CHƯƠNG 6: TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN

6.1 Khái niệm cơ bản

a) Điện tích nguyên tố là điện tích nhỏ nhất có trong tự nhiên e = 1,6 x 10^{-19} C.
b) Vật tích điện dương: khi nguyên tử hay phân tử trung hòa của vật bị mất electron.
c) Vật tích điện âm: khi nguyên tử hay phân tử trung hòa của vật nhận thêm electron.
d) Điện tích điểm: vật có kích thước rất nhỏ tích điện.
e) Hệ điện tích điểm: tập hợp nhiều điện tích điểm phân bố rời rạc.
f) Vật tích điện: là hệ điện tích điểm phân bố liên tục và có mối liên kết rắn.

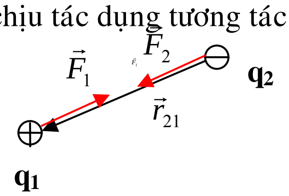
- Định luật bảo toàn điện tích:“ Trong 1 hệ cô lập, điện tích luôn được bảo toàn”.

6.2 Định luật coulomb: **Định luật tương tác giữa 2 điện tích điểm.**

Phát biểu: Hai điện tích điểm q_1 và q_2 đặt cách nhau một đoạn r thì chịu tác dụng tương tác bởi lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$.

$$\overrightarrow{F_1} = \frac{k}{\varepsilon}.\frac{q_1.q_2}{r^2}.\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

$$\overrightarrow{F_2} = \frac{k}{\varepsilon}.\frac{q_1.q_2}{r^2}.\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$



q_1, q_2 : các điện tích điểm

$\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$: vectơ đơn vị hướng từ điện tích gây ra tác dụng q_2 đến điện tích chịu tác dụng q_1 .

$$k = 9.10^9 \frac{Nm^2}{C^2} = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}$$

$\Rightarrow \varepsilon_0 = 8.86.10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$: hằng số điện

ε :là hằng số điện môi của môi trường >1.

Môi trường chân không ε =1, không khí ε ~1

*** Điểm đặt: tại điện tích đang xét.**
*** Phương: đt nối từ q_1 đến q_2**
*** Chiều: $q_1.q_2 > 0$ lực đẩy**
$q_1.q_2 < 0$ lực hút
*** Độ lớn:** $F_1 = F_2 = \frac{k}{\varepsilon}.\frac{|q_1|.|q_2|}{r^2}$

6.3 Điện trường

6.3.1 Điện trường của một điện tích điểm: điện tích điểm q tạo xung quanh nó một điện trường và để xác định điện trường đó tại một vị trí thông qua một đại lượng hữu hướng $\vec{E}$ gọi là vectơ cường độ điện trường.

q $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $\vec{E}_M = \frac{k.q}{\varepsilon.r^2}.\frac{\vec{r}}{r}$

* Điểm đặt: điểm đang xét M.
* Phương: đt $\vec{F}_2$ nối từ q đến M
* Chiều: q > 0 $\vec{E}$ hướng xa điện tích
q < 0 $\vec{E}$ hướng vào điện tích
* Độ lớn: $\left|\vec{E}_M\right| = E_M = \frac{k.q}{\varepsilon.r^2}$

6.3.2 Điện trường của một hệ điện tích điểm ($q_1, q_2, ..., q_n$) tại M như sau:

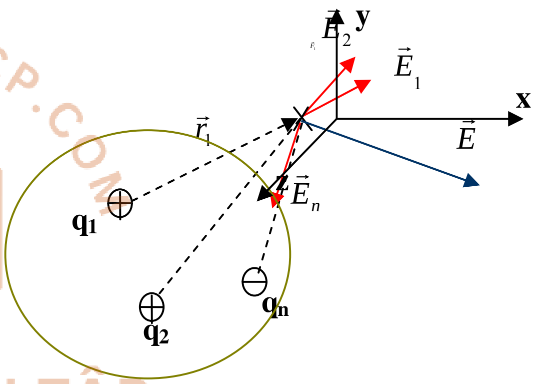
$$\mathbf{q_1} \longrightarrow \mathbf{M} \longrightarrow \vec{E}_1 = \frac{k.q_1}{\varepsilon.r_1^2}.\frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

$$\mathbf{q_n} \longrightarrow \mathbf{M} \longrightarrow \vec{E}_n = \frac{k.q_n}{\varepsilon.r_n^2}.\frac{\vec{r}_n}{r_n}$$

$$(\mathbf{q_1,...,q_n}) \longrightarrow \mathbf{M} \longrightarrow \vec{E} = \sum_1^n \vec{E}_i$$

Nguyên lý chồng chất điện trường: Điện trường của một hệ điện tích điểm bằng tổng điện trường của từng điện tích điểm riêng lẻ của hệ.

Ghi chú:



* Nếu các $\vec{E}_i$ cùng phương ta cộng đại số.

$$E = \sum_1^n E_i$$

* Nếu các $\vec{E}_i$ khác phương ta chiếu lên ba phương:

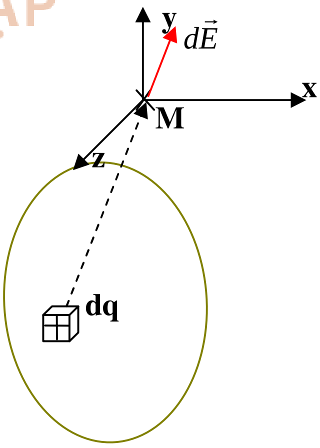
$$E_x = \sum_1^n E_{ix}\ ,\quad E_y = \sum_1^n E_{iy}\ ,\ E_z = \sum_1^n E_{iz}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z \quad \textbf{và} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

