

ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn thi: XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Ngày thi: 27/03/2013

Câu 1: Một chiếc hộp đựng 8 quả cầu trắng, 7 quả cầu đỏ và 5 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên có hoàn lại từng quả cầu cho đến khi lấy được 2 quả cầu đen thì dừng lại. Tìm xác suất để chọn được 3 quả trắng, 2 quả đỏ.

Để chọn được 3 quả trắng, 2 quả đỏ thì phải chọn 1 đen là cuối cùng. Vậy yêu cầu của đề bài là: Tìm xác suất để chọn được 3 quả trắng, 2 quả đỏ, 1 đen sau đó chọn 1 bi đen.

$$\text{Vậy } P = C_6^3 \left(\frac{8}{20}\right)^3 C_3^2 \left(\frac{7}{20}\right)^2 C_1^1 \left(\frac{5}{20}\right)^1 \frac{5}{20} = \frac{147}{5000}$$

Câu 2: Cho X là đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} 7x^6, & x \in [0,1] \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases} \cdot \text{Tìm } D(X)$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x7x^6dx = \int_0^1 x7x^6dx = \frac{7}{8}$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \frac{7}{8})^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \frac{7}{8})^2 7x^6 dx = \int_0^1 (x - \frac{7}{8})^2 7x^6 dx = \frac{7}{576}$$

Cách khác:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 7x^6 dx = \int_0^1 x^2 7x^6 dx = \frac{7}{9}$$

$$D(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{7}{9} - \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{7}{576}$$

Câu 3: Gieo một cặp 2 con xúc xắc 24 lần. Tính xác suất để ít nhất có một lần cả hai con đều ra “lục”

Gọi A là biến cố ít nhất có một lần 2 con xúc xắc đều ra mặt “lục”.

\bar{A} là biến cố không lần nào 2 con xúc xắc đều ra mặt “lục”.

1 lần gieo có 36 kết quả và có 35 trường hợp 2 con xúc xắc đều không ra mặt “lục”.

Mà gieo 24 lần liên tiếp nên : $P(\bar{A}) = \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0.4914$$

Câu 4: Người ta biết một cặp trẻ sinh đôi có thể là một cặp sinh đôi thật cùng trứng sinh ra (E_1), $P(E_1) = 0.3$. Trong trường hợp đó chúng bao giờ cũng cùng giới tính. Nếu chúng do các trường hợp khác sinh ra (E_2) thì xác suất để chúng có cùng giới tính là $\frac{1}{2}$. Bây giờ nếu cặp trẻ sinh đôi có cùng giới tính thì xác suất để chúng là cặp sinh đôi thật là bao nhiêu?

Ta có :

$P(E_1) = 0.3$; $p_1 = 1$ là xác suất cặp sinh đôi cùng giới.

$P(E_2) = 0.7$; $p_2 = 0.5$ là xác suất cặp sinh đôi cùng giới.

$P = P(E_1) p_1 + P(E_2) p_2 = 0.65$ là xác suất cặp sinh đôi cùng giới.

Xác suất sinh đôi thật là : $0.3/0.65 = 6/13$

Câu 5: Hai đấu thủ A và B thi đấu cờ. Xác suất thắng của A là 0.4 trong mỗi ván chơi (không có hòa). Ai thắng mỗi ván sẽ được cộng 1 điểm, thua không có điểm nào. Trận đấu sẽ kết thúc nếu A giành được 3 điểm trước (A thắng) hoặc B giành được 5 điểm trước (B thắng). Tính xác suất để A thắng trận.

C là biến cố A thắng trận.

Trường hợp 1: Tổng có 3 ván thi đấu.

Xác suất để A thắng trận : $P(C_1) = (0.4)^3 = 0.064$

Trường hợp 2: Tổng có 4 ván thi đấu.

Xác suất để A thắng trận : $P(C_2) = C_3^2 (0.4)^2 (0.6)^1 (0.4) = 0.1152$

Trường hợp 3: Tổng có 5 ván thi đấu.

