ĐỀ 1 **ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ – Học kì 20153**

Mã học phần: MI2020 Thời gian: 90 phút

Chú ý: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

Câu 1. Tung ngẫu nhiên 8 lần một đồng xu (khả năng ra mặt sấp và ngửa là như nhau ở mỗi lần tung). Tính xác suất để:

a. Được mặt sấp ở các lần gieo chẵn.

b. Chỉ được mặt sấp ở các lần gieo chẵn.

Câu 2. Một hộp có 20 sản phẩm, số chính phẩm có trong 20 sản phẩm đó là ngẫu nhiên và có khả năng xảy ra như nhau. Người ta bỏ thêm vào hộp đó 1 chính phẩm, sau đó từ hộp này lại lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất sản phẩm đó là chính phẩm.

Câu 3. Tuổi thọ của một loài côn trùng nào đó là biến ngẫu nhiên X (tháng tuổi) có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2(4-x) & 0\le x\le 4 \\ 0 & x\notin[0;4] \end{cases}$$

a. Xác định *a*, tìm tỷ lệ côn trùng sống không quá 1 tháng tuổi.

b. Xác định mod(X).

Câu 4. Nghiên cứu số vụ tai nạn giao thông xảy ra hàng ngày ở một khu vực ta có bảng số liệu sau:

Số vụ tai nạn	0	1	2	3	4	5	6	7
Số ngày	229	211	93	35	7	0	0	1

Với độ tin cậy 90%, hãy ước lượng khoảng đối xứng cho số tai nạn trung bình hàng ngày trong khu vực trên.

Câu 5. Có người đưa ra ý kiến tỷ lệ ngày có xảy ra tai nạn bằng 60%. Với số liệu thu được ở trên và với mức ý nghĩa 5%, hãy kết luận về ý kiến trên.

***Chú ý*: Không được sử dụng tài liệu**

Phụ lục. Trích các số ***Bảng hàm phân phối chuẩn*** $\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}dt$

x	1,282	1,645	1,96	2	3
Φ(x)	0,9	0,95	0,975	0,9772	0,9987

Hàm Laplace $\phi(x) = \Phi(x) - 0,5$

ĐỀ 2 **ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ – Học kì 20153**

Mã học phần: MI2020 Thời gian: 90 phút

Chú ý: ***Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi***

Câu 1. Tung ngẫu nhiên 9 lần một đồng xu (khả năng ra mặt sấp và ngửa là như nhau ở mỗi lần tung). Tính xác suất để:

a. Được mặt sấp ở 4 lần gieo đầu.

b. Chỉ được mặt sấp ở 4 lần gieo đầu.

Câu 2. Một hộp có 24 sản phẩm, số phế phẩm có trong 24 sản phẩm đó là ngẫu nhiên và có khả năng xảy ra như nhau. Người ta bỏ thêm vào hộp đó một chính phẩm, sau đó từ hộp này lại lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất sản phẩm đó là phế phẩm.

Câu 3. Tuổi thọ của một loài côn trùng nào đó là biến ngẫu nhiên X (tháng tuổi) có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} ax(4-x^2) & 0 \le x \le 2 \\ 0 & x \notin [0;2] \end{cases}$$

a. Xác định *a*, tìm tỷ lệ côn trùng sống không quá 1 tháng tuổi.

b. Xác định mod(X).

Câu 4. Để xác định tốc độ của một phản ứng, người ta tiến hành 60 phép thử đo tốc độ phản ứng đó trong cùng điều kiện và bằng cùng một phương pháp đo. Kết quả thu được như sau:

Tốc độ phản ứng	2,68	2,70	2,73	2,74	2,75	2,76	2,79	2,82
Số phép thử	1	4	12	18	17	5	2	1

Với độ tin cậy 90%, hãy ước lượng khoảng đối xứng cho tốc độ phản ứng trung bình theo cách trên.

Câu 5. Có người đưa ra ý kiến cho rằng xác suất để "tốc độ phản ứng nhỏ hơn 2,72" là thấp hơn 10%. Với số liệu thu được ở trên và với mức ý nghĩa 5%, hãy kết luận về ý kiến trên.