6.3.3 Điện trường của một vật tích điện

$$\mathbf{dq} \longrightarrow \mathbf{M} \longrightarrow d\vec{E}$$

$$\mathbf{VTĐ} \longrightarrow \mathbf{M} \longrightarrow \vec{E} = \int_{Vtd} d\vec{E}$$



Ghi chú:

* Nếu các d$\vec{E}$ cùng phương ta cộng đại số.

$$E = \int_{vtd} dE$$

* Nếu các $d\vec{E}$ khác phương ta chiếu lên ba phương:

$$E_x = \int_{Vtd} dE_x\ ,\quad E_y = \int_{Vtd} dE_y\ ,\ E_z = \int_{Vtd} dE_z$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z \quad \textbf{và} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

Ghi chú:

- **Nếu vật là 1 dây tích điện:**

Trên 1 phần tử chiều dài $dq = \lambda.dl \quad \Rightarrow \lambda = \dfrac{dq}{dl}$ **(C/m): mật độ điện tích dài**

- **Nếu vật là 1 mặt tích điện:**

Trên 1 phần tử điện tích : $dq = \sigma.dS \Rightarrow \sigma = \dfrac{dq}{dS}$ **(C/m²): mật độ điện tích mặt**

- **Nếu vật là 1 khối tích điện:**

Trên 1 đơn vị thể tích: dq= $\rho.dV \Rightarrow \rho = \dfrac{dq}{dV}$ **(C/m³) : mật độ điện tích khối**

- **Nếu vật tích điện đều thì:**

$$\boxed{\lambda = \frac{Q}{L}\ ;\sigma = \frac{Q}{S}\ ;\rho = \frac{Q}{V}\ \text{ là hằng số.}}$$

Áp dụng:

1/ Xác định vectơ $\vec{E}$ do 1 lưỡng cực gây ra tại 1 điểm M trên trục đối xứng của lưỡng cực.

- Lưỡng cực điện là 1 hệ gồm 2 điện tích trái dấu, cùng độ lớn, đặt cách nhau 1 khoảng l rất nhỏ.

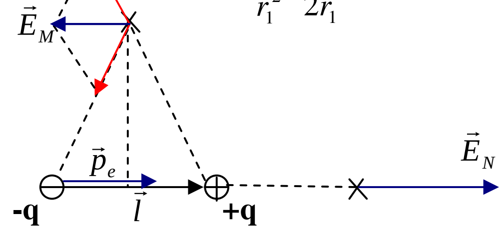
Vectơ moment lưỡng cực điện : $\vec{p}_e = q.\vec{l}$ ($\vec{l}$ hướng từ $-q \to +q$)

$$E = 2.E_1.\cos\alpha = 2K\frac{q}{r_1^2}.\frac{l}{2r_1}$$

(vì r >> l)

$$\boxed{\vec{E}_M = -\frac{k}{\varepsilon}.\frac{q\vec{l}}{r^3} = -\frac{k}{\varepsilon}.\frac{\vec{p}_e}{r^3}}$$

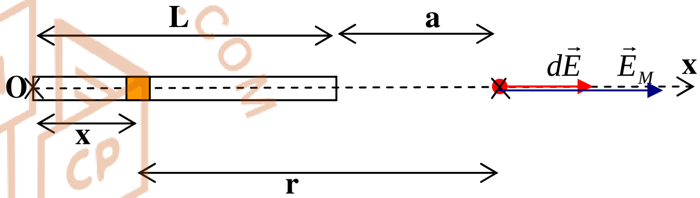
Tại N: $\vec{E}_N = \frac{k}{\varepsilon}.\frac{2.\vec{p}_e}{r^3}$



2/ Điện trường gây ra bởi 1 đoạn dây thẳng L tích điện đều λ >0 gây ra tại 1 điểm M nằm trên đường nối dài của dây và cách đầu gần nhất một đoạn a : $dq = \lambda.dx$

dq $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $d\vec{E}$

dây $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $\vec{E} = \int\limits_{day} d\vec{E}$



$$dE = \frac{k}{\varepsilon}\frac{\lambda.dx}{r^2} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{\lambda.dx}{(L+a-x)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \int\limits_{dây} d\vec{E} \Leftrightarrow E = \int dE = \frac{k.\lambda}{\varepsilon}\int_0^L \frac{-d(L+a-x)}{(L+a-x)^2} \Rightarrow E_M = \frac{k.\lambda}{\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{(L+a)}\right)$$

Tóm tắt:

$\vec{E}_M$
- * Điểm đặt: điểm đang xét M.
- * Phương: đường thẳng sợi dây.
- * Chiều: $\lambda > 0$ $\vec{E}$ hướng xa sợi dây.
- * Độ lớn:

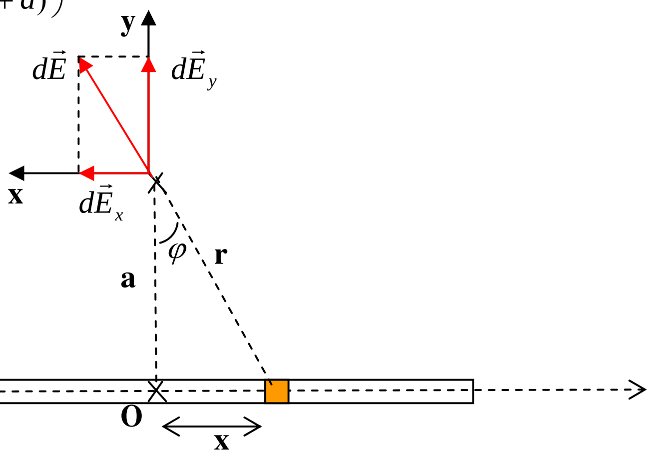
$$\left|\vec{E}_M\right| = E_M = \frac{k.\lambda}{\varepsilon.}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{(L+a)}\right)$$

