

BÀI TẬP BUỔI 1 - GIẢI TÍCH 2-HK192

Bài 1 Ở các vùng có thời tiết mùa đông khắc nghiệt, *Chỉ số lạnh do gió* thường được sử dụng để mô tả độ khắc nghiệt của cái lạnh. Chỉ số W này là nhiệt độ chủ quan phụ thuộc vào nhiệt độ thực tế T và tốc độ gió v . Vì vậy W là một hàm theo T và v , và ta có thể viết $W = f(T, v)$. Bảng 1 ghi các giá trị của W được thu thập bởi trung tâm khí tượng quốc gia của Mỹ và cơ quan khí tượng Canada.

Table 1 Wind-chill index as a function of air temperature and wind speed

		Wind speed (km/h)										
T	v	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80
	5	4	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-2	-3
Actual temperature (°C)	0	-2	-3	-4	-5	-6	-6	-7	-8	-9	-9	-10
	-5	-7	-9	-11	-12	-12	-13	-14	-15	-16	-16	-17
	-10	-13	-15	-17	-18	-19	-20	-21	-22	-23	-23	-24
	-15	-19	-21	-23	-24	-25	-26	-27	-29	-30	-30	-31
	-20	-24	-27	-29	-30	-32	-33	-34	-35	-36	-37	-38
	-25	-30	-33	-35	-37	-38	-39	-41	-42	-43	-44	-45
	-30	-36	-39	-41	-43	-44	-46	-48	-49	-50	-51	-52
	-35	-41	-45	-48	-49	-51	-52	-54	-56	-57	-58	-60
	-40	-47	-51	-54	-56	-57	-59	-61	-63	-64	-65	-67

- Giá trị $f(-15; 40)$ là bao nhiêu? Nêu ý nghĩa của nó
- Mô tả bằng lời ý nghĩa của câu hỏi "với giá trị nào của v thì $f(-20, v) = -30$?"
- Mô tả bằng lời ý nghĩa của câu hỏi "với giá trị nào của T thì $f(T, 20) = -49$?"
- Ý nghĩa của hàm số $W = f(-5, v)$ là gì? Mô tả trạng thái hàm số này.
- Ý nghĩa của hàm số $W = f(T, 50)$ là gì? Mô tả trạng thái hàm số này.

Bài 2 *Chỉ số nhiệt độ-độ ẩm* I (hoặc viết tắt là chỉ số độ ẩm) là nhiệt độ không khí cảm nhận khi nhiệt độ thực tế là T và độ ẩm tương đối là h , vì vậy ta có thể viết $I = f(T, h)$. Bảng giá trị của I sau đây được trích từ một bảng được biên soạn bởi cục quản lý khí tượng và đại dương Quốc gia.

Table 3 Apparent temperature as a function of temperature and humidity

		Relative humidity (%)					
Actual temperature (°F)	$T \backslash h$	20	30	40	50	60	70
	80	77	78	79	81	82	83
	85	82	84	86	88	90	93
	90	87	90	93	96	100	106
	95	93	96	101	107	114	124
	100	99	104	110	120	132	144

- Giá trị của $f(95; 70)$ là bao nhiêu? Nếu ý nghĩa của nó.
- Với giá trị nào của h thì $f(90, h) = 100$?
- Với giá trị nào của T thì $f(T, 50) = 88$?
- Ý nghĩa của hàm số $I = f(80, h)$ và $I = f(100, h)$ là gì? So sánh trạng thái của hai hàm này theo h .

Bài 3 Một nhà sản xuất đã mô hình hóa hàm sản lượng hàng năm P (trị giá của toàn bộ sản lượng tính theo triệu đôla) như một hàm Cobb-Douglas.

$$P(L, K) = 1.47L^{0.65}K^{0.35}$$

trong đó L là số lượng giờ lao động (theo nghìn) và K là vốn đầu tư (triệu đôla). Tìm $P(120; 20)$ và giải thích nó.

Bài 4 Một mô hình tính diện tích bề mặt của cơ thể con người được cho bởi hàm số

$$S = f(w, h) = 0.1091w^{0.425}h^{0.725}$$

trong đó w là cân nặng (pound), h là chiều cao (inch) và S được tính bằng feet vuông.

