

TÍCH PHÂN MẶT

Phần 1: TÍCH PHÂN MẶT LOẠI 1

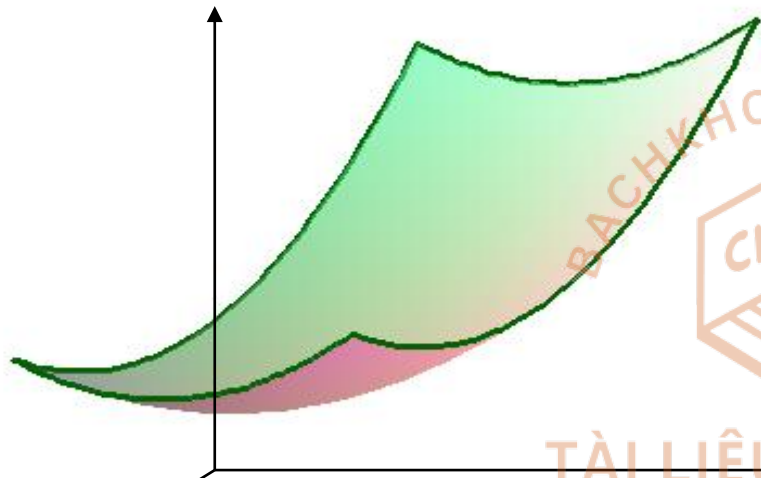
NỘI DUNG

1. Định nghĩa tp mặt loại 1
2. Tính chất tp mặt loại 1
3. Cách tính tp mặt loại 1
4. Ứng dụng tp mặt loại 1

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Định nghĩa tích phân mặt loại 1

S là mặt cong trong R_3 ,
 $f(x,y,z)$ xác định trên S



Phân hoạch S thành các
mảnh con S_k có diện tích

$$\Delta S_k, M_k \in S_k$$

Tổng tích phân:
$$S_n = \sum_{k=1}^n f(M_k) \Delta s_k$$

$$\iint_S f(x, y, z) ds = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n: \text{tp mặt loại 1 của } f \text{ trên } S$$

Tính chất tp mặt loại 1

1/ Diện tích của mặt cong S $S = \iint_S 1 ds$

2/ Tp mặt loại 1 không phụ thuộc phía của mặt cong S

3/ Nếu $S = S_1 \cup S_2$

$$\iint_S f(x, y, z) ds = \iint_{S_1} f(x, y, z) ds + \iint_{S_2} f(x, y, z) ds$$

Tính chất tp mặt loại 1

4/ Nếu S gồm 2 phần S_1 và S_2 đối xứng qua mp $z = 0$ (Oxy)

f chẵn theo z :
$$\iint_S f(x, y, z) ds = 2 \iint_{S_1} f(x, y, z) ds$$

f lẻ theo z :
$$\iint_S f(x, y, z) ds = 0$$

Cách tính tp mặt loại 1

Nếu S là phần mặt hữu hạn, có phương trình $z = z(x, y)$, hình chiếu của S lên Oxy là miền D , khi đó

$$ds = \sqrt{1 + z_x'^2 + z_y'^2} dxdy : \text{vi phân mặt}$$

$$\iint_S f(x, y, z) ds = \iint_D f(x, y, z(x, y)) \sqrt{1 + z_x'^2 + z_y'^2} dxdy$$

Cách tính tp mặt loại 1

Tổng quát:

B_1 : Chọn cách viết phương trình mặt cong $S: z = z(x, y)$

B_2 : Tìm hình chiếu D của S lên mp tương ứng:

