1 CÂU HỎI CHUẨN BỊ TRƯỚC

Trong đề sẽ có 1 trong các câu hỏi này

1.1 CÂU HỎI CHO CÁC NHÓM TỪ 01-10

1. Hãy cho biết cách xác định điểm tự cắt của đường cong cho bởi phương trình tham số. Cho ví dụ minh họa.

2. Hãy cho biết cách tính diện tích phần tự cắt của đường cong cho bởi phương trình tham số. Cho ví dụ minh họa.

3. Cho đường cong xác định bởi phương trình tham số $x = x(t),\ y = y(t)$. Hãy trình bày cách vẽ đồ thị của đường cong này nếu $x(t)$ tuần hoàn với chu kỳ T_1 và $y(t)$ tuần hoàn với chu kỳ T_2. Cho ví dụ minh họa.

4. Xem phần 1.3 quyển Hughes Hallett Applied Calculus (5th -Edition) (đã được cung cấp trên bkel), hãy so sánh *Average rate of change* và *Relative change*.

5. Với x đơn vị nguyên liệu thô, nhà sản xuất tạo ra $f(x)$ đơn vị sản phẩm. Nguyên liệu thô được mua với giá $\$w$/đơn vị và sản phẩm được bán ra với giá $\$p$/đơn vị. Số đơn vị nguyên liệu thô được sử dụng để lợi nhuận đạt giá trị cao nhất ký hiệu là x^*. Theo em, nhà sản xuất muốn $f'(x)$ dương hay âm? Lý giải điều này.

6. Tìm hiểu về điểm hòa vốn trong ứng dụng vào kinh tế của hàm số (Xem 1.4, Hughes Hallett Applied Calculus.)

7. Sử dụng tích phân xác định để tính thặng dư người tiêu dùng (hãy cho biết thặng dư người tiêu dùng là gì, dùng biểu diễn đồ thị để giải thích) (Xem 6.7, Soo T.Tan Applied Calculus). Cho ví dụ minh họa.

8. Trình bày cách tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = 0,\ a \le x \le b$, quay quanh đường thẳng $x = k$ (không cắt D). Cho ví dụ.

1.2 CÂU HỎI CHO CÁC NHÓM TỪ 11-20

1. Tọa độ cực là gì (khác với tọa độ cực dùng để đổi biến trong môn giả tích 2) (Xem 9.4, Soo T. Tan Single Variables Calculus)? Cách xác định vị trí điểm $M(\varphi; r)$) trong tọa độ cực, cho ví dụ minh họa.

2. Hãy cho biết cách xác định tính đối xứng của đường cong trong tọa độ cực $r = r(\varphi)$ nếu r là hàm chẵn hoặc lẻ theo φ. Cho ví dụ minh họa.

3. Hãy cho biết cách xác định tính đối xứng của đường cong trong tọa độ cực $r = r(\varphi)$ khi thử r trên các góc đối, góc bù và góc sai kém π.

4. Trình bày cách dùng tích phân xác định để tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi đường cong $r = r(\varphi)$ nằm giữa 2 tia $\varphi = \alpha$, $\varphi = \beta$. Cho ví dụ minh họa.

5. Trình bày 1 cách vẽ đường cong trong tọa độ cực $r = r(\varphi)$ bằng 1 công cụ online hoặc 1 phần mềm nào đó.

6. Một công ty sở hữu một thiết bị mà giá trị của nó sẽ bị giảm liên tục sau đại tu cuối cùng. Tốc độ giảm giá là hàm số $f = f(t)$ với t tính theo tháng. Chi phí cho mỗi lần đại tu là một giá trị A cố định nên công ty muốn tối ưu khoảng thời gian giữa các lần đại tu.

   Hãy cho biết ý nghĩa của $C = C(t) = \dfrac{1}{t}\left(A + \int\limits_0^t f(s)\mathrm{d}s\right)$ và tại sao công ty muốn C có giá trị nhỏ nhất.

7. Tìm hiểu về điểm cân bằng trong ứng dụng vào kinh tế của hàm số (Xem 1.4, Hughes Hallett Applied Calculus.)

8. Trình bày cách tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = 0,\ a \le x \le b$, quay quanh đường thẳng $y = k$ (không cắt D). Cho ví dụ.

1.3 CÂU HỎI CHO CÁC NHÓM TỪ 21-30

1. Trình bày những hiểu biết về Direction Field đối với phương trình vi phân cấp 1 $y' = f(x, y)$ (Xem 7.2, Soo T. Tan, Single Variables Calculus.)

2. Trình bày 1 cách vẽ Slop Field bằng 1 ứng dụng online hoặc offline. Cho ví dụ.

3. Trình bày 1 cách vẽ miền phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = f(x),\ y = g(x)$, $a \leq x \leq b$, bằng 1 phần mềm tùy ý. Cho ví dụ minh họa.

