


Giảng viên ra đề:	Ngày	Người phê duyệt:	Ngày
	26/4/2023		26/04/2023

 BKHCM Khoa KHUD	Kiểm tra cuối kỳ		Năm	2022-2023	Học kỳ	2
			Ngày	30/05/2023		
	Môn học	Phương pháp tính				
	Mã môn học	MT1009				
	Thời gian	100 phút	Mã đề	1231		

Ghi chú

- Bài thi có 2 phần: 16 câu trắc nghiệm và 2 câu hỏi tự luận
- Được sử dụng tài liệu, ngoại trừ **laptop, tablet, mobile phone**.
- Nếu không phát biểu gì, làm tròn kết quả đến 4 chữ số thập phân.
- **Mỗi câu trả lời sai bị trừ 0.1 điểm.**

Họ và tên:

Mã số sinh viên: Giám thị 1:

Lớp: Giám thị 2:

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Cho $S(x) = \begin{cases} 1.2 + b_0(x-1) + d_0(x-1)^3 & \text{nếu } x \in [1, 1.2] \\ 2.4 + b_1(x-1.2) + 4(x-1.2)^2 + d_1(x-1.2)^3 & \text{nếu } x \in [1.2, 3.2] \end{cases}$ là spline bậc 3 tự nhiên nội suy hàm $f(x)$. **Trả lời các câu hỏi 1 \rightarrow 5.**

1. Tính b_0 .

- (A) $b_0 \approx 6.0094$ (B) $b_0 \approx 5.8758$ (C) $b_0 \approx 5.7333$ (D) $b_0 \approx 6.5957$ (E) $b_0 \approx 6.2650$

2. Tìm giá trị $y_1 = f(1.2)$.

- (A) $y_1 = 2.4333$ (B) $y_1 = 2.4568$ (C) $y_1 = 2.4000$ (D) $y_1 = 2.4413$ (E) $y_1 = 2.4522$

3. Sử dụng đa thức nội suy tại các nút $x_0 = 1, x_1 = 1.2, x_2 = 3.2$, tính xấp xỉ $f(1.1)$.

- (A) 1.7733 (B) 1.7773 (C) 1.7739 (D) 1.7812 (E) 1.7832

4. Tìm tỷ sai phân $f[1, 1.2]$.

- (A) 6.0093 (B) 6.0310 (C) 6.0902 (D) 6.0594 (E) 6.0000

5. Xây dựng hàm parabol $y = A + Bx + Cx^2$ mô tả dữ liệu tại $x_0 = 1, x_1 = 1.2, x_2 = 3.2$ bằng phương pháp bình phương cực tiểu. Tìm A?

- (A) -1.5681 (B) -1.6000 (C) -1.5343 (D) -1.5113 (E) -1.5315

Một đường cong tham số được cho bởi các phương trình $x(t) = e^t + t, y(t) = e^t, t \in [0, 1]$. Tìm độ dài L của đường cong này ($L = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt$). **Trả lời các câu hỏi 6 \rightarrow 8.**

6. Sử dụng phương pháp hình thang mở rộng với bước chia $h = 0.25$, khi đó giá trị L gần bằng

- (A) 3.2418 (B) 3.2370 (C) 3.2411 (D) 3.2337 (E) 3.2323

7. Sử dụng phương pháp Simpson mở rộng với bước chia $h = 0.25$, khi đó giá trị L gần bằng

- (A) 3.2195 (B) 3.2232 (C) 3.2279 (D) 3.2228 (E) 3.2239

8. Tính L bằng phương pháp cầu phương Gauss trong trường hợp $n = 2$ (2 điểm).

- (A) 3.2199 (B) 3.2285 (C) 3.2178 (D) 3.2190 (E) 3.2269

Sự tăng trưởng của một loại cá ở Thái Bình Dương được mô phỏng bởi phương trình

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

với $N(t)$: khối lượng phụ thuộc thời gian đo bằng năm, $K = 8 \times 10^7$ (kg), $r = 0.60$ (hằng năm). Giả sử tại thời điểm đầu năm 2000 ($t = 0$), khối lượng là 2×10^7 (kg). **Trả lời các câu hỏi sau 9 → 12 .**

