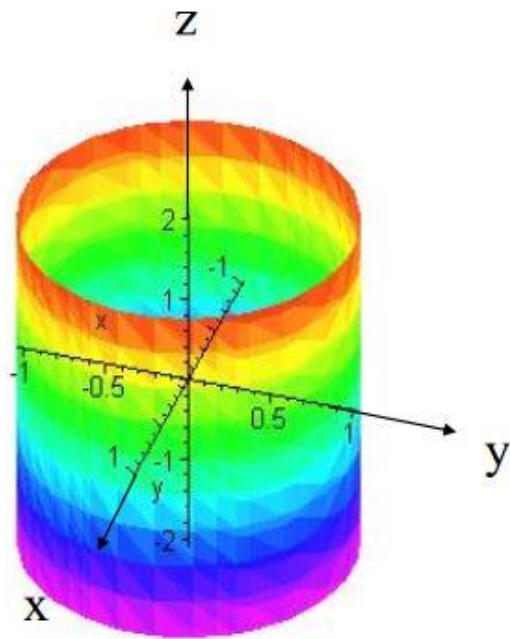
6. Paraboloid hyperbolic

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cz + d$$

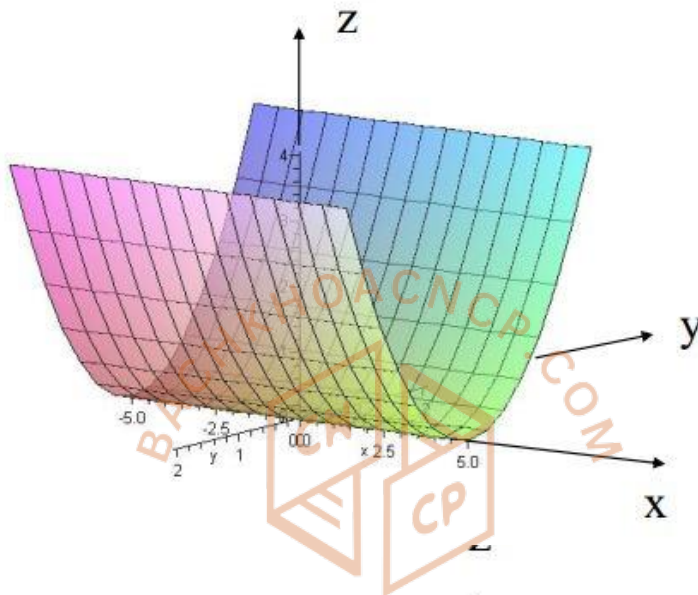


Cách gọi tên các mặt chính tắc

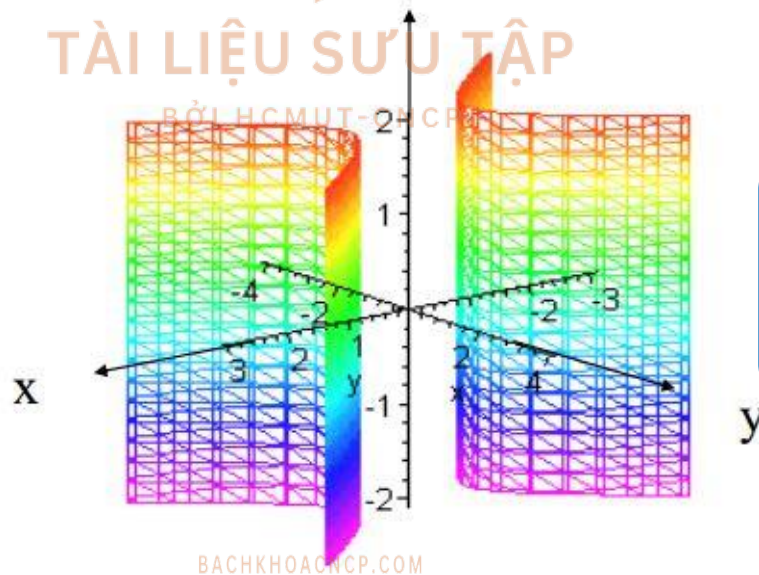
7. Mặt trụ



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$y^2 = 2pz$$



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Cách gọi tên các mặt chính tắc

Tham khảo:

<https://www.youtube.com/watch?v=x6c2DdOrkQI>



Cách gọi tên các mặt chính tắc



Phương trình chính tắc của mặt bậc 2

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Ellipsoid

(+++)

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Mặt cầu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Hyperboloid 1 tầng.

(++-, $C \neq 0$)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

Hyperboloid 2 tầng.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad \text{Nón}$$

(++-, C = 0)

$$z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \quad (\text{Dạng thường gặp của nón})$$

$$cz + d = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \quad \text{Paraboloid elliptic} \quad (++)$$

$$cz + d = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \quad \text{Paraboloid hyperbolic} \quad (+-)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Trụ elliptic

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Trụ hyperbolic

$$y^2 = 2px$$

Trụ parabolic

2 biến



Bài tập:

$$1. \quad x = \sqrt{2y - 3z - y^2}$$

$$2. \quad y = \sqrt{x^2 - 2x + 3z}$$

$$3. \quad x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 6z = 0$$

$$4. \quad x^2 - y^2 - 2y + z^2 = 2$$

$$5. \quad x^2 - 4x - y^2 - z^2 = 1$$

$$6. \quad x^2 + y^2 + 2x = z^2 - 2z$$

$$7. \quad \sqrt{1 - y^2 - z^2} + x = 3$$

Đáp án:

1. Mặt Paraboloid Elliptic
2. Mặt Paraboloid Hyperbolic
3. Mặt Ellipsoid
4. Mặt Hyperboloid 1 tầng
5. Mặt Hyperboloid 2 tầng
6. Mặt nón
7. Nửa mặt cầu

