

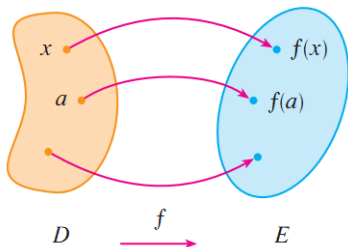
1 Khái niệm hàm số

2 Hàm số hợp

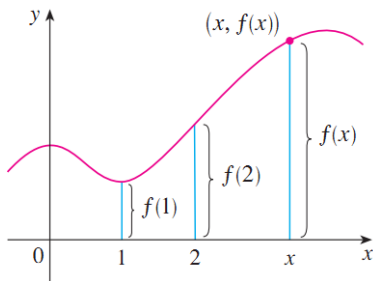
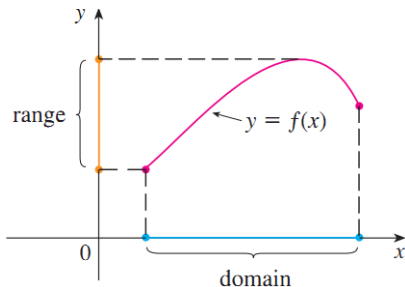
3 Hàm số ngược

## Định nghĩa

Một **hàm số (function)**  $f : D \rightarrow E$  là một quy tắc cho tương ứng mỗi phần tử  $x$  trong tập  $D$  với duy nhất một phần tử  $f(x)$  trong tập  $E$ .



- Tập  $D$  được gọi là **tập xác định (domain)** của hàm số  $f$ .
- Tập  $R = \{f(x) | x \in D\}$  được gọi là **tập giá trị (range)** của hàm số  $f$ .
- Tập  $G = \{(x, f(x)) | x \in D\}$  được gọi là **đồ thị (graph)** của hàm số  $f$ .



Có 4 cách biểu diễn một hàm số:

- bằng lời (verbally);
- bằng bảng giá trị (numerically);
- bằng đồ thị (visually);
- bằng công thức (algebraically).

## Ví dụ

Theo một nghiên cứu ở Mỹ từ năm 1997, ước tính phần trăm dân số Mỹ theo độ tuổi bị mắc bệnh Alzheimer được cho bởi hàm số

$$P(x) = 0.0726x^2 + 0.7902x + 4.9623, \quad 0 \leq x \leq 25,$$

trong đó  $x$  có đơn vị là năm và  $x = 0$  là mốc 65 tuổi.

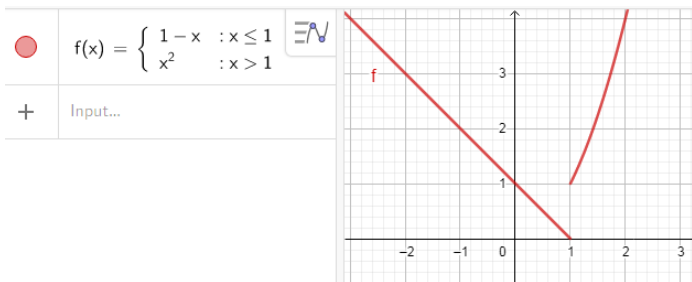
- (a) Tính  $P(8)$ . Giá trị này cho biết điều gì ?
- (b) Có bao nhiêu phần trăm dân số Mỹ ở độ tuổi 90 bị mắc bệnh này?

# Hàm số được cho bởi nhiều biểu thức

Ví dụ: Cho hàm số  $f$  được xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{nếu } x \leq 1, \\ x^2, & \text{nếu } x > 1. \end{cases}$$

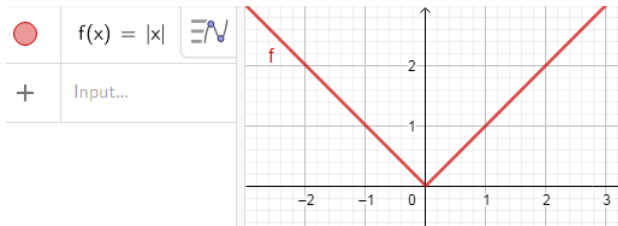
Hãy tính  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$  và vẽ đồ thị của nó.



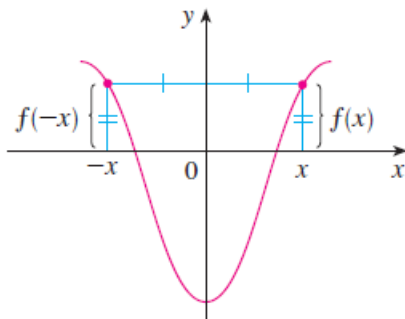
# Hàm số được cho bởi nhiều biểu thức

Ví dụ: Hàm số giá trị tuyệt đối  $f(x) = |x|$  được viết lại thành

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{nếu } x \geq 0, \\ -x, & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

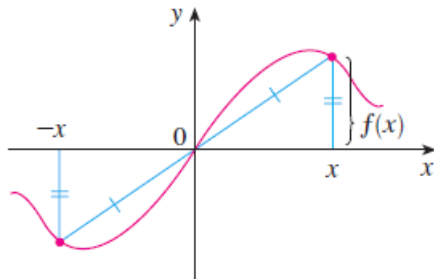


- Nếu  $f(-x) = f(x)$  với mọi  $x \in D$ , ta nói  $f$  là một **hàm số chẵn (even function)**.
- Đồ thị của hàm số chẵn đối xứng qua trục tung.

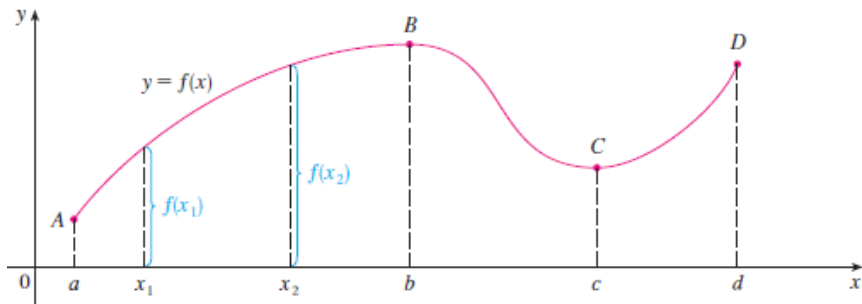




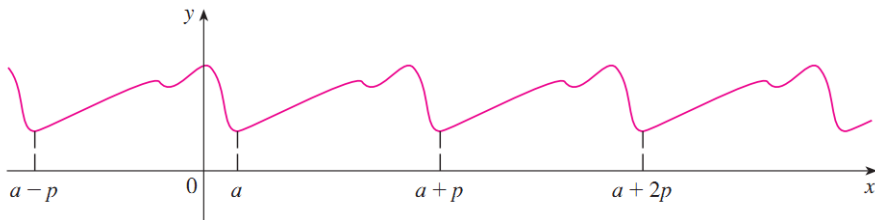
- Nếu  $f(-x) = -f(x)$  với mọi  $x \in D$ , ta nói  $f$  là một **hàm số lẻ (odd function)**.
- Đồ thị của hàm số lẻ đối xứng qua gốc tọa độ.



- Hàm số  $f$  được gọi là **tăng (increasing)** trên khoảng  $I$  nếu  $f(x_1) < f(x_2)$  khi  $x_1 < x_2$  trong  $I$ .
- Hàm số  $f$  được gọi là **giảm (decreasing)** trên khoảng  $I$  nếu  $f(x_1) > f(x_2)$  khi  $x_1 < x_2$  trong  $I$ .



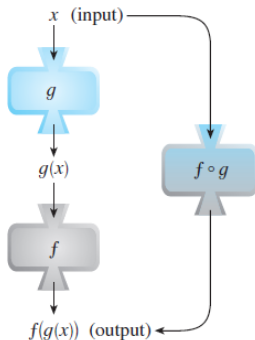
- Nếu  $f(x + p) = f(x)$  với mọi  $x \in D$ , trong đó  $p$  là một hằng số dương, ta nói  $f$  là một **hàm số tuần hoàn (periodic function)**.
- Số dương  $p$  nhỏ nhất thỏa mãn định nghĩa trên được gọi **chu kỳ (period)**.
- Ví dụ: Hàm  $y = \sin x$  là hàm tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ , vì  $\sin(x + 2\pi) = \sin x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $2\pi$  là số dương  $p$  nhỏ nhất thỏa mãn tính chất  $\sin(x + p) = \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ .



## Định nghĩa

Hàm số **hợp (composition)**  $f \circ g$  được định nghĩa bởi

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$



### Ví dụ

Cho  $f(x) = x^3$  và  $g(x) = x + 1$ . Tìm  $f \circ g$  và  $g \circ f$ .

### Ví dụ

Công ty cấp nước của một thành phố nhận thấy rằng nếu số dân trong thành phố là  $p$  triệu người thì lượng nước sử dụng là  $w(p) = 20p^{3.7}$  nghìn  $m^3$ . Số dân trong thành phố đến năm thứ  $t$  (tính từ năm 2000) được dự đoán là  $p(t) = 7 + 0.26t$  triệu người.

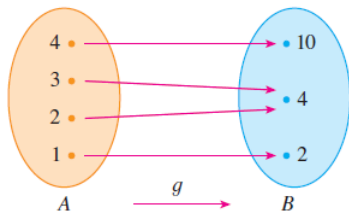
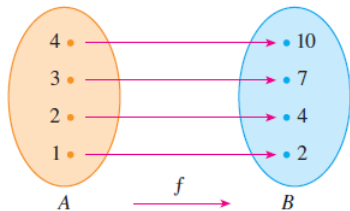
- (a) Lập hàm dự tính lượng nước sử dụng của thành phố ở năm thứ  $t$  (tính từ năm 2000).
- (b) Tính lượng nước cần cung cấp vào năm 2019.

## Định nghĩa

Một hàm số  $f$  được gọi là **đơn ánh** nếu nó không bao giờ nhận cùng một giá trị hai lần; tức là

$$\text{nếu } x_1 \neq x_2 \text{ thì } f(x_1) \neq f(x_2).$$

Chẳng hạn, hàm  $f$  sau đây đơn ánh, còn hàm  $g$  thì không phải.



## Ví dụ

*Hàm nào trong các hàm số sau là đơn ánh ?*

- (a) Hàm  $T(x)$  biểu diễn nhiệt độ của một thành phố vào ngày  $x$  của năm.*
- (b) Hàm  $f(t)$  biểu diễn số người xếp hàng tại một rạp chiếu phim ở thời điểm  $t$  của ngày.*
- (c) Hàm  $m(V)$  biểu diễn khối lượng của khối chì có thể tích  $V$ .*



Ví dụ

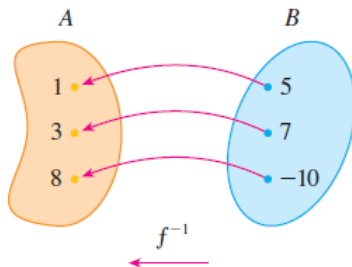
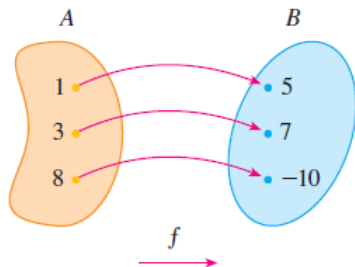
*Hàm số  $g(x) = x^2$  có phải là đơn ánh không ?*

## Định nghĩa

Cho  $f$  là một đơn ánh với tập xác định  $A$  và tập giá trị  $B$ . Hàm số  $f^{-1}$  có tập xác định  $B$  và tập giá trị  $A$  định bởi

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y,$$

được gọi là **hàm số ngược (inverse function)** của  $f$ .



$t$ (hours)	$N = f(t)$ = population at time $t$
0	100
1	168
2	259
3	358
4	445
5	509
6	550
7	573
8	586

$N$	$t = f^{-1}(N)$ = time to reach $N$ bacteria
100	0
168	1
259	2
358	3
445	4
509	5
550	6
573	7
586	8

### Ví dụ

*Cho hàm số  $N = f(t)$ , trong đó  $N$  là số con cá trong một cái ao (đơn vị trăm),  $t$  là số năm tính từ năm 2010. Hãy cho biết ý nghĩa của  $f(3)$  và  $f^{-1}(3)$ .*

Ví dụ

*Tìm hàm số ngược của  $f(x) = x^3$ .*

## Định lý

Trong cùng một hệ tọa độ  $Oxy$ , đồ thị của hàm số  $y = f^{-1}(x)$  đối xứng với đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  qua đường thẳng  $y = x$ .

