

1. Miền giá trị của hàm số  $f(x, y) = \cos(1 - x^2 + y^2)$  là?

- (a)  $[-1, 1]$  (b)  $[\cos(1), 1]$  (c)  $[-\cos(1), 1]$  (d) Phương án khác

2. Miền xác định và miền giá trị của hàm số

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$$

là?

- (a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (0, \infty)$   
 (b)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}, E = (0, \infty)$   
 (c)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = \mathbb{R}$   
 (d)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (-\infty, 0]$

3. Miền xác định và miền giá trị của hàm số

$$f(x, y) = \frac{\sin(\sqrt{1 - x^2 - y^2})}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$$

là?

- (a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (-\infty, 1)$   
 (b)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (-\infty, \infty)$   
 (c)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = [-\sin 1, \sin 1]$   
 (d)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = [\sin 1, 1]$

4. Miền giá trị của hàm số

$$f(x, y, z) = \left(3 \sin \sqrt{3 - x^2 - y^2 - z^4} - 2\right)^2$$

là?

- (a)  $[0, 4]$  (b)  $[0, 1]$  (c)  $[1, 4]$  (d)  $[2, 4]$

5. Mặt

$$x - y - \frac{y^2}{2} - 2z + z^2 - \frac{3}{2} = 0$$

là mặt gì?

- (a) Elliptic Paraboloid (b) Hyperbolic Paraboloid  
 (c) Nón (d) Hyperboloid một tầng

6. Mặt

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y + z^2 - 2z = 0$$

là mặt gì?

- (a) Elliptic Paraboloid (b) Nón  
(c) Hyperboloid một tầng (d) Hyperboloid hai tầng

7. Mặt

$$x^2 + 4x + y^2 + 2y + z^2 - 2z = -5$$

là mặt gì?

- (a) Cầu (b) Nón  
(c) Hyperboloid một tầng (d) Hyperbolic Paraboloid

8. Mặt

$$x^2 - 4x - y^2 - 2y - z^2 + 2z + 2 = 0$$

là mặt gì?

- (a) Nón (b) Cầu  
(c) Hyperboloid một tầng (d) Hyperboloid hai tầng

9. Mặt

$$z^2 - 4z - x + 5 = 0$$

là mặt gì?

- (a) Trụ parabol (b) Nón  
(c) Trụ (d) Trụ hyperbol

10. Mặt

$$3x + \sqrt{3 + y^2 - z^2} = 0$$

là mặt gì?

- (a) Mặt nón một phía (b) Nửa mặt cầu  
(c) Nửa mặt hyperboloid một tầng (d) Trụ parabol

11. Mặt

$$z = \sqrt{x^2 - 2x + y^2}$$

là mặt gì?

- (a) Mặt nón một phía (b) Nửa mặt cầu  
(c) Nửa mặt hyperboloid một tầng (d) Nửa mặt Elliptic Paraboloid

12. Cho  $f(x, y) = \sin(x - y)$ . Tính  $f'''_{xyx}(1, 1)$ .

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

13. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3 + y^2)}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_x(0, 0)$  là?

- (a) 0   (b) 1   (c) -1   (d)  $\frac{1}{2}$

14. Cho

$$f(x, y) = x \cos(|x|y).$$

Giá trị  $f'_x(0, 0)$  là?

- (a) 0   (b) 1   (c) -1   (d) 2

15. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 \sin(1 - |x|)}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_x(0, 1)$  là?

- (a) 0   (b) 1   (c) -1   (d) Không tồn tại

16. (\*) Cho

$$f(x, y) = |x^2 - y^2| \cos(x).$$

Giá trị  $f''_{xy}(0, 0)$  là?

- (a) 0   (b) 1   (c) -1   (d) 2

17. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{1 + x^2 + y^2} - 1 & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_y(0, 1)$  là?

- (a) -1   (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$    (c) 1   (d)  $\sqrt{2}$

18. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y-1|^5}{x^2 + (y-1)^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 1), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 1). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_y(0, 1)$  là?

- (a) 0   (b) -1   (c) 1   (d) Không tồn tại

19. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  là?

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) Không tồn tại

20. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^6 + y^4} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  là?

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

21. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^4 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  là?

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

22. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin(x) + y^2}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  là?

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

23. Tìm

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{(x^2 - 1)(x - 1) + 2y^2}{(x - 1)^2 + y^2}.$$

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) Không tồn tại

24. Cho  $f(x, y) = |x| \sqrt{2x^2 + y^2}$ . Miền xác định của hàm số  $f'_x$  là?

- (a)  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  (b)  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, y) : y \neq 0\}$   
(c)  $\mathbb{R}^2$  (d)  $\emptyset$

25. Cho

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giá trị của  $f'''_{xy}(0,0)$  là?

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) Không tồn tại

26. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^4}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $f'''_{xy}(0,0)$  và  $f'''_{yx}(0,0)$  lần lượt là?