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

1. Nhận dạng mặt bậc hai được mô tả bởi phương trình sau:

a. $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4y - 24z + 36 = 0$

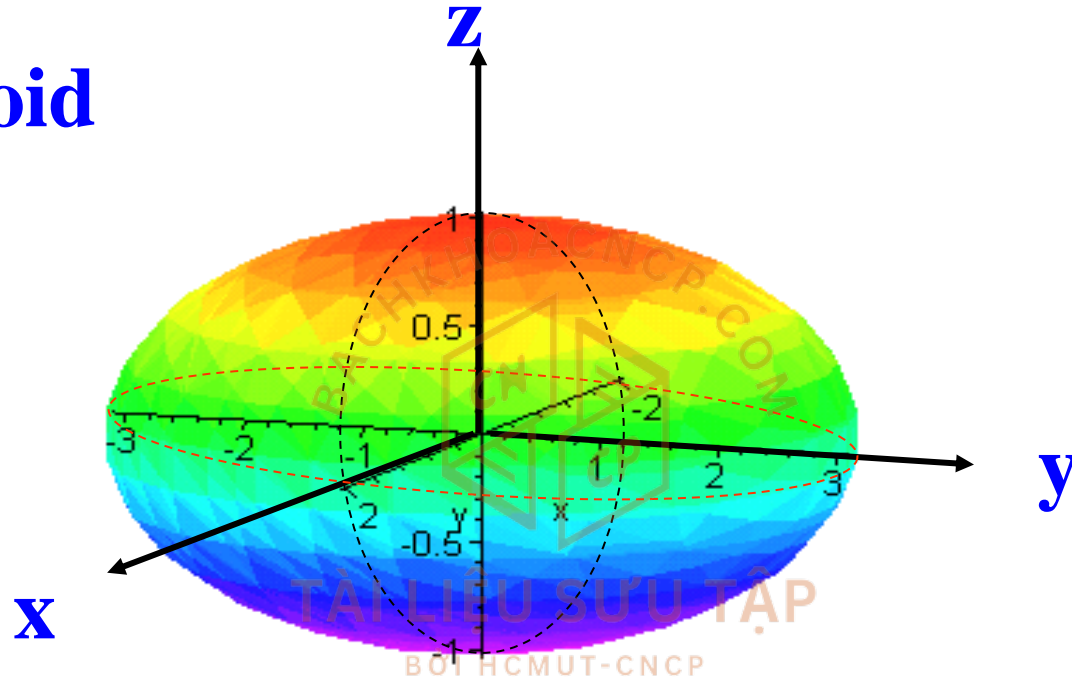
b. $x^2 - y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0$

2. Tìm phương trình mặt bậc hai thỏa mãn với mọi điểm trên mặt bậc hai đây đều cách đều đến mặt phẳng $y = -1$ và điểm $(0; 1; 0)$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Hình ảnh các mặt cơ bản

