Câu 8

Cho bảng số:

x	1.2	1.3	1.4	1.5	1.7
y	2	2.5	5	4.5	5.5

Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm $f(x) = A\sqrt{x^2+1} + B\cos x$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

$A = 2.6702, B = -5.0235$

$g(x) = \sqrt{x^2+1}, h(x) = \cos x$

$A = A + g^2(X) : B = B + g(X)h(X) : C =$
$C + Yg(X) : D = D + h^2(X) : M = M + Yh(X)$

A, B, C, D, M ban đầu $= 0$

A, B, C, D, M tiếp theo $\to =$

X, Y theo bảng

Giải hệ

$$\left(\begin{array}{cc|c} A & B & C \\ B & D & M \end{array}\right)$$

Câu 4

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 9 \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -15 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases}$$

. Sử dụng phân tích $A = LU$ theo Doolittle, xấp xỉ l_{42}, u_{33}

$l_{42} = 2$, $u_{33} = 3$

- $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$

$$l_{42} = \frac{a_{42} - \frac{a_{41}}{a_{11}} a_{12}}{a_{22} - \frac{a_{21}}{a_{11}} a_{12}}$$

$$u_{33} = \frac{D_3(A)}{D_2(A)}$$

Câu 1

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 34x_1 + 2.73x_2 - 1.85x_3 = 12.89 \\ 1.34x_1 + 29x_2 - 3.24x_3 = 15.73 \\ 1.18x_1 - 4.87x_2 + 32.6x_3 = 18.42 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Jacobi, với $x^{(0)} = (0.1, 0.3, 0.4)^T$, tìm vecto lặp $x^{(3)}$.

$x_1^{(3)} = 0.3663, x_2^{(3)} = 0.5969, x_3^{(3)} = 0.6404$

$$X = (12.89 - 2.73B + 1.85C) \div 34 ;$$

$$Y = (15.73 - 1.34A + 3.24C) \div 29 ;$$

$$C = (18.42 - 1.18A + 4.87B) \div 32.6 ;$$

$$A = X ; B = Y$$

$B? - > 0.3, C? - > 0.4, A? - > 0.1$

Câu 10

Cho bài toán biên tuyến tính cấp 2:

$$\begin{cases} (x+2)y'' + x^3y' - 30y = -x(x+1), x \in [0;1] \\ y(0) = 1, \ y(1) = 1.2 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ trên đoạn $[0;1]$ với bước $h = 0.25$

$y(0.25) = 0.5022, y(0.5) = 0.4147, y(0.75) = 0.6188$

- Giải hệ

$$\begin{pmatrix} r_1 - \frac{2p_1}{h^2} & \frac{p_1}{h^2} + \frac{q_1}{2h} & 0 & f_1 - \alpha\left(\frac{p_1}{h^2} - \frac{q_1}{2h}\right) \\ \frac{p_2}{h^2} - \frac{q_2}{2h} & r_2 - \frac{2p_2}{h^2} & \frac{p_2}{h^2} + \frac{q_2}{2h} & f_2 \\ 0 & \frac{p_3}{h^2} - \frac{q_3}{2h} & r_3 - \frac{2p_3}{h^2} & f_3 - \beta\left(\frac{p_3}{h^2} + \frac{q_3}{2h}\right) \end{pmatrix}$$

- $A = p(X) \div h^2 : B = q(X) \div 2 \div h : C = A - B :$ $r(X) - 2A : D = A + B : f(X) - MC - YD$
- $X? \to x_1, M? \to \alpha, Y? \to 0 \quad (4; 5; 6)$
- $X? \to x_2, M? \to 0, Y? \to 0 \quad (3; 4; 5; 6)$
- $X? \to x_3, M? \to 0, Y? \to \beta \quad (3; 4; 6)$

Câu 8

Cho bài toán Cauchy:
$\begin{cases} y' = 2x + x\sin(x + 2y), & x \geqslant 1 \\ y(1) = 2.4 \end{cases}$. Sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 4 xấp xỉ $y(1.2)$ với bước $h = 0.2$.

$y(1.2) = 2.8449$

- $f(X, Y) = 2X + X\sin(X + 2Y)$,
  $x_0 = 1, y_0 = 2.4$
- $hf(X, Y)$
- $$\begin{cases} X = x_0, Y = y_0 & \text{STO A} \\ X = x_0 + h \div 2, Y = y_0 + A \div 2 & \text{STO B} \\ X = x_0 + h \div 2, Y = y_0 + B \div 2 & \text{STO C} \\ X = x_0 + h, Y = y_0 + C & \text{STO D} \end{cases}$$
- $y_1 = y_0 + (A + 2B + 2C + D) \div 6$