- (a) 0 và 0 (b) Không tồn tại và 0  
(c) Cả hai không tồn tại  
(d) 1 và không tồn tại

27. Phương trình mặt phẳng tiếp tuyến (tiếp diện) của mặt  $(x+1)^2 - (y-1)^2 - z = 0$  tại điểm  $M(1,1,4)$  là?

- (a)  $z = 4x$  (b)  $z - 4x - y = 0$  (c)  $z = 4y$  (d)  $2z = x$

28. Phương trình mặt phẳng tiếp tuyến (tiếp diện) của mặt Ellipsoid

$$\frac{(x+1)^2}{6} + \frac{(y-1)^2}{6} + \frac{z^2}{12} = 1$$

tại điểm  $M(1,1,-2)$  là?

- (a)  $z + 2x + 4 = 0$  (b)  $z - 2x + 4 = 0$   
(c)  $z - 4y + 4 = 0$  (d)  $z + 4y - 4 = 0$

29. Đạo hàm theo hướng  $\vec{v} = (1,1)$  của hàm  $f(x,y) = \arcsin\left(\frac{x}{y}\right)$  tại điểm  $M(1,-2)$  là?

- (a)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$  (c)  $-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$  (d) Không tồn tại

30. Giá trị nhỏ nhất của đạo hàm theo hướng mà hàm số

$$f(x,y,z) = xe^{yz}$$

đạt được tại điểm  $M(1,0,1)$  là?

- (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $-\sqrt{2}$  (c) 0 (d)  $-\sqrt{3}$

31. Giá trị lớn nhất của đạo hàm theo hướng mà hàm số

$$f(x,y) = \sin(2x+y)$$

đạt được tại điểm  $M(0,0)$  là?

- (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $\sqrt{3}$  (c) 2 (d)  $\sqrt{5}$

32. Vectơ đơn vị  $\vec{v}$  làm cho đạo hàm theo hướng  $\vec{v}$  tại điểm  $M(1, 1)$  của hàm số  $f(x, y) = x^2y + \ln(x - y + 1)$  đạt được giá trị nhỏ nhất là?  
 (a)  $\vec{v} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  (b)  $\vec{v} = (-1, 0)$  (c)  $\vec{v} = (0, -1)$  (d) Không tồn tại
33. Vectơ đơn vị  $\vec{v}$  làm cho đạo hàm theo hướng  $\vec{v}$  tại điểm  $M(1, 2, 1)$  của hàm số  $f(x, y, z) = e^{x-2y+3z}$  đạt được giá trị lớn nhất là?  
 (a)  $\vec{v} = \left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}\right)$  (b)  $\vec{v} = \left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}\right)$   
 (c)  $\vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$  (d)  $\vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$
34. Tìm độ dài của vectơ gradient của hàm  $f(x, y, z) = \sin(2x - 3y + 6z)$  tại điểm  $M_0(0, 0, 0)$ .  
 (a)  $\sqrt{5}$  (b)  $\sqrt{11}$  (c) 6 (d) 7
35. Tìm góc giữa hai vectơ gradient của hàm  $f(x, y) = (\sqrt{3}x + y) \cos\left(\frac{\pi}{2}y\right)$  tại các điểm  $M_1(0, 0)$  và  $M_2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2-\pi}{\pi}, 1\right)$ .  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$  (c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$
36. Cho các số thực  $a, b$  thay đổi và hàm  $f(x, y, z) = e^{(6a-2b)x + (2a+6b)y + (a^2+b^2-10)z}$ . Giá trị nhỏ nhất của độ dài vectơ gradient của hàm  $f$  tại điểm  $M_0(0, 0, 0)$  là?  
 (a) 10 (b) 20 (c) 30 (d) Phương án khác
37. Cho  $f(x, y) = \arctan(x - y)$ . Tìm  $df(1, 1)$ .  
 (a)  $dx - dy$  (b)  $dx + dy$  (c)  $dx - 2dy$  (d)  $2dx - dy$
38. Cho  $f(x, y) = \cos(\ln(x + y))$ . Tìm  $d^2f(1, 0)$ .  
 (a)  $-(dx + dy)^2$  (b)  $-(dx - dy)^2$  (c)  $(dx + dy)^2$  (d)  $(dx - dy)^2$
39. Cho  $f(x, y) = \cos(x^2 - 2y^2)$ . Tìm  $d^2f\left(\sqrt{\pi}, \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ .  
 (a)  $-dx^2 - dy^2$  (b)  $2dx^2 - dy^2$  (c)  $-2dx^2 - dy^2$  (d)  $-2dx^2 + 4dy^2$
40. Cho  $f(x, y) = x^2 - e^{xy}$ . Biết  $\begin{cases} x = \cos(t), \\ y = \sin^2(t). \end{cases}$   
 Giá trị của  $df|_{t=0}$  là?  
 (a) 0 (b)  $2dt$  (c)  $-2dt$  (d)  $dt$
41. Cho  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn suy ra từ ràng buộc  $2z^2 + xy^3 = \frac{3xz}{y}$ . Biết  $z(1, 1) = 1$ . Giá trị của  $z'_y(1, 1)$  là?  
 (a)  $-\frac{2}{3}$  (b)  $-\frac{1}{6}$  (c) -6 (d) 1

