 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		1	2020 - 2021
			Ngày thi		27/1/2021	
	Môn học		Đại số tuyến tính			
	Mã môn học		MT1007		CA 1	
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	2351	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

- A. Đáp án khác. B. $m \neq 5$. C. $m \neq 3$. D. $m \neq -5$.

Câu 2. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 3)^T$. B. $(1; 3)^T$. C. $(1; 1)^T$. D. $(2; -1)^T$.

Câu 3. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. Tổng các trị riêng của A là 7. B. A khả nghịch.
C. A không chéo hóa được. D. A có các trị riêng phân biệt.

Câu 4. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 5. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$. D. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$.

Câu 6. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V . B. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3.
C. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V . D. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V .

Câu 7. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(1; 2)$. B. $(-2; 1)$. C. $(2; -1)$. D. $(0; 0)$.

Câu 8. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$. B. Phép đối xứng qua trục Ox.
C. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox. D. Phép quay quanh gốc O.

Câu 9. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1; x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

- A. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 10. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(-2; 3)$. B. $(2; 8)$. C. $(2; 6)$. D. $(3; 12)$.

Câu 11. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 12. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 0$. B. $\nexists m$. C. $\forall m$. D. $m \neq 1$.

Câu 13. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. Đáp án khác. B. $x = (2; 3)$. C. $x = (8; 11)$. D. $x = (8; 13)$.

Câu 14. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

A. $m = 1$. B. $m \neq 1$. C. $\nexists m$. D. $m = 2$.

Câu 15. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker } f$?

- A. $(0; 1; 1)$. B. $(1; 0; 2)$. C. $(4; 2; -2)$. D. $(1; 1; 1)$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. D. Ba câu kia sai.

Câu 17. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(2; 1; -1)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(-1; -2; 1)^T$. D. $(1; 2; -1)^T$.

Câu 18. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = -4$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = 0$.

Câu 19. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. 7. B. $\frac{7}{10}$. C. -7. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 20. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. 1. B. 2. C. -2. D. $m = -\frac{6}{7}$.

Câu 21. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. 5. B. $\sqrt{17}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{23}$.

Câu 22. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$. B. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.
C. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. D. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 23. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.
C. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$. D. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

Câu 24. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $\forall m$. B. $\nexists m$. C. $m \neq 1$. D. $m = 1$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker } f) = 3$.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $\forall m$. D. $\nexists m$.

Câu 26. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A . Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A . B. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .
C. $X_1 + X_2$ là VTR của A . D. $3X_1$ là VTR của A^5 .

Câu 27. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

- A. Ba câu kia sai. B. $3 + m$. C. $10 - m$. D. $2m + 1$.

Câu 28. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

- A. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$.

Câu 29. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(1; -1; 1)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(-1; 3; 1)$. D. $(0; 1; 1)$.

Câu 30. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 31. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1)$; $f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im} f$?

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $\forall m$.

Câu 32. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

- A. $m = -4$. B. $\nexists m$. C. $m < -4$. D. $m > -4$.

Câu 33. Tìm m để ánh xạ $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3^2; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

- A. $m = 0$. B. 1. C. $\forall m$. D. $\nexists m$.

Câu 34. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1)$, $f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(42; 14)$. B. $(22; -12)$. C. $(34; 4)$. D. Ba câu kia sai.

Câu 35. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

- A. 17. B. 16. C. 20. D. 34.

Câu 36. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. Đáp án khác. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 37. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 38. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 39. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$.

Câu 40. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq 4$. C. với mọi m . D. $m = 4$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sống cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000$, $x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.


Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		1	2020 - 2021
			Ngày thi		27/1/2021	
	Môn học		Đại số tuyến tính			
	Mã môn học		MT1007		CA 1	
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	3472	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. A không chéo hóa được. B. Tổng các trị riêng của A là 7.
C. A có các trị riêng phân biệt. D. A khả nghịch.

Câu 2. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 3. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 3. B. 1. C. -1. D. -2.

Câu 4. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$.

Câu 5. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

- A. $2m + 1$. B. $3 + m$. C. $10 - m$. D. Ba câu kia sai.

Câu 6. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker } f) = 3$.

- A. $\forall m$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $\forall m$.

Câu 7. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

- A. $m \neq 5$. B. $m \neq -5$. C. Đáp án khác. D. $m \neq 3$.

Câu 8. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(1; 2; -1)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(2; 1; -1)^T$. D. $(-1; -2; 1)^T$.

Câu 9. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 10. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A. Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $X_1 + X_2$ là VTR của A. B. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A.
C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A. D. $3X_1$ là VTR của A^5 .

Câu 11. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$. B. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.
C. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. D. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 12. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 13. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. -7. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{10}$. D. 7.

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(4; 2; -2)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(1; 0; 2)$. D. $(0; 1; 1)$.

Câu 15. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1)$; $f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im} f$?

- A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $\forall m$. D. $m = 1$.

Câu 16. Tìm m để hệ sau vô nghiệm
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$$

- A. $m = 2$. B. $\nexists m$. C. $m = 1$. D. $m \neq 1$.

