TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP.HCM

---o0o---

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Họ và tên: Lê Quảng Đại

MSSV: 2012902

Nhóm: 11

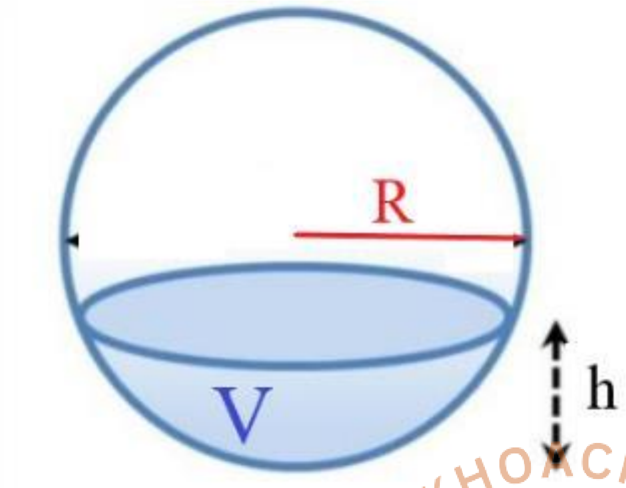
Lớp: L09

Mã số M: 3.4308

TP. HỒ CHÍ MINH

Bài 1: Để dự trữ V=5.4M (m^3) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước V chứa trong bể nước cho bởi công thức $V = \dfrac{3.14h^2(3M-h)}{3}$, trong đó:

V: thể tích nước (m^3), h: chiều cao (m), M: bán kính bể nước (m). Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu h_0=2 (m). Tìm sai số của h_2 sau 2 lần lặp theo SSTQ khi xét trong khoảng cách ly nghiệm $[0.5;2.0]$(m). Đáp số với 4 số lẻ



Bài làm:

+ $V = 5.4\times 3.4308 = 18.52632\left(m^3\right)$

+ Lượng nước chứa trong bể:

$$V = \frac{3.14\times h^2\times(3\times 3.4308-h)}{3}$$

+ Ta có hàm theo chiều cao mực nước h:

$f(h) = 3.14\times h^2\times(10.2924-h)-3V$

$= 3.14\times h^2\times(10.2924-h)-55.57896$

$= -3.14h^3+32.318136h^2-55.57896$

Theo phương pháp Newton:

+ $h_1 = h_o - \dfrac{f(h_0)}{f'(h_0)} = 2-\dfrac{f(2)}{f'(2)} = 1.469677532(m)$

+ $h_2 = h_1 - \dfrac{f(h_1)}{f'(h_1)} = 1.412623627(m)$

+ Sai số của h2 sau 2 lần lặp theo CT SSTQ:

$$\left|h_2-\bar{h}\right| \le \frac{\left|f(h_2)\right|}{m} = \frac{0.0607180267}{29.963136} = 0.0021(m)$$

Với $m = \min\limits_{[0.5;2]}\left|f'(h)\right|$

Bài 2: Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss-Seidel của hệ 2 phương trình 2 ẩn là:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = ax_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = cx_1^{(k+1)} + d \end{cases}, \text{ biết } x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}, x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}, x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$$

Tìm các giá trị a,b,c,d. Đáp số với 4 số lẻ.

Bài làm:

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.4308 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.68616 \\ 0.75 \end{bmatrix}$$

$$x^{(2)} = \begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ 0.34308 \end{bmatrix}$$

+ Theo đề bài:

$$+k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1^{(1)} = ax_2^{(o)} + b \\ x_2^{(1)} = cx_1^{(1)} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.68616 = 0.5a + b \\ 0.75 = 0.68616c + d \end{cases} (1)$$

$$+k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1^{(2)} = ax_2^{(1)} + b \\ x_2^{(2)} = cx_1^{(2)} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.125 = 0.75a + b \\ 0.34308 = 0.125c + d \end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2):

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2.2446 \\ b = 1.8085 \\ c = 0.7251 \\ d = 0.2524 \end{cases}$$

Bài 3: Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một cửa hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau:

X: Giá (đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
Y: Sản phẩm (chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	400M

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu y=a+bx là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu bán được 3000 chiếc. (sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng đơn vị, giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị trăm đồng).

Bài làm:

$$+ \sum_{k=1}^{n} x_k = 4500 + 5000 + 5400 + 6000 + 6600 + 7000 + 8000 = 42.500 \text{ (đồng)}$$

+ $\sum_{k=1}^{n} y_k = 3980 + 3650 + 3500 + 3360 + 3150 + 3000 + 400 \times 3.4308 = 22012.32$ (chiếc)

+ $\sum_{k=1}^{n} {x_k}^2 = 266970000$

+ $\sum_{k=1}^{n} x_k y_k = 127988560$

Hàm cầu theo bài cho: $y = A + Bx$

Ta có:

$$\begin{cases} 7A + \left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right)B = \left(\sum_{k=1}^{n} y_k\right) \\ \left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right)A + \left(\sum_{k=1}^{n} {x_k}^2\right)B = \left(\sum_{k=1}^{n} x_k y_k\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7A + 42500B = 2201232 \\ 42500A + 266970000B = 127988560 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 6989.371129 \\ B = -0.6332535977 \end{cases}$$

$y = 6989.371129 - 0.6332535977x$

+ Với giá 5800 đồng, số sản phẩm bánh ngọt được bán ra là:

$y = 6989.371129 - 0.6332535977 \times 5800 = 3317$ (chiếc)

+ Giá bánh ngọt nếu bán được 3000 chiếc là:

$x = \dfrac{6989.371129 - y}{0.6332535977} = \dfrac{6989.371129 - 3000}{0.6332535977} = 6300$ (đồng)

Bài 4: Tọa độ hai hàm f(x) và g(x) trên mặt phẳng cho bởi bảng sau:

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
f(x)	0.8	0.9M	1.0	1.15	1.05	1.2	0.5M
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng x=1, x=2.2 (Đáp số với 2 số lẻ).