42. Cho hàm  $f(x, y, z)$ , trong đó

$$\begin{cases} x = \sin(u + 2v), \\ y = \cos(u - v), \\ z = u + v. \end{cases}$$

Biết  $f'_x(0, 1, 0) = f'_y(0, 1, 0) = f'_z(0, 1, 0) = 2$ . Giá trị của  $f'_v|_{u=0, v=0}$  là?

- (a) 0 (b) 2 (c) 6 (d) 8

43. Cho hàm  $f(x)$ , với  $f'(1) = 2$ . Biết rằng  $x = u^2 - v^3$ . Tìm vi phân  $df(3, 2)$ .

- (a)  $12du - 24dv$  (b)  $12du - 12dv$  (c)  $24du - 12dv$  (d)  $12du + 24dv$

44. Cho  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn suy ra từ ràng buộc

$$xz^2 + \sin(y + z) - \frac{2}{\pi}z = yz.$$

Biết  $z(0, 0) = \frac{\pi}{2}$ . Tìm vi phân  $dz(0, 0)$ .

- (a)  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dx - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dy$  (b)  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3 dx - \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 dy$   
(c)  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dx + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dy$  (d)  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3 dx - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dy$

45. Cho hàm  $f(u, v) = u^2 - 2uv$ . Biết  $u = \sin(x - y)$  và  $v = \cos(x - 2y)$ . Tìm  $df|_{x=0, y=0}$ .

- (a)  $2(dy - dx)$  (b)  $2(dx - dy)$  (c)  $2(dx + dy)$  (d)  $2(2dx - dy)$

46. Cho hàm  $f(s, t) = \sin(s + 2t)$ . Biết  $s = \sin(u + v)$  và  $t = u + v$ . Tìm  $df|_{u=1, v=-1}$ .

- (a)  $2(du + dv)$  (b)  $-2(du + dv)$  (c)  $3(du + dv)$  (d)  $-3(du + dv)$

47. Cho hàm  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa  $g'(1) = -2$ . Xét hàm  $f(x, y) = g(x + 3y)$ . Tìm  $df|_{x=-2, y=1}$ .

- (a)  $-2(dx + 3dy)$  (b)  $-2(dx - 3dy)$  (c)  $-2(4du + 6dv)$  (d)  $-2(-2du + 3dv)$

48. Cho hàm  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa  $h'(0) = -1$ . Xét hàm  $f(u, v) = h(u - 2v)$ . Biết rằng

$$\begin{cases} u = u(s, t) \\ v = v(s, t) \end{cases}$$

, thêm nữa  $u(1, -1) = 2, v(1, -1) = 1, u'_s(1, -1) = 1, u'_t(1, -1) = 2, v'_s(1, -1) = 3, v'_t(1, -1) = 4$ . Tìm

$df|_{s=1, t=-1}$ .

- (a)  $3ds - 4dt$  (b)  $4ds + 5dt$  (c)  $5ds - 4dt$  (d)  $5ds + 6dt$

49. Cho mặt  $z = z(x, y)$  suy từ phương trình ràng buộc

$$(z - 1)\sin(z) - yz\sin(x - 2) + y - 1 = 0.$$

Biết  $z(2, 1) = 1$ . Phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt  $z = z(x, y)$  tại điểm  $M(2, 1, 1)$  là?

- (a)  $\sin(1)(z-1) - x + y + 1 = 0$  (b)  $\sin(1)(z-1) + x + y - 1 = 0$   
 (c)  $\sin(1)(z-1) - x + y - 1 = 0$  (d)  $\sin(1)(z-1) + x - y + 1 = 0$

50. Cho  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$xz - \ln(y+z) = z.$$

Giá trị của  $z''_{xx}(1, 0)$  là?

- (a) -1 (b) 0 (c) 3 (d) 4

51. Cho  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$z - e^{x-z} - y = 0.$$

Biết  $z(1, 0) = 1$ . Tìm  $d^2z(1, 0)$ .

- (a)  $\frac{1}{8}(dx-dy)^2$  (b)  $\frac{1}{8}(dx+dy)^2$  (c)  $\frac{1}{4}(dx-dy)^2$  (d)  $\frac{1}{4}(dx+dy)^2$

52. Cho  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$\sin(z) - \sin(x+z) - yz = 0.$$

Biết  $z(0, 1) = 0$ . Tìm  $d^2z(0, 1)$ .