Phụ lục. Trích các số ***Bảng hàm phân phối chuẩn*** $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$

x	1,282	1,645	1,96	2	3
Φ(x)	0,9	0,95	0,975	0,9772	0,9987

Hàm Laplace $\phi(x) = \Phi(x) - 0,5$

✱ ĐÁP ÁN ĐỀ 1 – XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Câu 1.(*2đ*) Gọi A_i : "lần gieo thứ *i* được mặt sấp", $i = 1, 2, ..., 8$

a. Gọi *A:* "trong 8 lần gieo ta được mặt sấp ở các lần gieo chẵn",

$P(A) = P(A_2.A_4.A_6.A_8) = P(A_2).P(A_4).P(A_6).P(A_8) = 0,5^4 = 0,0625$ **(*1đ*)**

b. Gọi *B:* "trong 8 lần gieo ta chỉ được mặt sấp ở các lần gieo chẵn",

$P(A) = P(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}.A_4.\overline{A_5}.A_6.\overline{A_7}.A_8) = P(\overline{A_1}).P(A_2)...P(\overline{A_7}).P(A_8) = 0,5^8 = 0,00391$ **(*1đ*)**

Câu 2.(*2đ*) Gọi A_i : "trong hộp ban đầu có *i* chính phẩm", $i = 0, 1, 2, ..., 20$

$P(A_0) = P(A_1) = ... = P(A_{20}) = \dfrac{1}{21}$ **(*0,5đ*)**

Gọi *H*: "sản phẩm lấy ra từ hộp là chính phẩm"

$P(H \mid A_i) = \dfrac{i+1}{21} \qquad i = 0, 1, ..., 20$ **(*0,5đ*)**

$P(H) = \sum_{i=0}^{20} P(A_i).P(H \mid A_i) = \sum_{i=0}^{20} \dfrac{1}{21} \cdot \dfrac{i+1}{21}$ **(*0,5đ*)**

$= \dfrac{1}{21.21}(1 + 2 + ... + 21) = \dfrac{1}{21.21} \cdot \dfrac{21.22}{2} = \dfrac{11}{21}$ **(*0,5đ*)**

Câu 3.(*2đ*)

a. $1 = \int_0^4 ax^2(4-x)dx = a(4\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4})\Big|_0^4 = a.\dfrac{64}{3} \Rightarrow a = \dfrac{3}{64}$ **(*0,5đ*)**

$\int_0^1 ax^2(4-x)dx = a(4\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4})\Big|_0^1 = \dfrac{3}{64} \cdot (\dfrac{4}{3} - \dfrac{1}{4}) = \dfrac{13}{256} \approx 0,051$ **(*0,5đ*)**

b. Xét $x \in (0;4)$

$f'(x) = a.(8x - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 8/3 \end{array}\right.$ **(*0,5đ*)**

Ta có hàm *f'*(*x*) dương trong khoảng (0; 8/3) và âm trong khoảng $(-\infty;0) \cup (8/3;+\infty)$

Do đó hàm số *f*(*x*) đạt cực đại tại *x* = 8/3 và đạt cực tiểu tại 0.

Do hàm mật độ chỉ khác 0 trong $x \in (0;4)$, nên mod(X) = 8/3 **(*0,5đ*)**

Câu 4.(*2đ*) Gọi *X* là số vụ tai nạn giao thông xảy ra trong một ngày, $EX = \mu$.

Chọn thống kê $\dfrac{\overline{X} - \mu}{s}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ **(*0,5đ*)**

Khoảng tin cậy đối xứng cho μ : $\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}} ; \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}\right)$ **(*0,5đ*)**

Với $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1 \Rightarrow u_{1-\alpha/2} = u_{0,95} = 1,645$

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 576$; $\overline{x} = 0,932$; $s = 0,985$ **(*0,5đ*)**

Thay số ta có khoảng tin cậy: **(0,8645 ; 0,9995)** **(*0,5đ*)**

<u>Câu 5</u>.(*2đ*) Gọi p là tỷ lệ số ngày có xảy ra tai nạn.

Kiểm định cặp giả thuyết: $\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \neq p_0 \end{cases}$ $\quad p_0 = 0,6$ **(*0,5đ*)**

Chọn thống kê $\dfrac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ khi H_0 đúng

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 576$; $m = 347 \Rightarrow f = \dfrac{m}{n} = \dfrac{347}{576} = 0,6024$

suy ra giá trị quan sát $k = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} = \dfrac{0,6024 - 0,6}{\sqrt{0,6.0,4}}\sqrt{576} = 0,118$ **(*0,5đ*)**

Với $\alpha = 0,05$ ta có miền bác bỏ H_0:

$w_\alpha = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty) = (-\infty; -u_{0,975}) \cup (u_{0,975}; +\infty) = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$ **(*0,5đ*)**

Do $k \notin w_\alpha$ nên ta không có cơ sở bác bỏ H_0. Vậy ý kiến đưa ra là đúng. **(*0,5đ*)**

