

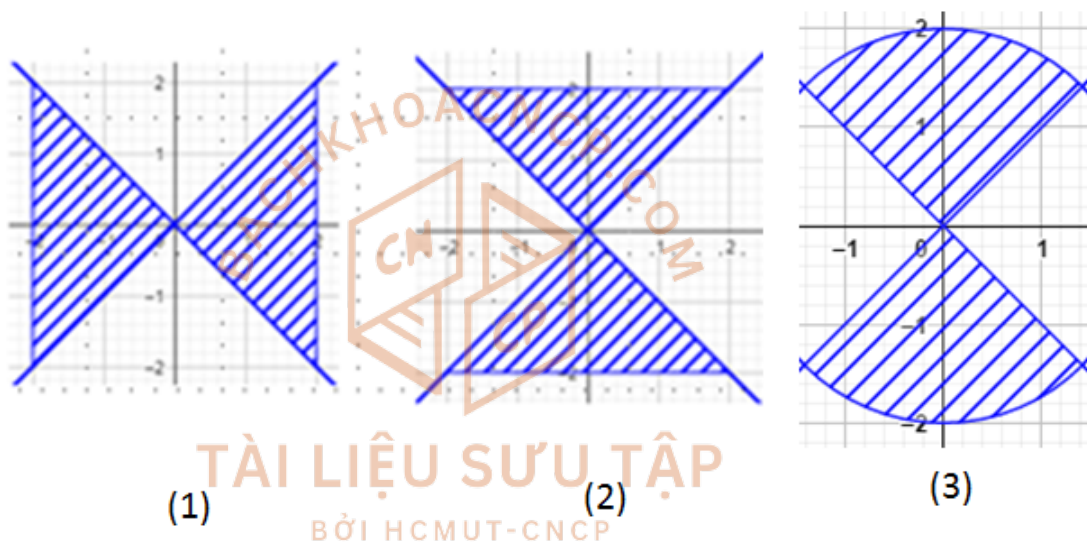
**Câu 1.** Cho các hàm  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $h(x, y) = 2 - x^2 - y^2$ . Đồ thị của hàm nào có giao tuyến với mặt phẳng  $(P) : z = 1$  KHÔNG là đường tròn  $x^2 + y^2 = 1$

- A. Một hàm khác.      B. Hàm  $f(x, y)$       C. Hàm  $g(x, y)$       D. Hàm  $h(x, y)$

**Câu 2.** Tính tích phân hàm  $f(x, y) = y$  trên miền  $D$  được giới hạn bởi  $y = 0$ ,  $y = \sqrt{2x - x^2}$ ,  $y = \sqrt{4x - x^2}$  ta được kết quả là:

- A.  $\frac{7}{2}$       B.  $-\frac{14}{3}$       C.  $\frac{14}{3}$       D.  $-\frac{7}{2}$

**Câu 3.** Hình vẽ (không tính gốc tọa độ  $O(0, 0)$ ) miền xác định  $D$  của hàm  $f(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{y^2}} + \sqrt{4 - y^2}$  là miền nào dưới đây?



- A. Hình 3      B. Hình 1      C. Hình 2      D. Một hình khác

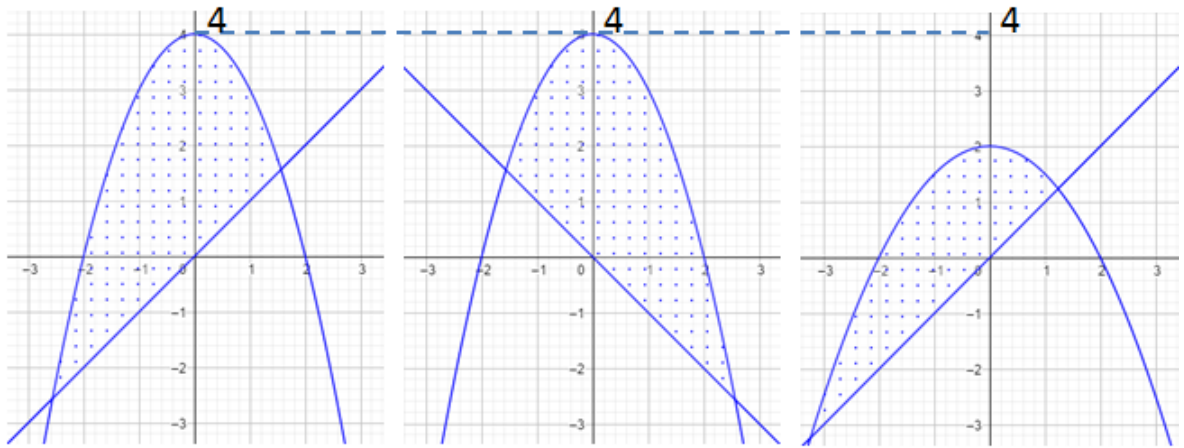
**Câu 4.** Phương trình  $x^2 - y^2 - 3x + 2z - 1 = 0$  mô tả mặt bậc hai nào sau đây?

- A. Hyperboloid 1 tầng.      B. Trụ hyperbolic.      C. Hyperboloid 2 tầng.      D. Paraboloid hyperbolic.

**Câu 5.** Tính  $I = \iint_D 2x dx dy$  với  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = 0$ ,  $y = 4x + 5$ ,  $x = -\sqrt{y}$

- A.  $-\frac{37}{48}$       B.  $\frac{37}{48}$       C.  $-\frac{37}{16}$       D.  $\frac{37}{16}$

**Câu 6.** Hình vẽ dưới đây là miền xác định của các hàm  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - 2y} + \ln(y - x)$ ,  $h(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y} + \ln(y - x)$ ,  $g(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y} + \ln(y + x)$ . Xác định miền xác định theo thứ tự từ trái qua phải là của các hàm:



- A.  $f, h, g$       B.  $f, g, h$       C.  $h, g, f$       D.  $h, f, g$

**Câu 7.** Cho tích phân  $I = \iint_D (2x - y) dx dy$  với  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq -x, \sqrt{3}x \leq y \leq 0\}$ . Viết cận

tích phân  $I$  trong tọa độ cực bằng cách đổi biến  $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ .

- A.  $I = \int_{\pi}^{4\pi/3} d\varphi \int_0^{\cos \varphi} r^2 (2 \cos \varphi - \sin \varphi) dr$       B.  $I = \int_{2\pi/3}^{\pi} d\varphi \int_0^{-\cos \varphi} r^2 (2 \cos \varphi - \sin \varphi) dr$   
C.  $I = \int_{\pi}^{4\pi/3} d\varphi \int_0^{-\cos \varphi} r^2 (2 \cos \varphi - \sin \varphi) dr$       D. Các câu khác sai

**Câu 8.** Mặt bậc hai nào có các đường mức trên mặt phẳng  $Oxy$  thỏa mãn phương trình dưới đây?

$$x^2 + 3y^2 + 2x - 7 = k, k \geq -8$$

- A. Trụ elliptic.      B. Hyperboloid elliptic.      C. Ellipsoid.  
D. Paraboloid elliptic.

**Câu 9.** Tính  $I = \iint_D (2y + 1) dx dy$ , với  $D$  giới hạn bởi các đường cong  $x + y - 2 = 0, x + \sqrt{4 - y} = 0, y = 0$

- A. 18.7      B. 187      C. 17.8      D. 178

**Câu 10.** Mùa đông ở các nước xứ lạnh, tuyết tan thành các giọt nước rơi xuống từ mái nhà, sau đó lại đông lại tạo thành các cột băng nhọn trên mái nhà. Một cột băng hình nón ngược có bán kính đáy là 2 cm, chiều cao là 10 cm đang tan dần. Dùng vi phân để ước lượng sự thay đổi thể tích của cột băng đang tan khi bán kính giảm xuống 1.98 cm và chiều cao giảm xuống 9.97 cm.

- A.  $-2.8903 \text{ cm}^3$       B.  $-0.4817 \text{ cm}^3$       C. Tất cả các câu khác đều sai  
D.  $-0.9634 \text{ cm}^3$

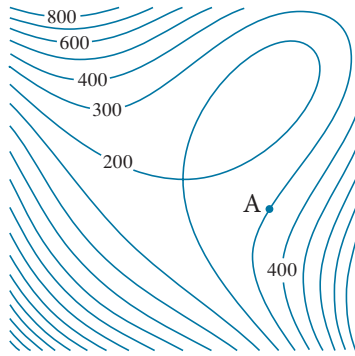
**Câu 11.** Tìm khối lượng  $m$  của bản phẳng  $D$  được giới hạn bởi  $y = \sqrt{2x - x^2}, y = \sqrt{4 - x^2}, y = x, x = 0$ , biết hàm mật độ tại mọi điểm trên  $D$  là  $\rho(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Bỏ qua đơn vị tính của khối lượng, chọn đáp án đúng

- A.  $m = \frac{(\pi - 2)\sqrt{2}}{8}$       B.  $m = \frac{(\pi + 2)\sqrt{2}}{8}$       C.  $m = \frac{\pi + 1}{2}$       D.  $m = \frac{\pi - 1}{2}$

- Câu 12.** Cho hàm số  $f(x, y) = x^2 + y^2$ . Đường mức của hàm số  $f$  ứng với độ cao  $z = 4$  có dạng đường nào?  
 A. Đường tròn      B. Đường thẳng      C. Đường parabol      D. Đường hyperbol
- Câu 13.** Một cái hộp có chiều dài  $x$  (m), chiều rộng  $y$  (m) và chiều cao  $z$  (m). Tại một thời điểm xác định,  $x = 3$  (m) và  $y = z = 2$  (m),  $y$  và  $z$  tăng với tốc độ 2 (m/s) trong khi  $x$  giảm với tốc độ 1 (m/s). Tại thời điểm đó, tốc độ biến thiên của diện tích xung quanh (không tính đáy và nắp hộp) là  
 A. Tăng 22 (m<sup>2</sup>/s)      B. Giảm 24 (m<sup>2</sup>/s)      C. Tăng 24 (m<sup>2</sup>/s)      D. Giảm 22 (m<sup>2</sup>/s)
- Câu 14.** Đặt một đĩa phẳng kim loại trong một hệ trục tọa độ  $Oxy$ . Nhiệt độ tại mỗi điểm trên đĩa được cho bởi công thức:  $T(x, y) = x^2 + xy^2$ . Trên đĩa có 1 hạt tìm nhiệt được thiết kế để luôn di chuyển theo hướng nhiệt tăng nhanh nhất. Khi đặt hạt tại điểm  $M(1, 2)$ , nó sẽ di chuyển theo hướng nào?  
 A.  $\vec{i} + 2\vec{j}$       B.  $\vec{i} - \vec{j}$       C.  $-2\vec{i} + 3\vec{j}$       D.  $3\vec{i} + 2\vec{j}$
- Câu 15.** Cho hàm  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ . Tìm đẳng thức SAI.  
 A.  $f'_x(1, 0) + f'_y(1, 0) = 1$       B.  $yf'_x - xf'_y = -1$       C.  $xf'_x + yf'_y = 1$   
 D.  $xf'_x + yf'_y = 0$
- Câu 16.** Điện thế tại một điểm  $(x, y)$  được cho bởi  $V(x, y) = \frac{4}{\sqrt{6-x^2-y^2}}$ . Hãy dùng vi phân để xấp xỉ sự thay đổi của điện thế, khi di chuyển từ điểm có tọa độ  $(1, 1)$  sang điểm có tọa độ  $(1.01, 0.98)$ .  
 A.  $-0.005$       B.  $0.015$       C.  $0.005$       D.  $-0.015$
- Câu 17.** Tìm khối lượng  $m$  của bản phẳng  $D$  được giới hạn bởi  $3x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \leq 0$ , biết hàm mật độ tại điểm  $(x, y)$  trên  $D$  là  $\rho(x, y) = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ . Bỏ qua đơn vị tính của khối lượng, chọn đáp án đúng  
 A.  $m = \frac{\pi}{2}$       B.  $m = \frac{\pi}{4}$       C.  $m = \frac{3\pi}{2}$       D.  $m = \frac{3\pi}{4}$
- Câu 18.** Tính tích phân  $I = \iint_D (y+1) dx dy$  với  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x\}$ . Chọn câu trả lời đúng.  
 A.  $-\frac{\pi}{4}$       B.  $1 - \frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$
- Câu 19.** Cho hàm số  $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ . Đường mức của hàm số  $f$  ứng với độ cao  $z = 1$  có dạng đường nào?  
 A. Đường tròn      B. Đường thẳng      C. Đường parabol      D. Đường ellipse
- Câu 20.** Một nghiên cứu về học tập được thực hiện như sau: đầu tiên người tham gia nghiên cứu được cho  $x$  phút để đọc 1 danh sách các sự kiện. Sau đó danh sách được mang đi và người này được cho  $y$  phút để nhớ lại các sự kiện trên danh sách đó. Điểm số người tham gia này được cho dưới dạng hàm số:  

