

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Câu 1: (2đ)

Gieo 3 con xúc xắc cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để:

- Tổng số chấm xuất hiện trên 3 con xúc xắc là 10 nếu biết rằng có ít nhất một con xuất hiện mặt ba chấm.
- Có ít nhất một con xuất hiện sáu chấm nếu biết rằng số chấm trên 3 con xúc xắc là khác nhau.

Câu 2: (2đ)

Hai cầu thủ bóng rổ lần lượt ném bóng vào rổ cho đến khi có người ném trúng thì dừng. Người thứ nhất ném trước. Xác suất ném trúng rổ trong mỗi lượt chơi của mỗi người lần lượt là 0,3 và 0,4. Hãy lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X chỉ số lần ném rổ của người thứ nhất. Tìm $E(X)$; $D(X)$.

Câu 3: (5đ)

Người ta khảo sát trọng lượng của các gói mì được đóng gói tự động trên 2 dây chuyền khác nhau. Các gói mì có trọng lượng nhỏ hơn 980 gram được coi là không đạt tiêu chuẩn đóng gói.

Ở dây chuyền thứ nhất, số liệu mẫu thu được như sau:

Trọng lượng một gói (gram)	960- - 970	970- - 980	980- - 990	990- - 1000	1000- - 1010	1010- - 1020
Số gói tương ứng	2	10	49	66	31	12

Ở dây chuyền thứ hai, khi khảo sát 121 gói mì thì người ta thấy có 11 gói mì không đạt tiêu chuẩn đóng gói; 80 gói đạt tiêu chuẩn và có trọng lượng nhỏ hơn 1000 gram; 30 gói đạt tiêu chuẩn và có trọng lượng từ 1000 gram trở lên. Trọng lượng trung bình của 121 gói mì này là 991 gram và độ lệch mẫu hiệu chỉnh là 11 gram.

- Hãy tìm khoảng tin cậy 95% cho trọng lượng trung bình của các gói mì không đạt tiêu chuẩn đóng gói trên dây chuyền thứ nhất.
- Với độ tin cậy 95%, hãy chỉ ra khoảng ước lượng cho phương sai của trọng lượng các sản phẩm trên dây chuyền thứ hai.

- c) Trước đây tỉ lệ sản phẩm đóng gói không đạt tiêu chuẩn trên dây chuyền thứ nhất là 15%. Số liệu trên được lấy sau khi người ta thực hiện cải tiến kỹ thuật. Với mức ý nghĩa 1%, có thể xem như việc cải tiến kỹ thuật đã đem lại hiệu quả đối với dây chuyền thứ nhất hay không?
- d) Với mức ý nghĩa 5%, hãy so sánh trọng lượng trung bình của các gói mì được đóng gói trên 2 dây chuyền.
- e) Với mức ý nghĩa 5%, hãy xét xem tình trạng được đóng gói của các gói mì có phụ thuộc vào việc các gói mì được sản xuất trên dây chuyền nào hay không? (Ta xem xét tình trạng được đóng gói ở 3 mức độ: không đạt tiêu chuẩn; đạt tiêu chuẩn và trọng lượng nhỏ hơn 1000 gram; đạt tiêu chuẩn và trọng lượng từ 1000 gram trở lên).

Câu 5: (1 đ)

Dưới đây là số liệu mẫu thu được khi người ta khảo sát số ngày nghỉ vượt tiêu chuẩn phép trong năm của nhân viên ở một công ty thời trang.

Số ngày nghỉ	0	1	2	3	4
Số công nhân	75	44	18	10	3

Với mức ý nghĩa 5%, hãy kết luận xem mẫu này có phù hợp với phân phối Poisson hay không?

P. Chủ nhiệm Bộ môn

TÀI LIỆU SƯU TẬP

BỞI HCMUT-CNCP

TS. Nguyễn Bá Thi

ĐÁP ÁN**Câu 1: 2đ** Yêu cầu giải thích các kết quả thành phần.

a) (1đ) Gọi A là biến cố tổng các mặt bằng 10;

B biến cố có ít nhất một mặt 3 chấm.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{15}{6^3}}{1 - \frac{5^3}{6^3}} = \frac{15}{91}$$

b) (1đ) Gọi C là biến cố có ít nhất một con được 6 chấm;

D biến cố số chấm trên 3 con xúc xắc là khác nhau.

$$P(C|D) = \frac{\frac{60}{6^3}}{\frac{120}{6^3}} = \frac{1}{2}$$

Câu 2: 2đ

$$P(X=1) = 0,3 + 0,7 \times 0,4 = 0,58$$

$$P(X=2) = 0,7 \times 0,6 \times 0,3 + 0,7 \times 0,6 \times 0,7 \times 0,4 = 0,42 \times 0,58$$

$$P(X=3) = 0,7 \times 0,6 \times 0,7 \times 0,6 \times 0,3 + 0,7 \times 0,6 \times 0,7 \times 0,6 \times 0,7 \times 0,4 = 0,42^2 \times 0,58$$

