

## Chương 3: CƠ HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM – VẬT RẮN

### 3.1 Khối tâm vật rắn:

3.1.1 Định nghĩa: Điểm G được gọi là khối tâm của hệ chất điểm nếu:

$$\sum m_i \vec{l}_i = 0$$

$\vec{l}_i$ : là vector khoảng cách từ điểm G đến chất điểm thứ i

• Vị trí khối tâm G:

Vị trí khối tâm G được xác định bằng bán kính vector  $\vec{r}_G$

- Trường hợp hệ chất điểm:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_G + \vec{l}_i$$

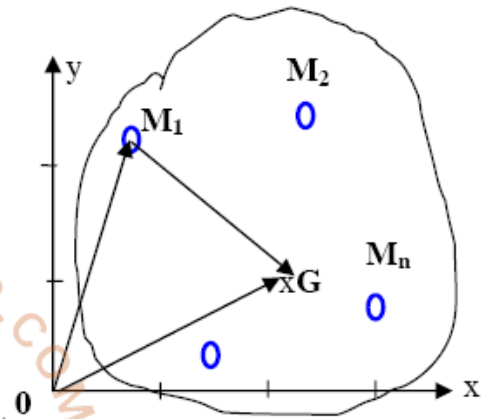
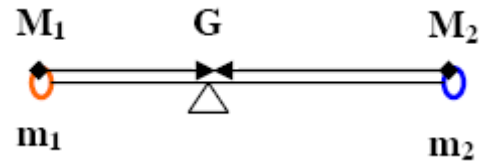
$$\Leftrightarrow m_i \vec{r}_i = m_i \vec{r}_G + m_i \vec{l}_i$$

$$\Leftrightarrow \sum m_i \vec{r}_i = \sum m_i \vec{r}_G + \sum m_i \vec{l}_i$$

$$= (\sum m_i) \vec{r}_G = M \vec{r}_G$$

$$\Rightarrow \vec{r}_G = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$

$$\begin{cases} x_G = \frac{\sum m_i x_i}{M} \\ y_G = \frac{\sum m_i y_i}{M} \\ z_G = \frac{\sum m_i z_i}{M} \end{cases}$$



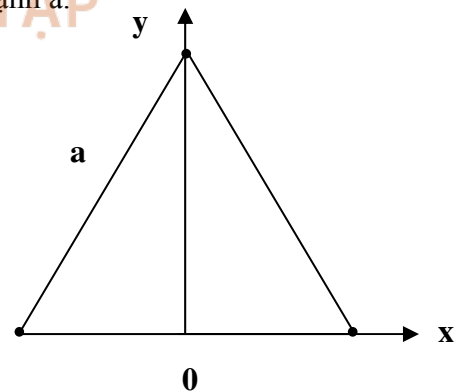
Vd: Đặt 3 chất điểm khối lượng m tại 3 đỉnh tam giác đều cạnh a.

$$\bullet x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{2m_o O + m_o \left(-\frac{a}{2}\right) + m_o \left(\frac{a}{2}\right)}{m_o} = 0$$

$$\bullet y_G = \frac{2m_o a \frac{\sqrt{3}}{2} + m_o O + m_o O}{4m_o} = a \frac{\sqrt{3}}{4}$$

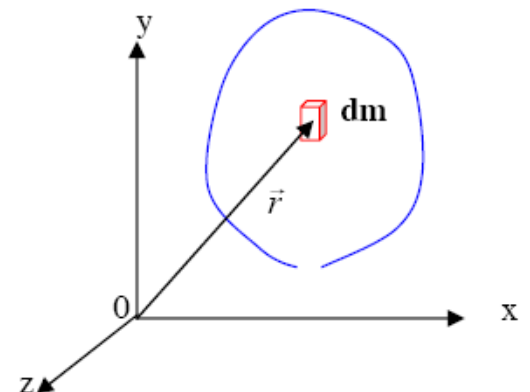
$$\Rightarrow G \text{ nằm trên đường phân giác} \quad G\left(0, a \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$



- Trường hợp chất điểm là 1 vật rắn:

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1}{M} \int x \cdot dm \\ y_G = \frac{1}{M} \int y \cdot dm \\ z_G = \frac{1}{M} \int z \cdot dm \end{cases}$$

$$\vec{r}_G = \frac{1}{M} \int \vec{r} \cdot dm$$



### Tóm tắt bài giảng Chương 3: CƠ HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM - VẬT RẮN

- Mật độ khối lượng dài:  $\lambda = \frac{dm}{dl} \Rightarrow dm = \lambda \cdot dl$

- Mật độ khối lượng mặt:  $\sigma = \frac{dm}{ds} \Rightarrow \sigma \cdot ds$

- Mật độ khối lượng thể tích:  $\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow \rho \cdot dV$

+ Nếu 1 vật rắn có khối lượng phân bố đều thì:  $\lambda = \frac{m}{l}, \sigma = \frac{m}{s}, \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{hs}$

+ Nếu vật rắn là sợi dây thẳng trên trục x thì:  $dl = dx$

+ Nếu vật rắn là cung tròn, bán kính R thì ta dùng tọa độ cực (R,  $\varphi$ )

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi = \arctg \frac{y}{x} \quad \text{Với} \quad \begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow dl = R \cdot d\varphi$$