4. Trình bày 1 cách giải phương trình vi phân bằng phần mềm (online cũng được): yêu cầu giải phương trình vi phân cấp 1, cấp 2 và hệ (có điều kiện đầu hoặc không). Cho một số ví dụ minh họa.

5. Trong thuyết tương đối, khối lượng của một vật được tính bởi công thức

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

trong đó, m_0 là khối lượng nghỉ của vật, v là vận tốc chuyển động của vật và c là vận tốc sánh sáng trong chân không.

a/ Tìm hàm ngược của m và cho biết ý nghĩa của hàm này.

b/ Điều gì xảy ra khi vận tốc chuyển động của vật rất lớn.

6. Tìm hiểu về ứng dụng của hàm mũ trong đường cong học tập (learning curve) trong phần 5.6 (Soo T.Tan, Applied Calculus).

7. Chứng minh rằng mọi quá trình tăng trưởng dạng mũ $P(t) = P_0 e^{kt}, k > 0$, luôn luôn có chu kỳ nhân đôi không đổi, mọi quá trình phân rã dạng mũ $P(t) = P_0 e^{kt},\ k < 0$, luôn luôn có chu kỳ bán rã không đổi. Nêu 1 ví dụ thực tế để minh họa.

8. Sử dụng tích phân xác định để tính thặng dư nhà sản xuất (hãy cho biết thặng dư nhà sản xuất là gì, dùng biểu diễn đồ thị để giải thích) (Xem 6.7, Soo T.Tan Applied Calculus). Cho ví dụ minh họa.

2 CÂU HỎI KHÔNG ĐƯỢC CHUẨN BỊ TRƯỚC

Trong đề sẽ có 2 câu hỏi loại này, đề sẽ rơi vào những dạng dưới đây. Những câu hỏi này có thể được hỏi dưới dạng ứng dụng đơn giản.

1. Các bài toán về thành lập hàm số.
2. Các bài toán về tính đạo hàm$y = f(x)$, đạo hàm hàm hàm hợp, hàm ngược.
3. Vẽ đồ thị đường cong $y = f(x)$ hoặc đường cong tham số $x = x(t), y = y(t)$ bằng phần mềm.
4. Vẽ tiếp tuyến với đường cong $y = f(x)$ tại điểm được chỉ ra.
5. Tìm và vẽ tiệm vận của đường cong $y = f(x)$ hoặc đường cong tham số.
6. Vẽ tiếp tuyến với đường cong tham số $x = x(t), y = y(t)$ tại điểm được chỉ ra.
7. Bài toán tối ưu: cực trị hoặc min-max.
8. Viết khai triển Taylor/ Maclaurin của hàm $y = f(x)$ và vẽ đồ thị hàm f cùng với đa thức khai triển.
9. Dùng định nghĩa tổng tích phân để tính gần đúng trong các bài toán ứng dụng.
10. Tính giá trị trung bình bằng tích phân xác định và tìm điểm mà hàm số đạt giá trị trung bình trên đoạn $[a, b]$.
11. Sử dụng định lý cơ bản của vi tích phân (hàm theo cận trên) để khảo sát hàm số.
12. Tính các đại lượng hình học bằng tích phân (ứng dụng hình học).
13. Giải phương trình vi phân và hệ phương trình vi phân (có điều kiện đầu hoặc không.)

ĐỀ 1

1. Hãy cho biết cách xác định điểm tự cắt của đường cong cho bởi phương trình tham số. Cho ví dụ minh họa.

2. Tìm khai triển Maclaurin cấp 3 của $f(x) = (x-2)\ln(1-x+2x^2)$. Vẽ Đồ thị của f và của đa thức khai triển với $x \in [-2, 2]$ trên cung 1 hệ trục tọa độ.

3. Hai vật A và B cùng chuyển động trên 1 con đường. Bảng dưới đây mô tả vận tốc của 2 vật trong 16 phút đầu tiên (tính theo mét/phút). Dùng tổng tích phân ước tính độ chênh lệch quãng đường đi được của 2 vật sau 16 phút.

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16
v_A	0	34	54	67	76	84	80	72	65
v_B	0	21	34	44	51	56	60	54	50

....

ĐỀ 2

1. Hãy cho biết cách tính diện tích phần tự cắt của đường cong cho bởi phương trình tham số. Cho ví dụ minh họa.

2. Giải phương trình vi phân $y'' - 2y' + y = e^{-x} * (x+2) * (\cos x - 2\sin x)$

3. Hồ sơ y tế về 1 đợt cúm cho thấy, sau t tuần kể từ ngày dịch bùng phát, số người mắc bệnh là

$$Q(t) = \frac{20}{1 + 19e^{-1.2t}} \quad \text{(ngàn người)}.$$

Tốc độ lây nhiễm bắt đầu giảm vào thời điểm nào?

....