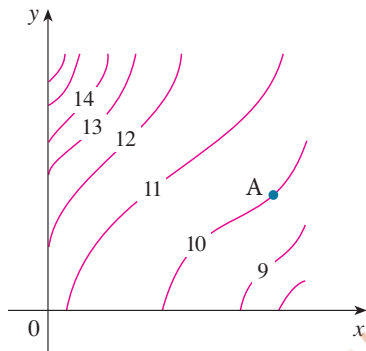
$$f(x, y) = -x^2 + xy + 10x - y^2 + y + 15$$
  
 Hãy cho biết cần bao nhiêu thời gian để đọc và nhớ lại các sự kiện thì người tham gia kiểm tra này sẽ đạt điểm số cao nhất.  
 A. 7 phút đọc và 4 phút nhớ lại.      B. 10 phút đọc và 2 phút nhớ lại.  
 C. 6 phút đọc và 4 phút nhớ lại.      D. 7 phút đọc và 7 phút nhớ lại.
- Câu 21.** Cho hàm  $f(x, y, z) = x^3y + 2x - 3y + z^2$  và các điểm  $M_0(1, 2, -1), A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 3)$ . Tìm đạo hàm của  $f$  tại điểm  $M_0$  theo hướng vecto  $\vec{u}$  biết vecto  $\vec{u}$  tạo với các vecto  $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$  những góc nhọn bằng nhau.  
 A.  $\sqrt{3}$       B.  $4\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $2\frac{\sqrt{3}}{3}$       D. 1
- Câu 22.** Cho hàm  $f(x, y, z) = x^2y + 2y^2 - 3x + 1$  và các điểm  $M(1, 2), A(1, 3), B(2, 2)$ . Tìm đẳng thức sai.  
 A.  $f'_{\vec{MA}}(M) = 9$       B.  $f'_{\vec{MA}}(M) = 1$       C.  $f'_{\vec{MB}}(M) = 1$       D.  $\nabla f(M) = (1, 9)$

**Câu 23.** Cho điểm  $A$  và bản đồ đường mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Giá trị của  $f(A)$  là?



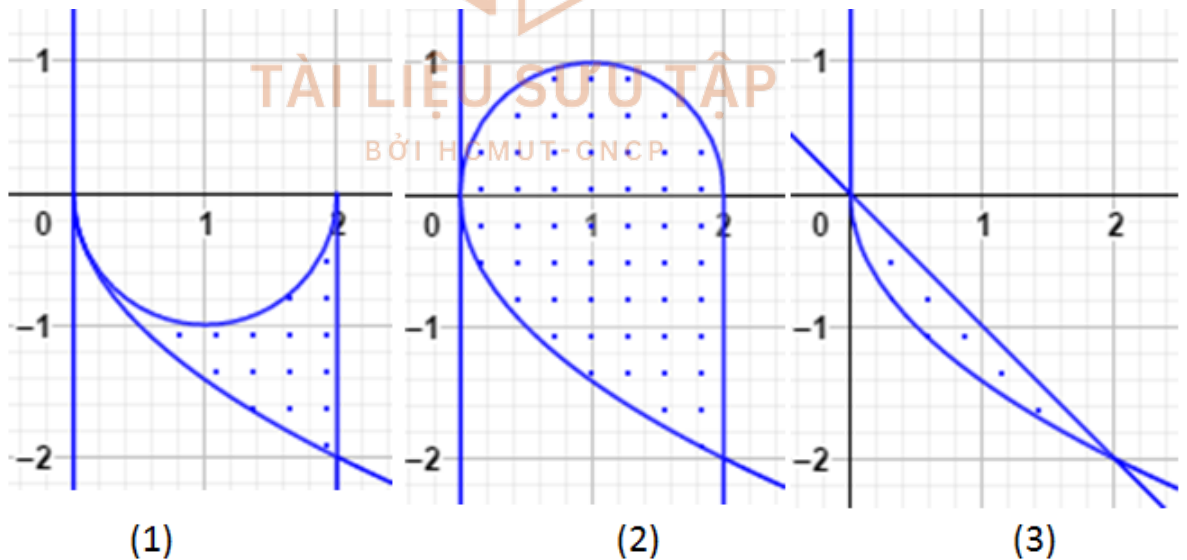
- A. 200      B. 300      C. 400      D. 500.

**Câu 24.** Cho điểm  $A$  và bản đồ mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Giá trị của  $f(A)$  là?



- A. 10      B. 11      C. 9      D. 12.

**Câu 25.** Cho tích phân  $I = \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ . Miền lấy tích phân là hình nào dưới đây?



- A. (2)      B. (1)      C. (3)      D. Một hình khác

**Câu 26.** Cho hàm  $f = f(x, y) = x^2 - y^2 + 2x + y$ . Tìm tất cả các điểm  $M_0(x_0; y_0)$  mà tốc độ thay đổi nhanh nhất của hàm tại những điểm đó là theo hướng của vectơ  $\vec{u} = (2; 1)$ .

- A.  $M_0$  thuộc đường thẳng  $x + 2y = 0$       B.  $M_0$  thuộc đường thẳng  $2x + 3y = 0$   
C.  $M_0$  thuộc đường tròn  $x^2 + y^2 = 4$       D.  $M_0$  thuộc đường ellipse  $x^2 + 4y^2 = 4$

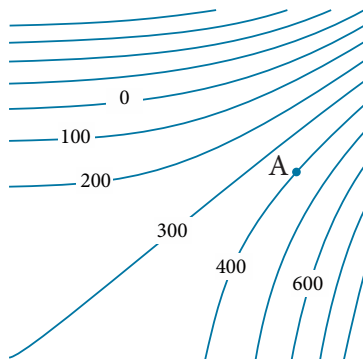
**Câu 27.** Người ta dự định làm 1 rạp xiếc bằng cách xây 4 bức tường dọc theo 4 cạnh hình chữ nhật chiều rộng  $x = 10\text{ m}$ , chiều dài  $y = 15\text{ m}$  với mái vòm che có diện tích được cho bởi  $S(x, y) = \frac{\pi}{2}xy$ . Khi dùng vi phân của hàm  $S(x, y)$  để ước lượng sự thay đổi của diện tích mái vòm thì thấy diện tích mái sẽ giảm đi khoảng 5.4978 mét vuông nếu thay đổi  $x$  và giảm  $y$  xuống còn 14.8 mét. Tìm sự thay đổi của chiều rộng  $x$ .

