Bộ Giáo dục và Đào tạo

TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUỐC GIA

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP.HCM

---oOo---

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

GVHD: Võ Trần An

Họ và tên: Nguyễn Vân Sơn

MSSV: 2011986

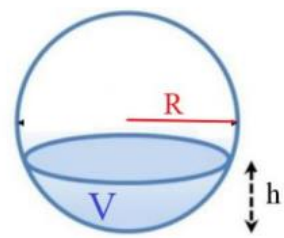
Lớp: L09 **Tổ: 11**

Mã số M: 3.0502

TP. Hồ Chí Minh – 20/4/2022

Câu 1: Để dự trữ V=5.4M (đơn vị: m^3) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước được cho bởi công thức $V=\frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$, trong đó:

V: thể tích nước (đơn vị: m^3), h: chiều cao (đơn vị: m), M: bán kính bể nước (đơn vị: m).



Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu $h_0=2$ (đơn vị: m). Tìm sai số của h_2 (sau 2 lần lặp) theo sai số tổng quát khi xét trong khoảng cách ly nghiệm [0.5,2.0] (đơn vị: m). (Đáp số với 4 số lẻ).

<u>Giải:</u>

Ta có: $V=\frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$

- $f(h)=V-\frac{3.14h^2(3M-h)}{3}=5.4M-\frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$

Với: M = 3.0502

- $f(h)=\ 16.47108-\frac{3.14h^2(9.1506-h)}{3}$
- $f'(h)=\ 3.14h^2-19.155256h$

Ta có: $h_{n+1}=h_n-\frac{f(h_n)}{f'(h_n)}\ ,\forall n>0$

Với: $h_0=2$

- $h_1=h_0-\frac{f(h_0)}{f'(h_0)}=h_0-\frac{16.47108-\frac{3.14h_0^2\left(9.1506-h_0^2\right)}{3}}{3.14h_0^2-19.155256h_0^2}=1.47705511\ (m)$
- $h_2=h_1-\frac{f(h_1)}{f'(h_1)}=h_1-\frac{16.47108-\frac{3.14h_1^2\left(9.1506-h_1^2\right)}{3}}{3.14h_1^2-19.155256h_1^2}=1.428018216\ (m)$
- $h_2=1.4280\ (m)$
- $m=\min\{|f'(h)|\}=\min\{|f'(0.5)|,|f'(2.0)|\}=8.792628$

Sai số tổng quát của h_2: $\Delta_{h_2}\leq\frac{|f(h_2)|}{m}=\frac{|f(h_2)|}{8.792628}=\frac{|f(h_2)|}{8.792628}=0.0014$

Câu 2: Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss-Seidel của hệ 2 phương trình 2 ẩn là:

$\begin{cases}x_1^{(k+1)}=ax_2^{(k)}+b\\x_2^{(k+1)}=cx_1^{(k+1)}+d\end{cases}$. Biết $x^{(0)}=\begin{bmatrix}M\\0.5\end{bmatrix}, x^{(1)}=\begin{bmatrix}\frac{M}{5}\\0.75\end{bmatrix}, x^{(2)}=\begin{bmatrix}0.125\\\frac{M}{10}\end{bmatrix}$. Tìm các giá trị a,b,c,d. (Đáp số với 4 số lẻ).

Giải:

Ta có: $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 3.0502 \\ 0.5 \end{bmatrix}, x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{3.0502}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}, x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{3.0502}{10} \end{bmatrix};$

- Với $k = 0, \begin{cases} x_1^1 = ax_2^0 + b \\ x_2^1 = cx_1^1 + d \end{cases}$
- Với $k = 1, \begin{cases} x_1^2 = ax_2^1 + b \\ x_2^2 = cx_1^2 + d \end{cases}$

Ta được: $\begin{cases} \frac{M}{5} = a.0.5 + b \\ 0.75 = c\frac{M}{5} + d \end{cases}$; $\begin{cases} 0.125 = a.0.75 + b \\ \frac{M}{10} = c.0.125 + d \end{cases}$

⇨ Ta được 2 hệ $\begin{cases} 0.61004 = 0.5a + b \\ 0.125 = 0.75a + b \end{cases}$; $\begin{cases} 0.75 = 0.61004c + d \\ 0.30502 = 0.125c + d \end{cases}$

Giải hệ tìm được:

- a = -1.9402
- b = 1.5801
- c = 0.9174
- d = 0.1903

Câu 3: Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một của hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau:

x: Giá (đơn vị: đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y: Sản phẩm (đơn vị: chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	400M

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu $y = a + bx$ là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc. (Sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng đơn vị, giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị trăm đồng)

Giải:

