

# ÔN TẬP PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Những bài dưới đây là những bài lạ và cơ bản nhất, nên xem thêm slide, trật tử không chịu trách nhiệm

## NHỚ ĐỔI QUA RADIAN

### Câu 1:

Cho phương trình  $e^x + 2x^2 + \cos x - 10 = 0$  trong khoảng cách ly nghiệm  $[1, 2]$ . Sử dụng phương pháp Newton, xác định  $x_0$  theo điều kiện Fourier, tìm nghiệm gần đúng của  $x_2$  của phương trình trên và đánh giá sai số của  $\Delta n_0$ .

**Đáp số :**  $x_2 = 1.5973$   $\Delta x_2 = 0.0028$

### Bài giải

$$f(x) = e^x + 2x^2 + \cos x - 10; a = 1; b = 2$$

$$m = \min |f'(x)| \quad \text{"SHIFT" "STO" "A"}$$

Nếu  $f(a)f''(a) > 0$  chọn  $x_0 = a$ ,  $f(a)f''(a) < 0$  chọn  $x_0 = b$

Nhập vào máy tính:

$$X = X - \frac{f(X)}{f'(X)}; \frac{|f(X)|}{A}$$

"CALL" "x<sub>0</sub>"

## NHỚ ĐỔI QUA RADIAN

### Câu 2:

Cho hệ phương trình;

$$\begin{cases} 34x_1 + 2.73x_2 - 1.85x_3 = 12.89 \\ 1.34x_1 + 29x_2 - 3.24x_3 = 15.73 \\ 1.18x_1 - 4.87x_2 + 32.6x_3 = 18.42 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Jacobi với  $x^{(0)} = (0.1, 0.3, 0.4)^T$ , tìm vecto lặp  $x^{(3)}$

**Đáp số:**  $x_1^{(3)} = 0.3663$

$x_2^{(3)} = 0.5969$

$x_3^{(3)} = 0.6404$

### Bài giải

Nhập vào máy tính:

“ $X = (12.89 - 2.73B + 1.85C) \div 34$  :  $Y = (15.73 - 1.34A + 3.24C) \div 29$  :  $C = (18.42 - 1.18A + 4.87B) \div 32.6$  :  $A = X$  :  $B = Y$ ”

“CALL”

$B = 0.3$  ;  $C = 0.4$  ;  $A = 0.1$

Nhấn tiếp “=” cho tới kết quả

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
(1)	0.3768	0.5825	0.6062
(2)	0.3653	0.5927	0.6384
(3)	0.3663	0.5969	0.6404

### Câu 3:

Cho hệ phương trình;

$$\begin{cases} 34x_1 + 2.73x_2 - 1.85x_3 = 12.89 \\ 1.34x_1 + 29x_2 - 3.24x_3 = 15.73 \\ 1.18x_1 - 4.87x_2 + 32.6x_3 = 18.42 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Gauss-Seidel với  $x^{(0)} = (0.1, 0.3, 0.4)^T$ , tìm vectơ lặp  $x^{(3)}$

**Đáp số :**  $x_1^{(3)} = 0.3661$

$x_2^{(3)} = 0.5971$

$x_3^{(3)} = 0.6410$

### Bài giải

Nhập vào máy tính:

“ $A = (12.89 - 2.73B + 1.85C) \div 34$  :  $B = (15.73 - 1.34A + 3.24C) \div 29$  :  $C = (18.42 - 1.18A + 4.87B) \div 32.6$ ”

“CALL”

$B = 0.3$  ;  $C = 0.4$  ;(KHÔNG NHẬP A)

Nhấn tiếp “=” cho tới kết quả

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
(1)	0.3768	0.5697	0.6365

(2)	0.3680	0.5965	0.6408
(3)	0.3661	0.5971	0.6410

## Câu 4:

Cho bảng số

<b>x</b>	<b>1.1</b>	<b>1.6</b>	<b>2.1</b>
<b>y</b>	<b>2.2</b>	<b>5.3</b>	<b>6.6</b>

Spline bậc ba  $g(x)$  thỏa điều kiện  $g'(1.1)=0.2$  và  $g'(2.1)=0.5$  nội suy bảng số trên để xấp xỉ giá trị của hàm tại  $x=1.4$  và  $x=1.9$