Xác suất để A thắng trận : $P(C_3) = C_4^2 (0.4)^2 (0.6)^2 (0.4) = 0.13824$

Trường hợp 4: Tổng có 6 ván thi đấu.

Xác suất để A thắng trận : $P(C_4) = C_5^2 (0.4)^2 (0.6)^3 (0.4) = 0.13824$

Trường hợp 5: Tổng có 7 ván thi đấu.

Xác suất để A thắng trận : $P(C_5) = C_6^2 (0.4)^2 (0.6)^4 (0.4) = 0.124416$

Vậy:

$$P(C) = 0.064 + 0.1152 + 0.13824 + 0.13824 + 0.124416 = 0.580096$$

Câu 6: Chi tiết được gia công qua 5 giai đoạn nối tiếp nhau và chất lượng chi tiết được kiểm định sau khi đã được gia công xong. Xác suất gây khuyết tật ở công đoạn thứ 1 là $P_1 = 0.3$, thứ 2 là $P_2 = 0.4$, thứ 3 là $P_3 = 0.5$, thứ 4 là $P_4 = 0.6$, thứ 5 là $P_5 = 0.7$. Tìm xác suất P để sau khi gia công xong chi tiết có khuyết tật.

\bar{P} là xác suất gia công xong chi tiết không có khuyết tật nào.

$$\bar{P} = 0.3 \times 0.4 \times 0.5 \times 0.6 \times 0.7 = 0.0252$$

$$\Rightarrow P = 1 - \bar{P} = 0.9748$$

Câu 7: Cho ĐLNN liên tục X có hàm phân phối

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{nếu } x < 0 \\ \frac{1}{3}(8x^5 - 5x^8), & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & , \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$$

Tính $E(X)$

$$\text{Hàm mật độ } f(x) = \begin{cases} 0 & , x \notin [0, 1] \\ \frac{40}{3}(x^4 - x^7), & x \in [0, 1] \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{40}{3}(x^4 - x^7)dx = \int_0^1 x \frac{40}{3}(x^4 - x^7)dx = \frac{20}{27}$$

Câu 8: Một hòm có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 -> 20. Chọn ngẫu nhiên ra 2 tấm thẻ. Tính xác suất để tích của 2 số trên 2 tấm thẻ là số chẵn.

A là biến cố cần tìm

Trường hợp 1: Một trong 2 tấm thẻ là số lẻ có 10 cách.

Thẻ còn lại mang số chẵn có 10 cách.

$$P(A_1) = \frac{10 \times 10}{20 \times 19} = \frac{5}{19}$$

Trường hợp 2 : Một trong 2 tấm thẻ là số chẵn có 10 cách.

Thẻ còn lại mang số chẵn có 19 cách.

$$P(A_2) = \frac{10 \times 19}{20 \times 19} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{29}{38}$$

Câu 9: Chọn ngẫu nhiên 1 vé số có 6 chữ số. Tính xác suất để vé không có số 1 hoặc không có số 5.

A là biến cố vé số không có số 1. $\Rightarrow P(A) = \frac{9^6}{10^6}$

B là biến cố vé số không có số 5. $\Rightarrow P(B) = \frac{9^6}{10^6}$

$A \cap B$ là biến cố không có số 1 và số 5. $\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{8^6}{10^6}$

$\Rightarrow P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.800738$

Câu 10: Có 12 sản phẩm trong kiện hàng, trong đó có 5 chính phẩm, 7 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên có hoàn lại các sản phẩm trong kiện hàng đến khi lấy được chính phẩm hoặc đủ 4 sản phẩm thì dừng lại. Tính xác suất dừng lại ở lần thứ 3 nếu biết rằng đã lấy ít nhất 2 sản phẩm cho đến khi dừng lại.

