

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Các số gần đúng làm tròn đến 4 chữ số thập phân.

**Câu 1** (2 đ) Tỷ lệ phế phẩm do một công ty sản xuất là 2%. Trước khi xuất xưởng, mỗi sản phẩm phải qua một thiết bị kiểm tra tự động. Thiết bị này phát hiện đúng chính phẩm với xác suất 97% và phát hiện đúng phế phẩm với xác suất 99%. Hãy tính tỷ lệ chính phẩm của các sản phẩm mà công ty bán trên thị trường.

**Câu 2** ( 2 đ) Cho véc tơ ngẫu nhiên  $(X,Y)$  có hàm mật độ phân bố xác suất là:

$$f(x,y) = \begin{cases} a\sqrt{x^2 + y^2} & \text{với } (x,y) \in D \\ 0 & \text{với } (x,y) \notin D \end{cases}$$

ở đây  $D = \{(x,y) \in R^2, x^2 + y^2 \leq 2x\}$

Tìm số  $a$  và tính kỳ vọng  $E(X+Y)$ .

**Câu 3** ( 4 đ) Người ta nghiên cứu về sự ảnh hưởng giữa mức thu nhập  $X$  của các hộ gia đình ( đơn vị triệu đồng/ tháng) và mức tiêu thụ  $Y$  (đơn vị kg/ tháng) của hộ đó đối với thực phẩm A. Dưới đây là số liệu mẫu khảo sát được trong 110 hộ ở vùng này:

X	Y				
	1	3	5	7	9
5	3	4			
15	7	16			
25		20	15		
35			21	5	
45			6	10	3

a) Tìm phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của  $Y$  theo  $X$  và hệ số tương quan mẫu.

b) Với độ tin cậy 95%, hãy tìm khoảng ước lượng cho mức tiêu thụ trung bình thực phẩm A trong một tháng của các hộ gia đình và khoảng ước lượng cho khối lượng thực phẩm A được tiêu thụ trong một tháng của 5000 hộ trong vùng.

c) Người ta xếp loại các hộ có mức tiêu thụ thực phẩm A trong 1 tháng trên ngưỡng 6 kg là những hộ có nhu cầu cao về loại thực phẩm này. Số liệu từ đợt khảo sát 200 hộ trong vùng cách đây 1 năm cho thấy chỉ có 26 hộ có mức tiêu thụ cao hơn ngưỡng trên. Với mức ý nghĩa 2%, có thể nói rằng tỉ lệ hộ có nhu cầu cao về thực phẩm A hiện đã tăng lên hay không?

**Câu 4:.** ( 2 đ) Dưới đây là một mẫu thống kê về chiều cao của một loại cây sau 6 năm tuổi:

Chiều cao (m)	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16
Số cây	6	26	62	60	34	12

Với mức ý nghĩa 5%, có thể xem như mẫu này phù hợp phân phối chuẩn hay không?

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

PGS.TS. Nguyễn Đình Huy

## ĐÁP ÁN

### Câu 1: ( 2đ )

Theo đề, ta giả định các sản phẩm ngoài thị trường là sản phẩm đã được máy kết luận tốt.

Gọi A là biến cố sản phẩm đó thực sự tốt.

Gọi B là biến cố sản phẩm đó được kết luận tốt.

$$\begin{aligned} \text{Tỉ lệ cần tìm} = P(A/B) &= \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B/A)}{P(A) \times P(B/A) + P(\bar{A}) \times P(B/\bar{A})} \\ &= \frac{0,98 \times 0,97}{0,98 \times 0,97 + 0,02 \times 0,01} = 0,9998 \end{aligned}$$

Có thể làm cách khác nhưng sinh viên cần giải thích để được điểm tối đa.

### Câu 2: ( 1đ + 1đ)

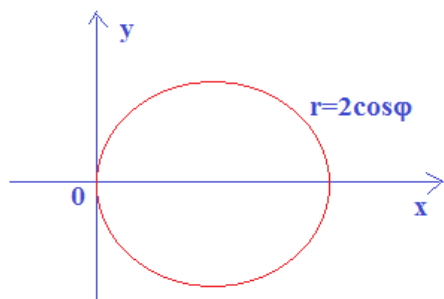
Phương trình đường tròn giới hạn D là  $x^2 + y^2 = 2x$ .