- Tìm $f(160; 70)$ và giải thích nó.
- Diện tích bề mặt của cơ thể bạn là bao nhiêu?

Bài 5 Chỉ số lạnh W được nhắc đến trong bài 1 được mô hình hóa bởi hàm số:

$$W(T, v) = 13.12 + 0.6215T - 11.37v^{0.16} + 0.3965Tv^{0.16}$$

Kiểm tra xem mô hình này có khớp với các giá trị trong bảng 1 (bài 1) với một vài giá trị T và V không?

Bài 6 Chiều cao h của sóng biển phụ thuộc vào tốc độ của gió v và thời lượng t mà gió thổi tại tốc độ gió. Giá trị của hàm $h = f(v, t)$ được ghi trong bảng sau (đvt: feet)

Table 4

		Duration (hours)						
Wind speed (knots)	t	5	10	15	20	30	40	50
	10	2	2	2	2	2	2	2
	15	4	4	5	5	5	5	5
	20	5	7	8	8	9	9	9
	30	9	13	16	17	18	19	19
	40	14	21	25	28	31	33	33
	50	19	29	36	40	45	48	50
	60	24	37	47	54	62	67	69

- Giá trị $f(40, 15)$ là bao nhiêu? Ý nghĩa của nó là gì?
- Ý nghĩa của hàm $h = f(30, t)$ là gì? Mô tả trạng thái của hàm số này.
- Ý nghĩa của hàm $h = f(v, 30)$ là gì? Mô tả trạng thái của hàm số này.

Bài 7 Một công ty sản xuất hộp các-tông với kích cỡ: nhỏ, vừa và lớn. Làm một hộp nhỏ chi phí \$2.50, một hộp vừa là \$4.00 và một hộp lớn là \$4.450. Chi phí cố định là \$8000.

- Biểu diễn chi phí sản xuất x hộp nhỏ, y hộp vừa và z hộp lớn như một hàm ba biến:
 $C = f(x, y, z)$
- Tìm $f(3000, 5000, 4000)$ và giải thích nó.
- Xác định miền của f ?

Bài 8 Cho $g(x, y) = \cos(x + 2y)$

- Tính $g(2; -1)$
- Tìm miền xác định của g .
- Tìm miền giá trị của g .

Bài 9 Cho $F(x, y) = 1 + \sqrt{4 - y^2}$

- Tính $F(3; 1)$
- Tìm và vẽ miền xác định của F .

c. Tìm miền giá trị của F .

Bài 10 Cho $f(x, y, z) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \ln(4 - x^2 - y^2 - z^2)$

a. Tính $f(1, 1, 1)$

b. Tìm và mô tả miền xác định của f .

Bài 11 Cho $g(x, y, z) = x^3 y^2 z \sqrt{10 - x - y - z}$

a. Tính $g(1, 2, 3)$

b. Tìm và mô tả miền xác định của g

Bài 12 Tìm và vẽ miền xác định của các hàm sau:

1. $f(x, y) = \sqrt{2x - y}$

2. $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - 9y^2)$

3. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$

4. $f(x, y) = \sqrt{y} + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

5. $f(x, y) = \frac{\sqrt{y - x^2}}{1 - x^2}$

6. $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 2)$

7. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$

8. $f(x, y) = \ln(16 - 4x^2 - 4y^2 - z^2)$

Bài 13 Vẽ đồ thị của các hàm số:

1. $f(x, y) = 1 + y$

2. $f(x, y) = 10 - 4x - 5y$

3. $f(x, y) = y^2 + 1$

4. $f(x, y) = 9 - x^2 - 9y^2$

5. $f(x, y) = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$

6. $f(x, y) = 2 - x$

7. $f(x, y) = e^{-y}$

8. $f(x, y) = 1 + 2x^2 + 2y^2$

9. $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$

Bài 14 Ghép các hàm số phù hợp với đồ thị của nó (I-VI). Giải thích cho sự lựa chọn của bạn.

