

Họ và tên:

Lớp:

TÍCH PHÂN KÉP

Câu 1. Viết cận tích phân sau trong tọa độ cực $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, trong đó D là miền giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 2x, y \leq 0$

- (A) $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 dr$ (B) $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr$ (C) $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} r^2 dr$ (D) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} r^2 dr$

Câu 2. Tính $I = \iint_D (x^2 - 2xy) dx dy$, với D là miền giới hạn bởi $y = 2x, y = -2x, y = -2$

- (A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

Câu 3. Tính $I = \iint_D (2xy - 3) dx dy$, trong đó D là miền giới hạn bởi $y \leq 2 - x^2, y \geq 0, y \geq x, y \geq -x$. Chọn kết quả đúng

- (A) 7 (B) 14 (C) -7 (D) -14

Câu 4. Tính $\iint_D x^2 dx dy$, trong đó D là miền được giới hạn bởi $y = x^2, x^2 = 4y, y = 4$

- (A) $\frac{64}{15}$ (B) $-\frac{896}{15}$ (C) $\frac{896}{15}$ (D) $-\frac{64}{15}$

Câu 5. Tính tích phân $I = \iint_D \frac{y-x}{x^2+y^2} dx dy$, trong đó D giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0$

- (A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 0

Câu 6. Cho $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ và D là miền giới hạn bởi $y = x^2, x^2 = 4y, y = 4$. Khẳng định nào đúng:

- (A) $I = 2 \int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{4y}} (x^2 + y^2) dx$ (B) $I = \int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{4y}} (x^2 + y^2) dx$
(C) $I = 0$ (D) Các câu đều sai

Câu 7. Cho tích phân $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy$. Tìm đẳng thức đúng.

- (A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_1^2 r^2 dr$ (B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_1^2 r dr$ (C) $\int_0^{\pi} d\varphi \int_1^2 r dr$ (D) $\int_0^{\pi} d\varphi \int_1^2 r^2 dr$

Câu 8. Tính $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy$

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) Đáp án khác (D) $\frac{\pi}{2}$

Câu 9. Cho tích phân $I = \iint_D f(x, y) dx dy$, trong đó D được giới hạn bởi $x \leq \sqrt{y}, x \leq 2 - y^2, x \geq 0$. Tìm đẳng thức đúng.

- (A) $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{2-x}}^{x^2} f(x, y) dy$ (B) $I = \int_0^2 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy$
(C) Các câu khác sai (D) $I = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy$

Câu 10. Viết cận tích phân $I = \iint_D f(x, y) dx dy$, $D: x \leq y^2, x \geq 0, x - y \leq 2$

- (A) $I = \int_0^1 dx \int_{x-2}^{-\sqrt{x}} f(x, y) dy$ (B) $I = \int_{-1}^0 dy \int_{y^2}^{2+y} f(x, y) dx$
(C) $I = \int_0^1 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ (D) $I = \int_{-1}^0 dy \int_{y^2}^{2+y} f(x, y) dx$

Câu 11. Tính $I = \iint_D y dx dy$, trong đó D giới hạn bởi $x - y^2 + 9 = 0, x - y + 3 = 0$, kết quả đúng là:

- (A) $\frac{124}{12}$ (B) $\frac{125}{12}$ (C) $\frac{126}{12}$ (D) Đáp án khác

Câu 12. Tính tích phân $I = \iint_D (x^2 + y^2 - 2x + 2y) dx dy$ với miền D được giới hạn bởi $x - y \leq 2, x + y \geq 0, x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 \leq 0$. Đổi biến bằng cách đặt $x = 1 + r \cos \varphi, y = -1 + r \sin \varphi$, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- (A) $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^1 (r^2 - 2) r dr$ (B) $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^1 (r^2 - 2) r dr$
(C) $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^1 (r^2 - 2) r dr$ (D) $I = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} d\varphi \int_0^1 (r^2 - 2) r dr$

Câu 13. Tính tích phân $I = \iint_D e^{-y^2} y^2 dx dy$, với D là miền giới hạn bởi $0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1$. Chọn kết quả đúng.