+ Nếu vật rắn là mặt phẳng giới hạn bởi 2 đường thẳng:

$$ds = dx \cdot dy$$

+ Nếu vật rắn là dạng phẳng giới hạn bởi cung tròn:

$$ds = r \cdot dr \cdot d\varphi$$

+ Nếu vật rắn là mặt cầu bán kính R thì:  $ds = R^2 \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

Tọa độ cầu:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \cdot \sin \varphi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

Khi tính hết mặt cầu:  $S = R^2 \int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$

+ Nếu vật rắn dạng khối lăng trụ hay lập phương:  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

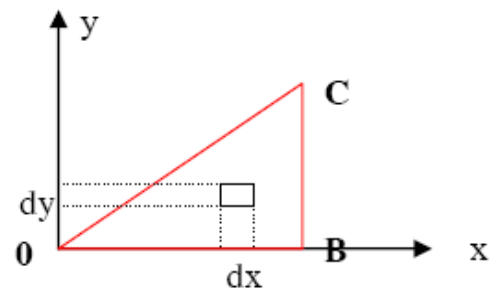
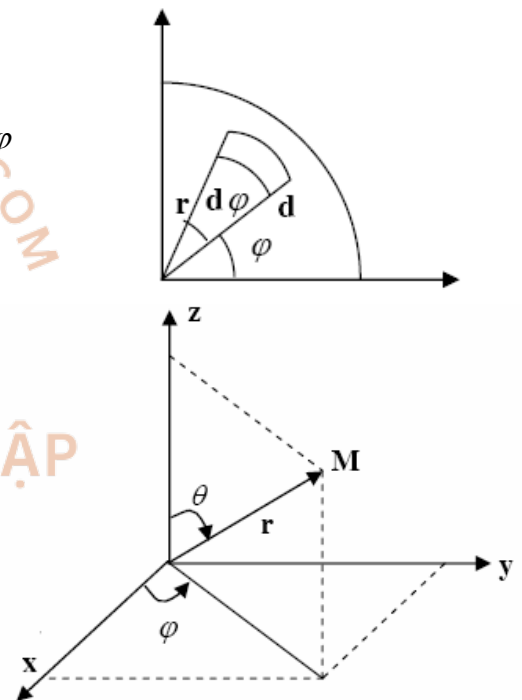
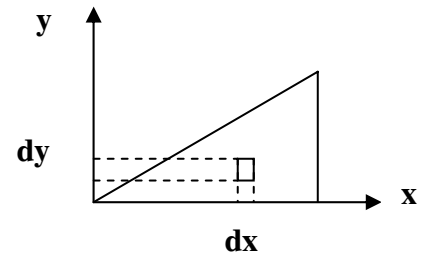
+ Nếu vật rắn là khối cầu:  $dV = r^2 dr \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

$$V = \int_0^R r^2 \cdot dr \int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{R^3}{3} \cdot 2 \cdot 2\pi = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Vd1: Cho vật rắn là mặt phẳng OBC (OB = a, OC = b) khối lượng m phân bố đều. Tìm G?

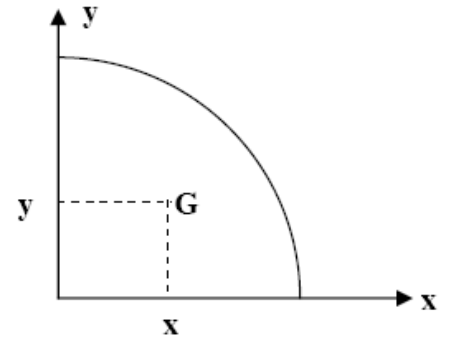
$$\begin{aligned} \bullet x_G &= \frac{1}{m} \int_{VR} \sigma \cdot dx \cdot dy = \frac{\frac{1}{2}ab}{M} \int_0^a x \cdot dx \int_0^{\frac{b}{a}x} dy \\ &= \frac{2}{ab} \int_0^a x \cdot dx \cdot y \Big|_0^{\frac{b}{a}x} = \frac{2}{a^2} \int_0^a x^2 \cdot dx = \frac{2}{3} a \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ Tương tự: } y = \frac{1}{3} b$$



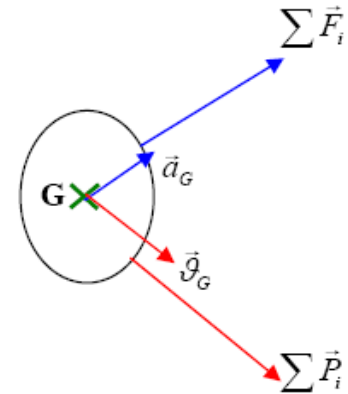
Vd2: Cho vật rắn khối lượng  $m$  là  $\frac{1}{4}$  vòng tròn (O,R). Xác định G?

$$\begin{aligned} \bullet x_G &= \frac{1}{M} \int \underbrace{\sigma.r}_{ds} \cdot \underbrace{d\varphi.r \cos \varphi}_x = \frac{\frac{\pi}{4} R^2}{M} \int_0^R r^2 \cdot dr \int_0^{\pi/2} \cos \varphi \cdot d\varphi \\ &= \frac{4}{\pi R^2} \frac{R^3}{3} \sin \varphi \Big|_0^{\pi/2} = \frac{4}{3\pi} R \approx 0,424R \\ \bullet y_G &= \frac{1}{M} \int \underbrace{\sigma.r}_{ds} \cdot \underbrace{d\varphi.r \sin \varphi}_y = \frac{4}{3\pi} R \end{aligned}$$