**Đáp số :**  $g(1.4)=3.7558$  ;  $g(1.9)= 6.4148$

## Bài giải

Kẻ bảng cho không bị lộn

$x_k$	$h_k$	$a_k$	$[ \ ]$	$B$	$C_k$	$b_k$	$d_k$
1.1	0.5	2.2	$\alpha = 0.2$	18	23.55	$\alpha = 0.2$	-23.1
1.6		5.3	6.2	-10.8	-11.1		
2.1	0.5	6.6	$\beta = 0.5$	-6.3	-0.75	6.425	6.9

Ta có

$$\diamond h_k = x_{k+1} - x_k$$

$$\diamond a_k = y_k$$

$$\diamond [ \ ] = \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k}$$

$$\diamond B = 3([ \ ]_{k+1} - [ \ ]_k)$$

$$\diamond A = \begin{pmatrix} 2h_0 & h_0 & 0 \\ h_0 & 2(h_1 + h_0) & h_1 \\ 0 & h_1 & 2h_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 2 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix} \text{ mà } A.C = B \Rightarrow C = A^{-1}.B \text{ (Dùng ma}$$

trận để giải tìm ra C, A ma trận 3x3, B là ma trận 3x1)

$$\diamond b_k = \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k} - \frac{h_k}{3}(C_{k+1} + 2C_k) = [ \ ] - \frac{h_k}{3}(C_{k+1} + 2C_k)$$

$$\diamond d_k = \frac{C_{k+1} - C_k}{3h_k}$$

**Nếu  $b_{k1} \neq \alpha$  tính lại từ đầu hoặc bỏ làm câu khác.**

Bảng hệ số:

	a	b	c	d
(0)	2.2	0.2	23.55	-23.1
(1)	5.3	6.425	-11.1	6.9

Ta có phương trình

$$\begin{cases} g(x) = 2.2 + 0.2(x-1.1) + 23.55(x-1.1)^2 - \frac{346}{15}(x-1.1)^3; 1.1 \leq x \leq 1.6 \\ g(x) = 5.3 + 6.425(x-1.6) - 11.1(x-1.6)^2 - 6.9(x-1.6)^3; 1.6 \leq x \leq 2.1 \end{cases}$$

Tính  $g(1.4)$  thế  $x=1.4$  vào  $g(x)$  tại  $1.1 \leq x \leq 1.6$

Tính  $g(1.9)$  thế  $x=1.9$  vào  $g(x)$  tại  $1.6 \leq x \leq 2.1$

## Câu 5

Cho bảng số

x	0.7	1.0	1.2	1.3	1.5
y	3.1	2	4.5	2.6	6.7

Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm  $f(x) = A + B \sin x + C \cos^2 x$  xấp xỉ tốt nhất bảng số trên

**Đáp số :**  $A=144.0806$  ;  $B= -138.2293$  ;  $C= -88.7070$

**Bài giải**

$$f(x) = A + B \sin x + C \cos^2 x = (A + C) + B \sin x - C \sin^2 x$$

$$C \leftrightarrow -C$$

$$B \leftrightarrow B$$

$$A \leftrightarrow A + C$$

Nhập vào máy tính:

Dạng $f(x)$	Phím ấn
$A+Bx$	2
$A+Bx+Cx^2$	3
$\ln(A+Bx)$	4
$Ae^{Bx}$	5
$A.B^x$	6
$A.x^B$	7
$\frac{1}{A+Bx}$	8

Chọn chế độ “STAT” (“MODE” “3”)

Nhập giá trị x và y (chú ý: nhập sinx chứ không phải nhập x)

sinx	y
sin(0.7)	3.1
sin(1.0)	2
sin(1.2)	4.5
sin(1.3)	2.6
sin(1.5)	6.7

Nhấn “SHIFT” “1” “7” để có giá trị A,B,C

## NHỚ ĐỔI QUA RADIAN

### Câu 6

Cho bảng số

x	0.7	1.0	1.2	1.3	1.5
y	3.1	2	4.5	2.6	6.7

Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm  $f(x) = Ax + B \cos x$  xấp xỉ tốt nhất bảng số trên

**Đáp số :**  $A = 3.5255$  ;  $B = -0.6210$

### Bài giải

Đặt  $g(x) = x$ ;  $h(x) = \cos x$

Nhập vào máy tính:

“ $A = A + g^2(x)$  :  $B = B + g(x)h(x)$ :  $C = C + g(x)Y$ :  $D = D + h^2(x)$ :  $M = M + h(x)Y$ ”

A,B,C,D,M ban đầu nhập bằng không.

