# ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

## Chương 2: Không gian véctơ

TS. Đặng Văn Vinh

Bộ môn Toán Ứng Dụng
Khoa Khoa học Ứng dụng
Đại học Bách Khoa Tp.HCM

Tài liệu: Đặng Văn Vinh. Đại số tuyến tính. NXB ĐHQG tp HCM, 2019

Ngày 8 tháng 3 năm 2020

Vấn đề 1. Cấu trúc không gian vectơ.

Vấn đề 2. Các khái niệm cơ bản của không gian véctơ.

1. Phụ thuộc tuyến tính
2. Độc lập tuyến tính
3. Tổ hợp tuyến tính
4. Tập sinh
5. Cơ sở
6. Số chiều
7. Hạng của họ véctơ

Không gian véctơ là một cấu trúc của đại số gồm:

- một tập hợp $V$ khác rỗng
- phép toán cộng hai véctơ và phép toán nhân véctơ với một số
- thỏa bộ 10 tiên đề:

1/ $\forall x, y \in V,\ x + y \in V$; 2/ $\forall x \in V,\ \alpha \in K, \alpha \cdot x \in V$;
3/ $\forall x, y \in V,\ y + x = x + y$;
4/ $\forall x, y, z \in V,\ x + (y + z) = (x + y) + z$;
5/ Trong $V$ tồn tại véctơ được gọi là véctơ không, ký hiệu là 0 thoả $\forall x \in V,\ x + 0 = x$;
6/ $\forall x \in V, \exists x_1 \in V$ thoả $x + x_1 = 0$. Véctơ $x_1$ được gọi là véctơ đối của véctơ $x$ và được ký hiệu là $-x$.
7/ $\forall x, y \in V, \forall \alpha \in K,\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$;
8/ $\forall x \in V, \forall \alpha, \beta \in K,\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$;
9/ $\forall x \in V, \forall \alpha, \beta \in K,\ \alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$;
10/ $\forall x \in V,\ 1 \cdot x = x$.

# Không gian véctơ

## Ví dụ

Gọi $\mathbb{R}^2$ là tập hợp tất cả các véctơ trong mặt phẳng có điểm đầu là gốc O, tức là $\mathbb{R}^2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in \text{mặt phẳng } 0xy\}$. Phép toán cộng hai véctơ và nhân véctơ với một số thực là hai phép toán ta đã biết ở phổ thông. Kiểm tra 10 tiên đề trong định nghĩa 3.1.1 đều thoả. Vậy $\mathbb{R}^2$ là không gian véctơ trên tập số thực hay không gian véctơ thực.
**Lưu ý:** $\mathbb{R}^2$ không chứa tất cả các véctơ trong mặt phẳng. $\mathbb{R}^2$ chỉ chứa các véctơ có điểm đầu là gốc O. Lớp những véctơ bằng nhau (cùng hướng và cùng độ lớn) được chọn một véctơ có điểm xuất phát là gốc toạ độ.



## Ví dụ

Tương tự ta có không gian véctơ thực $\mathbb{R}^3 = \{\overrightarrow{OM} | M \in \text{không gian } Oxyz\}$ là tập hợp tất cả các véctơ trong không gian có điểm đầu là gốc O với hai phép toán đã biết.

## Ví dụ

Gọi $\mathbb{R}^2$ là tập hợp tất cả các véctơ trong mặt phẳng có điểm đầu là gốc O, tức là $\mathbb{R}^2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in \text{mặt phẳng } 0xy\}$. Phép toán cộng hai véctơ và nhân véctơ với một số thực là hai phép toán ta đã biết ở phổ thông. Kiểm tra 10 tiên đề trong định nghĩa 3.1.1 đều thoả. Vậy $\mathbb{R}^2$ là không gian véctơ trên tập số thực hay không gian véctơ thực.

**Lưu ý:** $\mathbb{R}^2$ không chứa tất cả các véctơ trong mặt phẳng. $\mathbb{R}^2$ chỉ chứa các véctơ có điểm đầu là gốc O. Lớp những véctơ bằng nhau (cùng hướng và cùng độ lớn) được chọn một véctơ có điểm xuất phát là gốc toạ độ.



## Ví dụ

Tương tự ta có không gian véctơ thực $\mathbb{R}^3 = \{\overrightarrow{OM} | M \in \text{không gian } Oxyz\}$ là tập hợp tất cả các véctơ trong không gian có điểm đầu là gốc O với hai phép toán đã biết.

# Không gian véctơ

## Ví dụ

Cho tập hợp $S_1 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ đường thẳng $\Delta$ qua gốc $O$ và các điểm $O; M$ thuộc mặt phẳng với hệ trục Oxy. Phép toán cộng hai véctơ và nhân véctơ với một số đã biết ở phổ thông. Hỏi $S_1$ có là không gian véctơ hay không?

## Ví dụ

Cho tập hợp $S_2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt qua gốc $O$ và các điểm $O; M$ thuộc mặt phẳng với hệ trục Oxy. Phép toán cộng hai véctơ và nhân véctơ với một số đã biết ở phổ thông. Hỏi $S_2$ có là không gian véctơ hay không?

### Ví dụ

Cho tập hợp $S_1 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ đường thẳng $\Delta$ qua gốc $O$ và các điểm $O; M$ thuộc mặt phẳng với hệ trục Oxy. Phép toán cộng hai véctơ và nhân véctơ với một số đã biết ở phổ thông. Hỏi $S_1$ có là không gian véctơ hay không?

### Ví dụ

Cho tập hợp $S_2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt qua gốc $O$ và các điểm $O; M$ thuộc mặt phẳng với hệ trục Oxy. Phép toán cộng hai véctơ và nhân véctơ với một số đã biết ở phổ thông. Hỏi $S_2$ có là không gian véctơ hay không?

Cho $V$ là $K$_kgv và $M = \{v_1, v_2, ..., v_m\}$ là một tập hợp con của $V$.

1/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập phụ thuộc tuyến tính (viết tắt là PTTT), nếu tồn tại $m$ số thuộc $K$ là $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ KHÔNG ĐỒNG THỜI BẰNG 0 sao cho $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ... + \alpha_m v_m = 0$.

2/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập độc lập tuyến tính (viết tắt là ĐLTT), nếu $M$ không phải là tập phụ thuộc tuyến tính.

3/ Véctơ $v \in V$ được gọi là tổ hợp tuyến tính (viết tắt THTT) của tập hợp con $M$, nếu tồn tại bộ số $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ tuỳ ý sao cho $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ... + \alpha_m v_m$.

# Phụ thuộc tuyến tính - độc lập tt - tổ hợp tt

Cho $V$ là $K$_kgv và $M = \{v_1, v_2, ..., v_m\}$ là một tập hợp con của $V$.

1/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập phụ thuộc tuyến tính (viết tắt là PTTT), nếu tồn tại $m$ số thuộc $K$ là $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ KHÔNG ĐỒNG THỜI BẰNG 0 sao cho $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ... + \alpha_m v_m = 0$.

2/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập độc lập tuyến tính (viết tắt là ĐLTT), nếu $M$ không phải là tập phụ thuộc tuyến tính.

3/ Véctơ $v \in V$ được gọi là tổ hợp tuyến tính (viết tắt THTT) của tập hợp con $M$, nếu tồn tại bộ số $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ tuỳ ý sao cho $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ... + \alpha_m v_m$.

# Phụ thuộc tuyến tính - độc lập tt - tổ hợp tt

Cho $V$ là $K$_kgv và $M = \{v_1, v_2, ..., v_m\}$ là một tập hợp con của $V$.

1/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập phụ thuộc tuyến tính (viết tắt là PTTT), nếu tồn tại $m$ số thuộc $K$ là $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ KHÔNG ĐỒNG THỜI BẰNG 0 sao cho $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ... + \alpha_m v_m = 0$.

2/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập độc lập tuyến tính (viết tắt là ĐLTT), nếu $M$ không phải là tập phụ thuộc tuyến tính.

3/ Véctơ $v \in V$ được gọi là tổ hợp tuyến tính (viết tắt THTT) của tập hợp con $M$, nếu tồn tại bộ số $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ tuỳ ý, sao cho
$v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ... + \alpha_m v_m$.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập hợp con $M = \left\{\overrightarrow{OA};\ \overrightarrow{OB}\right\}$, với $A, B$ là hai điểm cho trước trong mp với hệ trục tọa độ Oxy. Tìm điều kiện cần và đủ để:
1/ $M$ phụ thuộc tuyến tính.
2/ $M$ độc lập tuyến tính.

1/ Cho $M$ PTTT. Tồn tại $(\alpha, \beta) \neq (0;0)$ để $\alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{O}$.
Không mất tính tổng quát, giả sử $\alpha \neq 0$. Suy ra $\overrightarrow{OA} = -\frac{\beta}{\alpha}\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{OB}$.
Vậy $M$ PTTT khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ cùng phương.
2/ $M$ ĐLTT khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ không cùng phương.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp con $M = \left\{\overrightarrow{OA};\ \overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right\}$, với $A, B, C$ là ba điểm cho trước trong kg với hệ trục tọa độ Oxyz. Khi đó
1/ $M$ PTTT khi và chỉ khi bốn điểm $O; A; B; C$ đồng phẳng.
2/ $M$ ĐLTT khi và chỉ khi OABC là một tứ diện.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập hợp con $M = \left\{\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right\}$, với $A, B$ là hai điểm cho trước trong mp với hệ trục tọa độ Oxy. Tìm điều kiện cần và đủ để:
1/ $M$ phụ thuộc tuyến tính.
2/ $M$ độc lập tuyến tính.

1/ Cho $M$ PTTT. Tồn tại $(\alpha, \beta) \neq (0; 0)$ để $\alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{O}$.
Không mất tính tổng quát, giả sử $\alpha \neq 0$. Suy ra $\overrightarrow{OA} = -\frac{\beta}{\alpha}\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{OB}$.
Vậy $M$ PTTT khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ cùng phương.
2/ $M$ ĐLTT khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ không cùng phương.



## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp con $M = \left\{\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}\right\}$, với $A, B, C$ là ba điểm cho trước trong kg với hệ trục tọa độ Oxyz. Khi đó
1/ $M$ PTTT khi và chỉ khi bốn điểm $O; A; B; C$ đồng phẳng.
2/ $M$ ĐLTT khi và chỉ khi OABC là một tứ diện.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập hợp con $M = \left\{\overrightarrow{OA};\ \overrightarrow{OB}\right\}$, với $A, B$ là hai điểm cho trước trong mp với hệ trục tọa độ Oxy. Tìm điều kiện cần và đủ để:
1/ $M$ phụ thuộc tuyến tính.
2/ $M$ độc lập tuyến tính.

1/ Cho $M$ PTTT. Tồn tại $(\alpha, \beta) \neq (0; 0)$ để $\alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{O}$.
Không mất tính tổng quát, giả sử $\alpha \neq 0$. Suy ra $\overrightarrow{OA} = -\frac{\beta}{\alpha}\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{OB}$.
Vậy $M$ PTTT khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ cùng phương.
2/ $M$ ĐLTT khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ không cùng phương.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp con $M = \left\{\overrightarrow{OA};\ \overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}\right\}$, với $A, B, C$ là ba điểm cho trước trong kg với hệ trục tọa độ Oxyz. Khi đó
1/ $M$ PTTT khi và chỉ khi bốn điểm $O; A; B; C$ đồng phẳng.
2/ $M$ ĐLTT khi và chỉ khi $OABC$ là một tứ diện.

4/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập sinh của không gian véctơ $V$, nếu mọi véctơ $v \in V$, thì $v$ là tổ hợp tuyến tính của $M$.

Nếu $M$ là tập sinh của $V$, thì ta nói $M$ sinh ra $V$, hay $V$ là không gian được sinh ra bởi $M$ và ký hiệu $V = < M > = < v_1, v_2, \ldots, v_m >$.

5/ Tập hợp con $M$ được gọi là cơ sở của không gian véctơ $V$, nếu $M$ là tập sinh của $V$ và $M$ là tập độc lập tuyến tính.

6/ Nếu không gian véctơ $V$ có một cơ sở chứa hữu hạn véctơ, thì $V$ được gọi là không gian hữu hạn chiều và số véctơ trong cơ sở đó được gọi là số chiều của $V$ và được ký hiệu là $dim(V)$.

# Tập sinh - Cơ sở - Số chiều

4/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập sinh của không gian véctơ $V$, nếu mọi véctơ $v \in V$, thì $v$ là tổ hợp tuyến tính của $M$.

Nếu $M$ là tập sinh của $V$, thì ta nói $M$ sinh ra $V$, hay $V$ là không gian được sinh ra bởi $M$ và ký hiệu $V = < M > = < v_1, v_2, ..., v_m >$.

5/ Tập hợp con $M$ được gọi là cơ sở của không gian véctơ $V$, nếu $M$ là tập sinh của $V$ và $M$ là tập độc lập tuyến tính.



6/ Nếu không gian véctơ $V$ có một cơ sở chứa hữu hạn véctơ, thì $V$ được gọi là không gian hữu hạn chiều và số véctơ trong cơ sở đó được gọi là số chiều của $V$ và được ký hiệu là $dim(V)$

4/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập sinh của không gian véctơ $V$, nếu mọi véctơ $v \in V$, thì $v$ là tổ hợp tuyến tính của $M$.

Nếu $M$ là tập sinh của $V$, thì ta nói $M$ sinh ra $V$, hay $V$ là không gian được sinh ra bởi $M$ và ký hiệu $V =< M >=< v_1, v_2, ..., v_m >$.

5/ Tập hợp con $M$ được gọi là cơ sở của không gian véctơ $V$, nếu $M$ là tập sinh của $V$ và $M$ là tập độc lập tuyến tính.

6/ Nếu không gian véctơ $V$ có một cơ sở chứa hữu hạn véctơ, thì $V$ được gọi là không gian hữu hạn chiều và số véctơ trong cơ sở đó được gọi là số chiều của $V$ và được ký hiệu là $dim(V)$

4/ Tập hợp con $M$ được gọi là tập sinh của không gian véctơ $V$, nếu mọi véctơ $v \in V$, thì $v$ là tổ hợp tuyến tính của $M$.

Nếu $M$ là tập sinh của $V$, thì ta nói $M$ sinh ra $V$, hay $V$ là không gian được sinh ra bởi $M$ và ký hiệu $V =< M >=< v_1, v_2, ..., v_m >$.

5/ Tập hợp con $M$ được gọi là cơ sở của không gian véctơ $V$, nếu $M$ là tập sinh của $V$ và $M$ là tập độc lập tuyến tính.

6/ Nếu không gian véctơ $V$ có một cơ sở chứa hữu hạn véctơ, thì $V$ được gọi là không gian hữu hạn chiều và số véctơ trong cơ sở đó được gọi là số chiều của $V$ và đươc ký hiệu là $dim(V)$

### Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập hợp con $M$ chứa hai véctơ $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$ không cùng phương. Chứng tỏ $M$ là tập sinh của $\mathbb{R}^2$

Lấy tùy ý một véctơ $\overrightarrow{OC}$ trong hệ trục Oxy. Qua điểm $C$ vẽ đường thẳng song song với đường thẳng $OA$ cắt đường thẳng $OB$ tại $M$ và vẽ đường thẳng song song với đt $OB$ cắt đường thẳng $OA$ tại $N$. Ta có $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB}$. Có nghĩa là $\overrightarrow{OC}$ là tổ hợp tuyến tính của $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$. Vậy $M$ là tập sinh của $\mathbb{R}^2$.

Hai véctơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ không cùng phương nên ĐLTT. Suy ra $M$ là cơ sở của không gian $\mathbb{R}^2$ và $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$.

### Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp con $M$ chứa ba véctơ $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ với $OABC$ là tứ diện. Tương tự ví dụ trên ta chứng minh được $M$ là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập hợp con $M$ chứa hai véctơ $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$ không cùng phương. Chứng tỏ $M$ là tập sinh của $\mathbb{R}^2$

Lấy tùy ý một véctơ $\overrightarrow{OC}$ trong hệ trục Oxy. Qua điểm $C$ vẽ đường thẳng song song với đường thẳng $OA$ cắt đường thẳng $OB$ tại $M$ và vẽ đường thẳng song song với đt $OB$ cắt đường thẳng $OA$ tại $N$. Ta có $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB}$. Có nghĩa là $\overrightarrow{OC}$ là tổ hợp tuyến tính của $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$. Vậy $M$ là tập sinh của $\mathbb{R}^2$.

Hai véctơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ không cùng phương nên ĐLTT. Suy ra $M$ là cơ sở của không gian $\mathbb{R}^2$ và $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$.



## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp con $M$ chứa ba véctơ $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ với $OABC$ là tứ diện. Tương tự ví dụ trên ta chứng minh được $M$ là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập hợp con $M$ chứa hai véctơ $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$ không cùng phương. Chứng tỏ $M$ là tập sinh của $\mathbb{R}^2$

Lấy tùy ý một véctơ $\overrightarrow{OC}$ trong hệ trục Oxy. Qua điểm $C$ vẽ đường thẳng song song với đường thẳng $OA$ cắt đường thẳng $OB$ tại $M$ và vẽ đường thẳng song song với đt $OB$ cắt đường thẳng $OA$ tại $N$. Ta có $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB}$. Có nghĩa là $\overrightarrow{OC}$ là tổ hợp tuyến tính của $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$. Vậy $M$ là tập sinh của $\mathbb{R}^2$.

Hai véctơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ không cùng phương nên ĐLTT. Suy ra $M$ là cơ sở của không gian $\mathbb{R}^2$ và $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$.



