TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP.HCM

--oOo--

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN

PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Họ và tên : Ngô Vũ Thao

MSSV : 2114759

Nhóm : 25

Mã lớp : L05

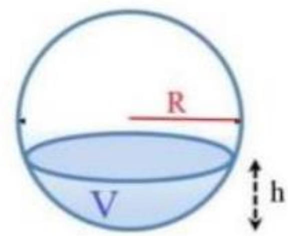
Mã số M (các câu 1,2,3,4): 3,413

- TP. HỒ CHÍ MINH -

I. BÀI TẬP CÁ NHÂN

Câu 1: Để dự trữ V = 5.4M (đơn vị: m^3) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước V chứa trong bể nước cho bở công thức $V = \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$, trong đó:

V: thể tích nước (đơn vị: m^3), h: chiều cao (đơn vị: m), M: bán kính bể nước (đơn vị: m). Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu h_0=2 (đơn vị: m). Tìm sai số của h_2 (sau 2 lần lặp) theo sai số tổng quát khi xét trong khoảng cách ly nghiệm [0.5;0.2] (đơn vị: m).



Giải:

Câu1: M=3,413

$f(h) = \frac{3{,}14h^2(3M-h)}{3} - v$, với v=5,4M

$\Rightarrow f(h)' = 21{,}5467h - 3{,}14h^2$

$ta\ có$: $|f(h)'(x) \geq min\{|f(h)'(0{,}5)|, |f(h)'(2{,}0)|\}| =$ 9,9884=m

$theo\ phương\ pháp\ newton\ ta\ có: h_1 = h_0 - \frac{f(h_0)}{f'(h_0)}$

$$\Rightarrow h - \frac{\frac{3{,}14h^2(3*3{,}413-h)}{3} - 5{,}4M}{21{,}5467h - 3{,}14h^2} \ (*)$$

$với\ h_0 = 2\ thay\ vào\ phương\ trình\ (*)$

$\Rightarrow h_1 = 1{,}4740$

$với h_1 = 0{,}8703\ thay\ vào\ phương\ trình\ (*)$

$\Rightarrow h_2 = 1{,}4138$

$\triangle h_2 = \frac{f(h_2)}{m} = 0{,}0034$

Câu 2: Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss-Seidel của hệ 2 phương trình, 2 ẩn là:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = ax_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = cx_1^{(k)} + d \end{cases}. \text{ Biết } x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}, x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}, x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$$

Tìm các giá trị a, b, c, d.

Giải:

$x_1^{(k-1)} = a\,x_2^{(k)} + b$

$x_1^{(k-1)} = c\,x_1^{(k-1)} + d$ $\qquad x^0 = \begin{bmatrix} 3{,}413 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}, x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{3{,}413}{5} \\ 0{,}75 \end{bmatrix}, x^2 = \begin{bmatrix} 0{,}125 \\ \frac{3{,}413}{10} \end{bmatrix}$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{3{,}413}{5} = a\,0{,}5 + b\ (1) \\ 0{,}75 = \frac{3{,}413}{5}c + d\ (3) \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} 0{,}125 = a\,0{,}75 + b\ (2) \\ \frac{3{,}413}{5} = 0{,}125\,c + d\ (4) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a = -2{,}2304 \\ b = 1{,}7978 \end{cases}$ Từ (3) và (4) $\Rightarrow \begin{cases} c = 0{,}7330 \\ d = 0{,}2497 \end{cases}$

Vậy: $a = -2{,}2304, b = 1{,}7978, c = 0{,}7330, d = 0{,}2497$

Câu 3: Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một cửa hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau:

x: Giá (đơn vị: đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y: Sản phẩm (đơn vị: chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	400M

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu $y = a + bx$ là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc.

