

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

BÀI TẬP GIẢI TÍCH 1

CHƯƠNG 3. GIỚI HẠN HÀM SỐ - SỰ LIÊN TỤC

TS. NGUYỄN ĐÌNH DƯƠNG
BỘ MÔN TOÁN ỨNG DỤNG - KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG

ĐT/Zalo: 0913.066.940 - Email: duongnda@hcmut.edu.vn



Bài 1.

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

Bài 1.

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}.$$

Bài 1.

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}.$$

Hàm số có giới hạn tại $x = 0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \Leftrightarrow m + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0$.

Bài 2.

Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} & \text{khi } x < -2 \\ x + 1 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 . Tính $3a - b$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x + 1) = -1.$$

Suy ra $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow -2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 + ax + b - 4}{x^2 - 4} = 0 (*).$$

Do $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 - 4) = 0$ nên điều kiện cần để có (*) là $\lim_{x \rightarrow -2^-} (2x^2 + ax + b - 4) = 0 \Rightarrow 2a - b = 4.$

Ngược lại, với $2a - b = 4$ ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 + ax + b - 4}{x^2 - 4} = 0 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 + ax + 2a - 8}{x^2 - 4} = 0 \\ &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x + a - 4}{x - 2} = 0 \\ &\Leftrightarrow a = 8.\end{aligned}$$

Suy ra $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 12. \end{cases}$

Vậy $3a - b = 12$.

Bài 3.

Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1) \left(\sqrt{2f(x) + 4} + 6 \right)}.$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1) \left(\sqrt{2f(x) + 4} + 6 \right)}.$$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1) \left(\sqrt{2f(x) + 4} + 6 \right)}.$$

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$ nên $f(1) = 16$. Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1) \left(\sqrt{2f(x) + 4} + 6 \right)} = \frac{1}{12} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 2.$$

Bài 4.

Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{f(x)} - 2x) = 2$. Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 4x^2}{2x + 3}.$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Lời giải

Theo giả thiết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{f(x)} - 2x \right) = 2$ nên $f(x) = 4x^2 + bx + c$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 4x^2}{2x + 3} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\sqrt{f(x)} - 2x \right) \left(\sqrt{f(x)} + 2x \right)}{2x + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\sqrt{f(x)} - 2x \right) \left(\sqrt{4x^2 + bx + c} + 2x \right)}{2x + 3} \\ &= 2. \end{aligned}$$

Bài 5.

Cho $A = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$, $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\arctan x} \right)^x$, $C = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\ln x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$. Những giới hạn nào sau đây không có dạng vô định?

A. A, B.

B. A, C.

C. B, C.

D. B.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 5.

Cho $A = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$, $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\arctan x} \right)^x$, $C = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\ln x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$. Những giới hạn nào sau đây không có dạng vô định?

A. A, B.

B. A, C.

C. B, C.

D. B.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 5.

Cho $A = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$, $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\arctan x} \right)^x$, $C = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\ln x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$. Những giới hạn nào sau đây không có dạng vô định?

A. A, B.

B. A, C.

C. B, C.

D. B.

Lời giải

C

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 6.

Biết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{(x^2 + 3x) \sin x} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$.

B. $S = 3$.

C. $S = 1$.

D. $S = 0$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 6.

Biết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{(x^2 + 3x) \sin x} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$.

B. $S = 3$.

C. $S = 1$.

D. $S = 0$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 6.

Biết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{(x^2 + 3x) \sin x} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$.

B. $S = 3$.

C. $S = 1$.

D. $S = 0$.

Lời giải

Khi $x \rightarrow 0$, ta có $\begin{cases} \ln(\cos 2x) = \ln(1 + (\cos 2x - 1)) \sim \cos 2x - 1 = -2 \sin^2 x \sim -2x^2 \\ \sin x \sim x \implies (x^2 + 3x) \sin x \sim x^2(x + 3) \end{cases}$

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 6.

Biết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{(x^2 + 3x) \sin x} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$.