3/ Điện trường gây ra bởi 1 đoạn dây thẳng tích điện đều λ >0 gây ra tại 1 điểm M nằm ngoài dây và cách dây một đoạn a : $dq = \lambda.dx$

dq $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $d\vec{E}$

dây $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $\vec{E} = \int\limits_{day} d\vec{E}$

Với : $dE = \frac{k}{\varepsilon}\frac{\lambda.dx}{r^2}$



* **Các** $d\vec{E}_i$ khác phương ta chiếu lên hai phương**:**

$$E_x = \int_{Vtd} dE_x \;,\quad E_y = \int_{Vtd} dE_y \;,$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y \quad \textbf{và} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \qquad \text{Với } x = a.tg\varphi \Rightarrow dx = \frac{a.d\varphi}{\cos^2\varphi} \quad \text{và} \quad r = \frac{a}{\cos\varphi}$$

$$E_x = \int_{day} dE.(\sin\varphi) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{k.\lambda.\dfrac{a.d\varphi}{\cos^2\varphi}}{\varepsilon\left(\dfrac{a^2}{\cos^2\varphi}\right)}.\sin\varphi = \frac{k.\lambda}{\varepsilon.a}\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\varphi.d\varphi$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{k.\lambda}{\varepsilon.a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$E_y = \int_{day} dE.(\cos\varphi) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{k.\lambda.\dfrac{a.d\varphi}{\cos^2\varphi}}{\varepsilon\left(\dfrac{a^2}{\cos^2\varphi}\right)}.\cos\varphi = \frac{k.\lambda}{\varepsilon.a}\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \cos\varphi.d\varphi$$

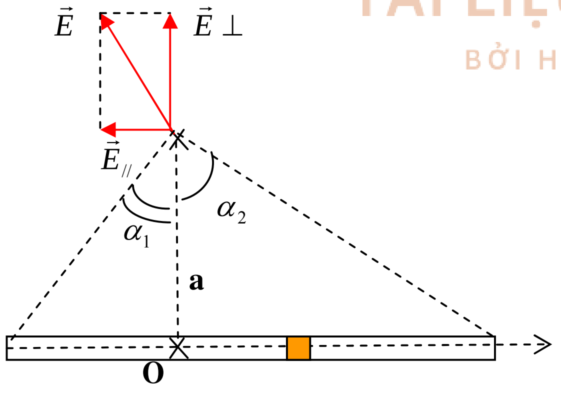
$$E_y = \frac{k.\lambda}{\varepsilon.a}[\sin\alpha_2 - \sin(-\alpha_1)] = \frac{k.\lambda}{\varepsilon.a}(\sin\alpha_2 + \sin\alpha_1)$$

Tóm tắt**:** $\vec{E}_M = \vec{E}_\perp + \vec{E}_{//}$ $E_M = \sqrt{E_\perp^{\,2} + E_{//}^{\,2}}$

Chọn $\alpha_2 > \alpha_1$: giá trị số học

$\vec{E}_\perp$ {
- * Điểm đặt: điểm đang xét M.
- * Phương: đt $\perp$ dây tại M
- * Chiều: hướng xa dây
- * Độ lớn: $E_\perp = \dfrac{k.\lambda}{\varepsilon.a}(\sin\alpha_2 + \sin\alpha_1)$ khi cM$\in$dây

  $E_\perp = \dfrac{k.\lambda}{\varepsilon.a}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$ khi hcM$\notin$dây



$\vec{E}_{//}$ {
- * Điểm đặt: điểm đang xét M.
- * Phương: đt $\perp$ dây tại M
- * Chiều: hướng về phía đoạn ngắn của dây
- * Độ lớn: $E_{//} = \dfrac{k.\lambda}{\varepsilon.a}\left|\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right|$

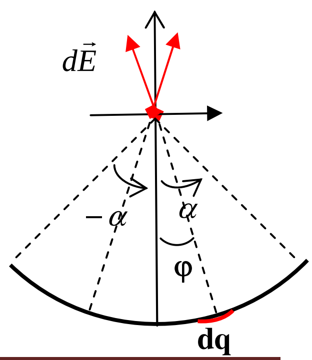
4/ Điện trường gây ra bởi 1 cung tròn (O,R) tích điện đều $\lambda > 0$ gây ra tại tâm O: $dq = \lambda.dx$

góc chắn cung 2α

dq $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $d\vec{E}$

cung $\longrightarrow$ **M** $\longrightarrow$ $\vec{E} = \int_{day} d\vec{E}$

Với $dE = \dfrac{k}{\varepsilon}\dfrac{\lambda.dl}{r^2}$



* Các $d\vec{E}_i$ khác phương ta chiếu lên hai phương x, y:

$$E_x = \int_{Vtd} dE_x = 0,$$

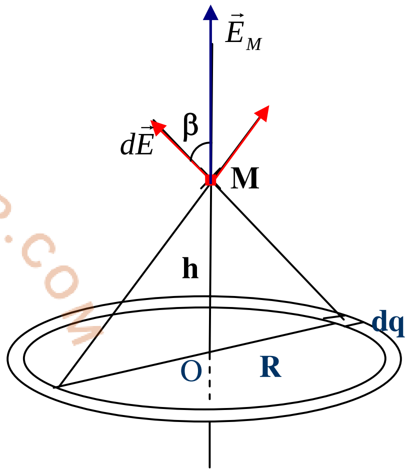
$$E_y = \int_{Vtd} dE_y = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{k.\lambda.R.d\varphi}{\varepsilon.R^2}.\cos\varphi$$

$$\Rightarrow E = \frac{2k.\lambda}{\varepsilon.R}.\sin\alpha$$

$\vec{E}_O$:

- * Điểm đặt: điểm đang xét O.
- * Phương: đường trung trực dây cung.
- * Chiều: $\lambda > 0$ $\vec{E}$ hướng xa sợi dây.
- * Độ lớn: $\left|\vec{E}_O\right| = E_O = \dfrac{2k.\lambda}{\varepsilon.R}.\sin\alpha$

5/ Điện trường gây ra bởi 1 vành tròn (O,R) tích điện đều λ >0 gây ra tại điểm M nằm trên trục của vành và cách O một đoạn h



$$\cos\beta = \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}} \quad , \quad dE = \frac{k.dq}{\varepsilon.(R^2+h^2)}$$

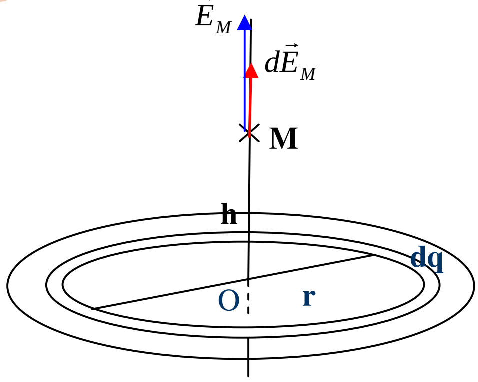
Tương tự ta có

$$E_x = \int_{Vtd} dE_x = \mathbf{0},$$

$$E_y = \int_{Vtd} dE_y = \int_{day} \frac{k.dq}{\varepsilon.(R^2+h^2)}.\cos\beta$$

$$\Rightarrow E_M = \frac{k.Q.h}{\varepsilon.(R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{h.\lambda.R}{2.\varepsilon_0.\varepsilon(R^2+h^2)^{3/2}}$$

6/ Điện trường gây ra bởi 1 đĩa tròn (O,R) tích điện đều σ >0 gây ra tại điểm M nằm trên trục của đĩa và cách O một đoạn h



vành $dq = \sigma.dS = \sigma.2\pi.r.dr \rightarrow$ **M**$\rightarrow \left|d\vec{E}\right| = \dfrac{k.h}{\varepsilon}.\dfrac{dq}{(r^2+h^2)^{3/2}}$

đĩa $\rightarrow$ **M** $\rightarrow \left|\vec{E}_M\right| = \displaystyle\int_0^R \frac{k.h.\sigma.2\pi}{\varepsilon}.\frac{r.dr}{(r^2+h^2)^{3/2}}$

$$\Rightarrow E = \frac{h.\sigma.2\pi}{4\pi.\varepsilon_0.\varepsilon}\left(-\frac{1}{(r^2+h^2)^{1/2}}\right|_0^R = \frac{h.\sigma}{2\varepsilon_0.\varepsilon}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)$$

$$E_M = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0.\varepsilon}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{h^2}}}\right)$$ $R \to \infty$**: mặt phẳng vô hạn :** $R \to \infty : E = \dfrac{\sigma}{2.\varepsilon_0.\varepsilon}$

Vậy điện trường gây ra bởi 1 mặt phẳng rộng vô hạn: là điện trường đều có phương vuông góc mặt phẳng, chiều hướng ra ngoài nếu mặt tích điện dương, không phụ thuộc vào vị trí của điểm đang khảo sát.

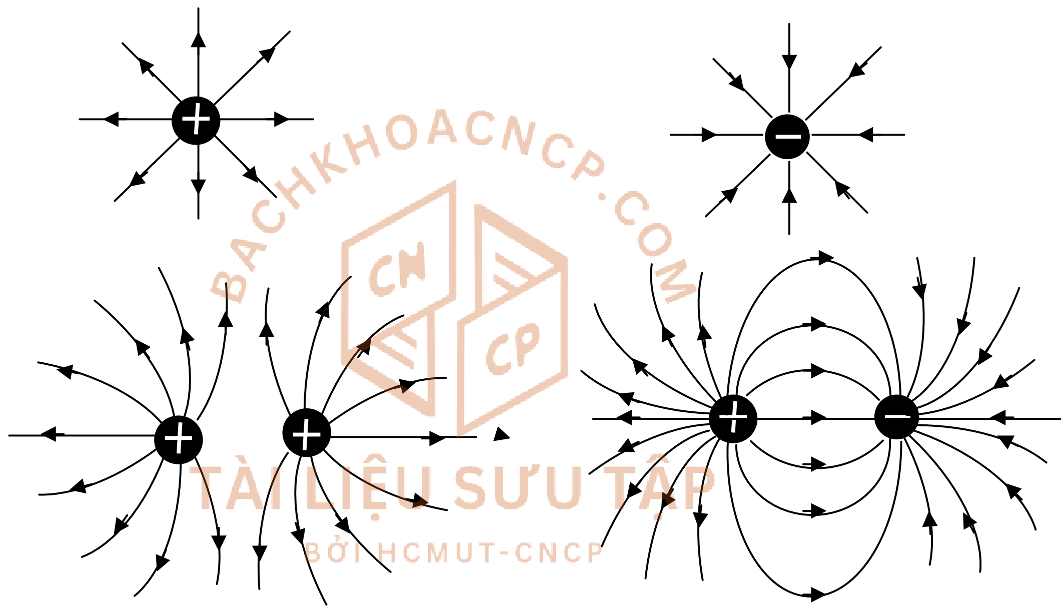
6.4 Định lý Gauss:

6.4.1 Đường sức của $\vec{E}$:

a/ Định nghĩa: là một đường cong mà tiếp tuyến tại mọi điểm trên đường cong có phương trùng với $\vec{E}$,chiều của đường sức là chiều của $\vec{E}$.

b/ Tính chất:

- Các đường sức không cắt nhau
- Đường sức của điện trường là đường cong hở. Xuất phát từ +q, kết thúc là –q.
- Tập hợp các đường sức của điện trường là điện phổ.
- Người ta qui ước vẽ số đường sức qua 1 đơn vị diện tích tiết diện có giá trị $\left|\vec{E}\right|$.
- Đường sức của $\vec{E}$ khi qua mặt phân cách giữa 2 môi trường bị gián đoạn.

