Tích phân đường loại 2

TS. Huỳnh Thị Hồng Diễm

Bộ Môn Toán
Trường Đại học Bách Khoa TPHCM

TPHCM, Tháng 5 năm 2020.

1. Định nghĩa tích phân đường 2

1. **Định nghĩa tích phân đường 2**
2. **Cách tính tích phân đường 2**

1. **Định nghĩa tích phân đường 2**
2. **Cách tính tích phân đường 2**
3. **Định lý Green**

1. **Định nghĩa tích phân đường 2**
2. **Cách tính tích phân đường 2**
3. **Định lý Green**

Trong mặt phẳng Oxy cho hàm vector $\overrightarrow{F} = (P(x,y), Q(x,y))$ xác định trên cung BC

Trong mặt phẳng Oxy cho hàm vector $\overrightarrow{F} = (P(x,y), Q(x,y))$ xác định trên cung BC
$+$ Chia cung BC thành n cung nhỏ không dẫm lên nhau bởi các điểm $B = B_0, B_1, \ldots, B_n = C$.

Trong mặt phẳng Oxy cho hàm vector $\overrightarrow{F} = (P(x,y), Q(x,y))$ xác định trên cung BC

+ Chia cung BC thành n cung nhỏ không dẫm lên nhau bởi các điểm $B = B_0, B_1, \ldots, B_n = C$.

$\overrightarrow{B_k B_{k+1}} = (\Delta x_k, \Delta y_k) = \Delta x_k \vec{i} + \Delta y_k \vec{j}$

Trong mặt phẳng Oxy cho hàm vector $\overrightarrow{F} = (P(x,y), Q(x,y))$ xác định trên cung BC

+ Chia cung BC thành n cung nhỏ không dẫm lên nhau bởi các điểm $B = B_0, B_1, \ldots, B_n = C$.

$\overrightarrow{B_k B_{k+1}} = (\Delta x_k, \Delta y_k) = \Delta x_k \vec{i} + \Delta y_k \vec{j}$

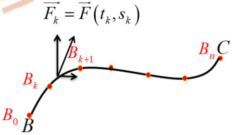
+ Lấy điểm $M(x_k, y_k)$ trên cung $B_k B_{k+1}$ và lập thành tổng tích phân.

Trong mặt phẳng Oxy cho hàm vector $\overrightarrow{F} = (P(x, y), Q(x, y))$ xác định trên cung BC

+ Chia cung BC thành n cung nhỏ không dẫm lên nhau bởi các điểm $B = B_0, B_1, \ldots, B_n = C$.

$\overrightarrow{B_k B_{k+1}} = (\Delta x_k, \Delta y_k) = \Delta x_k \vec{i} + \Delta y_k \vec{j}$

+ Lấy điểm $M(x_k, y_k)$ trên cung $B_k B_{k+1}$ và lập thành tổng tích



phân. $S_n = \sum_{k=1}^{n} [P(x_k, y_k)\Delta x_k + Q(x_k, y_k)\Delta y_k]$.

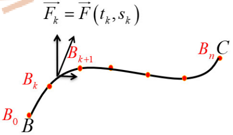
+ Nếu $\lim_{n\to\infty} S_n$ tồn tại hữu hạn thì giới hạn đó là tích phân đường loại 2 của hàm $P(x, y), Q(x, y)$ dọc theo cung BC.

Trong mặt phẳng Oxy cho hàm vector $\overrightarrow{F} = (P(x,y), Q(x,y))$ xác định trên cung BC

\+ Chia cung BC thành n cung nhỏ không dẫm lên nhau bởi các điểm $B = B_0, B_1, \ldots, B_n = C$.

$\overrightarrow{B_kB_{k+1}} = (\Delta x_k, \Delta y_k) = \Delta x_k\vec{i} + \Delta y_k\vec{j}$

\+ Lấy điểm $M(x_k, y_k)$ trên cung B_kB_{k+1} và lập thành tổng tích phân. $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n}[P(x_k, y_k)\Delta x_k + Q(x_k, y_k)\Delta y_k]$.



\+ Nếu $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ tồn tại hữu hạn thì giới hạn đó là tích phân đường loại 2 của hàm $P(x,y), Q(x,y)$ dọc theo cung BC.