X,Y nhập theo bảng cho đến hết

Sau khi tính ra A,B,C,D,M giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ Bx + Dy = M \end{cases}$$

Kết quả là giá trị cần tìm

### Câu 7(dạng này lạ, mấy câu khác dễ hơn có trong slide)

Cho bảng số

x	0.1	0.3	0.6	0.9
y	2.4	3.7	3.2	4.3

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange, hãy xấp xỉ đạo hàm cấp 1 của hàm tại  $x=0.5$

**Đáp số :**  $y'(0.5) \approx -2.6694$

### Bài giải

Đặt  $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$

$$y_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3, i = 0, 1, 2, 3$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{pmatrix} x_1 - x_0 & x_1^2 - x_0^2 & x_1^3 - x_0^3 \\ x_2 - x_0 & x_2^2 - x_0^2 & x_2^3 - x_0^3 \\ x_3 - x_0 & x_3^2 - x_0^2 & x_3^3 - x_0^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 - y_0 \\ y_2 - y_0 \\ y_3 - y_0 \end{pmatrix}$$

$a_1, a_2, a_3$  là nghiệm của hệ phương trình

$$y'(x^*) \approx P'(x^*) = a_1 + 2a_2x^* + 3a_3(x^*)^2$$

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$\frac{5171}{240}$	$-\frac{1723}{36}$	$\frac{1135}{36}$

$$y'(0.5) \approx P'(0.5) = \frac{5171}{240} + 2 \cdot \frac{-1723}{36} (0.5) + 3 \cdot \frac{1135}{36} (0.5)^2$$

### Câu 8

Cho bảng số

x	1.1	1.7	2.4	3.3
y	1.3	3.9	4.5	$\alpha$

Sử dụng đa thức nội suy Newton, tìm giá trị của  $\alpha$  để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ đạo hàm tại  $x = 1.5$  là  $y'(1.5) = 2.8$

### Bài giải

Đặt  $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$

$$y'(x^*) \approx P'(x^*) = a_1 + 2a_2x^* + 3a_3(x^*)^2 = y^*$$

$$y_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3$$

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{pmatrix} x_1 - x_0 & x_1^2 - x_0^2 & x_1^3 - x_0^3 & | & y_1 - y_0 \\ x_2 - x_0 & x_2^2 - x_0^2 & x_2^3 - x_0^3 & | & y_2 - y_0 \\ 1 & 2x^* & 3x^{*2} & | & y^* \end{pmatrix}$$

Ta có  $a_1, a_2, a_3$  là 3 nghiệm của hệ phương trình

$$\text{Từ } y_0 = a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + a_3x_0^3 \Rightarrow a_0$$

$$\alpha = a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3$$

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_0$	$\alpha$
	44.810566	-22.644688	3.840518	-26.427049	12.86386
STO	B	C	D	A	

**Câu 9(còn mấy dạng nữa, xem thêm slide cho chắc cũng dễ ah)**

Cho tích phân  $I = \int_{1.3}^{2.5} \ln \sqrt{x+6} dx$ . Hãy xấp xỉ tích phân I bằng công thức hình thang mở rộng với  $n=8$

**Đáp số :  $I=1.2395$**

**Bài giải**

$$\text{Đặt } f(x) = \ln \sqrt{x+6}; a=1.3; b=2.5; h = \frac{b-a}{n}$$

Nhập vào máy tính

$$A = A + \frac{h}{2} [f(X) + f(X+h)]; X = X + h$$

Cho A ban đầu bằng 0, X ban đầu bằng a, nhấn “=” cho tới khi  $X = b - h$

**Câu 10**

Cho bảng số

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
f(x)	2	3.3	2.4	4.3	5.1	6.2	7.4

Sử dụng công thức Simpson mở rộng tính tích phân  $I = \int_{1.0}^{2.2} [xf^2(x) + 2.2x^3] dx$