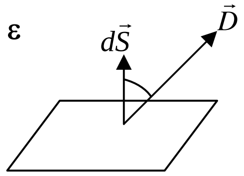


6.4.2 Vectơ điện cảm $\vec{D}$: $\vec{D} = \varepsilon.\varepsilon_0.\vec{E}$ $\left[C/m^2\right]$

Đường sức của $\vec{D}$ không phụ thuộc ε ε_0 nên không bị gián đoạn khi qua mặt phân cách.

6.4.3 Điện thông (thông lượng của $\vec{D}$) gửi qua 1 diện tích dS:

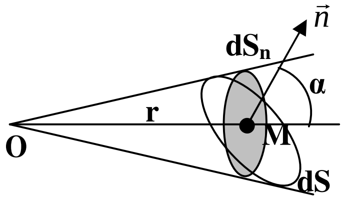
$$d\phi = \vec{D}.d\vec{S} = D.dS.\cos\left(\vec{D}, d\vec{S}\right)$$



$d\vec{S}$ $\begin{cases} \text{Điểm đặt : với mọi điểm thuộc dS} \\ \text{Phương: vuông góc dS} \\ \text{Chiều: hướng ra ngoài mặt kín.} \\ \text{Độ lớn: } dS \end{cases}$

6.4.4 Định lý Gauss:

a/ Góc khối: Cho một diện tích vi phân dS (coi như phẳng) và một điểm O ngoài dS; điểm M $\in$ dS cách O một đoạn r. Góc khối từ O nhìn diện tích dS :



$$d\Omega = \frac{dS.\cos\alpha}{r^2} = \frac{dS_n}{r^2} \text{ (sr)(stêradian)}$$

Góc khối cả không gian: $\Omega = \frac{4\pi.R^2}{R^2} = 4\pi$ (sr)

b/ Định lý Gauss đối với điện trường: Thông lượng của $\vec{D}$ qua mặt kín S bằng tổng đại số các điện tích chứa trong mặt kín đó. $\Phi_D = \oiint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n} q_i$

c/ Công thức dạng tích phân và vi phân của định lý Gauss:

$\oint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \int_{(V)} \rho.dV$ (V: thể tích phần có điện tích nằm trong mặt Gauss)

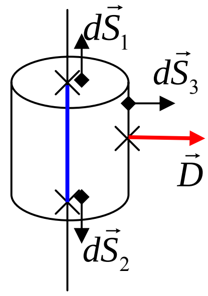
$\int_{(V)} div\vec{D}.dV = \int_{(V)} \rho.dV \Rightarrow$ $div\vec{D} = \nabla.\vec{D} = \rho$ **với** $\nabla.\vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$

Tương tự với $\vec{E}$:

$$\oiint_{(S)} \vec{E}.dS = \frac{\sum q_i}{\varepsilon.\varepsilon_0} = \int_V div\vec{E}.dV; div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon.\varepsilon_0}$$

6.4.5 Áp dụng định lý Gauss để tính $\vec{D}$:

a/ Tại 1 điểm nằm ngoài dây tích điện đều $(\lambda > 0)$ dài vô hạn.



Mặt kín S (mặt Gauss) là mặt trụ, trục là sợi dây bán kính $R = a$, độ cao h bất kỳ.

$$\oiint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{D}.d\vec{S}_1 + \int_{S_2} \vec{D}.d\vec{S}_2 + \int_{S_3} \vec{D}.d\vec{S}_3 = \int D.dS_3 = D\int_{(S_3)} dS_3 = D.2\pi.a.h$$

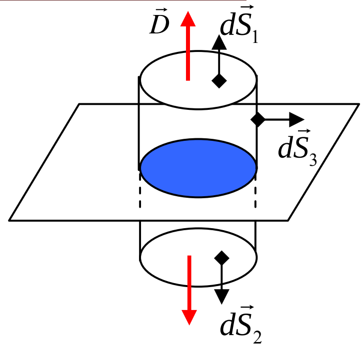
$$D.2\pi.a.h = \sum q_i = \lambda.h \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2\pi.a}$$

KL: Vậy điện trường do dây dài vô hạn gây ra tại M có phương vuông góc dây, chiều hướng ra nếu $\lambda > 0$, hướng vào nếu $\lambda < 0$.

b/ Tính $\vec{D}$ tại M cách mặt phẳng vô hạn $(\sigma > 0)$ tích điện đều gây ra tại M cách khoảng h.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon.\varepsilon_0} \Rightarrow D = \frac{\sigma}{2}$$

Mặt Gauss là mặt trụ bán kính R bất kỳ, độ cao 2h vuông góc mặt phẳng.



$$\oint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \int_{(S_1)} \vec{D}.d\vec{S}_1 + \int_{(S_2)} \vec{D}.d\vec{S}_2 + \int_{(S_3)} \vec{D}.d\vec{S}_3$$

$$= D\int_{(S_1)} dS_1 + D\int_{(S_2)} dS_2 = D.S_1 + D.S_2 = 2D.S_1$$

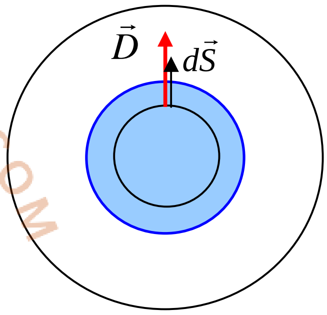
$$2DS_1 = \sum q_i = \sigma.S_1 \Rightarrow D = \frac{\sigma}{2}$$

c/ Tính $\vec{D}$ tại M cách tâm quả cầu đặc tích điện đều $(\rho > 0)$ 1 đoạn r.