Kí hiệu là: $\int\limits_{BC} P(x,y)dx + Q(x,y)dy$

2.1 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số $x = x(t), y = y(t)$

$t = a$ ứng với điểm đầu của $\overset{\frown}{AB}$, $t = b$ ứng với điểm cuối của cung $\overset{\frown}{AB}$. Khi đó,

2.1 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số

$x = x(t), y = y(t)$

$t = a$ ứng với điểm đầu của $\overset{\frown}{AB}$, $t = b$ ứng với điểm cuối của cung $\overset{\frown}{AB}$. Khi đó,

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_{a}^{b} [P(x(t), y(t))x'(t) + Q(x(t), y(t))y'(t)]dt}$$

2.1 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số

$x = x(t), y = y(t)$

$t = a$ ứng với điểm đầu của $\overset{\frown}{AB}$, $t = b$ ứng với điểm cuối của cung $\overset{\frown}{AB}$. Khi đó,

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_{a}^{b} [P(x(t), y(t))x'(t) + Q(x(t), y(t))y'(t)]dt}$$

2.2 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $y = y(x)$, với $x = a$ là hoành độ điểm đầu, $x = b$ là hoành độ điểm cuối, khi đó

2.1 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số

$x = x(t), y = y(t)$

$t = a$ ứng với điểm đầu của $\overset{\frown}{AB}$, $t = b$ ứng với điểm cuối của cung $\overset{\frown}{AB}$. Khi đó,

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_{a}^{b} [P(x(t), y(t))x'(t) + Q(x(t), y(t))y'(t)]dt}$$

2.2 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $y = y(x)$, với $x = a$ là hoành độ điểm đầu, $x = b$ là hoành độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_{a}^{b} [p(x, y(x)) + Q(x, y(x))y'(x)]dx}$$

2.1 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số

$x = x(t), y = y(t)$

$t = a$ ứng với điểm đầu của $\overset{\frown}{AB}$, $t = b$ ứng với điểm cuối của cung $\overset{\frown}{AB}$. Khi đó,

$$\boxed{\int_{AB} Pdx + Qdy = \int_a^b [P(x(t), y(t))x'(t) + Q(x(t), y(t))y'(t)]dt}$$

2.2 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $y = y(x)$, với $x = a$ là hoành độ điểm đầu, $x = b$ là hoành độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int_{AB} Pdx + Qdy = \int_a^b [p(x, y(x)) + Q(x, y(x))y'(x)]dx}$$

2.3 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $x = x(y)$, với $y = a$ là tung độ điểm đầu, $y = b$ là tung độ điểm cuối, khi đó

2.3 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $x = x(y)$, với $y = a$ là tung độ điểm đầu, $y = b$ là tung độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_a^b [p(x(y), y)x'(y) + Q(x(y), y)]dy}$$

2.3 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $x = x(y)$, với $y = a$ là tung độ điểm đầu, $y = b$ là tung độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_a^b [p(x(y), y)x'(y) + Q(x(y), y)]dy}$$

2.4 Tích phân đường loại 2 trong không gian

2.3 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $x = x(y)$, với $y = a$ là tung độ điểm đầu, $y = b$ là tung độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_{a}^{b} [p(x(y), y)x'(y) + Q(x(y), y)]dy}$$

2.4 Tích phân đường loại 2 trong không gian

Cho cung trơn $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số trong không gian với $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$. Điểm đầu A ứng với $t = a$, điểm cuối B ứng với $t = b$.

2.3 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $x = x(y)$, với $y = a$ là tung độ điểm đầu, $y = b$ là tung độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int\limits_{AB} Pdx + Qdy = \int\limits_a^b [p(x(y), y)x'(y) + Q(x(y), y)]dy}$$

2.4 Tích phân đường loại 2 trong không gian

Cho cung trơn $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số trong không gian với $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$. Điểm đầu A ứng với $t = a$, điểm cuối B ứng với $t = b$. $I = \int\limits_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$

2.3 Trường hợp cung $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình $x = x(y)$, với $y = a$ là tung độ điểm đầu, $y = b$ là tung độ điểm cuối, khi đó

$$\boxed{\int_{AB} Pdx + Qdy = \int_a^b [p(x(y), y)x'(y) + Q(x(y), y)]dy}$$

2.4 Tích phân đường loại 2 trong không gian

Cho cung trơn $\overset{\frown}{AB}$ có phương trình tham số trong không gian với $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$. Điểm đầu A ứng với $t = a$, điểm cuối B ứng với $t = b$. $I = \int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$

$$= \int_a^b [P(x(t), y(t), z(t))x'(t) + Q(x(t), y(t), z(t))y'(t) +$$
$$R(x(t), y(t), z(t))z'(t)]dt$$

2. Cách tính tích phân đường loại 2

Ví dụ 1: Tính $I = \int\limits_C 2xydx - x^2dy$, C là đoạn nối từ $O(0,0)$ đến $A(2,1)$ theo các đường cong sau.

a) Đoạn thẳng OA

b) Parabol $x = 2y^2$.

