 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA 2	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2301	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .
 B. $2X_1$ là VTR của A^{-1} .
 C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} .
 D. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .

Câu 2. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$.
 B. Đáp án khác.
 C. $\sqrt{3}$.
 D. $2\sqrt{10}$.

Câu 3. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $\nexists m$.
 B. $m = 2$.
 C. $m = 1$.
 D. $m \neq 1$.

Câu 4. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 1)^T$.
 B. $(1; 1)^T$.
 C. $(1; 2)^T$.
 D. $(2; 3)^T$.

Câu 5. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 1$.
 B. $m = 3$.
 C. $m = -2$.
 D. $m = 2$.

Câu 6. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.
 B. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.
 C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.
 D. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. $5/3$.
 B. 2 .
 C. $\{2; 5/3\}$.
 D. $\nexists m$.

Câu 8. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.
 B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.
 C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 D. Ba câu kia sai.

Câu 9. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. 24 .
 B. Đáp án khác.
 C. 46 .
 D. 12 .

Câu 10. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. Ba câu kia sai.
 B. $4m + 6$.
 C. $4m + 3$.
 D. $m + 1$.

Câu 11. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$.
 B. $\frac{\pi}{3}$.
 C. $\frac{2\pi}{3}$.
 D. Đáp án khác.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 2$.
 B. $\forall m$.
 C. $m = 4$.
 D. $m \neq 8$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(0; 1; 2)^T\}$. B. $\{(1; 1; -1)^T\}$. C. Không tồn tại. D. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$.

Câu 14. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

Câu 15. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

- A. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. B. Đáp án khác. C. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Câu 16. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. 6. B. 1. C. Đáp án khác. D. 2.

Câu 17. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. $\{2^{10}; 4^{10}\}$. B. $\{1; 5^{10}\}$. C. Ba câu kia sai. D. $\{4^{10}; 9^{10}\}$.

Câu 18. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 12. B. 86. C. 52. D. 100.

Câu 19. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.

Câu 20. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tính $f(1; 3)$.

- A. Ba câu kia sai. B. $(-13; 1)$. C. $(218; -507)$. D. $(11; 15)$.

Câu 21. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$. C. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.

Câu 22. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$. Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{2}$.

Câu 23. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = -4$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 3$.

Câu 24. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng $(P): 2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục $Oxyz$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

- A. $(0; 1; 1)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(1; 2; 1)$. D. $(1; 0; 1)$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker} f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im} f$.

- A. $\forall m$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $\nexists m$.

Câu 26. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

- A. Ba câu kia sai. B. $(3; 2)^T$. C. $(5; 3)^T$. D. $(2; 1)^T$.

Câu 27. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

- A. $\{2; 9\}$. B. $\{3; 5\}$. C. Ba câu kia sai. D. $\{1; 4\}$.

Câu 28. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

- A. $x = (1; 3)$. B. Đáp án khác. C. $x = (3; 1)$. D. $x = (12; 5)$.

Câu 29. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Véc tơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. π . B. $x^2 - 2$. C. $x + 1$. D. x .

Câu 30. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. Đáp án khác. B. $m = -4$. C. $m \neq 2$. D. $m = 1$.

Câu 31. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BĐS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. BĐS = 2, BHH = 2. B. BĐS = 3, BHH = 2. C. Ba câu kia sai. D. BĐS = 3, BHH = 3.

Câu 32. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

- A. $m \leq 2$. B. $\nexists m$. C. $\forall m$. D. $m = 4$.

Câu 33. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ riêng của A ?

- A. x . B. $2x + 1$. C. $f(x) = \ln 2$. D. 0 .

Câu 34. Trong $P_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của véc tơ $f(x) = 3x$.

- A. $\sqrt{3}$. B. 3 . C. $\sqrt{2}$. D. 1 .

Câu 35. Cho ánh xạ tuyến tính $f : M_2[\mathbb{R}] \rightarrow M_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận.

Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 8 . B. 4 . C. 3 . D. 11 .

Câu 36. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m > \frac{4}{9}$. B. $m \geq \frac{4}{9}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 37. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là véc tơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(2; -6; 4)^T$. B. $(1; -3; 2)^T$. C. $(0; 0; 0)^T$. D. $(-2; 6; -4)^T$.

Câu 38. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$. B. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$.
C. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$. D. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$.

Câu 39. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Quay quanh trục Oz một góc α . B. Tịnh tiến theo véc tơ $\vec{d} \neq 0$.
C. Chiều vuông góc lên mặt phẳng Oxy. D. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz.

Câu 40. Cho X và Y là hai véc tơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $X \perp Y$. B. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là véc tơ riêng của A^n .
C. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính. D. X là véc tơ riêng của A^4 .

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 100e^6$. C. $700e^4 + 200e^6$. D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

- A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.
B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.
C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.
D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 455.836. B. 502.083. C. 465.972. D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 5520. B. 9800. C. 14680. D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}. \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.


- A. 1600. B. Các câu kia sai. C. 36000. D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ</div>	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		2	2020 - 2021
			Ngày thi		27/1/2021	
	Môn học		Đại số tuyến tính			
	Mã môn học		MT1007		CA 2	
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	2782	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(1; 1; -1)^T\}$. B. Không tồn tại. C. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. D. $\{(0; 1; 2)^T\}$.

Câu 2. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy . Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(1; 1)^T$. B. $(2; 1)^T$. C. $(2; 3)^T$. D. $(1; 2)^T$.

Câu 3. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. Ba câu kia sai. B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

- A. $m = 4$. B. $m \neq 8$. C. $\forall m$. D. $m \neq 2$.

Câu 5. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker} f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im} f$.

- A. $m = 2$. B. $\nexists m$. C. $\forall m$. D. $m = -2$.

Câu 6. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. Đáp án khác.

Câu 7. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. Đáp án khác. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 8. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

- A. $\forall m$. B. $m = 4$. C. $m \leq 2$. D. $\nexists m$.

Câu 9. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $x^2 - 2$. B. $x + 1$. C. π . D. x .

Câu 10. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

- A. $(2; 1)^T$. B. $(5; 3)^T$. C. $(3; 2)^T$. D. Ba câu kia sai.

Câu 11. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục $Oxyz$ KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Quay quanh trục Oz một góc α . B. Chiếu vuông góc lên mặt phẳng Oxy .
C. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$. D. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz .

Câu 12. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

- A. $x = (1; 3)$. B. $x = (3; 1)$. C. Đáp án khác. D. $x = (12; 5)$.

Câu 13. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.

Câu 14. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

- A. $\{3; 5\}$. B. Ba câu kia sai. C. $\{1; 4\}$. D. $\{2; 9\}$.

Câu 15. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m \neq 1$. D. $\nexists m$.

Câu 16. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .
Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A . B. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .
C. $2X_1$ là VTR của A^{-1} . D. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} .

Câu 17. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$. B. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$.
C. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$. D. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$.

Câu 18. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -4$.

Câu 19. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. C. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$.

Câu 20. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 52. B. 12. C. 100. D. 86.

Câu 21. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m > \frac{4}{9}$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m \geq \frac{4}{9}$.

Câu 22. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

- A. Đáp án khác. B. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$.

Câu 23. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$.
Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 24. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. $m \neq 2$. B. Đáp án khác. C. $m = -4$. D. $m = 1$.

Câu 25. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(2; -6; 4)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(-2; 6; -4)^T$. D. $(1; -3; 2)^T$.

Câu 26. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. 24. B. Đáp án khác. C. 46. D. 12.

Câu 27. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. BDS = 2, BHH = 2. B. BDS = 3, BHH = 3. C. BDS = 3, BHH = 2. D. Ba câu kia sai.

Câu 28. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in \mathbb{P}_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. 3. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 29. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 30. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. $m + 1$. B. $4m + 3$. C. $4m + 6$. D. Ba câu kia sai.

Câu 31. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 11. B. 3. C. 4. D. 8.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một véc tơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. $\nexists m$. B. $\{2; 5/3\}$. C. 2. D. $5/3$.

Câu 33. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. $\{2^{10}; 4^{10}\}$. B. $\{4^{10}; 9^{10}\}$. C. Ba câu kia sai. D. $\{1; 5^{10}\}$.

Câu 34. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tính $f(1; 3)$.

- A. $(-13; 1)$. B. Ba câu kia sai. C. $(218; -507)$. D. $(11; 15)$.

Câu 35. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với véc tơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. 2. B. 6. C. 1. D. Đáp án khác.

Câu 36. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$. B. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$. D. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

Câu 37. Cho X và Y là hai véc tơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là véc tơ riêng của A^n . B. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính.
C. X là véc tơ riêng của A^4 . D. $X \perp Y$.

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Véc tơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 0; 1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 2; 1)$.

Câu 39. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$. B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.
C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$. D. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

Câu 40. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ riêng của A ?

- A. $2x + 1$. B. $f(x) = \ln 2$. C. x . D. 0.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta

đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

A. $700e^4 + 300e^6$.

B. $1400e^4 + 100e^6$.

C. $700e^4 + 200e^6$.

D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.

B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.

C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.

D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

A. 455.836.

B. 502.083.

C. 465.972.

D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

A. 5520.

B. 9800.

C. 14680.

D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}$. (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và $x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}$.

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5.

B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.

C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5.

D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.

A. 1600.

B. Các câu kia sai.

C. 36000.

D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

A. Lớp thứ I.


B. Các câu kia sai.

C. Lớp thứ II.

D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007 CA 2			
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2913	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. B. Không tồn tại. C. $\{(0; 1; 2)^T\}$. D. $\{(1; 1; -1)^T\}$.

Câu 2. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(0; 0; 0)^T$. B. $(1; -3; 2)^T$. C. $(2; -6; 4)^T$. D. $(-2; 6; -4)^T$.

Câu 3. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. 3. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} . B. $2X_1$ là VTR của A^{-1} .
C. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 . D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

Câu 5. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. $4m + 3$. B. $m + 1$. C. $4m + 6$. D. Ba câu kia sai.

Câu 6. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $2\sqrt{10}$. B. Đáp án khác. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 7. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Câu 8. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Chiều vuông góc lên mặt phẳng Oxy. B. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$.
C. Quay quanh trục Oz một góc α . D. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz.

Câu 9. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

- A. $\{3; 5\}$. B. $\{2; 9\}$. C. Ba câu kia sai. D. $\{1; 4\}$.

Câu 10. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. Đáp án khác. B. 46. C. 24. D. 12.

Câu 11. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $2x + 1$. B. $f(x) = \ln 2$. C. 0. D. x .

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. $\{2; 5/3\}$. B. 2. C. $5/3$. D. $\nexists m$.

Câu 13. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$. B. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$.
C. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$. D. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$.

Câu 14. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

A. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.

B. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

C. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

D. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$.

