

ĐỀ THI MẪU PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Thời gian làm bài: 90 phút.

YÊU CẦU:

- **KHÔNG** làm tròn các kết quả trung gian. **KHÔNG** ghi đáp số ở dạng phân số.
- Các đáp số ghi vào bài thi được làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân.

CÂU 1. Cho phương trình $f(x) = 2^x - 5x + \sin x = 0$ có khoảng cách li nghiệm $[0, 0.5]$. Dùng phương pháp Newton, chọn x_0 theo điều kiện Fourier, tính nghiệm gần đúng x_1 và đánh giá sai số Δx_1 theo công thức sai số tổng quát.

Kết quả: $x_1 \approx$ _____; $\Delta x_1 \approx$ _____.

CÂU 2. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 6.25x_1 + 0.22x_2 - 0.57x_3 = 12.34 \\ 0.22x_1 + 8.42x_2 - 0.44x_3 = 10.63 \\ -0.57x_1 - 0.44x_2 + 15.18x_3 = 21.75 \end{cases}$$
. Sử dụng phân rã Choleski $A = BB^T$ tìm các phần tử b_{11}, b_{22}, b_{33} của ma trận tam giác dưới B .

Kết quả: $b_{11} =$ _____; $b_{22} =$ _____; $b_{33} =$ _____.

CÂU 3. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 11x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 12.27 \\ 2x_1 + 13x_2 - 6x_3 = 25.73 \\ 2x_1 + 5x_2 + 17x_3 = 18.49 \end{cases}$$
. Với $x^{(0)} = [0.3, 0.5, 0.1]^T$, hãy tìm vectơ $x^{(3)}$ bằng phương pháp Gauss-Seidel.

Kết quả: $x_1^{(3)} =$ _____; $x_2^{(3)} =$ _____; $x_3^{(3)} =$ _____.

CÂU 4. Xây dựng spline bậc ba $g(x)$ nội suy bảng số: $\begin{array}{c|ccc} x & 1.0 & 1.5 & 2.0 \\ \hline y & 4.2 & 4.8 & 6.5 \end{array}$ và thỏa điều kiện $g'(1.0) = 0.5$, $g'(2.0) = 0$

Kết quả: $g_0(x) =$ _____ $\forall x \in [1.0, 1.5];$

$g_1(x) =$ _____ $\forall x \in [1.5, 2.0].$

CÂU 5. Cho bảng số $\begin{array}{c|cccccccc} x & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 28 \\ \hline f(x) & 1.2 & 1.5 & 1.9 & 2.1 & 2.6 & 2.8 & 3.7 \end{array}$. Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm dạng $f(x) = A\sqrt[3]{x} + \frac{B}{x^2}$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

Kết quả: $A =$ _____; $B =$ _____.

CÂU 6. Cho bảng số $\begin{array}{c|cccc} x & 1.0 & 1.5 & 2.0 & 2.5 \\ \hline y & 3.7 & 4.3 & 5.8 & 6.7 \end{array}$. Sử dụng đa thức nội suy Newton tính gần đúng đạo hàm $y'(x)$ tại điểm $x = 1.2$.

Kết quả: $y'(1.2) =$ _____.

CÂU 7. Xét tích phân: $I = \int_1^2 \sqrt[3]{8x+3} dx$. Dùng công thức Simpson mở rộng, xác định số đoạn chia tối thiểu (n_{min}) để sai số $\leq 10^{-6}$. Với giá trị $n = n_{min}$ vừa tìm được, hãy xấp xỉ tích phân trên.

Kết quả: $n_{min} =$ _____; $I =$ _____.

CÂU 8. Xét bài toán Cauchy $\begin{cases} y' = xy^2 + e^{-x} + 1.5x, & 1 \leq x \\ y(1) = 0.5 \end{cases}$. Sử dụng công thức Runge-Kutta cấp 4, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ tại $x = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

Kết quả: $K2 =$ _____; $y(1.2) =$ _____.

CÂU 9. Xét bài toán Cauchy đối với ptvp cấp 2: $\begin{cases} y''(t) = \cos(y(t) + 1) + \sin(y'(t) + 2) + 2.1t, & 1 \leq t \\ y(1) = 1.4; y'(1) = 0 \end{cases}$. Thực hiện phép đổi biến $y'(t) = x(t)$ và sử dụng công thức Euler, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(t)$ và đạo hàm $y'(t)$ tại điểm $t = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

Kết quả: $y(1.2) =$ _____; $y'(1.2) =$ _____.

CÂU 10. Xét bài toán biên: $\begin{cases} (x^2 + 1)y'' + 5xy' - 10y = -8x^2, & 1.4 \leq x \leq 1.8 \\ y(1.4) = 0; y(1.8) = 0.8 \end{cases}$. Bằng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ trong $[1.4, 1.8]$ với bước $h = 0.1$.

Kết quả: $y(1.5) =$ _____; $y(1.6) =$ _____; $y(1.7) =$ _____.

ĐÁP SỐ:

Câu 01: $x_1 = 0.3024, ss = 0.0061$

Câu 02: $b_{11} = 2.5000, b_{22} = 2.9004, b_{33} = 3.8868$

Câu 03: $x^{(3)}(1) = 0.3493, x^{(3)}(2) = 2.1185, x^{(3)}(3) = 0.4235$

Câu 04: $A = 4.20, B = 0.50, C = -1.45, D = 5.7000$

$A = 4.80, B = 3.32, C = 7.10, D = -13.9000$

Câu 05: $A = 2.0438, B = -2276.9765$

Câu 06: $I = 0.9800$

Câu 07: $n = 8, I = 2.459611$

Câu 08: $K2 = 0.5080, y(1.2) = 1.0256$

Câu 09: $y(1.2) = 1.4000, y'(1.2) = 0.4544$

Câu 10: $y_1 = 0.3416, y_2 = 0.5722, y_3 = 0.7190$

Các bạn vui lòng kiểm tra lại. Mọi ý kiến xin gửi về địa chỉ: tlethai@hcmut.edu.vn