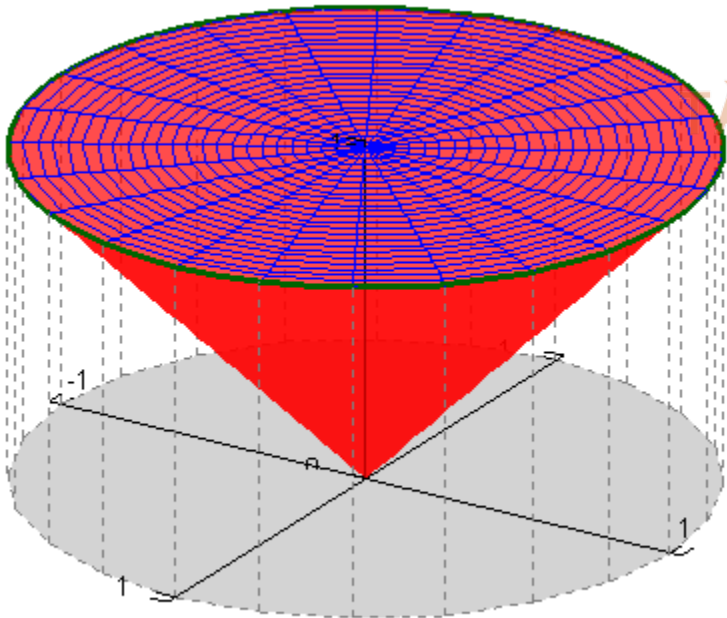
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Điều kiện xác định của } z(x, y) \\ \text{Phương trình mặt chắn không chứa } z \\ \text{Hình chiếu giao tuyến của } S \text{ và mặt chắn có } z \end{array} \right.$

B_3 : Tính tp trên D .

Ví dụ

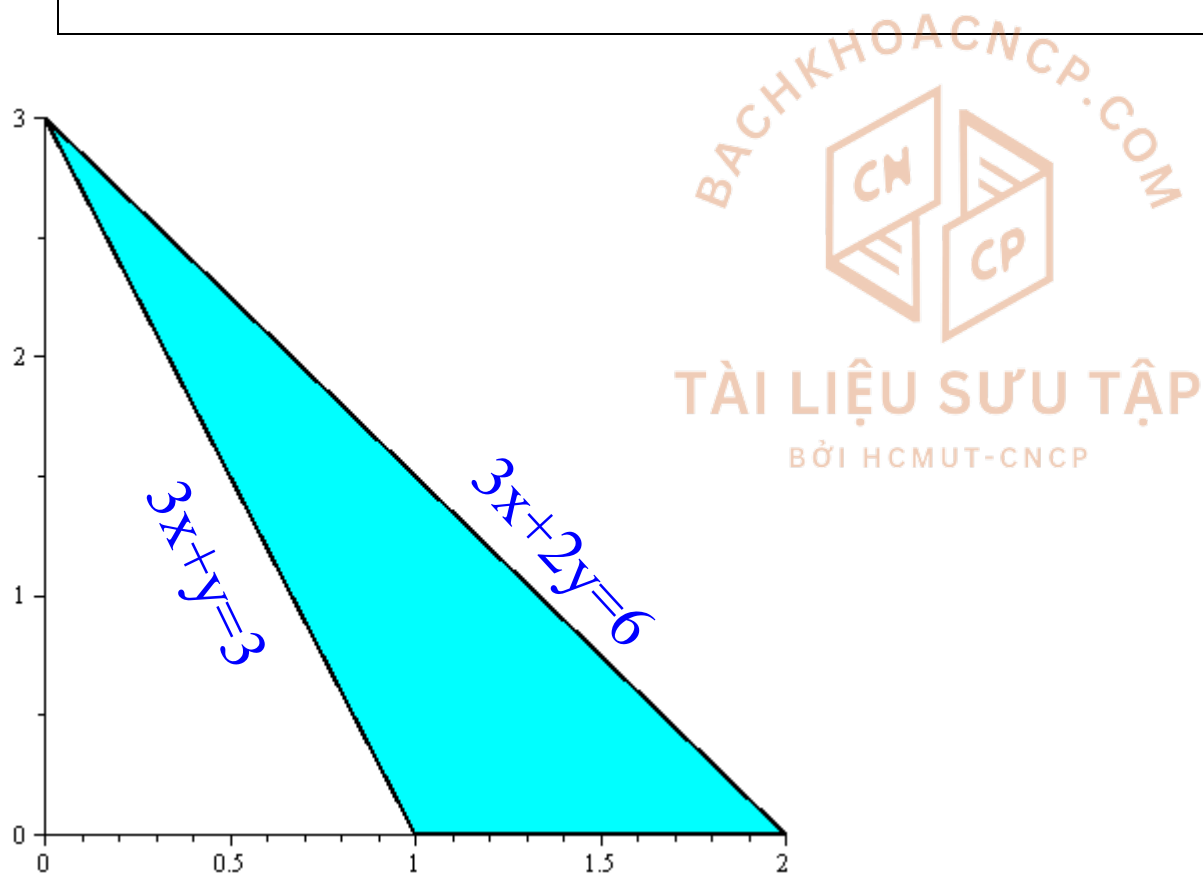
1/ Tính: $I = \iint_S \sqrt{x^2 + y^2} ds$

S là phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm dưới
mp $z = 1$.

