

**u hỏi 2.** Cho hệ  $\begin{cases} 15x_1 - x_2 = 1 \\ -Mx_1 + 20x_2 = 2M \end{cases}$  với  $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ M \end{pmatrix}$ . Sử dụng chuẩn vô cùng và sai số tiên nghiệm, so sánh tốc độ hội tụ của hai phương pháp Jacobi và Gauss-Seidel bằng cách tính số lần lặp tối thiểu để nghiệm có sai số nhỏ hơn  $10^{-5}$ .

**Kết quả:** Số lần lặp tối thiểu pp Jacobi = \_\_\_\_\_; Số lần lặp tối thiểu pp GS = \_\_\_\_\_

$$n \geq \log_q \frac{\varepsilon \cdot (1-q)}{\|X^{(1)} - X^{(0)}\|_\infty}$$

$$q = \|T\|_\infty$$

$$T_J \Rightarrow q_J = \|T_J\|_\infty; \|X^{(1)} - X^{(0)}\|_\infty =$$

$$T_G \Rightarrow q_G = \|T_G\|_\infty; \|X^{(1)} - X^{(0)}\|_\infty =$$

$$P^2 \text{ Jacobi } T_J = \begin{bmatrix} 0 & 1/15 \\ 1/20 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \|T_J\|_\infty = 0.07$$

$$X^{(1)} =$$

**Câu hỏi 3.** Trên mặt phẳng Oxy cho các điểm  $M_k(x_k, y_k)$  có tọa độ như sau:

$x_k$	1.0	1.5	2.0	2.5	3	3.2	3.5	4.3	5
$y_k$	M	5.7	4	3.5	4	4	5	4.5	4

Tìm đường cong  $f(x) = Ax + Bx^2$  sao cho tổng bình phương khoảng cách từ  $y_k$  đến  $f(x_k)$  là nhỏ nhất.

$$A + Bx + Cx^2$$

$$\sum_{k=1}^n (Ax_k + Bx_k^2 - y_k)^2 \rightarrow \min$$

BPCT

Dạng 3:

$$\begin{cases} p(x) = x \\ q(x) = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\sum p^2(x_k), \sum q^2(x_k) \\ &\sum p(x_k)y_k, \sum q(x_k)y_k \end{aligned}$$

no  $x, y$  ght

$$\begin{cases} AX + CY = D \\ CX + BY = M \end{cases}$$

4) Cho tích phân  $I = \int_1^4 \left( \frac{\ln(1+x^2)}{x} + ax \right) dx$ . Sử dụng công thức hình thang mở rộng 10 đoạn chia, tính tích phân khi  $a = 2$ . Với giá trị nào của  $a$  thì  $I = 20.5$ ?

$$I = I_1 + aI_2 \quad R = \frac{4-1}{10} = \frac{3}{10}$$

$$I_1 = \int_1^4 \ln(1+x^2) dx; I_2 = \int_1^4 x dx$$

$$I = \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x} dx; I_2 = \int_1^{2.2}$$

Câu hỏi 5. Trên mặt phẳng  $Oxy$  cho miền  $D$  giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2.2$  và trục  $Ox$ , trong đó

dữ liệu hàm  $f(x)$  được cho như sau:

$x$	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
$f(x)$	-2.4	-1.4	-1.5	-1.4	-2.1	-2.4	-2.5

Dùng công

thức Simpson mở rộng, tính diện tích miền  $D$ .

Kết quả: Diện tích = \_\_\_\_\_;

$$SD = \int_1^{2.2} |f(x)| dx =$$

$$I = \frac{h}{3} \left( y_0 + 4 \sum_{k=1}^n y_{2k-1} + 2 \sum_{k=1}^n y_{2k} + y_{2n} \right)$$

$y_k = f(x_k)$

6)

Cho bài toán Cauchy  $y'(x) = (x+y)^2 - \cos x$  với điều kiện đầu  $y(0) = 0.5$ . Sử dụng phương pháp Runge-Kutta 4 xấp xỉ nghiệm tại  $x = 0.2$  và  $x = 0.4$  với bước chia  $h = 0.2$ .

Kết quả:  $y(0.2) =$  \_\_\_\_\_  $y(0.4) =$  \_\_\_\_\_

START.  $(x=0, y=0.5)$

$i=0.2$   
 $x=0.4$

•  $0.5 \rightarrow F$

Tính  $M_0$  tại  $x=0.2$  :  $h_f = 0.2 \left( (x+y)^2 - \cos x \right)$

$h_f \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ y=F \end{array} \right. \rightarrow \textcircled{A}$

$h_f \left\{ \begin{array}{l} x = 0 + \frac{h}{2} = 0.1 \\ y = F + A/2 \end{array} \right. \rightarrow \textcircled{B}$