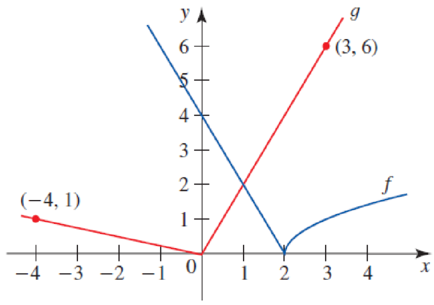
ĐỀ 3

1. Cho đường cong xác định bởi phương trình tham số $x = x(t),\ y = y(t)$. Hãy trình bày cách vẽ đồ thị của đường cong này nếu $x(t)$ tuần hoàn với chu kỳ T_1 và $y(t)$ tuần hoàn với chu kỳ T_2. Cho ví dụ minh họa.

2. Một loại ptotein được chuyển hóa thành các acid amin với tốc độ $\dfrac{-30}{(t+3)^2}$, $t \geq 0$ (g/h). Xác định khối lượng protein đã chuyển hóa trong 2 giờ đầu tiên.

3. .

Cho 2 hàm số $f(x),\ g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $F(x) = f \circ g(x), G(x) = f(2x^3 - x + 1)$. Tìm $F'(-4),\ G'(-1)$.



. . . .

ĐỀ 4

1. Xem phần 1.3 quyển Hughes Hallett Applied Calculus (5th -Edition) (đã được cung cấp trên bkel), hãy so sánh *Average rate of change* và *Relative change*.

2. Hai nhà máy A và B nằm cách nhau 15km, tạo ra khí thải với nồng độ tương ứng là 75‱và 300‱. Để hạn chế độc hại, không có nhà ở nào được xây dựng trong vòng bán kính 1km tính từ mỗi nhà máy. Mức hấp thu khí thải tại 1 điểm bất kỳ giảm dần theo khoảng cách từ nhà máy đến điểm đó. Giả sử có 1 con đường nối giữa 2 nhà máy thì mức hấp thu khí thải tại 1 điểm cách A $x$km là

$$p(x) = \frac{75}{x} + \frac{300}{15 - x}.$$

Tìm vị trí trên con đường mà tại đó mức hấp thu khí thải là thấp nhất.

3. Cho đường cong tham số $x = 2\sin(3t)\cos(t), y = 2\sin(3t)\sin(t), 0 \leq t \leq 2\pi$. Vẽ đường cong và tiếp tuyến tại $t = \dfrac{\pi}{6}$ trên cùng hệ trục tọa độ.

. . . .

ĐỀ 5

1. Với x đơn vị nguyên liệu thô, nhà sản xuất tạo ra $f(x)$ đơn vị sản phẩm. Nguyên liệu thô được mua với giá $\$w$/đơn vị và sản phẩm được bán ra với giá $\$p$/đơn vị. Số đơn vị nguyên liệu thô được sử dụng để lợi nhuận đạt giá trị cao nhất ký hiệu là x^*.

   Theo em, nhà sản xuất muốn $f'(x)$ dương hay âm? Lý giải điều này.

2. Tính giá trị trung bình của $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2+x+3}$ trên $[-1,5]$ và tìm giá trị $x \in [-1,5]$ mà tại đó f đạt giá trị trung bình này.

3. Cho $F(x) = \int\limits_0^x \sqrt[3]{t^2+1}\mathrm{d}t, x \in [0,10]$ và $y_0 = F(2)$. Chứng minh F có hàm ngược. Tìm $\left(F^{-1}\right)'(y_0)$.

....

ĐỀ 6

1. Tìm hiểu về điểm hòa vốn trong ứng dụng vào kinh tế của hàm số (Xem 1.4, Hughes Hallett Applied Calculus.)

2. Khảo sát cực trị của hàm số $f(x) = \int\limits_{-3}^{x} \dfrac{e^t - e}{e^{2t}+1}\mathrm{d}t$ với $t \in (-1,3)$.

3. Một cửa hàng bán đầu đĩa bán ra 200 chiếc/tuần với giá 350 USD. Thông tin từ một cuộc khảo sát thị trường cho biết nếu người mua được giảm 10 USD , thì số lượng đầu đĩa bán ra sẽ tăng thêm 20 chiếc/ tuần.

   Gọi x là số lượng đầu đĩa mà cửa hàng muốn bán ra mỗi tuần ($x \geq 200$), xác định giá bán ra $p(x)$ và hàm doanh thu $R(x)$ của cửa hàng. Để tối đa hoá doanh thu thì cửa hàng cần đưa ra mức giá bao nhiêu?.

....

ĐỀ 7

1. Sử dụng tích phân xác định để tính thặng dư người tiêu dùng (hãy cho biết thặng dư người tiêu dùng là gì, dùng biểu diễn đồ thị để giải thích) (Xem 6.7, Soo T.Tan Applied Calculus). Cho ví dụ minh họa.

2. Một cửa hàng dự tính làm 1 hộp bảng hiệu hình hộp chữ nhật có gắn đèn dọc các cạnh của hộp sao cho chi phí lắp đèn là ít nhất. Hộp phải có thể tích là 0.03 m^3 để chứa bảng điều khiển điện bên trong và chủ cửa hàng muốn mặt trước của hộp phải có chiều ngang gấp 1,5 lần chiều cao.

