Trường ĐHBK TPHCM
Bộ môn Toán ứng dụng

ĐỀ THI HỌC KỲ
MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ
Thời gian: 90 phút.

- *Đề thi gồm 2 trang.*
- *Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.*
- *Không sử dụng tài liệu.*

Câu 1:

Một nhà ăn phải phục vụ bữa trưa cho 1000 khách trong hai đợt liên tiếp. Số chỗ ngồi của nhà ăn phải ít nhất là bao nhiêu để xác suất của biến cố: “không đủ chỗ cho khách đến ăn” là bé hơn 1%? Giả thiết rằng mỗi khách có thể đến ngẫu nhiên một trong hai đợt.

Câu 2:

Tỷ lệ phế phẩm của một máy là 5%. Tất cả các sản phẩm của máy sẽ được kiểm tra chất lượng bởi một thiết bị tự động. Tuy nhiên tỷ lệ kết luận sai của thiết bị này đối với chính phẩm là 4%, còn đối với phế phẩm là 1%. Nếu sản phẩm bị thiết bị kết luận là phế phẩm thì sẽ bị loại.

a) Tìm tỷ lệ sản phẩm bị thiết bị kiểm tra đó kết luận nhầm.

b) Tìm tỷ lệ sản phẩm bị thiết bị loại sai.

Câu 3:

Bán kính của một số sản phẩm được khảo sát ngẫu nhiên như sau:

Bán kính x_i (mm)	3,5 – 3,7	3,7 – 3,9	3,9 – 4,1	4,1 – 4,3	4,3 – 4,5	4,5 – 4,7
Số lượng n_i	8	12	28	42	14	6

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$, có thể coi bán kính các sản phẩm này tuân theo quy luật chuẩn được không ?

Câu 4:

Tiến hành khảo sát số gạo bán ra hằng ngày ở một cửa hàng, người ta có kết quả:

Số gạo bán ra (kg)	130	150	160	180	190	210	220
Số ngày	9	12	25	30	20	13	4

Ông chủ cửa hàng cho rằng nếu trung bình một ngày bán ra không quá 170 kg thì tốt hơn là nghỉ bán. Từ số liệu trên, với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết cửa hàng nên quyết định thế nào ?

Câu 5:

Khi nghiên cứu sự phát triển của một loại cây, người ta tiến hành đo đường kính X(cm) và chiều cao Y(m) của một số cây. Số liệu ghi trong bảng sau:

X \ Y	2	3	4	5	6	7
20	3	5				
22		2	10			
24		3	8	12	7	
26			4	16	7	5
28					8	10

a) Những cây cao từ 5 m và có đường kính từ 26 cm trở lên là cây loại I. Hãy ước lượng tỉ lệ cây loại I với độ tin cậy 90%.

b) Ước lượng đường kính trung bình của cây loại 1 với độ tin cậy 99%.

c) Trước đây chiều cao trung bình của loại cây này là 5,2 m. Số liệu trên lấy ở những cây áp dụng một biện pháp chăm sóc mới. Với mức ý nghĩa 5%, hãy nhận xét về tác dụng của biện pháp chăm sóc đó.

PHÓ CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

TS. NGUYỄN BÁ THI

ĐÁP ÁN

<u>Câu 1:</u> (2 đ) **Phần sửa chi tiết hơn ở cuối trang**

Gọi m là số ghế ngồi trong nhà ăn. (500 < m <1000)

Gọi X là số khách vào nhà ăn trong đợt 1.

X có phân phối Nhị thức với n =1000, p=1/2.

Xác suất đủ chỗ ngồi cho khách = P(số khách đến ca 1 $\le$ m và số khách đến ca 2 $\le$ m)

$$= P(1000-m \le X \le m) \approx \Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right) - \Phi\left(\frac{1000-m-500}{\sqrt{250}}\right) = 2\times\Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right)$$

Từ giả thiết XS đủ chỗ ngồi cho khách $> 0{,}99 \Rightarrow$

$$2\times\Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right) > 0{,}99 \Rightarrow \Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right) > 0{,}495 = \Phi(2{,}58)$$

$$\Rightarrow \frac{m-500}{\sqrt{250}} > 2{,}58 \qquad \Rightarrow m > 2{,}58\times\sqrt{250}+500 \Rightarrow m \ge 541$$

<u>Câu 2:</u> (2 đ)

a) Tỷ lệ KL sai của thiết bị: 95%* 4% + 5% *1% = 3,85%.

b) P(sản phẩm là chính phẩm/ sản phẩm bị loại)= $\dfrac{0{,}95*4\%}{0{,}95*4\%+0{,}05*99\%} = 43{,}43\%$

<u>Câu 3:</u> (2 đ)

Ho: Bán kính phù hợp với phân phối chuẩn.

H1: Bán kính không phù hợp với phân phối chuẩn.

$\chi^2_\alpha(3) = 7{,}81 \quad n = 110; \qquad \overline{x} = 4{,}1091 \qquad \hat{s} = 0{,}2437$

Các giá trị trung gian:

Pi	Ei =n*pi	(Oi-Ei)^2/Ei
0.0466	5.1265	1.6106
0.1488	16.3719	1.1674
0.2897	31.8633	0.4684
0.2982	32.7998	2.5806
0.1624	17.8595	0.8340
0.0544	5.9790	0.0001
		6.6612

$\chi^2_0 = 6{,}6612 < \chi^2_\alpha$ Chấp nhận Ho.