Câu 5

Cho bảng số:

x	1.1	1.7	2.4	3.3
y	1.3	3.9	4.5	α

Sử dụng đa thức nội suy Newton, tìm giá trị của α để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ của đạo hàm tại $x = 1.5$ là $y'(1.5) \approx 2.8$

$\alpha = 13.5876$

Câu 7

Cho bảng số:

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
$f(x)$	2	3.3	2.4	4.3	5.1	6.2	7.4

. Sử dung công thức Simpson mở rộng tính tích phân

$$I = \int_{1.0}^{2.2} [xf^2(x) + 2.2x^3]\,dx$$

$I = 59.8250$

Câu 5

Cho bảng số:

x	1.1	1.7	2.4	3.3
y	1.3	3.9	4.5	α

Sử dụng đa thức nội suy Newton, tìm giá trị của α để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ của đạo hàm tại $x = 1.5$ là $y'(1.5) \approx 2.8$.

$\alpha = 13.5876$

- $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$
- $y'(x^*) \approx P'(x^*) = a_1 + 2a_2x^* + 3a_3x^{*2} = y^*$
- $a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 = y_i, i = 0, 1, 2, 3$
- Giải hệ

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 - x_0 & x_1^2 - x_0^2 & x_1^3 - x_0^3 & y_1 - y_0 \\ x_2 - x_0 & x_2^2 - x_0^2 & x_2^3 - x_0^3 & y_2 - y_0 \\ 1 & 2x^* & 3x^{*2} & y^* \end{array}\right)$$

- a_1, a_2, a_3 là 3 nghiệm của hệ phương trình
- Từ $a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + a_3x_0^3 = y_0 \Rightarrow a_0$
- $\alpha = a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3$

$$\begin{pmatrix} 2h_0 & h_0 & 0 \\ h_0 & 2(h_0+h_1) & h_1 \\ 0 & h_1 & 2h_1 \end{pmatrix} \begin{cases} h_i = x_{i+1} - x_i, \text{AC=B} \\ B_i\text{=}3(\square\text{-}\square).\square = \frac{y_{i+1}-y_i}{h_i} \end{cases}$$

$$a_i = y_i, b_i = \square - \frac{h_i}{3}(c_{i+1} + 2c_i), d_i = \frac{c_{i+1}-c_i}{3h_i}$$

x_i	h_i	y_i	$\square$	B_i	c_i	b_i	d_i
1.1	0.5	2.2	$\alpha = 0.2$	18	$\frac{471}{20}$	$0.2 = \alpha$	$-\frac{231}{10}$
			$\frac{3.1}{0.5}$				
1.6	0.5	5.3		$-\frac{54}{5}$	$-\frac{111}{10}$	$\frac{257}{40}$	$\frac{69}{10}$
			$\frac{1.3}{0.5}$				
2.1		6.6	$\beta = 0.5$	$-\frac{63}{10}$	$-\frac{3}{4}$		

$$g(1.9) = 5.3 + \frac{257}{40}0.3 - \frac{111}{10}0.3^2 + \frac{69}{10}0.3^3$$

- $f(x) = e^x + 2x^2 + \cos x - 10, a = 1, b = 2$
- $m = min|f'(x)|$ STO A
- $f(a)f''(a) > 0$ chọn $x_0 = a$, $f(a)f''(a) < 0$ chọn $x_0 = b$
- $X = X - \dfrac{f(X)}{f'(X)} : \dfrac{|f(X)|}{A}$

- $f(x) = e^x + 2x^2 + \cos x - 10, a = 1, b = 2$
- $m = \min|f'(x)|$ STO A
- $f(a)f''(a) > 0$ chon $x_0 = a$, $f(a)f''(a) < 0$ chon $x_0 = b$
- $X = X - \dfrac{f(X)}{f'(X)} : \dfrac{|f(X)|}{A}$

Câu 10

Cho bài toán biên tuyến tính cấp 2:

$$\begin{cases} (x+2)y'' + x^3y' - 30y = -x(x+1), x \in [0;1] \\ y(0) = 1, \ y(1) = 1.2 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ trên đoạn $[0;1]$ với bước $h = 0.25$

$y(0.25) = 0.5022, y(0.5) = 0.4147, y(0.75) = 0.6188$

Câu 8

Cho bảng số

x	1.2	1.3	1.4	1.5	1.7
y	2	2.5	5	4.5	5.5

Sử dung phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm $f(x) = A\sqrt{x^2+1} + B\cos x$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên

$A = 2.6702, B = -5.0235$

Câu 4

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 9 \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -15 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$
Sử dụng phân tích $A = LU$ theo Doolittle, xấp xỉ l_{42}, u_{33}

$l_{42} = 2, u_{33} = 3$

Câu 8

Cho bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x + x\sin(x + 2y), & x \geqslant 1 \\ y(1) = \text{[illegible]} \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 4 xấp xỉ $y(1.2)$ với bước $h = 0.2$