### 3.1.2 Chuyển động khối tâm G

$$\begin{aligned} \vec{r}_G &= \frac{1}{M} \sum m_i \cdot \vec{r}_i \\ \vec{g}_G &= \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{1}{M} \sum m_i \cdot \vec{g}_i = \frac{1}{M} \sum \vec{P}_i \\ \vec{a}_G &= \frac{d\vec{g}_G}{dt} = \frac{1}{M} \sum m_i \cdot \vec{a}_i = \frac{1}{M} \sum \vec{F}_i \end{aligned}$$



### 3.2 Động lực của hệ chất điểm và vật rắn:

#### 3.2.1 Định nghĩa:

$$\vec{P} = \sum \vec{P}_i = \sum m_i \cdot \vec{g}_i = M \vec{g}_G$$

#### 3.2.2 Định lý:

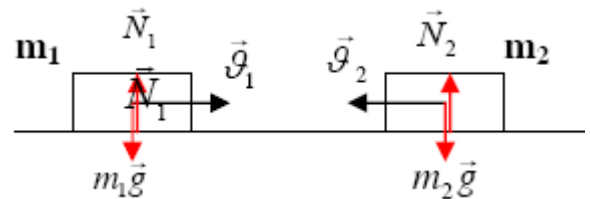
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(M \cdot \vec{g}_G)}{dt} = M \cdot \vec{a}_G = \sum \vec{F}$$

#### 3.2.3 Định luật bảo toàn động lượng:

- Bảo toàn toàn phương:  $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \text{hằng số}$
- Bảo toàn 1 phương:  $\sum \vec{F} \neq 0, \sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{P}_x = \text{hằng số}$

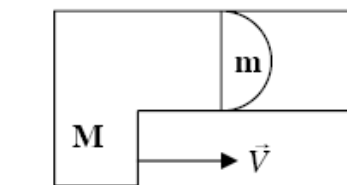
Vd1:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 = 0 \\ \vec{P}_{TVC} &= \vec{P}_{SVC} \\ m_1 \vec{g}_1 + m_2 \vec{g}_2 &= m_1 \vec{g}'_1 + m_2 \vec{g}'_2 \end{aligned}$$



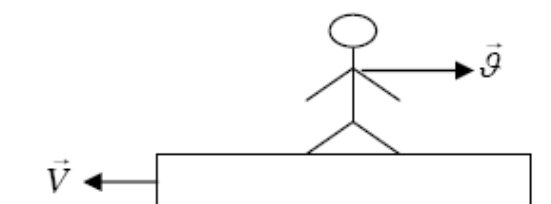
Vd2:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{TB} &= \vec{P}_{SB} \\ (m + M)V &= m\vec{g} + M\vec{V} \end{aligned}$$



Vd3:

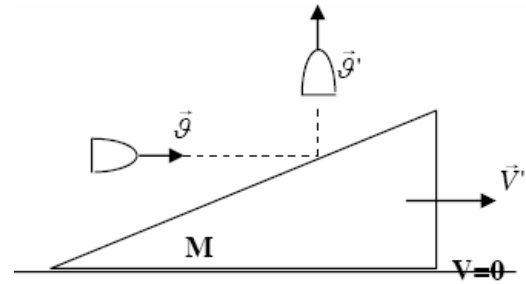
$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= \vec{P}_2 \\ 0 &= m\vec{g} + M\vec{V} \end{aligned}$$



Vd4: Bảo toàn 1 phương:

$$\sum F = m\vec{g}, \sum F_x = 0$$

$$\begin{cases} \vec{P}_{x_{TVC}} = \vec{P}_{x_{SVC}} \\ m\vec{g} + \underbrace{M\vec{V}}_0 = \underbrace{m\vec{g}'}_0 + M\vec{V}' \end{cases}$$



### 3.3 Vật rắn chuyển động tịnh tiến

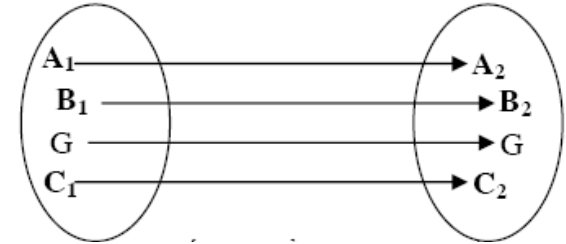
#### 3.3.1 Định nghĩa

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{B_1B_2} = \dots = \overrightarrow{G_1G_2}$$

$$\vec{g}_A = \vec{g}_B = \dots = \vec{g}_G$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \dots = \vec{a}_G$$

Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến thì mọi chất điểm của vật rắn chuyển động cùng quãng đường, cùng vận tốc và cùng gia tốc với khối tâm.