Câu 17. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(0; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(2; -1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 18. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. $m = -\frac{6}{7}$. B. -2 . C. 1 . D. 2 .

Câu 19. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 1 . C. 2 . D. $\sqrt{3}$.

Câu 20. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. D. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

Câu 21. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq 4$. C. với mọi m . D. $m = 4$.

Câu 22. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

- A. 17. B. 34. C. 16. D. 20.

Câu 23. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 24. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$.
C. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$. D. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$.

Câu 25. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 0$. B. $m = -4$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Câu 26. Tìm m để ánh xạ $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3^2; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

- A. 1. B. $\nexists m$. C. $m = 0$. D. $\forall m$.

Câu 27. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{17}$. C. 5. D. $\sqrt{23}$.

Câu 28. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

- A. $m < -4$. B. $\nexists m$. C. $m = -4$. D. $m > -4$.

Câu 29. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 3)^T$. B. $(1; 1)^T$. C. $(2; -1)^T$. D. $(1; 3)^T$.

Câu 30. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(3; 12)$. B. $(2; 6)$. C. $(-2; 3)$. D. $(2; 8)$.

Câu 31. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 32. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V . B. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V .
C. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V . D. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3.

Câu 33. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1; x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

- A. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 34. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$. B. Phép đối xứng qua trục Ox.
C. Phép quay quanh gốc O. D. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox.

Câu 35. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(-1; 3; 1)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; -1; 1)$.

Câu 36. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $\forall m$. B. $m \neq 1$. C. $\nexists m$. D. $m = 1$.

Câu 37. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1)$, $f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(22; -12)$. B. Ba câu kia sai. C. $(34; 4)$. D. $(42; 14)$.

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. C. Ba câu kia sai. D. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 39. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

- A. $\forall m$. B. $m \neq 1$. C. $\nexists m$. D. $m \neq 0$.

Câu 40. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (2; 3)$. B. Đáp án khác. C. $x = (8; 11)$. D. $x = (8; 13)$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sông cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000$, $x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại

các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.


Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	1	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA 1	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	4953	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

- A. $m < -4$. B. $m > -4$. C. $\nexists m$. D. $m = -4$.

Câu 2. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A . Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $3X_1$ là VTR của A^5 . B. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .
C. $X_1 + X_2$ là VTR của A . D. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A .

Câu 3. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V . B. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V .
C. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3. D. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V .

Câu 4. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(1; -1; 1)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(-1; 3; 1)$.

Câu 5. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$.

Câu 6. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

- A. $m \neq -5$. B. $m \neq 3$. C. Đáp án khác. D. $m \neq 5$.

Câu 7. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

- A. 20. B. 34. C. 17. D. 16.

Câu 8. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1); f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im} f$?

- A. $m = 1$. B. $\forall m$. C. $m = -3$. D. $m = 3$.

Câu 9. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1; x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

- A. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 10. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (8; 11)$. B. $x = (2; 3)$. C. $x = (8; 13)$. D. Đáp án khác.

Câu 11. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 1$. B. $m \neq 0$. C. $\forall m$. D. $\nexists m$.

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 13. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(0; 1; 1)$. B. $(4; 2; -2)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $(1; 0; 2)$.

Câu 15. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

- A. $3 + m$. B. $2m + 1$. C. Ba câu kia sai. D. $10 - m$.

Câu 16. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$.
C. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$. D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$.

Câu 17. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$. B. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.
C. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. D. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 18. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq 4$. C. với mọi m . D. $m = 4$.

Câu 19. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 20. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 8)$. B. $(2; 6)$. C. $(-2; 3)$. D. $(3; 12)$.

Câu 21. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1)$, $f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(34; 4)$. B. $(22; -12)$. C. Ba câu kia sai. D. $(42; 14)$.

Câu 22. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $\forall m$. B. $m = 1$. C. $m \neq 1$. D. $\nexists m$.

Câu 23. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker } f) = 3$.

- A. $\forall m$. B. $\nexists m$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 24. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. Ba câu kia sai. B. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 26. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. D. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

Câu 27. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(2; 1; -1)^T$. B. $(1; 2; -1)^T$. C. $(0; 0; 0)^T$. D. $(-1; -2; 1)^T$.

Câu 28. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(1; 3)^T$. B. $(2; 3)^T$. C. $(1; 1)^T$. D. $(2; -1)^T$.

Câu 29. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $\nexists m$. B. $m = 2$. C. $m \neq 1$. D. $m = 1$.

Câu 30. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -4$.

Câu 31. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. $m = -\frac{6}{7}$. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 32. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(1; 2)$. B. $(0; 0)$. C. $(-2; 1)$. D. $(2; -1)$.

Câu 33. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 34. Tìm m để ánh xạ $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3^2; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

- A. 1. B. $\nexists m$. C. $m = 0$. D. $\forall m$.

Câu 35. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$. B. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox.
C. Phép đối xứng qua trục Ox. D. Phép quay quanh gốc O.

Câu 36. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 1. B. -1. C. 3. D. -2.