Câu 11: Một túi chứa 4 quả cầu trắng, 3 quả cầu đen. Hai người chơi A và B lần lượt rút 1 quả cầu trong túi (rút xong không trả lại vào túi). Trò chơi kết thúc khi có người rút được quả cầu đen. Người đó xem như thua cuộc. Tính xác suất người rút trước thắng.

C là biến cố người rút trước thắng.

$P(C) = (4/7) \times (3/6) + (4/7) \times (3/6) \times (2/5) \times (3/4) = 13/35$

Câu 12: Cho ĐLNN X có phân bố đều trên $[1, 2]$. Tính $P\{2 < X^2 < 5\}$

$2 < X^2 < 5 \Leftrightarrow \sqrt{2} < X < \sqrt{5}$ lấy giao với $[1, 2] \Rightarrow \sqrt{2} < X < 2$

$P\{2 < X^2 < 5\} = \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{2-1} dx = 2 - \sqrt{2}$

Câu 13: Trong bình cầu có 8 cầu trắng và 9 cầu đen. Hai người lần lượt lấy ra từng quả cầu theo phương thức có hoàn lại. Tính xác suất p để người thứ hai lấy được cầu trắng trước.

$P = \frac{9}{17} \cdot \frac{8}{17} + \left(\frac{9}{17}\right)^3 \cdot \frac{8}{17} + \left(\frac{9}{17}\right)^5 \cdot \frac{8}{17} + \left(\frac{9}{17}\right)^7 \cdot \frac{8}{17} + \dots + \left(\frac{9}{17}\right)^{2k+1} \cdot \frac{8}{17} = \frac{8}{17} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{9}{17}\right)^2} = \frac{9}{26}$

Câu 14: Hai đấu thủ nhau 9 ván cờ. Xác suất thắng của A trong 1 ván là 0.3 . Tìm xác suất để A thắng nhiều ván hơn B.

$$P = C_9^5(0.3)^5(0.7)^4 + C_9^6(0.3)^6(0.7)^3 + C_9^7(0.3)^7(0.7)^2 + C_9^8(0.3)^8(0.7)^1 + C_9^9(0.3)^9(0.7)^0 = 0.09880866$$

Câu 15: Có 10 sản phẩm trong kiện hành, trong đó có 3 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại các sản phẩm trong kiện đến khi lấy được phế phẩm. Tính xác suất lấy được phế phẩm ở lần thứ 3.

$$P = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{7}{40}$$

Câu 16: Một đoàn tàu có 4 toa đỗ ở một sân ga. Có 7 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau chọn một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 4 người và 2 toa còn lại không có người nào.

$$P = \frac{4 \cdot C_7^3 \cdot 3 \cdot C_4^4 \cdot 2}{4^7} = \frac{105}{2048}$$

Câu 17: Trong 1 chiếc hòm có 20 bóng đèn trong đó có 4 bóng tốt, 16 bóng hỏng. Ta chọn ngẫu nhiên từng bóng đem thử (thử xong không trả lại) cho đến khi thu được 2 bóng tốt. Gọi X là số lần thử cần thiết. Tìm xác suất để $X = 5$.

$$P = C_4^1 \frac{16}{20} \frac{15}{19} \frac{14}{18} \frac{4}{17} \frac{3}{16} = \frac{28}{323}$$

Câu 18: Một đoạn thẳng AB dài 30cm bị gãy ngẫu nhiên ở một điểm P. Hai đoạn AP và BP được sử dụng làm hai cạnh của hình chữ nhật.

$$AP = x \text{ (cm)} \Rightarrow BP = 30 - x \text{ (cm)} \Rightarrow S = x(30 - x) \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} E(S) &= E(x(30-x)) = 30 \cdot E(x) - E(x^2) = 30 \cdot \int_a^b \frac{1}{b-a} x dx - \int_a^b \frac{1}{b-a} x^2 dx \\ &= 30 \cdot \int_0^{30} \frac{1}{30-0} x dx - \int_0^{30} \frac{1}{30-x} x^2 dx \\ &= 150 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Câu 19: Giả sử có 54 người dự thi lấy bằng lái xe, mỗi người đều có xác suất đỗ là $p = \frac{1}{3}$ và cũng đều thi cho đến khi được bằng mới thôi. Có khoảng bao nhiêu người phải thi ít nhất 4 lần?

