ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TPHCM **ĐỀ THI XÁC SUẤT THỐNG KÊ**

BỘ MÔN T0ÁN ỨNG DỤNG THỜI LƯỢNG : 90 PHÚT

Đề gồm 2 mặt tờ A4

(SV CHỈ ĐƯỢC DÙNG MÁY TÍNH CÁ NHÂN VÀ BẢNG TRA THÔNG DỤNG)

<u>CÂU I</u> Mỗi hộp có *16* sản phẩm, trong đó mỗi sản phẩm đều có thể là chính phẩm hoặc phế phẩm với xác suất như nhau. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 6 sản phẩm theo phương thức có hoàn lại thì được toàn chính phẩm. Tính xác suất để hộp có chứa toàn chính phẩm.

<u>CÂU II</u> Cho vec tơ ngẫu nhiên (X,Y) có hàm mật độ đồng thời:

$$\varphi(x,y)=\begin{cases} a\left(x+y^2\right) & khi\, 0<y<\dfrac{x}{2}<1 \\ 0 & \text{ở nơi khác} \end{cases}.$$

a) Xác định a.

b) Tính covarian của véc tơ ngẫu nhiên (X, Y).

<u>CÂU III</u> Thống kê điểm kiểm tra môn toán 1(X) và toán 2 (Y) của một số SV năm I có bảng thống kê sau:

X \ Y	3	4	5	6	7	8	9	n_i
4	1	2						
5		3	5	4				
6			6	9	4			
7				7	17	7		
8					4	8	9	
9						8	6	
m_j								n

1) Hãy tính các đặc trưng của mẫu trên , viết phương trình tương quan tuyến tính của Y theo X và tính hệ số tương quan mẫu.

2) Hãy ước lượng điểm trung bình của các môn toán trên với độ tin cậy γ=0,95.

3) Qui định SV có điểm trung bình ≥ 8 thì đạt loại tốt , phòn g đào tạo công bố tỷ lệ SV đạt loại tốt của môn toán I là 0,39. Hãy cho nhận xét về công bố đó với mức ý nghĩa $\alpha=0,01$.

<u>CÂU I V</u>

Thống kê về chiều cao của một loại cây sau hai tháng tuổi cho kết quả sau

Độ cao (cm)	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22
Số lượng	12	25	27	30	26	22	24	20	14

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$ hãy kiểm định xem mẫu trên có phù hợp với phân phối chuẩn không?

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

PGS.TS.Nguyễn Đình Huy

HƯỚNG DẪN

BÀI 1: CM Tổng quát: Gọi H_i là biến cố hộp có i chính phẩm, i=0,..,n.

$$P(H_i) = C_n^i\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Gọi F là biến cố k sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm.

Xác suất cần tìm:

$$P(H_n\,|\,F) = \frac{1}{1 + C_n^1\left(\frac{n-1}{n}\right)^k + C_n^2\left(\frac{n-2}{n}\right)^k + \ldots + C_n^{n-2}\left(\frac{2}{n}\right)^k + C_n^{n-1}\left(\frac{1}{n}\right)^k}$$

$$= \frac{n^k}{n^k + C_n^1(n-1)^k + C_n^2(n-2)^k + \ldots + C_n^{n-2}.2^k + C_n^{n-1}}$$

n=16; k=6 thì ĐS: 0,000463.

BÀI 2:

a) a=2/3.

b) $f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2(x+12)}{36} & x \in [0;\,2] \\ 0 & x \notin [0;\,2] \end{cases}$ $\quad f_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{4}{3} - \dfrac{4y^3}{3} & y \in [0;\,1] \\ 0 & y \notin [0;\,1] \end{cases}$

$E(X) = \dfrac{68}{45}$ $\quad E(Y) = \dfrac{2}{5}$ $\quad E(XY) = \dfrac{29}{45}$ $\quad COV(X,Y) = \dfrac{1}{25}$

BÀI 3:

a) $n = 100$ $\quad \bar{x} = 6,97$ $\quad \hat{s}_X = 1.3073$ $\quad s_X = 1.3139$ $\quad \bar{y} = 6,92$ $\quad \hat{s}_Y = 1.44$ $\quad s_Y = 1.44725$

$y = 0.2824 + 0.9523x$ $\qquad R_{XY} = 0.8646$

b) KƯL Toán 1: $6.97 \pm \dfrac{1.96 \times 1.3139}{\sqrt{100}} = 6.97 \pm 0.2575$ hay (6,7125; 7,2275)

KƯL Toán 2: $6.92 \pm \dfrac{1.96 \times 1.447}{\sqrt{100}} = 6.92 \pm 0.2836$ hay (6,6364; 7,2036)

c) H_0: " p=0.39 "….

$$z_0 = \frac{0.04}{\sqrt{0.39 \times 0.61}}\sqrt{100} = 0.820 \quad < \quad z_\alpha = 2.58$$

Chấp nhận H_0.