2. Cách tính tích phân đường loại 2

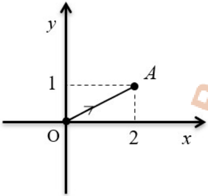
Giải.

2. Cách tính tích phân đường loại 2

Giải.a) Đoạn thẳng $OA: y = \frac{x}{2},\ x: 0 \to 2$

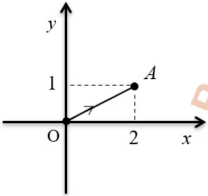
2. Cách tính tích phân đường loại 2

Giải.a) Đoạn thẳng $OA: y = \dfrac{x}{2},\ x: 0 \to 2$



2. Cách tính tích phân đường loại 2

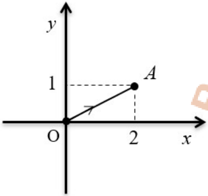
Giải.a) Đoạn thẳng $OA : y = \frac{x}{2}, \ x : 0 \to 2$



$$I = \int_0^2 [2x.\frac{x}{2} - x^2.\frac{1}{2}]dx = \int_0^2 \frac{x^2}{2}dx = \frac{4}{3}$$

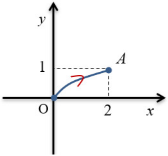
2. Cách tính tích phân đường loại 2

Giải. a) Đoạn thẳng $OA : y = \dfrac{x}{2},\ x : 0 \to 2$



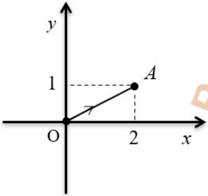
$$I = \int_0^2 [2x.\frac{x}{2} - x^2.\frac{1}{2}]dx = \int_0^2 \frac{x^2}{2}dx = \frac{4}{3}$$

b) Parabol $x = 2y^2,\ y : 0 \to 1$



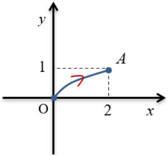
2. Cách tính tích phân đường loại 2

Giải.a) Đoạn thẳng $OA: y = \dfrac{x}{2},\ x: 0 \to 2$



$$I = \int_0^2 [2x.\frac{x}{2} - x^2.\frac{1}{2}]dx = \int_0^2 \frac{x^2}{2}dx = \frac{4}{3}$$

b) Parabol $x = 2y^2,\ y: 0 \to 1$



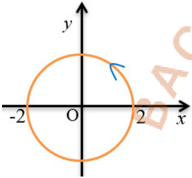
$$I = \int_0^1 [2.2y^2.y.4y - (2y^2)^2]dy = \int_0^1 12y^4 dy = \frac{12}{5}$$

Chú ý:

Chú ý:

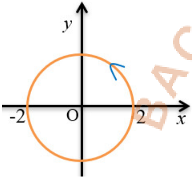
Những bài tham số hóa theo góc, ngược chiều kim đồng hồ là tham số tăng dần, cùng chiều kim đồng hồ là tham số giảm dần.

Ví dụ 2: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.



Giải.

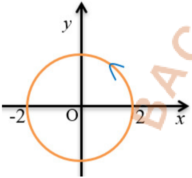
Ví dụ 2: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.



Giải.

$$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$$

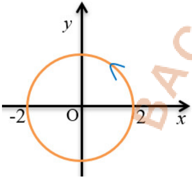
Ví dụ 2: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.



Giải.

$$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases} \qquad t : 0 \to 2\pi$$

Ví dụ 2: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.

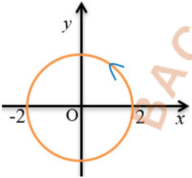


Giải.

$$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases} \qquad t : 0 \to 2\pi$$

$$I = \int\limits_0^{2\pi} [2\cos t.2\sin t.(-2\sin t) + 2.(2\cos t)^2.2\sin t.2\cos t]dt$$

Ví dụ 2: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.