B. $S = 3$.

C. $S = 1$.

D. $S = 0$.

Lời giải

Khi $x \rightarrow 0$, ta có
$$\begin{cases} \ln(\cos 2x) = \ln(1 + (\cos 2x - 1)) \sim \cos 2x - 1 = -2 \sin^2 x \sim -2x^2 \\ \sin x \sim x \implies (x^2 + 3x) \sin x \sim x^2(x + 3) \end{cases}$$

Vậy $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{(x^2 + 3x) \sin x} = \frac{-2}{3}$. C

Bài 7.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+8}}{\sqrt{3+x} - 2}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

Câu hỏi lý thuyết
Dạng vô định $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
Dạng vô định $\infty - \infty$
Dạng $1^\infty, 0^0, \infty^0$

Bài 7.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+8}}{\sqrt{3+x} - 2}$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 7.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+8}}{\sqrt{3+x} - 2}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+8})(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})(\sqrt{3+x} + 2)}{(\sqrt{3+x} - 2)(\sqrt{3+x} + 2)(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x-3)(\sqrt{3+x} + 2)}{(x-1)(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(\sqrt{3+x} + 2)}{(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})} = 2. \end{aligned}$$

Bài 8.

Cho $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{3x-7} - x + 3}{3 - \sqrt{x+4}} = 4 + \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $\frac{m}{n}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{3x-7} - x + 3}{3 - \sqrt{x+4}} &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt[3]{3x-7} - 2) - (x - 5)}{3 - \sqrt{x+4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{3x-7} - 2}{3 - \sqrt{x+4}} - \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{3 - \sqrt{x+4}}.\end{aligned}$$

Mà

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{3x-7} - 2}{3 - \sqrt{x+4}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(3x-15)(3 + \sqrt{x+4})}{(5-x) \left(\sqrt[3]{(3x-7)^2} + 2\sqrt[3]{3x-7} + 4 \right)} = -\frac{3}{2}.$$

Và

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{3 - \sqrt{x+4}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(3 + \sqrt{x+4})}{5-x} = -6.$$

$$\text{Suy ra } 4 + \frac{m}{n} = -\frac{3}{2} + 6 \Leftrightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{2}.$$



BACHKHOACNCP.COM

Bài 9.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

Câu hỏi lý thuyết
Dạng vô định $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
Dạng vô định $\infty - \infty$
Dạng $1^\infty, 0^0, \infty^0$

Bài 9.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x}$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

Câu hỏi lý thuyết
Dạng vô định $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
Dạng vô định $\infty - \infty$
Dạng $1^\infty, 0^0, \infty^0$

Bài 9.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x}$.

Lời giải

Ta viết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 9.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x}$.

Lời giải

Ta viết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x}$.

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2(x/2)}{2x \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x/2)}{2x \sin(x/2) \cos(x/2) \cos x} = \frac{1}{4}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 9.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x}$.

Lời giải

Ta viết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x}$.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2(x/2)}{2x \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x/2)}{2x \sin(x/2) \cos(x/2) \cos x} = \frac{1}{4}.$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x \sin x \cos^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x \cos^3 x} = \frac{1}{2}.$

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 9.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x}$.

Lời giải

Ta viết $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x}$.

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2(x/2)}{2x \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x/2)}{2x \sin(x/2) \cos(x/2) \cos x} = \frac{1}{4}$.

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x \sin x \cos^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x \cos^3 x} = \frac{1}{2}$.

Vậy $L = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$.

Bài 10.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

Câu hỏi lý thuyết
Dạng vô định $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
Dạng vô định $\infty - \infty$
Dạng $1^\infty, 0^0, \infty^0$

Bài 10.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 10.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2x} \cdot \ln \left(1 + \frac{2x}{1-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2x} \cdot \frac{2x}{1-x} = 1$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 11.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}, \quad (b \neq 0);$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} \sqrt[n]{1+bx} - 1}{x}, \quad (ab \neq 0);$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[8]{255+x^2} - \sqrt[7]{127+x^2}}{x-1};$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx};$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 11.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}, \quad (b \neq 0);$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} \sqrt[n]{1+bx} - 1}{x}, \quad (ab \neq 0);$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[8]{255+x^2} - \sqrt[7]{127+x^2}}{x-1};$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx};$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 11.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}, \quad (b \neq 0);$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} \sqrt[n]{1+bx} - 1}{x}, \quad (ab \neq 0);$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[8]{255+x^2} - \sqrt[7]{127+x^2}}{x-1};$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx};$

Lời giải

Đáp số:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 11.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}, \quad (b \neq 0);$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} \sqrt[n]{1+bx} - 1}{x}, \quad (ab \neq 0);$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[8]{255+x^2} - \sqrt[7]{127+x^2}}{x-1};$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx};$

Lời giải

Đáp số:

a) $\frac{a^2}{b^2};$

b) $\frac{a}{m} + \frac{b}{n};$

c) $-\frac{9}{3584};$

d) 1

Bài 12.

Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x)$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 12.

Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x)$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 12.

$$\text{Tính } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x).$$

Lời giải

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{\sqrt{x^2 + 3x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{2}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{2}{x}\right)}{x \left(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(3 + \frac{2}{x}\right)}{\left(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right)} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Bài 13.

Cho a, b là hai số dương thỏa mãn giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018} \right)$ hữu hạn.
Tính I .

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 13.

Cho a, b là hai số dương thỏa mãn giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018} \right)$ hữu hạn.
Tính I .

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 13.

Cho a, b là hai số dương thỏa mãn giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018} \right)$ hữu hạn.
Tính I .

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b)x^2 + 2x - 2018}{ax + \sqrt{bx^2 - 2x + 2018}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b)x + 2 - \frac{2018}{x}}{a + \sqrt{b - \frac{2}{x} + \frac{2018}{x^2}}} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - b = 0 \\ I = \frac{2}{a + \sqrt{b}} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{a}. \end{aligned}$$

BACHKHOACNCP.COM

Bài 14.

Tính các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x} \right);$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{3x^2 - 4x + 2} - \sqrt{3x^2 + 4x - 1} \right);$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2 - 1} - x \right);$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x} \right);$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sin(\ln(x+1)) - \sin(\ln x)].$

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 14.

Tính các giới hạn sau

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x});$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 - 4x + 2} - \sqrt{3x^2 + 4x - 1});$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2 - 1} - x);$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x});$
- e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sin(\ln(x+1)) - \sin(\ln x)].$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 14.

Tính các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x});$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 - 4x + 2} - \sqrt{3x^2 + 4x - 1});$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2 - 1} - x);$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x});$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sin(\ln(x+1)) - \sin(\ln x)].$

Lời giải

Đáp số

Bài 14.

Tính các giới hạn sau

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x});$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 - 4x + 2} - \sqrt{3x^2 + 4x - 1});$
c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2 - 1} - x);$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x});$
e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sin(\ln(x+1)) - \sin(\ln x)].$

Lời giải

Đáp số

- a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) 0
e) 0

Bài 15.

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 15.

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 15.

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

- Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 15.

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

- Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$ (dạng 1^∞)

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 15.

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

• Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)} (\text{dạng } 1^\infty) = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \ln f(x)^{g(x)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x)}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 15.

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

- Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)} (\text{dạng } 1^\infty) = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \ln f(x)^{g(x)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x)}$.
- Lại có $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln (1 + (f(x) - 1))$

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

- Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$ (dạng 1^∞) $= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \ln f(x)^{g(x)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x)}$.

• Lại có $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln (1 + (f(x) - 1)) \stackrel{\text{VCB}}{\sim} \lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Biết $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$.

Lời giải

- Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)}$ (dạng 1^∞) $= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \ln f(x)^{g(x)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x)}$.
- Lại có $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \ln (1 + (f(x) - 1)) \stackrel{\text{VCB}}{\sim} \lim_{x \rightarrow 0} g(x) (f(x) - 1) = 2020$.
- Vậy $I = e^{2020}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 16.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+a}{x+b} \right)^x$ với $a \neq b$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

Câu hỏi lý thuyết
Dạng vô định $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
Dạng vô định $\infty - \infty$
Dạng $1^\infty, 0^0, \infty^0$

Bài 16.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+a}{x+b} \right)^x$ với $a \neq b$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 16.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+a}{x+b} \right)^x$ với $a \neq b$.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{a-b}{x+b} \right)^{\frac{x+b}{a-b}} \right]^{\frac{x(a-b)}{x+b}} = e^{a-b}$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 16.

Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+a}{x+b} \right)^x$ với $a \neq b$.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{a-b}{x+b} \right)^{\frac{x+b}{a-b}} \right]^{\frac{x(a-b)}{x+b}} = e^{a-b}$$

$$\text{vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(a-b)}{x+b} = a-b.$$

Bài 17.

$$\text{Tính } I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x.$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Giới hạn hàm số
Vô cùng lớn, vô cùng bé
Tiệm cận
Hàm số liên tục

Câu hỏi lý thuyết
Dạng vô định $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
Dạng vô định $\infty - \infty$
Dạng $1^\infty, 0^0, \infty^0$

Bài 17.

$$\text{Tính } I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x.$$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 17.

Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$.

Lời giải

• Ta có $I = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)}$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 17.

Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$.

Lời giải

- Ta có $I = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)}$.
- Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(1/x) + \cos(1/x) - 1}{1/x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(1/x)}{1/x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \sin^2(1/2x)}{1/x} = 1.$

Bài 17.

$$\text{Tính } I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x.$$

Lời giải

- Ta có $I = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)}$.

- Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(1/x) + \cos(1/x) - 1}{1/x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(1/x)}{1/x} -$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \sin^2(1/2x)}{1/x} = 1.$$

Suy ra $I = e$.

Bài 18.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}};$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\cot^2 x};$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}.$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 18.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}};$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\cot^2 x};$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}.$

Lời giải

BACHKHOACNCP.COM

Bài 18.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}};$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\cot^2 x};$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}.$

Lời giải

BACHKHOACNCP.COM

Bài 18.

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}};$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\cot^2 x};$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}.$

Lời giải

a) 1

b) e

c) e^3

d) $e^{-9/2}$

e) $\frac{1}{\sqrt{e}}$

Bài 1.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow 0$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x \ln(1 + 2x)$; b) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$; c) $f(x) = e^x - e^{2 \tan(x)}$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow 0$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x \ln(1 + 2x)$; b) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$; c) $f(x) = e^x - e^{2 \tan(x)}$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow 0$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x \ln(1 + 2x)$; b) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$; c) $f(x) = e^x - e^{2 \tan(x)}$

Lời giải

Đáp số:

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow 0$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x \ln(1 + 2x)$; b) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$; c) $f(x) = e^x - e^{2 \tan(x)}$

Lời giải

Đáp số:

a) $2x^2$; b) $-2x$; c) $-x$

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^a khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

Lời giải

Đáp số:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

Lời giải

Đáp số:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

Lời giải

Đáp số:

a) x ;

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

Lời giải

Đáp số:

a) x ;

b) $3x^2$;

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Tìm một hàm số tương đương dạng ax^α khi $x \rightarrow +\infty$ của các hàm số sau:

a) $f(x) = x + 2\ln(x)$

b) $f(x) = 3x^2 - 2\sin(x)$

c) $f(x) = \arctan(x) \left(\sqrt{x^2 + 1} - x^2 \right)$

Lời giải

Đáp số:

a) x ;

b) $3x^2$;

c) $-\frac{\pi x^2}{2}$

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

Lời giải

Gợi ý:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

Lời giải

Gợi ý:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} =$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2 \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

Lời giải

Gợi ý:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2 \sin(x)}{x \cos(x)} = -2 \Rightarrow$ cùng bậc;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} =$$

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2\sin(x)$, $g(x) = x\cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

Lời giải

Gợi ý:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2\sin(x)}{x\cos(x)} = -2 \Rightarrow$ cùng bậc;

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 - 2x^2 + x^3)}{x - 2^x} = 0 \Rightarrow$ bậc $f(x)$ bé hơn bậc $g(x)$.

???

Bài 3.

So sánh bậc các vô cùng bé hoặc vô cùng lớn sau:

a) $f(x) = x^2 - 2\sin(x)$, $g(x) = x\cos(x)$, $x \rightarrow 0$

b) $f(x) = \ln(1 - 2x^2 + x^3)$, $g(x) = x - 2^x$, $x \rightarrow +\infty$

c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$, $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$, $x \rightarrow +\infty$

Lời giải

Gợi ý:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2\sin(x)}{x\cos(x)} = -2 \Rightarrow$ cùng bậc;

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 - 2x^2 + x^3)}{x - 2^x} = 0 \Rightarrow$ bậc $f(x)$ bé hơn bậc $g(x)$.

c) ??? **không tồn tại** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

Bài 4.

Một cốc cà phê chứa 100mg caffeine được đào thải liên tục ra khỏi cơ thể với tốc độ 17% mỗi giờ.

- a) Chứng minh lượng caffein còn lại trong cơ thể sau t giờ được tính bởi công thức

$$P(t) = 100e^{-0.17t}.$$

- b) Kết luận gì khi t đủ lớn.

Bài 4.

Một cốc cà phê chứa 100mg caffeine được đào thải liên tục ra khỏi cơ thể với tốc độ 17% mỗi giờ.

- a) Chứng minh lượng caffein còn lại trong cơ thể sau t giờ được tính bởi công thức

$$P(t) = 100e^{-0.17t}.$$

- b) Kết luận gì khi t đủ lớn.

Lời giải

BACHKHOACNCP.COM

Bài 4.

Một cốc cà phê chứa 100mg caffeine được đào thải liên tục ra khỏi cơ thể với tốc độ 17% mỗi giờ.

- a) Chứng minh lượng caffein còn lại trong cơ thể sau t giờ được tính bởi công thức

$$P(t) = 100e^{-0.17t}.$$

- b) Kết luận gì khi t đủ lớn.

Lời giải

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Tìm tiệm cận của đường cong cho bởi

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{3x - 2}$

b) $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 + 3}{x - 1}\right)$

c) $f(x) = 2x + 1 + \frac{\ln(x)}{x}$

d) $f(x) = (x + 2)e^{-\frac{2}{x}}$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Tìm tiệm cận của đường cong cho bởi

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{3x - 2}$

b) $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 + 3}{x - 1}\right)$

c) $f(x) = 2x + 1 + \frac{\ln(x)}{x}$

d) $f(x) = (x + 2)e^{-\frac{2}{x}}$

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Tìm tiệm cận của đường cong cho bởi

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{3x - 2}$

b) $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 + 3}{x - 1}\right)$

c) $f(x) = 2x + 1 + \frac{\ln(x)}{x}$

d) $f(x) = (x + 2)e^{-\frac{2}{x}}$

Lời giải

Đáp án:

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 1.

Xét tính liên tục trái, liên tục phải, liên tục của các hàm số sau

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{|x|}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0, x = 1$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x < 0, \\ x^2 - 2x, & x \geq 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x > 0, \\ x^2 - 2x, & x \leq 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0$$

Bài 1.

Xét tính liên tục trái, liên tục phải, liên tục của các hàm số sau

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{|x|}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0, x = 1$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x < 0, \\ x^2 - 2x, & x \geq 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x > 0, \\ x^2 - 2x, & x \leq 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0$$

Lời giải

Bài 1.

Xét tính liên tục trái, liên tục phải, liên tục của các hàm số sau

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{|x|}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0, x = 1$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x < 0, \\ x^2 - 2x, & x \geq 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x > 0, \\ x^2 - 2x, & x \leq 0, \end{cases} \quad \text{tại } x = 0$$

Lời giải

Đáp án:

Bài 2.

Một công ty tính phí 7.5đ/lít cho một loại sơn cho tất cả các đơn đặt hàng 50 lít trở xuống và 6.75 đ/lít cho các đơn hàng trên 50 lít. Đặt $P(x)$ là chi phí để công ty mua x lít sơn.

- a) Tìm chi phí mua 40 lít, 50 lít, 60 lít.
b) P không liên tục tại đâu?

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Một công ty tính phí 7.5đ/lít cho một loại sơn cho tất cả các đơn đặt hàng 50 lít trở xuống và 6.75 đ/lít cho các đơn hàng trên 50 lít. Đặt $P(x)$ là chi phí để công ty mua x lít sơn.

- a) Tìm chi phí mua 40 lít, 50 lít, 60 lít.
b) P không liên tục tại đâu?

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Một công ty tính phí 7.5đ/lít cho một loại sơn cho tất cả các đơn đặt hàng 50 lít trở xuống và 6.75 đ/lít cho các đơn hàng trên 50 lít. Đặt $P(x)$ là chi phí để công ty mua x lít sơn.

- a) Tìm chi phí mua 40 lít, 50 lít, 60 lít.
- b) P không liên tục tại đâu?

Lời giải

Gợi ý:

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Một công ty tính phí 7.5đ/lít cho một loại sơn cho tất cả các đơn đặt hàng 50 lít trở xuống và 6.75 đ/lít cho các đơn hàng trên 50 lít. Đặt $P(x)$ là chi phí để công ty mua x lít sơn.

- Tìm chi phí mua 40 lít, 50 lít, 60 lít.
- P không liên tục tại đâu?

Lời giải

Gợi ý:

$$P(x) = \begin{cases} 7,5x & \text{với } x \leq 50 \\ 6,75x & \text{với } x > 50. \end{cases}$$

BACHKHOACNCP.COM

Bài 2.

Một công ty tính phí 7.5đ/lít cho một loại sơn cho tất cả các đơn đặt hàng 50 lít trở xuống và 6.75 đ/lít cho các đơn hàng trên 50 lít. Đặt $P(x)$ là chi phí để công ty mua x lít sơn.

- a) Tìm chi phí mua 40 lít, 50 lít, 60 lít.
- b) P không liên tục tại đâu?

Lời giải

Gợi ý:

$$P(x) = \begin{cases} 7,5x & \text{với } x \leq 50 \\ 6,75x & \text{với } x > 50. \end{cases}$$

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

Lời giải

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

Lời giải

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \iff f(x)$ liên tục tại $x = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

Lời giải

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \iff f(x)$ liên tục tại $x = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.
- Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1 = f(0)$.

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

Lời giải

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \iff f(x)$ liên tục tại $x = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.
- Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1 = f(0)$.
- Để $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ thì $\sqrt{ax+b}-2 = 0$ tại $x = 0 \implies b = 4$.

BACHKHOACNCP.COM

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

Lời giải

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \iff f(x)$ liên tục tại $x = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.
- Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1 = f(0)$.
- Để $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ thì $\sqrt{ax+b}-2 = 0$ tại $x = 0 \implies b = 4$.
- Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{a}{4} = 1 \implies a = 4$.

Bài 3.

(HK191) Cho các số thực a, b sao cho

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} . Tính $f(3)$.

Lời giải

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \iff f(x)$ liên tục tại $x = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.
- Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1 = f(0)$.
- Để $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ thì $\sqrt{ax+b}-2 = 0$ tại $x = 0 \implies b = 4$.
- Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{a}{4} = 1 \implies a = 4$. Vậy $f(3) = \frac{2}{3}$.

Bài 4.

Tìm a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 6x}{x^2} & \text{với } x < 0 \\ ax + b & \text{với } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x^2 + 2x - 3} & \text{với } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. $a = 3, b = 18$.

C. $a = -\frac{71}{4}, b = 18$.

B. $a = \frac{71}{4}, b = 18$.

D. Các câu kia đều sai.

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

BACHKHOACNCP.COM

Bài 4.

Tìm a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 6x}{x^2} & \text{với } x < 0 \\ ax + b & \text{với } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x^2 + 2x - 3} & \text{với } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. $a = 3, b = 18$.

B. $a = \frac{71}{4}, b = 18$.

C. $a = -\frac{71}{4}, b = 18$.

D. Các câu kia đều sai.

Lời giải

Bài 4.

Tìm a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 6x}{x^2} & \text{với } x < 0 \\ ax + b & \text{với } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x^2 + 2x - 3} & \text{với } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. $a = 3, b = 18$.

B. $a = \frac{71}{4}, b = 18$.

C. $a = -\frac{71}{4}, b = 18$.

D. Các câu kia đều sai.

Lời giải

C