Câu 15. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

A. $\{4^{10}; 9^{10}\}$.

B. $\{2^{10}; 4^{10}\}$.

C. $\{1; 5^{10}\}$.

D. Ba câu kia sai.

Câu 16. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

A. $\nexists m$.

B. $m \neq 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Câu 17. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

A. $x = (3; 1)$.

B. $x = (12; 5)$.

C. $x = (1; 3)$.

D. Đáp án khác.

Câu 18. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

A. $m > \frac{9}{4}$.

B. $m > \frac{4}{9}$.

C. $m \geq \frac{4}{9}$.

D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 19. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

A. BDS = 3, BHH = 2.

B. Ba câu kia sai.

C. BDS = 3, BHH = 3.

D. BDS = 2, BHH = 2.

Câu 20. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

A. $(1; 1)^T$.

B. $(2; 3)^T$.

C. $(1; 2)^T$.

D. $(2; 1)^T$.

Câu 21. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

A. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$.

B. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.

C. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$.

D. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

Câu 22. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

A. 3.

B. 8.

C. 11.

D. 4.

Câu 23. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

A. 52.

B. 12.

C. 86.

D. 100.

Câu 24. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

A. $(1; 1; 1)$.

B. $(1; 0; 1)$.

C. $(0; 1; 1)$.

D. $(1; 2; 1)$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

B. Ba câu kia sai.

C. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

D. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 26. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

A. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

B. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$.

C. Đáp án khác.

D. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Câu 27. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.

B. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.

D. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$.

Câu 28. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

A. $x^2 - 2$.

B. $x + 1$.

C. π .

D. x .

Câu 29. Cho X và Y là hai vectơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là vectơ riêng của A^n .

B. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính.

C. $X \perp Y$.

D. X là vectơ riêng của A^4 .

Câu 30. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tính $f(1; 3)$.

- A. $(218; -507)$. B. $(-13; 1)$. C. $(11; 15)$. D. Ba câu kia sai.

Câu 31. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

- A. $(3; 2)^T$. B. $(5; 3)^T$. C. $(2; 1)^T$. D. Ba câu kia sai.

Câu 32. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. 2. B. 6. C. 1. D. Đáp án khác.

Câu 33. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker } f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im } f$.

- A. $\nexists m$. B. $m = -2$. C. $\forall m$. D. $m = 2$.

Câu 34. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

- A. $m \leq 2$. B. $\nexists m$. C. $\forall m$. D. $m = 4$.

Câu 35. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 36. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. $m \neq 2$. B. Đáp án khác. C. $m = 1$. D. $m = -4$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

- A. $\forall m$. B. $m \neq 2$. C. $m \neq 8$. D. $m = 4$.

Câu 38. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = -4$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 39. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Câu 40. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta

đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

A. $700e^4 + 300e^6$.

B. $1400e^4 + 100e^6$.

C. $700e^4 + 200e^6$.

D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.

B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.

C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.

D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

A. 455.836.

B. 502.083.

C. 465.972.

D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

A. 5520.

B. 9800.

C. 14680.

D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}$. (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và $x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}$.

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5.

B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.

C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5.

D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.

A. 1600.

B. Các câu kia sai.

C. 36000.

D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

A. Lớp thứ I.


B. Các câu kia sai.

C. Lớp thứ II.

D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA 2	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2854	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$. B. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$.
 C. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$. D. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$.

Câu 2. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$. B. Đáp án khác. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 3. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m \neq 1$. D. $\nexists m$.

Câu 4. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

- A. $(3; 2)^T$. B. $(2; 1)^T$. C. Ba câu kia sai. D. $(5; 3)^T$.

Câu 5. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 6. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. C. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$.

Câu 7. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

- A. $\{1; 4\}$. B. Ba câu kia sai. C. $\{3; 5\}$. D. $\{2; 9\}$.

Câu 8. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. BDS = 2, BHH = 2. B. BDS = 3, BHH = 3. C. Ba câu kia sai. D. BDS = 3, BHH = 2.

Câu 9. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -4$.

Câu 10. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$.
 Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 2.

Câu 11. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. D. Ba câu kia sai.

Câu 12. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. 2. B. 1. C. Đáp án khác. D. 6.

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Véc tơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $x + 1$. B. x . C. $x^2 - 2$. D. π .

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính $f : M_2[\mathbb{R}] \rightarrow M_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận.

Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 11. B. 3. C. 8. D. 4.

Câu 15. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Véc tơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

- A. $(1; 2; 1)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 0; 1)$.

Câu 16. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

- A. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$. C. Đáp án khác. D. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một véc tơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. 2. B. $\nexists m$. C. $\{2; 5/3\}$. D. $5/3$.

Câu 18. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

- A. $m \leq 2$. B. $\forall m$. C. $\nexists m$. D. $m = 4$.

Câu 19. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m \geq \frac{4}{9}$. B. $m > \frac{4}{9}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 20. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. $m + 1$. B. Ba câu kia sai. C. $4m + 6$. D. $4m + 3$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 2$. B. $m \neq 8$. C. $m = 4$. D. $\forall m$.

Câu 22. Cho X và Y là hai véc tơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là véc tơ riêng của A^n . B. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính.
C. X là véc tơ riêng của A^4 . D. $X \perp Y$.

Câu 23. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$. B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$.
C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$. D. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

Câu 24. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. 12. B. 46. C. Đáp án khác. D. 24.

Câu 25. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. Đáp án khác. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 26. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 12. B. 52. C. 100. D. 86.

Câu 27. Cho $X_1; X_2$ là hai véc tơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $2X_1$ là VTR của A^{-1} . B. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .
C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} . D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

Câu 28. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là véc tơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(1; -3; 2)^T$. B. $(2; -6; 4)^T$. C. $(0; 0; 0)^T$. D. $(-2; 6; -4)^T$.

Câu 29. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $f(x) = \ln 2$. B. 0 . C. $2x + 1$. D. x .

Câu 30. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

- A. Đáp án khác. B. $x = (1; 3)$. C. $x = (12; 5)$. D. $x = (3; 1)$.

Câu 31. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$.

Câu 32. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz. B. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$.
C. Chiều vuông góc lên mặt phẳng Oxy. D. Quay quanh trục Oz một góc α .

Câu 33. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 3 . C. 1 . D. $\sqrt{3}$.

Câu 34. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}. \text{ Tính } f(1; 3).$$

- A. $(11; 15)$. B. Ba câu kia sai. C. $(218; -507)$. D. $(-13; 1)$.

Câu 35. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 1)^T$. B. $(2; 3)^T$. C. $(1; 2)^T$. D. $(1; 1)^T$.

Câu 36. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. $\{4^{10}; 9^{10}\}$. B. Ba câu kia sai. C. $\{1; 5^{10}\}$. D. $\{2^{10}; 4^{10}\}$.

Câu 37. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. Đáp án khác. B. $m = 1$. C. $m \neq 2$. D. $m = -4$.

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker } f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im } f$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $\nexists m$. D. $\forall m$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(0; 1; 2)^T\}$. B. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. C. Không tồn tại. D. $\{(1; 1; -1)^T\}$.

Câu 40. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
C. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 100e^6$. C. $700e^4 + 200e^6$. D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

- A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.
B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.
C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.
D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 455.836. B. 502.083. C. 465.972. D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 5520. B. 9800. C. 14680. D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}. \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.

- A. 1600. B. Các câu kia sai. C. 36000. D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2301

1. B	2. D	3. A	4. A	5. C	6. D	7. C	8. A	9. C	10. C
11. C	12. D	13. C	14. B	15. C	16. A	17. D	18. B	19. D	20. D
21. A	22. C	23. A	24. A	25. C	26. D	27. A	28. C	29. A	30. B
31. B	32. D	33. C	34. A	35. A	36. C	37. D	38. D	39. B	40. D

Mã đề thi 2782


1. B	2. B	3. B	4. B	5. D	6. C	7. B	8. B	9. C	10. A
11. C	12. B	13. D	14. D	15. D	16. C	17. B	18. D	19. D	20. D
21. C	22. D	23. B	24. C	25. C	26. C	27. C	28. C	29. A	30. B
31. D	32. B	33. B	34. D	35. B	36. D	37. C	38. C	39. C	40. B

Mã đề thi 2913

1. B	2. D	3. C	4. B	5. A	6. A	7. D	8. B	9. B	10. B
11. B	12. A	13. A	14. C	15. A	16. A	17. A	18. A	19. A	20. D
21. A	22. B	23. C	24. C	25. C	26. B	27. D	28. C	29. D	30. C
31. C	32. B	33. B	34. D	35. A	36. D	37. C	38. A	39. B	40. A

Mã đề thi 2854

1. C	2. D	3. D	4. B	5. B	6. D	7. D	8. D	9. D	10. C
11. B	12. D	13. D	14. C	15. C	16. B	17. C	18. D	19. C	20. D
21. B	22. C	23. B	24. B	25. B	26. D	27. A	28. D	29. A	30. D
31. B	32. B	33. D	34. A	35. A	36. A	37. D	38. B	39. C	40. B

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021	
			Ngày thi	27/1/2021		
	Môn học	Đại số tuyến tính				
	Mã môn học	MT1007		CA 2		
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2301		
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = -4$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 3$.

Câu 2. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(2; -6; 4)^T$. B. $(0; 0; 0)^T$. C. $(1; -3; 2)^T$. D. $(-2; 6; -4)^T$.

Câu 3. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$. B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.
 C. $\{(1; 1), (1; -1)\}$. D. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.

Câu 4. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. D. Ba câu kia sai.

Câu 5. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz. B. Quay quanh trục Oz một góc α .
 C. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$. D. Chiều vuông góc lên mặt phẳng Oxy.

Câu 6. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. Đáp án khác. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 7. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$.
 C. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. $\nexists m$. B. $\{2; 5/3\}$. C. 2. D. $5/3$.

Câu 9. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. 46. B. 12. C. 24. D. Đáp án khác.

Câu 10. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $\nexists m$. D. $m \neq 1$.

Câu 11. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

- A. Ba câu kia sai. B. $(3; 2)^T$. C. $(5; 3)^T$. D. $(2; 1)^T$.

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

- A. $(1; 2; 1)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 0; 1)$.

Câu 13. Cho X và Y là hai vectơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $X \perp Y$. B. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là vectơ riêng của A^n .
 C. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính. D. X là vectơ riêng của A^4 .

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(0; 1; 2)^T\}$. B. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. C. Không tồn tại. D. $\{(1; 1; -1)^T\}$.

Câu 15. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

- A. $\nexists m$. B. $\forall m$. C. $m = 4$. D. $m \leq 2$.

Câu 16. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

- A. Ba câu kia sai. B. $\{3; 5\}$. C. $\{2; 9\}$. D. $\{1; 4\}$.

Câu 17. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$. C. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$.

Câu 18. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận.

Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 3. B. 11. C. 4. D. 8.