✱✱ ĐÁP ÁN ĐỀ 2 – XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Câu 1.(*2đ*) Gọi A_i : “lần gieo thứ *i* được mặt sấp” , $i = 1,2,...,9$

a. Gọi *A:* “trong 9 lần gieo ta được mặt sấp trong 4 lần gieo đầu”,

$P(A) = P(A_1.A_2.A_3.A_4) = P(A_1).P(A_2).P(A_3).P(A_4) = 0,5^4 = 0,0625$ **(*1đ*)**

b. Gọi *B:* “trong 9 lần gieo ta chỉ được mặt sấp trong 4 lần gieo đầu”,

$P(A) = P(A_1.A_2.A_3.A_4.\overline{A_5}.\overline{A_6}.\overline{A_7}.\overline{A_8}.\overline{A_9}) = P(A_1).P(A_2)...P(\overline{A_8}).P(\overline{A_9}) = 0,5^4.0,5^5 = 0,00195$ **(*1đ*)**

Câu 2.(*2đ*) Gọi A_i : “trong hộp ban đầu có *i* phế phẩm”, $i = 0,1,2,...,24$

$P(A_0) = P(A_1) = ... = P(A_{24}) = \dfrac{1}{25}$ **(*0,5đ*)**

Gọi *H*: “sản phẩm lấy ra từ hộp là phế phẩm”

$P(H \mid A_i) = \dfrac{i}{25} \qquad i = 0,1,...,24$ **(*0,5đ*)**

$P(H) = \sum_{i=0}^{24} P(A_i).P(H \mid A_i) = \sum_{i=0}^{24} \dfrac{1}{25}\cdot\dfrac{i}{25}$ **(*0,5đ*)**

$= \dfrac{1}{25.25}(0+1+2+...+24) = \dfrac{1}{25.25}\cdot\dfrac{24.25}{2} = \dfrac{12}{25}$ **(*0,5đ*)**

Câu 3.(*2đ*)

a. $1 = \int_0^2 ax(4-x^2)dx = a(2x^2 - \dfrac{x^4}{4})\Big|_0^2 = 4a \Rightarrow a = \dfrac{1}{4}$ **(*0,5đ*)**

$\int_0^1 ax(4-x^2)dx = a(2x^2 - \dfrac{x^4}{4})\Big|_0^1 = \dfrac{1}{4}\cdot(2-\dfrac{1}{4}) = \dfrac{7}{16} = 0,4375$ **(*0,5đ*)**

b. Xét $x \in (0;2)$

$f'(x) = a.(4-3x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{4/3} = -2\sqrt{3}/3 \\ x = \sqrt{4/3} = 2\sqrt{3}/3 \end{array}\right.$ **(*0,5đ*)**

Ta có hàm *f'*(*x*) dương trong khoảng $(-2\sqrt{3}/3\,,\,2\sqrt{3}/3)$

và âm trong khoảng $(-\infty;-2\sqrt{3}/3) \cup (2\sqrt{3}/3;+\infty)$

Do đó hàm số *f*(*x*) đạt cực đại tại $x = 2\sqrt{3}/3$ và đạt cực tiểu tại $x = -2\sqrt{3}/3$.

Do hàm mật độ chỉ khác 0 trong $x \in (0;2)$, nên $Mod(X) = 2\sqrt{3}/3$ **(*0,5đ*)**

Câu 4.(*2đ*) Gọi *X* là tốc độ của phản ứng đang xét, $EX = \mu$.

Chọn thống kê $\dfrac{\overline{X}-\mu}{s}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ **(*0,5đ*)**

Khoảng tin cậy đối xứng cho μ : $\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{s}{\sqrt{n}};\overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{s}{\sqrt{n}}\right)$ **(*0,5đ*)**

Với $1-\alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1 \Rightarrow u_{1-\alpha/2} = u_{0,95} = 1,645$

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 60$; $\overline{x} = 2,742$; $s = 0,021$ **(*0,5đ*)**

Thay số ta có khoảng tin cậy: **(2,738 ; 2,746)** **(*0,5đ*)**

__Câu 5__.(*2đ*) Gọi *p* là xác suất để "tốc độ phản ứng nhỏ hơn 2,72".

Kiểm định cặp giả thuyết: $\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p < p_0 \end{cases}$ $p_0 = 0{,}1$ **(*0,5đ*)**

Chọn thống kê $\dfrac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ khi H_0 đúng

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 60$; $m = 5 \Rightarrow f = \dfrac{m}{n} = \dfrac{5}{60}$

suy ra giá trị quan sát $k = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} = \dfrac{1/12 - 0{,}1}{\sqrt{0{,}1.0{,}9}}\sqrt{60} = -0{,}43$ **(*0,5đ*)**

Với α = 0,05 ta có miền bác bỏ H_0:

$w_\alpha = (-\infty; -u_{1-\alpha}) = (-\infty; -u_{0,95}) = (-\infty; -1{,}645)$ **(*0,5đ*)**

Do $k \notin w_\alpha$ nên ta không có cơ sở bác bỏ H_0. Vậy ý kiến đưa ra là sai. **(*0,5đ*)**