a. $f(x, y) = |x| + |y|$

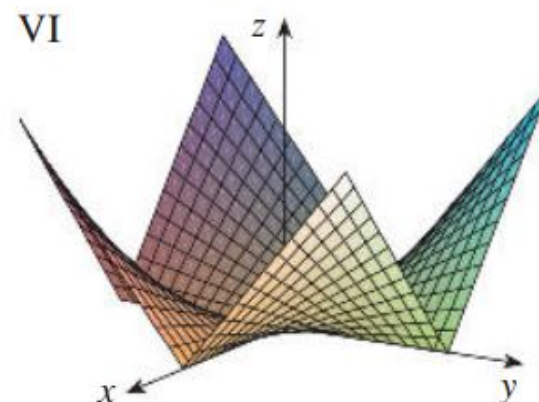
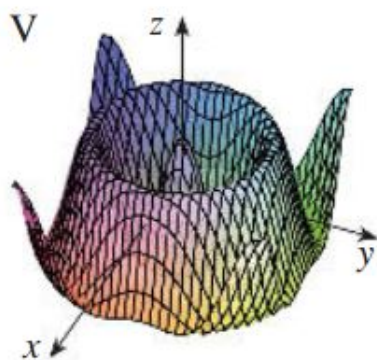
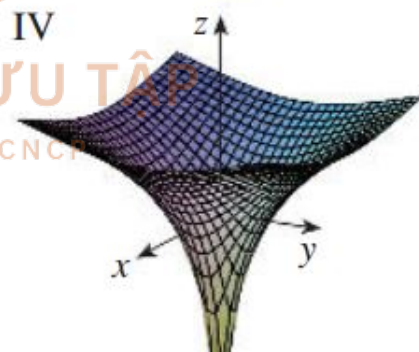
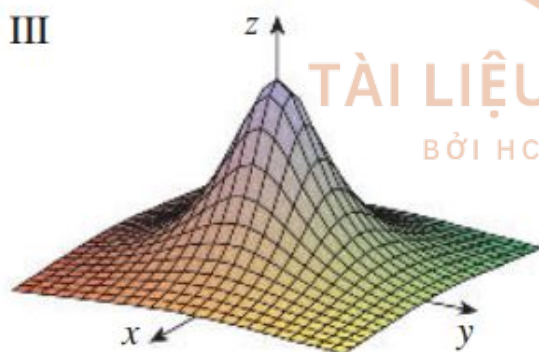
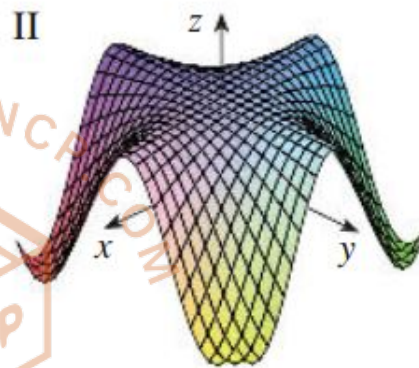
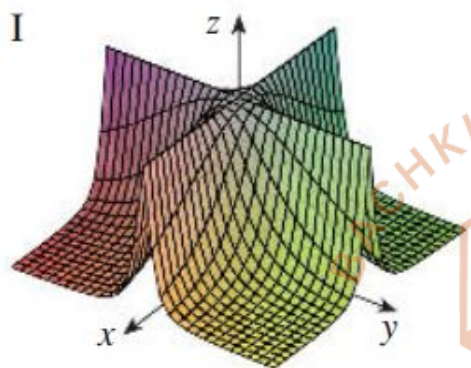
b. $f(x, y) = |xy|$

c. $f(x, y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$

d. $f(x, y) = (x^2 - y^2)^2$

e. $f(x, y) = (x - y)^2$

f. $f(x, y) = \sin(|x| + |y|)$



Bài 15 Một công ty sản xuất hộp các tông ba kích thước: Nhỏ, vừa và lớn. Làm một hộp nhỏ chỉ phí \$2.50, một hộp vừa là \$4.00 và một hộp lớn là \$4.50. Chi phí cố định là \$8000.

- Biểu diễn chi phí sản xuất x hộp nhỏ, y hộp vừa và z hộp lớn như một hàm ba biến:
 $C = f(x, y, z)$.
- Tìm $f(3000, 5000, 7000)$ và giải thích nó.
- Xác định miền của f ?

Bài 16 Cho $g(x, y) = \cos(x + 2y)$.

- Tính $g(2, -1)$
- Tìm miền xác định của g
- Tìm miền giá trị của g ?

Bài 17 Cho $F(x, y) = 1 + \sqrt{4 - y^2}$

- Tính $F(3, 1)$
- Tìm và vẽ miền xác định của F
- Tìm miền giá trị của F ?

Bài 18 Cho $f(x, y, z) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \ln(4 - x^2 - y^2 - z^2)$.

- Tính $f(1, 1, 1)$
- Tìm và mô tả miền xác định của f

Bài 19 Cho $g(x, y, z) = x^3 y^2 z \sqrt{10 - x - y - z}$.

- Tính $g(1, 2, 3)$
- Tìm và mô tả miền xác định của g

Bài 20 Tìm và vẽ miền xác định của hàm.

- $f(x, y) = \sqrt{2x - y}$.
- $f(x, y) = \sqrt{xy}$.
- $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - 9y^2)$.
- $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$.
- $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$.
- $f(x, y) = \sqrt{y} + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$.

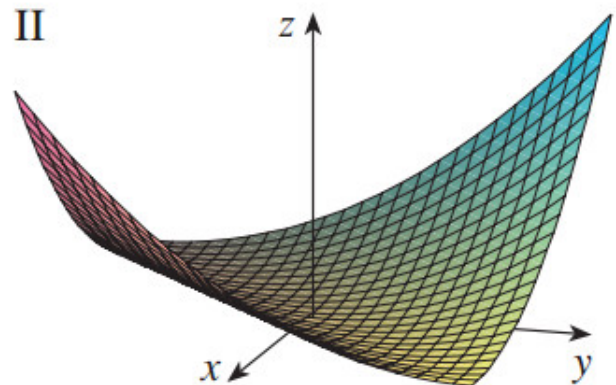
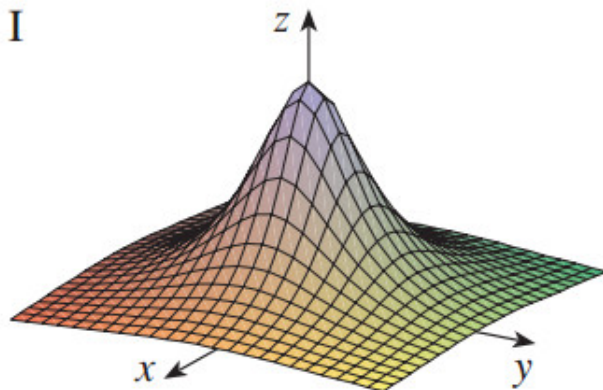
7. $f(x, y) = \frac{\sqrt{y - x^2}}{1 - x^2}$.
8. $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 2)$.
9. $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$.
10. $f(x, y, z) = \ln(16 - 4x^2 - 4y^2 - z^2)$.

Bài 21 Vẽ đồ thị của hàm số

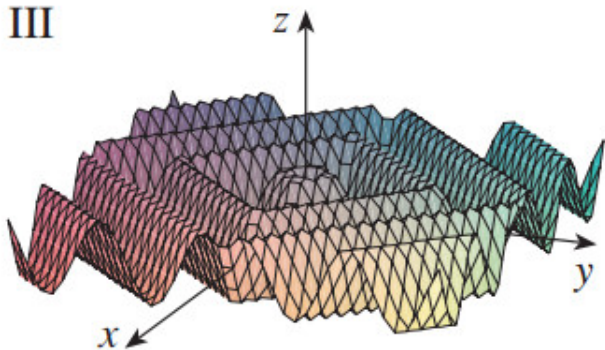
1. $f(x, y) = 1 + y$.
2. $f(x, y) = 2 - x$.
3. $f(x, y) = 10 - 4x - 5y$.
4. $f(x, y) = e^{-y}$.
5. $f(x, y) = y^2 + 1$.
6. $f(x, y) = 1 + 2x^2 + 2y^2$.
7. $f(x, y) = 9 - x^2 - 9y^2$.
8. $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$.
9. $f(x, y) = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$.

Bài 22 Ghép các hàm số phù hợp với đồ thị của nó (I-VI). Giải thích sự lựa chọn của bạn.

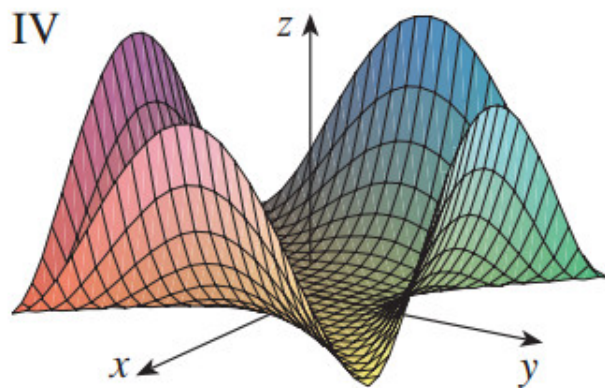
- a. $f(x, y) = |x| + |y|$.
- b. $f(x, y) = |xy|$.
- c. $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$.
- d. $f(x, y) = (x - y)^2$.
- e. $f(x, y) = (x^2 - y^2)^2$.
- f. $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$.



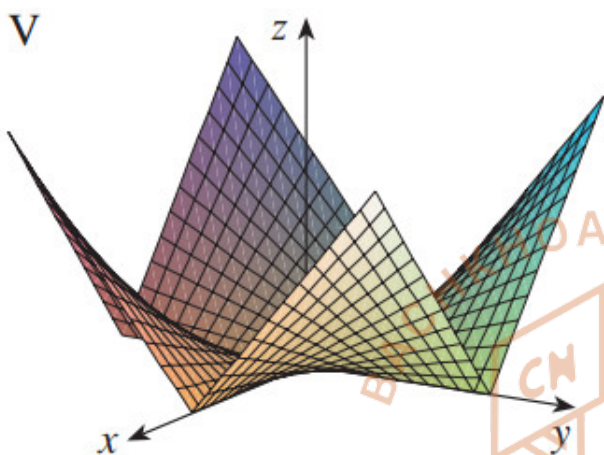
III



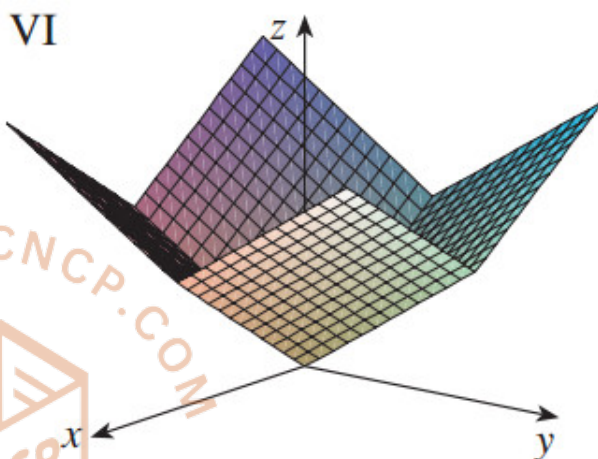
IV



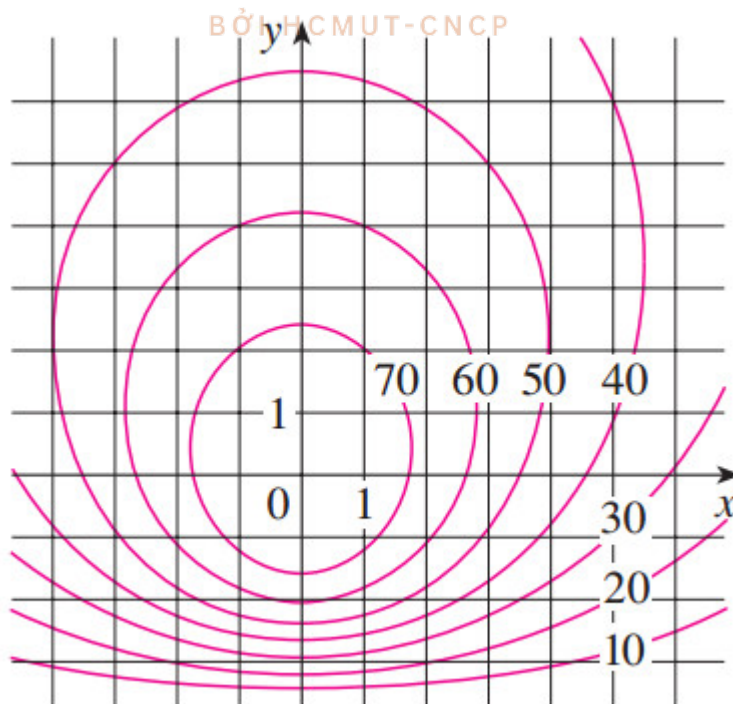
V



VI



Bài 23 Dưới đây là biểu đồ đường mức của hàm f . Sử dụng nó để ước tính các giá trị $f(-3, 3)$ và $f(3, 2)$. Bạn có thể nói gì về hình dạng của đồ thị đó?



BÀI TẬP GIÁO TRÌNH

Bài 24 Tìm miền xác định của hàm số sau :

a. $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}}$

b. $z = \ln(xy)$.

c. $z = \frac{1}{9-x^2-y^2}$.

d. $z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$.

e. $z = \arcsin\left(\frac{y-1}{x}\right)$.

f. $z = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}$.

g. $z = \sqrt{9-x^2-y^2} + \sqrt{x^2+y^2-4}$.

Bài 25 Tìm phương trình đường đẳng trị của hàm số $z = f(x,y)$ đi qua điểm P.

a. $z = x^2 + 2xy + y^2 - x + y, P(1, 2)$

b. $z = x^2 - y^2 + 2x - 4y, P(2, -1)$

Bài 26 Cho mặt bậc hai $x^2 + 2y^2 + 2z = 1$. Đây là mặt gì?

a. Mặt trụ parabol.

b. Mặt trụ tròn.

c. Mặt cầu.

d. Paraboloid Elliptic.

Bài 27 Cho mặt bậc hai $z + x^2 + y^2 + 2x = 3$. Đây là mặt gì?

a. Mặt trụ

b. Nửa mặt cầu

c. Ellipsoid

d. Paraboloid Elliptic

Bài 28 Cho mặt bậc hai $z + x^2 + 3x = 4$. Đây là mặt gì?

a. Mặt nón

b. Paraboloid Elliptic

c. Mặt trụ parabol

d. Nửa mặt cầu.

Bài 29 Cho mặt bậc hai $\sqrt{4-x^2-z^2} + y = 1$. Đây là mặt gì?

a. Nửa Ellipsoid

b. Mặt trụ

c. Paraboloid Elliptic

d. Nửa mặt cầu

Bài 30 Cho mặt bậc hai $y + \sqrt{4x^2 + z^2} + 2 = 0$. Đây là mặt gì?

a. Mặt trụ

b. Paraboloid Elliptic

c. Nửa mặt cầu.

d. Mặt nón một phía.

Bài 31 Nhận dạng mặt bậc hai sau:

1. $x = y^2 + 4z^2$
2. $x^2 = y^2 + 4z^2$
3. $-x^2 + 4y^2 - z^2 = 4$
4. $36x^2 + y^2 + 36z^2 = 36$
5. $y = z^2 - x^2$
6. $9x^2 - y^2 + x^2 = 0$
7. $25x^2 + 4y^2 + z^2 = 100$
8. $4x^2 + 9y^2 + z = 0$
9. $4x^2 - 16y^2 + z^2 = 16$
10. $x = y^2 - z^2$
11. $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$
12. $x^2 - y^2 + z^2 = 1$
13. $y = 2x^2 + z^2$
14. $x^2 + 2z^2 = 1$
15. $9x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$
16. $-x^2 + y^2 - z^2 = 1$
17. $y^2 = x^2 + 2z^2$
18. $y = x^2 - z^2$