- (a)  $(dx-dy)^2$  (b)  $(dx+dy)^2$  (c)  $2dxdy$  (d)  $-4dxdy$

53. Cho  $z = z(x, y)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$\ln(\cos(\sin(y+z))) - \arctan(\cos(x+z)) = -z.$$

Biết  $z\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = 0$ . Tìm  $d^2z\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ .

- (a)  $\frac{1}{8}(dx+2dy)^2$  (b)  $\frac{1}{8}(dx-2dy)^2$  (c)  $\frac{1}{8}(dx-dy)^2$  (d) Phương án khác

54. Cho hàm  $t(x, y) = 3xy - 2y^2$ . Tìm  $d(dt)(1, 1)$ .

- (a)  $4dy^2 + 6dxdy$  (b)  $-4dy^2 + 6dxdy$  (c)  $-4dy^2 - 6dxdy$  (d)  $-dy^2 + 6dxdy$

55. Cho hàm  $f(s, t) = \sin(s+2t)$ . Biết  $s = \sin(u+v)$  và  $t = u+v$ . Tìm  $d^2f|_{u=1, v=-1}$ .

- (a) 0 (b)  $2(du+dv)^2$  (c)  $2(du-dv)^2$  (d)  $-2(du+dv)^2$

56. Cho hàm  $z(x, y) = f(\sqrt{x+2y})$ . Biết hàm  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa  $f'(2) = 0$  và  $f''(2) = 1$ . Tìm  $d^2z(2, 1)$ .

- (a)  $\frac{1}{16}(dx+2dy)^2$  (b)  $\frac{1}{8}(dx+2dy)^2$  (c)  $\frac{1}{4}(2dx-dy)^2$  (d) Phương án khác



57. Cho hàm  $z = f(u, v)$ , biết  $u = 3x - y; v = x^2 + y$ . Khi đó  $d^2z(x, y)$  là?

- (a)  $f''_{uu}(3dx - dy)^2 + f''_{vv}(2xdx + dy)^2 + 2f''_{uv}(3dx - dy)(2xdx + dy)$   
 (b)  $f''_{uu}(3dx - dy)^2 + f''_{vv}(2xdx + dy)^2 + 2f''_{uv}(3dx - dy)(2xdx + dy) + 2f'_v(dx)^2$   
 (c)  $f''_{uu}(3dx - dy)^2 + f''_{vv}(2xdx + dy)^2 + 2f''_{uv}(3dx - dy)(2xdx + dy) - 2f'_v(dx)^2$   
 (d) Phương án khác

58. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x, y) = \frac{x - y}{1 - x - 2y}$$

tới cấp 3.

- (a)  $x - y + x^2 + 2y^2 + xy + 3x^3 - 4y^3 + 3x^2y$   
 (b)  $x - y + x^2 - 2y^2 + 2xy + x^3 - y^3 + 3x^2y$   
 (c)  $x - y + x^2 - 2y^2 + xy + x^3 - 4y^3 + 3x^2y$   
 (d)  $2x - 2y + x^2 - 2y^2 + xy + x^3 - 4y^3 + 3x^2y$

59. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x, y) = \ln \left( (1 + 2x - y)^6 \right) \sqrt[3]{1 - x - y}$$

tới cấp 2.

- (a)  $12x - 6y + 8xy - 16x^2 + y^2$   
 (b)  $12x - 6y + 10xy - 16x^2 - y^2$   
 (c)  $2x - 6y + 10xy - 16x^2 - 2y^2$   
 (d) Phương án khác

60. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x, y) = e^y \cos(xy)$$

tới cấp 3.

- (a)  $1 + y + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{6}y^3$   
 (b)  $1 + y + xy + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{6}y^3$   
 (c)  $1 + y + y^2 + 2x^2y - \frac{1}{6}y^3$   
 (d) Phương án khác

61. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x, y) = \arctan(x) \sqrt[4]{1 - xy}$$

tối cấp 3.

- (a)  $x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{4}$   
 (b)  $x - y - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{4}$   
 (c)  $x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{6}$   
 (d) Phương án khác

62. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x, y) = (e^{x^2-1}) \sqrt{1+y}$$

tối cấp 2.