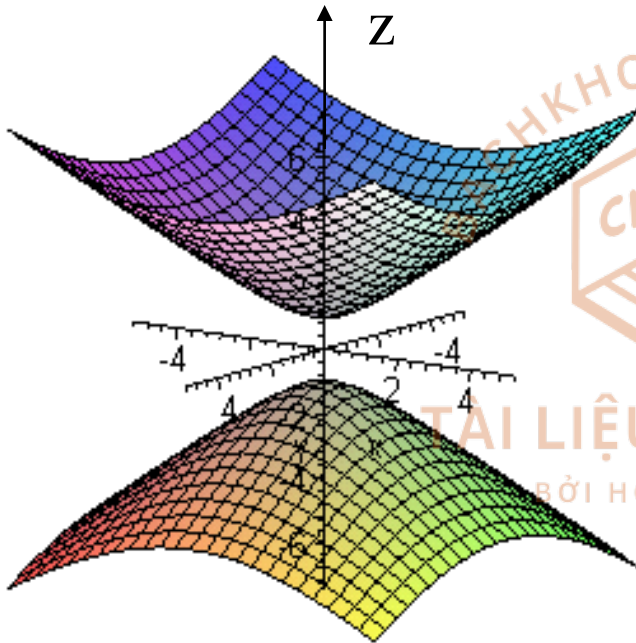
Ellipsoid



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

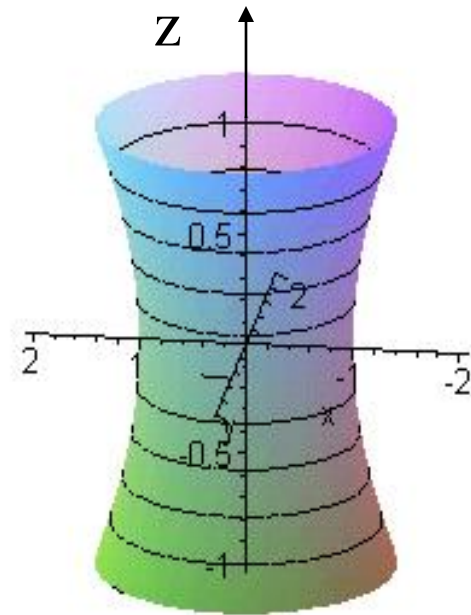
Hyperboloid

Hai tầng



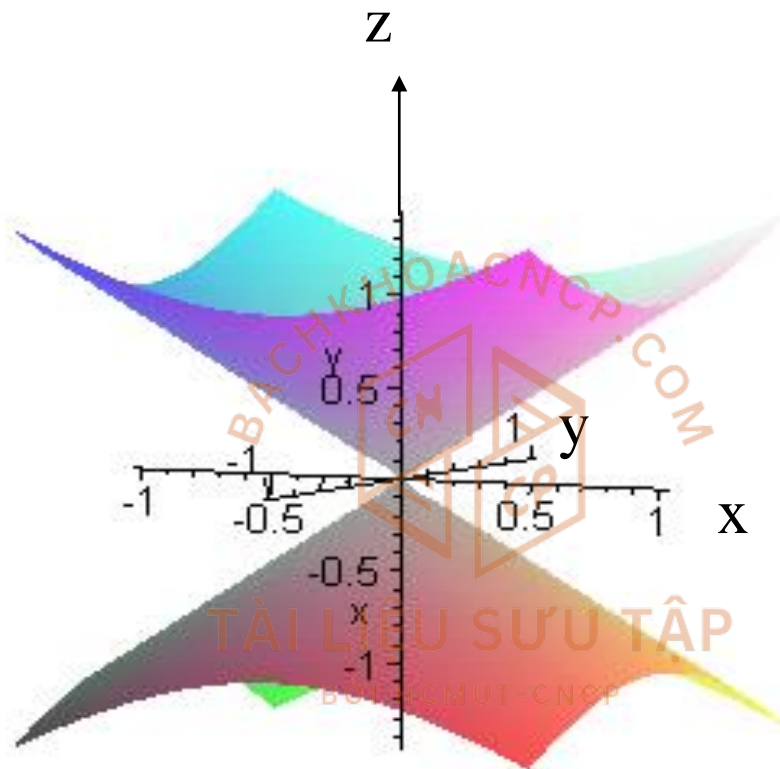
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

Một tầng



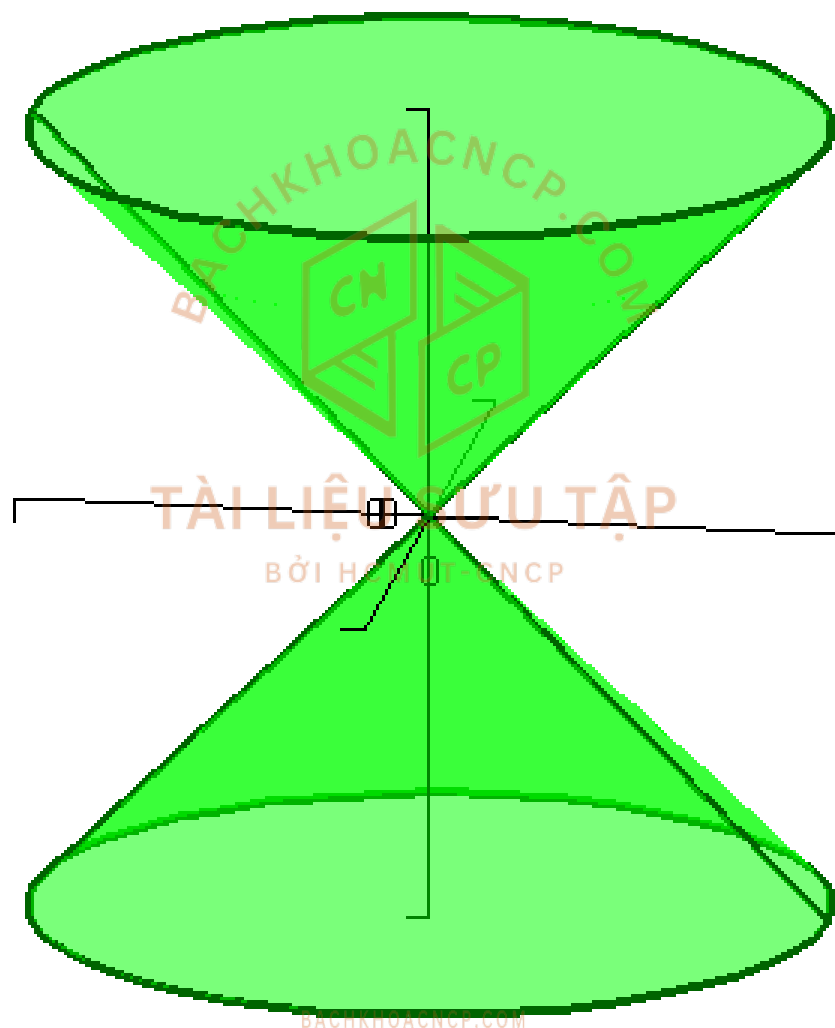
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Nón