- A. tăng 0.1 mét      B. giảm 0.1 mét      C. giảm 0.3667 mét      D. tăng 0.3667 mét

**Câu 28.** Tính  $I = \iint_D y dx dy$  với  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = 2, y = x - 2, y = \sqrt{4 - x^2}$

- A. 4      B. -4      C.  $\frac{28}{3}$       D.  $-\frac{28}{3}$

**Câu 29.** Cho điểm  $A$  và bản đồ mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Giá trị của  $f(A)$  là?



- A. 200      B. 500      C. 300      D. 400

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x, y) = 4 + x^2 + 3y^2$ . Đường mức của hàm số  $f$  ứng với độ cao  $z = 5$  có dạng đường nào?

- A. Đường ellipse      B. Đường thẳng      C. Đường parabol      D. Đường hyperbol

**Câu 31.** Một cái hộp có chiều dài  $x$  (m), chiều rộng  $y$  (m) và chiều cao  $z$  (m). Tại một thời điểm xác định,  $x = 3$  (m) và  $y = z = 2$  (m),  $y$  và  $z$  tăng với tốc độ 2 (m/s) trong khi  $x$  giảm với tốc độ 1 (m/s). Tại thời điểm đó, tốc độ biến thiên của thể tích là

- A. Tăng 28 (m<sup>3</sup>/s)      B. Giảm 20 (m<sup>3</sup>/s)      C. Tăng 20 (m<sup>3</sup>/s)      D. Giảm 28 (m<sup>3</sup>/s)

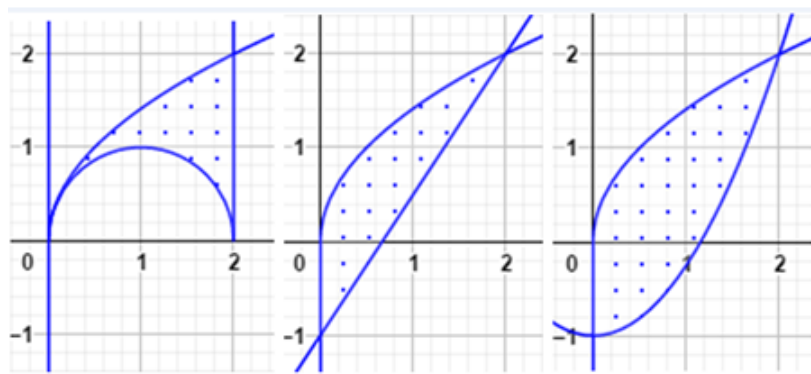
**Câu 32.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm  $z = xy^2$  trong miền  $D$  được cho bởi:  $x^2 + y^2 \leq 3, x \geq 0, y \geq 0$ .

- A. Các câu khác SAI      B.  $2\sqrt{3}$       C. 3      D. 2

**Câu 33.** Gọi  $A$  là đạo hàm của hàm  $f = f(x, y)$  tại điểm  $M_0(x_0, y_0)$  theo hướng của vectơ  $\vec{i} = (1, 0)$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Các câu khác sai.      B.  $A = \frac{\partial f}{\partial x}(M_0)$       C.  $A = \frac{\partial f}{\partial y}(M_0)$       D.  $A = -\frac{\partial f}{\partial x}(M_0)$

**Câu 34.** Cho tích phân  $I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$ . Miền lấy tích phân là hình nào dưới đây?



Hình 1

Hình 2

Hình 3

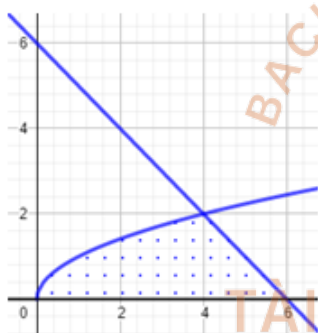
A. (2)

B. (1)

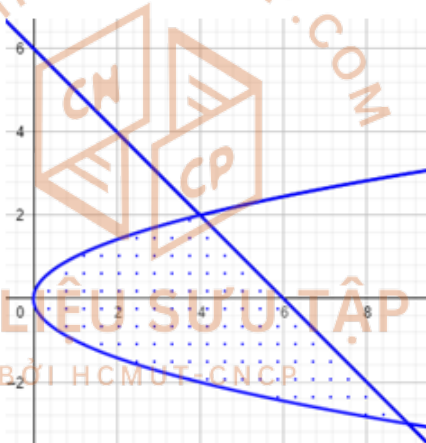
C. (3)

D. Một hình khác

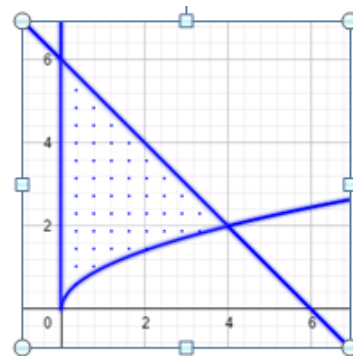
**Câu 35.** Cho tích phân  $I = \int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^{6-x} f(x, y) dy$ . Miền lấy tích phân là hình nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

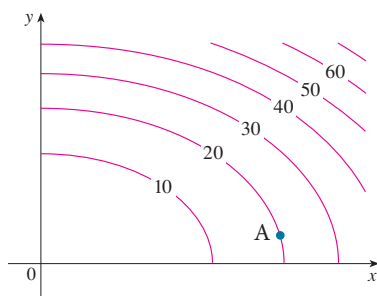
A. Một hình khác

B. Hình 3

C. Hình 2

D. Hình 1

**Câu 36.** Cho điểm A và bản đồ mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Giá trị của  $f(A)$  là?



A. 30

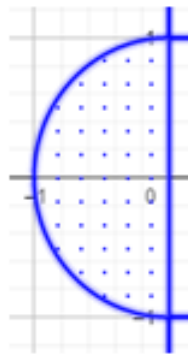
B. 40

C. 50.

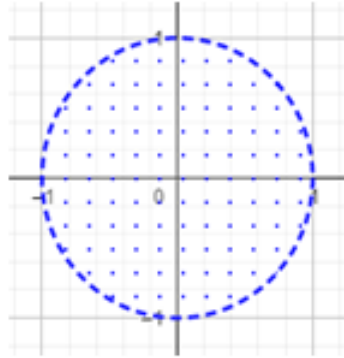
D. 20



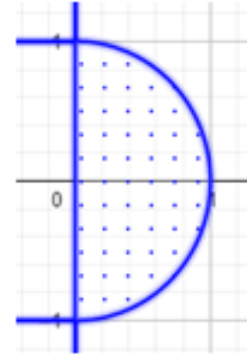
**Câu 37.** Miền xác định của hàm  $f(x, y) = \sqrt{\frac{|x|}{1-x^2-y^2}}$  có hình vẽ là hình nào dưới đây?



