

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Câu 1: (2đ)

Một người viết tặng 10 tấm thiệp khác nhau cho 10 người bạn . Do đăng trí anh ta bỏ ngẫu nhiên các tấm thiệp này vào 10 bì thư ghi sẵn tên 10 người bạn đó.

- Giả sử A, B, C là tên của 3 trong số 10 người bạn. Tìm xác suất cả 3 tấm thiệp dành cho A, B, C đều bỏ đúng bì thư.
- Tính xác suất có ít nhất một tấm thiệp được bỏ đúng bì thư của nó.

Câu 2: (2đ)

Một hộp đựng 6 bi đỏ, 2 bi xanh và 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra từng bi cho đến khi gặp bi đỏ thì dừng lại. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số bi xanh và Y là biến ngẫu nhiên chỉ số bi vàng đã lấy ra.

- Lập bảng phân phối xác suất đồng thời của véc tơ ngẫu nhiên (X,Y).
- Tính hệ số tương quan R_{xy}

Câu 3: (1,5đ)

Để dự đoán số cá trong một hồ, cơ quan quản lý đánh bắt 450 con, làm dấu rồi thả xuống hồ. Lần sau người ta bắt ngẫu nhiên 500 con thì thấy có 80 con đã được đánh dấu. Hãy xác định số cá trong hồ với độ tin cậy 98%.

Câu 4: (3đ)

Người ta thực hiện một khảo sát độc lập về tuổi thọ của một loại lốp xe hiệu X bằng cách đem chúng thử nghiệm trên đường cho đến khi hỏng. Số liệu thu được như sau:

| Số km đi được (ngàn km) | 52-54 | 54-56 | 56-58 | 58-60 | 60-62 | 62-64 |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Số lốp tương ứng | 14 | 30 | 54 | 48 | 26 | 8 |

- Với độ tin cậy 95%, hãy dự đoán kích thước mẫu cần có nếu chúng ta muốn ước lượng tuổi thọ trung bình của loại lốp xe này với sai số là 0,3 (ngàn km).
- Nhà sản xuất đã quảng cáo tuổi thọ trung bình của loại lốp này là 60 ngàn km. Với mức ý nghĩa 1%, có thể kết luận nhà sản xuất đã nói quá sự thật hay không?

- c) Khi khảo sát 100 lớp xe cùng loại của hiệu Y thì người ta thấy có được 26 lớp xe chạy được trên 60 ngàn km. Có thể xem như tỉ lệ lớp xe có tuổi thọ trên 60 ngàn km của hiệu Y là cao hơn so với hiệu X hay không, xét với mức ý nghĩa 1%?

Câu 5: (1,5đ)

Số vết nứt quan sát được trên các cuộn thép mạ được thống kê như sau:

| | | | | | | |
|-------------------|---|----|----|----|----|---|
| Số vết nứt | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Số cuộn tương ứng | 6 | 17 | 42 | 38 | 23 | 4 |

Với mức ý nghĩa 5%, hãy kết luận xem mẫu này có phù hợp với phân phối Poisson hay không?

Chủ nhiệm Bộ môn

PGS.TS Nguyễn Đình Huy



ĐÁP ÁN**Câu 1: 2đ**

Gọi A_i là biến cố bức thư thứ i bỏ đúng bì thư ; $i = 1, 2, 3, \dots, 10$.

Gọi A, B, C là các biến cố thư của người A , người B , người C bỏ đúng bì thư.

a) (0,5đ) Xác suất cần tìm:

$$P(ABC) = P(A).P(B/A).P(C/AB) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} = 0,0013889$$

b) (1,5đ) Gọi E là biến cố có ít nhất 1 thư đến đúng được địa chỉ.

$$E = A_1 + A_2 + \dots + A_{10}$$

Theo công thức cộng xác suất tổng quát, ta có được :

$$\begin{aligned} P(E) &= \sum_{i=1}^{10} P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) - \dots - P(A_1 A_2 \dots A_{10}) \\ &= C_{10}^1 \cdot \frac{1}{10} - C_{10}^2 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} + C_{10}^3 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} - C_{10}^4 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} + \dots - C_{10}^{10} \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \dots \times \frac{1}{1} \\ &= 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots - \frac{1}{10!} \approx 0,6321 \end{aligned}$$

Câu 2: 2đ a)

| Y | 0 | 1 | 2 |
|---|----------------|----------------|-----------------|
| X | | | |
| 0 | 0,6 | $\frac{2}{15}$ | $\frac{1}{60}$ |
| 1 | $\frac{2}{15}$ | $\frac{1}{30}$ | $\frac{1}{70}$ |
| 2 | $\frac{1}{60}$ | $\frac{1}{70}$ | $\frac{1}{210}$ |