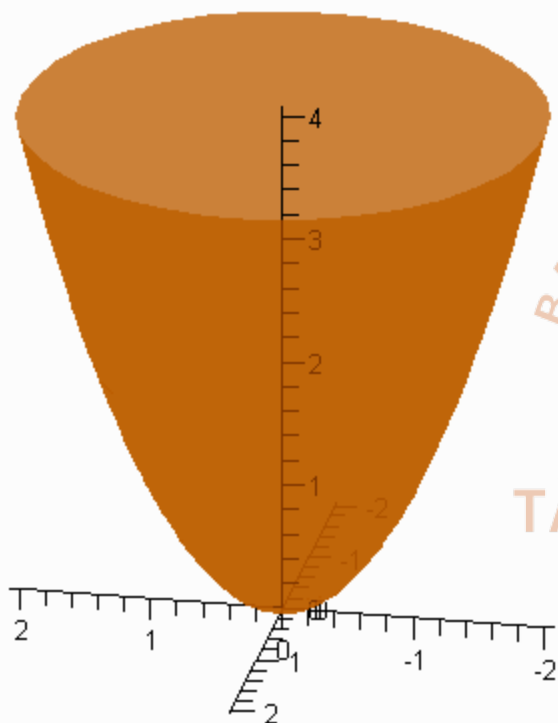


$$\frac{z^2}{c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

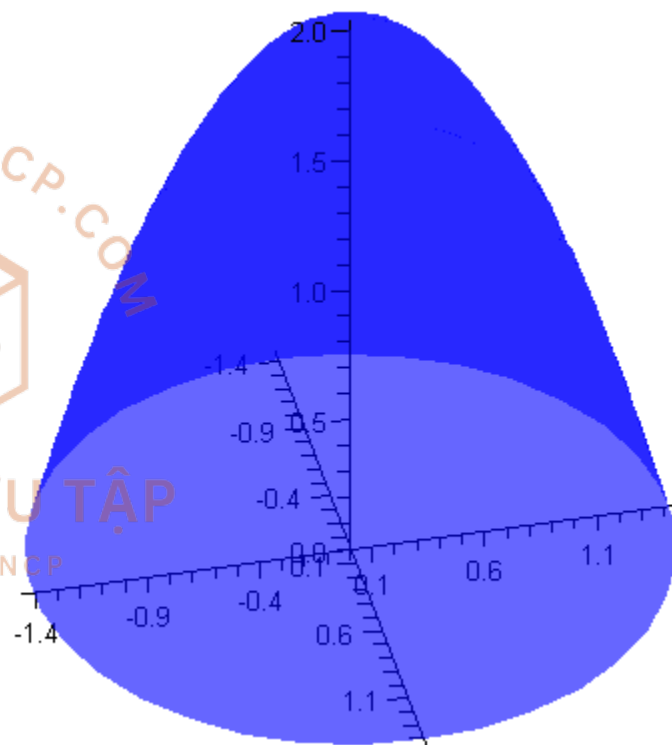
Vẽ nón



Paraboloid elliptic

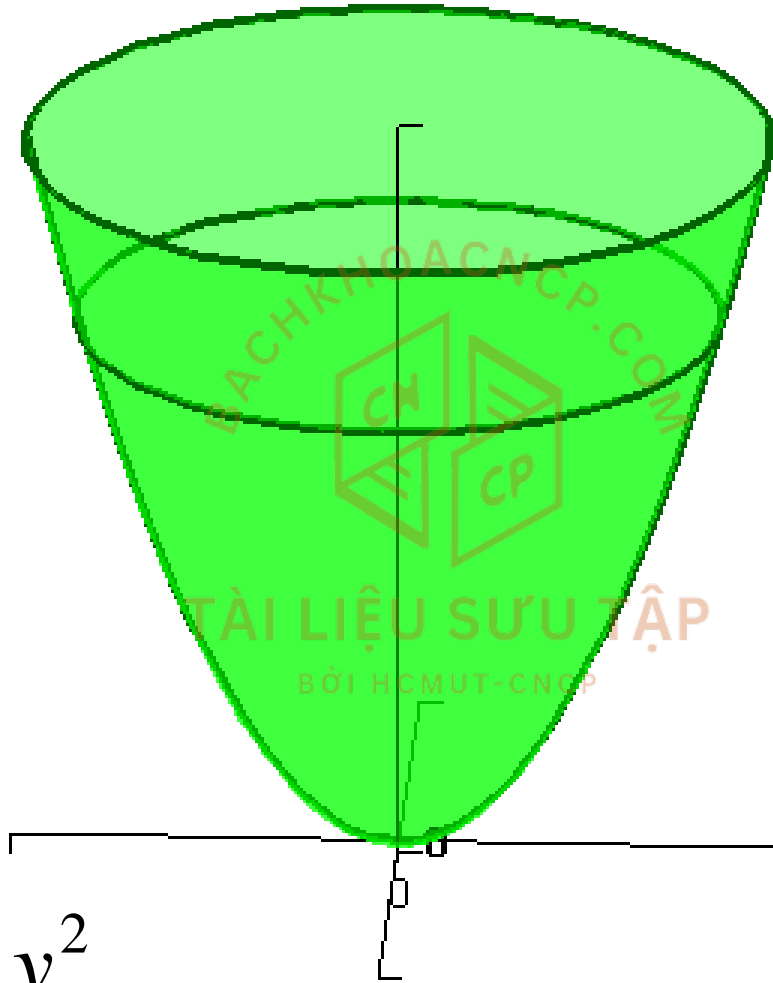


$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$



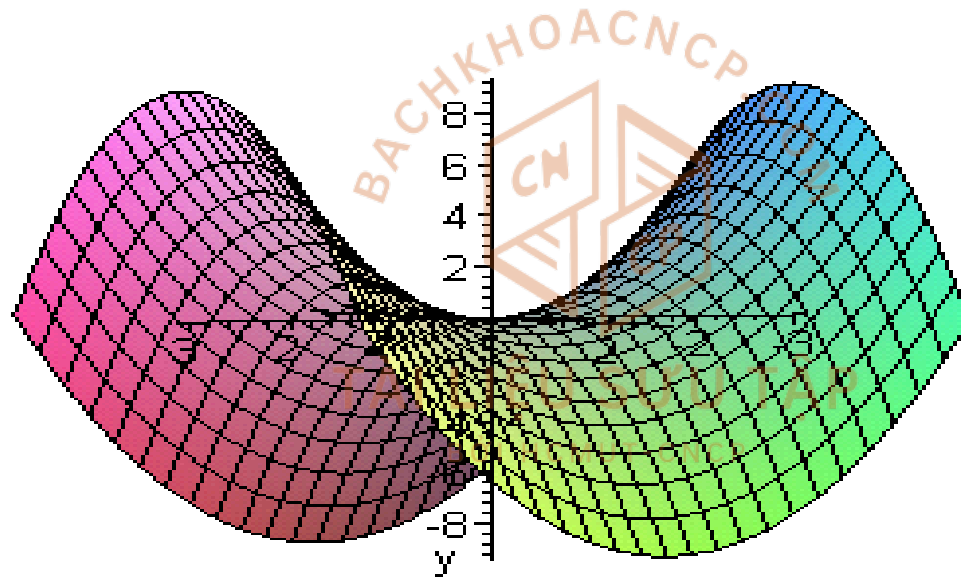
$$z = 2 - x^2 - y^2$$

Vẽ paraboloid elliptic



$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

Parapoloid hyperbolic



$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

Mặt Trụ

Mặt trụ: là một mặt bao gồm tất cả các đường thẳng (được gọi là đường sinh) song song với đường thẳng được cho và đi qua đường cong phẳng cho trước