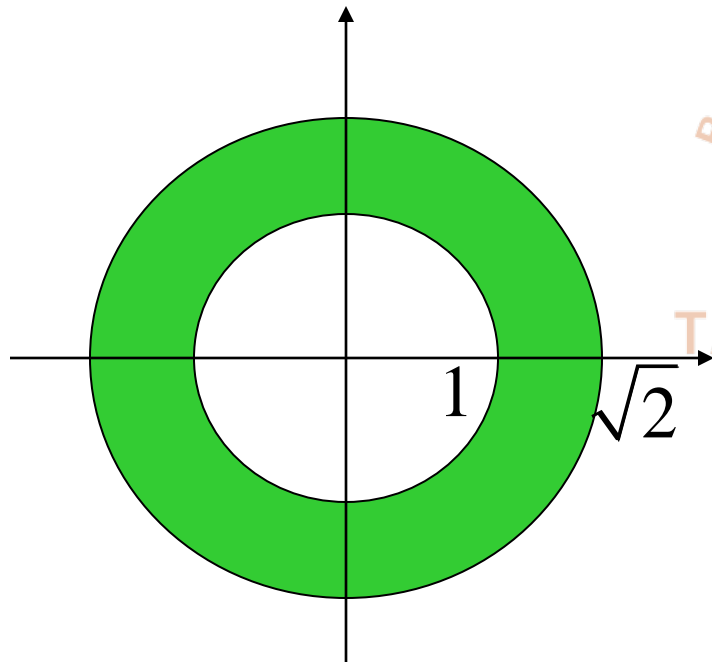


2/ Tính: $I = \iint_S z x ds$ S là phần mặt $x + y + z = 3$

bị chắn bởi các mặt $3x + y = 3$, $3x + 2y = 6$, $y = 0$



3/ Tính: $I = \iint_S z ds$ S là phần mặt $z = x^2 + y^2$
bị chắn giữa các mặt $z = 1$ và $z = 2$



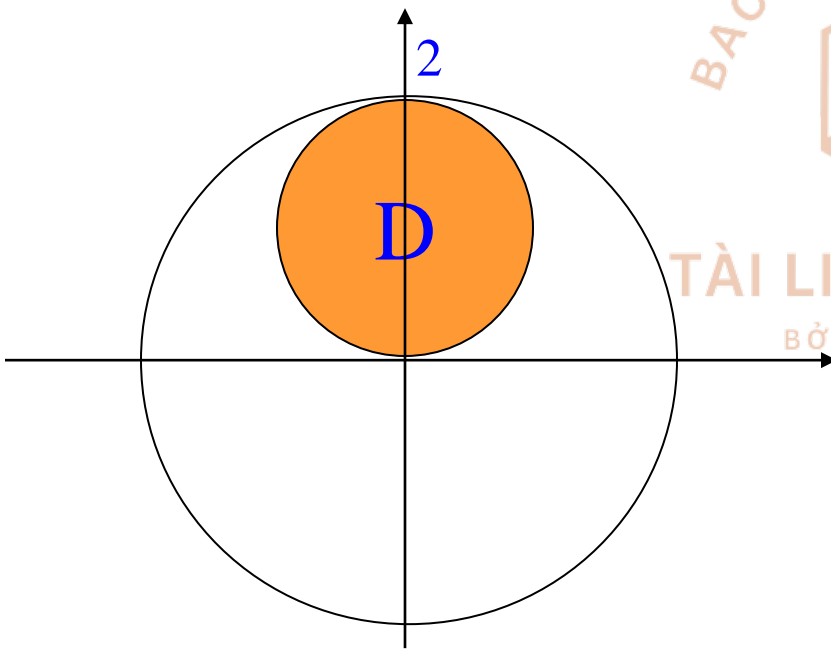
BACHKHOACNCP.COM
CN CP
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

