PHƯƠNG PHÁP KẼ BẢNG CNCP

Lời nói đầu: Đây là một phương pháp mới đơn giản, dễ làm, trách những sai sót nhỏ trong phòng thi, kể cả nhưng bạn đã thuần thục cách làm về mô hình MARKOV, LESLEI vẫn nên đọc tài liệu này. Một phương pháp áp dụng cho cả hai mô hình điều đó vô cùng tiết kiệm thời gian còn tập trung cho nhiều kiến thức khác .

PHƯƠNG PHÁP:

Bước 1: Xác định các đối tượng của bài toán (giả sử ở đây là A,B,C,….)

Bước 2: Kẽ bảng theo mẫu sau

	A	B	C
A	X_{11}	X_{12}	X_{13}
B	X_{21}	X_{22}	X_{23}
C	X_{31}	X_{32}	X_{33}

Ý NGHĨA : X_{ij} là tỉ lệ đối tượng cột thứ j biến thành (tạo thành , chuyển thành, sinh ra,lớn thành…..) đối tượng hàng thứ i (tí xuống xem VD nha dễ hiểu cực kì ^.^) sau một chu kì

X_{11} là tỉ lệ đối tượng A biến thành (tạo thành , chuyển thành, sinh ra,lớn thành…..) đối tượng A

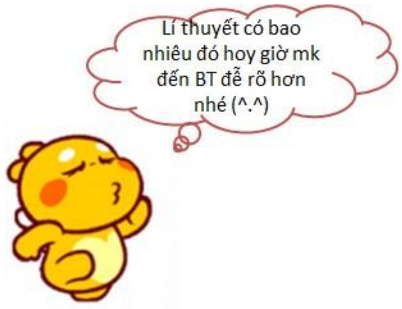
X_{12} là tỉ lệ đối tượng B biến thành (tạo thành , chuyển thành, sinh ra,lớn thành…..) đối tượng A

X_{32} là tỉ lệ đối tượng B biến thành (tạo thành , chuyển thành, sinh ra,lớn thành…..) đối tượng C

Sau khi kẽ và điền xong bảng thì ta sẽ có ma trân mô hình Markov , Leslei:

$$\begin{pmatrix} X11 & X12 & X13 \\ X21 & X22 & X23 \\ X31 & X32 & X33 \end{pmatrix}$$

Thế là ta đã lập xong ma trận mô hình ma trận Markov , Leslei rồi (^.^). Mốc chốt cũng như quan trọng nhất ở đây là ý nghĩa X_{ij} để có thể lập chính xác ma trận và làm những bài tập biến thể từ mô hình này. Còn mơ hồ đúng không chung ta hãy đến với các ví dụ dưới đây để nắm bắt được phương pháp làm nhé .



Ví dụ 1: (Chỉ xét toàn con cái) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một loài là 3 tuổi . Người ta chia làm 3 nhóm tuổi :Lớp thứ nhất từ 0 đến 1 tuổi , lớp thứ hai từ 1 đến 2 tuổi , lớp thứ ba từ 2 đến 3 tuổi . Ở lớp thứ nhất , con cái chưa sinh sản .Ở lớp thứ hai , con cái mỗi con đẻ được 3 con con . Lớp thứ 3 mỗi con cái đẻ 1 con con . Tỉ lệ lớp thứ nhất sau 1 năm sống sót thành lớp thứ 2 là 75% . Tỉ lệ sống sót lớp thứ 2 phát triển thành lớp thứ 3 sau một năm là 90%.

A,Lập mô hình leslie.
B, Giả sử ban đầu có 1000 con lớp thứ nhất, 1000 con lớp thứ 2, 1000 con lớp thứ 3 . Hỏi sau 2 năm thì số lượng của mỗi loại là bao nhiêu?
C, Sau bao nhiêu năm thì hệ đạt trạng thái cân bằng?

BÀi GIẢI

A, Chúng ta sẽ hiện các bước đã trình bày ở trên nha

Bước 1: Xác định các đối tượng.
Với bài toán trên ta dễ dàng xác định được ba đối tương ta cần: Lớp con thứ nhất, lớp con thứ hai và lớp con thứ ba.
Bước 2: Kẽ bảng

	Lớp con thứ 1	Lớp con thứ 2	Lớp con thứ 3
Lớp con thứ 1	X_{11}	X_{12}	X_{13}
Lớp con thứ 2	X_{21}	X_{22}	X_{23}
Lớp con thứ 3	X_{31}	X_{32}	X_{33}

Sau một năm (một chu kì)

X_{11} lớp con thứ nhất tạo ra con thứ nhất là 0 (vì sau 1 năm thì độ tuổi từ 0 đến 1 nó đã lớn thành lớp 2 hết r)
X_{12} lớp thứ hai sinh ra lớp thứ nhất là 3
X_{13} lớp con thứ 3 sinh ra lớp thứ nhất là 1
X_{21} lớp con thứ 1 lớn lên thành thứ 2 là 75%

X_{22} lớp con thứ 2 trở thành lớp con thứ 2 là 0
X_{23} lớp con thứ 3 trở thành lớp thứ 2 là 0
X_{31} lớp con thứ 1 trở thành lớp thứ 3 là 0
X_{32} lớp con thứ 2 lớp thành lớp con thứ 3 là 90%
X_{33} lớp con thứ 3 trở thành lớp thứ 3 là 0 . Từ đó ta có bảng sau:

	Lớp con thứ 1	Lớp con thứ 2	Lớp con thứ 3
Lớp con thứ 1	0	3	1
Lớp con thứ 2	75%	0	0
Lớp con thứ 3	0	90%	0

Ma trận Leslie cần tìm là: $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 \end{pmatrix}$

B, Tổng quát : Số lượng các đối tượng sau n năm là: A^n.X
Trong đó : A là ma trận Markov,Leslie
X là số lượng các đối tượng thời điểm ban đầu viết theo ma trận cột dọc

Áp dụng : Sau 2 năm số lượng các loại là A^2.X= $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 \end{pmatrix}^2 . \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3150 \\ 3000 \\ 675 \end{pmatrix}$

Lưu ý : Đối với bài toán khi n quá lơn thì việc tính A^n ta sẽ dùng phương pháp chéo hóa .

Ví dụ 2: Xét một thành phố A có 200000 sống ở thành phố , 300000 người sống ở vùng ngoại ô vào năm 2020 . Theo một cuộc khảo xác cho thấy cứ sau một năm có 5% người sống ở thành phố chuyển ra ngoại ô và 10% ngoại ô chuyển về thành phố sinh sống .(Markov)

A, Lập mô hình chuyển xác suất (mô hình Markov)
B, Hỏi năm 2022 số người ở ngoại ô và thành thị thay đổi như thế nào?
C, Khi mô hình đạt trạng thái ổn định thì số người sống ở nội thành và ngoại ô là bao nhiêu ?

Bài giải

A, Đối tượng: Người sống ở ngoại ô và thành thị

Kẽ bảng CNCP

	Ngoại ô	Thành phố
Ngoại ô	X_{11}	X_{12}
Thành phố	X_{21}	X_{22}

Sau một năm:

X_{11} Ngoại ô ở ngoại ô là 90%

X_{12} Thành phố về ngoại ô là 5%

X_{21} Ngoại ô về thành phố là 10%

X_{22} Thành phố ở thành phố 95%

Vậy ta có:

	Ngoại ô	Thành phố
Ngoại ô	0,9	0,05
Thành phố	0,1	0,95

B, Từ 2020 đến năm 2022 là 2 năm (2 chu kì) . Vậy sau hai năm lượng người thay đổi là

A^2.X= $\begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 \\ 0,1 & 0,95 \end{pmatrix}^2 . \begin{pmatrix} 300000 \\ 200000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 280000 \\ 220000 \end{pmatrix}$

C, Giải sử x,y lần lượt là lượng người ở ngoại ô và thành thị khi hệ đạt trạng thái cân bằng

Hệ đạt trạng thái cân bằng hay còn gọi là ổn định khi và chỉ khi: A. $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$=const $\Leftrightarrow$ A. $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ =I. $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow$ (A-I). $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ =0 với I là ma trận đơn vị

Áp dụng (A-I). $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ =0 $\Leftrightarrow \left[\begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 \\ 0,1 & 0,95 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] . \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ =0 Ta tìm được : -0,1x+0,05y=0 và 0,1x-0,05y=0 (1)

Ta lại có x+y=500000 (2) . Từ (1) và (2) ta tìm được X=166666,7 và Y=333333,3

Ví dụ 3:(Đề học kì 191) Công ty An viên sản xuất ba loại café số 1, 2,3. Qua số liệu công ty ta thấy sau một tháng có 10% lượng khách uống loại café số 1 chuyển sang số hai và 20% chuyển sang số 3 , 15% lượng khách uống café số 2 chuyển sang số 1 và 5% chuyển sang số 3, 8% lượng khách uống café loại số 3 chuyển sang số 1 và 12% chuyển sang số 2 . Giả sử không có khánh nào mới . Tìm ma trận Markov

Bài giải

Xác định đối tượng: Khách uống loại café 1, loại 2, loại 3

Kẽ bảng CNCP

	Loại 1	Loại 2	Loại 3
Loại 1	0,7	0,15	0,08
Loại 2	0,1	0,8	0,12
Loại 3	0,2	0,05	0,8

Vậy ma trận Markov cần tìm là $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,15 & 0,08 \\ 0,1 & 0,8 & 0,12 \\ 0,2 & 0,05 & 0,75 \end{pmatrix}$ (Đơn giản quá -.-)

Ví dụ 4 (Đề hk191) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài là 15 tuổi . Người ta chia làm 3 lớp tuổi mỗi lớp các đều nhau 5 năm . Cho biết ma trận leslie tăng trưởng của ma trận đó là $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \end{pmatrix}$

Giả sử ban đầu lớp 1 có 1200 con , lớp 2 có 800 con và lớp 3 có 400 con .Tính số lượng các loại sau 10 năm?