BÀI 4:

$n = 200$ $\quad \bar{x} = 12,79$ $\quad \hat{s}_X = 4,636$

GTKĐ H_0: Chiều cao của cây non có phân phối chuẩn.

$$X \sim N\left(a = 12,79,\ \sigma^2 = (4,636)^2\right) \quad \ldots.$$

p_1 = 0.07215 $\quad p_2$ = 0.07936 $\quad p_3$=0.12274 $\quad p_4$=0.158256 $\quad p_5$=0.170064

p_6=0.15233 $\quad p_7$=0.11374 $\quad p_8$=0.07079 $\quad p_9$=0.06057

$\chi^2_{0.01}(6) = 16.81$

$\chi^2_0 = 13.00314 < \chi^2_\alpha$ nên chấp nhận H_0.

3

HƯỚNG DẪN chi tiết cho câu 1:

Có thể viết lại giả thiết bài này:
Một hộp gồm 16 sản phẩm được lấy ra ngẫu nhiên từ 1 dây chuyền sản xuất có tỉ lệ chính phẩm là 50%. Từ hộp đó người ta lấy ra 6 sản phẩm (có hoàn lại sau mỗi lần lấy) thì được cả 6 chính phẩm. Tìm xác suất hộp ban đầu đó chứa cả 16 chính phẩm.

Từ giả thiết có thể thấy ta không biết chắc chắn trong hộp ban đầu có bao nhiêu chính phẩm và phế phẩm, các khả năng có thể xảy ra được liệt kê trong 17 trường hợp như sau:

H_0: Hộp có 0 chính phẩm và 16 phế phẩm.
H_1: Hộp có 1 chính phẩm và 15 phế phẩm.
H_2: Hộp có 2 chính phẩm và 14 phế phẩm.
…………..
H_{16}: Hộp có 16 chính phẩm và 0 phế phẩm.

Theo công thức Bernoulli, ta có thể tính được XS xảy ra của từng biến cố như sau:

$$\mathrm{P}(\mathrm{H}_0) = C_{16}^{0}(0,5)^0 \times (0,5)^{16} = C_{16}^{0}.(0,5)^{16}$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{H}_1) = C_{16}^{1}(0,5)^1 \times (0,5)^{15}$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{H}_2) = C_{16}^{2}(0,5)^2 \times (0,5)^{14}$$

....

$$\mathrm{P}(\mathrm{H}_{16}) = C_{16}^{16}(0,5)^{16} \times (0,5)^0$$

Gọi F là biến cố cả 6 sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm.
XS cần tìm là: $P(H_{16}/F)$
Công thức tương ứng cần dùng là:

$$P(H_{16}/F) = \frac{P(H_{16}F)}{P(F)} = \qquad (1)$$

$$= \frac{P(H_{16}) \times P(F/H_{16})}{P(H_0)\mathrm{P}(\mathrm{F}/\mathrm{H}_0) + P(H_1)\mathrm{P}(\mathrm{F}/\mathrm{H}_1) + \ldots + P(H_{16})\mathrm{P}(\mathrm{F}/\mathrm{H}_{16})}$$

ở đây P(F) cần tính bằng công thức xác suất toàn phần.

Giả sử rơi vào trường hợp H_3, tức là trong hộp ban đầu có 3 chính phẩm trong 16 sản phẩm, thì xác suất lấy cả 6 lần được chính phẩm (có hoàn lại) sẽ được tính bằng công thức Bernoulli, bằng $C^6_6(3/16)^6(13/16)^0$.

Tính tương tự cho tất cả các trường hợp:

$$P(F/H_0) = (\frac{0}{16})^6 = 0$$

$$P(F/H_1) = (\frac{1}{16})^6 = \frac{1}{16^6}$$

$$P(H_2) = (\frac{2}{16})^6 = \frac{2^6}{16^6}$$

....

$$P(H_{16}) = C_{16}^{16}(0,5)^{16} \times (0,5)^0$$

Thay vào công thức (1), ta tính được:

$$P(H_{16}/F) =$$

$$= \frac{C_{16}^{16}(0,5)^{16} \times \left(\frac{16}{16}\right)^6}{C_{16}^{0}(0,5)^{16} \times \left(\frac{0}{16}\right)^{16} + C_{16}^{1}(0,5)^{16} \times \left(\frac{1}{16}\right)^{16} + C_{16}^{2}(0,5)^{16} \times \left(\frac{2}{16}\right)^{16} + \ldots + C_{16}^{16}(0,5)^{16} \times \left(\frac{16}{16}\right)^{6}}$$

$$= \frac{16^6}{\sum_{k=1}^{16} C_{16}^{k} \times k^6} \approx 0,000463$$