Bài làm:

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
f(x)	0.8	3.08772	1.0	1.15	1.05	1.2	1.7154
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Simpson: 2n=6, h=0.2

+ Diện tích miền phẳng giới hạn bởi f(x) và hai đường thẳng x=1, x=2.2:

$$I_1 = \left|\int_1^{2.2} f(x)dx\right| \approx \frac{h}{3}\left(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + ... + 4y_{n-1} + y_n\right)$$

$$= \frac{0.2}{3}\left(0.8 + 4\times 3.08772 + 2\times 1 + 4\times 1.15 + 2\times 1.05 + 4\times 1.2 + 1\times 1.7154\right)$$

$= 1.891085333(dvdt)$

+ Diện tích miền phẳng giới hạn bởi g(x) và hai đường thẳng x=1, x=2.2:

$$I_2=\left|\int_1^{2.2} g(x)dx\right|\approx\frac{h}{3}\left(y_0+4y_1+2y_2+...+4y_{n-1}+y_n\right)$$
$$=\frac{0.2}{3}\left(2.7+4\times3.9+2\times4.2+4\times5.1+2\times4.7+4\times3.5+3.2\right)$$
$$=\frac{737}{150}(dvdt)$$

+ Diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị này và 2 đường thẳng x=1, x=2.2 là:

$$S=\int_1^{2.2}|I_1-I_2|dx=\left|\int_1^{2.2} I_1dx-\int_1^{2.2} I_2dx\right|=\left|1.891085333-\frac{737}{150}\right|\approx 3.02(dvdt)$$

Bài 5: (Bài tập nhóm 11)

A là ma trận kích thước 2x2. X là ma trận 2x1. Chứng minh rằng: $\|AX\|_1\le\|A\|_1\times\|X\|_1$

Tìm X sao cho xảy ra dấu "=": $\|A\|_1=\underset{j}{Max}\left(\sum_{i=1}^{n}|a_{i,j}|\right)$

Giải : Gọi 2 ma trận $A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$ và $X=\begin{pmatrix}x_{11}\\ x_{21}\end{pmatrix}\forall a_{11},a_{12},a_{21},a_{22},x_{11},x_{21}\ge 0$

$$AX=\begin{pmatrix}a_{11}x_{11}+a_{12}x_{21}\\ a_{21}x_{11}+a_{22}x_{21}\end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow\|AX\|_1=|a_{11}x_{11}+a_{12}x_{21}|+|a_{21}x_{11}+a_{22}x_{21}|$$

+ Giả sử :

$$|a_{11}|+|a_{21}|>|a_{12}|+|a_{22}|$$
$$\Rightarrow\|A\|_1=a_{11}+a_{21}$$

+Từ ma trận X:

$$\Rightarrow\|X\|_1=x_{11}+x_{21}$$

Ta có:

$$\|AX\|_1-\|A\|_1\times\|X\|_1$$
$$=a_{11}x_{11}+a_{12}x_{21}+a_{21}x_{11}+a_{22}x_{21}-\left[(a_{11}+a_{21})\times(x_{11}+x_{21})\right]$$
$$=a_{11}x_{11}+a_{12}x_{21}+a_{21}x_{11}+a_{22}x_{21}-\left[a_{11}\times(x_{11}+x_{21})\right]-\left[a_{21}\times(x_{11}+x_{21})\right]$$
$$=a_{11}x_{11}+a_{12}x_{21}+a_{21}x_{11}+a_{22}x_{21}-a_{11}x_{11}-a_{11}x_{21}-a_{21}x_{11}-a_{21}x_{21}$$
$$=a_{12}x_{21}+a_{22}x_{21}-a_{11}x_{21}-a_{21}x_{21}$$

$$=x_{21}\times\left[(a_{12}+a_{22})-(a_{11}+a_{21})\right]\le 0 \text{ vì } |a_{11}|+|a_{21}|>|a_{12}|+|a_{22}|$$
$$\Rightarrow\|AX\|_1\le\|A\|_1\times\|X\|_1$$

+ Xét trường hợp $|a_{11}|+|a_{21}|<|a_{12}|+|a_{22}|$, chứng minh tương tự cũng có thể chứng minh được: $\|AX\|_1 \le \|A\|_1 \times \|X\|_1$

+ Dấu "=" xảy ra khi:

$$\left[\begin{array}{c}(a_{12}+a_{22})-(a_{11}+a_{21})=0\\ x_{21}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c}(a_{12}+a_{22})=(a_{11}+a_{21})\\ x_{21}=0\end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Ma trận X có dạng: $X=\begin{pmatrix}x_{11}\\0\end{pmatrix}$