

- Đề thi gồm 2 trang.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Không sử dụng tài liệu.

CÂU 1: (1,5đ) Có n quả cầu được đánh số từ 1 đến n ($n \geq 5$). Lấy ngẫu nhiên ra 5 quả cầu. Gọi X là số nhỏ nhất trên các quả cầu đã được lấy ra. Tính $P(X=1)$; $P(X=k)$.

CÂU 2: (2đ) Thời gian hoạt động tốt liên tục (không phải sửa chữa) của một loại tivi là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với kỳ vọng $\mu = 4300$ giờ và độ lệch chuẩn $\sigma = 250$ giờ. Ước tính mỗi ngày một tivi được sử dụng trung bình 10 giờ. Thời hạn tivi được bảo hành miễn phí là 1 năm (360 ngày).

- a) Tìm tỷ lệ tivi mà công ty sản xuất phải bảo hành.
- b) Sau một thời gian đầu tư cải tiến công nghệ cho sản phẩm, công ty nhận thấy rằng hiện giờ có thể tăng thời gian bảo hành cho các sản phẩm lên đến 2 năm mà tỷ lệ sản phẩm cần phải bảo hành vẫn không đổi. Hãy cho biết thời gian hoạt động tốt trung bình của mỗi sản phẩm đã tăng lên bao nhiêu nếu giả thiết phương sai của thời gian sản phẩm hoạt động tốt không thay đổi?

CÂU 3: (1,5đ) Từ n cặp vợ chồng người ta chọn ngẫu nhiên ra m người nam và m người nữ. Hãy tính xác suất để chọn được đúng k cặp vợ chồng ($k < m < n$, $2m < n+k$).

CÂU 4: (2đ) Người ta đo bán kính (cm) của một số sản phẩm được lựa chọn ngẫu nhiên và có kết quả như sau:

Bán kính x_i	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6
Số lượng n_i	4	6	10	18	42	14	6

Với mức ý nghĩa 5%, có thể coi bán kính các sản phẩm này tuân theo quy luật chuẩn không?

CÂU 5: (3đ) Nghiên cứu về sự ảnh hưởng của mức thu nhập X (triệu đồng/tháng) đối với mức tiêu dùng Y (kg/tháng) về một loại thực phẩm ở 150 hộ gia đình trong vùng, người ta thu được số liệu:

X \ Y	5	10	15	20
15	5	7		
25		20	23	
35		17	30	20
45			13	15

a) Hãy ước lượng mức tiêu dùng trung bình của loại thực phẩm này trong một tháng của các hộ trong vùng với độ tin cậy 99%.

b) Những hộ có thu nhập từ 40 triệu đồng/tháng trở lên được coi là có thu nhập cao. Hãy kiểm định ý kiến cho rằng tỷ lệ hộ có thu nhập cao trong vùng là 20%, với mức ý nghĩa 5%.

c) Với mức ý nghĩa 10%, hãy xét xem mức tiêu dùng Y có phụ thuộc vào mức thu nhập X hay không ?

PHÓ CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

TS. NGUYỄN BÁ THI

ĐÁP ÁN

Câu 1: 1,5 đ

$$P(X=1) = \frac{C_{n-1}^4}{C_n^5} = \frac{5}{n}. \quad (0.5 \text{ đ}) \quad P(X=k) = \frac{C_{n-k}^4}{C_n^5}. \quad k=1,2,\dots,n-4 \quad (1 \text{ đ})$$

Từ số có thể tìm nhờ quy tắc nhân:

- Chọn quả cầu có số 1: có 1 cách.
- Chọn 4 quả cầu còn lại: C_{n-1}^4 cách.

Câu 2: 2đ

a) Gọi X là thời gian hoạt động tốt liên tục của tivi.

$$X \sim N(a = 4300 \text{ giờ}; \sigma^2 = (250 \text{ giờ})^2)$$

Những tivi được bảo hành miễn phí là những sản phẩm có số giờ hoạt động tốt liên tục dưới 360 ngày, tức 3600 giờ.

