

- Miền xác định của hàm số $f(x, y) = x^2 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ có dạng hình học thế nào khi vẽ nó trong mặt phẳng xOy ?
(a) Hình tròn (b) Đường thẳng (c) Ellip (d) Chữ nhật
- Tìm miền giá trị của hàm số $f(x, y) = \cos\left(\sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)\cos\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)\right)$.
(a) $[\cos(1), 1]$ (b) $[\cos(0.5), 1]$ (c) $[-\cos(0.5), \cos(0.5)]$ (d) $[0, 1]$
- Một con bọ đang chuyển động trên bề mặt của một vật thể là đồ thị của hàm số $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x + 1$. Biết rằng độ cao của con bọ so với mặt phẳng xOy luôn bằng 1 trong suốt quá trình chuyển động. Hỏi hình chiếu chuyển động của con bọ lên mặt phẳng xOy có dạng đường nào sau đây:
(a) Đường tròn (b) Đường Ellip (c) Đường Parabol (d) Đường thẳng
- Cho hàm số $f(x, y) = |x|^3 - y \cos(x)$. Tính $f_x(0, 1)$.
(a) -1 (b) 1 (c) Không tồn tại (d) 0
- Cho hàm số $f(x, y)$ và điểm $M(2, -1)$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:
(a) Vi phân của hàm f tại M là một số thực
(b) Vi phân của hàm f tại M luôn là một số thực dương
(c) $df(M) = f_x(2, -1)(x + 2) + f_y(2, -1)(y - 1)$
(d) Vi phân của hàm f tại M là một hàm số có hai biến số
- Nhận dạng mặt bậc hai $-2 - 2x - x^2 - 2y + y^2 + z = 0$.
(a) Hyperbolic paraboloid (b) Nón
(c) Elliptic paraboloid (d) Hyperboloid một tầng
- Dựa vào bản đồ mức của một hàm số $f(x, y)$ như hình bên dưới, hãy chọn kết luận đúng.
(a) $f_x(P) < 0$ (b) $f_y(P) > 0$ (c) $f_{xx}(P) > 0$ (d) $f_{yy}(P) \leq 0$



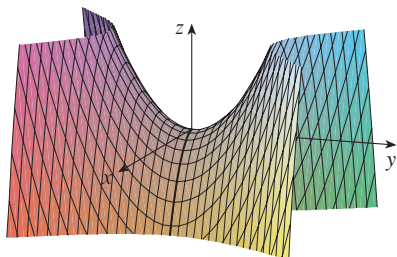
- Cho hàm số

$$f(x) = \cos\left(x^3 e^x - e^{x^2} \cos(x - 1)\right) e^x \text{ và } h(t, s) = t + \cos(3t - 4s) - 4.$$

Xét hàm $u(t, s) = f(h(t, s))$. Tính giá trị của $u_t(t = 4, s = 3)$.

- (a) e (b) $\cos(1) - 1$ (c) $e - 2$ (d) $3e$
- Cho hàm số $f(x, y) = x^3 - xy - y^4$ và $M_0(1, -1)$. Giá trị $f(x, y)$ giảm nhanh nhất khi (x, y) đi qua điểm M_0 theo hướng vectơ đơn vị nào sau đây?
(a) $\vec{n}\left(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ (b) $\vec{n}\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ (c) $\vec{n}\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ (d) $\vec{n}\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$
- Tìm vectơ pháp tuyến đơn vị \vec{n} của mặt $z - x^2 - xy + y^2 = 1$ tại điểm $M(1, 0, 2)$, biết rằng \vec{n} hợp với tia \vec{Oz} một góc tù.
(a) $\vec{n}\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$ (b) $\vec{n}\left(\frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}\right)$
(c) $\vec{n}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}\right)$ (d) $\vec{n}\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$

11. Hàm số $f(x, y) = x + y + x^3 + \cos(y) + \sin(x^3)$ có bao nhiêu điểm dừng?
 (a) Không có (b) Vô số (c) 1 (d) 2
12. Cho một hàm số $f(x, y)$ với đồ thị dưới đây, hãy chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:
 (a) Điểm $M(0, 0)$ là điểm cực tiểu địa phương của hàm f
 (b) Điểm $M(0, 0)$ là điểm cực đại địa phương của hàm f
 (c) Điểm $M(0, 0)$ là điểm yên ngựa của hàm f
 (d) $f_{xx}(0, 0)f_{yy}(0, 0) > 0$



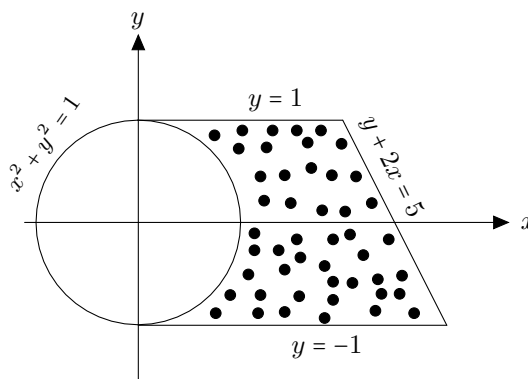
13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x, y) = x^2 - y^2 - xy$ trên miền

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1\}$$

là:

- (a) $-\frac{5}{4}$ (b) -1 (c) $-\frac{3}{2}$ (d) 0
14. Cắt mặt $z = x^4 + y^2 - 2x^2y$ bởi mặt trụ $x^2 + y^2 = 2$. Quan tâm đến độ cao (so với mặt phẳng Oxy) của những điểm nằm trên đường giao tuyến. Trong tất cả những điểm nằm trên giao tuyến, chọn phát biểu đúng:
 (a) Điểm $M(1, -1, 4)$ là điểm có độ cao bé nhất
 (b) Điểm $M(1, -1, 4)$ là điểm có độ cao lớn nhất
 (c) Điểm $M\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{11}{4} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ là điểm có độ cao bé nhất
 (d) Điểm $M\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{11}{4} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ không là điểm có độ cao bé nhất
15. Cho M là giao điểm của đường thẳng $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ và đường cong $y = \sqrt{9 - x^2}$. Trong tọa độ cực (r, φ) (tọa độ cực thông thường $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$), tọa độ của điểm M là:
 (a) $\left(3, \frac{\pi}{3}\right)$ (b) $\left(3, -\frac{5\pi}{6}\right)$ (c) $\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$ (d) $\left(3, \frac{\pi}{6}\right)$
16. Cho D là miền nằm trong mặt phẳng Oxy (miền đánh dấu chấm như hình) giới hạn bởi ba đường thẳng và một đường tròn. Tính giá trị tích phân kép

$$\iint_D x \, dx \, dy.$$



- (a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{16}{3}$
 (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

17. Tính $\iint_D \sin(xy) dx dy$, với miền

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$$

- (a) $\sqrt{2} + 2\pi - 18$ (b) $-\sqrt{2} + 2\pi$ (c) $\sqrt{2} - 2\pi$ (d) 0

18. Tích phân kép $\iint_D f(x, y) dx dy$, với miền

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, x^2 + y^2 \leq 1\},$$

khi đổi biến sang tọa độ cực (tọa độ cực thông thường $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$) là:

- (a) $\int_0^1 \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r d\varphi dr$ (b) $\int_0^1 \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r d\varphi dr$
(c) $\int_0^1 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r d\varphi dr$ (d) $\int_0^1 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r d\varphi dr$

19. Tính diện tích miền phẳng

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x^2 - \frac{2}{\sqrt{3}}x + y^2 \leq 0 \right\}.$$

- (a) $3\sqrt{3}$ (b) 0 (c) $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{18}$ (d) $\frac{3\sqrt{3}-2\pi}{12}$

20. Cho hai bản mỏng đồng chất với khối lượng riêng bằng 1. Bản thứ nhất có hình một tam giác vuông cân cạnh bằng 1, và bản thứ hai là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu dưới đây (bỏ qua đơn vị tính):

- (a) Bản thứ nhất có khối lượng ít hơn bản thứ hai
(b) Hai bản có khối lượng bằng nhau
(c) Khối lượng của bản thứ nhất bằng 1
(d) Khối lượng của bản thứ hai bằng 1

ĐÁP ÁN

1. a
2. b
3. b
4. d
5. d
6. a
7. d
8. a
9. a
10. c
11. a
12. c
13. b
14. d
15. d
16. d
17. d
18. c
19. c
20. a



Một số gợi ý mang tính tham khảo

Câu 2. Viết biểu thức thành

$$f(x, y) = \cos\left(\frac{\sin\left(2\sqrt{x^2 + y^2}\right)}{2}\right).$$

Câu 7. Phương án đúng là (d) vì theo hướng $\vec{0y}$, hàm số f giảm và tốc độ giảm tăng dần.

Câu 12. Phương án đúng (c) vì điểm $M(0, 0)$ là điểm dừng ($f_x(M) = f_y(M) = 0$) và không là điểm cực trị.

Câu 14. Kiểm tra sự song song của hai vectơ gradient của hai hàm số $f(x, y) = x^4 + y^2 - 2x^2y$ và $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2$ tại các điểm được cho.

Câu 17. Hàm số lẻ theo y và miền lấy tích phân đối xứng qua trục $\vec{0x}$ nên tích phân bằng 0. Em không rõ mình có bỏ dạng này trong chương trình hay không. Em nghĩ mình có thể giải thích nhanh cho sinh viên tính chất này dựa vào chính bài toán này.

