

Giảng viên ra đề: (Ngày ra đề)

Người phê duyệt:

(Ngày duyệt đề)


Hoàng Hải Hà

02/01/2021

Chủ nhiệm bộ môn

TS. Nguyễn Tiến Dũng

10/01/2021

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ	Học kỳ/ Năm học		1	2020 - 2021
		Ngày thi/Giờ thi	12/01/2021	13h	
	Lớp	Chính Quy			
	Môn học	Phương pháp tính			
	Mã môn học	MT1009			
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2020	
Ghi chú: - Được sử dụng tài liệu, máy tính bỏ túi, không được sử dụng điện thoại và máy tính có chức năng lập trình.					

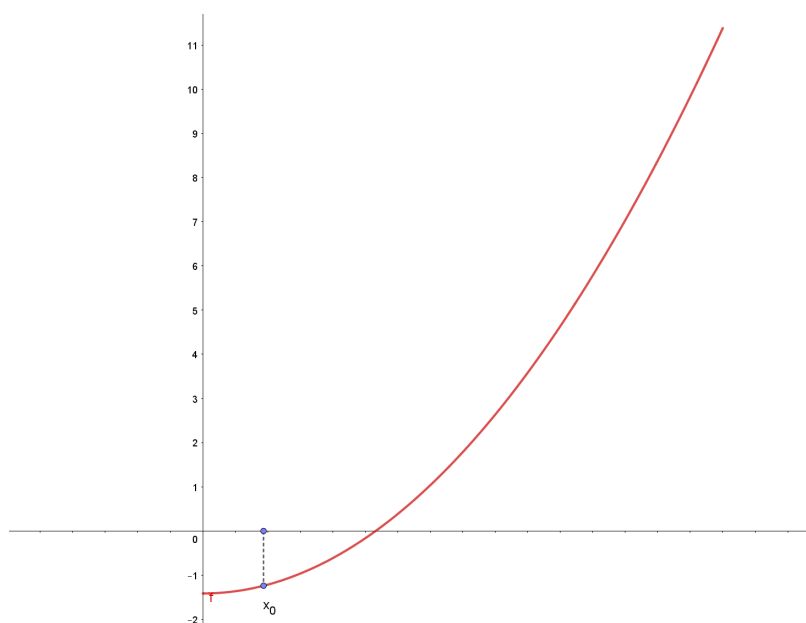
SINH VIÊN ĐỌC KỸ CÁC YÊU CẦU DƯỚI ĐÂY:

- Sinh viên ghi đầy đủ **Họ, Tên, MSSV** và **làm bài trực tiếp lên đề thi**.
- Đề thi gồm 10 câu. Mọi thắc mắc, sinh viên ghi trực tiếp lên đề thi.
- Gọi m và n là hai chữ số cuối cùng của mã số sinh viên (m là chữ số hàng chục, n là chữ số hàng đơn vị, $0 \leq m, n \leq 9$).
Đặt $\mathcal{M} = \frac{2m + n + 13}{10}$.
- Không** ghi đáp án ở dạng phân số.
- Đáp số ghi vào bài thi **phải được** làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân.
- Sinh viên tự điền vào bảng sau. Nếu không điền, bài thi bị xem là không hợp lệ.

Họ và tên			
MSSV		Chữ ký giám thị 1	
\mathcal{M}	1.6	Chữ ký giám thị 2	

Điểm toàn bài

Câu hỏi 1. (L.O.1) Cho đồ thị đường cong $y = f(x)$ và điểm x_0 như hình vẽ. Bằng phương pháp Newton, hãy minh họa nghiệm xấp xỉ x_3 trên đồ thị.



Với $f(x) = \mathcal{M}x + (\mathcal{M} + 1)\cos x - e^x = 0$, tìm nghiệm xấp xỉ x_3 của phương trình bằng phương pháp Newton trên đoạn $[0.5; 2]$ và đánh giá sai số tuyệt đối nhỏ nhất của x_3 .

Kết quả: $x_3 \approx \underline{1.0830}$; $\Delta_{x_3} \approx \underline{0.0018}$

Câu hỏi 2. (L.O.1) Cho dạng tường minh của hệ phương trình $A_{2 \times 2}X_{2 \times 1} = B_{2 \times 1}$ trong phương pháp Gauss-Seidel là:

$$\begin{cases} x_1^{(m)} = a + \mathcal{M}bx_2^{(m-1)} \\ x_2^{(m)} = c + dx_1^{(m)} \end{cases},$$

với $X^{(m)} = \begin{pmatrix} x_1^{(m)} \\ x_2^{(m)} \end{pmatrix}$. Dãy các vecto nghiệm gần đúng lần lượt như sau: $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.7 \end{pmatrix}$; $X^{(1)} = \begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.33 \end{pmatrix}$; $X^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.09 \\ 0.27 \end{pmatrix}$. Hãy xác định a, b, c, d .