**Đáp số :**  $I=59.8250$

**Bài giải**

Đặt  $F(X,Y)=XY^2+2.2X^3$

$h = x_1 - x_0 = 0.2$

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
f(x)	2	3.3	2.4	4.3	5.1	6.2	7.4
k	0	1	2	3	4	5	6
B	1	4	2	4	2	4	1

Nhập vào máy tính

“  $A = A + B \frac{h}{3} F(X,Y) : X = X + h$  ”

A ban đầu bằng 0, X ban đầu bằng  $x_0$ , Y nhập theo bảng.

B	1	ở vị trí đầu và cuối
	2	ở vị trí chẵn ở giữa
	4	ở vị trí lẻ, ở giữa

## Câu 11

Cho bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x + x \sin(x + 2y), x \geq 1 \\ y(1) = 2.4 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 4 xấp xỉ  $y(1.2)$  với bước  $h=0.2$

**Đáp số :**  $y(1.2)=2.8449$

**Bài giải**

Đặt  $f(X,Y)=2X+X\sin(X+2Y)$

$x_0=1; y_0=2.4$

Nhập vào máy tính hàm  $h.f(X,Y)$

“ $0.2(2X+X\sin(X+2Y))$ ”

“CALL”



X	Y	STO
$x_0$	$y_0$	A
$x_0+h\div 2$	$y_0+A\div 2$	B
$x_0+h\div 2$	$y_0+B\div 2$	C
$x_0+h$	$y_0+C$	D

Ta có :

$$y_1 = y_0 + (A+2B+2C+D) \div 6$$

## NHỚ ĐỔI QUA RADIANT

### Câu 12

Cho bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y'''(x) = 4y'' - xy' + 2x^2y + 2; 1 \leq x \leq 1.8 \\ y(1) = 1.2; y'(1) = 1.1; y''(1) = 2.1 \end{cases}$$

Dùng hệ phương trình vi phân cấp 1. Sử dụng công thức Euler, giải gần đúng phương trình vi phân với bước chia  $h=0.2$

**Đáp số :**  $y(1.2)=1.4200$   $y(1.8)=3.041$

#### Bài giải

Đặt  $y_1 = y'$ ;  $y_2 = y'' \rightarrow y_1' = y_2$

$$y_2' = 4y_2 - xy_1 + 2x^2y + 2$$

$$y(1) = 1.2; y_1(1) = 1.1; y_2(1) = 2.1$$

Nhập vào máy tính

“C = Y + hA: D = A + hB: B = B + h(4B - XA + 2X<sup>2</sup>Y + 2): X = X + h: Y = C: A = D”

“CALC”

$$Y \rightarrow y_0 \quad ; \quad A \rightarrow y_{10} \quad ; \quad B \rightarrow y_{20} \quad ; \quad X \rightarrow x_0$$

Lấy kết quả ở “C”

X	1.2	1.4	1.6	1.8
Y	1.4200	1.7240	2.2056	3.041

### Câu 13

$$\begin{cases} y''(x) = 4y' + x^2y = 2.6; 1 \leq x \leq 1.6 \\ y(1) = 0.3; y'(1) = 1.1 \end{cases}$$

Dùng hệ phương trình vi phân cấp 1. Sử dụng công thức Euler cải tiến, giải gần đúng phương trình vi phân với bước chia  $h=0.2$

**Đáp số :**  $y(1.2)=0.6660$   $y(1.6)=3.9626$

### Bài giải

Đặt  $z = y'$ ;  $z' = y'' \rightarrow z(1)=1.1$

$$\begin{cases} y' = z; y(1) = 0.3; z(1) = 1.1 \\ z' = 4z + x^2 y + 2.6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K1y = h z_i \\ K1z = h(4z_i + x_i^2 y_i + 2.6) \\ K2y = h(z_i + K1z) \\ K2z = h(4[z_i + K1z] + x_{i+1}^2 [y + K1y] + 2.6) \\ y_{i+1} = y_i + (K1y + K2y) / 2 \\ z_{i+1} = z_i + (K1z + K2z) / 2 \end{cases}$$