   - Nếu gọi chiều cao của hộp là x, giá thành 1 mét chiều dài đèn là 500.000đ; hãy tìm chi phí lắp đèn như một hàm theo x.
   - Tìm kích thước hộp theo yêu cầu của chủ cửa hàng. Khi đó, chi phí lắp đèn là bao nhiêu?

3. Cho đường cong tham số

$$x(t) = t^2, \; y = t\left(\frac{1}{3} - t^2\right), \; -2 \le t \le 3.$$

   Vẽ đường cong và tiếp tuyến của đường cong tại $t = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

. . . .

ĐỀ 8

1. Trình bày cách tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = 0,\ a \leq x \leq b$, quay quanh đường thẳng $x = k$ (không cắt D). Cho ví dụ.

2. Một công ty nhận thấy rằng, nếu chi x ngàn USD cho quảng cáo sản phẩm A thì có $S(x)$ đơn vị sản phẩm A được bán ra, với

$$S(x) = \frac{200x + 1500}{0.02x^2 + 5}.$$

Xác định mức chi cho quảng cáo để số lượng sản phẩm A được bán ra nhiều nhất. Khi đó có bao nhiêu đơn vị sản phẩm này được bán ra.

3. Hãy tìm những điểm trên đường cong $y = x^4 + 2x^3 + 2$ mà tại đó tiếp tuyến nằm ngang. Vẽ đường cong cùng với (các) tiếp tuyến này trên cùng 1 đồ thị(Lưu ý: vẽ các tiếp tuyến như 1 đoạn thẳng ngắn).

ĐỀ 9

1. Xem phần 1.3 quyển Hughes Hallett Applied Calculus (5th -Edition) (đã được cung cấp trên bkel), hãy so sánh *Average rate of change* và *Relative change.*

2. Cho đường cong tham số $(C) : x = 3t^2, y = 3t - t^3$. Vẽ đường cong (C) và tiếp tuyến với đường cong tại $t = 1$.

3. Một đội bóng chày chơi trong một sân vận động có sức chứa 55.000 khán giả. Với giá vé ở mức 10 USD, lượng người đến xem trung bình khoảng 27.000. Khi giá vé được hạ xuống 8 USD, lượng khán giả trung bình đã tăng lên 33.000.

   - Tìm Giá vé $p(x)$ theo lượng khán giả trung bình x, giả sử rằng nó là tuyến tính.
   - Muốn tối đa doanh thu, giá vé nên bán là bao nhiêu?

ĐỀ 10

1. Sử dụng tích phân xác định để tính thặng dư người tiêu dùng (hãy cho biết thặng dư người tiêu dùng là gì, dùng biểu diễn đồ thị để giải thích) (Xem 6.7, Soo T.Tan Applied Calculus). Cho ví dụ minh họa.

2. Viện dầu khí Mỹ cho biết, lượng dầu dự trữ từ đầu năm 1981 đến đầu năm 1990 ước tính theo hàm số trong đó t tính theo năm và S tính theo triệu thùng, $t = 0$ là đầu năm 1981. Tính lượng dầu dự trữ trung bình trong giai đoạn này.

3. Đường cong (C) có phương trình $y = (mx + n)\,\mathrm{e}^{\frac{x}{m}}$ và $M(0, 1) \in$ (C). Tìm các số thực $m,\ n$ để tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $y = 2x + 1$. Vẽ (C) và tiếp tuyến vừa tìm được.

ĐỀ 11

1. Tọa độ cực là gì (khác với tọa độ cực dùng để đổi biến trong môn giả tích 2) (Xem 9.4, Soo T. Tan Single Variables Calculus)? Cách xác định vị trí điểm $M(\varphi; r))$ trong tọa độ cực, cho ví dụ minh họa.

2. Tìm khai triển Maclaurin cấp 3 của $f(x) = (x - 2)\mathrm{e}^{1-x+2x^2}$. Vẽ Đồ thị của f và của đa thức khai triển với $x \in [-2, 2]$ trên cung 1 hệ trục tọa độ.

3. Hồ sơ y tế về 1 đợt cúm cho thấy, sau t tuần kể từ ngày dịch bùng phát, số người mắc bệnh là

$$Q(t) = \frac{20}{1 + 19\mathrm{e}^{-1.2t}} \quad \text{(ngàn người)}.$$

Tính $(Q^{-1})'(12)$ và cho biết ý nghĩa.

ĐỀ 12

1. Hãy cho biết cách xác định tính đối xứng của đường cong trong tọa độ cực $r = r(\varphi)$ nếu r là hàm chẵn hoặc lẻ theo φ. Cho ví dụ minh họa.

