

(Thí sinh được dùng bảng thông dụng và máy tính cá nhân, không dùng tài liệu)

Câu 1. Một túi chứa 4 quả cầu trắng và 3 quả cầu đen. Hai người chơi A và B lần lượt rút một quả cầu trong túi (rút xong không trả lại vào túi). Trò chơi kết thúc khi có người rút được quả cầu đen. Người đó xem như thua cuộc và phải trả cho người kia số tiền là số quả cầu đã rút ra nhân với 5 USD. Giả sử A là người rút trước và X là số tiền A thu được.

a) Lập bảng phân bố xác suất của X.

b) Tính EX. Nếu chơi 150 ván thì trung bình A được bao nhiêu?

Câu 2. Cho X, Y là véc tơ ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời là:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{k \cdot x^2 y} & \text{nếu } x \geq 1 \text{ và } \frac{1}{x} \leq y \leq x \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k .

b) Tìm hàm mật độ lẻ của X và của Y.

c) Tính kỳ vọng của Y.

Câu 3: Bán kính của một số sản phẩm như sau

Bán kính x_i	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8
Số lượng n_i	1	5	4	18	42	14	6	1

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$, có thể coi bán kính các sản phẩm này tuân theo quy luật chuẩn ?

Câu 4: Nghiên cứu sự phát triển của một loại cây người ta tiến hành đo đường kính X(cm) và chiều cao Y(m) của một số cây. Số liệu ghi trong bảng sau:

Y \ X	2	3	4	5	6	7
20	3	5				
22		2	10			
24		3	8	12	7	
26			4	16	7	5
28					8	10

- a) Ước lượng đường kính trung bình của cây với độ tin cậy 99% .
- b)Viết phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X.
- c)Những loại cây cao 6m trở lên là cây loại I. Hãy ước lượng tỉ lệ cây loại I với độ tin cậy 90% .
- d)Trước đây chiều cao trung bình của loại cây này là 5 m. Số liệu trên lấy ở những cây áp dụng một biện pháp chăm sóc mới. Với mức ý nghĩa 5%, hãy nhận xét về tác dụng của biện pháp chăm sóc đó.

PHÓ CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

TS. NGUYỄN BÁ THI

Câu 1:

a) Bảng PPXS cho số quả cầu được rút ra (Z):

Z	1	2	3	4	5
P	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$

Bảng PPXS cần tìm:

X	-25	-15	-5	10	20
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{35}$

$$b) E(X) = \frac{-6}{7} \approx -0,8571.$$

$$150 * E(X) = \frac{-900}{7}.$$

Câu 2:

a) k=2.

$$b) f_X(x) = \begin{cases} \int_{1/x}^x \frac{dy}{2x^2y} = \frac{\ln x}{x^2} & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \int_y^{+\infty} \frac{dx}{2x^2y} = \frac{1}{2y^2} & y \geq 1 \\ \int_{1/y}^{+\infty} \frac{dx}{2x^2y} = \frac{1}{2} & 0 < y < 1 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

c) Không có E(Y)

Câu 3:

$$n=91; \bar{x} = 4,1648; \hat{s} = 0,2473$$

$$\text{GTKĐ } H_0: X \sim N(a=4,1648; (0,2473)^2).$$

GT H_1 : X không có phân phối chuẩn.

$$p_1 = \Phi\left(\frac{3,5 - 4,1648}{0,2473}\right) + 0,5 = -0,4964 + 0,5 = 0,0036$$

$$p_2 = \Phi\left(\frac{3,7 - 4,1648}{0,2473}\right) + \Phi\left(\frac{3,5 - 4,1648}{0,2473}\right) = -0,4700 + 0,4964 = 0,0265$$

$$p_3 = 0,1120$$

$$p_4 = 0,2545$$

$$p_5 = 0,3111$$

$$p_6 = 0,2047$$

$$p_7 = 0,0724$$

$$p_8 = 0,0152.$$

$$\chi_0^2 = 17,0137 > \chi_{0,05}^2(8-2-1) = 11,07$$

Bác bỏ H_0 .

Câu 4:

Số liệu bấm máy (để không yêu cầu hết):

$$\begin{aligned}
 n = 100; \quad \bar{x} = 24,8 \quad s_x = 2,2978 \quad s_x = 2,3094 \\
 \bar{y} = 24,8 \quad s_y = 1,3076 \quad s_y = 1,3142 \\
 \overline{xy} = 126,66 \quad r = 0,8027 \quad A = -6,3191 \quad B = 0,4568
 \end{aligned}$$

$$a) \varepsilon = \frac{2,58 * 2,3094}{\sqrt{100}} \approx 0,5958 \quad . \text{ Khoảng UL: } 24,8 \pm 0,5958$$

$$b) Y = -6,3191 + 0,4568 * X$$

$$c) \varepsilon = \frac{1,64 * \sqrt{0,37 * 0,63}}{\sqrt{100}} \approx 0,0792. \quad \text{Khoảng UL tỷ lệ: } 0,37 \pm 0,0792$$

$$d) \text{GTKĐ} \quad H_0 : a = 5 \text{ m} \\ H_1 : a \neq 5 \text{ m.}$$

$$z_0 = \frac{|5,01 - 5|}{1,3142} \sqrt{100} \approx 0,0761 < z_\alpha = 1,96.$$

Chấp nhận H_0 .