Giải:

$$\begin{cases} nA + \left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right) B = \sum_{k=1}^{n} y_k \\ \left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right) A + \left(\sum_{k=1}^{n} x_k^{\,2}\right) B = \sum_{k=1}^{n} x_k\, y_k \end{cases}$$

từ đề ta có :

$$\begin{cases} 7A + 42500B = 22005{,}2 \\ 42500A + 26970000B = 127931600 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 6997{,}6853 \\ B = -0{,}6348 \end{cases}$$

$\text{từ đó } suy\ ra\ hàm\ cầu\ y = A + Bx \text{ là } y = 6997{,}6853 - 0{,}6348x$

$với\ giá\ 5800 \Rightarrow x = 5800 \Rightarrow y = 3315{,}8453$

$vậy\ với\ giá\ 5800\ thì\ số\ sản\ phẩm\ bán\ ra\ được\ là\ 3315{,}8453\ chiếc\ bánh\ ngọt$

$với\ 3000\ chiếc\ bánh \Rightarrow y = 3000 \Rightarrow x = 6297{,}5509$

$vậy\ muốn\ bán\ được\ 3000\ chiếc\ bánh\ thì\ lượng\ giá\ bánh\ ngọt\ phải\ bán\ là\ 6297{,}5509\ đồng$

Câu 4: Tọa độ 2 hàm f(x) và g(x) trên mặt phẳng được cho bởi bảng sau:

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	0.9M	1.0	1.15	1.05	1.2	0.5M
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị này và hai đường thẳng x=1, x=2.2

Giải:

$$công\ thức\ simson: \frac{h}{3}\sum_{k=0}^{n-1}(y_{2k} + 4y_{2k+1} + y_{2k+2})$$

$$\int_1^{2,2} f(x) = \frac{0,2}{3}(0,8 + 0,9.3,413.4 + 1.2 + 1,15.4 + 1,05.2 + 1,2.4 + 0,5.3,413) = 1,8862$$

$$\int_1^{2,2} g(x) = \frac{0,2}{3}(2,7 + 3,9.4 + 4,2.2 + 5,1.4 + 4,7.2 + 3,5.4 + 3,2)$$

=4,9133

$$\Rightarrow S_{miền\ phẳng} = |g(x) - f(x)| = |4,9133 - 1,8862| = 3,0271$$

II.Bài tập nhóm

***Đề**: Trong phương pháp bình phương cực tiểu xét cho hàm tuyến tính y=a + bx. Hệ phương trình để tìm a, b sao cho tổng $F = \sum_{i=1}^{n}(a + bx_i - y_i)^2$ đạt giá trị cực trị là:*

$$\begin{cases} a.n + b.\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a.\sum_{i=1}^{n} x_i + b.\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i.y_i \end{cases}$$

Tại sao trong trường hợp này F sẽ đạt min mà không đạt max?

1. Cơ sở lý thuyết

Trong mặt phẳng xOy cho tập hợp điểm $M_k(x_k, y_k)$, $k = 1,2,...,n$, trong đó có ít nhất 2 điểm nút x_i, x_j khác nhau với $i \neq j$ và n rất lớn. Khi đó việc xây dựng một đường cong đi qua tất cả những điểm này không có ý nghĩa thực tế.

Chúng ta sẽ đi tìm hàm $f(x)$ đơn giản hơn sao cho nó thể hiện tốt nhất dáng điệu của tập hợp điểm $M_k(x_k, y_k)$, $k = 1,2,...,n$, và không nhất thiết đi qua tất cả các điểm đó.

Phương pháp bình phương bé nhất giúp ta giải quyết vấn đề này. Nội dung của phương pháp là tìm cực tiểu của phiếm hàm

$$g(f) = \sum_{k=1}^{n}(f(x_k) - y_k)^2$$

Dạng đơn giản thường gặp trong thực tế của f (x) là f (x) = A +Bx, f (x) = A + Bx + Cx^2, f (x) = Ap(x) + Bq(x), ...