- (a)  $\frac{1}{2} + \frac{y}{4} - \frac{y^2}{16}$   
 (b)  $\frac{1}{e} + \frac{y}{2e} + \frac{x^2}{e} - \frac{y^2}{8e}$   
 (c)  $-e - x - x^2 - xy + y^2$   
 (d) Phương án khác

63. Tìm khai triển Taylor tại điểm  $M(1, -2)$  của hàm

$$f(x, y) = x^2 - xy - 2y^2 + 4x - 2y + 1.$$

- (a)  $3 + 4(x-1) + (x-1)^2 + 2(y+2) - (x-1)(y+2) - 2(y+2)^2$   
 (b)  $4 + 8(x-1) + (x-1)^2 + 5(y+2) - (x-1)(y+2) - 2(y+2)^2$   
 (c)  $4 + (x-1) + (x-1)^2 + 2(y+2) - 3(x-1)(y+2) - 2(y+2)^2$   
 (d) Phương án khác

64. Tìm khai triển Taylor tối cấp hai tại điểm  $M(1, 0)$  của hàm

$$f(x, y) = 1 - (x - y)^3.$$

- (a)  $-3(x-1) + 3y - 3(x-1)^2 + 6(x-1)y - 3y^2$   
 (b)  $-(x-1) + y - 3(x-1)^2 + 6(x-1)y - 3y^2$   
 (c)  $-3(x-1) + 3y + 3(x-1)^2 + (x-1)y - 3y^2$   
 (d) Phương án khác

65. Tìm khai triển Taylor tối cấp ba tại điểm  $M(1, 2)$  của hàm

$$f(x, y) = \cos(x-1)(x^2 - 2x - y + 1).$$

- (a)  $-2 + 2(x-1)^2 - (y-2) + \frac{1}{2}(x-1)^2(y-2)$   
 (b)  $-2 - 2(x-1)^2 + (y-2) + \frac{1}{2}(x-1)^2(y-2)$   
 (c)  $-2 + 2(x-1)^2 + (y-2) + \frac{1}{2}(x-1)^2(y-2)$   
 (d) Phương án khác

66. Tìm khai triển Taylor tới cấp hai tại điểm  $M(1, -1)$  của hàm

$$f(x, y) = \frac{8x}{y-1}.$$

- (a)  $-1 + 4(x-1) - 2(x-1)(y+1) - (y+1)^2$   
 (b)  $-4 + 4(x-1) - 2(y+1) + 2(x-1)(y+1) - (y+1)^2$   
 (c)  $-4 - 4(x-1) - 2(y+1) - 2(x-1)(y+1) - (y+1)^2$   
 (d) Phương án khác

67. Tìm  $\frac{\partial^9 f}{\partial x^6 \partial y^3}(0, 0)$  của hàm số

$$f(x, y) = \sqrt[10]{1+x^3} \sin(xy).$$

- (a) -15 (b) -72 (c) -112 (d) 0

68. Tìm  $\frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial y}(0, 0)$  của hàm số

$$f(x, y) = \ln(1+xy)e^{x^2-y}.$$

- (a) 4 (b) 6 (c) 12 (d) 24

69. Tìm  $\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}(1, 0)$  của hàm số

$$f(x, y) = \frac{\arctan(1-x-2y)}{2-x+y}.$$

- (a) 4 (b) 16 (c) 32 (d) 60

70. Tìm điểm dừng của hàm số

$$f(x, y) = x^2 - 3xy - 2y - 1.$$

- (a)  $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{9}\right)$  (b)  $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{9}\right)$  (c)  $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{9}\right)$  (d)  $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}\right)$

71. Hàm số  $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-x-y}$  có bao nhiêu điểm dừng?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) Không có

72. Hàm số  $f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + x - y + xy^2 - 1$  có bao nhiêu điểm dừng?

- (a) 1 (b) 2 (c) Vô số (d) Không có

73. Hàm số  $f(x, y) = 2x^4 + x^2y^2 - xy - x + 2$  có bao nhiêu điểm dừng?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) Không có

74. Tìm điểm dừng của hàm số

$$f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^2 + x + y - \pi z - (x + y) \sin(z).$$

- (a)  $(0, 0, 0)$  (b)  $(0, 0, \pi)$  (c)  $(0, 0, \frac{\pi}{2})$  (d) Không tồn tại

75. Điểm cực tiểu địa phương của hàm

$$f(x, y) = 3x^2 - 2xy - y - 1$$

là?

- (a)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$  (b)  $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$  (c)  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$  (d) Không tồn tại

76. Cực đại địa phương của hàm

$$f(x, y) = x\sqrt{1+y^2} - y - 3xy - 1$$

đạt được tại điểm nào?

- (a)  $(-\frac{3}{8}, \frac{1}{\sqrt{8}})$  (b)  $(-\frac{3}{8}, \pm\frac{1}{\sqrt{8}})$  (c)  $(-\frac{3}{8}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  (d) Không tồn tại

77. Hàm số  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy + 2x^3y - 1$  có bao nhiêu điểm cực trị địa phương?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) Không có

78. Hàm số  $f(x, y) = \frac{1+x^2+y}{\sqrt[3]{y}}$  có cực tiểu tự do bằng bao nhiêu?

- (a)  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{3}{\sqrt{4}}$  (c) 1 (d) Không có

79. Hàm số  $f(x, y) = 2 - 2x^2 + y + x^2y - y^2$  có cực đại địa phương tại điểm nào dưới đây?

- (a)  $(x=0, y=\frac{1}{2})$  (b)  $(x=\sqrt{3}, y=2)$  (c)  $(x=-\sqrt{3}, y=2)$  (d) Không có điểm cực đại địa phương

80. Tìm cực trị địa phương của hàm

$$f(x, y) = x^2 - 2y^2$$

với ràng buộc  $x - 2y = 1$ .