Giải.

$$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases} \quad t : 0 \to 2\pi$$

$$I = \int\limits_0^{2\pi} [2\cos t.2\sin t.(-2\sin t) + 2.(2\cos t)^2.2\sin t.2\cos t]dt$$

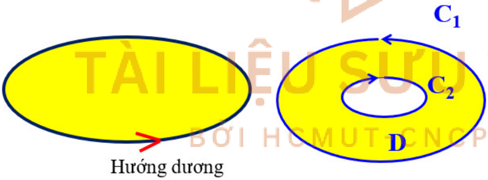
$$I = \int\limits_0^{2\pi} (-8\sin^2 t.\cos t + 32.\cos^3 t.\sin t)dt$$

Định nghĩa:

Định nghĩa:

Nếu C là đường cong kín (chu tuyến) là biên của miền $D \subset \mathbb{R}^2$ chiều dương của C là chiều mà khi người đi dọc trên biên, miền D nằm bên tay trái. Tích phân đường loại 2 trên đường cong kín được kí hiệu:

Định nghĩa:
Nếu C là đường cong kín (chu tuyến) là biên của miền $D \subset \mathbb{R}^2$ chiều dương của C là chiều mà khi người đi dọc trên biên, miền D nằm bên tay trái. Tích phân đường loại 2 trên đường cong kín được kí hiệu: $\oint\limits_C Pdx + Qdy$



3. Định lý Green

Cho miền D đóng và giới nội trong mặt phẳng Oxy với biên C trơn từng khúc. Nếu các hàm $P(x, y), Q(x, y)$ liên tục cùng với các đạo hàm riêng của chúng trong miền D thì ta có.

3. Định lý Green

Cho miền D đóng và giới nội trong mặt phẳng Oxy với biên C trơn từng khúc. Nếu các hàm $P(x, y), Q(x, y)$ liên tục cùng với các đạo hàm riêng của chúng trong miền D thì ta có.

$$\boxed{\oint_C Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy}$$

Tích phân đường vế trái được lấy theo chiều dương.

3. Định lý Green

Cho miền D đóng và giới nội trong mặt phẳng Oxy với biên C trơn từng khúc. Nếu các hàm $P(x, y), Q(x, y)$ liên tục cùng với các đạo hàm riêng của chúng trong miền D thì ta có.

$$\boxed{\oint_C Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy}$$

Tích phân đường vế trái được lấy theo chiều dương.

Chú ý: C có thể bao gồm nhiều chu tuyến giới hạn miền D

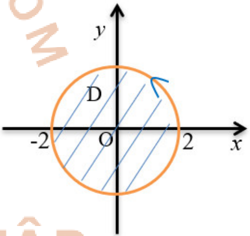
Ví dụ 3: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.

Giải.

$$\begin{cases} P(x,y) = xy \Rightarrow P'_y = x \\ Q(x,y) = 2x^2y \Rightarrow Q'_x = 4xy \end{cases}$$

Ví dụ 3: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.

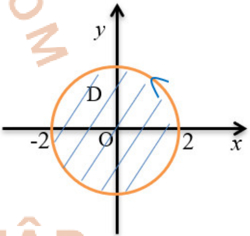
Giải.



$$\begin{cases} P(x,y) = xy \Rightarrow P'_y = x \\ Q(x,y) = 2x^2y \Rightarrow Q'_x = 4xy \end{cases}$$

Ví dụ 3: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.

Giải.

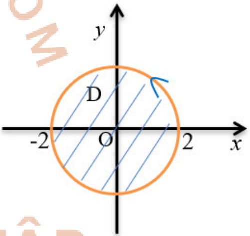


$$\begin{cases} P(x,y) = xy \Rightarrow P'_y = x \\ Q(x,y) = 2x^2y \Rightarrow Q'_x = 4xy \end{cases}$$

$$I \overset{Green}{=} + \iint\limits_D [4xy - x]dxdy, \text{ với } D : x^2 + y^2 \leq 4$$

Ví dụ 3: Tính $I = \int\limits_C xydx + 2x^2ydy$, với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ theo chiều ngược chiều KĐH.

