

CÂU LẠC BỘ CHÚNG TA CÙNG TIẾN

BÀI TẬP TỰ LUYỆN CUỐI KÌ - MÔN: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

CHƯƠNG 4+5: KHÔNG GIAN EUCLID+ÁNH XẠ TUYẾN TÍNH

I. Chương 4:

1. Trắc nghiệm

Câu 1. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + x_2y_1 + 3x_2y_2$. Tính $((2; 5), (3; 1))$

(A) 40.

(B) 22.

(C) 34.

(D) 17.

Câu 2. Trong không gian Euclid V với hai vector x, y và không gian con M . Khẳng định nào sau đây không chính xác?

(A) $\|x\| - \|y\| \leq \|x + y\|$.(B) $(x, y) \leq |x| \cdot |y|$.(C) (x, x) có thể mang giá trị âm.(D) $x \perp M \Leftrightarrow \forall y \in M : (x, y) = 0$.

Câu 3. Tìm một cơ sở trực giao của không gian vector con V của \mathbb{R}_4 , biết

$$L = \langle (1; 1; 0; 0), (1; 1; 1; 1), (0; -1; 0; 1) \rangle$$

(A) $\{(1; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0), (\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2})\}$.(B) $\{(1; 1; 0; 0), (0; 1; 1; 0), (-\frac{1}{2}; 1; -\frac{1}{2}; 0)\}$.(C) $\{(0; 1; 1; 0), (-1; -1; 1; 1), (1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})\}$.(D) $\{(1; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 1), (\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2})\}$.

Câu 4. Trong không gian vector Euclid \mathbb{R}_3 với tích vô hướng chính tắc, cho không gian con $F = \langle (1; 0; 2), (2; -1; 2) \rangle$ và vector $z = (1; 1; -1)$. Tìm $d(z, F)$.

(A) $\frac{\sqrt{26}}{3}$.(B) $\frac{5}{3}$.(C) $\frac{7}{\sqrt{3}}$.(D) $\frac{10}{3}$.

Câu 5. Trong không gian $P_2[x]$ có tích vô hướng $(p(x), q(x)) = \int_{-1}^1 p(x).q(x) dx$ và hai vector $a(x) = 2x^2 - 4, b(x) = -x^2 + 4x + 6$. Tính $d(a, b)$ (làm tròn đến 2 chữ số).

(A) 12, 26.

(B) 14, 12.

(C) 10, 91.

(D) 13, 20.

Câu 6. Lấy dữ kiện từ câu 5, tính \cos góc giữa a và b (làm tròn đến 2 chữ số).

(A) -0, 69.

(B) -0, 88.

(C) -0, 91.

(D) -0, 96.

Câu 7. Trong không gian \mathbb{R}_2 cho một tích vô hướng $(x, y) = 4x_1y_1 + mx_1y_2 + nx_2y_1 + x_2y_2$ và vector $x = (a; b)$. Biết $\|x\| = \sqrt{4a^2 + b^2}, \forall a, b \in \mathbb{R}$. Hỏi bộ số (m, n) nào dưới đây thỏa mãn đề bài?

(A) $(2; -1)$.(B) $(4; 4)$.(C) $(1; 2)$.

(D) Đáp án khác.

2. Tự luận

Câu 8. Tìm cơ sở trực chuẩn của của không gian vector con V thuộc \mathbb{R}_4 , biết

$$V = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases} \right\}$$

Đề bài sau dùng cho câu 9 và 10

Trong không gian \mathbb{R}_3 với tích vô hướng

$$\forall x = (x_1; x_2; x_3), y = (y_1; y_2; y_3) : (x, y) = x_1y_1 + 3x_2y_2 - 2x_2y_3 - 2x_3y_2 + 4x_3y_3$$

cho hai không gian con $F = \{(x_1; x_2; x_3) \mid 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0\}$ và $G = \langle (1; 0; 2), (0; 1; -1) \rangle$

Câu 9. Tìm một cơ sở và số chiều của F^\perp .

Câu 10. Tìm một cơ sở và số chiều của $(F \cap G)^\perp$

Câu 11. Tìm số chiều và một cơ sở trực chuẩn của họ ĐLTT với tích vô hướng chính tắc

$$F = \{(1; 1; 1; 1), (1; 0; 1; 1), (-1; -2; 0; 1), (3; 3; -1; 2)\}$$

II. Chương 5:

1. Trắc nghiệm

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc đến mặt phẳng $(P) : -x + 2y - z = 0$. Tìm $f(2; 3; 1)$.