- (a) Cực tiểu bằng -1 (b) Cực đại bằng -1  
(c) Cực tiểu bằng 2 (d) Cực đại bằng 2

81. Phát biểu nào sau đây đúng về cực trị địa phương của hàm

$$f(x, y) = 7x^3 + xy$$

với ràng buộc  $x - 3y = 1$ .

- (a) Hàm có một cực đại và một cực tiểu  
(b) Hàm chỉ có một cực đại

- (c) Hàm chỉ có một cực tiểu  
(d) Hàm có hai cực đại

82. Tìm cực trị địa phương của hàm

$$f(x, y) = 4x - 2y - y^2$$

với ràng buộc  $x^2 - y = 1$ .

- (a) Cực tiểu bằng -1 (b) Cực đại bằng 4  
(c) Cực tiểu bằng 0 (d) Cực đại bằng 0

83. Hàm  $f(x, y) = 4x + 6y$  với ràng buộc  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  sẽ có?

- (a) Một cực đại và một cực tiểu địa phương  
(b) Hai cực đại địa phương  
(c) Một cực tiểu địa phương  
(d) Không có cực trị địa phương

84. Phát biểu nào sau đây đúng về cực trị có điều kiện của hàm  $f(x, y) = xy^2$ , với điều kiện  $x^2 + y^2 = 1$ .

- (a) Điểm  $\left(x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  là điểm cực tiểu  
(b) Điểm  $\left(x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  là điểm cực đại  
(c) Điểm  $\left(x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  không là điểm dừng  
(d) Điểm  $\left(x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  không là điểm cực trị

85. Giá trị lớn nhất của hàm  $f(x, y) = 7x^2 + 8xy + y^2$  trên miền  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$  là?

- (a) -1 (b) 0 (c) 6 (d) 9

86. Giá trị nhỏ nhất của hàm  $f(x, y) = 5x^4 + 2xy^2 - 2x + 1$  trên miền  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$  đạt được tại điểm?

- (a)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  (b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{10}}, 0\right)$  (c)  $\left(\frac{1}{\sqrt{20}}, 0\right)$  (d) Phương án khác

87. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $f(x, y) = x^2 + y^2$  trên miền

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + xy \leq 1\}$$

là?

- (a)  $1; \frac{2}{3}$  (b)  $2; \frac{2}{3}$  (c)  $2; 0$  (d)  $3; \frac{2}{3}$

88. Tính tích phân

$$\int_{[0,1] \times [0,4]} x(\sqrt{x} + \sqrt{y}) dx dy.$$

- (a)  $\frac{272}{15}$  (b)  $\frac{112}{15}$  (c)  $\frac{256}{16}$  (d) Phương án khác

89. Tính tích phân

$$\int_0^\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(y)}{1 + (\cos x)^2} dx dy.$$

- (a)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$  (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d) 0

90. Tính tích phân  $\iint_D e^{-x} \ln(y) dx dy$ , trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi  $0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq e^x$ .

- (a)  $1 - e^2$  (b)  $1 + e^{-2}$  (c)  $1 - e^{-2}$  (d)  $2 - e^{-2}$

91. Tính tích phân

$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $x = 1$  và  $x = -y^2 + 2y + 1$ .

- (a) 1 (b) -2 (c) 2 (d)  $\sqrt{2}$

92. Tính tích phân

$$\iint_D 2xy dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $y = 0, y = x, x = 2, xy = 1$ .

- (a)  $\ln(2) + \frac{1}{4}$  (b)  $\ln(2) + \frac{1}{2}$  (c)  $\ln(2)$  (d)  $\ln(3) - \frac{1}{4}$

93. Tính tích phân

$$\iint_D x dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi  $y \geq 1 + (x-1)^2, x^2 + (y-1)^2 \leq 1$ .

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{2}{3}$  (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{1}{4}$

94. Tính tích phân

$$\iint_D 2x dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $x = \sqrt{3-y^2}, x = \sqrt{1+y^2}$ .

- (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{8}{3}$  (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $-\frac{1}{4}$

95. Tính tích phân

$$\iint_D 2y dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi  $y + \frac{1}{5} \leq 0, 16x^2 + 9y^2 \leq 1$ .

- (a)  $\frac{1234}{3173}$  (b)  $-\frac{2314}{3375}$  (c)  $\frac{1}{122}$  (d) Phương án khác

96. Tính tích phân

$$\iint_D dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $x = \sqrt{y-1}, y = \sqrt{1-x^2}, x = 1$ .