$$Q = \rho\left[\frac{4}{3}\pi.R^3\right]$$

Mặt Gauss là mặt cầu tâm 0, bán kính r.

$$\oint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \int_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = D\int_{(S)} dS = D.4\pi.r^2 = \sum q_i$$



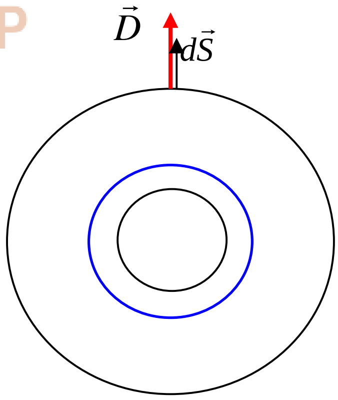
- Xét r < R:

$$D.4\pi.r^2 = \rho\frac{4}{3}\pi.r^3 \Rightarrow D = \frac{\rho.r}{3}$$

- Xét r > R:

$$D.4\pi.r^2 = \rho\frac{4}{3}\pi.R^3 = Q \Rightarrow D = \frac{Q}{4\pi.r^2} = \frac{\rho.R^3}{3r^2}$$

* Nếu cầu rỗng: $Q = \sigma.4\pi.R^2$ $\oint \vec{D}.d\vec{S} = D.4.\pi.r^2 = \sum q_i$



- r < R:

$D.4.\pi.r^2 = 0 \Rightarrow D = 0$

- **r > R:**

$D.4.\pi.R^2 = Q = \sigma.4.\pi.R^2 \Rightarrow$

$$D = \frac{\sigma.R^2}{r^2} = \frac{Q}{4.\pi.r^2}$$

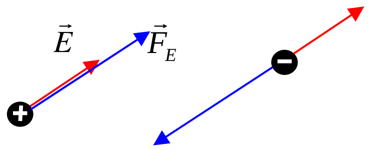
$$\Rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon.\varepsilon_0} = \frac{K.Q}{r^2}$$

Lưu ý

Khi 1 quả cầu tích điện đều đặc hay rỗng, với điện tích toàn thể là Q, thì ta coi quả cầu đó tương đương như điện tích điểm đặt tại tâm O quả cầu *khi xét điểm M nằm từ mặt quả cầu ra* ∞.

6.5. Lực tĩnh điện (lực điện): Một điện tích q_0 đặt trong điện trường mà tại đó có vectơ cường độ điện trường là $\vec{E}$ thì điện tích q_0 chịu 1 lực: $\vec{F}_E = q_0.\vec{E}$

6.5.1 Điện tích điểm $q_0 \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{F}_E = q_0.\vec{E}$

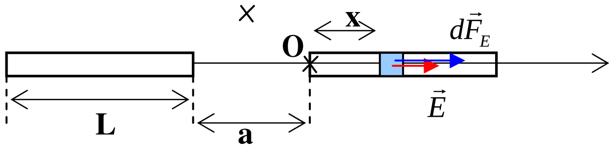


6.5.2 Vật tích điện:

$dq \rightarrow \vec{E} \rightarrow d\vec{F}_E \Rightarrow$

$Vtd \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{F}_E = \int_{Vtd} d\vec{F}$

Vd: Hai thanh L tích điện đều $\lambda > 0$, cách khoảng a.



$$\rightarrow \left|\vec{E}_1\right| = \frac{k.\lambda}{\varepsilon}\left[\frac{1}{a+x} - \frac{1}{L+a+x}\right]$$

$$dq_2 \rightarrow \vec{E}_1 \rightarrow d\vec{F}_{2E}$$

Thanh 1: $Q_2 \rightarrow \vec{E}_1 \rightarrow \vec{F}_{2E} = \int d\vec{F}_{2E}$

$$dq_2 = \lambda.dx$$

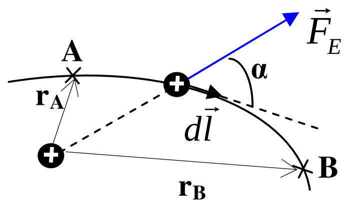
$$\Rightarrow F_{2E} = \frac{k.\lambda^2}{\varepsilon}\int_0^L\left[\frac{1}{a+x} - \frac{1}{L+a+x}\right]dx = \frac{k.\lambda^2}{\varepsilon}\left(\ln\left(\frac{a+x}{L+a+x}\right)\right)\Bigg|_0^L$$

$$F_1 = \frac{k.\lambda^2}{\varepsilon}\ln\left[\frac{(a+L)^2}{(2L+a)a}\right]$$

6.6 Điện thế

6.6.1 Công của lực tĩnh điện:Điện tích q_0 đặt trong điện trường của q chịu tác dụng của lực tĩnh điện $\vec{F}_E$ và di chuyển từ $A \rightarrow B$:

Công nguyên tố:



$$dA = \vec{F}_E.d\vec{l} \Rightarrow A = \int_A^B dA = \int_A^B F_E.dl.\cos\alpha$$

Xét điện tích q > 0 và $q_0 > 0$ di chuyển trong điện trường của q :

$$A = \int_A^B q_0\frac{k.q}{\varepsilon.r^2}dl.\cos\alpha = \frac{k.q.q_0}{\varepsilon}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}$$

$(vì: dl.\cos\alpha = dr)$

$$A = \frac{k.q.q_0}{\varepsilon}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg]_{r_A}^{r_B} = \frac{k.q.q_0}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

* Công của lực tĩnh điện khi di chuyển điện tích đi từ A -> B chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối mà không phụ thuộc vào đường đi thì lực tĩnh điện là lực thế và trường tĩnh điện là trường thế.