VÍ DỤ

4/ Tính diện tích của
bị chắn trong mặt trụ

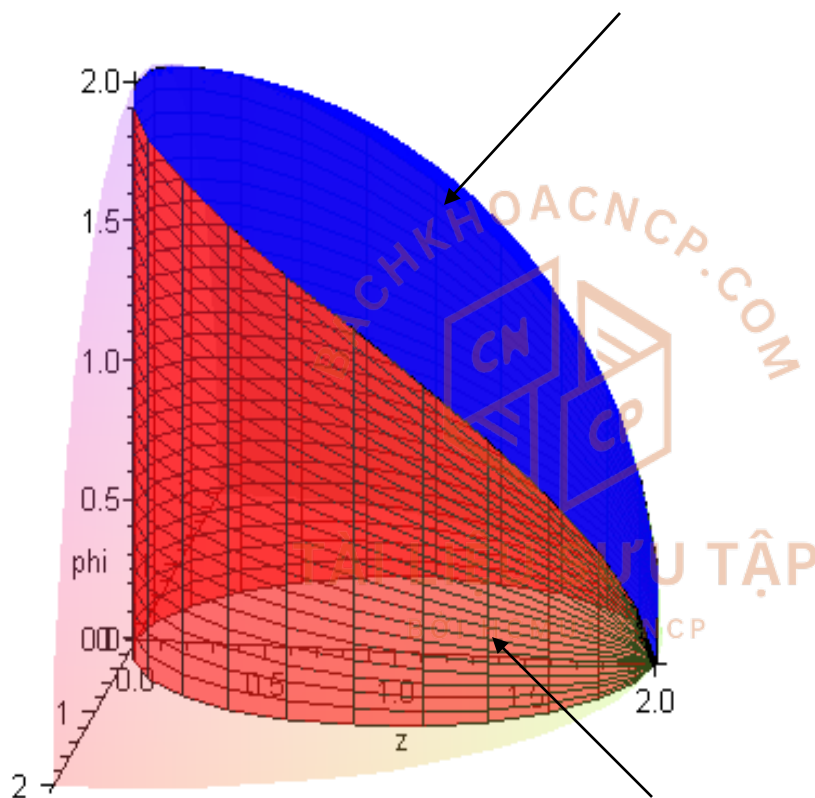
$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

$$x^2 + y^2 = 2y$$



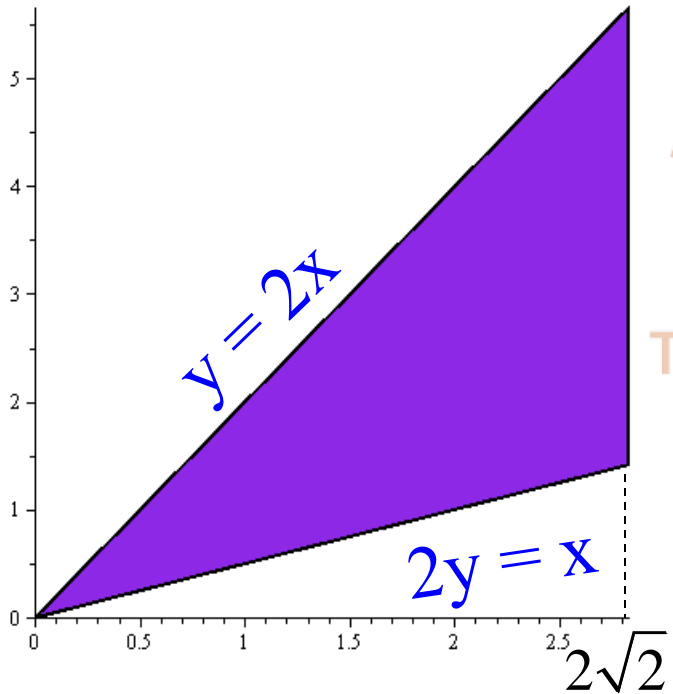
BACHKHOACNCP.COM
CN
CP
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

