GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Định nghĩa:

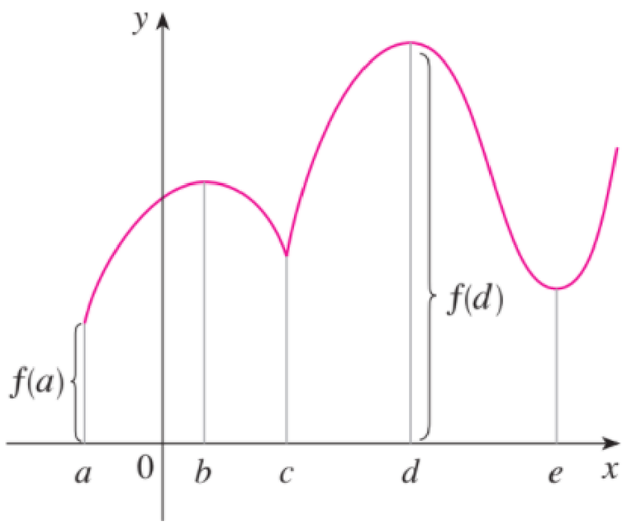
- Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất (GTLN) trong tập D nếu

$$\exists x_0 \in D : f(x_0) \geq f(x), \forall x \in D$$

Ta kí hiệu là $f_{\max} = f(x_0)$ và gọi đây là GTLN của hàm $f(x)$ trên tập D

- Tương tự: hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất (GTNN) trong tập D nếu

$$\exists x_0 \in D : f(x_0) \leq f(x), \forall x \in D. f_{\min} = f(x_0)$$



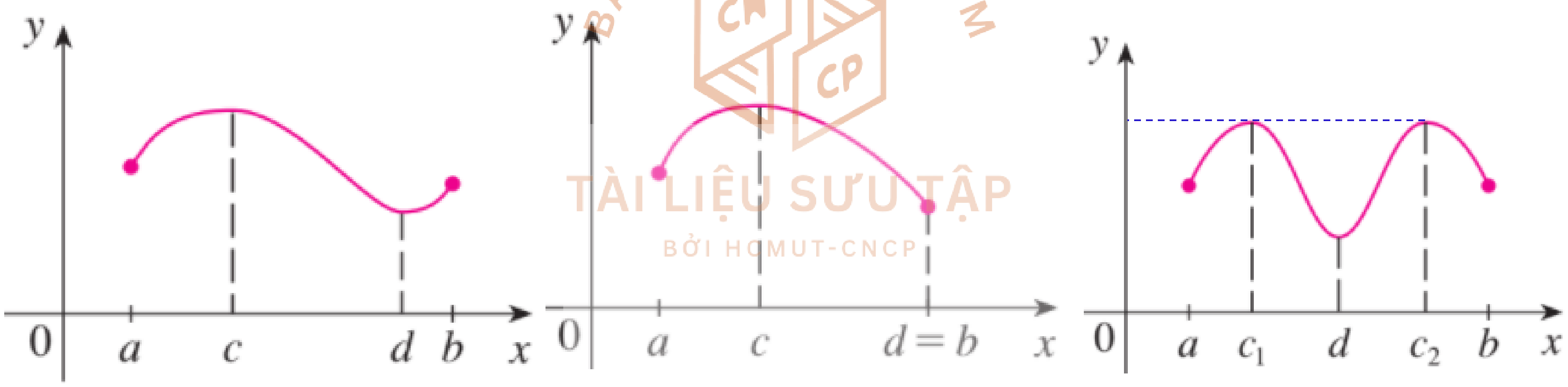
$$f_{\max} = f(d), f_{\min} = f(a) \quad \text{trên tập} \quad D = [a, e]$$

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Định lý:

Nếu hàm số y = f(x) liên tục trên [a, b] thì hàm đạt GTLN và GTNN trên [a, b] tức là

$$\exists c,d\in[a,b]: f(d)\le f(x)\le f(c), \forall x\in[a,b]$$



Nhận xét: hàm số $y = f(x)$ có thể đạt GTLN, GTNN tại nhiều hơn 1 điểm trong [a,b]

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

1. Trường hợp 1 (Tổng quát): Tìm GTLN-GTNN của f trên tập con tùy ý của miền xác định.

   $\Rightarrow$ Khảo sát hàm số

2. Trường hợp 2: Tìm GTLN-GTNN của hàm f liên tục trên [a, b].

   Bước 1: Tìm các điểm tới hạn x_i, i=1, 2, .. của hàm f trong (a, b)

   (x_i là điểm tới hạn: $f'(x_i) = 0$ hoặc $f'(x_i)$ không tồn tại)

   Bước 2: So sánh giá trị của hàm f tại các điểm tới hạn x_i ; tại a, b để có f_{min}, f_{max}.

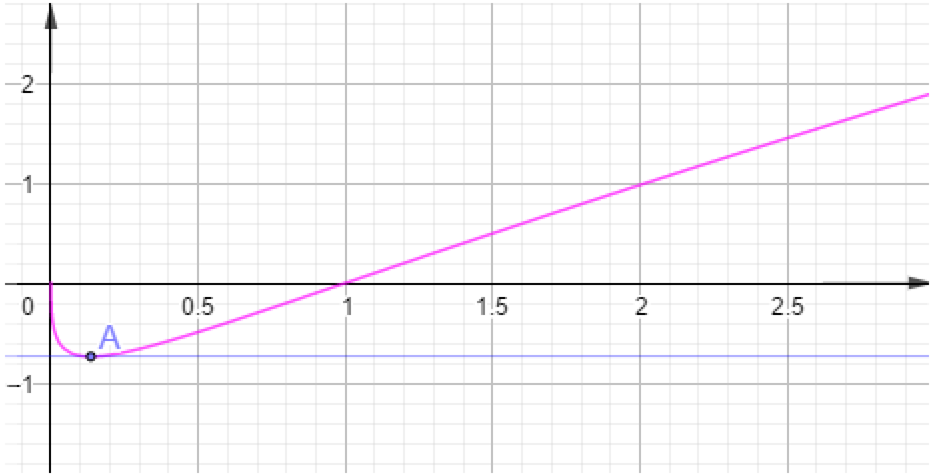
GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Ví dụ: Tìm GTLN-GTNN của hàm số $y = f(x) = \sqrt{x}\ln x$

$$D = (0, +\infty)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(\ln x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = e^{-2}$$

x	0		$1/e^2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$\frac{-2}{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

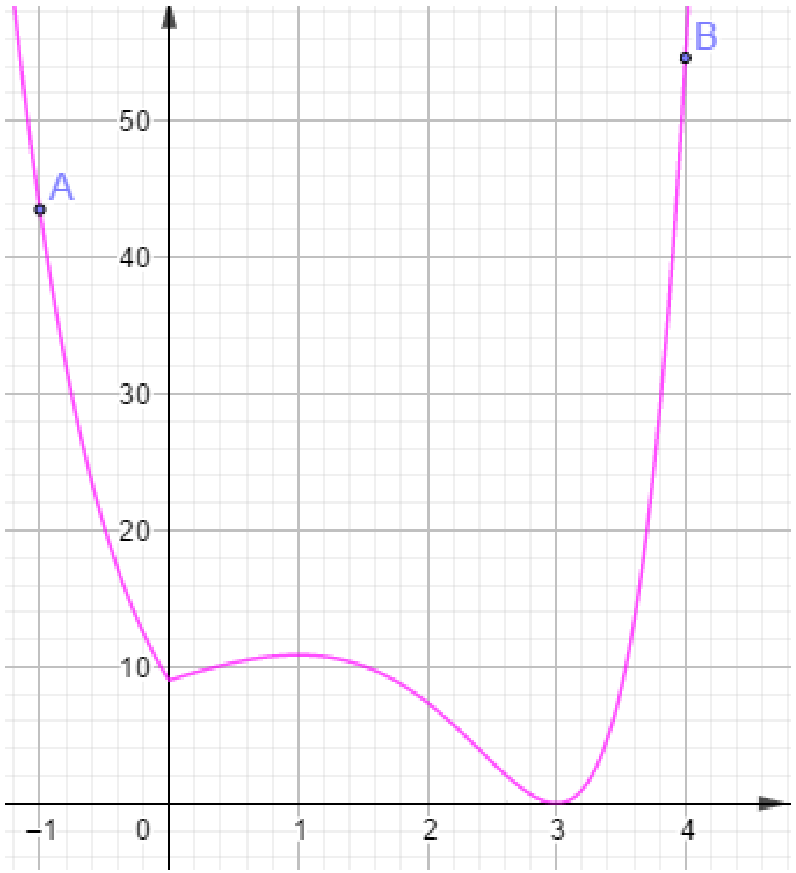


Hàm số không có GTLN. GTNN là $f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \frac{-2}{e}$

Ví dụ: Tìm GTLN-GTNN của hàm $y = f(x) = (x-3)^2 e^{|x|}$ trên [-1, 4]

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)^2 e^{-x}, x < 0 \\ (x-3)^2 e^{x}, 0 \le x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} (x-3)(5-x)e^{-x}, x < 0 \\ (x-3)(x-1)e^{x}, 0 < x \\ \nexists, x = 0 \end{cases}$$



Điểm tới hạn ***thuộc đoạn [-1,4]:*** $x = 0, x = 1, x = 3$

$$f(-1) = 16e,\ f(0) = 9,\ f(1) = 4e,\ f(3) = 0,\ f(4) = e^4$$

$$\Rightarrow f_{\max} = f(4) = e^4,\ f_{\min} = f(3) = 0$$