- (A) $1 - \frac{1}{e}$ (B) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3e}$ (C) Đáp án khác (D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$

Câu 14. Tính tích phân $I = \iint_D \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dx dy$ với D giới hạn bởi $\{(x, y) \in \mathbb{R}_2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$

- (A) $\frac{15\pi^2}{64}$ (B) $\frac{3\pi^2}{64}$ (C) $\frac{\pi^2}{32}$ (D) Đáp án khác

Câu 15. Tính $\iint_D (x + 2y) dx dy$, trong đó D là miền được giới hạn bởi $y = 1 + x^2, y = 2x^2$

- (A) $\frac{13}{15}$ (B) $\frac{4}{15}$ (C) Các câu kia đều sai (D) $\frac{32}{15}$

Câu 16. Tính $\iint_D xy dx dy$, trong đó miền được giới hạn bởi $y = x - 1, y^2 = 2x + 6$

- (A) 36 (B) 4 (C) 12 (D) Đáp án khác

Câu 17. Đổi thứ tự lấy tích phân sau $I = \int_1^2 dx \int_0^x f(x, y) dy$

- (A) $I = \int_0^1 dy \int_1^2 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_y^2 f(x, y) dx$ (B) $I = \int_0^2 dy \int_y^2 f(x, y) dx$
(C) $I = \int_1^2 dy \int_1^2 f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_y^2 f(x, y) dx$ (D) Các câu đều sai

Câu 18. Tính tích phân $I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dy$

- (A) 4 (B) 0 (C) Các câu khác sai (D) 2

Câu 19. Viết tích phân kép $\iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ với $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_2 | x^2 + y^2 \leq 2x, |y| \leq x\}$ dưới dạng tọa độ cực

- (A) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} \cos(r) r dr$ (B) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r \cos(r) dr$ (C) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{2 \sin \varphi} r \cos(r) dr$ (D) Các câu khác sai

Câu 20. Viết cận tích phân trong tọa độ cực sau $I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, trong đó D là miền giới hạn bởi $\frac{\pi^2}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \pi^2$

- (A) $I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin r r dr$ (B) $I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} r \sin r dr$ (C) $I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} r \sin r dr$ (D) $I = \int_0^{\pi} d\varphi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} r \sin r dr$

Câu 21. Thể tích vật thể Ω được tính bởi $V(\Omega) = \int_{-1}^1 dx \int_0^{1-x^2} y dy$. Vật thể này có thể được giới hạn bởi:

- (A) Trụ $y = 1 - x^2, 3 \text{ mp } z = 0, y = 0$ và $z = y$ (B) Trụ $y = 1 - x^2, 2 \text{ mp } x = y$ và $z = y$
(C) Trụ $y = 1 - x^2, 2 \text{ mp } z = 0$ và $z = y$ (D) Trụ $y = 1 - x^2, 3 \text{ mp } z = 0, x = 0$ và $z = y$

Câu 22. Tính tích phân $I = \iint_D \frac{y}{\sqrt{x^4 + y^2}} dx dy$, trong đó D giới hạn bởi $y = \sqrt{3}x^2, y = 0, x = 1$

- (A) 1 (B) $\frac{2}{3}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{3}$

Câu 23. Tính tích phân $\int_{-3}^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sin(x^2 + y^2) dy$

- (A) $\frac{\pi}{4}(1 - \cos(9))$ (B) $\frac{\pi}{2}(1 - \cos(9))$ (C) $\frac{\pi}{2}(1 - \cos(3))$ (D) $\frac{\pi}{4}(1 - \cos(3))$

Câu 24. Đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$

- (A) $I = \int_1^e dy \int_0^{e^y} f(x, y) dx$ (B) $I = \int_1^e dy \int_0^x f(x, y) dx$ (C) $I = \int_0^1 dy \int_e^{e^y} f(x, y) dx$ (D) $I = \int_0^1 dy \int_{e^y}^e f(x, y) dx$

Câu 25. Viết tích phân kép $\iint_D f(x, y) dx dy$ với $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, y \geq \sqrt{x}\}$ thành tích phân lặp

- (A) $\int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$ (B) $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ (C) $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$ (D) Các câu khác sai