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Ví dụ 1: vẽ đồ thị của mặt $z = x^2$

Đồ thị Trụ parabol $z = x^2$

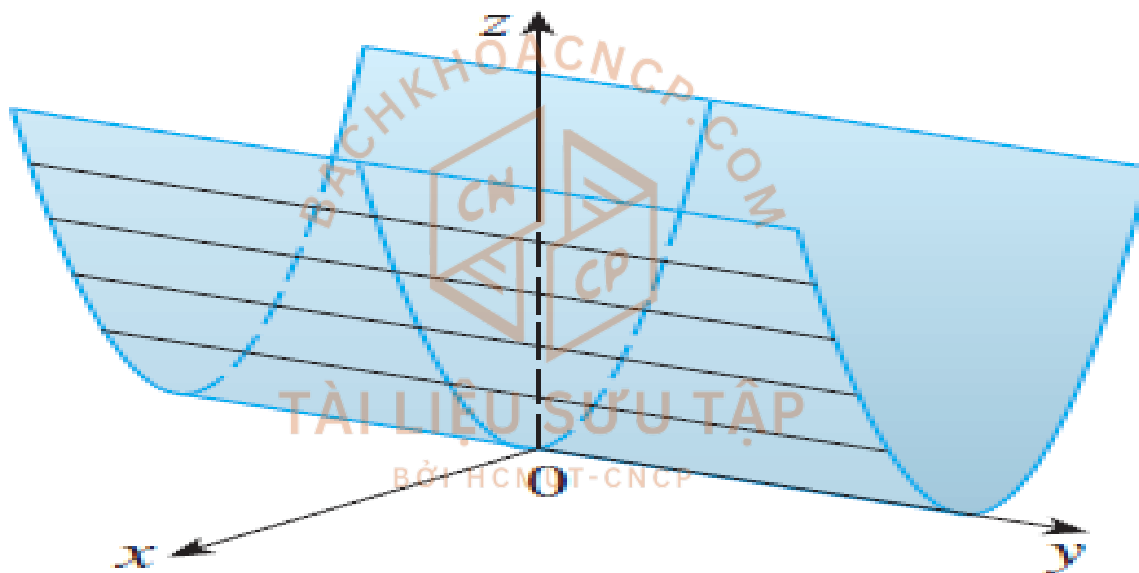
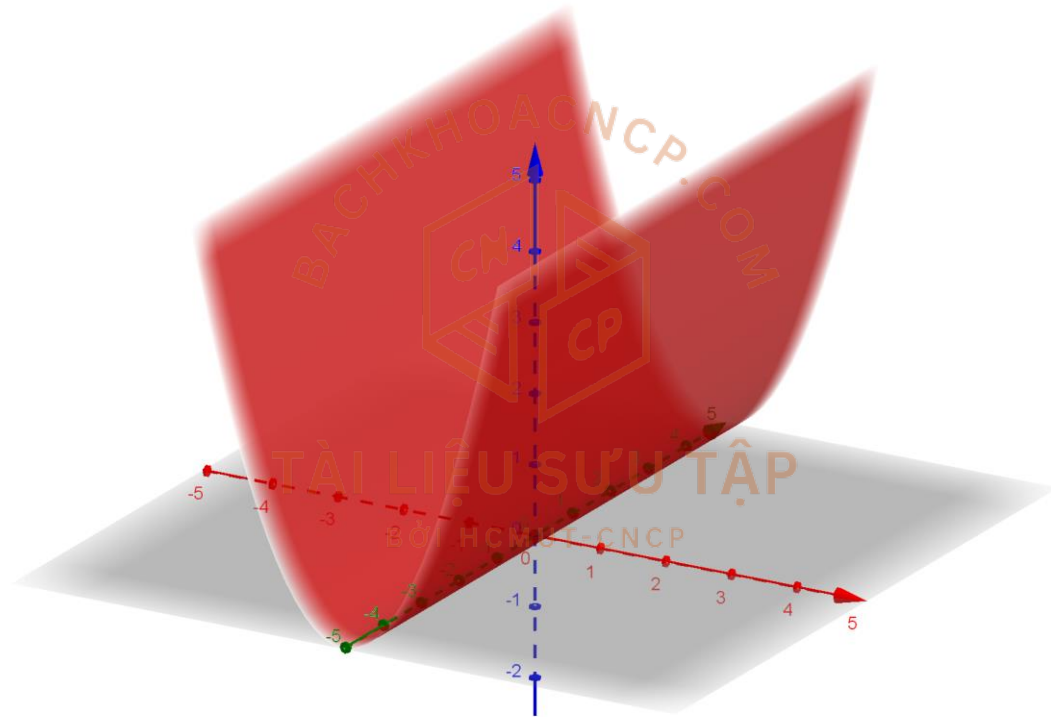


FIGURE 1

The surface $z = x^2$ is a parabolic cylinder.