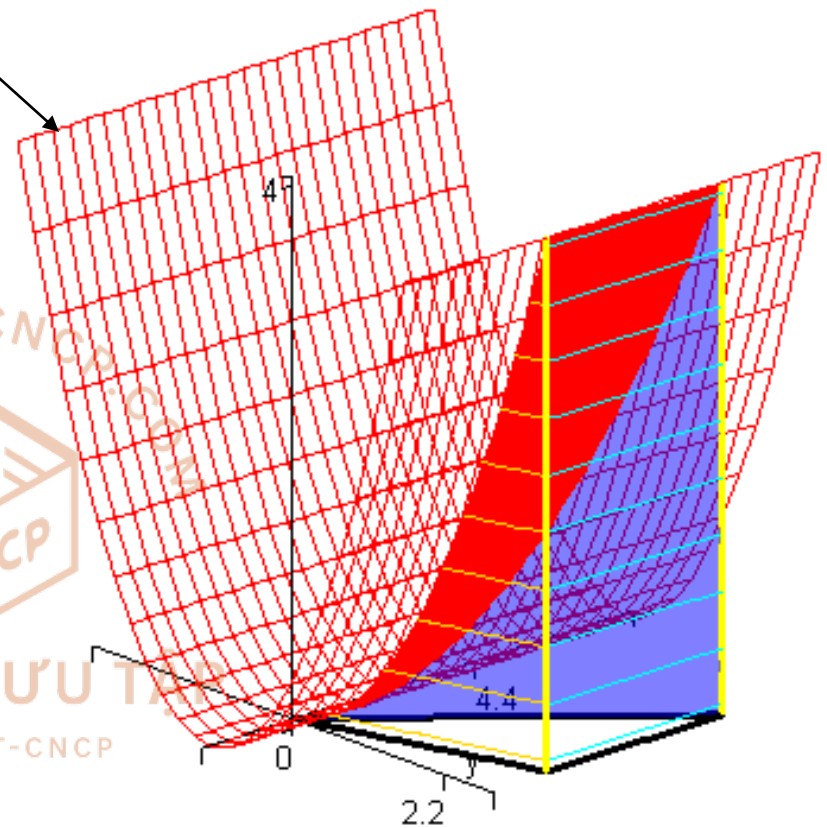
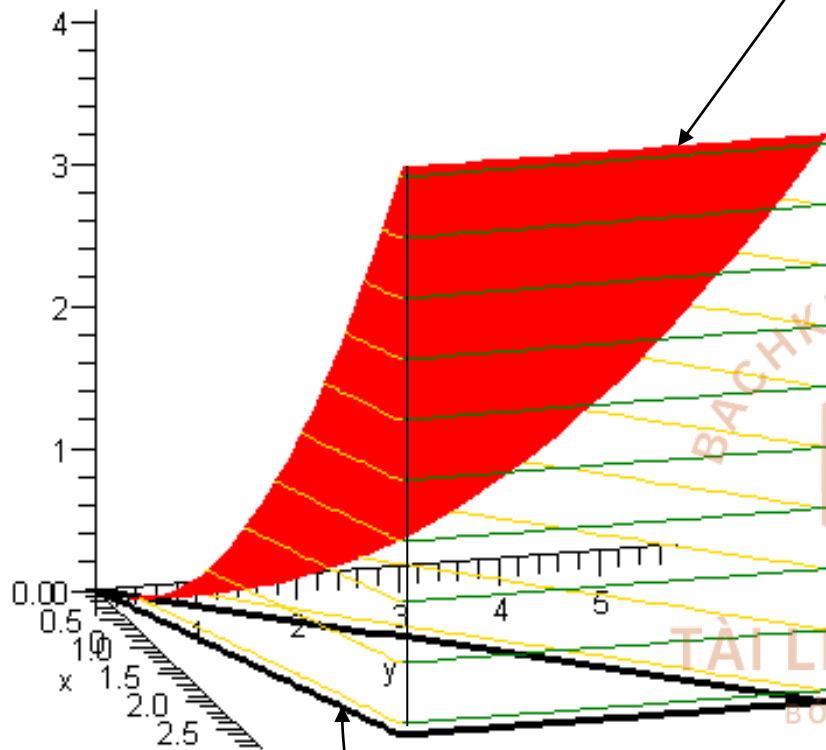