Giải.



$$\begin{cases} P(x,y) = xy \Rightarrow P'_y = x \\ Q(x,y) = 2x^2y \Rightarrow Q'_x = 4xy \end{cases}$$

$$I \overset{Green}{=} + \iint\limits_D [4xy - x]dxdy, \text{ với } D : x^2 + y^2 \leq 4$$

$$I = 0$$

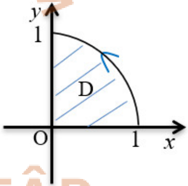
Ví dụ 4: Tính $I = \int\limits_C (x - y^3)dx + (x^3 + y^3)dy$, với C là biên của miền D giới hạn bởi $0 \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$. Tích phân đường lấy theo chiều dương.

Giải.

$$\begin{cases} P(x, y) = x - y^3 \Rightarrow P'_y = -3y^2 \\ Q(x, y) = x^3 + y^3 \Rightarrow Q'_x = 3x^2 \end{cases}$$

Ví dụ 4: Tính $I = \int\limits_C (x - y^3)dx + (x^3 + y^3)dy$, với C là biên của miền D giới hạn bởi $0 \le x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0$. Tích phân đường lấy theo chiều dương.

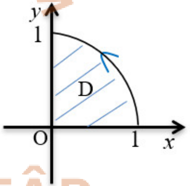
Giải.



$$\begin{cases} P(x,y) = x - y^3 \Rightarrow P'_y = -3y^2 \\ Q(x,y) = x^3 + y^3 \Rightarrow Q'_x = 3x^2 \end{cases}$$

Ví dụ 4: Tính $I = \int\limits_C (x - y^3)dx + (x^3 + y^3)dy$, với C là biên của miền D giới hạn bởi $0 \le x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0$. Tích phân đường lấy theo chiều dương.

Giải.



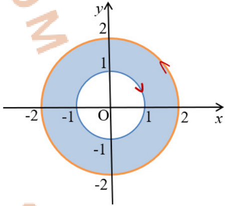
$$\begin{cases} P(x,y) = x - y^3 \Rightarrow P'_y = -3y^2 \\ Q(x,y) = x^3 + y^3 \Rightarrow Q'_x = 3x^2 \end{cases}$$

$$I \overset{Green}{=} + \iint\limits_D [3x^2 + 3y^2]dxdy = \int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^1 3r^2.rdr = \frac{3\pi}{8}$$

Ví dụ 5: Tính $I = \int\limits_C y^3dx + x^2ydy$, với C là biên của miền D giới hạn bởi $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$. Tích phân đường lấy theo chiều dương.

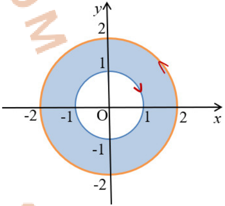
Giải. $\begin{cases} P(x,y) = y^3 \Rightarrow P'_y = 3y^2 \\ Q(x,y) = x^2y \Rightarrow Q'_x = 2xy \end{cases}$

Ví dụ 5: Tính $I = \int\limits_C y^3dx + x^2ydy$, với C là biên của miền D giới hạn bởi $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$. Tích phân đường lấy theo chiều dương.



Giải. $\begin{cases} P(x,y) = y^3 \Rightarrow P'_y = 3y^2 \\ Q(x,y) = x^2y \Rightarrow Q'_x = 2xy \end{cases}$

Ví dụ 5: Tính $I = \int\limits_C y^3dx + x^2ydy$, với C là biên của miền D giới hạn bởi $1 \le x^2 + y^2 \le 4$. Tích phân đường lấy theo chiều dương.



Giải. $\begin{cases} P(x,y) = y^3 \Rightarrow P'_y = 3y^2 \\ Q(x,y) = x^2y \Rightarrow Q'_x = 2xy \end{cases}$

$$I \overset{Green}{=} + \iint\limits_D [2xy - y^2]dxdy = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_1^2 -3r^2.\sin^2\varphi.rdrd\varphi = \frac{-45\pi}{4}$$

Ví dụ 6: Tính $I = \int\limits_C \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$

a) Với C đường tròn $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH.
b) Vơi C là đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH.

Giải. a) $P(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2} \Rightarrow P'_y = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$

$Q(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} \Rightarrow Q'_x = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$

Ví dụ 6: Tính $I = \int\limits_C \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$

a) Với C đường tròn $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH.
b) Vơi C là đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH.