Hình 1



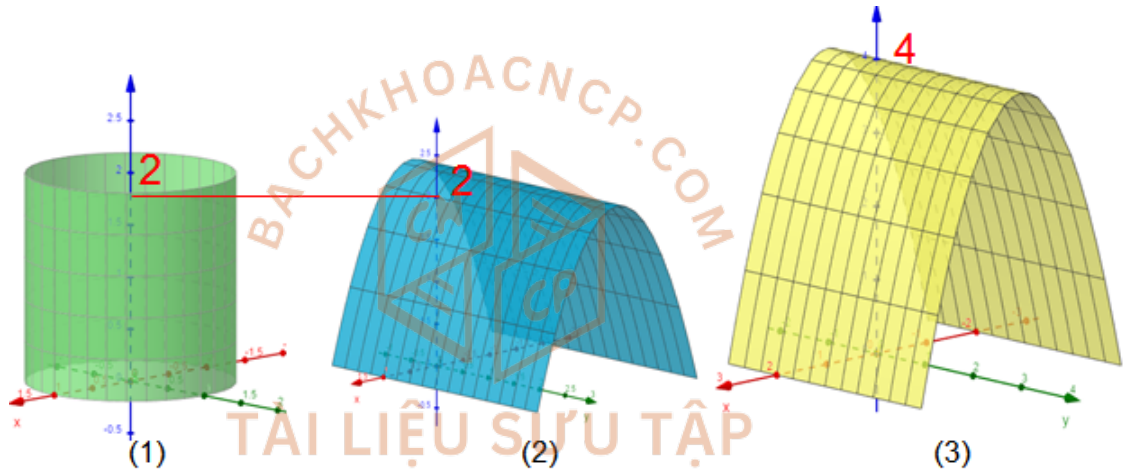
Hình 2



Hình 3

- A. Hình 3      B. Hình 1      C. Hình 2      D. Một hình khác

**Câu 38.** Hàm  $f(x, y) = 2 - x^2 - x$  có đồ thị là mặt cong nào dưới đây?



- A. Các câu khác đều sai.      B. Mặt (3)      C. Mặt (1)      D. Mặt (2)

**Câu 39.** Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt trụ paraboloid  $y + z^2 - 2 = 0$  tại điểm  $M_0(1, -2, 2)$ .

- A.  $y + 4z - 6 = 0$       B.  $y + 2z - 2 = 0$       C.  $x + y + 4z - 6 = 0$       D. Các câu khác SAI

**Câu 40.** Tìm khối lượng  $m$  của bản phẳng  $D$  được giới hạn bởi  $y = x^2, y = 2 - x$ , biết hàm mật độ tại điểm  $(x, y)$  trên  $D$  là  $\rho(x, y) = 2 - x$ . Bỏ qua các đơn vị tính, chọn đáp án đúng

- A.  $m = 10.25$       B.  $m = 11.25$       C.  $m = 8.25$       D.  $m = 4.25$

**Câu 41.** Cho hàm  $f(x, y) = \ln(e^x + e^y)$ . Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $f'_x - f'_y = 1$       B.  $f'_x + 2f'_y = 1$       C.  $f'_x + f'_y = 1$       D. Các câu khác sai

**Câu 42.** Mặt bậc hai nào được mô tả bởi phương trình dưới đây?

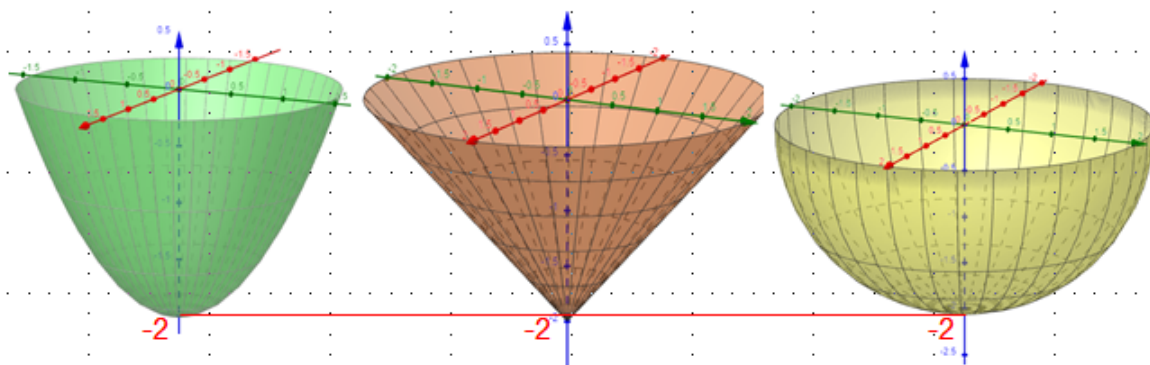
$$x - \sqrt{y^2 + z^2 - 2z + 1} = 0$$

- A. Ellipsoid.      B. Paraboloid elliptic.      C. Hyperboloid một tầng.  
D. Nón một phía.

**Câu 43.** Biết tiếp diện của mặt paraboloid elliptic  $z = x^2 + y^2$  tại điểm  $M$  có vecto pháp tuyến là  $\vec{n} = (2, 4, -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$ ?

- A.  $M(1, 2, 5)$       B.  $M(-1, -2, 5)$       C.  $M(1, -2, 5)$       D.  $M(-1, 2, 5)$

**Câu 44.** Cho 3 hàm  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2$ ,  $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - 2$ ,  $h(x, y) = -\sqrt{4 - (x^2 + y^2)}$  và đồ thị của các hàm đó dưới đây. Hãy xác định đồ thị theo thứ tự từ trái qua phải là của các hàm:



- A.  $f, h, g$       B.  $g, f, h$       C.  $h, f, g$       D.  $f, g, h$

**Câu 45.** Cho tích phân  $I = \iint_D (x + y) dx dy$  với  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 2y, y \leq -x\}$ . Tìm đẳng thức

SAI.

- A.  $I = \int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{1+\sqrt{1-x^2}} (x + y) dy$       B.  $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{-y} (x + y) dx$   
C.  $I = \int_{-1}^0 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{-x} (x + y) dy$       D.  $I = \int_{3\pi/4}^{\pi} d\varphi \int_0^{2\sin\varphi} r^2 (\cos\varphi + \sin\varphi) dr$

**Câu 46.** Một cửa hàng bán thực phẩm đóng hộp có bán 2 loại cá hộp. Giá nhập vào loại 1 là 40 ngàn đồng 1 hộp và loại 2 là 30 ngàn đồng 1 hộp. Ước tính của cửa hàng, nếu bán loại 1 với giá  $x$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 giá  $y$  ngàn đồng 1 hộp thì mỗi ngày sẽ bán được  $80 - 7x + 6y$  hộp loại 1 và  $70 + 4x - 5y$  hộp loại 2. Lợi nhuận mỗi ngày của cửa hàng trên 2 loại hàng này là

$$f(x, y) = (80 - 7x + 6y)(x - 40) + (70 + 4x - 5y)(y - 30)$$

Tìm doanh thu của cửa hàng trên 2 loại này sản phẩm này khi lợi nhuận lớn nhất.