<u>Câu 4:</u> (1 đ) Gọi a là lượng gạo bán ra trung bình hàng ngày.

Ho: a = 170 kg (hay a<=170 kg , dấu = phải ở biểu thức của Ho)

H1: a > 170 kg

$Do\, \alpha = 5\% \Rightarrow z_{2\alpha} = 1{,}645 \qquad \Rightarrow W_\alpha = (1{,}645; +\infty)$

$n = 113; \qquad \overline{x} = 175{,}0442 \quad s = 23{,}2657$

TCKĐ $Z_o = \dfrac{\overline{x}-a_0}{s}\sqrt{n} = 2{,}3047 \in W_\alpha$ nên bác bỏ Ho. Chấp nhận H1.

Cửa hàng nên tiếp tục bán.

Cách khác:

Ho: a = 170 kg   H1: a ≠ 170 kg

$z_\alpha = 1,96$ $n = 113;$ $\overline{x} = 175,0442$ $s = 23,2657$

TCKĐ $Z_o = \dfrac{\left|\overline{x} - a_0\right|}{s}\sqrt{n}$ = 2,3047

Bác bỏ Ho. Chấp nhận H1. Coi như lượng gạo TB bán được hàng ngày thực sự khác 170 kg.

Do khối lượng gạo bán TB hàng ngày $\overline{x}$ >170 kg nên ta coi như a > 170 kg.

Nên cửa hàng cần tiếp tục bán.

<u>Câu 5:</u> (3 đ)

a) $z_\alpha = 1,64$ $n = 100;$ $f = 0,46$ $\varepsilon = 0,0817$

Khoảng Ư L: (0,3783; 0,5413)

b) $z_\alpha = 2,58$ $n = 46;$ $\overline{x} = 26,7826$ $s = 0,9869$ $\varepsilon = 0,3754$

Khoảng UL: (26,4072; 27,1580)

c) Ho: a=5,2m   H1: a≠ 5,2 m

$z_\alpha = 1,96$ $n = 100;$ $\overline{y} = 0,51$ $s = 1,3142$

TCKđ: Zo= -1,4457.

Chấp nhận Ho.

Cách 2 cũng tương tự.

<u>Câu 1:</u> (2 đ) **Phần sửa chi tiết hơn**

Mỗi khách hàng có thể đến nhà ăn vào ca 1 với xác suất p = 0,5 và đến vào ca 2 với xác suất q=0,5. Các khách đến nhà ăn được coi là độc lập với nhau. (Như vậy đã xuất hiện dạng bài Bernoulli ở đây).
Chúng ta có 1000 khách hàng như vậy.
Gọi X là BNN chỉ số khách hàng (trong 1000 khách nói trên) đến nhà ăn vào ca 1. Khi đó 1000-X là số khách hàng vào ăn ở ca 2.
Có thể nhận thấy biến ngẫu nhiên X có phân phối Nhị thức với n = 1000, p=0,5; q=0,5.
{ giải thích chi tiết hơn qua ví dụ:

$$P(X=100)=C_{1000}^{100}(0,5)^{100}(0,5)^{900}$$
$$P(X=150)=C_{1000}^{150}(0,5)^{150}(0,5)^{850}$$ ....}

Gọi m là số ghế đã có trong nhà ăn. (m là 1 hằng số).
Muốn đủ chỗ cho khách ở ca 1 thì m >= X (1);
muốn đủ chỗ cho khách ở ca 2 thì m >= 1000 –X (2)
Muốn đủ chỗ cho khách ở cả 2 ca thì $1000-m \le X \le m$ (3)
Gọi A là biến cố đủ chỗ ngồi cho khách ở cả 2 ca.
{ Nói thêm: Nếu muốn A luôn xảy ra (xác suất 100%) thì cần m >=1000. Nhưng đề chỉ yêu cầu xác suất không đủ chỗ ngồi nhỏ hơn 1%, tức là A xảy ra với xác suất lớn hơn 99% nên có thể thấy m cần tìm có thể nhỏ hơn 1000}
YCBT: P(A) > 99%, dẫn đến $P(1000-m \le X \le m) > 99\%$ (4)

Nếu dùng trực tiếp công thức $P(1000-m \le X \le m) = \sum_{1000-m}^{m} C_{1000}^{k}(0,5)^{k}(0,5)^{1000-k}$

thì rõ ràng không dễ dàng gì. May mắn chúng ta có định lý giới hạn: khi n lớn ta coi X xấp xỉ phân phối chuẩn $N(a= np; \sigma^2= npq)$, biểu thị qua công thức:

$$P(k_1 \le X \le k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

Suy ra:

$$P(1000-m \le X \le m) \approx \Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right) - \Phi\left(\frac{1000-m-500}{\sqrt{250}}\right) = 2\times\Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right)$$

(4) $\Rightarrow$

$$2\times\Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right) > 0,99 \Rightarrow \Phi\left(\frac{m-500}{\sqrt{250}}\right) > 0,495 = \Phi(2,58)$$

$$\Rightarrow \frac{m-500}{\sqrt{250}} > 2,58 \qquad \Rightarrow m > 2,58\times\sqrt{250}+500 \Rightarrow m \ge 541$$

* Nếu không ghép (1) (2) thành (3) thì ta giải P(1) + P(2) > 99% thì cũng ra kết quả tương tự.