BÀI TẬP THAM KHẢO cho Chương II:

Bài 1: Một phòng đọc chỉ có 2 mảng sách: sách về Văn học và sách về Khoa học Kỹ thuật. Mỗi người đọc vào phòng chỉ được mượn đọc tại chỗ một cuốn sách. Xác suất để một người đọc ngẫu nhiên chọn mượn sách về Khoa học kỹ thuật là 40%.

a) Gọi X là số người chọn mượn sách về Khoa học kỹ thuật trong 3 người vào mượn sách ở phòng đọc. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X. Tìm E(X); D(X); Mod(X); Med(X).

b) Gọi Y là số người mượn sách về khoa học kỹ thuật trong 64 người đọc. Y có phân phối gì? Tìm E(Y); D(Y) và Mod(Y).

Bài 2: Hộp I gồm 4 sản phẩm loại A và 6 sản phẩm loại B không phân biệt được nếu không kiểm tra. Hộp II có 4 sản phẩm loại A và 4 sản phẩm loại B. Lấy ngẫu nhiên 1 hộp rồi từ hộp đó lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm để bán.

a) Tìm quy luật phân phối xác suất của số sản phẩm loại A đem bán.

b) Tìm số tiền thu được trung bình khi bán 3 sản phẩm, biết mỗi sản phẩm loại A có giá 50.000 đồng và mỗi sản phẩm loại B có giá 35.000 đồng.

Bài 3: Một hộp có 3 bi xanh, 4 bi trắng và 5 bi đỏ cùng cỡ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt từng viên bi cho đến khi được 2 bi đỏ thì dừng.

a) Tìm xác suất có được 2 bi xanh và 3 bi trắng trong các bi đã lấy ra.

b) Cũng hỏi như câu a) với giả thiết thay đổi là có hoàn lại bi sau mỗi lần lấy.

Bài 4: Thống kê số khách trên một ô tô buýt tại một tuyến giao thông , người ta thu được kết quả sau:

Số khách trên một chuyến	20	25	30	35	40
Tần suất tương ứng	0,2	0,3	0,15	0,1	0,25

Giả sử chi phí cho mỗi chuyến xe là 400 ngàn đồng không phụ thuộc vào số khách đi trên xe thì để công ty xe buýt có thể thu được lãi bình quân mỗi chuyến xe 100 ngàn đồng thì phải quy định giá vé cho mỗi hành khách là bao nhiêu?

Bài 5: Thống kê về mức độ hỏng và và chi phí sửa chữa của 2 loại động cơ A và B có cùng chức năng như sau:

Mức độ hỏng		1	2	3
Chi phí sửa chữa (triệu đồng/năm)	A B	5,5 6,0	7,2 7,5	12,5 10,8
Tỷ lệ hỏng (%/năm)	A B	2 1	5 4	3 5

a) Nếu giá bán 2 loại động cơ là như nhau thì nên mua loại động cơ nào?

b) Một công ty đang sử dụng 6 động cơ loại A và 4 động cơ loại B thì chi phí sửa chữa trung bình hàng năm của công ty là bao nhiêu ?

Bài 6: Xác suất để một người ra đường không gặp kẹt xe trong một ngày làm việc là 0,7. Giả sử một năm người đó đi làm 200 ngày. Tính xác suất để trong một năm người đó:

a) Có được đúng 150 ngày đi làm không gặp kẹt xe;

b) Chỉ có từ 130 đến 145 ngày đi làm không gặp kẹt xe;

c) Có ít nhất 130 ngày đi làm không gặp kẹt xe.

Bài 7: Tỉ lệ phế phẩm do một dây chuyền sản xuất là 10%. Các sản phẩm sản xuất ra được đóng ngẫu nhiên thành từng kiện hàng, mỗi kiện có 20 sản phẩm. Khách hàng sẽ nhận kiện hàng nếu kiểm tra ngẫu nhiên 3 sản phẩm từ kiện hàng thì cả 3 đều tốt.

a) Xác suất để 1 kiện hàng được khách hàng nhận là bao nhiêu?

b) Gọi X là số kiện mà khách hàng nhận sau khi kiểm tra 15 kiện như thế. Tìm số kiện trung bình, số kiện có khả năng nhất mà khách sẽ nhận và tính D(X).

c) Tìm lại các kết quả câu a) và b) nếu thay đổi giả thiết là mỗi kiện có 20 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm.

Bài 8: Biết trọng lượng sản phẩm được đóng gói tự động trên một dây chuyền là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn với phương sai là 0,0016 $gram^2$. Người ta quy định sản phẩm sẽ đạt tiêu chuẩn đóng gói nếu trọng lượng của nó sai lệch so với trọng lượng trung bình không quá $\varepsilon = 0{,}05$ gram.

a) Tìm tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn đóng gói.

b) Tìm xác suất trong 1000 sản phẩm được lựa chọn ngẫu nhiên có từ 755 đến 795 sản phẩm đạt tiêu chuẩn đóng gói.

c) Nếu muốn tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn đóng gói là 89,04% thì ta nên thay đổi mức sai lệch ε là bao nhiêu?