2. Một người nuôi cá nhận thấy rằng có 1 loại cá mà anh thả nuôi 300 con thì sau t tuần, cân nặng của mỗi con là

$$m(t) = 0.45\left(3 + t - 0.05t^2\right)(\text{kg}),\ \ 0 \le t \le 10.$$

Hơn nữa, tỉ lệ cá còn sống sau t tuần là

$$p(t) = \frac{31}{31+t}.$$

Tìm hàm $y(t)$ là tổng số kg đàn cá này sau t tuần và cho biết thời điểm nào $y(t)$ đạt giá trị lớn nhất, tổng số kg cá lúc này là bao nhiêu?

3. Cho cho đường cong $y = xe^{-x}$. Viết phương trình tiếp tuyến với đường cong tại điểm M sao cho hệ số góc của tiếp tuyến tại M đạt giá trị lớn nhất? Vẽ đường cong và (các tiếp) tuyến vừa tìm được.

ĐỀ 13

1. Hãy cho biết cách xác định tính đối xứng của đường cong trong tọa độ cực $r = r(\varphi)$ khi thử r trên các góc đối, góc bù và góc sai kém π.

2. Một nhà máy tạo ra sản phẩm của mình với tốc độ $v(t) = 2t^3 - 3t^2 + 10t + 3$ (lô/giờ), $t = 0$ tương ứng 8 giờ sáng. Có bao nhiêu lô sản phẩm được tạo ra từ 10 giờ sáng đến 10 giờ đêm?

3. Cho $f(x) = \int\limits_{-3}^{x} \sqrt{4\cos^2(t) + 3}dt$ và $g(x) = \arctan\left(\dfrac{x+1}{x^2+1}\right)$. Đặt $F(x) = f \circ g(x)$, tính $F'(1)$

ĐỀ 14

1. Trình bày cách dùng tích phân xác định để tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi đường cong $r = r(\varphi)$ nằm giữa 2 tia $\varphi = \alpha,\ \ \varphi = \beta$. Cho ví dụ minh họa.

2. Một nhà sản xuất tivi (TV) bán 1000 chiếc/tuần với giá 450 USD/chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy nếu người mua được giảm giá 10 USD/chiếc thì số lượng TV bán ra sẽ tăng lên thêm 100 chiếc/tuần.

   - Tìm giá bán TV $p(x)$ theo số lượng x TV mà nhà sản xuất mong muốn bán ra.
   - Nếu hàm chi phí hàng tuần là $C(x) = 68000 + 150x$ thì nhà sản xuất cần đưa ra mức giảm giá là bao nhiêu để tối đa hoá lợi nhuận.

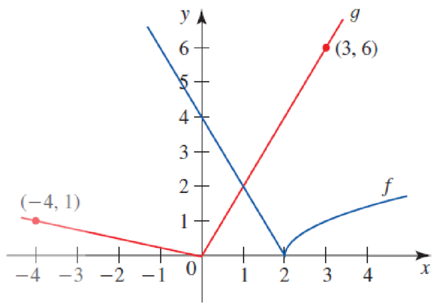
3. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4}$. Vẽ đồ thị của hàm số và tiếp tuyến tại điểm $x = -3$.

ĐỀ 15

1. Trình bày 1 cách vẽ đường cong trong tọa độ cực $r = r(\varphi)$ bằng 1 công cụ online hoặc 1 phần mềm nào đó.

2. .

   Cho 2 hàm số $f(x),\ g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $F(x) = g \circ f(x), G(x) = f(x^2 - 1)$. Tìm $F'(2),\ G'(1)$.



3. Doanh số bán ra của một công ty A sau t năm kể từ thời điểm hiện tai được ước tính bởi hàm số

$$S(t) = t\sqrt{0.2t^2 + 4}, \quad \text{triệu USD.}$$

Xác định doanh số trung bình trong 5 năm đầu tiên kể từ thời điểm hiện tại.

ĐỀ 16

1. Một công ty sở hữu một thiết bị mà giá trị của nó sẽ bị giảm liên tục sau đại tu cuối cùng. Tốc độ giảm giá là hàm số $f = f(t)$ với t tính theo tháng. Chi phí cho mỗi lần đại tu là một giá trị A cố định nên công ty muốn tối ưu khoảng thời gian giữa các lần đại tu.
Hãy cho biết ý nghĩa của $C = C(t) = \frac{1}{t}\left(A + \int_0^t f(s)\mathrm{d}s\right)$ và tại sao công ty muốn C có giá trị nhỏ nhất.

2. Giải phương trình vi phân $y'' - 3y' - 4y = (x^2+2)e^{-x}$.

3. Cho hàm số $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$. Vẽ đồ thị của hàm số và tiếp tuyến tại điểm $x = 1$.

....

ĐỀ 17

1. Tìm hiểu về điểm cân bằng trong ứng dụng vào kinh tế của hàm số (Xem 1.4, Hughes Hallett Applied Calculus.)

2. Cho đường cong tham số $(C): x = t^2 - 3t + 5, y = t^3 + t^2 - 10t + 9$. Vẽ đường cong (C) và tiếp tuyến với đường cong tại $t = 1$.

3. Một công ty sản xuất đồ nội thất cho biết, nếu làm ra được x ghế ngã mỗi giờ, chi phí sẽ là

$$C(x) = x^3 - 50x + \frac{1}{x+1} \quad \text{(USD)}.$$

Giả sử x phụ thuộc vào tay nghề của công nhân (được quy thành tiền công mỗi giờ) thì công ty ước tính $x = 4 + 0.3p$ (chiếc), với p là giá nhân công mỗi giờ. Tìm tốc độ thay đổi chi phí theo giá nhân công mỗi giờ khi giá này là 20 USD/h.

....

ĐỀ 18

1. Trình bày cách tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = 0,\ a \le x \le b$, quay quanh đường thẳng $y = k$ (không cắt D). Cho ví dụ.

2. Một thiết bị công nghiệp A có t tuổi làm việc, giá trị bán lại cho bởi hàm số

$$V(t) = 4800\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} + 400 \quad \text{(USD)}.$$

Tìm $\left(V^{-1}\right)'(2000)$ và cho biết ý nghĩa.

3. Cho đường cong tham số $x(t) = t^2 - \dfrac{1}{t},\ y(t) = t^3 - 1$. Vẽ đường cong cùng tiếp tuyến tại $t = 1$.

. . . .

ĐỀ 19

1. Tọa độ cực là gì (khác với tọa độ cực dùng để đổi biến trong môn giả tích 2) (Xem 9.4, Soo T. Tan Single Variables Calculus)? Cách xác định vị trí điểm $M(\varphi; r)$) trong tọa độ cực, cho ví dụ minh họa.

2. Một công ty quảng cáo bắt đầu một hiến dịch quảng bá sản phẩm mới. Công ty này cho biết t ngày sau đó, có N (t) người đã nghe nói về sản phẩm đang và số người này thay đổi với tốc độ $N'(t) = 5t^2 - \dfrac{0.04t}{t^2+3}$ (người /ngày). Có bao nhiêu người đã biết đến sản phẩm này trong suốt tuần lễ thứ 2?

3. ho đường cong tham số

$$x(t) = 2(1+\sin^2 t)\cos t, y(t) = 2(1+\sin^2 t)\sin t, \quad 0 \le t \le 2\pi.$$

Vẽ đường cong và tiếp tuyến của đường cong tại $t = \dfrac{\pi}{6}$..

. . . .

ĐỀ 20

1. Tìm hiểu về điểm cân bằng trong ứng dụng vào kinh tế của hàm số (Xem 1.4, Hughes Hallett Applied Calculus.)

2. Một nhà nhập khẩu cà phê Brazil ước tính người tiêu dùng địa phương mua trung bình khoảng $Q(t) = \dfrac{4374}{p^2}$ (kg) mỗi tuần, nếu giá cà phê là p (USD/kg). Họ cũng ước tính sau t tuần từ thời điểm hiện tại, giá cà phê sẽ là $p(t) = 0.04t^2 - 0.2t + 12$ (USD/kg).Tìm tốc độ thay đổi lượng tiêu thụ cà phê trung bình theo tuần ở tuần 10 kể từ thời điểm hiện tại.

3. Tìm tiệm cận xiên của đường cong $y = (x+1)\ln\left(2 - \dfrac{1}{x}\right)$. Vẽ đường cong và tiệm cận xiên vừa tìm được.

....

ĐỀ 21

1. Trình bày những hiểu biết về Direction Field đối với phương trình vi phân cấp 1 $y' = f(x, y)$ (Xem 7.2, Soo T. Tan, Single Variables Calculus.)

2. Tìm khai triển Maclaurin cấp 3 của $f(x) = (x-2)\arctan(-x+2x^2)$. Vẽ Đồ thị của f và của đa thức khai triển với $x \in [-2, 2]$ trên cung 1 hệ trục tọa độ.

3. Chất thải hữu cơ khi được bỏ vào ao nước, quá trình oxy hóa diễn ra làm giảm lượng oxy trong ao. Tuy nhiên theo thời gian, lượng oxy sẽ trở về mức bình thường. Giả sử sau t ngày chất thải hữu cơ bỏ vào ao, lượng oxy trong ao cho bởi hàm số

$$f(t) = 100\frac{t^2 + 10t + 100}{t^2 + 20t + 100} \quad (\%)$$

Xác định hàm lượng oxy trung bình trong ao trong 10 ngày kể từ ngày chất thải hữu cơ bỏ xuống ao.

....

ĐỀ 22

1. Trình bày 1 cách vẽ Slop Field bằng 1 ứng dụng online hoặc offline. Cho ví dụ.

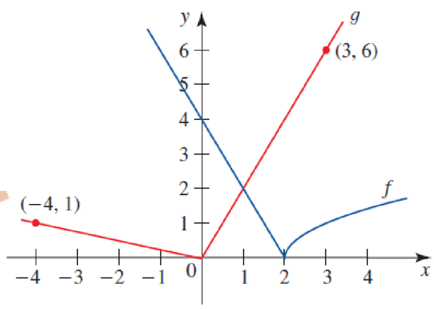
2. Một nghiên cứu về dân số cho thấy, tại thành phố A, nếu lấy trung tâm hành chính làm tâm thì dân số ở khu vực cách trung tâm $r$km được cho bởi hàm số (tính theo trăm người)

$$p(r) = \frac{5(3r+1)}{r^2+r+2}.$$

Dân số đông nhất ở khu vực cách trung tâm thành phố bao nhiêu km, và có khoảng bao nhiêu người?

3. .

Cho 2 hàm số $f(x)$, $g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $F(x) = g \circ f(x), G(x) = f \circ g(x)$. Tìm $F'(1)$, $G'(-1)$.



ĐỀ 24

1. Trong thuyết tương đối, khối lượng của một vật được tính bởi công thức

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

trong đó, m_0 là khối lượng nghỉ của vật, v là vận tốc chuyển động của vật và c là vận tốc sánh sáng trong chân không.

a/ Tìm hàm ngược của m và cho biết ý nghĩa của hàm này.

b/ Điều gì xảy ra khi vận tốc chuyển động của vật rất lớn.

2. Cho đường cong tham số $(C): x = 2t - t^2, y = 2t^2 - t^3$. Vẽ đường cong (C) và tiếp tuyến với đường cong tại $t = 1$.

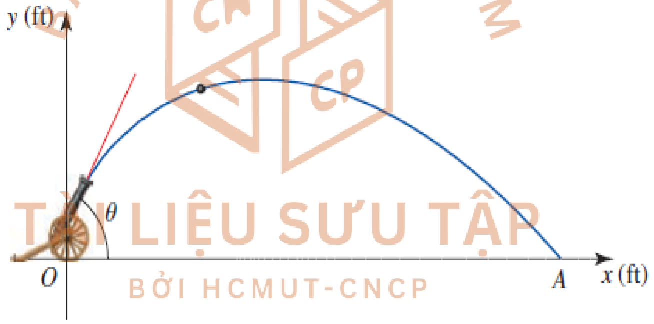
3. Cho $f(x) = \int\limits_0^x \frac{t-2}{\sqrt{t^4+1}}\mathrm{d}t$, $g(x) = \cosh(x-1)$. Đặt $F(x) = f \circ g(x)$, tính $F'(1)$.

ĐỀ 23

1. Trình bày 1 cách vẽ miền phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = f(x),\ y = g(x)$, $a \leq x \leq b$, bằng 1 phần mềm tùy ý. Cho ví dụ minh họa.

2. Tìm nghiệm của hệ phương trình vi phân $\begin{cases} x' = x + 8y + 8te^{-3t} \\ y' = 2x + y \end{cases}$, thỏa điều kiện $x(0) = 0, y(0) = 1$.

3. Hỏa pháo được bắn ra từ 1 khẩu đại bác đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Giả sử đại bác được đặt tại gốc tọa độ của mặt phẳng Oxy thì đường đi của hỏa pháo có dạng parabol $y = \sqrt{x - \dfrac{x^2}{400}}$, trong đó x, y tính bằng feet. Tính chiều dài đường đi của hỏa pháo trong không gian.



ĐỀ 25

1. Chứng minh rằng mọi quá trình tăng trưởng dạng mũ $P(t) = P_0 e^{kt}, k > 0$, luôn luôn có chu kỳ nhân đôi không đổi. Nêu 1 ví dụ thực tế để minh họa.

2. Tìm nghiệm phương trình vi phân $y'' + 3y' - 4y = (x^2 + 1)e^x$, thỏa điều kiện $y(0) = 1, y'(0) = -2$.

3. Cho đường cong tham số: $x(t) = 2(1 + \cos t)\cos t, y(t) = 2(1 + \cos t)\sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$. Vẽ đường cong và tiếp tuyến của đường cong tại $t = \dfrac{\pi}{2}$.

. . . .

ĐỀ 26

1. Trình bày 1 cách giải phương trình vi phân bằng phần mềm (online cũng được): yêu cầu giải phương trình vi phân cấp 1, cấp 2 và hệ (có điều kiện đầu hoặc không). Cho một số ví dụ minh họa.

2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x) = \int_{-3}^{x} \frac{e^t - e}{e^{2t}+1} dt$ với $t \in [-1, 3]$.

3. Sản lượng dầu chiết xuất từ cát dầu ở Canada sau t năm kể từ năm 2005, đạt mức

$$P(t) = \frac{4.76}{1 + 4.11\mathrm{e}^{-0.22t}}, \ 0 \le t \le 15 \quad \text{(triệu thùng/ngày)}.$$

Tính sản lượng dầu trung bình trong giai đoạn từ năm 2009 đến 2013.

. . . .

ĐỀ 27

1. Tìm hiểu về ứng dụng của hàm mũ trong đường cong học tập (learning curve) trong phần 5.6 (Soo T.Tan, Applied Calculus).