- Ⓐ $(\frac{2}{5}; 5; -\frac{3}{2})$. Ⓑ $(\frac{1}{2}; 6; -\frac{1}{2})$. Ⓒ $(\frac{6}{5}; \frac{23}{5}; \frac{1}{5})$. Ⓓ $(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2})$.

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_3; x_2 - 3x_3; x_1 + x_2 - x_3)$. Tìm ma trận A của f trong cơ sở $E = \{(2; 1; 4), (-1; 3; 1), (0; 5; 3)\}$.

- Ⓐ $\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 3 & -\frac{4}{9} \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Ⓑ $\begin{pmatrix} -\frac{4}{80} & 1 & \frac{10}{9} \\ \frac{9}{29} & 3 & -\frac{7}{9} \\ \frac{9}{29} & -2 & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$.
- Ⓒ $\begin{pmatrix} -\frac{40}{9} & 1 & \frac{10}{9} \\ \frac{8}{3} & \frac{5}{3} & -\frac{7}{9} \\ -\frac{9}{14} & \frac{3}{20} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$. Ⓓ $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -3 & \frac{10}{9} \\ \frac{50}{17} & 2 & -\frac{7}{9} \\ \frac{9}{17} & -2 & -\frac{5}{9} \end{pmatrix}$.

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\forall x = (x_1; x_2; x_3) \in \mathbb{R}_3, f(x) = (x_1 + x_2 - 3x_3; x_1 + 2x_2; x_2 + 3x_3)$. Tìm một cơ sở và số chiều của $\text{Ker } f$.

- Ⓐ $\{(6; 3; 1), (2; 0; 5)\}, \dim(\text{Ker } f) = 2$. Ⓑ $\{(6; -3; 1)\}, \dim(\text{Ker } f) = 1$.
 Ⓒ $\{(-2; 0; 5)\}, \dim(\text{Ker } f) = 1$. Ⓓ $\{(1; -2; 3)\}, \dim(\text{Ker } f) = 1$.

Câu 15. Lấy ánh xạ tương tự như câu 3, hãy tìm cơ sở và số chiều của Imf .

- Ⓐ $\{(1; 1; 0), (0; 1; 1)\}, \dim(Imf) = 2$.
 Ⓑ $\{(1; 1; 0), (-1; 0; 1)\}, \dim(Imf) = 2$.
 Ⓒ $\{(1; 1; 0), (1; 2; 1), (-3; 0; -3)\}, \dim(Imf) = 3$.
 Ⓓ $\{(1; 1; 0), (0; 1; 1), (1; 0; -1)\}, \dim(Imf) = 3$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_3[x] \rightarrow P_3[x]$, biết $f(p(x)) = x^3 \cdot p'(x)$. Vector nào sau đây không thuộc $Im(f)$?

- Ⓐ $2x^4 - 3x^3$. Ⓑ $2x^5 - 7x^4$. Ⓒ $3x^6$. Ⓓ x^3 .

Câu 17. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(1; -2; 1) = (2; -1)$, $f(2; 0; 2) = (3; 0)$, $f(-1; 3; 2) = (1; 1)$. Tính $f(7; 3; 22)$.

- Ⓐ $(-1; 14)$. Ⓑ $(4; 17)$. Ⓒ $(3; -2)$. Ⓓ $(26; -1)$.

2. Tự luận

Câu 18. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 - 6x_2; 2x_2)$. Tìm ma trận A của f trong cặp cơ sở $E = \{(1; 4), (3; 5)\}$, $F = \{(1; 2; 2), (0; 2; 5), (3; 4; 4)\}$.

Câu 19. Tìm một ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $Ker f$ được sinh ra bởi $\{(2; 2; 3)\}$ và Imf được sinh ra bởi $\{(0; 1; 2), (2; 5; 4), (1; 2; 1)\}$.

Câu 20. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết ma trận của f trong cặp cơ sở $E = \{(1; 0; 2), (1; 1; 1), (2; 1; 0)\}$ và $F = \{(1; 2; 2), (-1; 0; 0), (0; 2; 1)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Tìm một cơ sở của $Ker f$.