

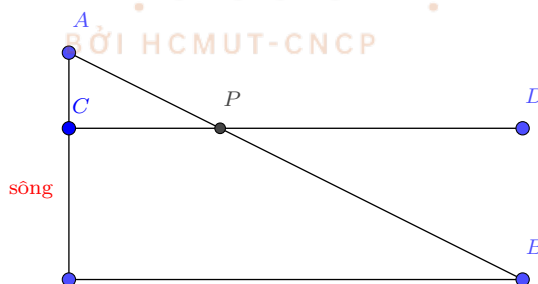
SINH VIÊN ĐỌC KỸ CÁC YÊU CẦU DƯỚI ĐÂY:

- Sinh viên ghi đầy đủ **Họ, Tên, MSSV** và **làm bài trực tiếp lên đề thi**.
- **Được** sử dụng tài liệu, máy tính bỏ túi, **không được** sử dụng điện thoại và máy tính có chức năng lập trình.
- Đề thi gồm 10 câu (2 mặt trên 1 tờ giấy A4). Mọi thắc mắc, sinh viên ghi trực tiếp lên đề thi.
- Gọi m và n là hai chữ số cuối cùng của mã số sinh viên (m là chữ số hàng chục, n là chữ số hàng đơn vị, $0 \leq m, n \leq 9$). Đặt $\mathcal{M} = \frac{m + 2n + 12}{10}$.
- **Không** ghi đáp án ở dạng phân số.
- Đáp số ghi vào bài thi **phải được** làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân.
- Sinh viên tự điền vào bảng sau. Nếu không điền, bài thi bị xem là không hợp lệ.

Họ và tên			
MSSV		Chữ ký giám thị 1	
\mathcal{M}		Chữ ký giám thị 2	

Điểm toàn bài

Câu 1. Nhà máy lọc dầu (A) và kho trữ dầu (B) nằm về hai phía của bờ sông theo sơ đồ bên dưới. Để xây ống dẫn dầu từ A đến B, người ta xây ống trên mặt đất từ A đến trạm P (nằm giữa C và D), sau đó kéo ống dưới lòng sông từ P đến B. Chi phí xây ống trên mặt đất là $2M \times 1000\$/1km$, dưới lòng sông là $2(M + 1) \times 1000\$/1km$. Biết $AC=1km$, $CD=(M+5)km$, chiều rộng sông là $2km$. Gọi $x = CP$, xác định vị trí đặt trạm P bằng cách tính x để chi phí xây ống là ít nhất. Sử dụng phương pháp chia đôi với 6 lần lặp. Đánh giá sai số tuyệt đối kết quả x có được.



$x =$ _____ ; Sai số = _____

Câu 2. Cho hệ $\begin{cases} 10x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + 20x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - Mx_2 + 12x_3 = M \end{cases}$ với $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Sử dụng phương pháp lặp Jacobi, tìm vector lặp thứ hai $X^{(2)}$ và sai số tiên nghiệm của $X^{(2)}$ với chuẩn vô cùng.

Kết quả: $X^{(2)} =$ _____ ; $\Delta_{X^{(2)}} =$ _____

Câu 3. Cho hàm bảng số

x	1.0	1.5	2.0	2.5	3	3.2	3.5	4.3	5
y	M	5.7	4	3.5	4	4	5	4.5	4

. Tìm hàm $f(x) = A \sin x - B \ln x$ xấp xỉ tốt nhất bằng số trên bằng phương pháp bình phương cực tiểu.

Kết quả: $A =$ _____ ; $B =$ _____

Câu 4. Cho bảng số

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
$f(x)$	0.25	a	2.31	1.12	M	2.14	4.45

. Tìm giá trị a để tích phân $I = \int_1^{2.2} [f(x) + (\sin x)f(x)] dx = 5.2$ bằng phương pháp hình thang mở rộng.

Kết quả: $a =$ _____;

Câu 5. Hàm $f(x)$ cho theo bảng số liệu

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
$f(x)$	$-M$	-1.3	-1.6	-1	-2.1	-2.4	-2.5

. Cho tích phân

$I = I_1^2 - \pi I_1$ với $\pi = 3.14 \pm 0.0016$ và $I_1 = \int_1^{2.2} [xf^2(x) + 3.2f(x)] dx$ tính bằng Simson mở rộng, sai số I_1 là $\Delta_{I_1} = 0.0015$. Tính I và sai số tuyệt đối của I .

Kết quả: $I =$ _____; $\Delta_I =$ _____

Câu 6. Giải phương trình vi phân $y' = x^2 + y - \cos(x + y)$ với điều kiện $y(1.0) = M$. Tìm $y(1.25)$ và $y(1.5)$ với bước chia $h = 0.25$ theo công thức Runge - Kutta 4.

Kết quả: $y(1.25) =$ _____; $y(1.5) =$ _____

Câu 7. (Torricelli's law) Một bể chứa nước hình cầu bị thủng một lỗ nhỏ ở đáy, nước bị rò ra ngoài được mô tả bởi mô hình: $(4Mh - h^2)\frac{dh}{dt} = (-10^{-2})\sqrt{20h}$. Với h là mực nước trong bể tại thời điểm t (giây). Áp dụng phương pháp Euler cải tiến, xác định mực nước trong bể sau 6 giây, biết mực nước ban đầu trong bể là $2M$ và bước chia là $1(s)$.

Kết quả: $=$ _____

Câu 8. Cho phương trình vi phân bậc 2: $(e^x + 1)y''(x) - xy'(x) + y(x) = x + M$ với điều kiện ban đầu $y(1) = 0$ và $y'(1) = M$. Tính gần đúng $y(1.4)$ với bước chia $h = 0.2$ bằng phương pháp Euler cải tiến.

Kết quả: $y(1.4) =$ _____

Câu 9. Cho bài toán biên $\begin{cases} (M+x)y'' + \ln xy' - 2x^2y = x^2(x-1) \\ y(0.5) = 2.5 \quad y(1.5) = M \end{cases}$, dùng phương pháp sai phân hữu hạn tính gần đúng $y(0.75)$, $y(1.0)$, $y(1.25)$ với bước $h = 0.25$.

Kết quả: $y(0.75) =$ _____; $y(1.0) =$ _____; $y(1.25) =$ _____

Câu 10. Máy quan sát đo quãng đường di chuyển của một xe đi trên đường thẳng theo bảng sau(t đo bằng giờ, quãng đường S là km):

t	2	4	5	7
S	$5M$	$10M$	40	60

. Sử dụng spline bậc ba tự nhiên, xác định vị trí xe lúc 3h và vận tốc xe lúc 6h.

Kết quả: Vị trí xe=_____; Vận tốc xe=_____

Giảng viên ra đề

Hoàng Hải Hà

Chủ nhiệm bộ môn

TS. Nguyễn Tiến Dũng