Câu 37. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. 7. B. $\frac{7}{10}$. C. -7. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 38. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 39. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. 5. B. $\sqrt{17}$. C. $\sqrt{23}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. Tổng các trị riêng của A là 7. B. A có các trị riêng phân biệt.
C. A không chéo hóa được. D. A khả nghịch.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sống cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000, x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại

các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.


Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	1	2020 - 2021	
			Ngày thi	27/1/2021		
	Môn học	Đại số tuyến tính				
	Mã môn học	MT1007		CA 1		
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	8724		
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. $\sqrt{17}$. B. 5. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{23}$.

Câu 2. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$. B. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.
 C. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. D. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 3. Cho X_1, X_2 là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A . Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A . B. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A .
 C. $3X_1$ là VTR của A^5 . D. $X_1 + X_2$ là VTR của A .

Câu 4. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

- A. $\nexists m$. B. $\forall m$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq 0$.

Câu 5. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. A khả nghịch. B. A có các trị riêng phân biệt.
 C. A không chéo hóa được. D. Tổng các trị riêng của A là 7.

Câu 6. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; -1)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 7. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; -1)^T$. B. $(2; 3)^T$. C. $(1; 3)^T$. D. $(1; 1)^T$.

Câu 8. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. Đáp án khác. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 9. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(2; -3; 1)$. B. $(0; 1; 1)$. C. $(-1; 3; 1)$. D. $(1; -1; 1)$.

Câu 10. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (2; 3)$. B. $x = (8; 11)$. C. Đáp án khác. D. $x = (8; 13)$.

Câu 11. Tìm m để ánh xạ $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3^2; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

- A. $\nexists m$. B. $\forall m$. C. 1. D. $m = 0$.

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1)$, $f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(42; 14)$. B. Ba câu kia sai. C. $(34; 4)$. D. $(22; -12)$.

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. D. Ba câu kia sai.

Câu 14. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. với mọi m . B. $m \leq 4$. C. $m \leq 0$. D. $m = 4$.

Câu 15. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(0; 0; 0)^T$. B. $(2; 1; -1)^T$. C. $(1; 2; -1)^T$. D. $(-1; -2; 1)^T$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker } f) = 3$.

- A. $\forall m$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $\nexists m$.

Câu 17. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 18. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 19. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. -7. B. 7. C. $\frac{7}{10}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 20. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = -4$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Câu 21. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1)$; $f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im } f$?

- A. $\forall m$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 22. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $m = 1$. B. $\nexists m$. C. $m \neq 1$. D. $\forall m$.

Câu 23. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.

Câu 24. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. -1. B. 1. C. 3. D. -2.

Câu 25. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$.

Câu 26. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V . B. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3.
C. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V . D. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V .

Câu 27. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép quay quanh gốc O. B. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$.
C. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox. D. Phép đối xứng qua trục Ox.

Câu 28. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1; x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

- A. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 29. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$.

Câu 30. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

- A. Ba câu kia sai. B. $2m + 1$. C. $10 - m$. D. $3 + m$.

Câu 31. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 8)$. B. $(2; 6)$. C. $(3; 12)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 32. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

- A. 34. B. 20. C. 17. D. 16.

Câu 33. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng $(P): 2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(4; 2; -2)$. B. $(0; 1; 1)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $(1; 0; 2)$.

Câu 34. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 35. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

- A. $\nexists m$. B. $m > -4$. C. $m = -4$. D. $m < -4$.

Câu 36. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $\nexists m$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m \neq 1$.

Câu 37. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

- A. $m \neq 3$. B. $m \neq -5$. C. Đáp án khác. D. $m \neq 5$.

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 39. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$. D. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$.

Câu 40. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. 2. B. -2. C. 1. D. $m = -\frac{6}{7}$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sống cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000, x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại

các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2351

1. D	2. D	3. C	4. D	5. A	6. C	7. B	8. A	9. C	10. C
11. A	12. B	13. C	14. C	15. C	16. C	17. C	18. A	19. B	20. D
21. D	22. A	23. C	24. A	25. A	26. D	27. C	28. C	29. C	30. D
31. B	32. C	33. A	34. A	35. D	36. D	37. B	38. B	39. A	40. D

Mã đề thi 3472


1. A	2. C	3. C	4. C	5. C	6. B	7. B	8. D	9. B	10. D
11. D	12. D	13. C	14. A	15. A	16. B	17. B	18. A	19. C	20. D
21. D	22. B	23. A	24. A	25. B	26. C	27. D	28. A	29. C	30. B
31. A	32. B	33. C	34. A	35. A	36. A	37. D	38. D	39. C	40. C

Mã đề thi 4953

1. A	2. A	3. B	4. D	5. C	6. A	7. B	8. D	9. A	10. A
11. D	12. D	13. B	14. B	15. D	16. D	17. D	18. D	19. D	20. B
21. D	22. A	23. C	24. D	25. D	26. D	27. D	28. D	29. A	30. D
31. A	32. C	33. C	34. C	35. A	36. B	37. B	38. C	39. C	40. C

Mã đề thi 8724

1. D	2. D	3. C	4. A	5. C	6. D	7. A	8. C	9. C	10. B
11. D	12. A	13. C	14. D	15. D	16. B	17. D	18. D	19. C	20. A
21. C	22. D	23. A	24. A	25. C	26. A	27. B	28. D	29. B	30. C
31. B	32. A	33. A	34. D	35. D	36. A	37. B	38. C	39. A	40. D

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	1	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA 1	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2351	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

A. $m \neq 1$. B. $m = 2$. C. $\nexists m$. D. $m = 1$.

Câu 2. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

A. $m \neq 3$. B. Đáp án khác. C. $m \neq -5$. D. $m \neq 5$.

Câu 3. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. Tổng các trị riêng của A là 7. B. A có các trị riêng phân biệt.
C. A khả nghịch. D. A không chéo hóa được.

Câu 4. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

A. $(1; 2; -1)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(-1; -2; 1)^T$. D. $(2; 1; -1)^T$.

Câu 5. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

A. $m = -4$. B. $m > -4$. C. $m < -4$. D. $\nexists m$.

Câu 6. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

A. $10 - m$. B. $2m + 1$. C. Ba câu kia sai. D. $3 + m$.

Câu 7. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker } f$?

A. $(1; -1; 1)$. B. $(0; 1; 1)$. C. $(-1; 3; 1)$. D. $(2; -3; 1)$.

Câu 8. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$.

Câu 9. Tìm m để ánh xạ $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

A. $\nexists m$. B. 1. C. $m = 0$. D. $\forall m$.

Câu 10. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$.

Câu 11. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V . B. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V .
C. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3. D. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V .

Câu 12. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. $m = 4$. B. $m \leq 4$. C. $m \leq 0$. D. với mọi m .

Câu 13. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 0; 2)$. C. $(4; 2; -2)$. D. $(0; 1; 1)$.

Câu 15. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(3; 12)$. B. $(-2; 3)$. C. $(2; 6)$. D. $(2; 8)$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker} f) = 3$.

- A. $m = 0$. B. $\forall m$. C. $\nexists m$. D. $m = 1$.

Câu 17. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 3. B. -2. C. -1. D. 1.

Câu 18. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

- A. 17. B. 20. C. 34. D. 16.

Câu 19. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 3)^T$. B. $(1; 1)^T$. C. $(1; 3)^T$. D. $(2; -1)^T$.

Câu 20. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. $\sqrt{23}$. B. $\sqrt{17}$. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Câu 21. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (8; 13)$. B. $x = (8; 11)$. C. $x = (2; 3)$. D. Đáp án khác.

Câu 22. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. -7. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 23. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. Đáp án khác. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 24. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(2; -1)$. B. $(-2; 1)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; 2)$.

Câu 25. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. 2.

Câu 26. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép quay quanh gốc O. B. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox.
C. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$. D. Phép đối xứng qua trục Ox.

Câu 27. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. $m = -\frac{6}{7}$. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 28. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

- A. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 29. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 30. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -4$.

Câu 31. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$. B. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$.

Câu 32. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $\forall m$. B. $m \neq 1$. C. $\nexists m$. D. $m = 1$.

Câu 33. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A . Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A . B. $3X_1$ là VTR của A^5 .
C. $X_1 + X_2$ là VTR của A . D. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A .

Câu 34. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1); f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im} f$?

- A. $\forall m$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = -3$.

Câu 35. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 0$. B. $\nexists m$. C. $m \neq 1$. D. $\forall m$.

Câu 36. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. Ba câu kia sai. B. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 37. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1); f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(42; 14)$. B. $(22; -12)$. C. $(34; 4)$. D. Ba câu kia sai.

Câu 38. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$. D. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$.

Câu 39. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. B. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.
C. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$. D. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 40. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sông cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000, x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại

các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.


Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ</div>	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		1	2020 - 2021
			Ngày thi		27/1/2021	
	Môn học		Đại số tuyến tính			
	Mã môn học		MT1007		CA 1	
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	3472	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (8; 13)$. B. $x = (8; 11)$. C. $x = (2; 3)$. D. Đáp án khác.

Câu 2. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(1; 2; -1)^T$. B. $(2; 1; -1)^T$. C. $(0; 0; 0)^T$. D. $(-1; -2; 1)^T$.

Câu 3. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{5}$.

Câu 4. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. B. Ba câu kia sai. C. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 5. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. -2. B. 2. C. 1. D. $m = -\frac{6}{7}$.

Câu 6. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. A không chéo hóa được. B. A khả nghịch.
C. Tổng các trị riêng của A là 7. D. A có các trị riêng phân biệt.

Câu 7. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng $(P): 2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker } f$?

- A. $(4; 2; -2)$. B. $(1; 0; 2)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 1; 1)$.

Câu 8. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. $\sqrt{23}$. B. $\sqrt{3}$. C. 5. D. $\sqrt{17}$.

Câu 9. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker } f)$.

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 10. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(-2; 3)$. B. $(2; 8)$. C. $(3; 12)$. D. $(2; 6)$.

Câu 11. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{7}{10}$. C. -7. D. 7.

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1), f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(22; -12)$. B. Ba câu kia sai. C. $(34; 4)$. D. $(42; 14)$.

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(1; 2)$. B. $(0; 0)$. C. $(2; -1)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 14. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = -4$.

D. $m = 0$.

Câu 15. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V .

B. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3.

C. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V .

D. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V .

Câu 16. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

A. $m \neq 1$.

B. $m = 1$.

C. $\forall m$.

D. $\nexists m$.

Câu 17. Tìm m để ánh xạ $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3^2; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

A. $\forall m$.

B. $m = 0$.

C. 1.

D. $\nexists m$.

Câu 18. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

A. $m \neq -5$.

B. Đáp án khác.

C. $m \neq 3$.

D. $m \neq 5$.

Câu 19. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$.

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

D. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$.

Câu 20. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

A. Phép quay quanh gốc O.

B. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$.

C. Phép đối xứng qua trục Ox.

D. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox.

Câu 21. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

A. 34.

B. 16.

C. 20.

D. 17.

Câu 22. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

A. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

B. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.

C. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$.

D. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

Câu 23. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

A. $\nexists m$.

B. $m = -4$.

C. $m < -4$.

D. $m > -4$.

Câu 24. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1); f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im} f$?

A. $m = 3$.

B. $m = -3$.

C. $\forall m$.

D. $m = 1$.

Câu 25. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

A. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.

B. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

C. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.

D. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 26. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

A. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$.

B. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$.

C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$.

D. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$.

Câu 27. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

A. $m = 1$.

B. $\nexists m$.

C. $m = 2$.

D. $m \neq 1$.

Câu 28. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

A. $(2; -3; 1)$.

B. $(-1; 3; 1)$.

C. $(1; -1; 1)$.

D. $(0; 1; 1)$.

Câu 29. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A . Khẳng định nào luôn đúng?

A. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A .

B. $3X_1$ là VTR của A^5 .

C. $X_1 + X_2$ là VTR của A .

D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

- Câu 30.** Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .
- A. $2m + 1$. B. $10 - m$. C. $3 + m$. D. Ba câu kia sai.
- Câu 31.** Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.
- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.
- Câu 32.** Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .
- A. $\nexists m$. B. $\forall m$. C. $m \neq 0$. D. $m \neq 1$.
- Câu 33.** Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$.
- Câu 34.** Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.
- A. Đáp án khác. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.
- Câu 35.** Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?
- A. $(1; 1)^T$. B. $(2; -1)^T$. C. $(2; 3)^T$. D. $(1; 3)^T$.
- Câu 36.** Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.
- Câu 37.** Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?
- A. $m \leq 4$. B. với mọi m . C. $m = 4$. D. $m \leq 0$.
- Câu 38.** Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$
- A. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.
- Câu 39.** Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.
- A. 3. B. -2. C. -1. D. 1.
- Câu 40.** Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker } f) = 3$.
- A. $m = 1$. B. $\forall m$. C. $m = 0$. D. $\nexists m$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sống cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000, x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại

các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.


Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		1	2020 - 2021	
			Ngày thi		27/1/2021		
	Môn học		Đại số tuyến tính				
	Mã môn học		MT1007		CA 1		
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	4953		
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.							

Câu 1. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V .
 B. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V .
 C. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3.
 D. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V .

Câu 2. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(2; -3; 1)$.
 B. $(-1; 3; 1)$.
 C. $(0; 1; 1)$.
 D. $(1; -1; 1)$.

Câu 3. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.
 B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
 C. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$.
 D. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$.

Câu 4. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng $(P): 2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(1; 0; 2)$.
 B. $(1; 1; 1)$.
 C. $(4; 2; -2)$.
 D. $(0; 1; 1)$.

Câu 5. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1; x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

- A. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$.
 B. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.
 C. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$.
 D. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 6. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. 2.
 B. 1.
 C. $\sqrt{5}$.
 D. $\sqrt{3}$.

Câu 7. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

- A. 3.
 B. 1.
 C. 2.
 D. 0.

Câu 8. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

- A. $2m + 1$.
 B. $3 + m$.
 C. $10 - m$.
 D. Ba câu kia sai.

Câu 9. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. với mọi m .
 B. $m = 4$.
 C. $m \leq 0$.
 D. $m \leq 4$.

Câu 10. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

- A. 0.
 B. 1.
 C. 2.
 D. 3.

Câu 11. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. -7.
 B. $\frac{7}{10}$.
 C. $\frac{1}{7}$.
 D. 7.

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
 B. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 C. Ba câu kia sai.
 D. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 13. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (8; 11)$.
 B. Đáp án khác.
 C. $x = (2; 3)$.
 D. $x = (8; 13)$.

Câu 14. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. Đáp án khác. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 15. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. $\sqrt{23}$. B. 5. C. $\sqrt{17}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 16. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 17. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker } f) = 3$.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $\forall m$. D. $\nexists m$.

Câu 18. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

- A. A có các trị riêng phân biệt. B. A khả nghịch.
C. Tổng các trị riêng của A là 7. D. A không chéo hóa được.

Câu 19. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1 y_1 + 2x_1 y_2 + 2x_2 y_1 + 5x_2 y_2$.
Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. $m = -\frac{6}{7}$. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 20. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 21. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 x_2 + 6x_1 x_3 - 2x_2 x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

- A. 16. B. 34. C. 17. D. 20.

Câu 22. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1); f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im } f$?

- A. $m = 3$. B. $\forall m$. C. $m = 1$. D. $m = -3$.

Câu 23. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép đối xứng qua trục Ox. B. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$.
C. Phép quay quanh gốc O. D. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox.

Câu 24. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 + 2x_1$. B. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1 x_2 + 2x_1 - 3x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 3x_1 x_2 - 2x_2 + x_2^2$. D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1 x_2$.

Câu 25. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A. Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A. B. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A.
C. $X_1 + X_2$ là VTR của A. D. $3X_1$ là VTR của A^5 .

Câu 26. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 0$. B. $m \neq 1$. C. $\nexists m$. D. $\forall m$.

Câu 27. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1 x_2 + 2x_1 x_3 - 4x_2 x_3$ xác định âm.

- A. $m = -4$. B. $\nexists m$. C. $m < -4$. D. $m > -4$.

Câu 28. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = 3$. D. $m = -4$.

Câu 29. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 x_2$. B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$.
C. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1 x_2$. D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1 x_2$.

Câu 30. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; -1)^T$. B. $(1; 1)^T$. C. $(1; 3)^T$. D. $(2; 3)^T$.

Câu 31. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $\forall m$. B. $m = 1$. C. $\nexists m$. D. $m \neq 1$.

Câu 32. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(3; 12)$. B. $(2; 8)$. C. $(2; 6)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 33. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

- A. Đáp án khác. B. $m \neq -5$. C. $m \neq 5$. D. $m \neq 3$.

Câu 34. Tìm m để ánh xạ $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

- A. 1. B. $\nexists m$. C. $\forall m$. D. $m = 0$.

Câu 35. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1)$, $f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(34; 4)$. B. $(42; 14)$. C. Ba câu kia sai. D. $(22; -12)$.

Câu 36. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(2; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-2; 1)$. D. $(0; 0)$.

Câu 37. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(-1; -2; 1)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(2; 1; -1)^T$. D. $(1; 2; -1)^T$.

Câu 38. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 39. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. B. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.
C. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$. D. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.

Câu 40. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $m = 2$. B. $\nexists m$. C. $m \neq 1$. D. $m = 1$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sống cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000$, $x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$. B. $1800e^2 + 400e^6$. C. $600e^2 + 400e^6$. D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.


Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		1	2020 - 2021
			Ngày thi		27/1/2021	
	Môn học		Đại số tuyến tính			
	Mã môn học		MT1007		CA 1	
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	8724	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng với hệ trục Oxy. Tìm ảnh của vectơ $v = (2; -1)$.

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 0)$. D. $(2; -1)$.

Câu 2. Cho $X = (1; 2; -1)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -1$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(2; 1; -1)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(-1; -2; 1)^T$. D. $(1; 2; -1)^T$.

Câu 3. Các phép biến đổi nào sau đây trong mặt phẳng Oxy KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Phép chiếu vuông góc lên trục Ox. B. Phép quay quanh gốc O.
C. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$. D. Phép đối xứng qua trục Ox.

Câu 4. Trong không gian vectơ $P_2[x]$ cho ba vectơ $p_1(x) = x^2 + x + 2$, $p_2(x) = x + 1$; $p_3(x) = 2x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của m thì $p_3(x)$ là tổ hợp tuyến tính của $p_1(x)$ và $p_2(x)$?

- A. với mọi m . B. $m \leq 0$. C. $m = 4$. D. $m \leq 4$.

Câu 5. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1; x_2; x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ xác định âm.

- A. $m = -4$. B. $m > -4$. C. $\forall m$. D. $m < -4$.

Câu 6. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 - 2x_3)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $(-1; 3; 1)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(1; -1; 1)$. D. $(0; 1; 1)$.

Câu 7. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1 + 1)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (2x_1 + x_2; x_1)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.

Câu 8. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(1; 2), (1; 1)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (3; 5)^T$.

- A. $x = (8; 13)$. B. $x = (2; 3)$. C. Đáp án khác. D. $x = (8; 11)$.

Câu 9. Tìm tất cả giá trị thực của m để $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ khả nghịch.

- A. $m \neq 3$. B. Đáp án khác. C. $m \neq 5$. D. $m \neq -5$.

Câu 10. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; 2) = (-2; 1)$, $f(1; 1) = (3; 2)$. Tính $f(4; -2)$.

- A. $(34; 4)$. B. $(42; 14)$. C. $(22; -12)$. D. Ba câu kia sai.

Câu 11. Trong các ma trận sau, ma trận nào không phải là ma trận trực giao?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$.

Câu 12. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$. Tìm m để vectơ $u = (1; 1)$ vuông góc với vectơ $v = (2; m)$.

- A. -2 . B. 1 . C. $m = -\frac{6}{7}$. D. 2 .

Câu 13. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB .

- A. $3 + m$. B. Ba câu kia sai. C. $10 - m$. D. $2m + 1$.

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ biết $f(1; 1) = (1; -1)$; $f(1; 2) = (-2; 2)$.