Kết quả: $a \approx \underline{0.2595}$; $b \approx \underline{-0.3209}$; $c \approx \underline{0.2984}$; $d \approx \underline{-0.3158}$

Câu hỏi 3. (L.O.2) Trong cuộc thi chạy ở cự ly 100(m), vận động viên X mất $5.5\mathcal{M}$ giây để chạy được $\frac{1}{2}$ quãng đường và về đích với thời gian $10\mathcal{M}$ giây. Sử dụng dữ liệu tại ba mốc thời gian $t = 0$, $t = 5.5\mathcal{M}$, $t = 10\mathcal{M}$ và spline bậc ba tự nhiên, tính quãng đường X chạy được sau khi xuất phát 5 giây và vận tốc của X khi về đích.

Kết quả: Quãng đường $\approx \underline{27.2334}$ (m); Vận tốc $\approx \underline{7.2311}$ (m/s)

Câu hỏi 4. Hàm $y = f(x)$ được cho bởi dữ liệu bảng sau

x_k	1.0	1.5	2.0	2.5
$f(x_k)$	\mathcal{M}	5.7	4	3.5

Sử dụng nội suy đa thức, xấp xỉ giá trị của hàm tại $x_0 = 1.6$ và sử dụng công thức sai phân hướng tâm cho ba điểm cách đều, tính giá trị đạo hàm tại $x = 1.5$.

Kết quả: $f(1.6) \approx \underline{5.6000}$; $f'(1.5) \approx \underline{2.4000}$

Câu hỏi 5. (L.O.1) **Hàm cầu** là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra vào giá của một sản phẩm đó. Một công ty nước ngọt có dữ liệu số lon nước ngọt bán ra là N và giá của một lon là $S(\text{USD})$ như sau:

S	0.59	0.8	0.95	0.45	0.79	0.99	0.9
N	3980	2200	500 \mathcal{M}	2100	1700	2000	1500

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, hãy xây dựng hàm tuyến tính $N(S)$. Ước lượng số lon nước ngọt bán ra nếu bán với giá 0.82(USD) (làm tròn đến số nguyên gần nhất) và giá một lon khi số lượng bán được là 2400 lon.

Kết quả: Số lon $\approx \underline{1929.0000}$; Giá $\approx \underline{0.6568}$

Câu hỏi 6. (L.O.2) Tọa độ hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ trên mặt phẳng được cho bởi bảng sau

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
$f(x)$	0.8	0.93	0.98	0.99	0.97	0.9	\mathcal{M}
$g(x)$	2.7	4.2	7.1	13	$3\mathcal{M}$	54.4	126.5

Dùng công thức Simpson mở rộng, tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đường này khi $1 \leq x \leq 2.2$.

Kết quả: Diện tích \approx 28.1213;

Câu hỏi 7. (L.O.1) Cho bài toán Cauchy $y'(x) = y^2 + x - \mathcal{M}$ với điều kiện đầu $y(1) = 0.5$. Sử dụng phương pháp Runge-Kutta 4 xấp xỉ giá trị nghiệm tại $x = 1.2$ và $y'(1.2)$ với bước chia $h = 0.2$.

Kết quả: $y(1.2) \approx$ 0.4442; $y'(1.2) \approx$ -0.2027

Câu hỏi 8. (L.O.2) Mô hình logistic mô tả một quần thể dân cư được cho như sau:

$$\frac{dP}{dt} = 0.026P\left(1 - \frac{P}{12000}\right),$$

với t là thời gian tính bằng năm, P số dân (triệu người). Dân số năm 1950 là $500\mathcal{M}$ triệu người. Hãy sử dụng phương pháp Euler cải tiến, tính xấp xỉ số dân tại năm 1960 và năm 1970, với bước chia là 10 năm. (Làm tròn kết quả đến số nguyên gần nhất).

$P(1960) \approx$ 1016.0000 (triệu người); $P(1970) \approx$ 1283.0000 (triệu người).

Câu hỏi 9. (L.O.1) Cho hệ phương trình vi phân cấp 1 : $\begin{cases} x'(t) = t + x + y \\ y'(t) = ty + \mathcal{M} \end{cases}$ thỏa điều kiện đầu $x(1) = 0.5, y(1) = 0.5$. Sử dụng phương pháp Euler và bước chia $h = 0.1$. Tính giá trị của nghiệm tại $t = 1.1$ và $t = 1.2$.

Kết quả: Nghiệm tại $t = 1.1$: $x(1.1) = 0.7000$, $y(1.1) = 0.7100$; Nghiệm tại $t = 1.2$: $x(1.2) = 0.9510$, $y(1.2) = 0.9481$

Câu hỏi 10. (L.O.1) Cho bài toán biên $\begin{cases} y''(x) + (x+1)y'(x) - (\sin x)y(x) = x \\ y(0) = 0, \quad y(0.6) = \mathcal{M} \end{cases}$, dùng phương pháp sai phân hữu hạn tính gần đúng $y(0.2)$, $y(0.4)$ với bước chia $h = 0.2$.

Kết quả: $y(0.2) \approx$ 0.6514; $y(0.4) \approx$ 1.1749;

- HẾT -