$K1y \rightarrow A$ ;  $K1z \rightarrow B$ ;  $K2y \rightarrow C$ ;  $K2z \rightarrow D$

Nhập vào máy tính( lưu ý máy tính không đủ độ dài nên “0.2” bấm “.2”)

“A=.2M:

B=.2(4M+X<sup>2</sup>Y+2.6):

C=.2(M+B):

X=X+.2:

D=.2(4(M+B)+X<sup>2</sup>(Y+A)+2.6):

Y=Y+(A+C)÷2:

M=M+(B+D)÷2”

“CALC”

$x_0=1 \rightarrow X$ ;  $y_0=0.3 \rightarrow Y$ ;  $z_0=1.1 \rightarrow M$ ;

Lấy kết quả ở “Y”

X	1.2	1.4	1.6
y	0.6660	1.6301	3.9626

## Câu 14(câu này 10 ăn 1 không dễ nuốt, mà hình như chắc chắn có)

Cho bài toán biên tuyến tính cấp 2

$$\begin{cases} xy'' + x^2 y' - 4.6y = 2 + 2(x+2)^2; 0.4 \leq x \leq 1.2 \\ y(0.4) = 0.3; y(1.2) = 2.6 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm  $y(x)$  trên đoạn  $[0.4; 1.2]$  với bước chia  $h=0.2$

**Đáp số :**  $y(0.6) = -0.3821$        $y(0.8) = -0.1215$        $y(1.0) = 0.8932$

### Bài giải

Đặt  $p(x) = x$

$$q(x) = x^2$$

$$r(x) = -4.6$$

$$f(x) = 2 + 2(x+2)^2$$

$$a = 0.4$$

$$b = 1.2$$

$$h = 0.2$$

$$x_1 = a + h = 0.6$$

$$x_2 = a + 2h = 0.8$$

$$x_3 = a + 3h = 1.0$$

$$\alpha = 0.3$$

$$\beta = 2.6$$

Nhập vào máy tính Casio (Không dùng máy vinacal)

“ $A = p(x) \div h^2$  :  $B = q(x) \div 2 \div h$  :  $C = A - B$  :  $r(x) - 2A$  :  $D = A + B$  :  $f(x) - MC - YD$ ”

“CALL”

$$X? \rightarrow x_1 \quad ; \quad M? \rightarrow \alpha; \quad y? \rightarrow 0 \quad (4;5;6)$$

$$X? \rightarrow x_2 \quad ; \quad M? \rightarrow 0 \quad ; \quad y? \rightarrow 0 \quad (3;4;5;6)$$

$$X? \rightarrow x_3 \quad ; \quad M? \rightarrow 0 \quad ; \quad y? \rightarrow \beta \quad (3;4;6)$$

Ta có bảng giá trị

15	0.9	14.1	-34.6(1)	15.9(2)	11.29(3)
20	1.6	18.4(4)	-44.6(5)	21.6(6)	17.68(7)
25	2.5	22.5(8)	-54.6(9)	27.5	-51.5(10)

Lấy các giá trị theo vị trí như trên ráp vào hệ phương trình 3 phương trình:

$$\begin{cases} (1)x + (2)y + 0.z = (3) \\ (4)x + (5)y + (6)z = (7) \\ 0.x + (8)y + (9)z = (10) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ra ta được  $y(0.6)$ ;  $y(0.8)$ ;  $y(1.0)$ , (theo đúng thứ tự)

## Câu 15

Cho hàm  $f(x) = (x^2 + 1)e^{2x} - \ln(x^4 + 2)\sin(3x + 1)$ . Sử dụng sai phân hướng tâm xấp xỉ  $f'(0.7)$ ,  $f''(0.7)$  với bước chia  $h=0.15$ .

**Bài giải**

$$X^* = 0.7$$

Nhập vào máy tính hàm  $f(x)$

$$“(X^2+1)e^{2X} - \ln(X^4+2)\sin(3X+1)”$$

“CALC”

	STO
$X^* + h$	A
$X^* - h$	B
$X^*$	C

Ta có:

$$f'(0.7) = \frac{A - B}{2h}$$

$$f''(0.7) = \frac{A - 2C + B}{h^2}$$



**TÀI LIỆU SƯU TẬP**  
BỞI HCMUT-CNCP