9. Với khoảng chia là 6 tháng , tìm khối lượng cá đầu năm 2003 bằng phương pháp Euler.

- (A) 5.2913×10^7 (B) 5.2928×10^7 (C) 5.2881×10^7 (D) 5.2842×10^7 (E) 5.2916×10^7

10. Với khoảng chia là 6 tháng , tìm khối lượng cá đầu năm 2001 bằng phương pháp Euler cải tiến.

- (A) 3.0311×10^7 (B) 3.0176×10^7 (C) 3.0257×10^7 (D) 3.0301×10^7 (E) 3.0263×10^7

11. Với khoảng chia là 6 tháng , tìm khối lượng cá đầu năm 6 tháng đầu năm 2000 bằng phương pháp Runge-Kutta 4.

- (A) 2.4909×10^7 (B) 2.4826×10^7 (C) 2.4816×10^7 (D) 2.4875×10^7 (E) 2.4864×10^7

12. Với phương pháp Runge-Kutta 4, tìm tốc độ tăng trưởng của cá tại thời điểm 6 tháng sau.

- (A) 1.0351×10^7 (B) 1.0273×10^7 (C) 1.0288×10^7 (D) 1.0440×10^7 (E) 1.0292×10^7

Xét một môi trường sống có 2 loài : sói và thỏ, gọi w , r là số lượng sói và thỏ tương ứng. Mối liên hệ giữa hai loài này theo thời gian(đo bằng tháng) được mô tả bởi:

$$\frac{dr}{dt} = kr - arw \quad \frac{dw}{dt} = -cw + brw.$$

Biết $k = 0.07$, $a = 0.001$, $c = 0.02$, $b = 0.00002$. **Trả lời các câu hỏi sau 13 → 14 .**

13. Lấy bước chia là 7.5(ngày) (xét trên khoảng thời gian 1 tháng(30 ngày)), giả sử tại thời điểm ban đầu, số lượng sói là 50, số lượng thỏ là 913. Sử dụng phương pháp Euler cải tiến để tìm lượng sói sau nửa tháng đầu tiên

- (A) 52 (B) 50 (C) 53 (D) 51 (E) 54

14. Sử dụng dữ liệu ban đầu được cho ở câu 13, sau nửa tháng đầu tiên thì tốc độ thay đổi của thỏ là

- (A) Giảm 19 con (B) Tăng 19 con (C) Tất cả đáp án khác đều sai. (D) Tăng 18 con
(E) Giảm 18 con

Cho ma trận $\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. **Trả lời các câu hỏi sau 15 → 16 .**

15. Áp dụng phương pháp lũy thừa để xấp xỉ trị riêng của A , ta có được một dãy số thực $\{\mu_k\}_{k \in \mathbb{N}}$, khi $k \rightarrow \infty$ thì dãy số thực này hội tụ về giá trị nào dưới đây?

- (A) 9 (B) 0 (C) 6 (D) -3 (E) -2

16. Cũng với phương pháp lũy thừa, sau k bước, ta thu được vecto X_k , vecto này cùng phương với vecto nào dưới đây?

- (A) $\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$. (B) $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$. (C) $\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$. (D) $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$. (E) $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

PHẦN TỰ LUẬN

Gọi m, n là hai chữ số lần lượt cuối cùng trong mã số sinh viên, ví dụ, mã số sinh viên là **212456** thì $m = 5, n = 6$. Đặt $\mathcal{M} := \frac{2m + 3n + 4}{10}$.

17. Cho phương trình sau:

$$(\mathcal{M} + 1)y''(x) + \sin xy'(x) + (x^2 + 1)y = \cos x.$$

Cho bước nhảy $h = 0.25$ trên $[0, 1]$, biết rằng $y(0) = \mathcal{M}$ và $y(1) = 3$.

- (a) (0.5 điểm) Hãy sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn để chứng minh rằng, ta có thể tìm được giá trị của y tại các nút khác bằng cách giải hệ phương trình tuyến tính. (Chứng minh và viết tường minh ma trận A và B khi giải hệ phương trình $Ay = B$)
- (b) (1 điểm) Tìm nghiệm y .
- (c) (0.5 điểm) Đánh giá y'' tại tất cả các nút.

—————HẾT—————

Phần trả lời của sinh viên cho câu hỏi tự luận



Key answers.

Question	Key
1	C
2	C
3	A
4	E
5	B
6	E
7	A
8	D
9	A
10	B
11	B
12	B
13	B
14	D
15	C
16	E
(L.O.1.1, L.O.1.2, L.O.1.3, L.O.2.1, L.O.2.3)	??

