Trường ĐHBK TPHCM Bộ môn Toán ứng dụng

ĐỀ THI HỌC KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ Thời gian: 90 phút.

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

<u>Câu 1:</u> (2đ) Một lô hàng nông sản được nhập về siêu thị gồm có 60 kiện hàng từ trang trại A và 40 kiện hàng từ trang trại B. Tỉ lệ sản phẩm đạt loại I từ các trang trại lần lượt là 90% và 70%. Người ta lấy ngẫu nhiên một kiện hàng để kiểm tra.

- a) Từ kiện hàng lấy ra ngẫu nhiên 1 sản phẩm thì được sản phẩm loại I. Khả năng sản phẩm đó từ trang trại A là bao nhiêu?
- b) Từ kiện hàng lấy ra ngẫu nhiên 5 sản phẩm. Tìm xác suất được ít nhất 4 sản phẩm loại I.

<u>Câu 2:</u> (3đ) Mỗi ngày một lần, một máy tự động gieo ngẫu nhiên 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi S là tổng số chấm trên 2 con xúc xắc trong một lần gieo.

- a) Tính xác suất để S = 7 ngay trong ngày đầu tiên.
- b) Tính xác suất trong ngày thứ *k* S nhận giá trị bằng 7, và trước đó chưa có ngày nào S nhận giá trị 5 hoặc 7.
- c) Tính xác suất để ngày có S = 7 xảy ra trước ngày có S = 5.

<u>Câu 3:</u> (4đ) Khi khảo sát hàm lượng vitamin E của các trái bơ trong vùng, người ta có được số liệu:

Hàm lượng mg/100 gram	2,52-2,56	2,56-2,60	2,60-2,64	2,64-2,68	2,68-2,72	2,72-2,76
Số trái	5	25	40	45	35	20

Những trái bơ có hàm lượng vitamin E từ 2,60 mg/100 gram trở lên được coi là những trái bơ đạt tiêu chuẩn thương mại.

- a) Hãy ước lượng hàm lượng vitamin E trung bình của các trái bơ trong vùng với độ tin cậy 98%.
- b) Có thể coi như hàm lượng vitamin E của các trái bơ tuân theo phân phối chuẩn hay không, xét với mức ý nghĩa 1%?
- c) Số liệu trước đây ghi nhận hàm lượng vitamin E trung bình trong những trái bơ đạt tiêu chuẩn thương mại ở vùng này là 2,65 mg/100 gram. Từ số liệu mẫu trên, có thể nói rằng hàm lượng trung bình ở những trái bơ đạt tiêu chuẩn thương mại hiện đã tăng hay không? Kết luận với mức ý nghĩa 5%.

d) Ở một vùng trồng bơ khác, người ta khảo sát ngẫu nhiên 120 trái bơ thì thấy có 90 trái bơ đạt tiêu chuẩn thương mại. Với mức ý nghĩa 2%, có thể xem như tỉ lệ trái bơ đạt tiêu chuẩn thương mại ở 2 vùng là như nhau hay không?

Câu 4: (1đ) Các cố vấn học tập đã theo dõi kết quả học của một nhóm được lựa chọn ngẫu nhiên gồm 120 sinh viên ở nội trú và 80 sinh viên ngoại trú. Tỉ lệ học tốt, khá và trung bình của các sinh viên nội trú trong nhóm lần lượt là 30%; 40% và 30%. Tỉ lệ này tương ứng ở các sinh viên ngoại trú là 30%; 50% và 20%. Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng việc quyết định ở nội trú hay ngoại trú của sinh viên có ảnh hưởng đến kết quả học tập của sinh viên hay không?

Chủ nhiệm Bộ môn



ĐÁP ÁN

Câu 1: 2đ

Gọi: A là biến cố kiện hàng từ trang trại A.

B là biến cố kiện hàng từ trang trại B. { A, B} là nhóm biến cố đầy đủ.

a) E là biến cố lấy được sản phẩm loại I.

$$P(A/E) = \frac{P(A) \times P(E/A)}{P(A) \times P(E/A) + P(B) \times P(E/B)} = \frac{0,6 \times 0,9}{0,6 \times 0,9 + 0,4 \times 0,7} = \frac{27}{41} \approx 0,6585$$

b) Gọi F là biến cố có ít nhất 4 sản phẩm tốt trong 5 sản phẩm lấy ra.

$$P(F) = P(A) \times P(F/A) + P(B) \times P(F/B)$$

$$= 0.6 \times \left[C_5^4 \times 0.9^4 \times 0.1 + 0.9^5 \right] + 0.4 \times \left[C_5^4 \times 0.7^4 \times 0.3 + 0.7^5 \right] \approx 0.7624$$

Câu 2: 3đ

- a) P(S=7) = 6/36 = 1/6.
- b) XS trong 1 lần tung S nhận giá trị bằng 5 hoặc 7 là $\frac{6+4}{36} = \frac{5}{18}$

XS lần thứ k S=7 và không lần nào trước đó S nhận giá trị 5 hay 7 là: $\left(\frac{13}{18}\right)^{k-1} \times \frac{1}{6}$; k = 1, 2, ...

c)
$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{13}{18} \right)^{k-1} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{5}$$

Câu 3: 4đ

$$n = 170$$
 $\bar{x} = 2,6529$ $\hat{s} = 0,0527$ $s = 0,0528$

a) Khoảng ước lượng cần tìm:

$$\frac{1}{x} \pm \frac{z_{\alpha} \times s}{\sqrt{n}} = 2,6529 \pm \frac{2,33 \times 0,0528}{\sqrt{170}} = 2,6529 \pm 0,0094$$
 hay (2,6435; 2,6624)

b) GTKĐ Ho: Hàm lượng vitamin E trong các trái bơ tuân theo phân phối chuẩn $N(a=2,6529; \sigma^2=(0,0527)^2)$.

GT đối H_1 : Hàm lượng vitamin E trong các trái bơ không tuân theo phân phối chuẩn. Miền bác bỏ W_{α} =(11,34; + ∞).

Trình bày công thức tính pi:

Pi	Ei =n*pi	Oi	(Oi-Ei)^2/Ei
0.0389	6.61	5	0.3921
0.1187	20.18	25	1.1501
0.2457	41.76	40	0.0743
0.2933	49.86	45	0.4739
0.2021	34.36	35	0.0120
0.1013	17.23	20	0.4463
1		170	2.5486

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_{qs}^2 = 2,5486$ (trình bày công thức tính) $\notin W_{\alpha} \Rightarrow$ Chưa bác bỏ được H_0 . Ta coi mẫu phù hợp phân phối chuẩn.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).

c)
$$n = 140$$
 $\bar{x} = 2.67$ $\hat{s} = 3.67$

$$\hat{s} = 0,0409$$
 $s = 0,0410$

Gọi a là hàm lượng vitamin E trung bình trong một trái bơ (đạt tiêu chuẩn thương mại) thời điểm hiện tại.

C1: Gtkđ Ho:
$$a = 2,65$$

Gt H1:
$$a \neq 2,65$$

$$z_{\alpha} = 1,96$$

$$z_o = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{2,67 - 2,65}{0.0410} \sqrt{140} = 5,7675$$
 (5,7718)

Do $|z_0| > z_\alpha$ nên bác bỏ H_o , a đã thay đổi.

Đồng thời $\bar{x} = 2,67 > 2,65$ nên có thể nói hàm lượng vitamin C trung bình đã tăng.

C2: Gtkđ Ho
$$a = 2,65$$

Gt
$$H_1$$
: $a > 2,65$

Miền bác bỏ $W_{\alpha} = (1,65; +\infty)$

$$z_o = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{2,67 - 2,65}{0,0410} \sqrt{140} = 5,7675 \tag{5,7718}$$

Do $z_o \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_o , chấp nhận H_1 . Ta nói hàm lượng vitamin C trung bình đã tăng.

d) Gọi p₁; p₂ lần lượt là tỉ lệ bơ đạt tiêu chuẩn thương mại ở 2 vùng.

Gtkđ Ho:
$$p_1 = p_2$$

Gtkđ
$$H_1$$
: $p_1 \neq p_2$

$$W_{\alpha} = (-\infty; -2,33;) \cup (2,33; +\infty).$$

$$n_1 = 170; n_2 = 120$$
 $f_1 = \frac{140}{170}; f_2 = \frac{90}{120}$ $\overline{f} = \frac{140 + 90}{170 + 120} = \frac{23}{29}$ $(\approx 0,7931)$

$$z_0 = \frac{J_1 - J_2}{\sqrt{f(1 - f)} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = 1,5224$$
LIEU SUU TÂP

Do $z_0 \notin W_\alpha$ nên chưa bác bỏ được H_0 .

Coi như tỉ lệ bơ đạt tiêu chuẩn ở 2 vùng là như nhau.

Câu 4: 1đ

Gtkđ H_0 : Kết quả học tập của SV không liên quan đến việc SV có ở nội trú hay không. Gt đối H_1 : Kết quả học tập của SV có liên quan đến việc SV có ở nội trú hay không. Miền bác bỏ $W_\alpha = (5.99; +\infty)$

Bảng tần số thực nghiệm:

120	36	48	36
80	16	40	24
200	52	88	60

Bảng tần số lý thuyết:

36	52.8	31.2
24	35.2	20.8

 $\chi_{qs}^2 = 2,9371$ (trình bày công thức tính) $\notin W_{\alpha} \Rightarrow$ Chưa bác bỏ được H_0 .