- A. 2040 (ngàn đồng)      B. 550 (ngàn đồng)      C. 3057 (ngàn đồng)      D. 1002 (ngàn đồng)

**Câu 47.** Cho hàm  $z = f(x, y)$  có các đạo hàm riêng liên tục và các điểm  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 1)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(4, 5)$ . Cho biết tại điểm  $A$ , đạo hàm của hàm  $f$  theo hướng vecto  $\overrightarrow{AB}$  là 4 và theo hướng vecto  $\overrightarrow{AC}$  là 7. Tính đạo hàm tại  $A$  của hàm  $f$  theo hướng vecto  $\overrightarrow{AD}$ .

- A.  $-\frac{16}{5}$       B. 8      C. -16      D. 40



**Câu 48.** Cho tích phân  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$  với  $D : y = x^2, y = 4x - 4, y = 0$ . Viết cận tích phân  $I$ .

A.  $I = \int_0^4 dy \int_{-\sqrt{y}}^{1+\frac{y}{4}} f(x, y) dx$

B.  $I = \int_0^2 dx \int_{4x-4}^{x^2} f(x, y) dy$

C.  $I = \int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^{1+\frac{y}{4}} f(x, y) dx$

D. Các câu khác sai

**Câu 49.** Các giàn khoan dầu được đặt tại 3 địa điểm tương ứng với các tọa độ  $A(-3, 0)$ ,  $B(-1, 2)$ ,  $C(0, 0)$ , đơn vị tính theo *trăm mét*. Tìm vị trí đặt trạm bảo dưỡng  $M(x, y)$  sao cho tổng bình phương khoảng cách từ trạm đến các giàn khoan là bé nhất.

A.  $M\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

B.  $M\left(-\frac{8}{3}, 1\right)$

C.  $M\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

D.  $M\left(-1, \frac{2}{3}\right)$

**Câu 50.** Cho hình trụ tròn xoay có chiều cao là  $h$  (cm) và bán kính đáy là  $r$  (cm). Giả sử  $h, r$  thay đổi theo thời gian  $t$  (giây). Tại thời điểm  $t_0$  ta có  $h = 60$  cm,  $r = 20$  cm,  $h$  tăng với tốc độ 3 (cm/s),  $r$  giảm với tốc độ 1 (cm/s). Tìm tốc độ biến thiên của của thể tích hình trụ tại thời điểm  $t_0$  nói trên.

A. Tăng  $1200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s)    B. Giảm  $200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s)    C. Giảm  $1200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s)

D. Tăng  $200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s)

**Câu 51.** Một cái hộp có chiều dài  $x$  (m), chiều rộng  $y$  (m) và chiều cao  $z$  (m). Tại một thời điểm xác định, có  $x = 3$  (m) và  $y = z = 2$  (m),  $y$  và  $z$  tăng với tốc độ 2 (m/s) trong khi  $x$  giảm với tốc độ 1 (m/s). Tại thời điểm đó, tốc độ biến thiên chiều dài của đường chéo là

A. Tăng  $\frac{14}{\sqrt{17}}$  (m/s)

B. Giảm  $\frac{5}{\sqrt{17}}$  (m/s)

C. Tăng  $\frac{5}{\sqrt{17}}$  (m/s)

D. Giảm  $\frac{14}{\sqrt{17}}$  (m/s)

**Câu 52.** Một cửa hàng bán thực phẩm đóng hộp có bán 2 loại cá hộp. Giá nhập vào của 1 hộp loại 1 là 40 ngàn đồng, 1 hộp loại 2 là 30 ngàn đồng và cửa hàng sẽ trả tiền cho nhà cung cấp 2 loại hàng này vào cuối ngày **tính trên số lượng bán trong ngày**. Ước tính của cửa hàng, nếu bán loại 1 với giá  $x$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 giá  $y$  ngàn đồng 1 hộp thì mỗi ngày sẽ bán được  $80 - 7x + 6y$  hộp loại 1 và  $70 + 4x - 5y$  hộp loại 2. Lợi nhuận mỗi ngày của cửa hàng trên 2 loại hàng này là

$$f(x, y) = (80 - 7x + 6y)(x - 40) + (70 + 4x - 5y)(y - 30)$$

Khi lợi nhuận của cửa hàng trên 2 loại này lớn nhất thì số tiền cửa hàng trả cho nhà cung cấp 2 loại hàng cuối ngày là bao nhiêu?

A. 1270 (ngàn đồng)

B. 2040 (ngàn đồng)

C. 17500 (ngàn đồng)

D. Các câu khác sai

**Câu 53.** Cho hàm  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ . Tìm đẳng thức đúng.

A.  $xf'_x - yf'_y = 2$

B.  $yf'_x + xf'_y = 2$

C.  $xf'_x + yf'_y = 2$

D.  $yf'_x - xf'_y = 2$

**Câu 54.** Cho tích phân  $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  với  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 = x, y = x, y = -x\}$ . Viết cận

tích phân  $I$  trong tọa độ cực bằng cách đổi biến  $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ .

A.  $I = \int_{3\pi/4}^{5\pi/4} d\varphi \int_0^{\cos \varphi} r dr$

B.  $I = \int_{3\pi/4}^{5\pi/4} d\varphi \int_0^{\cos \varphi} r^2 dr$

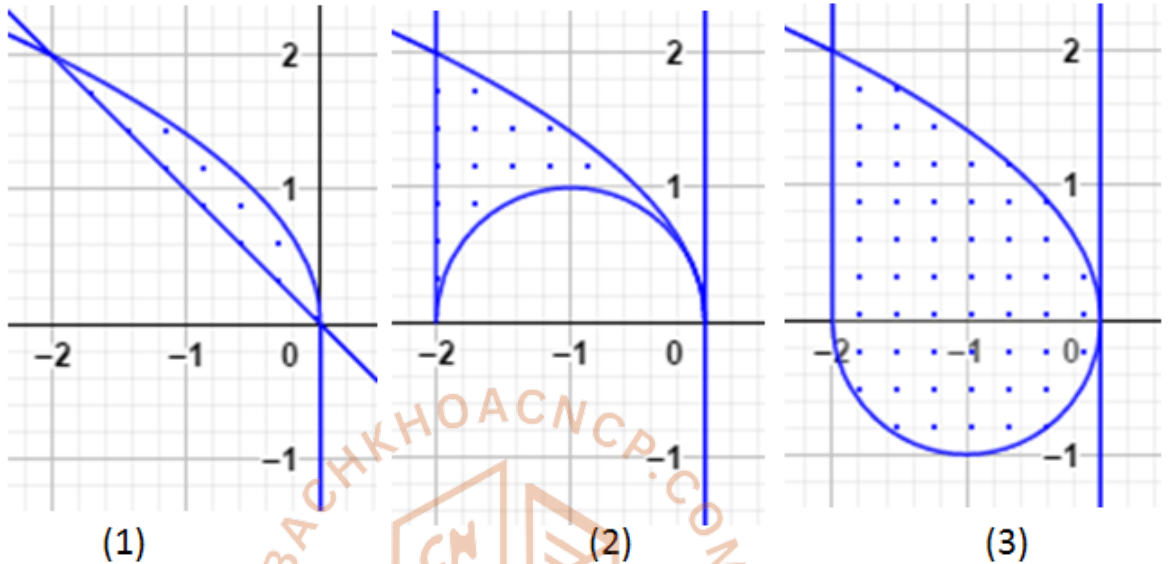
C.  $I = \int_{3\pi/4}^{5\pi/4} d\varphi \int_0^{-\cos \varphi} r^2 dr$

D. Các câu khác sai

**Câu 55.** Khi vẽ miền xác định  $D$  của hàm  $f(x, y) = \ln(y - \sqrt{2x - x^2})$ , ta được:

- A. Phần mặt phẳng  $Oxy$  nằm ngoài đường tròn  $x^2 + y^2 = 2x$
- B. Phần mặt phẳng  $Oxy$  nằm phía trên đường tròn  $x^2 + y^2 = 2x$
- C. Phần mặt phẳng  $Oxy$  nằm phía trên đường tròn  $x^2 + y^2 = 2x$  ứng với  $0 \leq x \leq 2$
- D. Phần mặt phẳng  $Oxy$  nằm phía trên đường tròn  $x^2 + y^2 = 2x$  ứng với  $0 < x < 2$

**Câu 56.** Cho tích phân  $I = \int_{-2}^0 dx \int_{\sqrt{-2x-x^2}}^{\sqrt{-2x}} f(x, y) dy$ . Miền lấy tích phân là hình nào dưới đây?



- A. (1)
- B. (2)
- C. (3)
- D. Một hình khác

**Câu 57.** Cho hàm  $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ . Tìm đẳng thức SAI.

- A.  $f'_x - f'_y = 2e^{x^2+y^2}(x - y)$
- B.  $f'_x + 2f'_y = 2e^{x^2+y^2}(x + 2y)$
- C.  $f'_x + f'_y = 2e^{x^2+y^2}(x - y)$
- D.  $f'_x - 2f'_y = 2e^{x^2+y^2}(x - 2y)$

**Câu 58.** Cho hàm  $f(x, y) = xy^2 + e^{x-y}$ . Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $f''_{xx} = y^2 + e^{x-y}$
- B.  $f''_{xx} = 1 + e^{x-y}$
- C.  $f''_{yy} = 2x + e^{x-y}$
- D.  $f''_{yy} = e^{x-y}$

**Câu 59.** Đạo hàm theo hướng vectơ  $\vec{u}$  của hàm  $f(x, y) = \frac{x+y}{z}$  tại điểm  $M(1, -2, 2)$  có giá trị nhỏ nhất khi:

- A. Các câu khác SAI
- B.  $\vec{u} = (-2, -2, 1)$
- C.  $\vec{u} = (2, 2, 1)$
- D.  $\vec{u} = (-2, -2, -1)$

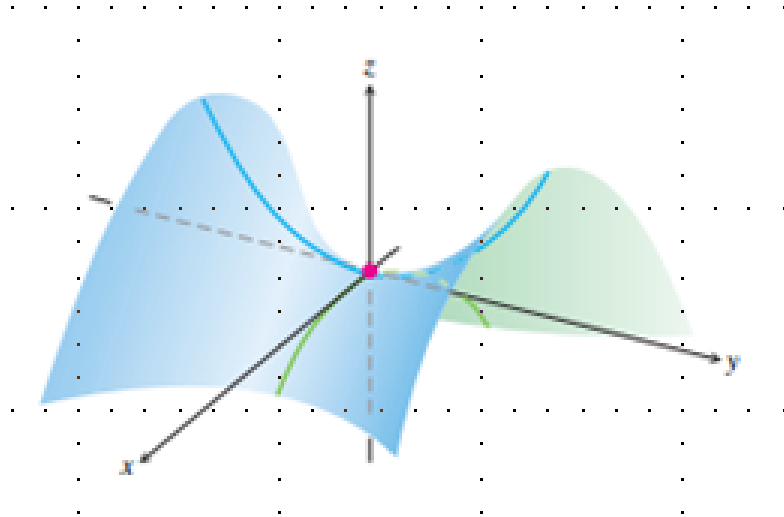
**Câu 60.** Điểm cao nhất của phần mặt phẳng  $z = x - 3y - 1$  bên trong phần mặt trụ tạo bởi các mặt  $x = 1$  và  $x = y^2$  có tung độ là:

- A.  $y = 1$
- B.  $y = \frac{3}{2}$
- C.  $y = -\frac{3}{2}$
- D.  $y = -1$

**Câu 61.** Tìm khối lượng  $m$  của bản phẳng  $D$  được giới hạn bởi  $y = x + 2, x = 0, x = \sqrt{y}$ , biết hàm mật độ tại điểm  $(x, y)$  trên  $D$  là  $\rho(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Bỏ qua đơn vị tính của khối lượng, chọn đáp án đúng

- A.  $m = \frac{5}{3}$
- B.  $m = \frac{5\sqrt{2}}{3}$
- C.  $m = \frac{10}{3}$
- D.  $m = \frac{10\sqrt{2}}{3}$

**Câu 62.** Cho các hàm số  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - 2$ ,  $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $h(x, y) = 2 - x^2 - y^2$ . Mặt cong dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. Một hàm khác.      B.  $f(x, y)$ .      C.  $g(x, y)$ .      D.  $h(x, y)$ .