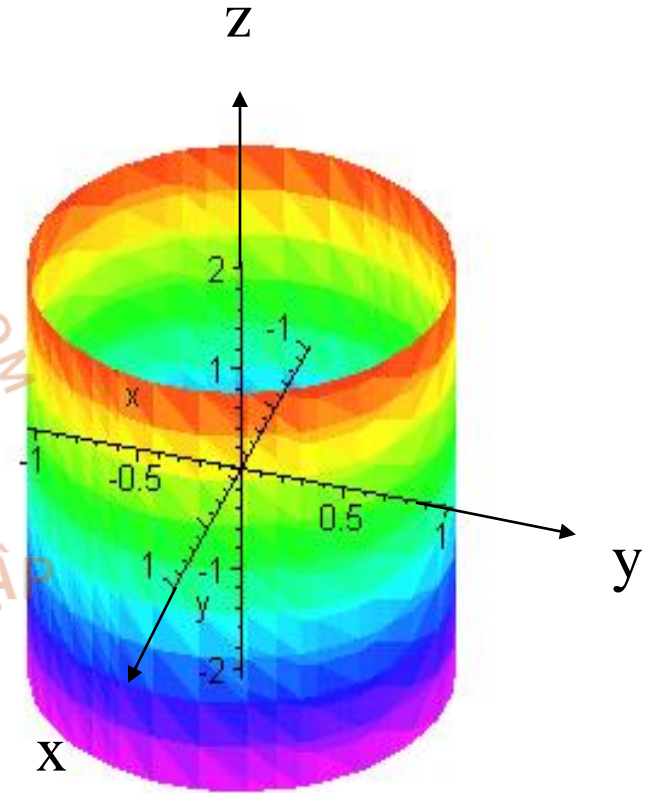
Vẽ bằng phần mềm GeoGebra



Trụ elliptic

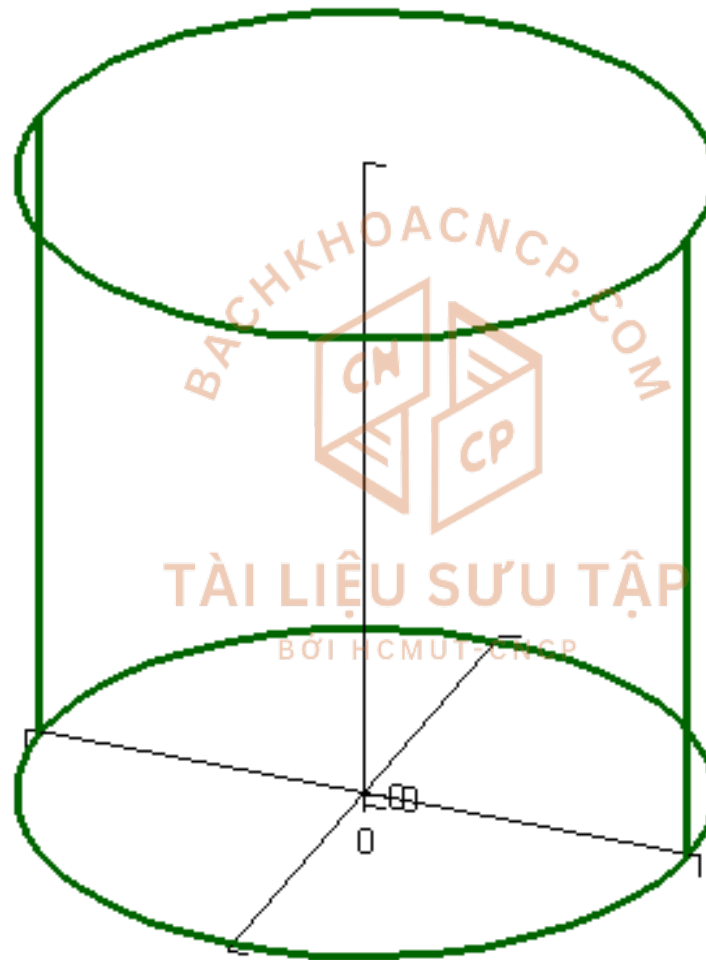
Cách vẽ các mặt trụ:

1. Vẽ đường chuẩn (là đường cong bậc 2 trong phương trình mặt)
2. Cho đường bậc 2 di chuyển dọc theo trục không chứa biến xuất hiện trong phương trình mặt



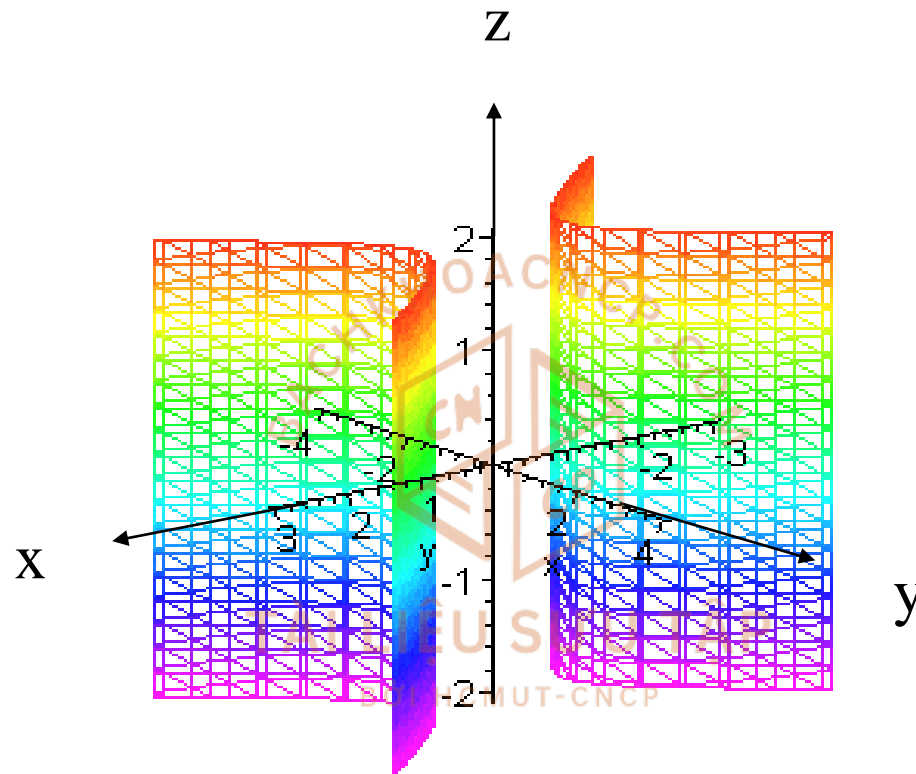
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Vẽ trụ



