ĐẠI HỌC QUỐC GIA
ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP HỒ CHÍ MINH

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Họ và tên: Lê Trạc Lực

MSSV: 1813022

Nhóm: 11

Lớp: L09 Tổ:

Mã số M (các câu 1,2,3,4): 2.1520

Câu 1:

Lượng nước V: V = $\frac{3.14h^2(6.456-h)}{3}$; lượng nước dự trữ V = 11.6208 m^3

Công thức Newton :$h_n = h_{n-1} - \frac{f(h_{n-1})}{f'(h_{n-1})}$;

$f(h) = \frac{3.14h^2(6.456-h)}{3} - 11.6208$

$f'(h)$= 13.5146h – 3.14h^2 => h2 = 1.4962

Sai số tổng quát theo V:

Xét : Min|$V'(h)$| = Min|13.5146h – 3.14h^2| = 5.9723; $\forall h \in [0.5; 2.0]$

công thức sai số tổng quát: $|\bar{h} - h_n| \leq \frac{\left|\frac{3.14h^2(6.456-h)}{3} - 11.6208\right|}{5.9723}$

Vậy sai số ở lần lặp thứ 2 là $\Delta h_2 = 0.0002$

Câu 2: Cho công thức lặp theo phương pháp Gauss – Seidel của hệ 2 phương trình 2 ẩn là:

$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = ax_2^{(k)} + b \\ x_2^{(k+1)} = cx_1^{(k+1)} + d \end{cases}$. Biết $x^{(0)} = \begin{bmatrix} M \\ 0.5 \end{bmatrix}$; $x^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{M}{5} \\ 0.75 \end{bmatrix}$; $x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ \frac{M}{10} \end{bmatrix}$

Tính các giá trị a, b, c, d (Đáp án với 4 số lẻ)

Giải:

Với M = 2.1520 ta có:

$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 2.1520 \\ 0.5 \end{bmatrix}$; $x^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.4304 \\ 0.75 \end{bmatrix}$; $x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.125 \\ 0.2152 \end{bmatrix}$

Ta có:

$\begin{cases} x_1^{(1)} = ax_2^{(0)} + b \\ x_2^{(1)} = cx_1^{(0)} + d \end{cases}$ (1)

$\begin{cases} x_1^{(2)} = ax_2^{(1)} + b \\ x_2^{(2)} = cx_1^{(2)} + d \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2), ta suy ra hệ số:

$\begin{cases} a = -1.2216 \\ b = 1.0412 \\ c = -0.1452 \\ d = 0.8125 \end{cases}$

<u>Câu 3</u>: Hàm cầu là hàm thể hiện sự phụ thuộc của số lượng sản phẩm bán ra theo giá của sản phẩm đó. Một của hàng bán bánh ngọt có số liệu như sau

x (giá)	4500	5000	5400	6000	6600	7000	8000
y (sản phẩm)	3980	3650	3500	3360	3150	3000	860.8

Bằng phương pháp bình phương cực tiểu, xây dựng hàm cầu y=a+bx là hàm tuyến tính. Hãy ước lượng số sản phẩm bánh ngọt được bán ra nếu bán với giá 5800 đồng và ước lượng giá bánh ngọt nếu muốn bán được 3000 chiếc (sản phẩm bánh ngọt làm tròn đến hàng đơn vị, giá sản phẩm làm tròn đến đơn vị trăm đồng)

Giải:

Ta có : n = 7

$\sum_{k=1}^{n} x_k = 42500$,

$\sum_{k=1}^{n} y_k = 21500.8$,

$\sum_{k=1}^{n} x_k^2 = 266970000$,

$$\sum_{k=1}^{n} x_k . y_k = 126004240$$

Hệ phương trình để xác định A, B có dạng:

$$\begin{cases} 7A + 42500B = 21500.8 \\ 42500A + 266970000B = 126004240 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 7586.6897 \\ B = -0.7437 \end{cases}$$

$\rightarrow y = 7586.6897 - 0.7437\,x$

- Số lượng sản phẩm bánh ngọt bán ra với giá 5800 đồng là 3273 sản phẩm,
- giá để bán được 3000 cái là 6200 đồng.

Câu 4: Tọa độ hai hàm f(x) và g(x) trên mặt phẳng cho bởi bảng sau:

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2
f(x)	0.8	1.9368	1.0	1.15	1.05	1.2	1.076
g(x)	2.7	3.9	4.2	5.1	4.7	3.5	3.2

Dùng công thức Simpson tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi hai đồ thị này và hai đường thẳng x=1, x=2.2 (Đáp số với 2 số lẻ)

Giải:

Công thức simpson:

$$\int_a^b y(x)dx \approx \frac{h}{3}\left(y_{\text{đầu}} + y_{\text{cuối}} + 4\sum y_{\text{lẻ}} + 2\sum y_{\text{chẵn}}\right)$$

Đặt $I_1 = \int_1^{2.2} f(x)dx$

$$\approx \frac{h}{3}(f_0 + f_6 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4))$$

Đặt $I_2 = \int_1^{2.2} g(x)dx$

$$\approx \frac{h}{3}(g_0 + g_6 + 4(g_1 + g_3 + g_5) + 2(g_2 + g_4))$$

Diện tích miền phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị này và 2 đường thẳng $x = 1, x = 2.2$ là: $S = \int_1^{2.2} |g(x) - f(x)| dx$ với h = 0.2

⇨ $S = \int_1^{2.2} g(x) - f(x)\, dx$

⇨ $S = \int_1^{2.2} g(x)dx - \int_1^{2.2} f(x)dx$

⇨ $S = 3.3718$

⇨ Vậy diện tích giới hạn bởi hai đồ thị f(x) và g(x) và 2 đường thẳng x=1, x=2.2 là $S = 3.37$

Câu 5: Cho A là ma trận kích thước 2x2. X là ma trận 2x1. Chứng minh rằng:

$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1.\|X\|_1$

Tìm X sao cho xảy ra dấu =

$$\| A \|_1 = \underset{j}{Max}\left(\sum_{i=1}^{n} | a_{i,j} | \right)$$

Giải:

Gọi A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ và X= $\begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{pmatrix}$

AX= $\begin{pmatrix} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} \end{pmatrix}$

⇨ $\|AX\|_1 = a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21}$

Giả sử $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$

⇨ $\|A\|_1 = a_{11}+a_{21}$

Từ ma trận X:

⇨ $\|X\|_1 = x_{11} + x_{21}$

Ta có: $\|AX\|_1 - \|A\|_1.\|X\|_1$

$= (a_{11}x_{11} + a_{21}x_{11}) - (a_{11} + a_{21})(x_{11} + x_{21})$

$= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{11} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{11} - a_{21}x_{21}$

$= a_{12}x_{21} + a_{22}x_{21} - a_{11}x_{21} - a_{21}x_{21}$

$= x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) \leq 0$ (do $a_{11} + a_{21} > a_{12} + a_{22}$)

Hay $\|AX\|_1 - \|A\|_1.\|X\|_1 \leq 0$

⇨ $\|AX\|_1 \leq \|A\|_1.\|X\|_1$

Xét trường hợp $a_{11}+a_{21} < a_{12}+a_{22}$ thì cũng có thể chứng minh được:

$\|AX\|_1 \leq \|A\|_1.\|X\|_1$

Dấu "=" xảy ra khi:

$x_{21}(a_{12} + a_{22}) - x_{21}(a_{11} + a_{21}) = 0$

Hay $x_{21} = 0$

Vậy với bất kì ma trận X có dạng X= $\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$