6.6.2 Thế năng: (năng lượng phụ thuộc vào vị trí) W_t

$$\int_A^B dA = \int_{W_{t_A}}^{W_{t_B}} -dW_t = W_{t_A} - W_{T_B} = \frac{k.q.q_0}{\varepsilon.r_A} - \frac{k.q.q_0}{\varepsilon.r_B}$$

$\Rightarrow$ Hàm thế năng: $W_t = \dfrac{k.q.q_0}{\varepsilon.r} + C$ .Chọn thế năng gốc ở ∞:

$$W_{t(r=\infty)} = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow W_{t(r)} = \frac{K.q.q_0}{\varepsilon.r}$$

Cũng chính là công di chuyển điện tích q_0 trong điện trường gây ra bởi điện tích q đi từ $r \to \infty$.

6.6.3 Điện thế của 1 điện tích điểm đặt cách q một đoạn r:

Một điện tích điểm q sẽ tạo ra xung quanh nó 1 điện trường và điện thế (V) tại điểm M được xác định bằng.

$$V_M = \frac{k.q}{\varepsilon.r} \qquad \begin{matrix} q > 0 \to V_M > 0 \\ q < 0 \to V_M < 0 \end{matrix}$$

* Điện thế này chính là công di chuyển 1 đơn vị điện tích q_0 từ $M \to \infty$

6.6.4 Điện thế của 1 hệ điện tích điểm ($q_1, q_2, ..., q_n$) gây ra tại M:

$$\begin{cases} q_1 \to M \to V_1 \\ q_2 \to M \to V_2 \\ \vdots \\ q_n \to M \to V_n \end{cases}$$

$$q_1, ..., q_n \to M \to V_M = \sum_{i=1}^{n} V_i$$

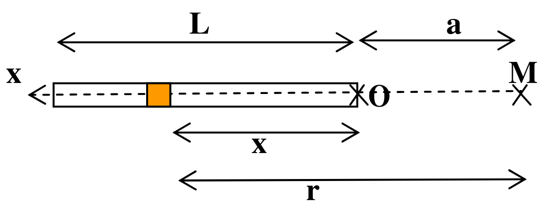
6.6.5 Điện thế của vật tích điện**:** Vật tích điện $\to M \to V = \int_{VTD} dV$

Vd1: Điện thế tại điểm M gây ra bởi dây L tích điện đều λ > 0

$r = x + a$

$dq = \lambda.dx$

$$\Rightarrow dV = \frac{K.dq}{\varepsilon.r} = \frac{K.\lambda.dx}{\varepsilon(x+a)}$$

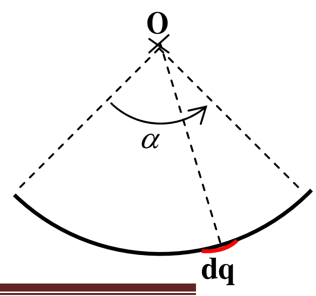


Cả thanh:

$$V = \int_0^L \frac{K.\lambda.dx}{\varepsilon(x+a)} = \frac{K.\lambda}{\varepsilon}\int_0^L \frac{dx}{x+a} = \frac{K.\lambda}{\varepsilon}\ln(x+a)\Big|_0^L \Rightarrow V = \frac{K.\lambda}{\varepsilon}\ln\left(\frac{L+a}{a}\right)$$

Vd2: Điện thế tại điểm O gây ra bởi cung (O,R) tích điện đều Q chắn góc α

$$\Rightarrow V_0 = \int_{cong} dV = \frac{k}{\varepsilon.R}\int dq = \frac{k.Q}{\varepsilon.R} = \frac{k.\lambda.R.\alpha}{\varepsilon.R} = \frac{k.\lambda.\alpha}{\varepsilon}$$



6.6.6 Mặt đẳng thế:

a/ Định nghĩa: là tập hợp mọi điểm có cùng điện thế
b/ Tính chất:

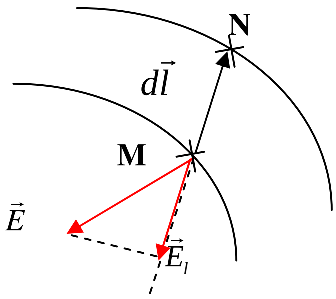
- Công di chuyển 1 điện tích q_0 trong mặt đẳng thế thì bằng 0.

$$A_{q_0(A\to B)} = q_0\left(\frac{K.q}{\varepsilon.r_A} - \frac{K.q}{\varepsilon.r_B}\right) = q_0\left(V_A - V_B\right)$$

- Vectơ cường độ điện trường tại 1 điểm nằm trên mặt đẳng thế thì vuông góc mặt đẳng thế và theo chiều giảm của điện thế.

6.7 Liên hệ giữa $\vec{E}$ và V:

Cho 2 điểm M, N rất gần nhau trong điện trường $\vec{E}$: điện thế tại M là $V_M = V$ và tại N là V+dV (dV>0) Ta di chuyển 1 điện tích q_0 đi từ $M \to N$



$$dA = q_0.\vec{E}.d\vec{l} = q_0.E.dl.\cos\left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = q_0.E_l.dl$$

$$dA_{(M\to N)} = q_0\left(V_M - V_N\right) = q_0\left(-dV\right)$$

$$\Rightarrow -dV = E_l.dl \Rightarrow E_l = -\frac{dV}{dl}$$

Chọn : $l \approx x; l \approx y; l \approx z \Rightarrow \left(E_x = -\frac{dV}{dx}; E_y = -\frac{dV}{dy}; E_z = -\frac{dV}{dz}\right.$

Mà: $\vec{E} = E_x.\vec{i} + E_y.\vec{j} + E_z.\vec{k} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)V$

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}.V = -\vec{\nabla}.V$

*** Từ** $\boxed{V \Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad}.V = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)V}$