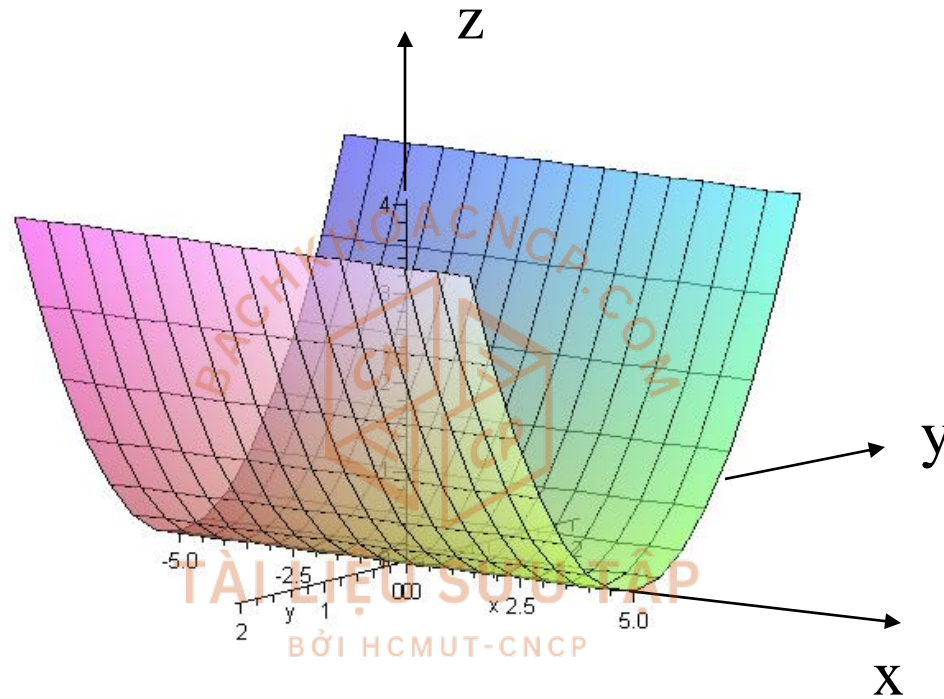
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Trụ hyperbolic



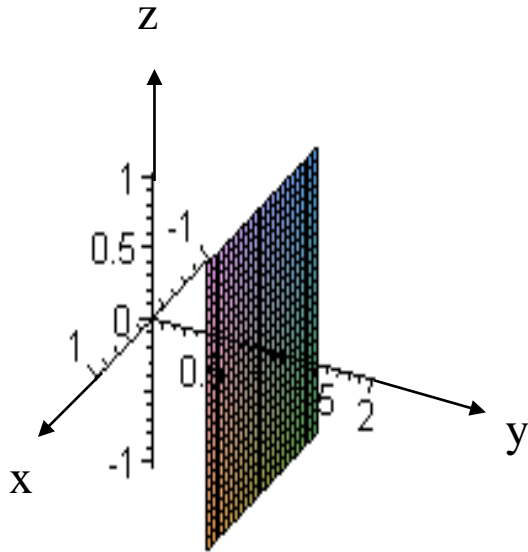
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Trụ parabolic