Câu 26. Cho tích phân $I = \iint_D f(x, y) dx dy$, trong đó D giới hạn bởi $x^2 + y^2 + 2y \leq 0, x^2 + y^2 \geq 2$. Tìm đẳng thức đúng:

- (A) $I = \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_{\sqrt{2}}^{-2\sin\varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr$ (B) $I = \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_{-2\sin\varphi}^{\sqrt{2}} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr$
(C) Các câu khác sai (D) $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_{\sqrt{2}}^{-2\sin\varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr$

Câu 27. Cho tích phân $I = \int_0^{\sqrt{2}} dx \int_0^x xy dy + \int_{\sqrt{2}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} xy dy$. Tìm đẳng thức đúng

- (A) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 r^3 \cos \varphi \sin \varphi dr$ (B) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 r^2 \cos \varphi \sin \varphi dr$
(C) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^2 r^2 \cos \varphi \sin \varphi dr$ (D) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^2 r^3 \cos \varphi \sin \varphi dr$

Câu 28. Tính tích phân $I = \int_0^1 dx \int_1^2 \frac{1}{y^3} e^{\frac{x}{y}} dy$

- (A) $I = e - \frac{1}{2}$ (B) $I = e + \sqrt{e} - \frac{1}{2}$ (C) $I = e - \sqrt{e} + \frac{1}{2}$ (D) $I = e - \sqrt{e} - \frac{1}{2}$

Câu 29. Cho $I = \iint_D (\sqrt{x^2 + y^2} - x) dx dy$, với miền D giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq -2y, 0 \leq x \leq -\frac{y}{\sqrt{3}}$ và thực hiện đổi biến $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, công thức nào dưới đây là đúng?

- (A) $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_0^{-2\sin\varphi} r(1 - \cos \varphi) dr$ (B) $I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{3}} d\varphi \int_0^{-2\sin\varphi} r(1 - \cos \varphi) dr$
(C) $I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_0^{-2\sin\varphi} r^2(1 - \cos \varphi) dr$ (D) $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_0^{-2\sin\varphi} r^2(1 - \cos \varphi) dr$

Câu 30. Đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_0^{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_{1+\sqrt{2y-y^2}}^{2-y} f(x, y) dx$

- (A) $I = \int_0^{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ (B) Các câu kia đều sai
(C) $I = \int_1^{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy + \int_{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$
(D) $I = \int_1^{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy + \int_{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$

Câu 31. Thể tích vật thể Ω được tính bởi $V(\Omega) = \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} 2x dy$ Vật thể này có thể được giới hạn bởi:

- (A) Trụ $x^2 + y^2 = 2x, 2 \text{ mp } z = 0 \text{ và } y = 2x$ (B) Trụ $x^2 + y^2 = 2x, 2 \text{ mp } z = 0 \text{ và } z = -2x$
(C) Trụ $x^2 + y^2 = 2x, 2 \text{ mp } z = 0 \text{ và } z = 2x$ (D) Trụ $x^2 + y^2 = 2x, 2 \text{ mp } z = 0 \text{ và } y = -2x$

Câu 32. Tính $\iint_D dx dy$, trong đó D là miền được giới hạn bởi $x^2 + y^2 \geq 4x, x^2 + y^2 \leq 8x, y \geq x, y \leq x\sqrt{3}$

- (A) $\pi - 6 + 3\sqrt{3}$ (B) $\pi + 6 + 3\sqrt{3}$ (C) $\pi - 6 - 3\sqrt{3}$ (D) $\pi + 6 - 3\sqrt{3}$

Câu 33. Tính tích phân $I = \iint_D \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} dx dy$, trong đó D là miền $x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0$

- (A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) 2π

Câu 34. Đổi tích phân sau sang tọa độ cực: $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ với D là miền giới hạn bởi $2y \leq x^2 + y^2 \leq 4y, x \geq 0$

- (A) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{2\sin\varphi}^{4\sin\varphi} r^2 dr$ (B) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{2\sin\varphi}^{4\sin\varphi} r dr$ (C) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_1^2 r^2 dr$ (D) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_1^2 r dr$

Câu 35. Đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_0^2 dx \int_0^x f(x, y) dy$