Tỉ lệ cần tìm:

$$P(X < 3600 \text{ giờ}) = \Phi\left(\frac{3600 - 4300}{250}\right) + 0,5 = -0,4974 + 0,5 = 0,0026$$

b) Gọi X' là thời gian hoạt động tốt liên tục của tivi sau khi được cải tiến.

$$X' \sim N(a = \mu' \text{ giờ}; \sigma^2 = (250 \text{ giờ})^2)$$

$$\text{Tìm } \mu' \text{ thỏa: } P(X' < 7200 \text{ giờ}) = \Phi\left(\frac{7200 - \mu'}{250}\right) + 0,5 = 0,0026$$

$$\Rightarrow \frac{7200 - \mu'}{250} = -2,8 \Rightarrow \mu' = 7900. \text{ (Có thể trả lời theo } \mu' - \mu \text{).}$$

Câu 3: 1,5 đ Câu này không chia nhỏ để chấm điểm thành phần.

$$Xs \text{ cần tìm: } \frac{TS}{MS} = \frac{C_n^k \times C_{n-k}^{m-k} \times C_{n-m}^{m-k}}{C_n^m \times C_n^m} \text{ hoặc } \frac{C_n^m \times C_m^k \times C_{n-m}^{m-k}}{C_n^m \times C_n^m}$$

TS tìm theo quy tắc nhân:

- Chọn k cặp vợ chồng từ n cặp: có C_n^k cách.
- Chọn tiếp m-k người nữ từ n-k người phụ nữ chưa được chọn.
- Chọn thêm m-k người nam từ (n-k) - (m-k) người nam chưa được chọn và vợ họ cũng chưa được chọn.

Câu 4: 2đ $n=100$ $\bar{x}=4,108$ $\hat{s}=0,2777$ ($s=0,2791$)

Ho: mẫu phù hợp phân phối chuẩn.

H₁: mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

Miền bác bỏ: $W_\alpha = (9,49; +\infty)$.

Trình bày công thức tính pi :

(α ; β)	Pi	Ei = n*pi	Oi	(Oi-Ei)^2/Ei
$-\infty$ 3.5	0.0143	1.4283	4	4.6301
3.5 3.7	0.0566	5.6604	6	0.0204
3.7 3.9	0.1560	15.6038	10	2.0125
3.9 4.1	0.2616	26.1583	18	2.5444
4.1 4.3	0.2668	26.6832	42	8.7922
4.3 4.5	0.1656	16.5625	14	0.3964
4.5 $+\infty$	0.0790	7.9035	6	0.4584
			100	18.8545

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_{qs}^2 = 18,8545 \in W_\alpha \Rightarrow$ Bác bỏ H₀.

Mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).

Câu 5: 3đ

- a) Khoảng tin cậy cho mức tiêu dùng trung bình a:

$$\bar{y} \pm \frac{z_{\alpha} \times s_y}{\sqrt{n}} = 14,3667 \pm \frac{2,58 \times 4,0258}{\sqrt{150}} = 14,3667 \pm 0,8481$$

- b) $H_0: p = 20\%$; $H_1: p \neq 20\%$.

$$z_{\alpha} = 1,96 \quad \text{Mbb } W_{\alpha} = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$$

$$\text{Tiêu chuẩn kđ: } z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{28}{150} - 0,2}{\sqrt{0,2 \times 0,8}} \sqrt{150} = -0,4082$$

KL: Do $z_{qs} \notin W_{\alpha} \Rightarrow$ Chấp nhận H_0 .

- c) Bài toán kiểm định tính độc lập.

H_0 : X,Y độc lập;

H_1 : X,Y không độc lập.

$$\text{Mbb } W_{\alpha} = (14,68; +\infty)$$

5	7			12
	20	23		43
	17	30	20	67
		13	15	28
5	44	66	35	150

Bảng tần số lý thuyết:

0.4000	3.5200	5.2800	2.8000
1.4333	12.6133	18.9200	10.0333
2.2333	19.6533	29.4800	15.6333
0.9333	8.2133	12.3200	6.5333

Tiêu chuẩn kđ:.....(viết công thức tính)

$$\chi_{qs}^2 = 105,0695 \in W_{\alpha} \Rightarrow \text{Bác bỏ } H_0.$$

Y phụ thuộc vào X.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).