Với giá trị nào của m thì vectơ $v = (-3; m)$ thuộc $\text{Im} f$?

- A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $\forall m$.

Câu 15. Tìm dạng toàn phương $Q(x_1, x_2)$, biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

A. $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 2x_1x_2$.

B. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$.

C. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_1 - x_2$.

D. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$.

Câu 16. Tìm ma trận của dạng toàn phương $f(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 8x_2^2 + 4x_1x_2$

A. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$.

B. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

C. $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$.

D. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$.

Câu 17. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

A. 7.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{7}{10}$.

D. -7.

Câu 18. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

A. (1; 1; 1).

B. (0; 1; 1).

C. (1; 0; 2).

D. (4; 2; -2).

Câu 19. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2(x) \rightarrow P_2(x)$ biết $f(ax^2 + bx + c) = cx + a$. Tìm $\dim(\text{Ker} f)$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 20. Tìm m để $X = (1; m)^T$ là một vectơ riêng của $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

A. 3.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Câu 21. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua đường thẳng $2x - y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

A. $(1; 3)^T$.

B. $(2; -1)^T$.

C. $(2; 3)^T$.

D. $(1; 1)^T$.

Câu 22. Cho dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3$. Tính $Q(2, -1, 1)$.

A. 20.

B. 17.

C. 16.

D. 34.

Câu 23. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Câu 24. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con $F = \langle (-5; 2; -1), (2; -2; -2), (1; 2; 5) \rangle$. Tìm số chiều của không gian F^\perp .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 25. Tìm m để tập hợp $M = \{(1; 2; 3), (2; 4; 6), (4; m; 5)\}$ là một tập sinh của \mathbb{R}_3 .

A. $\forall m$.

B. $m \neq 0$.

C. $m \neq 1$.

D. $\nexists m$.

Câu 26. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$.

A. $m = 1$.

B. $m = -4$.

C. $m = 0$.

D. $m = 3$.

Câu 27. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x \in \mathbb{R}_3, f(x) = mx$. Tìm m để $\dim(\text{Ker} f) = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $\forall m$.

D. $\nexists m$.

Câu 28. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Điều nào sau đây SAI?

A. A khả nghịch.

B. Tổng các trị riêng của A là 7.

C. A không chéo hóa được.

D. A có các trị riêng phân biệt.

Câu 29. Tìm m để hệ sau vô nghiệm $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $\nexists m$.

D. $m \neq 1$.

Câu 30. Trong \mathbb{R}_3 , với tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$, cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

A. 1.

B. $\sqrt{5}$.

C. 2.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận A . Khẳng định nào luôn đúng?

- A. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A .
B. $X_1 + X_2$ là VTR của A .
C. $3X_1$ là VTR của A^5 .
D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

Câu 32. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, họ vectơ nào sau đây là một họ trực giao?

- A. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.
B. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; -1; 1)\}$.
C. $F = \{((1; 2; 1), (-1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.
D. $F = \{((1; 2; 1), (1; 0; 1)), (1; 1; 1)\}$.

Câu 33. Tìm argument của số phức $z = (-1 + i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$.
B. $\frac{\pi}{3}$.
C. Đáp án khác.
D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 34. Trong không gian các ma trận thực cỡ 2×3 , cho tích vô hướng $(A, B) = \text{trace}(B^T A)$, $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm khoảng cách giữa 2 vectơ $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $N = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

- A. 5.
B. $\sqrt{17}$.
C. $\sqrt{3}$.
D. $\sqrt{23}$.

Câu 35. Hàm nào sau đây là dạng toàn phương trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2$.
B. $Q(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1$.
C. $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_1 - 3x_2$.
D. $Q(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 2x_2 + x_2^2$.

Câu 36. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (2x_1 + 3x_2; 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
B. Ba câu kia sai.
C. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.
D. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 37. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 6)$.
B. $(2; 8)$.
C. $(3; 12)$.
D. $(-2; 3)$.

Câu 38. Cho $M = \{x, y, z\}$ là tập sinh của không gian vectơ V . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\{x, 2y, x + y\}$ sinh ra V .
B. $\{2x, 3y, 4z\}$ không sinh ra V .
C. $\{x, y, x + y + z\}$ sinh ra V .
D. Hạng của $\{x, x, z\}$ bằng 3.

Câu 39. Tìm m để ánh xạ $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$ cho bởi $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + mx_3; -x_1 + x_2 - x_3)$ là ánh xạ tuyến tính.

- A. $m = 0$.
B. $\nexists m$.
C. $\forall m$.
D. 1.

Câu 40. Trong \mathbb{R}_3 với tích vô hướng tùy ý, cho không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) | x_1 - x_2 + 2mx_3 = 0\}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $\dim(F^\perp) = 1$.

- A. $\forall m$.
B. $m \neq 1$.
C. $\nexists m$.
D. $m = 1$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41 và 42) Trong một khu vực sống cô lập, có hai loài cạnh tranh nhau. Số lượng cá thể từng loài tại thời điểm t tương ứng là $x_1(t)$ và $x_2(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2.5x_1(t) - 0.5x_2(t) \\ x_2'(t) = -1.5x_1(t) + 1.5x_2(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số cá thể từng loài là $x_1(0) = 1000, x_2(0) = 1400$.

Câu 41: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ nhất là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$.
B. $1800e^2 + 400e^6$.
C. $600e^2 + 400e^6$.
D. $600e^2 - 400e^6$.

Câu 42: Tại thời điểm $t = 2$, số cá thể loài thứ hai là bao nhiêu?

- A. $1800e^2 - 400e^6$.
B. $1800e^2 + 400e^6$.
C. $600e^2 + 400e^6$.
D. $600e^2 - 400e^6$.

(Đề câu 43 và 44) Giả sử để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một dollar của ngành công nghiệp cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.2\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành nông nghiệp cần 0.25\$ của ngành công nghiệp, 0.15\$ của ngành nông nghiệp và 0.1\$ của ngành dịch vụ. Để có được 1\$ của ngành dịch vụ cần 0.15\$ của ngành công nghiệp, 0.1\$ của ngành nông nghiệp và 0.05\$ của ngành dịch vụ.

Câu 43: Ma trận đầu vào là:

A. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 & 0.05 \end{pmatrix}$. D. Các câu kia sai.

Câu 44: Tìm đầu ra cho ngành nông nghiệp, biết nhu cầu cuối cùng của các ngành lần lượt là 400, 350, 200 (đơn vị tính là triệu đô).

- A. 579.403. B. Các câu kia sai. C. 413.474. D. 674.302.

(Đề câu 45 và 46) Một chuỗi cửa hàng gồm ba địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong ba địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong ba địa điểm đó. Chủ chuỗi cửa hàng nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại

các địa điểm khác nhau theo xác suất sau: $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ (đơn vị thời gian là một tháng).

Câu 45: Từ mô hình trên, hãy cho biết số 0.1 có ý nghĩa gì?

- A. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 2 là 0.1.
B. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 1 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
C. Xác suất một phiếu giảm giá từ vị trí số 3 sẽ được sử dụng ở vị trí số 1 là 0.1.
D. Các câu kia sai.

Câu 46: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các cửa hàng 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Hỏi sau 2 tháng, cửa hàng nào được nhiều người mua sắm nhất.

- A. Siêu thị B. B. Siêu thị C. C. Siêu thị A. D. Các câu kia sai.

Câu 47: Một cửa hàng hoa tươi bán 3 loại hoa: hoa hồng, hoa ly và hoa lan. Ngày đầu bán được 10kg hoa hồng, 20kg hoa ly và 16kg hoa lan, doanh thu là 7 triệu 420 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 30kg hoa hồng, 24kg hoa ly và 29kg hoa lan, doanh thu là 13 triệu 760 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg hoa hồng, 22kg hoa ly và m kg hoa lan, doanh thu là 10 triệu 040 ngàn VND. Tìm số nguyên m biết giá của hoa lan là 220 ngàn VND/kg.

- A. 20. B. 25. C. 18. D. 8.

(Đề câu 48, 49 và 50) Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 2400 \\ 2000 \\ 1400 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số $\frac{1}{4}$ có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.25. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.25.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.25. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 10 năm.

- A. 5600. B. Các câu kia sai. C. 5800. D. 300.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 15 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2351

1. C	2. C	3. D	4. C	5. C	6. A	7. C	8. A	9. C	10. B
11. D	12. A	13. D	14. C	15. C	16. A	17. C	18. C	19. D	20. A
21. B	22. D	23. C	24. B	25. D	26. C	27. A	28. C	29. C	30. D
31. C	32. A	33. B	34. B	35. B	36. C	37. A	38. C	39. C	40. D

Mã đề thi 3472

1. B	2. D	3. B	4. A	5. D	6. A	7. A	8. A	9. B	10. D
11. B	12. D	13. D	14. C	15. C	16. C	17. B	18. A	19. A	20. B
21. A	22. A	23. C	24. A	25. D	26. C	27. B	28. B	29. B	30. B
31. A	32. A	33. C	34. C	35. B	36. B	37. C	38. A	39. C	40. C

Mã đề thi 4953

1. D	2. B	3. C	4. C	5. A	6. A	7. B	8. C	9. B	10. B
11. B	12. D	13. A	14. C	15. A	16. D	17. A	18. D	19. A	20. B
21. B	22. A	23. B	24. D	25. D	26. C	27. C	28. D	29. D	30. A
31. A	32. C	33. B	34. D	35. B	36. C	37. A	38. B	39. D	40. B

Mã đề thi 8724

1. A	2. C	3. C	4. C	5. D	6. A	7. A	8. D	9. D	10. B
11. A	12. C	13. C	14. C	15. D	16. D	17. C	18. D	19. C	20. B
21. B	22. D	23. A	24. A	25. D	26. B	27. B	28. C	29. C	30. C
31. C	32. B	33. D	34. D	35. A	36. C	37. A	38. C	39. A	40. A

ĐÁP ÁN PHẦN ỨNG DỤNG (cho cả 4 đề):

41. C	42. A	43. B	44. A	45. C	46. C	47. A	48. C	49. C	50. A
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------