- (a)  $\frac{1}{3} - \pi$  (b)  $2\pi$  (c)  $\frac{1}{3} - 2\pi$  (d)  $\frac{4}{3} - \frac{\pi}{4}$

97. Tính tích phân

$$\iint_D 2x dx dy$$

, trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi  $|x| - |y| \geq 1, x^2 + y^2 \leq 5$ .

- (a)  $-2$  (b)  $0$  (c)  $2$  (d) Phương án khác

98. Tính tích phân

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy.$$

- (a)  $\frac{e+1}{2}$  (b)  $\frac{e-1}{3}$  (c)  $\frac{e-1}{2}$  (d)  $\frac{e-1}{4}$

99. Tính tích phân

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{x}}^1 \sin(y^4) dy dx.$$

- (a)  $\frac{\sin^2(\frac{1}{2})}{2}$  (b)  $\frac{\sin^2(\frac{1}{4})}{2}$  (c)  $-1$  (d) Phương án khác

100. Tính tích phân

$$\int_1^e \int_0^{\ln(x)} (2x - e) \cos(e^y) dy dx.$$

- (a)  $\cos(1) - \cos(e) - e \sin(1)$  (b)  $\sin(1) - \cos(e) - e \sin(1)$  (c)  $\sin(1) + \cos(1) - \cos(e)$   
(d)  $\sin(1) + \cos(1) - \cos(e) - e \sin(1)$

101. Tính tích phân

$$\int_0^1 \int_x^1 e^{\frac{x}{y}} dy dx.$$

- (a)  $\frac{e+1}{2}$  (b)  $\frac{e-1}{2}$  (c)  $e-1$  (d)  $\frac{e-1}{3}$

102. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_1^3 dy \int_1^{4-y} f(x, y) dx.$$



(a)  $\int_1^3 dx \int_1^{4-x} f(x, y) dy$    (b)  $\int_1^4 dx \int_1^{3-x} f(x, y) dy$    (c)  $\int_1^4 dx \int_3^{4-x} f(x, y) dy$    (d) Phương án khác

103. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{|1-x^2|}^1 f(x, y) dy.$$

(a)  $\int_0^1 dy \left( \int_{-\sqrt{1-y}}^{-\sqrt{1+y}} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1+y}} f(x, y) dx \right)$    (b)  $\int_0^1 dy \left( \int_{-\sqrt{1+y}}^{-\sqrt{1-y}} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1+y}} f(x, y) dx \right)$   
 (c)  $\int_1^2 dy \left( \int_{-\sqrt{y-1}}^{-\sqrt{y+1}} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{y-1}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx \right)$    (d) Phương án khác

104. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_0^2 dx \int_{-\frac{x}{2}+1}^{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}} f(x, y) dy.$$

(a)  $\int_0^1 dy \int_{2\sqrt{1-y^2}}^{2-2y} f(x, y) dx$    (b)  $\int_0^2 dy \int_{1-y}^{2\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$    (c)  $\int_0^1 dy \int_{2-2y}^{2\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$    (d) Phương án khác

105. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{-y}-1}^0 f(x, y) dx.$$

(a)  $\int_{-1}^0 dx \int_{-(x+1)^2}^0 f(x, y) dy$    (b)  $\int_{-1}^1 dx \int_{(x+1)^2}^0 f(x, y) dy$    (c)  $\int_{-1}^1 dx \int_{-(x-1)^2}^0 f(x, y) dy$    (d) Phương án khác

106. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_0^2 dy \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{-\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx.$$

(a)  $\int_{-2}^{-1} dx \int_0^{2-x^2} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \left( \int_0^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_{1+\sqrt{1-x^2}}^{2-x^2} f(x, y) dy \right)$

(b)  $\int_{-2}^{-1} dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{2-x^2} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \left( \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy \right)$

(c)  $\int_{-2}^{-1} dx \int_0^{1-x^2} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \left( \int_0^{-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_{1+\sqrt{1-x^2}}^{2-x^2} f(x, y) dy \right)$

(d) Phương án khác



107. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_0^2 dy \int_{1-\sqrt{2y-y^2}}^{|y-1|} f(x, y) dx.$$

(a)  $\int_0^2 dx \int_{1+\sqrt{2x-x^2}}^{|1-x|} f(x, y) dy$

(b)  $\int_0^1 dx \left( \int_{1-\sqrt{2x-x^2}}^{1+x} f(x, y) dy + \int_{x-1}^{1+\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy \right)$

(c)  $\int_0^1 dx \left( \int_{1-\sqrt{2x-x^2}}^{1-x} f(x, y) dy + \int_{x+1}^{1+\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy \right)$

(d) Phương án khác

108. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi), y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{\substack{x^2+y^2 \leq 1 \\ 1-x \leq y}} f(x, y) dx dy.$$