Trường hợp f (x) = A +Bx, khi đó:

$$g(f) = \sum_{k=1}^{n}(A + Bx_k - y_k)^2$$

Bài toán quy về việc tìm cực tiểu của hàm 2 biến *g(A, B)*. Tọa độ điểm dừng của hàm được xác định bởi hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial A}\sum_{k=1}^{n}(A+Bx_k-y_k)^2 = 2\sum_{k=1}^{n}(A+Bx_k-y_k)=0 \\ \dfrac{\partial}{\partial B}\sum_{k=1}^{n}(A+Bx_k-y_k)^2 = 2\sum_{k=1}^{n}(A+Bx_k-y_k)y_k=0 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} nA+\left(\sum_{k=1}^{n}x_k\right)B=\sum_{k=1}^{n}y_k \\ \left(\sum_{k=1}^{n}x_k\right)A+\left(\sum_{k=1}^{n}x_k^2\right)B=\sum_{k=1}^{n}x_ky_k \end{cases}$$

2. Bài toán N5:

Đề: Trong phương pháp bình phương cực tiểu xét cho hàm tuyến tính y=a + bx. Hệ phương trình để tìm a, b sao cho tổng $F=\sum_{i=1}^{n}(a+bx_i-y_i)^2$ *đạt giá trị cực trị là:*

$$\begin{cases} a.n+b.\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{i=1}^{n}y_i \\ a.\sum_{i=1}^{n}x_i+b.\sum_{i=1}^{n}x_i^2=\sum_{i=1}^{n}x_i.y_i \end{cases}$$

Tại sao trong trường hợp này F sẽ đạt min mà không đạt max?

Cách giải:

$F=\sum_{i=1}^{k}(a+bx_i-y_i)^2$

$y = a + bx = f(x)$

Giả sử có mẫu (x_i, y_i) của hàm $y = f(x)$

Hàm f(x) có dạng: $f(x_i) = a + bx_i$

Sai số giữa trị tính theo $f(x_i)$ và trị đo được : $e_i = f(x_i) - y_i$

${e_i}^2 = [f(x_i)-y_i]^2 = [a+bx_i-y_i]^2$

$F=\sum_{i=1}^{k}({e_i}^2)=\sum_{i=1}^{k}(a+bx_i-y_i)^2$

Ta có

$\frac{\partial F}{\partial a}=\sum_{i=1}^{k}2(a+bx_i-y_i)=0$

$\rightarrow b\sum_{i=1}^{k}x_i+na-\sum_{i=1}^{k}y_i=0 \quad (1)$

$\frac{\partial F}{\partial b}=\sum_{i=1}^{k}2(a+bx_i-y_i)x_i=0$

$\rightarrow\ b\sum_{i=1}^{k} x_i^2 + a\sum_{i=1}^{k} x_i - \sum_{i=1}^{k} y_i x_i = 0 \quad (2)$

Đặt : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{n}$; $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{k} y_i}{n}$; $\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2}{n}$; $\overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{k} y_i x_i}{n}$

Ta có :

b$\bar{x}$ + a - $\bar{y}$ = 0 (1)

b$\overline{x^2}$ + a$\bar{x}$ - $\overline{xy}$ = 0 (2)

(1) (2) $\rightarrow a = \bar{y} - b\bar{x}$

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Do F là hàm của các giá trị cần tìm a, b và cần chọn a, b sao cho F đạt giá trị Min, nghĩa là các đạo hàm $\frac{\partial F}{\partial a}$ và $\frac{\partial F}{\partial b}$ phải bằng 0. Do đó F sẽ đạt giá trị Min mà không đạt giá trị Max.

3. Code Matlab:


```
% so random
% X = 0 : 100;
% Y = rand(1,101) + X;
% so tu cho
% X = [1 1 2 2 2 3 3 4 5 6];
% Y = [1 2 2 3 4 4 5 5 6 7];

%[a,b] = noisuy(X,Y)
%double(a)
%double(b)
%Ve do thi
%syms x
%ezplot(a*x+b,[0 100])
%hold on
%plot(X,Y,'.')
function [a,b] = noisuy(x,y)
syms a b Y X real
Y = a*X + b;
% thay x(i) vào Y tim Y(i) so sánh voi y(i)
S = 0;
% Tong binh phýõng hieu Y(i) - y(i)
for i=1 : length(x)
```

```
    S = S + (subs(Y,X,x(i)) - y(i))^2;
end
%Giai he S'a=0 và S'b=0 tim a,b
hs = solve(diff(S,a),diff(S,b));
a = hs.a;
b = hs.b;
end
```

4. Hình ảnh chạy thử code matlab