

1. Biểu diễn các số phức sau ở dạng lượng giác và dạng mũ:

a)  $1+i\sqrt{3}$

g)  $-3+2i$

b)  $-2-2i\sqrt{3}$

h)  $\sin \frac{\pi}{3} + i \cos \frac{\pi}{3}$

c)  $i-1$

i)  $-\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$

d)  $4\sqrt{3}-4i$

j)  $1+\cos \alpha + i \sin \alpha$

e)  $\frac{-5+i}{3+2i}$

f)  $-8i$

2. Cho các số phức:

$$U_1 = \frac{(1+i)^{25}(\sqrt{3}-i)^7}{(-2+2i)^6}$$

$$U_2 = \frac{i^{103}(3i-\sqrt{3})^5}{(1-i)^{16}}$$

a) Tìm  $\text{mod}(U_1)$ ;  $\arg(U_1)$ ;  $\text{Re}(U_1)$ ;  $\text{Im}(U_1)$ ; dạng lượng giác của  $U_1$ .

b) Hỏi tương tự câu a) với  $U_2$ .

c) Từ kq câu a) suy ra modun và argument của các số phức  $2U_1; 3U_1; \overline{U_1}$ .

3. Tìm số n nguyên dương nhỏ nhất để số phức  $(1-\sqrt{3}i)^n$  là:

a) một số thực?

b) là một số thuần ảo?

4. Hãy biểu diễn  $\sin 5x$ ,  $\cos 6x$  qua  $\sin x$  và  $\cos x$ .

5. Tính  $I = C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - \dots + C_{100}^{100}$

$$J = C_{50}^1 - C_{50}^3 + C_{50}^5 - \dots + C_{50}^{49}$$

6. Mô tả hình học tập hợp các số phức z thỏa điều kiện:

a)  $1 < |z+2-i| < 3$

b)  $|z+3| = |z-3|$

c)  $|z+1| > |z-i|$

d)  $|z+1-i| + |z-2i| = 5$

e)  $z = e^{1+i\varphi}; 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$

f)  $z = ae^{\frac{i\pi}{3}}; a \geq 0$

g)  $z = a+i; a \in \mathbb{R}$  và  $|z-1| \leq 2$ .

7. Tìm các căn bậc 2 của số phức ở dạng đại số:

a)  $-3-4i$

b)  $-8+6i$

8. Tìm giá trị của các căn thức sau và biểu diễn chúng trong mặt phẳng phức:

a)  $\sqrt[4]{1+i\sqrt{3}}$

b)  $\sqrt[3]{-6i}$

c)  $\sqrt[3]{-5}$

9. Giải các phương trình:

a)  $|z| + z = 2+i$

b)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

c)  $(x+i)^4 + 16 = 0$

d)  $z^5 - 1 = 0$ . Từ đó hãy phân tích  $z^5 - 1$  thành tích của các nhị thức bậc nhất và tam thức bậc 2 với hệ số thực.

e)  $z^4 + z^3 + 3z^2 + z + 2 = 0$ , biết  $z = i$  là một nghiệm.

f)  $z^4 + 6z^3 + 9z^2 + 100 = 0$ , biết  $z_1 = 1+2i$  là một nghiệm.

g)  $z^3 - (1+i)z^2 + (9i-2)z + 14+8i = 0$  biết nó có một nghiệm thuần ảo.