Vd: Cho điện thế trong điện trường phân bố theo quy luật: $V = x^2 + y^3 + z$ (V)

$$V = x^2 + y^3 + z \;\Rightarrow\; \vec{E} = -\left(2x.\vec{i} + 3y^2.\vec{j} + \vec{k}\right)$$

Vd: Điện thế tại điểm M nằm trên đường nối dài của dây (trục x) cách đầu gần nhất gốc O một đoạn x là:

$$V_M = \frac{K.\lambda}{\varepsilon}\left[\ln\frac{L+x}{x}\right] = \frac{K\lambda}{\varepsilon}\left[\ln\left(L+x\right) - \ln x\right]$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{K.\lambda}{\varepsilon}\left[\frac{1}{L+x} - \frac{1}{x}\right].\vec{i} \quad hay: E = \frac{K.\lambda}{\varepsilon}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{L+x}\right]$$

* Từ: $\vec{E} \to V$: Chọn phương $\vec{E}$ là phương $\vec{r} \Rightarrow$ Tổng quát: $-dV = E_r.dr$

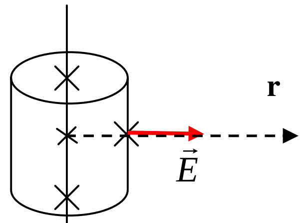
$$\boxed{\Rightarrow \int_{V_A}^{V_B} -dV = \int_{r_A}^{r_B} E_r.dr \Rightarrow V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} E_r.dr}$$

Lưu ý:

- **Công thức:** $V = \dfrac{K.q}{\varepsilon.r}$ **(ta chọn thế năng** $W_{t(r=0)} = 0, hay: V_\infty = 0$**) thì điện tích phải hữu hạn (không được tiến ra** ∞**).**
- **Khi điện tích phân bố vô hạn thì ta tính hiệu điện thế chứ không thể tính được điện thế tại 1 điểm.**

Vd1: Dây dài vô hạn tích điện đều $\lambda > 0$ tính hiệu điện thế giữa hai điểm M và N cách dây r_M và r_N .

Hay hai mặt trụ dài vô hạn, đồng trục, tích điện đều có mật độ điện dài theo trục là $+\lambda$ và $-\lambda$ tính hiệu điện thế hai mặt trụ. Dùng định lý Gauss $\Rightarrow E \Rightarrow V_M - V_N$



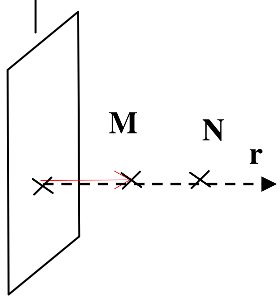
$$E = \frac{2.k.\lambda}{\varepsilon.r} = \frac{1}{2.\pi.\varepsilon.\varepsilon_0}.\frac{\lambda}{r}$$

$$\int_{V_M}^{V_N} -dV = \int E_r.dr = \frac{\lambda}{2\pi.\varepsilon.\varepsilon_0}\int_{r_M}^{r_N}\frac{dr}{r}$$

$$\Leftrightarrow V_M - V_N = \frac{\lambda}{2\pi.\varepsilon.\varepsilon_0}\ln.r\Big|_{r_M}^{r_N} = \frac{\lambda}{2\pi.\varepsilon.\varepsilon_0}\ln\frac{r_N}{r_M}$$

Vd2:

Mặt phẳng vô hạn tích điện đều σ tính hiệu điện thế giữa hai điểm M và N cách mặt phẳng r_M và r_N :

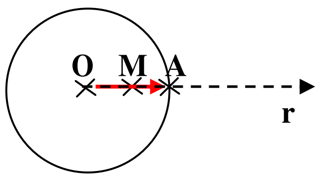


$$\int dr.E_r = \int \frac{\sigma}{2\varepsilon.\varepsilon_0}dr = -\int dV \Rightarrow \int_{V_M}^{V_N} -dV = \frac{\sigma}{2.\varepsilon.\varepsilon_0}.r\Big|_{r_M}^{r_N} \Leftrightarrow V_M - V_N = \frac{\sigma}{2.\varepsilon.\varepsilon_0}(r_N - r_M)$$

Vd3: Quả cầu đặc: (0, R) tích điện đều ρ hay điện tích toàn thể là Q tính điện thế ở điểm O, A $\in$ mặt cầu và M cách O một đoạn r .

$0 < r < R$:

$$E_r = \frac{\rho.r}{3.\varepsilon.\varepsilon_0} \Rightarrow \int_{V_0}^{V_A} -dV = \int E_r.dr = \frac{\rho}{3.\varepsilon.\varepsilon_0}\int_0^R r.dr \Leftrightarrow V_0 - V_A = \frac{\rho}{3.\varepsilon.\varepsilon_0}.\frac{R^2}{2} = \frac{\rho.R^2}{6.\varepsilon.\varepsilon_0}$$



$$V_A = \frac{K.Q}{\varepsilon.R} = \frac{1}{4\pi.\varepsilon.\varepsilon_0.R}\rho.\frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{\rho.R^2}{3.\varepsilon.\varepsilon_0} \Rightarrow V_0 = \frac{\rho.R^2}{6.\varepsilon.\varepsilon_0} + \frac{\rho.R^2}{3.\varepsilon.\varepsilon_0} = \frac{\rho.R^2}{2.\varepsilon.\varepsilon_0}$$

$$V_0 - V_M = \frac{\rho.r^2}{6.\varepsilon.\varepsilon_0} \Rightarrow V_M = \frac{\rho.R^2}{2.\varepsilon.\varepsilon_0} - \frac{\rho.r^2}{6.\varepsilon.\varepsilon_0}$$

$$r > R: V_M = \frac{k.Q}{\varepsilon.r}$$