## Ví dụ

Trong $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp con $M$ chứa ba véctơ $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ với $OABC$ là tứ diện. Tương tự ví dụ trên ta chứng minh được $M$ là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

# Tập sinh - Cơ sở - Số chiều

Hãy cho một ví dụ về tập hợp con không là tập sinh của $\mathbb{R}^2$

Hãy cho một ví dụ về tập hợp con là tập sinh mà không là cơ sở của $\mathbb{R}^2$

Hãy cho một ví dụ về tập hợp con không là tập sinh của $\mathbb{R}^2$

Hãy cho một ví dụ về tập hợp con là tập sinh mà không là cơ sở của $\mathbb{R}^2$

**Định nghĩa**

*Hạng của họ véctơ $S$ là số véctơ ĐLTT tối đa trong họ $S$.*

**Ví dụ**

Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp con $S = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ đường thẳng $(\Delta)$ qua gốc $O$ $\}$. Tìm hạng của họ véctơ $S$.

Tập hợp $S$ có vô số véctơ có điểm xuất phát là gốc $O$ và điểm cuối là điểm $M$ tùy ý trên đường thẳng $(\Delta)$.

Hai véctơ tùy ý $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ của $S$ cùng phương nên PTTT. Suy ra $r(S) = 1$.

## Định nghĩa

*Hạng của họ véctơ $S$ là số véctơ ĐLTT tối đa trong họ $S$.*

## Ví dụ

Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp con $S = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ đường thẳng $(\Delta)$ qua gốc $O$ $\}$. Tìm hạng của họ véctơ $S$.

Tập hợp $S$ có vô số véctơ có điểm xuất phát là gốc $O$ và điểm cuối là điểm $M$ tùy ý trên đường thẳng $(\Delta)$.

Hai véctơ tùy ý $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ của $S$ cùng phương nên PTTT. Suy ra $r(S) = 1$.

## Định nghĩa

*Hạng của họ véctơ $S$ là số véctơ ĐLTT tối đa trong họ $S$.*

## Ví dụ

Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp con $S = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ đường thẳng $(\Delta)$ qua gốc $O$ $\}$. Tìm hạng của họ véctơ $S$.

Tập hợp $S$ có vô số véctơ có điểm xuất phát là gốc $O$ và điểm cuối là điểm $M$ tùy ý trên đường thẳng $(\Delta)$.

Hai véctơ tùy ý $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ đều cùng phương nên PTTT. Suy ra $r(S) = 1$.

## Định nghĩa

*Hạng của họ véctơ $S$ là số véctơ ĐLTT tối đa trong họ $S$.*

## Ví dụ

Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp con $S = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ đường thẳng $(\Delta)$ qua gốc $O$ $\}$. Tìm hạng của họ véctơ $S$.

Tập hợp $S$ có vô số véctơ có điểm xuất phát là gốc $O$ và điểm cuối là điểm $M$ tùy ý trên đường thẳng $(\Delta)$.
Hai véctơ tùy ý $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ của $S$ cùng phương nên PTTT. Suy ra $r(S) = 1$.

# Hạng của họ véctơ

Trong không gian $\mathbb{R}^3$, tìm hạng của các tập hợp con sau:
1/ $S_1 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ qua gốc $O$ $\}$.

2/ $S_2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ KHÔNG qua gốc $O$ $\}$.

3/ $S_3 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt qua gốc $O$ $\}$.

4/ $S_4 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt và cả hai đường không qua gốc $O$ $\}$.

# Hạng của họ véctơ

Trong không gian $\mathbb{R}^3$, tìm hạng của các tập hợp con sau:
1/ $S_1 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ qua gốc $O\}$.

2/ $S_2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ KHÔNG qua gốc $O\}$.

3/ $S_3 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt qua gốc $O\}$.

4/ $S_4 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt và cả hai đường không qua gốc $O\}$.

Trong không gian $\mathbb{R}^3$, tìm hạng của các tập hợp con sau:

1/ $S_1 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ qua gốc $O\}$.

2/ $S_2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ KHÔNG qua gốc $O\}$.

3/ $S_3 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt qua gốc $O\}$.

4/ $S_4 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt và cả hai đường không qua gốc $O\}$.

# Hạng của họ véctơ

Trong không gian $\mathbb{R}^3$, tìm hạng của các tập hợp con sau:
1/ $S_1 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ qua gốc $O$ $\}$.

2/ $S_2 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ mặt phẳng $(P)$ KHÔNG qua gốc $O$ $\}$.

3/ $S_3 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt qua gốc $O$ $\}$.

4/ $S_4 = \{\overrightarrow{OM} | M \in$ một trong hai đường thẳng phân biệt và cả hai đường không qua gốc $O$ $\}$.