(a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_{\frac{1}{\cos(\varphi)+\sin(\varphi)}}^1 r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$  (b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{\frac{1}{\cos(\varphi)+\sin(\varphi)}}^1 r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$

(c)  $\int_0^{\pi} d\varphi \int_{\frac{1}{\cos(\varphi)+\sin(\varphi)}}^1 r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$  (d) Phương án khác

109. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi), y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{1-(x-1)^2}} f(x, y) dy.$$

(a)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi \int_0^2 r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr + \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr$  (b)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi \int_{2 \cos \varphi}^2 r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr$

(c)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr + \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^2 r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr$  (d) Phương án khác

110. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{\substack{1 \leq xy \leq 2 \\ 0 \leq \frac{y}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x}} f(x, y) dx dy.$$

- (a)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} d\varphi \int_{\frac{2}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}}^{\frac{1}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$  (b)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_{\frac{2}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}}^{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$
- (c)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_{\frac{2}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}}^{\frac{1}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$  (d) Phương án khác

111. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{-|y| \leq x \leq -y^2} f(x, y) dx dy.$$

- (a)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^{-\frac{\cos(\varphi)}{\sin^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int_0^{-\frac{\cos(\varphi)}{\sin^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$
- (b)  $\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$
- (c)  $\int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int_0^{-\frac{\cos(\varphi)}{\sin^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr + \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$
- (d) Phương án khác

112. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{-1+|x| \leq y \leq 0} f(x, y) dx dy.$$

- (a)  $\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\sin(\varphi)+\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr + \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\sin(\varphi)-\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$
- (b)  $\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\sin(\varphi)-\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr + \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\sin(\varphi)+\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$
- (c)  $\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\sin(\varphi)+\cos(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr + \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi \int_0^{-\frac{1}{\cos(\varphi)-\sin(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi)) dr$

(d) Phương án khác

113. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi), y = 1 + r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{1+x^2 \leq y \leq 2-(x-1)^2} f(x, y) dx dy.$$

- (a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), 1 + r \sin(\varphi)) dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\frac{2 \cos(\varphi) - \sin(\varphi)}{\cos^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), 1 + r \sin(\varphi)) dr$
- (b)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), 1 + r \sin(\varphi)) dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\frac{2 \cos(\varphi)}{\cos^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), 1 + r \sin(\varphi)) dr$
- (c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), 1 + r \sin(\varphi)) dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arctan(2)} d\varphi \int_0^{\frac{2 \cos(\varphi) - \sin(\varphi)}{\cos^2(\varphi)}} r f(r \cos(\varphi), 1 + r \sin(\varphi)) dr$

(d) Phương án khác

114. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = 1 + r \cos(\varphi), y = -1 + r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{1-(y+2)^2 \leq (x-1)^2 \leq 4-(y+3)^2} f(x, y) dx dy.$$

- (a)  $\int_{-\pi}^0 d\varphi \int_{-2 \sin(\varphi)}^{-4 \sin(\varphi)} r f(1 + r \cos(\varphi), -1 + r \sin(\varphi)) dr$
- (b)  $\int_0^{\pi} d\varphi \int_{2 \sin(\varphi)}^{4 \sin(\varphi)} r f(1 + r \cos(\varphi), -1 + r \sin(\varphi)) dr$
- (c)  $\int_{\pi}^{2\pi} d\varphi \int_{2 \sin(\varphi)}^{4 \sin(\varphi)} r f(1 + r \cos(\varphi), -1 + r \sin(\varphi)) dr$

(d) Phương án khác

115. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z = 1 - x^2 + y^2$  và  $z = 0$ .

- (a)  $3\pi^2$  (b)  $\frac{\pi}{2}$  (c)  $\pi^2$  (d)  $2\pi - 1$

116. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z = x^2 + y^2$  và  $z = 36 - 3(x^2 + y^2)$ .

- (a)  $27\pi^2$  (b)  $49\pi$  (c)  $152\pi$  (d)  $162\pi$

117. Tìm diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường  $xy = 3$  và  $x + y = 4$ .

- (a)  $2 - 3 \ln(3)$  (b)  $4 - 3 \ln(3)$  (c)  $5 + 3 \ln(3)$  (d)  $3 + 3 \ln(3)$

118. Tìm diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2 = 2x + 6$  và  $y = x - 1$ .

- (a) 12 (b) 16 (c) 18 (d) 20

119. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z = x^2 + y^2$  và  $x^2 + y^2 = 2x$ .

- (a)  $3\pi^2$  (b)  $\frac{3\pi}{2}$  (c)  $\pi^2$  (d)  $\pi - 1$

120. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z^2 = 1 + x^2 + y^2$  và  $z = 2$ .

- (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $\frac{3\pi}{4}$  (c)  $\frac{\pi}{3}$  (d)  $\frac{4\pi}{3}$