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{2}{7} \approx 0,2857 \quad \overline{xy} = \frac{1}{7} \approx 0,1429 \quad s_x = s_y = 0,5449$$

b)

$$R_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{s_x \cdot s_y} \approx 0,2222$$

Câu 3: 1,5đ

$$n = 500; f = 80/500 = 0,16$$

Khoảng ước lượng tỉ lệ cá được đánh dấu:

$$p = f \pm \frac{z_{\alpha} \sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = 0,16 \pm \frac{2,33 \times \sqrt{0,16 \times 0,84}}{\sqrt{500}} = (0,16 \pm 0,0382) = (0,1218; 0,1982)$$

Khoảng ước lượng về số cá trong hồ (2270; 3695)

Câu 4: 3đ

$$n = 180 \quad \bar{x} = 57,7333 \quad \hat{s} = 2,5207 \quad s = 2,5272$$

a) Kích thước mẫu cần tìm:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha} \times s}{\varepsilon} \right)^2 = \left(\frac{1,96 \times 2,5272}{0,3} \right)^2 = 273 \text{ (làm tròn lên)}$$

b) Gọi a là tuổi thọ trung bình của lớp xe hiệu X.

C1: Gtđđ H_0 : $a = 60$ ngàn km Gt H_1 : $a \neq 60$ ngàn km

$$z_\alpha = 2,58$$

$$z_o = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{57,7333 - 60}{2,5272} \sqrt{180} = -12,0335$$

Do $|z_o| > z_\alpha$ nên bác bỏ H_0 ; chấp nhận H_1 .

Đồng thời $\bar{x} = 57,7333 < 60$ nên ta coi tuổi thọ của các lớp xe hiệu X thực sự thấp hơn 60 ngàn km. Công ty nói quá sự thật.

C2: Gtđđ H_0 : $a = 60$ ngàn km Gt H_1 : $a < 60$ ngàn km

$$z_{2\alpha} = 2,33$$

Miền bác bỏ $W_\alpha = (-\infty; -2,33)$

$$z_o = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{57,7333 - 60}{2,5272} \sqrt{180} = -12,0335$$

Do $z_o \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 ; chấp nhận H_1 . Ta coi tuổi thọ của các lớp xe hiệu X thực sự thấp hơn 60 ngàn km. Công ty nói quá sự thật.

c)

Gọi p_1 ; p_2 lần lượt là tỉ lệ lớp xe có tuổi thọ trên 60 ngàn km của hiệu X và Y.

$$n_1 = 180; n_2 = 100 \quad f_1 = \frac{34}{180}; f_2 = \frac{26}{100} \quad \bar{f} = \frac{34 + 26}{180 + 100} = \frac{3}{14} \quad (\approx 0,2143)$$

C1:

Gtđđ H_0 : $p_1 = p_2$

Gtđđ H_1 : $p_1 \neq p_2$

$$z_\alpha = 2,58$$

$$z_o = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = -1,3895$$

Do $|z_o| < 2,58$ nên chưa bác bỏ được H_0 .

Coi như tỉ lệ lớp xe có tuổi thọ trên 60 ngàn km của hiệu Y không cao hơn so với hiệu X.

C2: Gtđđ H_0 : $p_1 = p_2$

Gtđđ H_1 : $p_1 < p_2$

Miền bác bỏ $W_\alpha = (-\infty; -2,33)$

$$z_o = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = -1,3895$$

Do $z_o \notin W_\alpha$ nên chưa bác bỏ được H_0 .

Coi như tỉ lệ lớp xe có tuổi thọ trên 60 ngàn km của hiệu Y không cao hơn so với hiệu X.

Câu 5: 1,5 đ

H_0 : mẫu phù hợp phân phối Poisson với $\lambda \approx \bar{x} \approx 2,5154$

H_1 : mẫu không phù hợp phân phối Poisson.

Miền bác bỏ: $W_\alpha = (9,49; +\infty)$. $n = 130$.

Trình bày công thức tính p_i :

| | | | | | | |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| p_i | 0.080832 | 0.203323 | 0.255718 | 0.21441 | 0.134831 | 0.06783 |
| $E_i = n \cdot p_i$ | 10.50814 | 26.432 | 33.24333 | 27.87325 | 17.52799 | 8.817926 |

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_{qs}^2 = 13,9180$ (trình bày công thức tính) $\in W_\alpha \Rightarrow$ Bác bỏ H_0 .

Mẫu không phù hợp phân phối Poisson.