- (A) $I = \int_0^2 dy \int_0^y f(x, y) dx$ (B) $I = \int_0^2 dy \int_y^2 f(x, y) dx$ (C) $I = \int_1^2 dy \int_1^2 f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_y^2 f(x, y) dx$

(D) Các câu kia đều sai

Câu 36. Đổi thứ tự tích phân $I = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) dy$

- (A) $I = \int_0^2 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx$ (B) $I = \int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ (C) $I = \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$

- (D) $I = \int_0^1 dy \int_y^2 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$

Câu 37. Viết cận tích phân $I = \iint_D f(x, y) dx dy$, với $D : x \leq 2 - y^2, x \geq 0, x + y \leq 0$

- (A) $I = \int_{-1}^0 dy \int_{-y}^{2-y^2} f(x, y) dx$ (B) $I = \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^{-x} f(x, y) dy$

- (C) $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{2-x}}^{-x} f(x, y) dy$ (D) $I = \int_{-1}^0 dy \int_{2-y^2}^{-y} f(x, y) dx$

Câu 38. Đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_0^4 dy \int_{-\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx$

- (A) $I = \int_{-2}^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy - \int_{-2}^0 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$ (B) $I = \int_{-2}^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{x^2-x} f(x, y) dy$

- (C) $I = \int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$ (D) Các câu khác sai

Câu 39. Tính $I = \iint_D \sin x^2 dx dy$, trong đó D giới hạn bởi $y \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi$. Kết quả đúng là:

- (A) $1 - \frac{\cos \pi^2}{2}$ (B) $\frac{1}{2} - \frac{\cos \pi^2}{4}$ (C) $\frac{1}{2} - \frac{\cos \pi^2}{2}$ (D) $1 - \frac{\cos \pi^2}{4}$

Câu 40. Tính tích phân $\iint_D |x| dx dy$ với $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -y \leq x \leq y\}$

- (A) $\frac{7(2-\sqrt{2})}{3}$ (B) $\frac{3(2-\sqrt{2})}{2}$ (C) 0 (D) Các câu khác sai

Câu 41. Tính $\iint_D 2x dx dy$ trong đó D là miền được giới hạn bởi $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x$

- (A) 4π (B) 14π (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $-\frac{2\pi}{3}$

Câu 42. Tính $\iint_D x^2(y-x) dx dy$, trong đó D là miền được giới hạn bởi $y = x^2, x = y^2$

- (A) $\frac{1}{504}$ (B) Các câu đều sai (C) $\frac{1}{252}$ (D) $-\frac{1}{504}$

Câu 43. Viết cận tích phân sau trong tọa độ cực $I = \iint_D (x+1) dx dy$, trong đó D là miền giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -x, y \leq 0$

- (A) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr$ (B) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 d\varphi \int_0^2 (r \cos \varphi + 1) r dr$

- (C) $I = \int_{\frac{5\pi}{4}}^{2\pi} d\varphi \int_0^2 (r \cos \varphi + 1) r dr$ (D) $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 dr$

ĐÁP ÁN

TÍCH PHÂN KÉP

Câu 1. (C)	Câu 8. (A)	Câu 15. (D)	Câu 22. (D)	Câu 30. (D)	Câu 37. (B)
Câu 2. (A)	Câu 9. (D)	Câu 16. (A)	Câu 23. (B)	Câu 31. (C)	Câu 38. (C)
Câu 3. (C)	Câu 10. (A)	Câu 17. (A)	Câu 24. (D)	Câu 32. (A)	Câu 39. (C)
Câu 4. (C)	Câu 11. (B)	Câu 18. (D)	Câu 25. (B)	Câu 33. (B)	Câu 40. (A)
Câu 5. (A)	Câu 12. (C)	Câu 19. (D)	Câu 26. (A)	Câu 34. (A)	Câu 41. (B)
Câu 6. (A)	Câu 13. (D)	Câu 20. (B)	Câu 27. (A)	Câu 35. (B)	Câu 42. (D)
Câu 7. (A)	Câu 14. (B)	Câu 21. (A) , (B)	Câu 28. (D)	Câu 36. (C)	Câu 43. (B)
Câu 29. (D)					