$$x^2 + y^2 = 2y$$

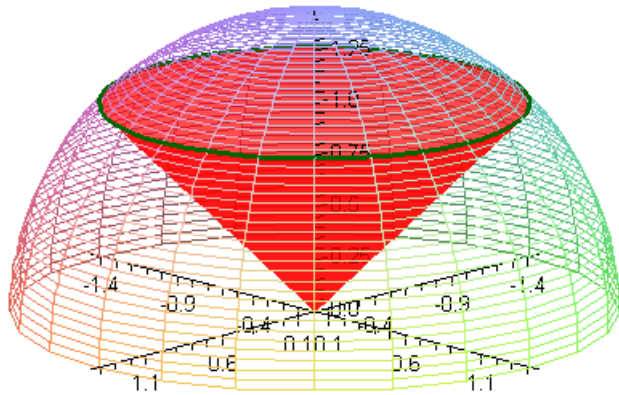
5/ Tính diện tích của phần mặt trụ: $2z = x^2$
bị chặn bởi các mặt $x - 2y = 0$, $y - 2x = 0$,
 $x = 2\sqrt{2}$



$$2z = x^2$$



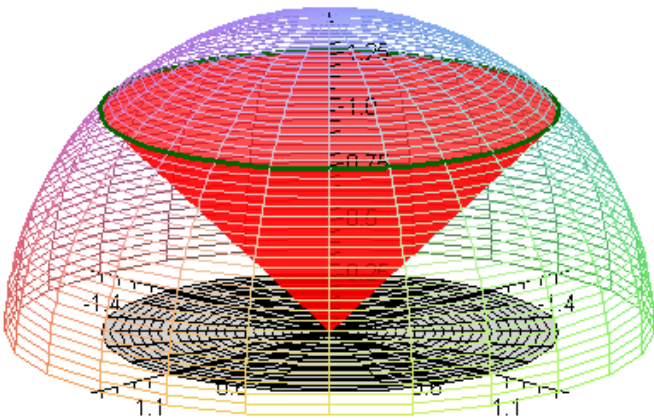
6/ Tính diện tích của phần mặt nón: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
bị chắn bởi mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 = 2$



BACHKHOACNCP.COM



TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP



7/ Tính diện tích của phần mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
bị chắn bởi các mặt: $x = z, z = \sqrt{3}x, x \geq 0$

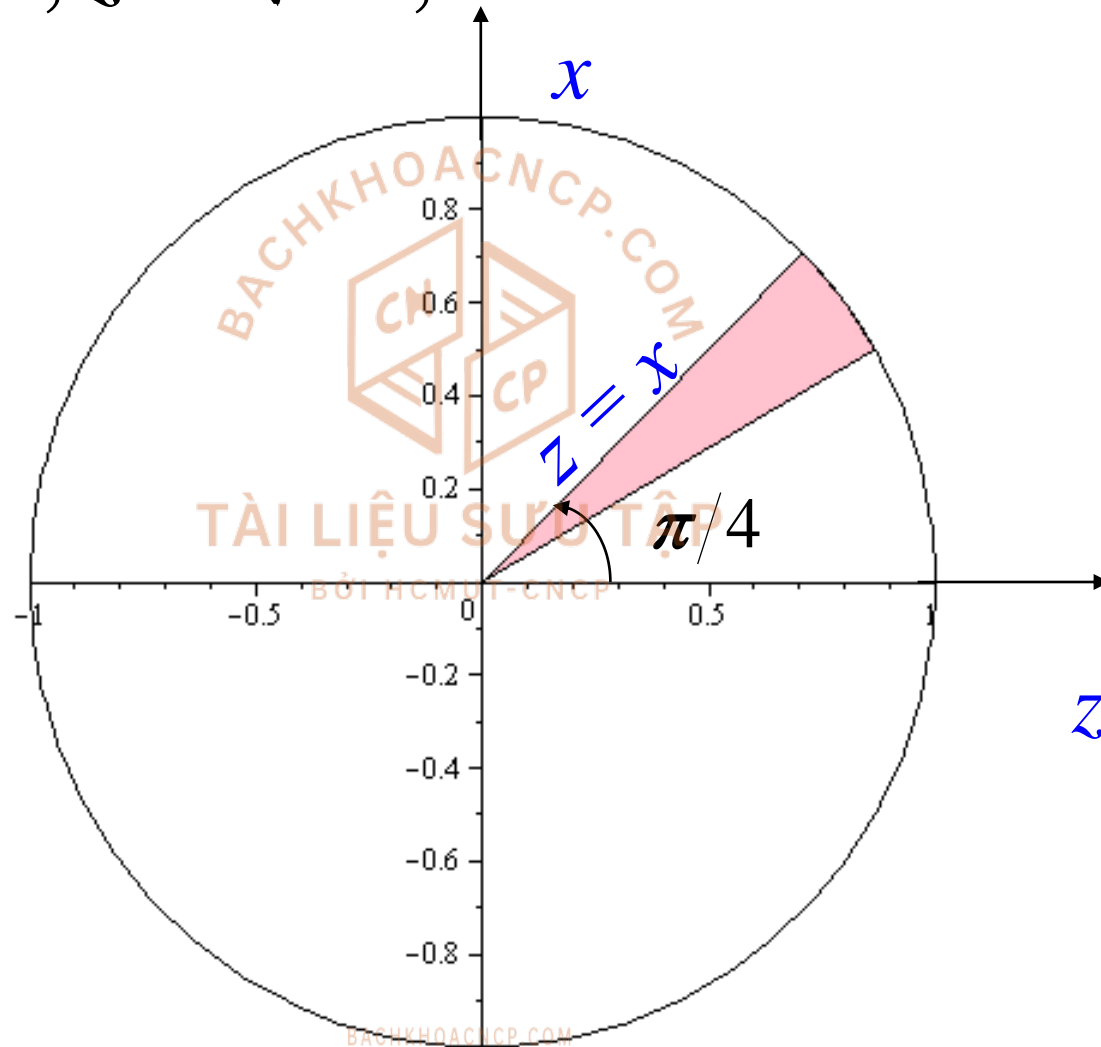
Phần mặt cầu gồm 2 nửa S_1 và S_2 :

$$y_{1,2} = \pm \sqrt{4 - x^2 - z^2}$$

Hình chiếu của S_1 và S_2 lên Oxyz giống nhau và
xác định bởi:

$$D : \begin{cases} 4 - x^2 - z^2 \geq 0, \\ z = x, z = \sqrt{3}x, x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow S = S_1 + S_2$$

$$D: \begin{cases} 4 - x^2 - z^2 \geq 0, \\ z = x, z = \sqrt{3}x, x \geq 0 \end{cases}$$

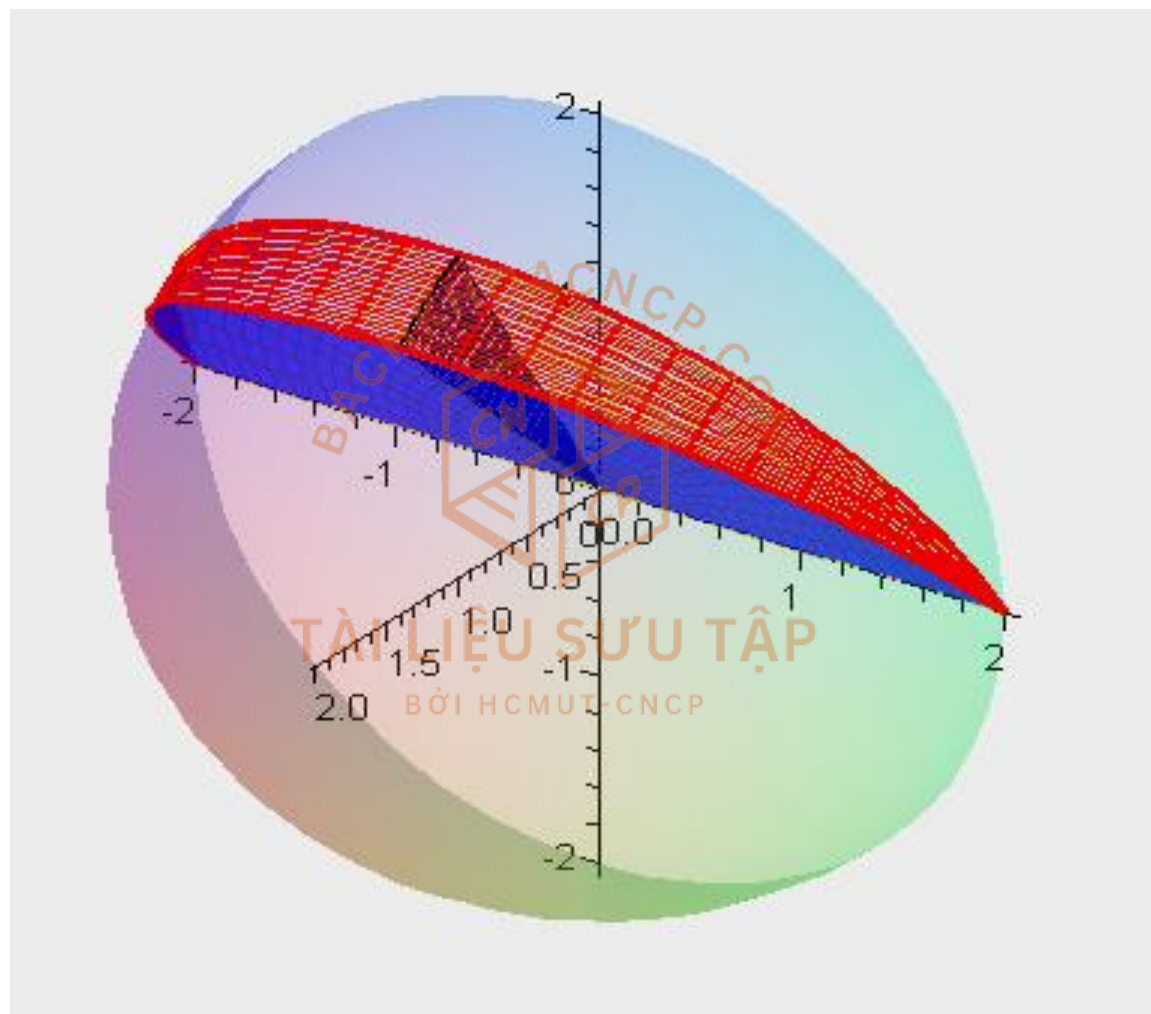


$$S_1 = S_2 = \iint_D \sqrt{1 + (y'_x)^2 + (y'_z)^2} dx dz$$

$$= \iint_D \frac{2 dx dz}{\sqrt{4 - x^2 - z^2}} \quad y = \sqrt{4 - x^2 - z^2}$$

$$= \int_{\pi/6}^{\pi/4} d\varphi \int_0^2 \frac{2r dr}{\sqrt{4 - r^2}} = \frac{\pi}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2\pi}{3}$$



1. Một cái phễu bằng kim loại mỏng có hình dạng là một phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ứng với $0.5 \leq z \leq 4$. Tính khối lượng phễu, biết mật độ tại điểm (x, y, z) trên mặt nón là: $\rho(x, y, z) = 14 - x - 2z$ (bỏ qua các đơn vị tính). (192C1)
2. Tính diện tích mặt trụ đường sinh song song với trục Oz, biết rằng biên dưới của trụ là đường cong (C) nằm trong mặt phẳng Oxy có phương trình là: $y = \frac{1}{9}x^2$, $-3 \leq x \leq 3$ và biên trên nằm trong mặt phẳng $z = 9$. Bỏ qua đơn vị tính.
3. Tính tích phân mặt $I = \iint_S (x - 9y + z) dS$, với S là phần mặt phẳng $9x - 3y - z = 12$ nằm phía trong hình trụ $x^2 + y^2 \leq 9$.
4. Tính tích phân $I = \iint_S y \sqrt{1 - 4x^2} dS$, trong đó S là phần mặt trụ $x^2 + z^2 = 9$ giới hạn bởi $z \geq 0, 0 \leq y \leq 2$.