#### 3.3.2 Động năng của vật rắn chuyển động tịnh tiến

$$W_{d_n} = \sum W_{d_i} = \sum \frac{1}{2} m_i g_i^2 = \frac{1}{2} g_G^2 M$$

#### 3.3.3 Phương trình động lực học của vật rắn chuyển động tịnh tiến

$$\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a}_G$$

### 3.4 Vật rắn chuyển động quay quanh 1 trục $\Delta$

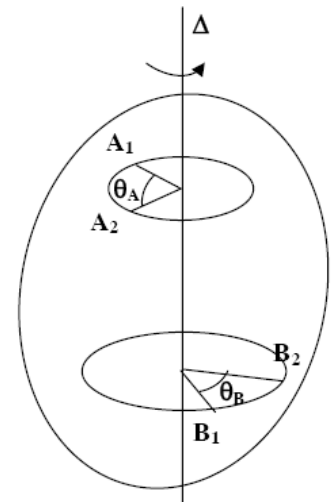
#### 3.4.1 Định nghĩa

$$\theta_A = \theta_B = \dots = \theta$$

$$\omega_A = \omega_B = \dots = \omega$$

$$\beta_A = \beta_B = \dots = \beta$$

Khi vật rắn quay quanh 1 trục thì mọi chất điểm có cùng 1 góc quay, cùng vận tốc góc và cùng gia tốc góc.



#### 3.4.2 Động năng của vật rắn quay quanh 1 trục $\Delta$

$$W_{d/\Delta} = \sum W_{d_i/\Delta} = \sum \frac{1}{2} m_i g_i^2 = \sum \frac{1}{2} m_i \omega_i^2 r_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i r_i^2$$

Đặt  $I = \sum m_i r_i^2$  : moment quán tính của hệ chất điểm đối với trục  $\Delta$

$$\Rightarrow W_{d/\Delta} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Với  $r_i$  : khoảng cách từ chất điểm thứ  $i$  đến trục  $\Delta$

#### 3.4.3 Moment quán tính của hệ chất điểm đối với trục quay $\Delta$

$$I_\Delta = \sum m_i r_i^2$$

#### 3.4.4 Moment quán tính của vật rắn đối với trục quay $\Delta$

$$I_\Delta = \int_{VR} dm \cdot r^2$$

### Tóm tắt bài giảng Chương 3: CƠ HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM - VẬT RẮN

Vd1: Cho 1 thanh thẳng khối lượng  $M$ , dài  $L$ , khối lượng phân bố đều. Tính moment đối với trục quay  $\Delta$  vuông góc với thanh và đi qua điểm giữa.

$$\begin{aligned} I/\Delta &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \lambda \cdot dx \cdot x^2 = \frac{M}{L} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \\ &= \frac{M}{L} \left( \frac{L^3}{24} - \left( -\frac{L^3}{24} \right) \right) = \frac{ML^2}{12} \end{aligned}$$

+ Nếu chọn gốc  $O$  đối với trục  $\Delta'$ :

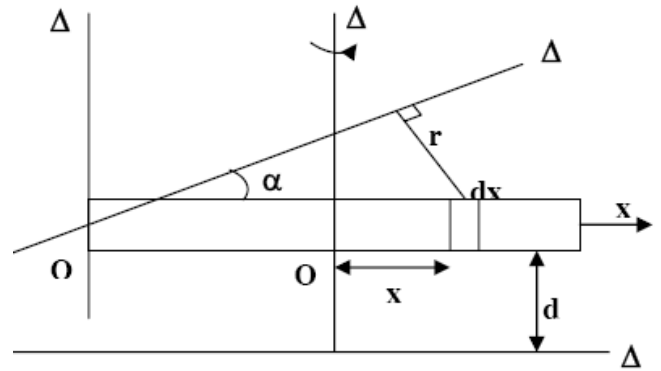
$$I/\Delta' = \frac{M}{L} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML^2$$

+ Nếu chọn trục  $\Delta_2$  lệch góc  $\alpha$  với thanh:

$$I/\Delta_2 = \frac{M}{L} \int_0^L dx \cdot x^2 \sin^2 \alpha = \frac{M}{L} \sin^2 \alpha \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{ML^2}{3} \sin^2 \alpha$$

+ Nếu chọn trục  $\Delta_3$  song song với thanh:

$$I/\Delta_3 = \int dm \cdot d^2 = d^2 \int_{VR} dm = M \cdot d^2$$

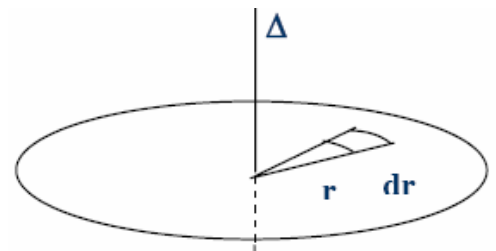
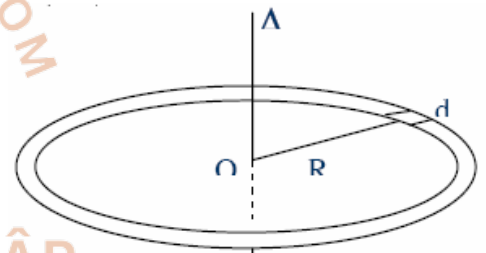