Giải. a) $P(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2} \Rightarrow P'_y = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$

$Q(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} \Rightarrow Q'_x = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$

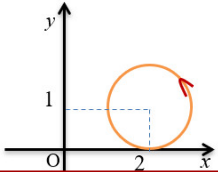
Ví dụ 6: Tính $I = \int\limits_C \dfrac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$

a) Với C đường tròn $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH.
b) Vơi C là đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH.

Giải. a) $P(x,y) = \dfrac{-y}{x^2+y^2} \Rightarrow P'_y = \dfrac{y^2 - x^2}{(x^2+y^2)^2}$

$Q(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2} \Rightarrow Q'_x = \dfrac{y^2 - x^2}{(x^2+y^2)^2}$

$$I \overset{Green}{=} + \iint\limits_D (Q'_x - P'_y)dxdy \iint\limits_D 0dxdy = 0$$



Giải. b) (C) là đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ $t : 0 \to 2\pi$

Giải. b) (C) là đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ theo chiều ngược chiều KĐH $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ $t : 0 \to 2\pi$

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{(-\sin t)(-\sin t) + \cos t . \cos t}{1} dt = \int_0^{2\pi} 1 dt = 2\pi$$

Ví dụ 7: Tính công của lực $\overrightarrow{F} = (x, x^3 + 3xy^2)$ di chuyển một chất điểm đi từ điểm bắt đầu $(-2, 0)$ dọc theo trục Ox đến $(2, 0)$, sau đó đi theo nửa đường tròn $y = -\sqrt{4 - x^2}$ về điểm xuất phát.

Giải. Công của lực $\overrightarrow{F}$ được tính theo công thức

Ví dụ 7: Tính công của lực $\overrightarrow{F} = (x, x^3 + 3xy^2)$ di chuyển một chất điểm đi từ điểm bắt đầu $(-2, 0)$ dọc theo trục Ox đến $(2, 0)$, sau đó đi theo nửa đường tròn $y = -\sqrt{4 - x^2}$ về điểm xuất phát.

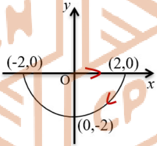
Giải. Công của lực $\overrightarrow{F}$ được tính theo công thức

$$I = \int_C x dx + (x^3 + 3xy^2) dy.$$

Ví dụ 7: Tính công của lực $\overrightarrow{F} = (x, x^3 + 3xy^2)$ di chuyển một chất điểm đi từ điểm bắt đầu $(-2, 0)$ dọc theo trục Ox đến $(2, 0)$, sau đó đi theo nửa đường tròn $y = -\sqrt{4 - x^2}$ về điểm xuất phát.

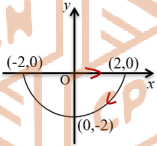
Giải. Công của lực $\overrightarrow{F}$ được tính theo công thức

$$I = \int_C xdx + (x^3 + 3xy^2)dy.$$



Ví dụ 7: Tính công của lực $\overrightarrow{F} = (x, x^3 + 3xy^2)$ di chuyển một chất điểm đi từ điểm bắt đầu $(-2, 0)$ dọc theo trục Ox đến $(2, 0)$, sau đó đi theo nửa đường tròn $y = -\sqrt{4 - x^2}$ về điểm xuất phát.

Giải. Công của lực $\overrightarrow{F}$ được tính theo công thức

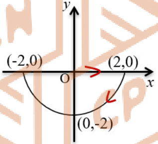


$$I = \int\limits_C xdx + (x^3 + 3xy^2)dy.$$

$$I \overset{Green}{=} -\iint\limits_D (3x^2 + 3y^2)dxdy \text{ với } D: x^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0$$

Ví dụ 7: Tính công của lực $\overrightarrow{F} = (x, x^3 + 3xy^2)$ di chuyển một chất điểm đi từ điểm bắt đầu $(-2, 0)$ dọc theo trục Ox đến $(2, 0)$, sau đó đi theo nửa đường tròn $y = -\sqrt{4 - x^2}$ về điểm xuất phát.

Giải. Công của lực $\overrightarrow{F}$ được tính theo công thức



$$I = \int\limits_C xdx + (x^3 + 3xy^2)dy.$$

$$I \overset{Green}{=} -\iint\limits_D (3x^2 + 3y^2)dxdy \text{ với } D : x^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0$$

$$I = -\int\limits_{\pi}^{2\pi}\int\limits_0^2 3r^2.rdrd\varphi = -12\pi$$