$y(1.2) = 2.8449$

$C = Y + hA \,;\, D = A + hB \,;$

$B = B + h\boxed{(XB + 4.2A + 2X^2 Y + 2.6)} \rightarrow$ thay

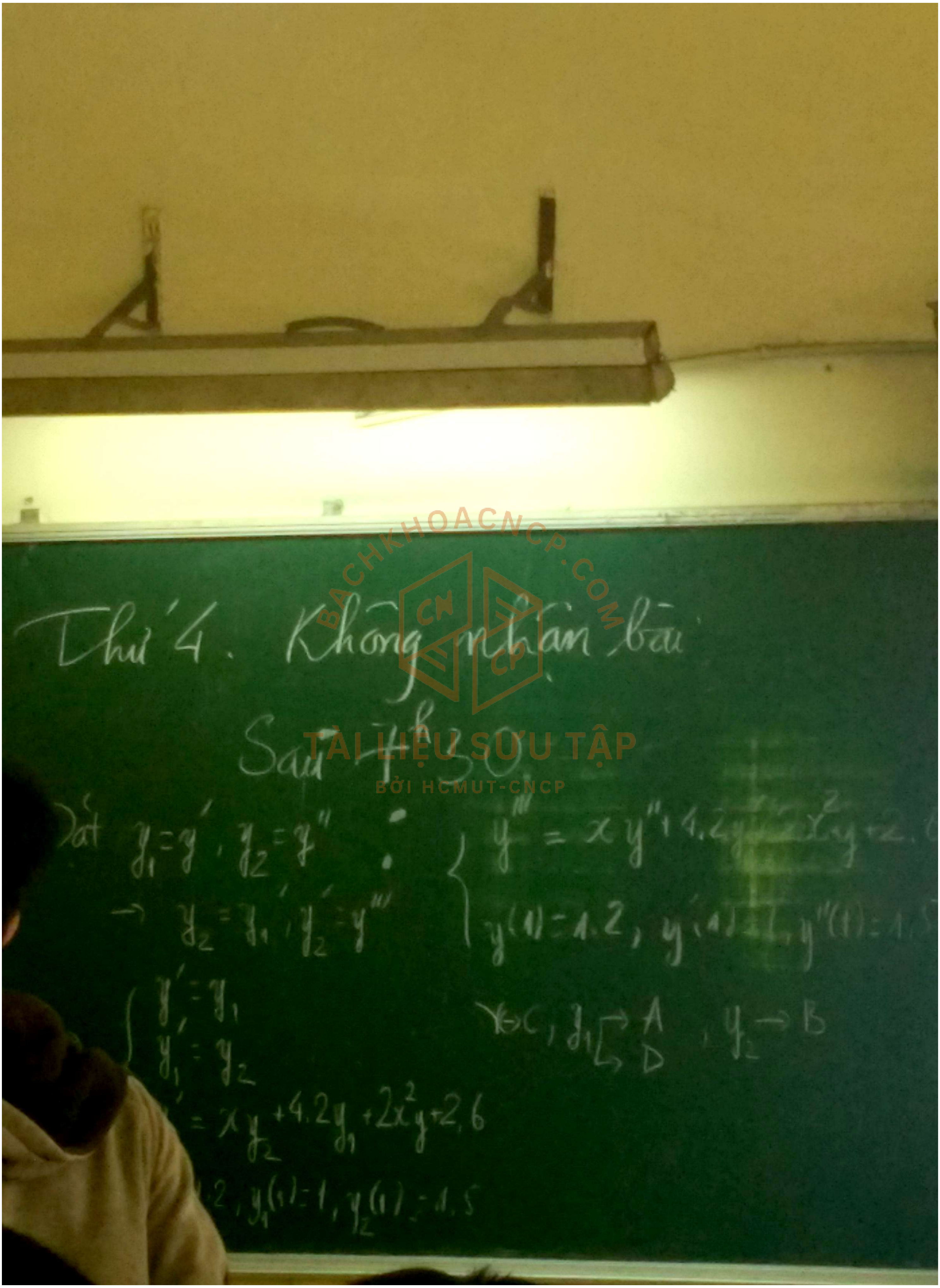
$X = X + h \,;\, Y = C \,;\, A = D$

$Y? \rightarrow y(x_0)\ (= 1.2)$

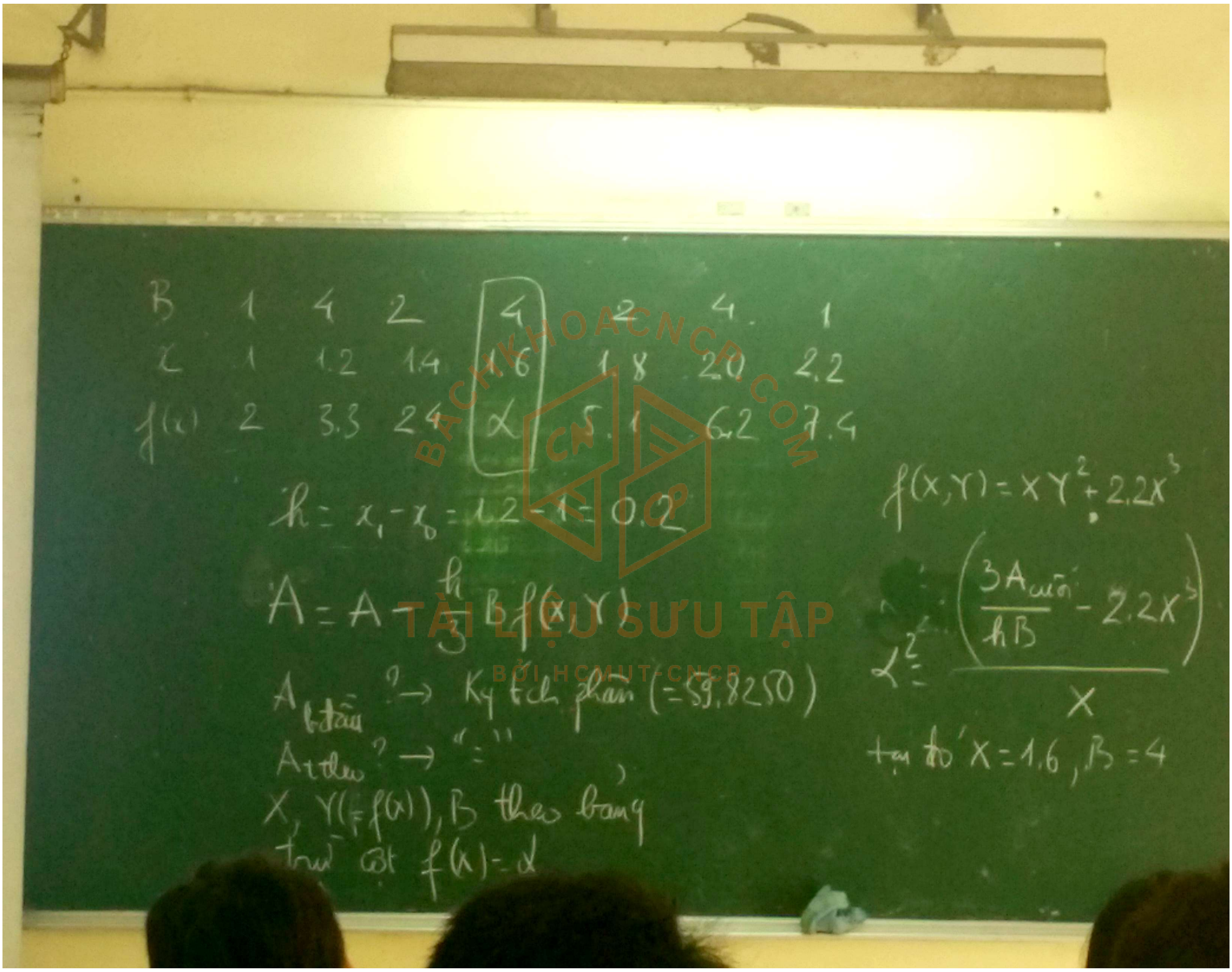
$A? \rightarrow y_1(x_0)\ (= 1)$

$B? \rightarrow y_2(x_0)\ (= 1.5)$

$X? \rightarrow x_0\ (= 1)$



Thứ 4. Không nhận bài
Sau 7h30.
Đặt $y_1 = y'$, $y_2 = y''$
$\rightarrow y_2 = y_1'$, $y_2' = y'''$
$y''' = x y'' + 4.2y' + 2x^2 y + 2.6$
$y(1) = 1.2$, $y'(1) = 1$, $y''(1) = 1.5$
$y' = y_1$
$y_1' = y_2$
$y_2' = x y_2 + 4.2 y_1 + 2x^2 y + 2.6$
$y(1) = 1.2$, $y_1(1) = 1$, $y_2(1) = 1.5$
$Y \to C$, $y_1 \to A$, $\to D$, $y_2 \to B$


B 1 4 2 4 2 4 1
x 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 2.2
f(x) 2 3.3 2.4 α 5.1 6.2 7.4
h = x1 - x0 = 1.2 - 1 = 0.2
A = A + h/3 B f(X, Y)
A bđầu ?→ Kq tích phân (=59,8250)
A+thêm ?→ " = "
X, Y(= f(x)), B theo bảng
trừ cột f(x) = α
f(X,Y) = XY2 + 2.2X3
α2 = (3A cuối / hB - 2.2X3) / X
tại đó X = 1.6, B = 4