Bài 9: Biết chiều dài của một chi tiết do một máy sản xuất là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 9 cm. Được biết có 15,87 % chi tiết do máy đó sản xuất có độ dài dưới 66 cm.

a) Tìm độ dài trung bình của các chi tiết do máy sản xuất.

b) Lấy ngẫu nhiên 3 chi tiết do máy sản xuất, tìm xác suất được đúng một chi tiết có độ dài dưới 66 cm.

Bài 10: Ở một vùng trồng cam, người ta thấy cứ trong 600 cây thì có 15 cây cho ít hơn 20 quả và 30 cây cho ít hơn 25 quả. Biết rằng số quả cam trên một cây cam tuân theo phân bố chuẩn.

a) Hãy ước lượng số quả cam trung bình trên một cây và độ lệch chuẩn.

b) Hãy ước lượng tỉ lệ cây có từ 60 quả trở lên.

Bài 11: Giả sử thời gian hàng ngày đi từ nhà đến trường của một sinh viên là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với kỳ vọng 40 phút. Biết rằng có 10% số ngày sinh viên đó đến trường trên 50 phút. Hỏi nếu giờ học bắt đầu lúc 7g00’ và sinh viên đó xuất phát từ nhà lúc 6g15’ thì xác suất sinh viên đó đến trường trễ là bao nhiêu ?

Bài 12: Một nhân viên bán hàng mỗi ngày đi chào hàng ở 10 nơi với xác suất bán được hàng ở mỗi nơi là 0,2. Giả sử mỗi năm người đó đi bán hàng trong 300 ngày.

a) Trung bình có bao nhiêu ngày trong một năm người đó bán được hàng?

b) Với xác suất 70%, có ít nhất bao nhiêu ngày người đó bán được hàng trong năm?

Bài 13: Một công ty chuyên bán hàng qua mạng đã đưa ra thống kê như sau: Chỉ có 2% lượt khách hàng vào trang web giới thiệu sản phẩm của công ty là đăng ký mua ngay sản phẩm; 4% lượt khách hàng có phản hồi để được tư vấn trực tiếp về sản phẩm, và trong số này thì có 20% đăng ký mua sản phẩm ngay sau đó.

a) Xác suất bán được hàng của công ty đối với mỗi lượt khách truy cập vào trang web là bao nhiêu?

b) Nếu một ngày công ty muốn có trung bình 20 đơn đặt hàng qua trang web thì công ty cần có bao nhiêu lượt khách hàng đăng nhập?

Bài 14: Tung 1 đồng xu 1000 lần. Tìm xác suất để độ lệch giữa tần số xuất hiện mặt sấp và xác suất xuất hiện của mặt sấp bé hơn 0,1.

HƯỚNG DẪN GIẢI

BÀI 1:

a) Bài toán có dạng Becnoulli với n = 3; p = 40%; q = 60%. Ta tìm xác suất ứng với tất cả giá trị có thể của k.

P(X = 0) = P(3; k=0) = $C_3^0 p^0 q^3$ = 0,216. Tương tự khi k =1,2,3.

Bảng phân phối xác suất cần tìm:

X	0	1	2	3
P(X)	0,216	0,432	0,288	0,064

Sử dụng công thức và định nghĩa, ta tìm được :

E(X) = 1,2   D(X) = 0,72   Mod(X) = 1 Med X = 1.

b) Y có phân phối nhị thức với n= 64; p= 0,4; q= 0,6.

Theo tính chất của pp Nhị thức thì E(Y)= np= 64* 0,4 = 25,6; D(Y) = npq = 15,36.

Mod(Y) chính là số có khả năng nhất trong bài toán Becnoulli, tức là giá trị k_0 nguyên, không âm thỏa $np-q \le k_0 \le np - q + 1$. Vậy mod (Y) = 25 ; 26.

BÀI 2:

a) Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số sản phẩm loại A trong 3 sản phẩm đem bán.

X = {0,1,2,3}

Gọi H_1 là biến cố 3 sp lấy ra từ hộp I;

Gọi H_2 là biến cố 3 sp lấy ra từ hộp II;

{ H_1, H_2} là nhóm biến cố đầy đủ.