Dễ dàng thôi mà :

Số lượng các loại sau 10 năm là $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \end{pmatrix}^2 . \begin{pmatrix} 1200 \\ 800 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2800 \\ 2200 \\ 150 \end{pmatrix}$

Note: Nếu bài toán hỏi ý nghĩa của từ phần tử thì ta sẽ kẽ bảng CNCP ra để giải thích .(bài toán ngược)

(Đề GK 191)Từ mô hình trên chọn câu trả lời đúng:
A. Tỉ lệ con cái sống sót từ lớp 2 sang lớp 3 là 25%
B. Tỉ lệ con cái sống sót từ lớp 1 sang lớp 2 là 25%
C.Lớp tuổi thứ hai trung bình mỗi con cái sinh 5 con con
D.Lớp tuổi thứ nhất trung bình sinh ra 3 con con

Kẽ bảng CNCP

	Lớp 1	Lớp 2	Lớp 3
Lớp 1	0	3	5
Lớp 2	1/2	0	0
Lớp 3	0	1/4	0

Từ bảng trên dễ dàng thấy kết quả là câu A đúng

Bài tập tự rèn luyện

1.(Đề cuối kì 191) Qua khảo xác người ta nhận thấy rằng 60% xác suất một khánh hàng mua tại siêu thị A sau một tháng quay lại mua siêu thị A và 40% mua siêu thị B ngược lại có 20% khách hàng mua siêu thị B chuyển về siêu thị A, 80% còn lại vẫn mua ở siêu thị B.

A, Viết ma trận Markov rồi chéo hóa
B, Giả sử trong tháng khảo xác mỗi siêu thị có 10000 người . Hãy tính lượng khác sau 24 tháng .

2. Ta nghiên cứu một vấn đề xã hội nào đó ví dụ vấn đề nghiện hút. Ký hiệu trạng thái 0 là không nghiện và trạng thái 1 là nghiện . Đơn vị thời gian là 1 quý . Thống kê nhiều năm cho thấy xác xuất để một người không ngiện vẫn không nghiện là 0,99 . Xác suất một người ngiện vẫn còn nghiện là 0,88.Giả sử lúc đầu có 10% người nghiện. Hỏi tỉ lệ đó sau một năm là bao nhiêu?

3. Một thành phố được chia làm ba khu dân cư 1,2,3 .Mỗi năm có 10% người khu vực 1 chuyển đến khu vực 2 và 15% chuyển đến khu vực 3. 20% người ku vực 2 chuyển về khu vực 1 và 10% chuyển về khu vực 3 mỗi năm. 5% người khu vực 3 chuyển về khu vực 1 và 25% chuyển về khu vực 2.

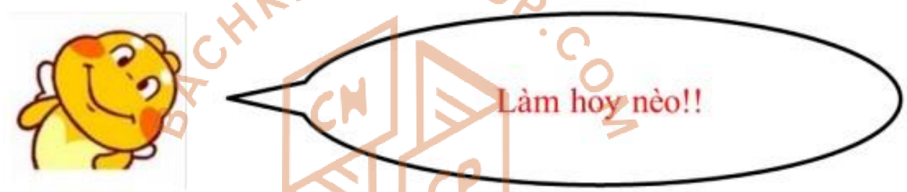
A, Sau 3 năm thì số người mỗi khu vực là bao nhiêu biết lúc đầu mỗi khu vực có 1 triệu người.

B, Số người mỗi khu vực khi hệ đạt trạng thái cân bằng ?

4. Xét một quần thể chuột , được chia làm 3 lứa tuổi con non (0 đến 1 tuổi) , trẻ trâu (1 đến 2 tuổi), trưởng thành (2 đến 3 tuổi). Con non trung bình mỗi năm đẻ 8 con , tỉ lệ sống sót lên trẻ trâu là 70%. Trẻ trâu trung bình mỗi năm sinh 12 con non và tỉ lệ sống sót lên trưởng thành là 90%, con trưởng thành mỗi năm để 20 con . Hỏi sau 2 năm số lượng loại trẻ trâu là bao nhiêu?

5. Một công ty thêu xe có ba cửa hàng A,B,C . Một người có thể mượn và trả xe bất kì cửa hàng nào cụng được . Đơn vị thời gian là một tháng .Xác suất mượn vào trả xe ở các cữa hàng được mô tả trong bảng : $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}$

Trong đó các cột 1,2,3 biểu thị cho xác xuất thêu tại các cữa hàng A,B,C. Khảo xác sự phân bố xe của cữa hàng sau 5 tháng????



Tác giả
Mr.Vuong

1. Video hướng dẫn file này: https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1Dd5nQmthKiEbGNpwquzXV5530BmkT7iD
2. Các lớp học có mở trong kì HK211:
- Giải Tích 1 cuối kì (200k)
- Hóa đại cương cuối kì (150k)

Đăng kí ib: https://www.facebook.com/vuong.nguyenking/