Xác suất người thi đậu bằng lái xe dưới 4 lần là:

$$P = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{27}$$

⇒ Xác suất người thi đậu bằng lái xe ít nhất 4 lần là:

$$\bar{P} = 1 - P = \frac{8}{27}$$

Số người thi đậu bằng lái xe ít nhất 4 lần là: $54 \cdot \frac{8}{27} = 16$ người

Câu 20: Cho ĐLNN X có hàm mật độ như sau $f(x) = \begin{cases} k(1+x)^{-7}, & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0, & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

$$\text{Ta có: } \int_{-\infty}^{+\infty} k(1+x)^{-7} dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^{+\infty} k(1+x)^{-7} dx = 1 \Leftrightarrow k = 6$$

Câu 1: Hai đấu thủ A và B đấu với nhau 5 ván cờ. Xác suất thắng của A trong 1 ván $p = 0.25$. Tìm xác suất để A thắng nhiều hơn B.

$$P = C_5^3 (0.25)^3 (0.75)^2 + C_5^4 (0.25)^4 (0.75)^1 + C_5^5 (0.25)^5 (0.75)^0 = \frac{53}{512}$$

Câu 2: Cho ĐLNN liên tục X có hàm phân phối

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \\ k(7x^5 - 5x^7) & \text{nếu } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$$

Tính $E(X)$

$$\text{Hàm mật độ: } f(x) = \begin{cases} 0 & , x \notin [0, 1) \\ 35k(x^4 - x^6) & , x \in [0, 1) \end{cases}$$

Tìm k

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 35k(x^4 - x^6) dx = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx = \int_0^1 35kx(x^4 - x^6) dx = \frac{35k}{24} = \frac{35}{48}$$

Câu 3: Trong 1 chiếc hòm có 9 bóng đèn trong đó có 3 tốt, 6 hỏng. Ta chọn ngẫu nhiên từng bóng đèn thử (Thử xong không trả lại) cho đến khi thu được 2 bóng tốt. Gọi X là số lần thử cần thiết. Tìm xác suất để $X = 5$.

$$P = C_4^1 \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{21}$$

Câu 4: Hai người cùng bắn vào mục tiêu, khả năng chỉ có 1 người bắn trúng là 0.38 tìm xác suất bắn trúng p của người thứ nhất, biết khả năng bắn trúng của người thứ hai là 0.8

Ta có:

$$p \cdot (1 - \frac{4}{5}) + (1-p) \cdot \frac{4}{5} = 0.38 \Rightarrow p = 0.7$$

Câu 5: Cho ĐLNN X có phân bố đều trên $[1,2]$. Tính $P\{2 < X^2 < 5\}$

$$2 < X^2 < 5 \Leftrightarrow \sqrt{2} < X < \sqrt{5} \text{ lấy giao với } [1, 2] \Rightarrow \sqrt{2} < X < 2$$

$$P\{2 < X^2 < 5\} = \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{2-1} dx = 2 - \sqrt{2}$$

Câu 6: Một người bắn lần lượt từng viên đạn vào bia với xác suất trúng đích của viên đạn là $p = 0.7$ cho tới khi trúng 2 viên liên tiếp thì dừng lại. Tính xác suất người đó đã bắn 6 viên đạn khi dừng lại.

$$P = (0.3)^4(0.7)^2 + 3 \cdot (0.7)^1(0.3)^3(0.7)^2 + (0.7)^2(0.3)^2(0.7)^2 = 0.053361$$

TÀI LIỆU SƯU TẬP
BỞI HCMUT-CNCP