**Câu 63.** Cho hàm  $f(x, y) = x^2y + e^{x+y}$ . Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $f''_{xx} = y + e^{x+y}$       B.  $f''_{xx} = 2 + e^{x+y}$       C.  $f''_{yy} = e^{x+y}$   
D.  $f''_{yy} = x^2 + e^{x+y}$

**Câu 64.** Cho hàm  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ . Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $f''_{yy} = \frac{x}{(x^2 + y^2)^2}$       B.  $f''_{yy} = \frac{-2xy}{x^2 + y^2}$       C.  $f''_{yy} = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$   
D.  $f''_{yy} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$

**Câu 65.** Cho hàm số  $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ . Đường mức của hàm số  $f$  ứng với độ cao  $z = 2$  có dạng đường nào?

- A. Đường thẳng      B. Đường ellipse      C. Đường parabol      D. Đường tròn

**Câu 66.** Cho hàm  $f(x, y) = x^2y + e^{x-y}$ . Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $f''_{xx} = y + e^{x-y}$       B.  $f''_{xx} = 2 + e^{x-y}$       C.  $f''_{yy} = e^{x-y}$   
D.  $f''_{yy} = x^2 + e^{x-y}$

**Câu 67.** Tính tích phân hàm  $f(x, y) = x$  trên miền  $D$  được giới hạn bởi  $y = x$ ,  $y = \sqrt{2x - x^2}$  ta được kết quả là:

- A.  $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}$       B.  $\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$       C.  $\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}$       D.  $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$

**Câu 68.** Tính  $I = \iint_D (x+2) dx dy$ ,  $D$  là miền giới hạn bởi  $|x| = 2$ ,  $y = 4 - x^2$ ,  $x + y + 3 = 0$

- A.  $\frac{152}{3}$       B.  $-\frac{152}{3}$       C.  $\frac{176}{5}$       D.  $-\frac{176}{5}$

**Câu 69.** Tính tích phân  $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  với  $D$  là miền giới hạn bởi:  $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ,  $y = x$ ,  $y = 0$ .

- Chọn câu trả lời đúng.  
A.  $\frac{-5\sqrt{2}}{3}$       B.  $\frac{10\sqrt{2}}{9}$       C.  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{-10\sqrt{2}}{9}$

**Câu 70.** Một ngọn núi được đặt trong một hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị tính trên mỗi trục là mét) có hình dạng được cho bởi hàm  $z = z(x, y)$  khả vi trên toàn miền xác định và một người đứng tại điểm  $A$  có tọa độ  $(200, 300, z(200, 300))$ . Khi người này đi theo hướng dương trục  $Ox$  đến điểm  $B$  có hoành độ là  $201\text{ m}$  thì độ cao tại  $B$  giảm  $5\text{ m}$  so với độ cao tại  $A$ , còn khi đi theo hướng dương trục  $Oy$  đến điểm  $C$  có tung độ là  $301\text{ m}$  thì độ cao tại điểm  $C$  tăng  $4\text{ m}$  so với độ cao tại  $A$ . Dùng vi phân ước lượng xem khi người này đi đến điểm  $D$  có hoành độ  $201\text{ m}$  và tung độ là  $298\text{ m}$  thì độ cao tại điểm  $D$  thay đổi ra sao so với độ cao tại  $A$ ?

- A. tăng  $13\text{ m}$                       B. giảm  $3\text{ m}$                       C. tăng  $3\text{ m}$                       D. giảm  $13\text{ m}$

**Câu 71.** Một cửa hàng bán thực phẩm đóng hộp có bán 2 loại cá hộp. Giá nhập vào loại 1 là  $40$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 là  $30$  ngàn đồng 1 hộp. Ước tính của cửa hàng, nếu bán loại 1 với giá  $x$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 giá  $y$  ngàn đồng 1 hộp thì mỗi ngày sẽ bán được  $80 - 7x + 6y$  hộp loại 1 và  $70 + 4x - 5y$  hộp loại 2. Lợi nhuận mỗi ngày của cửa hàng trên 2 loại hàng này là

$$f(x, y) = (80 - 7x + 6y)(x - 40) + (70 + 4x - 5y)(y - 30)$$

Tìm giá bán của mỗi loại cá hộp để lợi nhuận của cửa hàng trên 2 loại này là lớn nhất.

- A.  $(x, y) = (55, 53)$  (ngàn đồng)                      B.  $(x, y) = (55, 45)$  (ngàn đồng)  
C.  $(x, y) = (63, 53)$  (ngàn đồng)                      D.  $(x, y) = (53, 45)$  (ngàn đồng)

**Câu 72.** Phương trình  $x^2 - y^2 - 3x + 2z - 1 = 0$  mô tả mặt bậc hai nào sau đây?

- A. Hyperboloid 1 tầng.                      B. Trụ hyperbolic.                      C. Hyperboloid 2 tầng.  
D. Paraboloid hyperbolic.



# Answer Key for Exam **A**

|            |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Câu 1. A.  | Câu 14. D. | Câu 27. B. | Câu 40. B. | Câu 53. C. | Câu 66. C. |
| Câu 2. C.  | Câu 15. C. | Câu 28. A. | Câu 41. C. | Câu 54. B. |            |
| Câu 3. C.  | Câu 16. A. | Câu 29. D. | Câu 42. D. | Câu 55. C. | Câu 67. C. |
| Câu 4. D.  | Câu 17. B. | Câu 30. A. | Câu 43. A. | Câu 56. B. |            |
| Câu 5. A.  | Câu 18. D. | Câu 31. C. | Câu 44. D. | Câu 57. C. | Câu 68. A. |
| Câu 6. C.  | Câu 19. A. | Câu 32. D. | Câu 45. A. | Câu 58. C. |            |
| Câu 7. C.  | Câu 20. A. | Câu 33. B. | Câu 46. A. | Câu 59. D. | Câu 69. B. |
| Câu 8. D.  | Câu 21. B. | Câu 34. B. | Câu 47. A. | Câu 60. D. |            |
| Câu 9. A.  | Câu 22. B. | Câu 35. B. | Câu 48. C. | Câu 61. B. | Câu 70. D. |
| Câu 10. D. | Câu 23. B. | Câu 36. D. | Câu 49. A. | Câu 62. A. |            |
| Câu 11. B. | Câu 24. A. | Câu 37. C. | Câu 50. C. | Câu 63. C. | Câu 71. A. |
| Câu 12. A. | Câu 25. B. | Câu 38. D. | Câu 51. C. | Câu 64. C. |            |
| Câu 13. C. | Câu 26. A. | Câu 39. A. | Câu 52. A. | Câu 65. B. | Câu 72. D. |