Với M = 3.0502, ta lập được bảng giá trị:

x: Giá (đơn vị: đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y: Sản phẩm (đơn vị: chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	1220

Từ bảng giá trị ta tính được

$n = 7;$

$\Sigma x = 42500;\ \Sigma y = 21860;$

$\Sigma xy = 126770000;\ \Sigma x^2 = 266970000.$

Theo công thức bình phương tối thiểu:

$$\begin{cases} nA + (\Sigma x_k)B = \Sigma y_k \\ (\Sigma x_k)A + (\Sigma {x_k}^2)B = \Sigma x_k y_k \end{cases}$$

Ta lập được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 7A + 42500B = 21860 \\ 42500A + 266970000B = 126770000 \end{cases}$$

⇨ $\begin{cases} A = 7167.2402 \\ B = -0.6661 \end{cases}$

⇨ y = 7167.2402 – 0.6661x

- Với giá 5800 đồng, số bánh ngọt bán ra:

$y = 7167.2402 - 0.6661 \times 5800 \approx 3304\ (\,chiếc\,)$

- Với 3000 chiếc bánh:

$$x = \frac{3000 - 7167.2402}{-0.6661} \approx 6256\ (\,đồng\,)$$

Vậy:

- Với giá 5800 đồng thì số bánh bán được là 3304 chiếc.
- Muốn bán được 3000 chiếc thì giá mỗi chiếc là 6256 đồng.

Câu 4: Tọa độ hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ trên mặt phẳng cho bởi bảng sau:

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	0.9M	1.0	1.15	1.05	1.2	0.5M
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng $x = 1, x = 2.2$ (Đáp số với 2 số lẻ).

Giải:

Với M = 3.0502

Ta có bảng giá trị

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	2.74518	1.0	1.15	1.05	1.2	1.5251
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng phương pháp Simpson 1/3 với khoảng chia h = 0.2, ta được:

- Diện tích miền phẳng giới hạn bởi đồ thị của f(x), x=1 ,x=2.2 và trục hoành:

$S_1 = \frac{h}{3}[f_0(x) + f_6(x) + 2 \times (f_2(x) + f_4(x)) + 4 \times (f_1(x) + f_3(x) + f_5(x))]$

$$= \frac{0.2}{3}[0.8 + 1.53 + 2 \times (1.0 + 1.05) + 4 \times (2.75 + 1.15 + 1.2)]$$

$= 1.79$

- Diện tích miền phẳng giới hạn bởi đồ thị của g(x), x=1 ,x=2.2 và trục hoành:

$S_2 = \frac{h}{3}[g_0(x) + g_6(x) + 2 \times (g_2(x) + g_4(x)) + 4 \times (g_1(x) + g_3(x) + g_5(x))]$

$$= \frac{0.2}{3}[2.7 + 3.2 + 2 \times (4.2 + 4.7) + 4 \times (3.9 + 5.1 + 3.5)]$$

$= 4.91$

⇨ Diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị f(x), g(x) và hai đường thẳng x=1, x=2.2 là:

$$S = |S_1 - S_2| = |1.79 - 4.91| \approx 3.13$$

Câu 5: (N11) Cho A là ma trận kích thước 2x2. X là ma trận 2x1. Chứng minh rằng:

$$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 . \|X\|_1$$

Tìm X sao cho xảy ra dấu bằng: $\|A\|_1 = Max_i(\sum_{j=1}^{n} |a_{i,j}|)$

Giải:

Gọi A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ và X= $\begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{pmatrix}$ $\forall\, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, x_{11}, x_{21} \geq 0$

⇨ AX= $\begin{pmatrix} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} \end{pmatrix}$

⇨ $\|AX\|_1 = a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21}$

Giả sử $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$

⇨ $\|A\|_1 = a_{11} + a_{21}$

Từ ma trận X:

⇨ $\|X\|_1 = x_{11} + x_{21}$

Ta có: $\|AX\|_1 - \|A\|_1 . \|X\|_1$

$= (a_{11}x_{11} + a_{21}x_{11}) - (a_{11} + a_{21})(x_{11} + x_{21})$

$= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{11} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{11} - a_{21}x_{21}$

$= a_{12}x_{21} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{21}$

$= x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) \leq 0$ (do $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$)

Hay $\|AX\|_1 - \|A\|_1 . \|X\|_1 \leq 0$

⇨ $\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 . \|X\|_1$

Xét trường hợp $a_{11} + a_{21} < a_{12} + a_{22}$ thì cũng có thể chứng minh được:

$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 . \|X\|_1$

Dấu "=" xảy ra khi:

$x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) = 0$

Hay $x_{21} = 0$

Vậy với bất kì ma trận X có dạng X=$\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$