$h_f \left\{ \begin{array}{l} x = 0.1 \\ y = F + \frac{B}{2} \end{array} \right. \rightarrow \textcircled{C}$

$$hf \begin{cases} X = 0 + h = 0.2 \\ Y = F + C \end{cases} \rightarrow D$$

$$y(0.2) \approx F + \frac{1}{6}(A + 2B + 2C + D) \rightarrow \textcircled{F}$$

$$hf \begin{cases} X = 0.2 \\ Y = F \end{cases} \rightarrow \textcircled{A}$$

$$hf \begin{cases} X = 0.2 + \frac{h}{2} = 0.3 \\ Y = F + \frac{A}{2} \end{cases} \rightarrow \textcircled{B}$$

$$hf \begin{cases} X \rightarrow \text{nguyên} \\ Y = F + B/2 \end{cases} \rightarrow \textcircled{C}$$

$$hf \begin{cases} X = 0.4 \\ Y = F + C \end{cases} \rightarrow \textcircled{D}$$

$$y(0.4) \approx F + \frac{1}{6}(A + 2B + 2C + D)$$

Cho spline bậc ba nội suy hàm  $f(x)$  như sau:

$$S(x) = \begin{cases} 2M + b_0(x-1) + 4(x-1)^2 + d_0(x-1)^3 & \text{nếu } x \in [1, M] \\ 3M + 3(x-M) + c_1(x-M)^2 + d_1(x-M)^3 & \text{nếu } x \in [M, M+3] \end{cases}$$

Biết  $f'(1) = f'(M+3)$ . Tìm  $b_0, d_0, c_1, d_1$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} S_0(1.4) = S_1(1.4) \\ S'_0(1.4) = S'_1(1.4) \\ S''_0(1.4) = S''_1(1.4) \\ S'_0(1) = S'_1(M+3) \end{array} \right.$$

$$14/5 + b_0 \cdot 0.4 + \frac{16}{25} + \frac{8}{125} d_0 = 4.2$$

$$0.4b_0 + \frac{8}{125} d_0 = \frac{19}{25} \quad (1)$$

$$c' \quad 1 \quad \dots \quad 2$$

$$\frac{1}{125} \omega = \frac{1}{25} \omega$$

$$S_0' = b_0 + 8(x-1) + 3d_0(x-1)^2$$

$$S_1' = 3 + 2c_1(x-1.4) + 3d_1(x-1.4)^2$$

$$\Rightarrow b_0 + \frac{12}{25} d_0 = -\frac{1}{5}$$

8. Cho hệ phương trình vi phân  $\begin{cases} x'(t) = t + x - y^2 \\ y'(t) = Mtx + y \end{cases}$  Biết giá trị ban đầu  $x(0) = 0.4, y(0) = 0.5$  và bước chia  $h = 0.25$ . Sử dụng phương pháp Euler, tính giá trị xấp xỉ của nghiệm tại  $t = 0.5$  và  $t = 1$ .

Kết quả: Nghiệm xấp xỉ tại  $t = 0.5$  ..... Nghiệm xấp xỉ tại  $t = 1$  .....

$$A = X + 0.25(M + X - Y^2) : B = Y + 0.25(1.4MX + Y)$$

$$N = M + 0.25 : X = A : Y = B$$

$$t = 0.5 \Rightarrow \text{lần thứ 2}$$

$$t = 1 \Rightarrow \text{--- 4}$$

9. Cho bài toán biên  $\begin{cases} e^x y'' + (\ln x)y' - (\sin x)y = \cos x \\ y(0.5) = 2.5, y(1.25) = M \end{cases}$  dùng phương pháp sai phân hữu hạn tính gần đúng  $y(0.75), y(1.0)$  với bước chia  $h = 0.25$ .

$$A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$y(0.75) = y_1$$

$$y(1) = y_2$$

Câu hỏi 10. (Kirchoff's law) Mỗi liên hệ giữa các đại lượng trong mạch điện được biểu diễn như sau:

$$V(t) = L \frac{dI}{dt} + RI,$$

trong đó  $V$  là điện áp (Volt),  $L$  là độ tự cảm (Henries),  $R$  là điện trở (Ohm),  $I$  là cường độ dòng điện (Ampere),  $t$  là thời gian đo bằng giây. Máy đo cường độ dòng điện tại một số thời điểm  $t$  như sau:

$t$	1	1.03	1.05	1.08
$I$	M	4.5	4.57	5.32

Sử dụng nội suy đa thức, tính cường độ dòng điện và điện áp tại thời điểm  $t = 1.06$  giây, biết  $L = 0.94(H)$  và  $R = 0.15(\Omega)$ .

$$t = 1.06$$

$$I = y_k$$

$$I(1.06)$$

$$\begin{array}{c|ccc} 1.06 & 1 & 1.03 & 1.05 & 1.08 \\ \hline 1 & 0.06 & -0.03 & & \end{array}$$

$$1.03$$

$$1.05$$

$$1.08$$

$$I(1.06) = \omega \left[ \frac{1}{2} \frac{I_k}{D_k} \right] \omega = \left( \frac{1.4}{D_0} + \frac{4.5}{D_1} + \frac{4.57}{D_2} + \frac{5.32}{D_3} \right)$$

$$1.03$$

$$1.4$$

$$4.5$$

$$1.05$$

$$4.57$$

$$1.08$$

$$5.32$$

$$310/3$$

$$71_2$$

$$25$$

$$5996/3$$

$$C_1$$

$$I'(1.06)$$

$$P_3 = 1.4 + A_1(x-1) + B_1 \underline{(x-1)(x-1.03)} + C_1 \underline{(x-1)(x-1.03)(x-1.05)}$$

$$\frac{d}{dx} (x-1) \Big|_{x=1.06} \rightarrow A$$

$$\frac{d}{dx} \left( (x-1) \underline{(x-1.05)} \right) \Big|_{x=1.06} \rightarrow B$$

$$\frac{d}{dx} \left( (x-1)(x-1.03)(x-1.05) \right) \rightarrow C$$



**TÀI LIỆU SƯU TẬP**

BỞI HCMUT-CNCP