Công thức tổng quát:

$$P(X=k) = 0,42^{k-1} \times 0,58 \quad k=1;2;3;\dots$$

$$E(X) = \frac{1}{0,58} = 1,7241$$

$$D(X) = \frac{1}{0,58^2} - \frac{1}{0,58} = 1,2485$$

Câu 3: 5đ = 1 + 0.5 + 1 + 1 + 1.5

Mẫu 1: $n = 170; \quad \bar{x} = 993,8235; \quad s = 10,4243$

Mẫu 2: $n = 200 \quad \bar{x} = 991 \quad s = 11$

a) Mẫu nhỏ: $n = 12; \quad \bar{x} = 973,3333; \quad s = 3,8925$

KUL:

$$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 973,3333 \pm 2,201 \times \frac{3,8925}{\sqrt{12}} = 973,3333 \pm 2,4732 = (970,8601; 975,8065)$$

b) KUL: $\left(\frac{(n-1) \times s^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}; \frac{(n-1) \times s^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)} \right) = \left(\frac{120 \times 11^2}{152,21}; \frac{120 \times 11^2}{91,58} \right) = (95,3945; 158,5499)$

c) Gọi p là tỉ lệ sản phẩm không đạt tiêu chuẩn đóng gói trên dây chuyền thứ nhất.

C1: Gtđđ $H_0: p = 15\%$ Gtđđ $H_1: p \neq 15\%$

$$z_{\alpha} = 2,58$$

$$z_0 = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{12}{170} - 0,15}{\sqrt{0,15(1-0,15)}} \sqrt{170} = -2,8997$$

Do $|z_0| > 2,58$ nên ta bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 . Do $f < 0,15$ nên coi như tỉ lệ sản phẩm không đạt yêu cầu đã giảm, việc cải tiến có hiệu quả.

C2: Gtktđ $H_0: p = 15\%$
 Gtktđ $H_1: p < 15\%$
 Miền bác bỏ $W_\alpha = (-\infty; -2,33)$

$$z_0 = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{12}{170} - 0,15}{\sqrt{0,15(1-0,15)}} \sqrt{170} = -2,8997$$

Do $z_0 \in W_\alpha$ nên bác bỏ được H_0 , chấp nhận H_1

d) Gọi $a_1; a_2$ lần lượt là trọng lượng trung bình các gói mì trên dây chuyền 1 và 2.

C1: Gtktđ $H_0: a_1 = a_2$
 Gtktđ $H_1: a_1 \neq a_2$

$$z_\alpha = 1,96$$

$$z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{993,8235 - 991}{\sqrt{\frac{10,4243^2}{170} + \frac{11^2}{121}}} = 2,2053$$

Do $|z_0| > 1,96$ nên bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 . Trọng lượng trung bình của các gói mì trên 2 dây chuyền là không như nhau. Do $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ nên ta xem như trọng lượng trung bình của các gói mì trên dây chuyền 1 là lớn hơn so với dây chuyền 2.

C2: Gtktđ $H_0: a_1 = a_2$
 Gtktđ $H_1: a_1 > a_2$

Miền bác bỏ $W_\alpha = (1,65; +\infty)$

$$z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{993,8235 - 991}{\sqrt{\frac{10,4243^2}{170} + \frac{11^2}{121}}} = 2,2053$$

Do $z_0 \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1

(Cho điểm cả trường hợp giải bài toán theo giả thiết H_1 là $a_1 \neq a_2$)

e) Số liệu trên được viết lại:

Tình trạng SP Dây chuyền	Không đạt tiêu chuẩn	Đạt tiêu chuẩn + <1000 gram	Đạt tiêu chuẩn + ≥1000 gram
1	12	115	43
2	11	80	30

170

121

23

195

73

291

H_0 : Tình trạng sản phẩm có phân bố tỉ lệ như nhau trên 2 dây chuyền đóng gói.

H_1 : Tình trạng sản phẩm có phân bố tỉ lệ khác nhau trên 2 dây chuyền đóng gói.

$$\chi_{0,05}^2(2) = 5,99$$

Bảng tần số lý thuyết:

13.4364	113.918	42.646
9.56357	81.0825	30.354

$$\chi_0^2 = \sum_{i,j} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = 0,4011 < \chi_\alpha^2 \text{ nên chấp nhận } H_0.$$

Câu 4: 1 đ

H_0 : mẫu phù hợp với phân phối Poisson với $\lambda \approx \bar{x} \approx 0,8133$

H_1 : mẫu không phù hợp với phân phối Poisson.

Miền bác bỏ: $W_\alpha = (7,81; +\infty)$. $n = 150$.

Công thức tính p_i : $p_i = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^i}{i!} \quad i=0,1,2,3,4.$

p_i	0.443378	0.360614	0.14665	0.039758	0.008084
$E_i = n \cdot p_i$	66.50665	54.09208	21.99744	5.963752	1.212629

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_0^2 = \sum_{i=0}^4 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 9,0602 \in W_\alpha \Rightarrow \text{Bác bỏ } H_0.$

Mẫu không phù hợp với phân phối Poisson.