P(X=0) = P(H_1).P(X=0/ H_1) + P(H_2).P(X=0/H_2) $=\frac{1}{2}\frac{C_6^3}{C_{10}^3}+\frac{1}{2}\frac{C_4^3}{C_8^3}=\frac{5}{42}$

P(X=1) = P(H_1).P(X=1/ H_1) + P(H_2).P(X=1/H_2) $=\frac{1}{2}\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}+\frac{1}{2}\frac{C_4^1C_4^2}{C_8^3}=\frac{13}{28}$

P(X=2) = P(H_1).P(X=2/ H_1) + P(H_2).P(X=2/H_2) $=\frac{1}{2}\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}+\frac{1}{2}\frac{C_4^2C_4^1}{C_8^3}=\frac{51}{140}$

P(X=3) = P(H_1).P(X=3/ H_1) + P(H_2).P(X=3/H_2)

$=\frac{1}{2}\frac{C_4^3}{C_{10}^3}+\frac{1}{2}\frac{C_4^3}{C_8^3}=\frac{11}{210}$ { có thể tính P(X=3) = 1- (P(X=0) - (P(X=1) - (P(X=2)}.

Vậy ta có bảng PP XS của X là :

X	0	1	2	3
P	5/42	13/28	51/140	11/210

b) Gọi Z là số tiền thu được khi bán 3 sản phẩm .

Z = 50*X + 35*(3-X) đv: ngàn đồng.

= 15*X + 105.

Cách 1: Suy ra bảng PPXS của Z:

Z	105	120	135	150
P	5/42	13/28	51/140	11/210

Từ đó tính được số tiền trung bình là E(Z) = 125,25.

Cách 2: Theo tính chất của kỳ vọng thì E(Z) = E(15*X + 105)=15*E(X) +105

= 15*1.35+105 = 125,25.

BÀI 3:

a) Gọi A là bc trong 6 bi đầu tiên có 2 bi xanh, 3 bi trắng và 1 bi đỏ.

Gọi B là bc viên bi thứ 7 lấy ra là bi đỏ.

Xác suất cần tìm là P(AB) = P(A).P(B|A) = $\frac{C_3^2C_4^3C_5^1}{C_{12}^6}.\frac{4}{6}$

Có thể tính P(A) bằng cách khác:

P(A) = $C_6^2C_4^3\left(\frac{3}{12}.\frac{2}{11}\right).\left(\frac{4}{10}.\frac{3}{9}.\frac{2}{8}\right).\left(\frac{5}{7}\right)$. {$C_6^2$:chọn 2 lượt rút bi xanh trong 6 lượt}

b) Gọi A là bc trong 6 bi đầu tiên có 2 bi xanh, 3 bi trắng và 1 bi đỏ.

Gọi B là bc viên bi thứ 7 lấy ra là bi đỏ. Xác suất cần tìm là P(AB).

Để tính P(A), ta xem nó như bài toán Becnoulli mở rộng với n=6; và trong mỗi phép thử, các biến cố lấy được bi xanh, bi trắng, bi đỏ lần lượt là các hằng số p_1, p_2, p_3; chúng độc lập và $p_1+p_2+p_3=1$.

P(A) = $C_6^2C_4^3\left(\frac{3}{12}\right)^2\left(\frac{4}{12}\right)^3\left(\frac{5}{12}\right)$ và P(AB) = P(A).P(B) = $C_6^2C_4^3\left(\frac{3}{12}\right)^2\left(\frac{4}{12}\right)^3\left(\frac{5}{12}\right)^2$

BÀI 6:

a) Gọi X là số ngày trong một năm mà người đó đi làm không bị kẹt xe.

$X \sim B(n=200; p=0,7)$

P(X = 150) = $C_{200}^{150}(0,7)^{150}(0,3)^{50}$ (dùng công thức này nếu bấm MTBT được).

$$\approx \frac{1}{\sqrt{npq}} f\left(\frac{150-np}{\sqrt{npq}}\right) = \frac{1}{\sqrt{200.\,0,7.\,0,3}} f\left(\frac{150-200.\,0,7}{\sqrt{200.0,7.0,3}}\right)$$

$\approx$ 0,1543. f(1,543) $\approx$ 0,1543. 0,1219 = 0,0188.

(Hàm f(x) là hàm mđ Gauss, có thể tính trực tiếp bằng MTBT hoặc tra bảng Phụ lục 1)

b) $P(130 \le X \le 145) = \sum_{k=130}^{145} C_{200}^{k} 0,7^{k} 0,3^{200-k}$ (dùng công thức này nếu bấm MTBT được).

$$\approx \Phi\left(\frac{145-200.\,0,7}{\sqrt{200.0,7.0,3}}\right) - \Phi\left(\frac{130-200.\,0,7}{\sqrt{200.0,7.0,3}}\right)$$

$\approx \Phi(0,7715)$ - $\Phi(-1,543)$ $\approx$ 0,2794 + 0,4382 = 0,7176.

c) $P(X \ge 130) = P(130 \le X \le 200) \approx \Phi\left(\frac{200-200.\,0,7}{\sqrt{200.0,7.0,3}}\right) - \Phi\left(\frac{130-200.\,0,7}{\sqrt{200.0,7.0,3}}\right)$

$\approx$ 0,5 + 0,4382 = 0,9382.