Vd2: Cho 1 vành khối lượng  $M$ , bán kính  $R$ ,  $\Delta$  vuông góc vành qua  $O$

$$I/\Delta = \int dm \cdot R^2 = R^2 \int_{VR} dm = M \cdot R^2$$

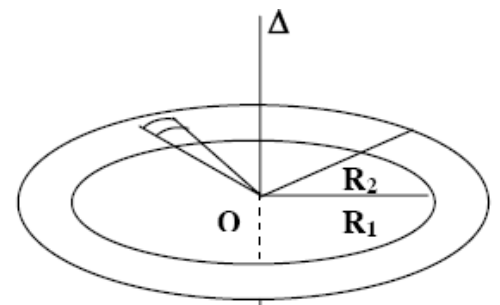
Vd3: Đĩa đặc phân bố đều

$$\begin{aligned} I/\Delta &= \int \sigma \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \cdot r^2 \\ &= \frac{M}{\pi R^2} \int_0^R r^3 \cdot dr \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{M}{\pi R^2} \cdot \frac{r^4}{4} \Big|_0^R \cdot \varphi \Big|_0^{2\pi} = \frac{M \cdot R^2}{2} \end{aligned}$$



Vd4: Đĩa bán kính  $R_1, R_2$

$$\begin{aligned} I_\Delta &= \frac{M}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} r^3 \cdot dr \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{M}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \left( \frac{R_2^4}{4} - \frac{R_1^4}{4} \right) \cdot 2\pi \\ &= \frac{M}{2} (R_2^2 + R_1^2) \end{aligned}$$



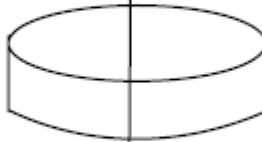
- Thanh dài:  $I_{\Delta} = \frac{1}{12}ML^2$



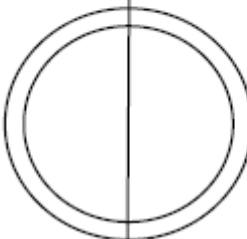
- Vành trụ rỗng:  $I_{\Delta} = MR^2$



- Đĩa đặc, trụ đặc:  $I_{\Delta} = \frac{1}{2}MR^2$



- Cầu rỗng:  $I_{\Delta} = \frac{2}{3}MR^2$



- Cầu đặc:  $I_{\Delta} = \frac{2}{5}MR^2$



### 3.4.5 Định lý Steiner-Huyghen

Trục  $\Delta$  đi qua G

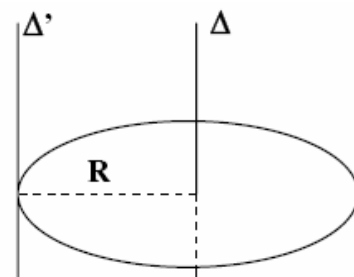
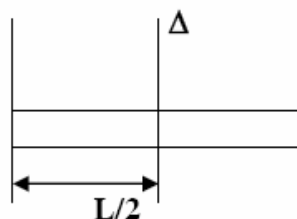
Trục  $\Delta' // \Delta$  và cách  $\Delta$  1 đoạn d

$$I_{\Delta'} = I_{\Delta} + Md^2$$

Vd: Thanh rắn:

$$I_{\Delta'} = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

$$I_{\Delta'} = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$



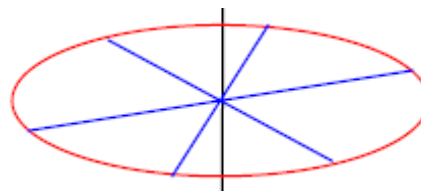
**Lưu ý:** Moment quán tính có mang tính chất cộng

$$I_{(m+M)/\Delta'} = I_{m/\Delta} + I_{M/\Delta}$$

Vd: Hệ 1 niềng M, 6 cấy m:

$$I = I_1 + 6I_2$$

$$= MR^2 + 6\left(\frac{1}{3}MR^2\right) = 3MR^2$$



+ Nếu khoét đi 1 lỗ sẽ trừ đi:

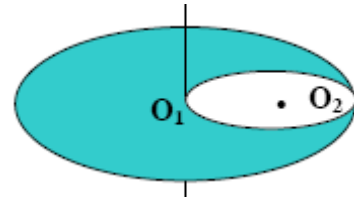
M: khối lượng đĩa khi chưa khoét

m: Khối lượng đĩa bị khoét

M': khối lượng đĩa còn lại (M' = M - m)

$$\frac{M}{m} = \frac{\sigma \cdot \pi R^2}{\sigma \cdot \pi r^2} \Rightarrow M = 4m$$

$$x_G = \frac{1}{3m} \left[ 0 + \left( -m \frac{R}{2} \right) \right] = -\frac{1}{6} R$$



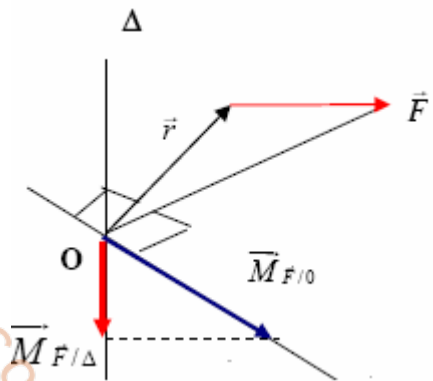
**Moment quán tính là giá trị vô hướng dương, (là giá trị số học)**

### 3.4.6 Moment lực

#### 3.4.6.1 Moment lực $\vec{F}$ đối với điểm O

$$\vec{M}_{\vec{F}/O} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- Điểm đặt: tại O
- Phương:  $\perp$  mp tạo bởi  $(\vec{r}, \vec{F})$
- Chiều:  $\vec{r}, \vec{F}, \vec{M}$  tạo thành  $\Delta$  diện thuận
- Độ lớn:  $M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$



#### 3.4.6.2 Moment lực $\vec{F}$ đối với trục $\Delta$

$$\vec{M}_{\vec{F}/\Delta} = \text{hình chiếu } \vec{M}_{\vec{F}/O} \text{ lên trục } \Delta$$

#### 3.4.6.3 Moment lực $\vec{F}$ của vật rắn đối với trục $\Delta$

Tác dụng lên vật rắn 1 lực  $\vec{F}$  để vật rắn quay quanh  $\Delta$

Lực  $\vec{F}$  được phân thành 3 thành phần:

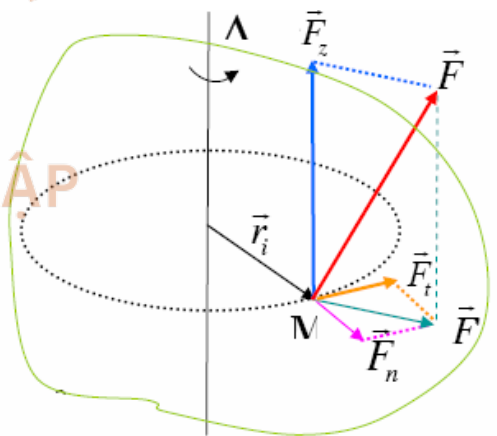
$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n + \vec{F}_z$$

- $\vec{F}_z$  : làm vật trượt trên  $\Delta$ , không làm vật rắn quay
  - $\vec{F}_n$  : kéo vật khỏi  $\Delta$ , không làm vật rắn quay
  - $\vec{F}_t$  : làm vật rắn quay quanh  $\Delta$
- } Moment lực = 0

=> chỉ có lực tiếp tuyến mới làm vật rắn quay quanh  $\Delta$

$$\vec{M}_{\vec{F}_t} = \vec{r} \times \vec{F}_t \quad (r : \text{khoảng cách từ } \Delta \text{ đến } M)$$

$$\vec{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F} & = 0 \\ \vec{F} & \text{cắt } \Delta \\ \vec{F} & // \Delta \end{cases}$$



### 3.4.6.4 Moment tổng ngoại lực của vật rắn đối với $\Delta$

$$\begin{aligned}\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} &= \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_{\vec{F}_i} = \sum \vec{r}_i \times m_i \cdot \vec{a}_{\vec{F}_i} \\ &= \sum m_i [\vec{r}_i \times (\vec{\beta}_i \times \vec{r}_i)] = \sum m_i [(\vec{r}_i \cdot \vec{r}_i) \cdot \vec{\beta}_i - (\vec{r}_i \cdot \vec{\beta}_i) \cdot \vec{r}_i] \\ &= \sum m_i r_i^2 \cdot \vec{\beta} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta}\end{aligned}$$

### 3.4.6.5 Phương trình động lực học cơ bản của vật rắn quay quanh $\Delta$ :

$$\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta}$$

### 3.4.7 Moment động lượng $\vec{L}$

#### 3.4.7.1 Moment động lượng $\vec{L}$ đối với O

$$\vec{L}_{i/O} = \vec{r}_i \cdot \vec{P}_i \quad (\vec{r}_i : \text{vector vị trí})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Điểm đặt: tại O} \\ \text{Phương: vuông góc mặt phẳng tạo bởi } (\vec{r}_i, \vec{P}_i) \\ \text{Chiều: } \vec{r}_i, \vec{P}_i, \vec{L}_{i/O} \text{ tạo thành } \Delta \text{ diện thuận} \\ \text{Độ lớn: } |\vec{L}_{i/O}| = r_i \cdot P_i \sin \alpha \end{array} \right.$$

#### 3.4.7.2 Moment động lượng đối với $\Delta$

$$\vec{L}_{/\Delta} = \text{hình chiếu } \vec{L}_{i/O} /_{\Delta}$$

#### 3.4.7.3 Moment động lượng của vật rắn đối với $\Delta$

$$\begin{aligned}\vec{L}_{/\Delta} &= \sum \vec{L}_{i/\Delta} = \sum \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \sum \vec{r}_i \times m_i \cdot \vec{v}_i \\ &= \sum m_i [\vec{r}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{r}_i)] = \sum m_i [(\vec{r}_i \cdot \vec{r}_i) \cdot \vec{\omega}_i - (\vec{r}_i \cdot \vec{\omega}_i) \cdot \vec{r}_i] \\ &= \sum m_i r_i^2 \cdot \vec{\omega} = I_{\Delta} \cdot \vec{\omega}\end{aligned}$$

**Ghi chú:**  $\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta}$  của vật rắn đối với trục  $\Delta$  thì cùng phương, chiều với  $\vec{\beta}$   
 $\vec{L}_{/\Delta}$  của vật rắn đối với trục  $\Delta$  thì cùng phương, chiều với  $\vec{\omega}$

#### 3.4.7.4 Định lý moment động lượng

$$\frac{d\vec{L}_{/\Delta}}{dt} = I_{/\Delta} \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I_{/\Delta} \cdot \vec{\beta} = \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta}$$