Để thuận tiện, ta đổi tích phân cần tính sang tọa độ cực.

$$x = r \cdot \cos\varphi; \quad y = r \cdot \sin\varphi; \quad |J| = r$$

Phương trình đường tròn được viết thành  $r^2 = 2r \cdot \cos\varphi \Rightarrow (r = 0); r = 2 \cos\varphi$

$$\text{Vậy } D: \begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq r \leq 2 \cos\varphi \end{cases}$$



- Tìm a:

$$\iint_D a \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} a \times r^2 dr = 1$$

$$\Rightarrow a \times \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{8 \cos^3 \varphi}{3} d\varphi = 1 \Rightarrow a \times \left[ \sin \varphi - \frac{\sin^3 \varphi}{3} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 \quad \Rightarrow a = \frac{9}{32}$$

- Tìm E(X+Y):

$$E(X+Y) = \iint_{\mathbb{R}^2} (x+y)f(x,y)dxdy = \frac{9}{32} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} (r\cos\varphi + r\sin\varphi) \times r^2 dr$$

$$= \frac{9}{32} \times \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 4 \left[ \cos^5 \varphi + \cos^4 \sin \varphi \right] d\varphi = \frac{9}{8} \times \left[ \sin \varphi - \frac{2\sin^3 \varphi}{3} + \frac{\sin^5 \varphi}{5} - \frac{\cos^5 \varphi}{5} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{6}{5}$$

**Câu 3: ( 1đ + 1,5đ +1,5đ )**

Các đặc trưng mẫu:

$$\begin{array}{llll} n=110 & \bar{x}=27,4545 & s_x=11,5354 & s_x=11,5882 \\ & \bar{y}=4,2909 & s_y=1,8407 & s_y=1,8491 \\ \overline{xy}=135,3636 & r=0,8270 & A=0,6682 & B=0,1320 \end{array}$$

- a)  $R = 0,8270$ . Phương trình hồi quy tt:  $y = 0,6682 + 0,1320 x$   
Cần có công thức tính các hệ số để được tối đa điểm.

- b) + Khoảng UL cho nhu cầu trung bình:

$$\bar{y} \pm \varepsilon = \bar{y} \pm \frac{z_{\alpha} \times s_y}{\sqrt{n}} = 4,2909 \pm \frac{1,96 \times 1,8491}{\sqrt{110}} = 4,2909 \pm 0,3456$$

hay ( 3,9453; 4,6365 )

+ Khoảng UL cho khối lượng thực phẩm A được tiêu thụ:  
( 19727 kg; 23183 kg)

- c) Gọi  $p_1$  ;  $p_2$  lần lượt là tỉ lệ hộ có nhu cầu cao đối với thực phẩm A của năm trước và năm nay.

**Cách 1:**

$$H_0 : p_1 = p_2 \quad H_1 : p_1 \neq p_2$$

$$z_{\alpha} = 2,33$$

$$z_0 = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{26}{200} - \frac{18}{110}}{\sqrt{\frac{44}{310}\left(1 - \frac{44}{310}\right)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{110}\right)}} = -0,812$$

Do  $z_0 < z_{\alpha}$  nên chưa bác bỏ được  $H_0$ . Chưa thể nói rằng tỉ lệ hộ có nhu cầu cao về thực phẩm A thay đổi.

**Cách 2:**

$$H_0: p_1 = p_2 \quad H_1: p_1 < p_2$$

$$M_{bb}(-\infty; -2,05)$$

$$\text{TCKĐ: } z_0 = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{26}{200} - \frac{18}{110}}{\sqrt{\frac{44}{310}\left(1 - \frac{44}{310}\right)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{110}\right)}} = -0,812$$

Do  $z_0$  không thuộc  $M_{bb}$  nên chưa bác bỏ được  $H_0$ . Chưa thể nói rằng tỉ lệ hộ có nhu cầu cao về thực phẩm A đã tăng.

**Câu 4:** Lưu ý trình bày các công thức tính  $p_i$  và tiêu chuẩn kiểm định

$$n = 200 \quad \bar{x} = 10,26 \quad s = 2,3436$$

$H_0$ : Mẫu phù hợp phân phối chuẩn  $\mu = 10,26$ ;  $\sigma = 2,3436$ .

$H_1$ : Mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

Tra bảng  $\chi^2_{\alpha} = 7,81$

$P_i$	$E_i = n \cdot p_i$
0.0346	6.91
0.1329	26.58
0.2884	57.68
0.3153	63.05
0.1736	34.73
0.0553	11.05

$$\chi^2_{qs} = 0,7006 < \chi^2_{\alpha}$$

Chấp nhận  $H_0$ . Mẫu phù hợp với phân phối chuẩn.