(Hàm $\Phi(x)$ là hàm tích phân Laplace, có thể tính trực tiếp bằng MTBT Casio 570ES hoặc tra bảng Phụ lục 2).

BÀI 7:

a) Xác suất cần tìm **p** = $0,9^3$ = 0, 729.

b) X có phân phối nhị thức nên số kiện trung bình khách sẽ nhận là np= 10,935; số kiện có khả năng nhận nhất là 11 kiện (np-q= 10,664) và D(X) = npq =2,9634.

c) Khi thay đổi điều kiện thì kết quả câu a) là $p = \frac{C_{18}^{3}}{C_{30}^{3}} \simeq 0,7158$.

Do X có phân phối nhị thức nên E(X)= np= 10,7368; Mod(X)=11; D(X)=3,0515.

BÀI 8: Gọi X là trọng lượng đóng gói của sản phẩm.

X~ N(a chưa biết; σ^2 = 0,0016 gram^2).

Từ đó suy ra σ = 0,04 gram.

a) Tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn đóng gói là:

p = P(a- ε < X < a+ ε) = P(|X-a|< ε) =

$$= 2.\Phi(\frac{\varepsilon}{\sigma}) = 2.\Phi(\frac{0,05}{0,04}) = 2.\Phi(1,25) = 2 \times 0,39435 = 78,87\%$$

b) Gọi X là số sản phẩm đạt tiêu chuẩn đóng gói trong 1000 sản phẩm. Sử dụng công thức tính gần đúng trong phân phối nhị thức:

$$P(755 \le X \le 800) = \Phi\left(\frac{795-1000.\,0,7887}{\sqrt{1000.0,7887.0,2113}}\right) - \Phi\left(\frac{755-1000.\,0,7887}{\sqrt{1000.0,7887.0,2113}}\right)$$

= 0,68723 – 0,00452 = 0,6827.

c) Từ công thức $2.\Phi(\frac{\varepsilon}{0,04}) = 0,8904 \quad \Rightarrow \Phi(\frac{\varepsilon}{0,04}) = 0,4452 = \Phi(1,6)$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1,6 \times 0,04 = 0,064$$

BÀI 9:

a) Gọi X là chiều dài của một chi tiết $\Rightarrow$ X ~ N(a chưa biết, $\sigma^2 = (9cm)^2$).
Theo giả thiết , P (X <66) = 15,87%.

Suy ra $\Phi(\frac{66-a}{9}) - \Phi(\frac{0-a}{9}) = \Phi(\frac{66-a}{9}) + 0,5 = 0,1587$

$\Rightarrow \Phi(\frac{66-a}{9}) = -0,3413 = -\Phi(1) \Rightarrow \frac{a-66}{9} = 1 \Rightarrow a = 75$

b) Xác suất cần tìm : $C_3^1 (0,1587)^1 (0,8413)^2 = 0,3370$

BÀI 10:

Gọi X là số quả cam trên 1 cây $\Rightarrow$ X ~ N(a chưa biết, σ^2 chưa biết).
Do số cây khảo sát n = 600 khá lớn nên xem như P(0< X< 20) ≈ 15/600
và P(0< X <25) ≈30/600.

Thay công thức tính tương ứng với lưu ý rằng 25<a và $\Phi(\frac{0-a}{\sigma}) = -0,5$

thì ta có thể tìm được 2 phương trình với 2 ẩn chưa biết.

BÀI 11:

Gọi X là thời gian SV đến trường mỗi ngày. X~ N(a = 40 phút; σ^2 chưa biết).

Do P(X > 50) = 0.5 - $\Phi(\frac{50-40}{\sigma})$ = 10% nên $\Phi(\frac{10}{\sigma}) = 0,4 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} = 1,28 \Rightarrow \sigma = 7,8125$;

XS cần tìm P(X>45) = 0,5 - $\Phi(\frac{45-40}{7,8125})$ = 0,5 - $\Phi(0,64)$ = 0,5-0,23891=0,26109

BÀI 14:

Gọi X là số lần được mặt sấp trong 1000 lần tung thì X ~ B(n =1000, p=0,5).
Theo công thức xấp xỉ thì ta có thể coi như X ~ N(a=np =500, σ^2= npq= 250).

Khi đó tần suất xuất hiện mặt sấp trong n lần tung là X/1000.
Xác suất cần tìm là P(|X/1000 -1/2 | <0.1). (Biến đổi tiếp theo X rồi dùng công thức của phân phối chuẩn).

Có một cách làm khác là dùng bất đẳng thức Chebyshev (từ trang 73 trong GT), dành để SV tham khảo.