

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA  
ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP HỒ CHÍ MINH**



**BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN  
PHƯƠNG PHÁP TÍNH**

**TÀI LIỆU SƯU TẬP**  
BỞI HCMUT-CNCP

Họ và tên: Lê Minh Thiên

MSSV: 2014565

Nhóm: 11

Lớp: L09    Tổ:

Mã số M (các câu 1,2,3,4): 2.6022

**Câu 1:** Để dự trữ  $V = 5.4M$  (đơn vị:  $m^3$ ) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước  $V$  chứa trong bể nước cho bởi công thức  $V = \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$ , trong đó  $V$ : thể tích nước (đơn vị:  $m^3$ ),  $h$ : chiều cao (đơn vị:  $m$ ),  $M$ : bán kính bể nước (đơn vị:  $m$ ). Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu  $h_0 = 2$  (đơn vị:  $m$ ). Tìm sai số của  $h_2$  (sau 2 lần lặp) theo sai số tổng quát khi xét trong khoảng cách ly nghiệm  $[0.5; 2.0]$  (đơn vị:  $m$ ). (Đáp số với 4 số lẻ)

**Giải:**

Lượng nước  $V$ :  $V = \frac{3.14h^2(7.8066-h)}{3}$ ; lượng nước dự trữ ban đầu là  $V = 14.05188 m^3$

Theo đề ta có:  $f(h) = \frac{3.14h^2(7.8066-h)}{3} - 14.05188$

Công thức Newton:  $h_n = h_{n-1} - \frac{f(h_{n-1})}{f'(h_{n-1})}$ ;

Đạo hàm cấp 1 của  $V$ :  $V' = 16.341816h - 3.14h^2$

Sai số tổng quát theo  $V$ :

Xét:  $\min|V'(h)| = \min|16.341816h - 3.14h^2| = 7.385908; \forall h \in [0.5; 2.0]$

Vậy công thức sai số tổng quát:  $|\bar{h} - h_n| \leq \frac{\left| \frac{3.14h^2(7.8066-h)}{3} - 14.05188 \right|}{7.385908}$

Ta có bảng kết quả sau:

N	$h_n$	$\Delta h_n$
1	1.4902	0.0854
2	1.4540	0.0007

Vậy sai số ở lần lặp thứ 2 là  $\Delta h_n = 0.0007$

**Câu 2:** Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss – Seidel của hệ 2 phương trình 2 ẩn là:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = ax_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = cx_1^{(k+1)} + d \end{cases}. \text{Biết } x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}; x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}; x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$$

Tính các giá trị  $a, b, c, d$  (Đáp án với 4 số lẻ)

**Giải:**

Với  $M = 2.6022$  ta có:

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 2.6022 \\ 0.5 \end{bmatrix}; x^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.52044 \\ 0.75 \end{bmatrix}; x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ 0.26022 \end{bmatrix}$$

Ta có:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = ax_2^{(0)} + b \\ x_2^{(1)} = cx_1^{(1)} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.52044 = 0.5a + b \\ 0.75 = 0.52044c + d \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = ax_2^{(1)} + b \\ x_2^{(2)} = cx_1^{(2)} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.125 = 0.75a + b \\ 0.26022 = 0.125c + d \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta suy ra hệ số:

$$\begin{cases} a = -1.5818 \\ b = 1.3113 \\ c = 1.2386 \\ d = 0.1054 \end{cases}$$

**Câu 3:** Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một cửa hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau

Với  $M = 2.6022$

x (giá)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y (sản phẩm)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	1040.88

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu  $y=a+bx$  là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc (sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng đơn vị, giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị trăm đồng)

**Giải:**

Ta có :  $n = 7$

$$\sum_{k=1}^n x_k = 42500,$$

$$\sum_{k=1}^n y_k = 21680.88,$$

$$\sum_{k=1}^n x_k^2 = 266970000,$$

$$\sum_{k=1}^n x_k \cdot y_k = 125337040$$

Hệ phương trình để xác định A, B có dạng:

$$\begin{cases} 7A + 42500B = 21680.88 \\ 42500A + 266970000B = 125337040 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 7376.404439 \\ B = -0.7047988487 \end{cases}$$

$$\rightarrow y = 7376.404439 - 0.7047988487x$$

Số lượng sản phẩm bánh ngọt bán ra với giá 5800 đồng là **3289** sản phẩm, giá để bán được 3000 cái là **6200** đồng.

**Câu 4:** Tọa độ hai hàm  $f(x)$  và  $g(x)$  trên mặt phẳng cho bởi bảng sau:

Tham số  $M = 2.6022$

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	2.34198	1.0	1.15	1.05	1.2	1.3011
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng  $x=1$ ,  $x=2.2$  (Đáp số với 2 số lẻ)

**Giải:**

Công thức simpson:

$$\int_a^b y(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_{\text{đầu}} + y_{\text{cuối}} + 4 \sum y_{\text{lẻ}} + 2 \sum y_{\text{chẵn}})$$

$$\text{Đặt } I_1 = \int_1^{2.2} f(x)dx$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{h}{3}(f_0 + f_6 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4)) \\ &= \frac{0.2}{3}(0.8 + 1.3011 + 4(2.34198 + 1.15 + 1.05) + 2(1 + 1.05)) \\ &= 1.664601333 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } I_2 = \int_1^{2.2} g(x)dx$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{h}{3}(g_0 + g_6 + 4(g_1 + g_3 + g_5) + 2(g_2 + g_4)) \\ &= \frac{0.2}{3}(2.7 + 3.2 + 4(3.9 + 5.1 + 3.5) + 2(4.2 + 4.7)) \\ &= \frac{737}{150} \end{aligned}$$

Diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị này và 2 đường thẳng  $x = 1, x = 2.2$  là:  $S =$

$$\int_1^{2.2} |g(x) - f(x)| dx$$

$$\Rightarrow S = \int_1^{2.2} g(x) - f(x) dx$$

$$\Rightarrow S = \int_1^{2.2} g(x) dx - \int_1^{2.2} f(x) dx$$

$$\Rightarrow S = \frac{737}{150} - 1.664601333 = 3.248732$$

Vậy diện tích giới hạn bởi hai đồ thị  $f(x)$  và  $g(x)$  và 2 đường thẳng  $x=1, x=2.2$  là  $S =$

3.25

**Câu 5:** Cho  $A$  là ma trận kích thước  $2 \times 2$ .  $X$  là ma trận  $2 \times 1$ . Chứng minh rằng:

$$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$$

Tìm  $X$  sao cho xảy ra dấu =

$$\|A\|_1 = \max_j \left( \sum_{i=1}^n |a_{i,j}| \right)$$

**Giải:**

Gọi  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  và  $X = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{pmatrix} \forall a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, x_{11}, x_{21} \geq 0$

$$\Rightarrow AX = \begin{pmatrix} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \|AX\|_1 = a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21}$$

Giả sử  $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$

$$\Rightarrow \|A\|_1 = a_{11} + a_{21}$$

Từ ma trận  $X$ :

$$\Rightarrow \|X\|_1 = x_{11} + x_{21}$$

Ta có:  $\|AX\|_1 - \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$

$$= (a_{11}x_{11} + a_{21}x_{11}) - (a_{11} + a_{21})(x_{11} + x_{21})$$

$$= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{11} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{11} - a_{21}x_{21}$$

$$= a_{12}x_{21} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{21}$$

$$= x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) \leq 0 \text{ (do } a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22})$$

$$\text{Hay } \|AX\|_1 - \|A\|_1 \cdot \|X\|_1 \leq 0$$

$$\Rightarrow \|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$$

Xét trường hợp  $a_{11}+a_{21} < a_{12}+a_{22}$  thì cũng có thể chứng minh được:

$$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1 \cdot \|X\|_1$$

Dấu “=” xảy ra khi:

$$x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) = 0$$

$$\text{Hay } x_{21} = 0$$

Vậy với bất kì ma trận  $X$  có dạng  $X = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$