Câu 19. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$. B. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$.
C. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$. D. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$.

Câu 20. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

- A. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. B. Đáp án khác. C. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$.

Câu 21. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 22. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker} f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im} f$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $\forall m$. D. $\nexists m$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

- A. $m \neq 2$. B. $\forall m$. C. $m = 4$. D. $m \neq 8$.

Câu 24. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. 0. B. $2x + 1$. C. $f(x) = \ln 2$. D. x .

Câu 25. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m > \frac{9}{4}$. B. $m > \frac{4}{9}$. C. $m \geq \frac{4}{9}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 26. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. Đáp án khác. B. 2. C. 1. D. 6.

Câu 27. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$.

Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 2. D. 3.

Câu 28. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.

Câu 29. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $x + 1$. B. $x^2 - 2$. C. π . D. x .

Câu 30. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. $\{2^{10}; 4^{10}\}$. B. $\{1; 5^{10}\}$. C. $\{4^{10}; 9^{10}\}$. D. Ba câu kia sai.

Câu 31. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 100. B. 86. C. 12. D. 52.

Câu 32. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tính $f(1; 3)$.

- A. $(11; 15)$. B. $(218; -507)$. C. Ba câu kia sai. D. $(-13; 1)$.

Câu 33. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $2X_1$ là VTR của A^{-1} . B. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .
C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} . D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

Câu 34. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. $4m + 3$. B. $4m + 6$. C. $m + 1$. D. Ba câu kia sai.

Câu 35. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Câu 36. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. $m = -4$. B. Đáp án khác. C. $m \neq 2$. D. $m = 1$.

Câu 37. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. BDS = 3, BHH = 3. B. Ba câu kia sai. C. BDS = 2, BHH = 2. D. BDS = 3, BHH = 2.

Câu 38. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{10}$. C. Đáp án khác. D. $\sqrt{3}$.

Câu 39. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(1; 1)^T$. B. $(1; 2)^T$. C. $(2; 1)^T$. D. $(2; 3)^T$.

Câu 40. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

- A. $x = (12; 5)$. B. Đáp án khác. C. $x = (3; 1)$. D. $x = (1; 3)$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta

đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 100e^6$. C. $700e^4 + 200e^6$. D. $700e^4 + 900e^6$.

(**Đề câu 44 và 45**) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

- A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.
 B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.
 C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.
 D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 455.836. B. 502.083. C. 465.972. D. 324.305.

(**Đề câu 46 và 47**) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 5520. B. 9800. C. 14680. D. Các câu kia sai.

(**Đề câu 48, 49 và 50**) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}. \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.
 C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.


- A. 1600. B. Các câu kia sai. C. 36000. D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ</div>	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA 2	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2782	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 1.

Câu 2. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

- A. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. D. Đáp án khác.

Câu 3. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. 2. B. Đáp án khác. C. 6. D. 1.

Câu 4. Cho X và Y là hai vectơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là vectơ riêng của A^n . B. $X \perp Y$.
C. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính. D. X là vectơ riêng của A^4 .

Câu 5. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. x . B. 0. C. $f(x) = \ln 2$. D. $2x + 1$.

Câu 6. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. $\{4^{10}; 9^{10}\}$. B. Ba câu kia sai. C. $\{1; 5^{10}\}$. D. $\{2^{10}; 4^{10}\}$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. $5/3$. B. $\{2; 5/3\}$. C. 2. D. $\nexists m$.

Câu 8. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. Đáp án khác.

Câu 9. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $m \neq 1$. B. $\nexists m$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 10. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

- A. $m = 4$. B. $\forall m$. C. $\nexists m$. D. $m \leq 2$.

Câu 11. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m > \frac{9}{4}$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $m > \frac{4}{9}$. D. $m \geq \frac{4}{9}$.

Câu 12. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. BDS = 3, BHH = 3. B. Ba câu kia sai. C. BDS = 2, BHH = 2. D. BDS = 3, BHH = 2.

Câu 13. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

A. $x = 3$.

B. $x = -4$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Câu 14. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

A. $x + 1$.

B. x .

C. $x^2 - 2$.

D. π .

Câu 15. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$.

B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.

C. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

D. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

A. $(1; 1)^T$.

B. $(2; 3)^T$.

C. $(2; 1)^T$.

D. $(1; 2)^T$.

Câu 17. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

A. $4m + 3$.

B. $m + 1$.

C. Ba câu kia sai.

D. $4m + 6$.

Câu 18. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

A. $m = -4$.

B. $m = 1$.

C. $m \neq 2$.

D. Đáp án khác.

Câu 19. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .

B. $2X_1$ là VTR của A^{-1} .

C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} .

D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

Câu 20. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

A. $(-2; 6; -4)^T$.

B. $(2; -6; 4)^T$.

C. $(0; 0; 0)^T$.

D. $(1; -3; 2)^T$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

A. $m \neq 2$.

B. $\forall m$.

C. $m \neq 8$.

D. $m = 4$.

Câu 22. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

A. 86.

B. 52.

C. 12.

D. 100.

Câu 23. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

A. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$.

B. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$.

C. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$.

D. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$.

Câu 24. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

A. $\{3; 5\}$.

B. Ba câu kia sai.

C. $\{1; 4\}$.

D. $\{2; 9\}$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

C. Ba câu kia sai.

D. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 26. Cho ánh xạ tuyến tính $f : M_2[\mathbb{R}] \rightarrow M_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận.

Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

A. 8.

B. 4.

C. 11.

D. 3.

Câu 27. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

A. $(5, 3)^T$.

B. $(2; 1)^T$.

C. $(3; 2)^T$.

D. Ba câu kia sai.

Câu 28. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

A. 46.

B. 12.

C. 24.

D. Đáp án khác.

Câu 29. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

- A. $x = (12; 5)$. B. Đáp án khác. C. $x = (1; 3)$. D. $x = (3; 1)$.

Câu 30. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}. \text{ Tính } f(1; 3).$$

- A. Ba câu kia sai. B. $(11; 15)$. C. $(218; -507)$. D. $(-13; 1)$.

Câu 31. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.

Câu 32. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$.
Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 33. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P : x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(0; 1; 2)^T\}$. B. Không tồn tại. C. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. D. $\{(1; 1; -1)^T\}$.

Câu 35. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.
C. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

Câu 36. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. Đáp án khác. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 37. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. C. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. D. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$.

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng $(P): 2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục $Oxyz$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im}f$?

- A. $(0; 1; 1)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(1; 2; 1)$. D. $(1; 0; 1)$.

Câu 39. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker}f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im}f$.

- A. $\nexists m$. B. $\forall m$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 40. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục $Oxyz$ KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz . B. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$.
C. Quay quanh trục Oz một góc α . D. Chiếu vuông góc lên mặt phẳng Oxy .

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta

đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 100e^6$. C. $700e^4 + 200e^6$. D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là

$$A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix} \text{ và ma trận đầu cuối } b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}. \text{ (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)}$$

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

- A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.
B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.
C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.
D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 455.836. B. 502.083. C. 465.972. D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 5520. B. 9800. C. 14680. D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}. \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.


- A. 1600. B. Các câu kia sai. C. 36000. D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021
			Ngày thi	27/1/2021	
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA 2	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2913	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$.
 B. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.
 C. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$.
 D. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

Câu 2. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. Ba câu kia sai. B. $m + 1$. C. $4m + 3$. D. $4m + 6$.

Câu 3. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. Ba câu kia sai. B. $\{4^{10}; 9^{10}\}$. C. $\{2^{10}; 4^{10}\}$. D. $\{1; 5^{10}\}$.

Câu 4. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 5. Cho X và Y là hai vectơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $X \perp Y$.
 B. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là vectơ riêng của A^n .
 C. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính.
 D. X là vectơ riêng của A^4 .

Câu 6. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. Đáp án khác. B. $m \neq 2$. C. $m = 1$. D. $m = -4$.

Câu 7. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}. \text{ Tính } f(1; 3).$$

- A. $(218; -507)$. B. $(11; 15)$. C. $(-13; 1)$. D. Ba câu kia sai.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. 2. B. $\{2; 5/3\}$. C. $\nexists m$. D. $5/3$.

Câu 9. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy.

Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(1; 1)^T$. B. $(1; 2)^T$. C. $(2; 1)^T$. D. $(2; 3)^T$.

Câu 10. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in \mathbb{P}_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.

Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker } f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im } f$.

- A. $\nexists m$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $\forall m$.

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$;

$f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 100. B. 12. C. 86. D. 52.

Câu 13. Ánh xạ $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$. C. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$.

Câu 14. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

A. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$.

B. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$.

C. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$.

D. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$.

Câu 15. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

A. $f(x) = \ln 2$.

B. x .

C. 0 .

D. $2x + 1$.

Câu 16. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

A. 1 .

B. Đáp án khác.

C. 6 .

D. 2 .

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

A. $\{(0; 1; 2)^T\}$.

B. $\{(1; 1; -1)^T\}$.

C. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$.

D. Không tồn tại.

Câu 18. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.

Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?

A. $\forall m$.

B. $m = 4$.

C. $m \leq 2$.

D. $\forall m$.

Câu 19. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

A. $(3; 2)^T$.

B. Ba câu kia sai.

C. $(2; 1)^T$.

D. $(5; 3)^T$.

Câu 20. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

A. $x = (1; 3)$.

B. $x = (12; 5)$.

C. Đáp án khác.

D. $x = (3; 1)$.

Câu 21. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .

B. $2X_1$ là VTR của A^{-1} .

C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} .

D. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .

Câu 22. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker}f$?

A. x .

B. $x^2 - 2$.

C. π .

D. $x + 1$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .

A. $\forall m$.

B. $m \neq 8$.

C. $m = 4$.

D. $m \neq 2$.

Câu 24. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

A. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$.

B. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.

C. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$.

D. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$.

Câu 25. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.

A. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$.

B. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$.

C. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

D. Đáp án khác.

Câu 26. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

A. $\{1; 4\}$.

B. $\{3; 5\}$.

C. $\{2; 9\}$.

D. Ba câu kia sai.

Câu 27. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$. Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 3 .

C. 2 .

D. $\sqrt{3}$.

Câu 28. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

A. Ba câu kia sai.

B. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

C. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

D. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 29. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

A. $m \geq \frac{4}{9}$.

B. $m > \frac{9}{4}$.

C. $m < \frac{9}{4}$.

D. $m > \frac{4}{9}$.

Câu 30. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{3}$. B. Đáp án khác. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 31. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận.

Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 4. B. 11. C. 8. D. 3.

Câu 32. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. Quay quanh trục Oz một góc α . B. Chiều vuông góc lên mặt phẳng Oxy.
C. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} \neq 0$. D. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz.

Câu 33. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$

- A. $m = 2$. B. $m \neq 2$. C. $m \neq 1$. D. $m = 1$.

Câu 34. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$. B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.
C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$. D. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

Câu 35. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. BDS = 3, BHH = 3. B. BDS = 2, BHH = 2. C. BDS = 3, BHH = 2. D. Ba câu kia sai.

Câu 36. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. 24. B. Đáp án khác. C. 46. D. 12.

Câu 37. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

- A. $(0; 1; 1)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(1; 0; 1)$. D. $(1; 2; 1)$.

Câu 38. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = -4$.

Câu 39. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Câu 40. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(-2; 6; -4)^T$. B. $(1; -3; 2)^T$. C. $(2; -6; 4)^T$. D. $(0; 0; 0)^T$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta

đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 100e^6$. C. $700e^4 + 200e^6$. D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

- A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.
B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.
C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.
D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 455.836. B. 502.083. C. 465.972. D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 5520. B. 9800. C. 14680. D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}. \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.


- A. 1600. B. Các câu kia sai. C. 36000. D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUĐ	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2020 - 2021	
			Ngày thi	27/1/2021		
	Môn học	Đại số tuyến tính				
	Mã môn học	MT1007		CA 2		
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	2854		
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Cho ma trận của dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.
 A. 12. B. 24. C. 46. D. Đáp án khác.

Câu 2. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$. Tìm ma trận A của dạng toàn phương.
 A. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$. C. Đáp án khác. D. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Câu 3. Cho $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$.
 Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2[x]$?
 A. $m = 4$. B. $m \leq 2$. C. $\nexists m$. D. $\forall m$.

Câu 4. Phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?
 A. Đối xứng qua mặt phẳng Oyz. B. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$.
 C. Quay quanh trục Oz một góc α . D. Chiều vuông góc lên mặt phẳng Oxy.

Câu 5. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?
 A. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$. B. $(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1$.
 C. $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$. D. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + 6x_2y_2$.

Câu 6. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .
 A. $\{3; 5\}$. B. $\{1; 4\}$. C. Ba câu kia sai. D. $\{2; 9\}$.

Câu 7. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 5 \end{cases}$
 A. $m \neq 1$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $\nexists m$.

Câu 8. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.
 A. $(2; -6; 4)^T$. B. $(-2; 6; -4)^T$. C. $(1; -3; 2)^T$. D. $(0; 0; 0)^T$.

Câu 9. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?
 A. 0. B. x . C. $2x + 1$. D. $f(x) = \ln 2$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.
 A. $\{(0; 1; 2)^T\}$. B. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. C. $\{(1; 1; -1)^T\}$. D. Không tồn tại.

Câu 11. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.
 A. 4. B. 11. C. 8. D. 3.

Câu 12. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$.
 Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.
 A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 1.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của m để $M = \{(1, 2, 3); (2, 1, 4); (4, 2, m)\}$ là cơ sở của \mathbb{R}_3 .
 A. $\forall m$. B. $m \neq 8$. C. $m \neq 2$. D. $m = 4$.

Câu 14. Cho X và Y là hai vectơ riêng của ma trận A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Tập $\{X, Y\}$ độc lập tuyến tính. B. $X \perp Y$.
C. X là vectơ riêng của A^4 . D. $\forall n \in \mathbb{N}, nY$ là vectơ riêng của A^n .

Câu 15. Tìm argument của số phức $z = (1 - i\sqrt{3})^{2020}$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$.

Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. x . B. $x + 1$. C. π . D. $x^2 - 2$.

Câu 17. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$.

Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. D. Ba câu kia sai.

Câu 18. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm BDS và BHH ứng với trị riêng $\lambda = 1$.

- A. Ba câu kia sai. B. BDS = 3, BHH = 2. C. BDS = 2, BHH = 2. D. BDS = 3, BHH = 3.

Câu 19. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A .

- A. $(3; 2)^T$. B. $(2; 1)^T$. C. $(5; 3)^T$. D. Ba câu kia sai.

Câu 20. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A .

Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $2X_1$ là VTR của A^{-1} . B. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A .
C. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} . D. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 .

Câu 21. Trong \mathbb{R}_2 cho cơ sở $E = \{(5; 2), (7; 3)\}$. Tìm vectơ x biết $[x]_E = (2; -1)^T$.

- A. $x = (3; 1)$. B. Đáp án khác. C. $x = (1; 3)$. D. $x = (12; 5)$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(1; m)$ là một vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- A. 2. B. $5/3$. C. $\nexists m$. D. $\{2; 5/3\}$.

Câu 23. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$.

Câu 24. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

- A. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.
C. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P): $2x + y - z = 0$ trong không gian với hệ trục Oxyz. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$?

- A. $(1; 2; 1)$. B. $(1; 0; 1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 1; 1)$.

Câu 26. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$. Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Câu 27. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- A. $m = 3$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 28. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{10} .

- A. $\{1; 5^{10}\}$. B. Ba câu kia sai. C. $\{2^{10}; 4^{10}\}$. D. $\{4^{10}; 9^{10}\}$.

Câu 29. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$.

Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. $\sqrt{3}$. B. Đáp án khác. C. $2\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 30. Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Tính tổng các phần tử trên đường chéo của AB^T .

- A. $4m + 6$. B. $4m + 3$. C. Ba câu kia sai. D. $m + 1$.

Câu 31. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 52. B. 100. C. 12. D. 86.

Câu 32. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng $x - 2y = 0$ trong mặt phẳng Oxy. Gọi A là ma trận của f trong cơ sở $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của A ?

- A. $(2; 3)^T$. B. $(1; 2)^T$. C. $(2; 1)^T$. D. $(1; 1)^T$.

Câu 33. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$. B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.
C. $\{(1; 1), (1; -1)\}$. D. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.

Câu 34. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = -4$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 35. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. Đáp án khác. B. $m = -4$. C. $m \neq 2$. D. $m = 1$.

Câu 36. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5), (3; 2)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tính $f(1; 3)$.

- A. $(-13; 1)$. B. $(11; 15)$. C. $(218; -507)$. D. Ba câu kia sai.

Câu 37. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + mx_2^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m > \frac{4}{9}$. B. $m > \frac{9}{4}$. C. $m \geq \frac{4}{9}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 38. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$. B. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$. C. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$. D. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.

Câu 39. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng của A tương ứng với vectơ riêng $v = (-1; 1)^T$.

- A. 2. B. 1. C. 6. D. Đáp án khác.

Câu 40. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $\text{Ker } f = \langle (1; 2) \rangle$ và $f(1; 1) = (3; 6)$.

Tìm tất cả các giá trị của m để vectơ $(-1; m)$ thuộc $\text{Im } f$.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $\forall m$. D. $\nexists m$.

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:

(Đề câu 41, 42 và 43) Trong khu rừng có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta

đưa ra mô hình:
$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$, số con hổ và nai tương ứng là $H(0) = 2000, N(0) = 1600$.

Câu 41: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%
B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%
C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%
D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%

Câu 42: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài hổ là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 600e^6$. C. $1400e^4 + 400e^6$. D. $1400e^4 + 300e^6$.

Câu 43: Tại thời điểm $t = 5$, số cá thể loài nai là bao nhiêu?

- A. $700e^4 + 300e^6$. B. $1400e^4 + 100e^6$. C. $700e^4 + 200e^6$. D. $700e^4 + 900e^6$.

(Đề câu 44 và 45) Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận đầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD)

Câu 44: Số 0, 1 trong ma trận A có ý nghĩa gì?

- A. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 1.
B. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 3 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 2.
C. Để sản xuất ra một lượng hàng đầu vào có giá trị một USD của ngành 2 cần lượng hàng có giá trị 0.1\$ của ngành 3.
D. Các câu kia sai.

Câu 45: Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 455.836. B. 502.083. C. 465.972. D. 324.305.

(Đề câu 46 và 47) Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

Câu 46: Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.

Câu 47: Giả sử sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 5520. B. 9800. C. 14680. D. Các câu kia sai.

(Đề câu 48, 49 và 50) Người ta chia cá mang xanh cái thành 3 độ tuổi với thời lượng bằng nhau là 2 năm: độ tuổi I (từ 0 tới 2 tuổi), độ tuổi II (từ 2 đến 4 tuổi) và độ tuổi III (từ 4 đến 6 tuổi). Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho như sau:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}. \text{ (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và } x_0 = \begin{pmatrix} 8000 \\ 10000 \\ 6000 \end{pmatrix}.$$

Câu 48: Số 0.5 có ý nghĩa gì?

- A. Tỷ lệ sống sót của lớp I là 0.5. B. Tỷ lệ sống sót của lớp III là 0.5.
C. Tỷ lệ sống sót của lớp II là 0.5. D. Các câu kia sai.

Câu 49: Số lượng của loài vật này ở lớp thứ II sau 4 năm.

- A. 1600. B. Các câu kia sai. C. 36000. D. 37000.

Câu 50: Số lượng của lớp thứ mấy nhiều nhất sau 6 năm.

- A. Lớp thứ I. B. Các câu kia sai. C. Lớp thứ II. D. Lớp thứ III.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2301

1. A	2. D	3. A	4. B	5. C	6. D	7. A	8. B	9. A	10. C
11. D	12. C	13. D	14. C	15. C	16. C	17. B	18. D	19. B	20. D
21. C	22. B	23. D	24. C	25. A	26. D	27. D	28. D	29. C	30. C
31. B	32. A	33. A	34. A	35. C	36. A	37. D	38. B	39. C	40. C

Mã đề thi 2782

1. B	2. B	3. C	4. D	5. C	6. A	7. B	8. C	9. B	10. A
11. A	12. D	13. B	14. D	15. A	16. C	17. A	18. A	19. B	20. A
21. C	22. A	23. D	24. D	25. D	26. A	27. B	28. A	29. D	30. B
31. D	32. D	33. C	34. B	35. D	36. D	37. D	38. A	39. D	40. B

Mã đề thi 2913

1. D	2. C	3. B	4. D	5. D	6. D	7. B	8. B	9. C	10. B
11. C	12. C	13. B	14. A	15. A	16. C	17. D	18. B	19. C	20. D
21. B	22. C	23. B	24. B	25. A	26. C	27. B	28. D	29. B	30. D
31. C	32. C	33. B	34. A	35. C	36. C	37. A	38. D	39. D	40. A

Mã đề thi 2854

1. C	2. B	3. A	4. B	5. D	6. D	7. D	8. B	9. D	10. D
11. C	12. B	13. B	14. C	15. B	16. C	17. B	18. B	19. B	20. A
21. A	22. D	23. D	24. C	25. C	26. C	27. B	28. D	29. C	30. B
31. D	32. C	33. A	34. A	35. B	36. B	37. B	38. B	39. C	40. A

ĐÁP ÁN PHẦN ỨNG DỤNG (cho cả 4 đề):

41. A	42. B	43. D	44. B	45. D	46. B	47. B	48. A	49. D	50. A
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------