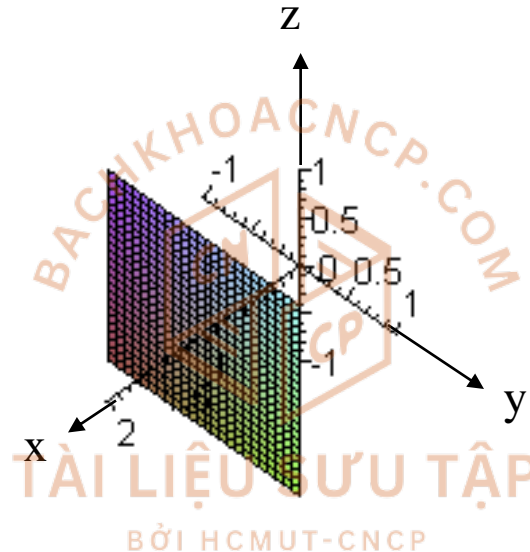


$$y^2 = 2pz$$

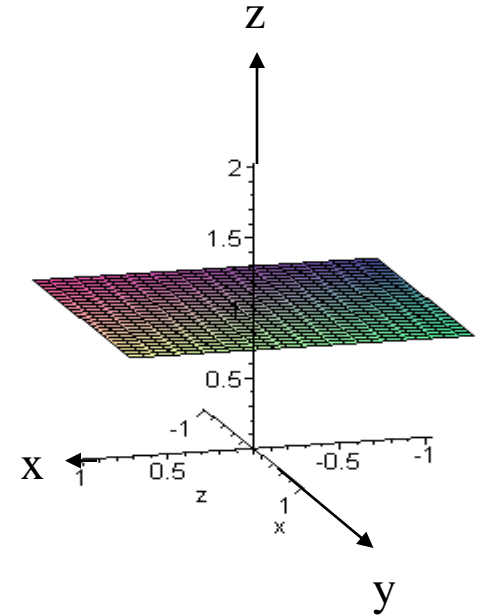
Các mặt phẳng song song các mặt tọa độ



$$y = a$$

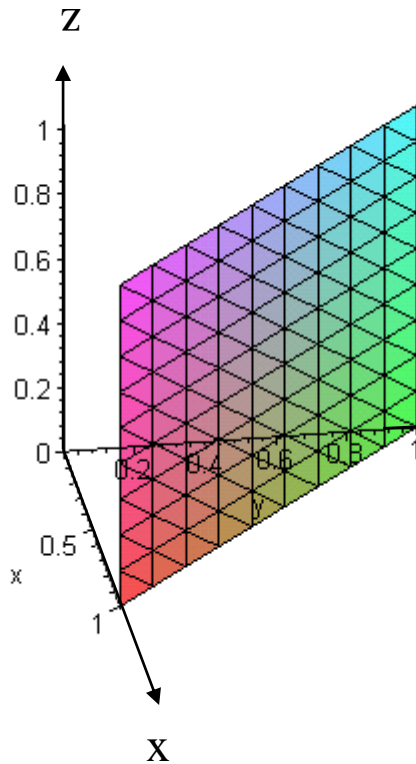


$$x = a$$

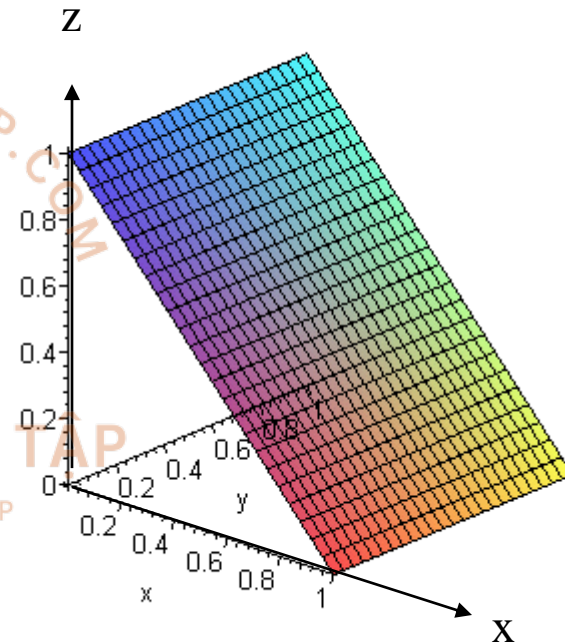


$$z = a$$

Một số mặt phẳng

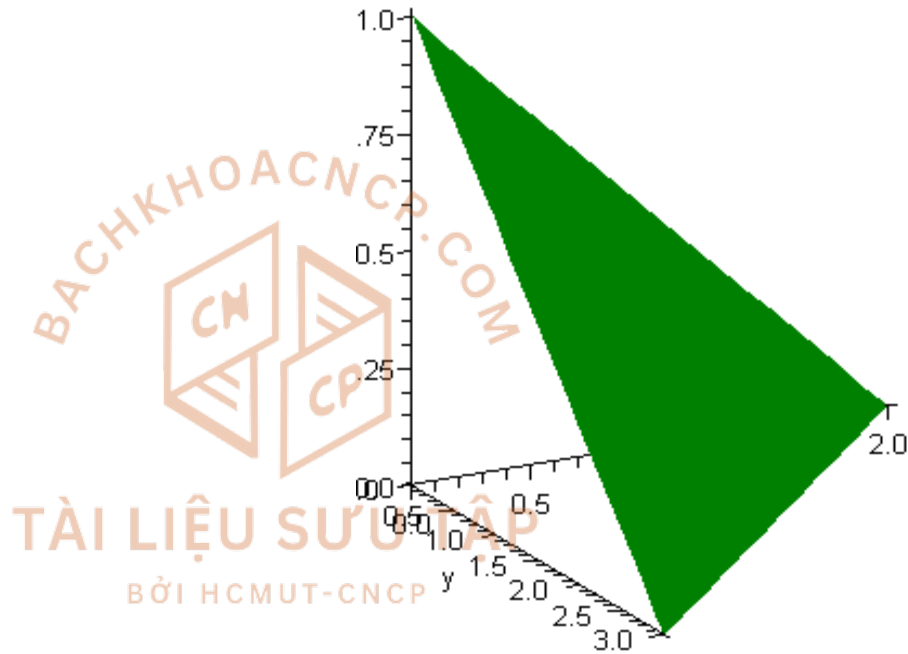
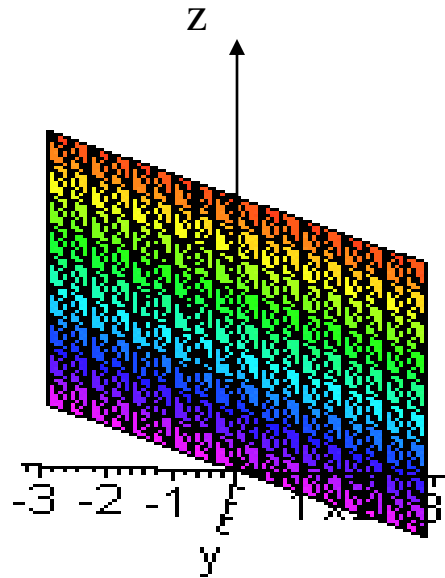


$$x + y = 1$$



$$x + z = 1$$

Một số mặt phẳng



$$y = x$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$