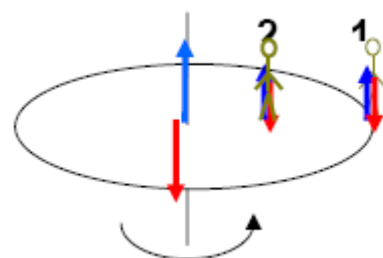
#### 3.4.7.5 Định luật bảo toàn moment động lượng

Khi  $\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = 0$  thì  $\vec{L}_{/\Delta} = \text{const}$

Vd: Ghế Giucopxki (người đi từ mép đĩa đến  $R/2$ )

$$\vec{L}_{/\Delta_1} = \vec{L}_{/\Delta_2}$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{2} MR^2 + MR^2 \right) \omega_1 = \left( \frac{1}{2} MR^2 + MR \frac{R^2}{4} \right) \omega_2$$



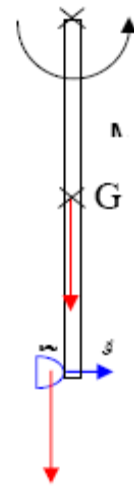


Vd: Viên đạn chạm thanh M, L:

$$\vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = 0 \text{ thì } \vec{L}_{/\Delta} = \text{const}$$

$$\Rightarrow \vec{L}_{TVC} = \vec{L}_{SVC}$$

$$\frac{1}{3}ML^2 + 0 + mL^2 \cdot \frac{\vartheta}{L} = \frac{1}{3}ML^2 \cdot \Omega' + mL^2 \cdot \omega'$$



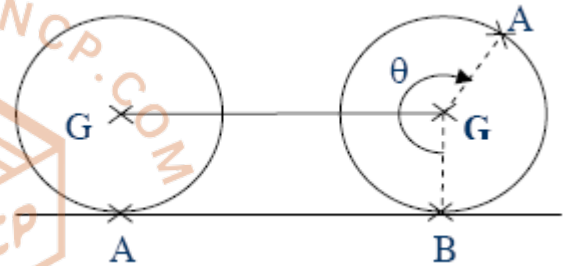
### 3.5 Vật rắn chuyển động lăn không trượt

#### 3.5.1 Định nghĩa:

- **Định nghĩa 1:** Khi vật rắn lot là vừa chuyển động tịnh tiến theo khối tâm G và vừa chuyển động quay quanh G

$$\text{Tịnh tiến} \begin{cases} \vec{g}_G \\ \vec{a}_G \end{cases} \quad \text{Quay quanh G} \begin{cases} \vec{\omega} \\ \vec{\beta} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \vec{G_1G_2} = A'B = R\theta \\ \vec{g}_G = R \frac{d\theta}{dt} = \omega R \\ a_G = R \frac{d\omega}{dt} = \beta R \end{cases}$$



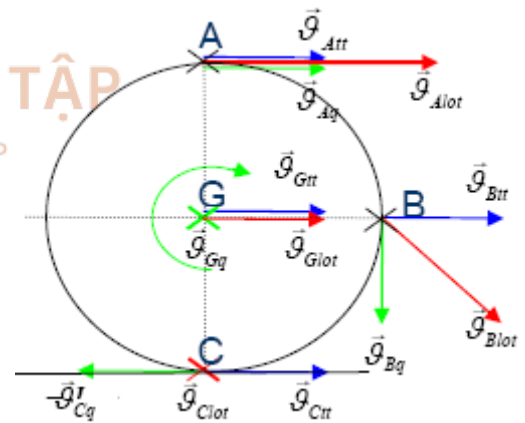
- Vector vận tốc của chuyển động lot tại G, A, B, C

- Xét chuyển động tịnh tiến:  $\vec{g}_G = \vec{g}_A = \vec{g}_B = \vec{g}_C$

- Xét chuyển động quay quanh G:

$$\Rightarrow \vec{g}_{A/lot} = \vec{g}_{A_t} = \vec{g}_{A_{quay}}$$

$$\text{Vậy: } \begin{cases} \vec{g}_A = 2\vec{g}_G \\ \vec{g}_B = \sqrt{2}\vec{g}_G \\ \vec{g}_C = 0 \\ \vec{g}_G = \vec{g}_G \end{cases}$$



- **Định nghĩa 2:** Lot là quay quanh tâm quay tức thời

$$(\vartheta_{lot} = 0): \omega = \frac{\vartheta_G}{R}$$

#### 3.5.2 Động năng của vật rắn Lot:

$$W_{d/lot} = W_{dttG} + W_{dqG} = \frac{1}{2}M\vartheta_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$$

#### 3.5.3 Phương trình cơ bản ĐLH của Lot:

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \\ \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/\Delta} = I_{\Delta} \cdot \vec{\beta} \end{cases}$$

### 3.6 Va chạm

#### 3.6.1 Va chạm đàn hồi

$$TVC \quad m_1 \vec{g}_1, m_2 \vec{g}_2$$

$$SVC \quad m_1 \vec{g}_1', m_2 \vec{g}_2'$$

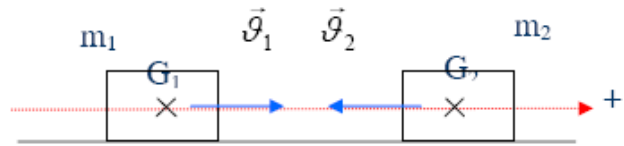
Trong va chạm hoàn toàn đàn hồi thì động lượng của hệ và động năng hệ bảo toàn

$$\begin{cases} \vec{P}_{TVC} = \vec{P}_{SVC} \rightarrow m_1 \vec{g}_1 + m_2 \vec{g}_2 = m_1 \vec{g}_1' + m_2 \vec{g}_2' \\ \vec{W}_{dTVC} = \vec{W}_{dSVC} = \frac{1}{2} m_1 g_1^2 + \frac{1}{2} m_2 g_2^2 = \frac{1}{2} m_1 g_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 g_2'^2 \end{cases} \quad (1)$$

- Nếu va chạm xuyên tâm:

$$m_1 g_1 + m_2 g_2 = m_1 g_1' + m_2 g_2' \quad (v_1, v_2, v_1', v_2' \text{ là các giá trị đại số})$$

$$\begin{aligned} (1), (2) \Rightarrow g_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} g_2 \\ \Rightarrow g_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} g_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g_2 \end{aligned}$$



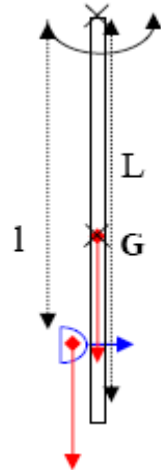
Vd:

$$\bullet \vec{L}_{TVC} = \vec{L}_{SVC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} ML^2 \omega + ml^2 \cdot \frac{g}{l} = \frac{1}{3} ML^2 \omega' + ml^2 \cdot \frac{g'}{l}$$

$$\bullet W_{dTVC} = W_{dSVC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} ML^2 \right) \omega^2 + \frac{1}{2} ml^2 \cdot \frac{g}{l} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} ML^2 \right) \omega'^2 + \frac{1}{2} ml^2 \cdot \frac{g'^2}{l^2}$$



#### 3.6.2 Va chạm mềm

$$\begin{cases} TVC & m_1 \vec{g}_1, m_2 \vec{g}_2 \\ SVC & (m_1 + m_2) \vec{g}' \end{cases}$$

Trong va chạm mềm chỉ có động lượng của hệ bảo toàn, động năng của hệ không bảo toàn. Động năng trước va chạm trừ đi động năng sau va chạm bằng nhiệt lượng làm vật bị biến dạng.

$$m_1 \vec{g}_1 + m_2 \vec{g}_2 = (m_1 + m_2) \vec{g}'$$

- Nếu va chạm xuyên tâm:

$$m_1 g_1 + m_2 g_2 = (m_1 + m_2) g' \quad (v_1, v_2, v_1', v_2' \text{ là các giá trị đại số})$$

Chú ý chọn chiều (+)

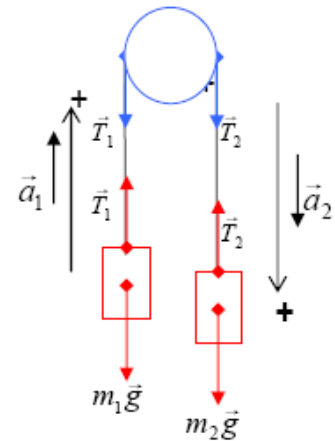
Vd1:

$$m_1 : m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

$$m_2 : m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

$$M : \vec{M}_{\Sigma \vec{F}/O} = I_{/O} \cdot \vec{\beta}$$

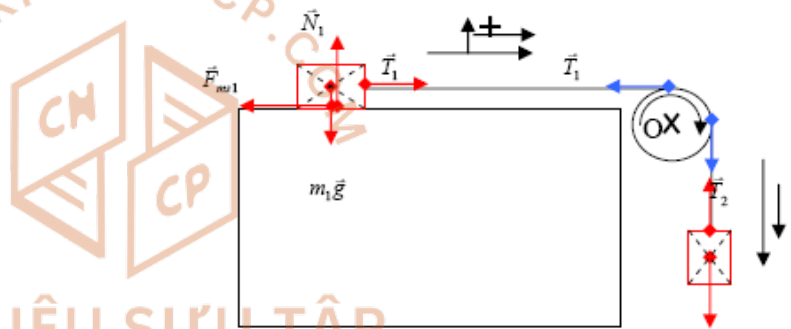
Chọn chiều (+) là chiều chuyển động của  $m_1, m_2$   
là chiều quay tròn rọc ( $\Delta$  hướng vào)



$$\Rightarrow \begin{cases} -m_1 g + T_1 = m_1 a_1 \\ m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \\ -T_1 R + T_2 R = I \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m_1 g + T_1 = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ (-T_1 + T_2) R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$

Vd2:

$$a = \frac{g(m_2 - k m_1)}{m_1 + m_2 + M}$$



Vd3:

$$m_1 \uparrow: \frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha + k \cos \alpha$$

$$m_1 \downarrow: \frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha - k \cos \alpha$$

$$m_1 \uparrow: a = \frac{g[m_2 - m_1(\sin \alpha + k \cos \alpha)]}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$

$$m_1 \uparrow: a = \frac{g[m_1(\sin \alpha + k \cos \alpha) - m_2]}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$