2. Một công ty sản xuất điện thoại di động cung cấp sản phẩm ra thị trường với tốc độ $v(t) = 1500\left(2 - \frac{t}{2t+5}\right)$ (cái/tháng), tính từ thời điểm hiện tại. Có bao nhiêu điện thoại được sản xuất trong 3 tháng đầu và bao nhiêu trong tháng thứ 3.

3. Cho đường cong tham số

$$x(t) = 2(1+\sin t)\cos t, y(t) = 2(1+\sin t)\sin t, \quad 0 \le t \le 2\pi.$$

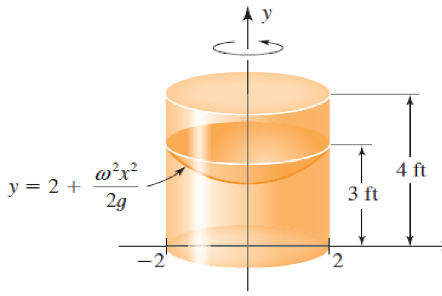
Vẽ đường cong và tiếp tuyến của đường cong tại $t = \frac{\pi}{4}$..

. . . .

ĐỀ 28

1. Trình bày 1 cách giải phương trình vi phân bằng phần mềm (online cũng được): yêu cầu giải phương trình vi phân cấp 1, cấp 2 và hệ (có điều kiện đầu hoặc không). Cho một số ví dụ minh họa.

2. .
Một thùng hình trụ có chiều cao 4 feet(ft), bán kính đáy 2ft chứa chất lỏng. Biết rằng chất lỏng chiếm một phần của thùng. Khi thùng quay đều quanh trục đối xứng với vận tốc góc w thì bề mặt chất lỏng lõm xuống như dạng parabol $y = 2 + \dfrac{w^2x^2}{2g}$ quay xung quanh trục Oy. Biết rằng phần chất lỏng lúc này dâng đến độ cao 3ft. Tìm thể tích lượng chất lỏng bên trong thùng.



3. Cho $f(x) = \int\limits_{-2}^{x} \dfrac{t^2-1}{\sqrt{t^4+1}}\mathrm{d}t,\ g(x) = \sin(x^3 - x)$. Đặt $F(x) = f \circ g(x)$, tính $F'(1)$. .

. . . .

ĐỀ 29

1. Chứng minh rằng mọi quá trình mọi quá trình phân rã dạng mũ $P(t) = P_0e^{kt},\ k < 0$, luôn luôn có chu kỳ bán rã không đổi. Nêu 1 ví dụ thực tế để minh họa.

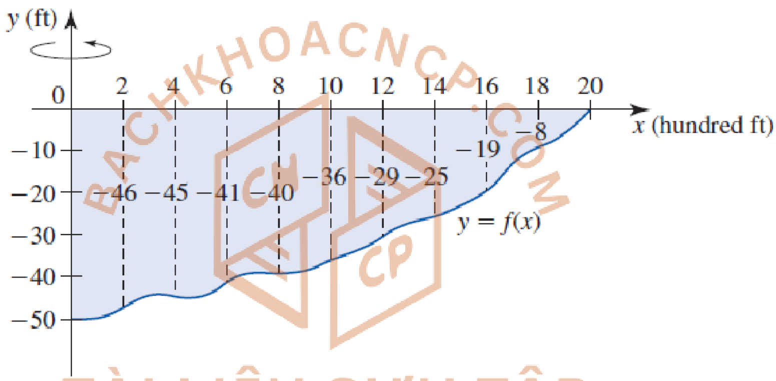
2. Tìm nghiệm hệ phương trình vi phân
$$\begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = 2y - x - 5e^t \sin t \end{cases}$$
thỏa điều kiện $x(0) = 0,\ y(0) = -1$.

3. Giả sử một thiết bị công nghiệp có t tuổi làm việc, doanh thu do thiết bị này tạo ra có tốc độ thay đổi là $R'(t) = 6025 - 8t^2$, trong khi đó, chi phí vận hành và bảo dưỡng có tốc độ thay đổi là $C'(t) = 4681 + 13t^2$. Xác định lợi nhuận mà thiết bị này tạo ra đến khi nó đạt 3 tuổi làm việc. (bỏ qua đơn vị tính)

ĐỀ 30

1. Sử dụng tích phân xác định để tính thặng dư nhà sản xuất (hãy cho biết thặng dư nhà sản xuất là gì, dùng biểu diễn đồ thị để giải thích) (Xem 6.7, Soo T.Tan Applied Calculus). Cho ví dụ minh họa.

2. Một hồ nước nhân tạo có dạng tròn xoay, bán kính bề mặt 2000 feet(ft). Độ sâu của của đáy hồ đo được ở các khoảng cách nhau 200ft tính từ tâm ra mép hồ cho bởi hình bên dưới. Dùng tổng tích phân với mốc bên trái tính gần đúng dung lượng nước của hồ.



3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 12$. Vẽ đồ thị của f và tiếp tuyến của đồ thị tại $x = 1$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ.