TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

BACHKHOACNCP.COM

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Giáo viên hướng dẫn: Võ Trần An

Lớp: L05 **Nhóm:** 30

Sinh viên thực hiện: Lê Thành Việt

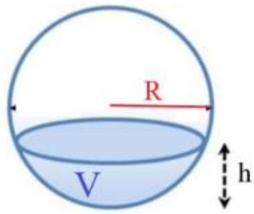
MSSV: 2115271 **M**= 3.2966

BACHKHOACNCP.COM

<u>Câu 1</u>: Để dự trữ V=5.4M (đơn vị: m^3) nước cho một căn nhà, người ta dùng 1 bể nước hình cầu. Lượng nước V chứa trong bể nước cho bởi công thức:

$V = \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$, trong đó V:thể tích nước (đơn vị: m3), h:chiều cao (đơn vị :m), M: bán kính bể nước (đơn vị :m).

Dùng phương pháp Newton với giả thiết giá trị mực nước xuất phát ban đầu h0=2(đơn vị :m). Tìm sai số của h2 (sau 2 lần lặp) theo sai số tổng quát khi xét trong khoảng cách ly nghiệm vị [0.5;2.0] (đơn vị: m). (Đáp số với 4 số lẻ)



<u>Giải</u>

Ta có: $V = \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$

- $f(h) = V - \frac{3.14h^2(3M-h)}{3} = 5.4M - \frac{3.14h^2(3M-h)}{3}$

Theo phương pháp Newton

Ta có: $h_{n+1} = h_n - \frac{f(h_n)}{f'(h_n)}$

- $f(h_n) = 5.4 \times 3.2966 - \frac{3.14{h_n}^2(3\times 3.2966 - h_n)}{3} = 17.80164 - \frac{(31.053972{h_n}^2 - 3.14{h_n}^3)}{3}$
- $f'(h_n) = -20{,}702648h_n + 3{,}14{h_n}^2$
- $h_{n+1} = h_n - \frac{17.80164 - \frac{(31.053972{h_n}^2 - 3.14{h_n}^3)}{3}}{-20{,}702648h_n + 3{,}14{h_n}^2}$

Tại $h_0 = 2$

- $h_1 = h_0 - \frac{17.80164 - \frac{\left(31.053972{h_0}^2 - 3.14{h_0}^3\right)}{3}}{-20{,}702648h_0 + 3{,}14{h_0}^2} = 1.471999779\ (m) \rightarrow STO\ A$
- $h_2 = A - \frac{17.80164 - \frac{(31.053972\times A^2 - 3.14\times A^3)}{3}}{-20{,}702648\times A + 3{,}14\times A^2} = 1.417540294\ (m) \rightarrow STO\ B$
- $f''(h_n) = -20{,}702648 + 6{,}28h_n = 0 \Rightarrow h_n = 3.2966\ (m) \notin [0.5; 2.0]$
- $\min\{|f'(h)|\} = min|f'(0.5)|; |f'(2.0)| = 8{,}142648$

Vậy sai số của h_2 theo công thức sai số tổng quát là:

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

$$\Delta h_2 \le \frac{|f(h_2)|}{\underset{[0.5;\,2.0]}{\min}\{|f'(h)|\}} = \frac{0{,}01716104483}{8{,}142648} = 0{,}0021$$

<u>Câu 2</u>: Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss-Seidel của hệ 2 phương trình, 2 ẩn là:

$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = a x_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = c x_1^{(k+1)} + d \end{cases}$. Biết $x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}, x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}, x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$

Tìm các giá trị a,b,c,d . (Đáp số với 4 số lẻ)

<u>Giải</u>

Ta có: $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 3.2966 \\ 0.5 \end{pmatrix}, x^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{3.2966}{5} \\ 0.75 \end{pmatrix}, x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.125 \\ \frac{3.2966}{10} \end{pmatrix}$

⇨ Tại k = 0 => $\begin{cases} x_1^{(1)} = a x_2^{(0)} + b \\ x_2^{(1)} = c x_1^{(1)} + d \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{M}{5} = a.0{,}5 + b \\ 0.75 = c.\frac{M}{5} + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3.2966}{5} = a.0{,}5 + b \\ 0.75 = c.\frac{3.2966}{5} + d \end{cases}$ (1)

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

⇨ Tại k = 1 => $\begin{cases} x_1^{(2)} = a x_2^{(1)} + b \\ x_2^{(2)} = c x_1^{(2)} + d \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.125 = a.0{,}75 + b \\ \frac{M}{10} = c.0{,}125 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.125 = a.0{,}75 + b \\ \frac{3.2966}{10} = c.0{,}125 + d \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) => $\begin{cases} a = -2{,}1373 \\ b = 1{,}7280 \\ c = 0{,}7867 \\ d = 0{,}2313 \end{cases}$

3) Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một của hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau

x: Giá (đơn vị : đồng)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y: Sản phẩm (đơn vị : chiếc)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	400M

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu *y=a+bx* là hàm tuyến tính . Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc

(sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng đơn vị , giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị trăm đồng)

Giải

M=3,2966, n=7

Ta có:

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = \sum_{k=1}^{7} x_k = 42500$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_k = \sum_{k=1}^{7} y_k = 21958,64$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k^2 = \sum_{k=1}^{7} x_k^2 = 266970000$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k y_k = \sum_{k=1}^{7} x_k y_k = 127559120$$

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Theo công thức bình phương tối tiểu dạng y=A+Bx

$$\begin{cases} nA + (\sum_{K=1}^{n} x_k).B = \sum_{K=1}^{n} y_k \\ (\sum_{K=1}^{n} x_k).A + (\sum_{K=1}^{n} x_k^2).B = \sum_{K=1}^{n} x_k y_k \end{cases}$$

⇔

$$\begin{cases} 7.A + 42500.B = 21958,64 \\ 42500.A + 266970000.B = 127559120 \end{cases}$$

⇨ $\begin{cases} A = 7052,0550 \\ B = -0,6448 \end{cases}$ Vậy y=7052,0550 -0,6448x

- y(5800) ≈ 3312 chiếc
- 3000=7052,0550 -0,6448x => x ≈ 6300 đồng

4) Tọa độ hai hàm f(x) và g(x) trên mặt phẳng cho bởi bảng sau :

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	0.9M	1.0	1.15	1.05	1.2	0.5M
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng x=1 , x=2.2 (Đáp số với 2 số lẻ)

Giải

M=3,2966

x	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2
y=f(x)	0.8	2,96694	1,0	1,15	1,05	1,2	1,6483
t=g(x)	2,7	3,9	4,2	5,1	4,7	3,5	3,2

Đường cong f(x) nằm dưới g(x)

Ta có công thức tính diện tích:

$$S = S_1 - S_2 = \int_a^b g(x)dx - \int_a^b f(x)\,dx$$

Theo công thức Simpson với h=0,2 ; n=3

Ta có:

$$\boldsymbol{s_2} = \int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}\sum_{k=0}^{n-1} y_{2k} + 4y_{2k+1} + y_{2k+2} = \frac{0{,}2}{3} \times (y_0 + 4y_1 + y_2 + y_2 + 4y_3 + y_4 + y_4 + 4y_5 + y_6)$$

$$= \frac{0{,}2}{3} \times (y_0 + 2(y_2 + y_4) + 4(y_1 + y_3 + y_5) + y_6)$$

$$= \frac{0{,}2}{3} \times (0{,}8 + 2(1 + 1{,}05) + 4(2{,}96694 + 1{,}15 + 1{,}2) + 1{,}6483) = 1{,}854404$$

$$\boldsymbol{s_1} = \int_a^b g(x)dx = \frac{h}{3}\sum_{k=0}^{n-1} t_{2k} + 4t_{2k+1} + t_{2k+2} = \frac{0{,}2}{3} \times (t_0 + 2(t_2 + t_4) + 4(t_1 + t_3 + t_5) + t_6)$$

$$= \frac{0{,}2}{3} \times (2{,}7 + 2(4{,}2 + 4{,}7) + 4(3{,}9 + 5{,}1 + 3{,}5) + 3{,}2) = 4{,}91(3)$$

⇨ $S = S_1 - S_2 = 4{,}91(3) - 1{,}854404 \approx 3{,}10$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Bài tập 5 : Chủ đề N10

Cho A là ma trận kích thước 2x2. X là ma trận 2x1. Chứng minh rằng

$$\|AX\|_\infty \le \|A\|_\infty . \|X\|_\infty$$

Tìm X sao cho xảy ra dấu =

$$\|A\|_\infty = \operatorname*{Max}_i \left(\sum_{j=1}^{n} |a_{i,j}| \right)$$

Giải

Gọi $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ và $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$,

- **Trường hợp 1** : $\forall 0 \le a_{21}, a_{22} < a_{12}, a_{11}$
  1) $x_1 \ge x_2 \ge 0 \Rightarrow \left||X|\right|_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = x_1$
  2) $x_2 \ge x_1 \ge 0 \Rightarrow \left||X|\right|_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = x_2$
  3) $x_2 \le x_1 < 0 \Rightarrow \left||X|\right|_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = |x_2|$
  4) $x_1 \le x_2 < 0 \Rightarrow \left||X|\right|_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = |x_1|$

Ta có : $AX = \begin{pmatrix} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 \end{pmatrix}$

⇨ $\left||AX|\right|_\infty = \max\{|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|; |a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2|\} = |a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|$

⇨ $\left||A|\right|_\infty = \max\{|a_{11}| + |a_{12}|; |a_{21}| + |a_{22}|\} = |a_{11}| + |a_{12}| = a_{11} + a_{12}$

Chứng minh : $\left||AX|\right|_\infty \le \left||A|\right|_\infty . \left||X|\right|_\infty$

Với $x_1 \ge x_2 \ge 0$

⇔ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \le (a_{11} + a_{12}).x_1$ ⇔ $a_{12}.x_2 \le a_{12}.x_1$ Mà $x_1 \ge x_2 \ge 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \ge x_1 \ge 0$

⇔ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \le (a_{11} + a_{12}).x_2$ ⇔ $a_{11}.x_1 \le a_{11}.x_2$ Mà $x_2 \ge x_1 \ge 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_1 \le x_2 < 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le (a_{11} + a_{12}).|x_1|$ ⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le |a_{11}x_1 + a_{12}x_1|$

Mà $x_1 \le x_2 < 0$ => Mệnh đề đúng.

Với $x_2 \le x_1 < 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le (a_{11} + a_{12}).|x_2|$ ⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le |a_{11}x_2 + a_{12}x_2|$

Mà $x_2 \le x_1 < 0$ => Mệnh đề đúng.

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

- **Trường hợp 2** : $\forall a_{12}, a_{11} \leq a_{21}, a_{22} < 0$
  1) $x_1 \geq x_2 \geq 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = x_1$
  2) $x_2 \geq x_1 \geq 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = x_2$
  3) $x_2 \leq x_1 < 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = |x_2|$
  4) $x_1 \leq x_2 < 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = |x_1|$

Ta có : $AX = \begin{pmatrix} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 \end{pmatrix}$

- ⇨ $\|AX\|_\infty = \max\{|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|; |a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2|\} = |a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|$
- ⇨ $\|A\|_\infty = \max\{|a_{11}| + |a_{12}|; |a_{21}| + |a_{22}|\} = |a_{11}| + |a_{12}|$

Chứng minh : $\|AX\|_\infty \leq \|A\|_\infty.\|X\|_\infty$

Với $x_1 \geq x_2 \geq 0$

⬄ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{11}| + |a_{12}|).x_1$

⬄ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{11}x_1| + |a_{12}x_1|)$ Mà $x_1 \geq x_2 \geq 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \geq x_1 \geq 0$

⬄ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{11}| + |a_{12}|).x_2$

⬄ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{11}x_2| + |a_{12}x_2|)$ Mà $x_2 \geq x_1 \geq 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_1 \leq x_2 < 0$

⬄ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{11}| + |a_{12}|).|x_1|$ ⬄ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \leq |a_{11}x_1| + |a_{12}x_1|$

⬄ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \leq a_{11}x_1 + a_{12}x_1$ ⬄ $a_{12}.x_2 \leq a_{12}x_1$ Mà $x_1 \leq x_2 < 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \leq x_1 < 0$

⬄ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{11}| + |a_{12}|).|x_2|$ ⬄ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \leq |a_{11}x_2| + |a_{12}x_2|$

⬄ $a_{11}.x_1 \leq a_{11}x_2$ Mà $x_2 \leq x_1 < 0$

=> Mệnh đề đúng

- **Trường hợp 3** : $\forall \begin{cases} a_{11}, a_{12} > a_{22} \geq 0 \\ \max\{-a_{11}, -a_{12}\} < a_{21} < 0 \end{cases}$
  1) $x_1 \geq x_2 \geq 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = x_1$
  2) $x_2 \geq x_1 \geq 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = x_2$
  3) $x_2 \leq x_1 < 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = |x_2|$
  4) $x_1 \leq x_2 < 0 \Rightarrow \|X\|_\infty = \max\{|x_1|\,;|x_2|\} = |x_1|$

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP

Ta có : $AX = \begin{pmatrix} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 \end{pmatrix}$

⇨ $||AX||_\infty = \max\{|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|; |a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2|\} = |a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|$

⇨ $||A||_\infty = \max\{|a_{11}| + |a_{12}|; |a_{21}| + |a_{22}|\} = a_{11} + a_{12}$

Chứng minh : $||AX||_\infty \le ||A||_\infty . ||X||_\infty$

Với $x_1 \ge x_2 \ge 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le (|a_{11}| + |a_{12}|).x_1$

⇔ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \le a_{11}x_1 + a_{12}x_1$ Mà $x_1 \ge x_2 \ge 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \ge x_1 \ge 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le (|a_{11}| + |a_{12}|).x_2$

⇔ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \le a_{11}x_2 + a_{12}x_2$ Mà $x_2 \ge x_1 \ge 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_1 \le x_2 < 0$

⇔$| a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le (|a_{11}| + |a_{12}|).|x_1|$ ⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le |a_{11}x_1| + |a_{12}x_1|$

Mà $x_1 \le x_2 < 0$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \le x_1 < 0$

⇔$| a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le (|a_{11}| + |a_{12}|).|x_2|$ ⇔$|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \le |a_{11}x_2| + |a_{12}x_2|$

Mà $x_2 \le x_1 < 0$

=> Mệnh đề đúng

- **Trường hợp 4** : $\forall \begin{cases} a_{22} > a_{11} > a_{12} \ge 0 \\ -a_{22} < a_{21} < -a_{12} < 0 \end{cases}$
  1) $x_1 \ge x_2 \ge 0$ => $||X||_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = x_1$
  2) $x_2 \ge x_1 \ge 0$ => $||X||_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = x_2$
  3) $x_2 \le x_1 < 0$ => $||X||_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = |x_2|$
  4) $x_1 \le x_2 < 0$ => $||X||_\infty = \max\{|x_1| ; |x_2|\} = |x_1|$

Ta có : $AX = \begin{pmatrix} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 \end{pmatrix}$

⇨ $||AX||_\infty = \max\{|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|; |a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2|\} = |a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2|$

⇨ $||A||_\infty = \max\{|a_{11}| + |a_{12}|; |a_{21}| + |a_{22}|\} = |a_{21}| + |a_{22}|$

Chứng minh : $||AX||_\infty \le ||A||_\infty . ||X||_\infty$

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP

Với $x_1 \geq x_2 \geq 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{21}| + |a_{22}|).x_1$

⇔ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \leq |a_{21}|.x_1 + a_{22}x_1$

⇔ $|a_{21}|.x_1 + a_{22}x_1 - a_{11}.x_1 - a_{12}.x_2 \geq 0$

Mà $\begin{cases} x_1.(a_{22} - a_{11}) \geq 0 \\ a_{21} < -a_{12} < 0 \leq a_{12} => |a_{21}|.x_1 > a_{12}.x_2 \end{cases}$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \geq x_1 \geq 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{21}| + |a_{22}|).x_2$

⇔ $a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 \leq |a_{21}|.x_2 + a_{22}x_2$

⇔ $|a_{21}|.x_2 + a_{22}x_2 - a_{11}.x_1 - a_{12}.x_2 \geq 0$

Mà $\begin{cases} x_2.(a_{22} - a_{12}) \geq 0 \\ a_{21} < -a_{12} < 0 \leq a_{12} => |a_{21}|.x_2 > a_{11}.x_1 \end{cases}$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_1 \leq x_2 < 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{21}| + |a_{22}|).|x_1|$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq |a_{21}.x_1| + |a_{22}.x_1|$

Mà $\begin{cases} a_{22} > a_{11} \geq 0 \\ a_{21} < -a_{12} < 0 => |a_{21}|.x_1 > a_{12}.x_2 \end{cases}$

=> Mệnh đề đúng

Với $x_2 \leq x_1 < 0$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq (|a_{21}| + |a_{22}|).|x_2|$

⇔ $|a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2| \leq |a_{21}.x_2| + |a_{22}.x_2|$

Mà $\begin{cases} a_{22} > a_{11} \geq 0 \\ a_{21} < -a_{12} < 0 => |a_{21}|.x_2 > a_{12}.x_2 \end{cases}$

=> Mệnh đề đúng

- Chứng minh tương tự cho các trường hợp còn lại ta cũng thấy mệnh đề trên luôn đúng.

- Trong tất cả các trường hợp, để xuất hiện dấu bằng khi $x_2 = x_1 = 0$ Vậy $X = \binom{0}{0}$

BACHKHOACNCP.COM
TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP