

Câu 8

Cho bảng số:

$x$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.7	Sử
$y$	2	2.5	5	4.5	5.5	•

dùng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm  $f(x) = A\sqrt{x^2 + 1} + B \cos x$  xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

$$A = 2.6702, B = -5.0235$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 1}, h(x) = \cos x$$

$$A = A + g^2(X) : B = B + g(X)h(X) : C =$$

$$C + Yg(X) : D = D + h^2(X) : M = M + Yh(X)$$

$A, B, C, D, M$  ban đầu  $= 0$

$A, B, C, D, M$  tiếp theo  $\rightarrow =$

$X, Y$  theo bảng

Giải hệ

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT, CNCP

$$\left( \begin{array}{cc|c} A & B & C \\ B & D & M \end{array} \right)$$

Câu 4

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 9 \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -15 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases} \quad \text{Sử dụng}$$

phân tích  $A = LU$  theo Doolittle, xấp xỉ  $l_{42}$ ,  $u_{33}$

$$l_{42} = 2, u_{33} = 3$$

$$\bullet A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$l_{42} = \frac{a_{42} - \frac{a_{41}}{a_{11}} a_{12}}{a_{22} - \frac{a_{21}}{a_{11}} a_{12}}$$

$$u_{33} = \frac{D_3(A)}{D_2(A)}$$

Câu 1

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 34x_1 + 2.73x_2 - 1.85x_3 = 12.89 \\ 1.34x_1 + 29x_2 - 3.24x_3 = 15.73 \\ 1.18x_1 - 4.87x_2 + 32.6x_3 = 18.42 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Jacobi, với

$x^{(0)} = (0.1, 0.3, 0.4)^T$ , tìm vectơ lặp  $x^{(3)}$ .

$$x_1^{(3)} = 0.3663, x_2^{(3)} = 0.5969, x_3^{(3)} = 0.6404$$

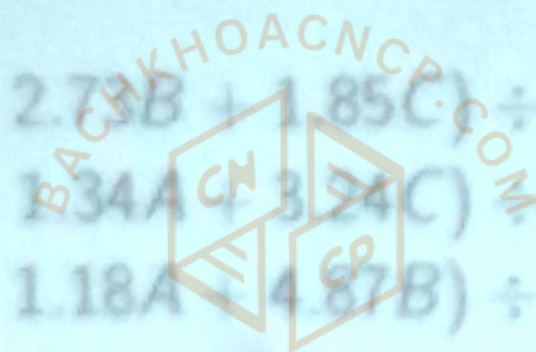
$$X = (12.89 - 2.73B + 1.85C) \div 34 :$$

$$Y = (15.73 - 1.34A + 3.24C) \div 29 :$$

$$C = (18.42 - 1.18A + 4.87B) \div 32.6 :$$

$$A = X : B = Y$$

$$B? - > 0.3, C? - > 0.4, A? - > 0.1$$



TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT/CNCP

Câu 10

Cho bài toán biên tuyến tính cấp 2:

$$\begin{cases} (x+2)y'' + x^3y' - 30y = -x(x+1), x \in [0; 1] \\ y(0) = 1, y(1) = 1.2 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm  $y(x)$  trên đoạn  $[0; 1]$  với bước  $h = 0.25$ .

$$y(0.25) = 0.5022, y(0.5) = 0.4147, y(0.75) = 0.6188$$



• Giải hệ

$$\begin{pmatrix} r_1 - \frac{2p_1}{h^2} & \frac{p_1}{h^2} + \frac{q_1}{2h} & 0 & f_1 - \alpha\left(\frac{p_1}{h^2} - \frac{q_1}{2h}\right) \\ \frac{p_2}{h^2} - \frac{q_2}{2h} & r_2 - \frac{2p_2}{h^2} & \frac{p_2}{h^2} + \frac{q_2}{2h} & f_2 \\ 0 & \frac{p_3}{h^2} - \frac{q_3}{2h} & r_3 - \frac{2p_3}{h^2} & f_3 - \beta\left(\frac{p_3}{h^2} + \frac{q_3}{2h}\right) \end{pmatrix}$$

•  $A = p(X) \div h^2 : B = q(X) \div 2 \div h : C = A - B :$   
 $r(X) - 2A : D = A - B : f(X) - MC - YD$

•  $X? \rightarrow x_1, M? \rightarrow \alpha, Y? \rightarrow 0 \quad (4; 5; 6)$

•  $X? \rightarrow x_2, M? \rightarrow 0, Y? \rightarrow 0 \quad (3; 4; 5; 6)$

•  $X? \rightarrow x_3, M? \rightarrow 0, Y? \rightarrow \beta \quad (3; 4; 6)$



Câu 8

Cho bài toán Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2x + x \sin(x + 2y), & x \geq 1 \\ y(1) = 2.4 \end{cases} \quad \text{Sử dụng}$$

phương pháp Runge-Kutta bậc 4 xấp xỉ  $y(1.2)$  với bước  $h = 0.2$ .

$$y(1.2) = 2.8449$$

- $f(X, Y) = 2X + X \sin(X + 2Y),$

$$x_0 = 1, y_0 = 2.4$$

- $hf(X, Y)$

- $$\begin{cases} X = x_0, Y = y_0 & \text{STO A} \\ X = x_0 + h \div 2, Y = y_0 + A_1 \div 2 & \text{STO B} \\ X = x_0 + h \div 2, Y = y_0 + B \div 2 & \text{STO C} \\ X = x_0 + h, Y = y_0 + C & \text{STO D} \end{cases}$$

- $y_1 = y_0 + (A + 2B + 2C + D) \div 6$

Câu 5

Cho bảng số:

$x$	1.1	1.7	2.4	3.3
$y$	1.3	3.9	4.5	$\alpha$

Sử dụng đa thức nội suy Newton, tìm giá trị của  $\alpha$  để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ của đạo hàm tại  $x = 1.5$  là  $y'(1.5) \approx 2.8$ .

$$\alpha = 13.5876$$

Câu 7

Cho bảng số:

$x$		1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
$f(x)$		2	3.3	2.4	4.3	5.1	6.2	7.4

Sử dụng

công thức Simpson mở rộng tính tích phân

$$I = \int_{1.0}^{2.2} [xf^2(x) + 2.2x^3] dx$$

$$I = 59.8250$$

Câu 5

Cho bảng số:

$x$	1.1	1.7	2.4	3.3
$y$	1.3	3.9	4.5	$\alpha$

Sử dụng đa thức nội suy Newton, tìm giá trị của  $\alpha$  để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ của đạo hàm tại  $x = 1.5$  là  $y'(1.5) \approx 2.8$ .

$$\alpha = 13.5876$$

- $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$

- $y'(x^*) \approx P'(x^*) = a_1 + 2a_2x^* + 3a_3x^{*2} = y^*$

- $a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 = y_i, i = 0, 1, 2, 3$

- Giải hệ

$$\begin{pmatrix} x_1 - x_0 & x_1^2 - x_0^2 & x_1^3 - x_0^3 & | & y_1 - y_0 \\ x_2 - x_0 & x_2^2 - x_0^2 & x_2^3 - x_0^3 & | & y_2 - y_0 \\ 1 & 2x^* & 3x^{*2} & | & y^* \end{pmatrix}$$

- $a_1, a_2, a_3$  là 3 nghiệm của hệ phương trình

- Từ  $a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + a_3x_0^3 = y_0 \Rightarrow a_0$

- $\alpha = a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3$



$$\begin{pmatrix} 2h_0 & h_0 & 0 \\ h_0 & 2(h_0 + h_1) & h_1 \\ 0 & h_1 & 2h_1 \end{pmatrix} \begin{cases} h_i = x_{i+1} - x_i, AC=B \\ B_i = 3(\square - \square) \cdot \square = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} \end{cases}$$

$$a_i = y_i, b_i = \square - \frac{h_i}{3}(c_{i+1} + 2c_i), d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3h_i}$$

$x_i$	$h_i$	$y_i$	$\square$	$B_i$	$c_i$	$b_i$	$d_i$
1.1	0.5	2.2	$\alpha = 0.2$	18	$\frac{471}{20}$	$0.2 = \alpha$	$-\frac{231}{10}$

1.6	0.5	5.3	$\frac{3.1}{0.5}$	$-\frac{54}{5}$	$-\frac{111}{10}$	$\frac{257}{40}$	$\frac{69}{10}$
-----	-----	-----	-------------------	-----------------	-------------------	------------------	-----------------

2.1	6.6	$\beta = 0.5$	$-\frac{63}{10}$	$-\frac{3}{4}$
-----	-----	---------------	------------------	----------------

$$g(1.9) = 5.3 + \frac{257}{40}0.3 - \frac{111}{10}0.3^2 + \frac{69}{10}0.3^3$$

TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HCM

TP. HCM - 2012

1/1



- $f(x) = e^x + 2x^2 + \cos x - 10, a = 1, b = 2$
- $m = \min |f'(x)|$  STO A
- $f(a)f''(a) > 0$  chọn  $x_0 = a, f(a)f''(a) < 0$   
chọn  $x_0 = b$
- $X = X - \frac{f(X)}{f'(X)}$  TẬP

- $f(x) = e^x + 2x^2 + \cos x - 10, a = 1, b = 2$

- $m = \min |f'(x)|$  STO A

- $f(a)f''(a) > 0$  chọn  $x_0 = a, f(a)f''(a) < 0$   
chọn  $x_0 = b$

- $X = X - \frac{f(X)}{f'(X)} \cdot \frac{|f(X)|}{A}$

TÀI LIỆU SƯU TẬP  
BỞI HCMUT-CNCP

Câu 10

Cho bài toán biên tuyến tính cấp 2:  $\eta$

$$\begin{cases} (x+2)y'' + x^3y' - 30y = -x(x+1), x \in [0; 1] \\ y(0) = 1, y(1) = 1.2 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm  $y(x)$  trên đoạn  $[0; 1]$  với bước  $h = 0.25$ .

$$y(0.25) = 0.5022, y(0.5) = 0.4147, y(0.75) = 0.6188$$

Câu 8

Cho bảng số:

$x$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.7	Sử
$y$	2	2.5	5	4.5	5.5	

dùng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm  $f(x) = A\sqrt{x^2 + 1} + B \cos x$  xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

$$A = 2.6702, B = -5.0235$$

Câu 4

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 9 \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -15 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases} \quad \text{Sử dụng}$$

phân tích  $A = LU$  theo Doolittle, xấp xỉ  $l_{42}, u_{33}$

$$l_{42} = 2, u_{33} = 3$$

Câu 8

Cho bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x + x \sin(x + 2y) \\ y(1) = 2.4 \end{cases} \quad x \geq 1 \quad \text{Sử dụng}$$

phương pháp Runge-Kutta bậc 4 xấp xỉ  $y(1.2)$  với bước  $h = 0.2$

$$y(1.2) = 2.8449$$



$$C = Y + hA \quad D = A + hB \quad \therefore C = D$$

$$B = B + h \left( XB + 4.2A + 2X^2Y + 2.6 \right) \rightarrow \text{thay}$$

$$X = X + h \quad Y = C \quad A = D$$

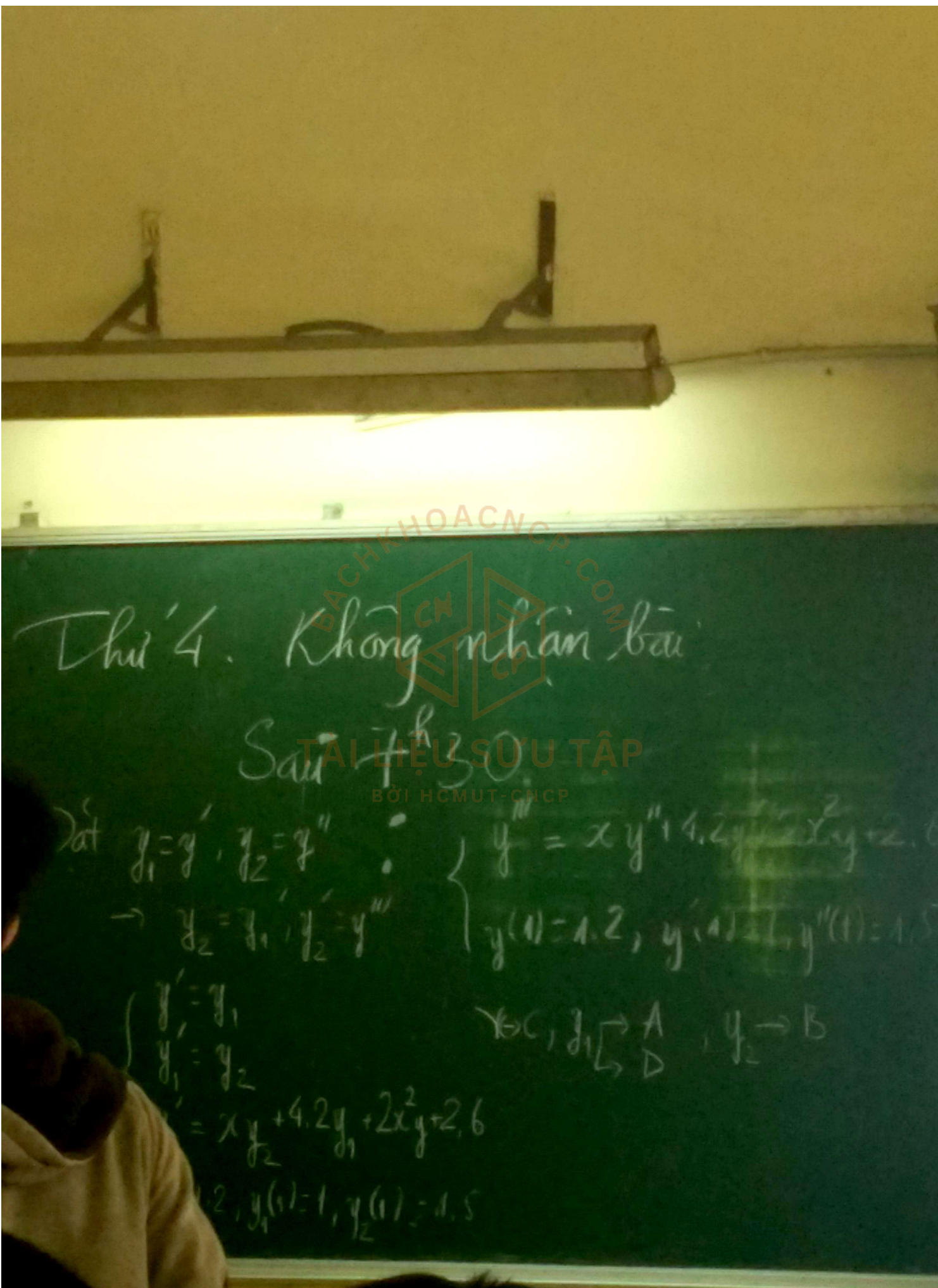
$$Y? \rightarrow y(x_0) (= 1.2)$$

$$A? \rightarrow y_1(x_0) (= 1)$$

$$B? \rightarrow y_2(x_0) (= 1.5)$$

$$X? \rightarrow x_0 (= 1)$$





Thử 4. Không nhân bầu

Sau 7h30  
TÀI LIỆU SƯU TẬP  
BỞI HCMUT-CNCP

$$\text{Đặt } y_1 = y', y_2 = y'' : \begin{cases} y''' = xy'' + 4.2y' + 2x^2y + 2.6 \\ y(1) = 1.2, y'(1) = 1, y''(1) = 1.5 \end{cases}$$
$$\rightarrow y_2 = y_1, y_2' = y'''$$

$$\begin{cases} y_1' = y_1 \\ y_1' = y_2 \end{cases}$$

$$y_2' = xy_2 + 4.2y_1 + 2x^2y + 2.6$$

$$1.2, y_1(1) = 1, y_2(1) = 1.5$$

$$y \in C, y_1 \mapsto A, y_2 \mapsto B$$

B	1	4	2	4	2	4	1
x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
f(x)	2	3.3	2.4	5.1	6.2	7.4	

$$h = x_1 - x_0 = 1.2 - 1 = 0.2$$

$$A = A_{\text{theo}} + \frac{h}{B} f(x, y)$$

$$A_{\text{theo}} \rightarrow \text{Ký hiệu phân} (= 59.8250)$$

$$A_{\text{theo}} \rightarrow "="$$

X, Y (= f(x)), B theo bảng

trên cột f(x) = d

$$f(x, y) = xy^2 + 2.2x^3$$

$$L = \frac{\left( \frac{3A_{\text{theo}}}{hB} - 2.2x^3 \right)}{x}$$

$$\text{tại đó } x = 1.6, B = 4$$