

BÀI TẬP MIỀN XÁC ĐỊNH - ĐẠO HÀM - VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN

Bài 1 . Tìm và vẽ miền xác định của các hàm số sau:

1. $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - 2y} + \ln(y - x)$

6. $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x - y}} + \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

2. $f(x, y) = \frac{\ln(1 - x)}{\sqrt{x + y + 1}}$

7. $f(x, y) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \ln(4 - 2x^2 - y^2)$

3. $f(x, y) = \ln(y - \sqrt{2x - x^2})$

8. $f(x, y) = \frac{\ln(y^2 - x)}{\sqrt{1 - x^2}}$

4. $f(x, y) = \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}} + \sqrt{4 - x^2}$

9. $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 2) + \ln(y + x)$

5. $f(x, y) = \sqrt{\frac{|x|}{4 - x^2 - y^2}}$

10. $f(x, y) = \sqrt{\arctan \frac{y}{x} - \frac{\pi}{4}}$

Bài 2 Tính đạo hàm riêng của hàm số theo yêu cầu.

1. Cho hàm số $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$. Tính $f'_x + f'_y, y \cdot f'_x - x \cdot f'_y$.

2. Cho hàm số $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$. Tính $y \cdot f'_x + x \cdot f'_y$

3. Cho hàm $f(x, y) = x \cdot \ln(xy)$. Tính $f'_x(2, 1) + f'_y(2, 1)$

4. Cho hàm $f(x, y) = x(x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}} e^{\sin(x^2 y)}$. Tính $f'_x(1, 0)$

5. Cho hàm $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 + 2x^3}{x + y}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = 0 \end{cases}$. Tính $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$

6. Cho hàm $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y - xy^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = 0 \end{cases}$. Tính $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0), f''_{xy}(0, 0), f''_{yx}(0, 0)$

7. Cho hàm $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$. Tính $f_x(2, 3)$.

8. Cho hàm $f(x, y) = e^{-2\sqrt{x^2+y^2}}$. Tính $f'_x(0, 0)$.

9. Cho hàm $f(x, y, z) = \ln(x^2 + 2yz) + xe^{y-z}$. Tính f'_x, f'_y

10. Cho hàm $f(x, y) = \frac{x}{y^2 - 3xy} + \arctan \frac{y}{x}$. Tính f'_x, f'_y .

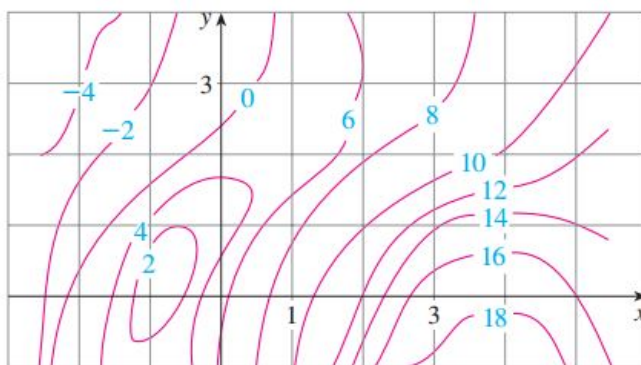
Bài 3 Tính đạo hàm riêng của hàm số theo yêu cầu

1. Cho hàm $f(x, y) = xy^2 + e^{x-y}$. Tính $f''_{xx}, f''_{yy}, f''_{xy}$

2. Cho hàm $f(x, y) = xy + \frac{10}{x} + \frac{20}{y}$. Tính $f''_{xx}(1, 2), f''_{yy}(1, 2)$

3. Cho hàm $f(x, y) = e^{-x} \cdot \cos y - e^{-y} \cdot \cos x$. Tính $f''_{xx} + f''_{yy}$.
4. Cho hàm $f(x, y) = e^{xy} \sin x$. Tính $f'''_{xyy}(\pi, 0)$
5. Cho hàm $f(x, y) = (x - y) \ln(1 + x + y)$. Tính $f'''_{xxy}(0, 0)$
6. Cho hàm $f(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$. Tính $f''_{xy}(1, 1)$, $f''_{xx}(1, -1) + 2f''_{yy}(1, -1)$
7. Cho hàm $f(x, y) = (x + 2y)e^{x,y}$. Tính $f''_{xx}(2, 0)$, $f''_{yy}(2, 0)$, $f''_{xy}(2, 0)$.
8. Cho hàm $f(x, y) = e^{y \ln x}$. Tính đạo hàm riêng cấp 2.
9. Tính $f'''_{xyz}(1, 2, -2)$ với $f(x, y, z) = \ln(x + y + z)$
10. Tính các đạo hàm cấp 2 của $f(x, y) = x^3 \sin y + y^2 \sin x$ tại $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Bài 4 Cho biểu đồ đường mức hàm f . Sử dụng nó để ước tính $f_x(2, 1)$ và $f_y(2, 1)$



Bài 5 Dùng bảng giá trị $f(x, y)$ để ước tính giá trị của $f_x(3, 2)$, $f_x(3, 2.2)$, $f_{xy}(3, 2)$

$x \backslash y$	1.8	2.0	2.2
2.5	12.5	10.2	9.3
3.0	18.1	17.5	15.9
3.5	20.0	22.4	26.1

Bài 6 Cho Parabol (P) là giao tuyến của mặt yên ngựa $x^2 - y^2 - 2x - 4y = z$ với mặt phẳng $x = 0.5$. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với (P) tại điểm $M(0.5; -2.5; 3)$

Bài 7 Tìm hệ số góc tiếp tuyến của giao tuyến mặt cong $z = e^{x^2+y} + x - y^2$ với mặt phẳng $y = -1$ tại $P(-1, -1, 1)$

Bài 8 Một cái hộp có chiều dài $x(\text{m})$, chiều rộng $y(\text{m})$ và chiều cao $z(\text{m})$. Tại một thời điểm xác định $x = 3(\text{m})$ và $y = z = 2(\text{m})$, y và z tăng với tốc độ 2 m/s trong khi x giảm với tốc độ 1 (m/s) . Tại thời điểm đó, tốc độ biến thiên của diện tích xung quanh (không tính đáy và nắp hộp) là bao nhiêu? Tốc độ biến thiên của chiều dài của đường chéo là bao nhiêu?

Bài 9 Nhiệt độ tại điểm (x, y) trên một đĩa kim loại phẳng được cho là $T(x, y) = \frac{60}{1 + x^2 + y^2}$, trong đó T được tính bằng $^{\circ}\text{C}$ và x, y được tính bằng mét. Tìm tốc độ biến thiên của nhiệt độ theo khoảng cách tại điểm $(2, 1)$ theo.

a. Hướng dương Ox

b. Hướng dương Oy

Bài 10 Tính vi phân hàm số theo yêu cầu:

1. Cho hàm $f(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y} + 3x\right) - y^2$. Tìm $df(0, -1)$, biết $dx = 0.2, dy = 0.3$
2. Cho hàm $f(x, y) = (x - 2) \ln y - y \sin x$. Tính $df(0; 1)$, biết $dx = -0.3, dy = 0.1$
3. Tính vi phân cấp 1, cấp 2 tại $(1, -1)$ của $f(x, y) = xy + e^{x+y}$
4. Cho $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 5xy$. Tính $d(1, 2)$ nếu $\Delta x = 0.05, \Delta y = -0.1$