ĐỀ 1

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ – Học kì 20152

Mã học phần: MI2020 Thời gian: 90 phút

<u>Chú ý</u>: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

Câu 1. Hai người A và B chơi trò tung đồng xu (khả năng ra mặt sấp và ngửa là như nhau): mỗi lần chơi ta tung đồng xu 1 lần, nếu ra mặt sấp thì A thắng, ra mặt ngửa thì B thắng. Hai người chơi 50 lần.

a. Tính xác suất A thắng 30 lần và B thắng 20 lần.

b. Số lần thắng của A lớn hơn số lần thắng của B.

Câu 2. Lô hàng xuất khẩu có 100 kiện hàng trong đó có 60 kiện loại A và 40 kiện loại B (số sản phẩm có trong mỗi kiện hàng là rất lớn). Tỷ lệ phế phẩm của kiện loại A, B tương ứng là 10% và 30%. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 kiện hàng, từ kiện hàng đó lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm để kiểm tra thì thấy có duy nhất 1 phế phẩm. Tính xác suất đó là kiện hàng loại A.

Câu 3. Tuổi thọ của người là biến ngẫu nhiên X (năm) có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0; \\ \lambda.e^{-\lambda x} & x > 0. \end{cases}$$

Biết rằng trung bình trong 1000 người có 500 người sống quá 60 tuổi.

a. Xác định λ.

b. Một cụ năm nay 60 tuổi. Tính xác suất để cụ sống hơn 70 tuổi.

Câu 4. Để tăng doanh số bán hàng, một siêu thị đã thực hiện một chương trình khuyến mãi. Số liệu thu được (sau khi áp dụng chương trình khuyến mãi) về doanh số bán trong một ngày của siêu thị như sau:

Doanh số (triệu đồng/ngày)	24	30	36	42	48	54	60	65	70
Số ngày	5	12	25	35	24	15	12	10	6

Với độ tin cậy 90%, hãy ước lượng khoảng đối xứng cho doanh số bán trung bình trong một ngày của siêu thị đó.

Câu 5. Trước khi áp dụng khuyến mại, doanh số trung bình là 35 triệu đồng/ngày. Với số liệu ở Câu 4 và với mức ý nghĩa 5% liệu có thể khẳng định doanh số bán trung bình trong một ngày của siêu thị đó sau khi áp dụng khuyến mại tăng lớn hơn 9 triệu hay không?

***<u>Chú ý</u>*: Không được sử dụng tài liệu**

<u>Phụ lục</u>. Trích các số ***Bảng hàm phân phối chuẩn*** $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$

x	1,282	1,645	1,96	2	3
Φ x)	0,9	0,95	0,975	0,9772	0,9987

Hàm Laplace $\phi(x) = \Phi(x) - 0,5$

ĐỀ 2

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ – Học kì 20152

Mã học phần: MI2020 Thời gian: 90 phút

Chú ý: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

Câu 1. Hai người A và B chơi trò tung đồng xu (khả năng ra mặt sấp và ngửa là như nhau): mỗi lần chơi ta tung đồng xu 1 lần, nếu ra mặt sấp thì A thắng, ra mặt ngửa thì B thắng. Hai người chơi 48 lần.

a. Tính xác suất A thắng 28 lần và B thắng 20 lần.

b. Số lần thắng của A lớn hơn số lần thắng của B.

Câu 2. Lô hàng xuất khẩu có 100 kiện hàng trong đó có 70 kiện loại A và 30 kiện loại B (số sản phẩm có trong mỗi kiện hàng là rất lớn). Tỷ lệ phế phẩm của kiện loại A, B tương ứng là 10% và 20%. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 kiện hàng, từ kiện hàng đó lấy ngẫu nhiên 4 sản phẩm để kiểm tra thì thấy có duy nhất 1 phế phẩm. Tính xác suất đó là kiện hàng loại B.

Câu 3. Tại một cơ sở sản xuất kẹo, số kẹo trong mỗi bao là X có bảng phân phối:

X	18	19	20	21	22
Xác suất	0,14	0,24	0,32	0,21	0,09

Chi phí sản xuất mỗi bao kẹo là 3X + 16 (nghìn đồng). Tiền bán mỗi bao kẹo là 100 nghìn đồng. Tìm lợi nhuận trung bình và độ lệch chuẩn của lợi nhuận cho mỗi bao kẹo.

Câu 4. Sau khi cải tiến kỹ thuật sản xuất bóng đèn, người ta thử nghiệm với 100 bóng, ta có kết quả như sau:

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	1200
Số bóng	10	15	20	30	15	10

Với độ tin cậy 90%, hãy ước lượng khoảng đối xứng cho tuổi thọ trung bình của bóng đèn sau khi cải tiến kỹ thuật.

Câu 5. Tuổi thọ trung bình của bóng đèn trước cải tiến là 1100 giờ. Với số liệu ở Câu 4 và với mức ý nghĩa 5% liệu có thể khẳng định tuổi thọ trung bình của bóng đèn sau khi cải tiến kỹ thuật tăng ít nhất 100 giờ hay không?

Phụ lục. Trích các số ***Bảng hàm phân phối chuẩn*** $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}dt$

x	1,282	1,645	1,96	2	3
Φ(x)	0,9	0,95	0,975	0,9772	0,9987

Hàm Laplace $\phi(x) = \Phi(x) - 0,5$

✸ ĐÁP ÁN ĐỀ 1 – XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Câu 1.(*2đ*)

a. Gọi *A:* "A thắng 30 lần và B thắng 20 lần",

$P(A) = C_{50}^{30} * 0,5^{30} * 0,5^{20} = 0,0419$ **(*0,5đ*)**

b. Gọi *H*: "Số lần thắng của A lớn hơn số lần thắng của B"

K: "Số lần thắng của A nhỏ hơn số lần thắng của B"

L: "Số lần thắng của A bằng số lần thắng của B",

$$P(L) = C_{50}^{25} * 0,5^{25} * 0,5^{25} = 0,1122$$ **(*0,5đ*)**

Do A và B khả năng thắng là như nhau trong mỗi lần chơi, do đó ta có $P(H) = P(K)$ **(*0,5đ*)**

Lại do $P(H) + P(K) + P(L) = 1 \Rightarrow P(H) = P(K) = \frac{1}{2}(1 - P(L)) = 0,4439$ **(*0,5đ*)**

Câu 2.(*2đ*) Gọi *A*: "kiện hàng lấy ra là loại A" và *B*: "kiện hàng lấy ra là loại B"

Gọi *H*: "3 sản phẩm kiểm tra thì thấy có duy nhất 1 phế phẩm"

$P(A) = 60/100 = 0.6 \qquad P(B) = 0.4$ **(*0,5đ*)**

$P(H \mid A) = C_3^1 * 0,1 * 0,9^2 = 0,243 \qquad P(H \mid B) = C_3^1 * 0,3 * 0,7^2 = 0,441$ **(*0,5đ*)**

$P(H) = P(A) * P(H \mid A) + P(B) * P(H \mid B) = 0,6 * 0,243 + 0,4 * 0,441 = 0,3222$ **(*0,5đ*)**

$P(A \mid H) = \dfrac{P(A) * P(H \mid A)}{P(H)} = \dfrac{0,6 * 0,243}{0,3222} = 0,453$ **(*0,5đ*)**

Câu 3.(*2đ*) *X*(năm) là tuổi thọ của người

a. $P(X > 60) = \dfrac{500}{1000} = 0,5$ **(*0,5đ*)**

$\Rightarrow 0,5 = \int_{60}^{+\infty} \lambda . e^{-\lambda x} dx = (-e^{-\lambda x}) \Big|_{60}^{+\infty} = e^{-60\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{\ln 0,5}{-60} = 0,01155$ **(*0,5đ*)**

b. $P(X > 70 \mid X > 60) = \dfrac{P(X > 70)}{P(X > 60)}$ **(*0,5đ*)**

$$= \frac{\int_{70}^{+\infty} \lambda . e^{-\lambda x} dx}{\int_{60}^{+\infty} \lambda . e^{-\lambda x} dx} = \frac{e^{-70\lambda}}{e^{-60\lambda}} = e^{-10\lambda} = 0,891$$ **(*0,5đ*)**

Câu 4.(*2đ*) Gọi *X*(triệu đồng/ngày) là doanh số bán trong ngày của siêu thị, $EX = \mu$.

Chọn thống kê $\dfrac{\overline{X} - \mu}{s}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ **(*0,5đ*)**

Khoảng tin cậy đối xứng cho μ : $\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \dfrac{s}{\sqrt{n}} ; \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \dfrac{s}{\sqrt{n}} \right)$ **(*0,5đ*)**

Với $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1 \Rightarrow u_{1-\alpha/2} = u_{0,95} = 1,645$

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 144$; $\overline{x} = 45{,}85$; $s = 11{,}53$ **(*0,5đ*)**

Thay số ta có khoảng tin cậy: **(44,27 ; 47,43)** **(*0,5đ*)**

<u>Câu 5</u>.(*2đ*) *X*(triệu đồng/ngày) là doanh số bán trong ngày của siêu thị, $EX = \mu$.

Kiểm định cặp giả thuyết: $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$ $\mu_0 = 35 + 9 = 44$ **(*0,5đ*)**

Chọn thống kê $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{s}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ khi H_0 đúng

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 144$; $\overline{x} = 45{,}85$; $s = 11{,}53$

suy ra giá trị quan sát $k = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s} * \sqrt{n} = \dfrac{45{,}85 - 44}{11{,}53} * \sqrt{144} = 1{,}957$ **(*0,5đ*)**

Với α = 0,05 ta có miền bác bỏ H_0: $w_\alpha = (u_{1-\alpha}; +\infty) = (u_{0,95}; +\infty) = (1{,}645; +\infty)$ **(*0,5đ*)**

Do $k \in w_\alpha$ nên ta bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1, có thể khẳng định doanh số bán trung bình trong một ngày của siêu thị đó sau khi áp dụng khuyến mại tăng lớn hơn 9 triệu. **(*0,5đ*)**

✱✱ ĐÁP ÁN ĐỀ 2 – XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Câu 1.(*2đ*)
a. Gọi *A:* "A thắng 28 lần và B thắng 20 lần",
$P(A) = C_{48}^{28} * 0,5^{28} * 0,5^{20} = 0,0595$ **(*0,5đ*)**
b. Gọi *H*: "Số lần thắng của A lớn hơn số lần thắng của B"
K: "Số lần thắng của A nhỏ hơn số lần thắng của B"
L: "Số lần thắng của A bằng số lần thắng của B",
$$P(L) = C_{48}^{24} * 0,5^{24} * 0,5^{24} = 0,1146$$ **(*0,5đ*)**
Do A và B khả năng thắng là như nhau trong mỗi lần chơi, do đó ta có $P(H) = P(K)$ **(*0,5đ*)**
Lại do $P(H) + P(K) + P(L) = 1 \Rightarrow P(H) = P(K) = \frac{1}{2}(1 - P(L)) = 0,4427$ **(*0,5đ*)**

Câu 2.(*2đ*) Gọi *A*: "kiện hàng lấy ra là loại A" và *B*: "kiện hàng lấy ra là loại B"
Gọi *H*: "3 sản phẩm kiểm tra thì thấy có duy nhất 1 phế phẩm"
$P(A) = 70/100 = 0.7 \qquad P(B) = 0.3$ **(*0,5đ*)**
$P(H \mid A) = C_4^1 * 0,1 * 0,9^3 = 0,2916 \qquad P(H \mid B) = C_4^1 * 0,2 * 0,8^3 = 0,4096$ **(*0,5đ*)**
$P(H) = P(A) * P(H \mid A) + P(B) * P(H \mid B) = 0,7 * 0,2916 + 0,3 * 0,4096 = 0,327$ **(*0,5đ*)**
$P(B \mid H) = \dfrac{P(B) * P(H \mid B)}{P(H)} = \dfrac{0,3 * 0,4096}{0,327} = 0,3758$ **(*0,5đ*)**

Câu 3.(*2đ*) Áp dụng công thức tính ta có:
$$EX = \sum_{i=1}^{5} x_i * p_i = 18*0,14 + 19*0,24 + 20*0,32 + 21*0,21 + 22*0,09 = 19,87$$
$VX = E(X^2) - (EX)^2 == \sum_{i=1}^{5} x_i^2 * p_i - 19,87^2 = 1,353 \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{VX} = 1,163$ **(*0,5đ*)**
Gọi *Y*(nghìn đồng) là lợi nhuận thu được trên mỗi bao kẹo.
$Y = 100 - (3X + 16) = 84 - 3X$ **(*0,5đ*)**
$EY = E(84 - 3X) = 84 - 3EX = 84 - 3*19,87 = 24,39$ **(*0,5đ*)**
$\sigma(Y) = \sigma(84 - 3X) = 3*\sigma(X) = 3*1,163 = 3,489$ **(*0,5đ*)**

Câu 4.(*2đ*) Gọi *X*(giờ) là tuổi thọ bóng đèn, $EX = \mu$.
Chọn thống kê $\dfrac{\overline{X} - \mu}{s}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ **(*0,5đ*)**
Khoảng tin cậy đối xứng cho μ : $\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \dfrac{s}{\sqrt{n}} ; \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \dfrac{s}{\sqrt{n}}\right)$ **(*0,5đ*)**
Với $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1 \Rightarrow u_{1-\alpha/2} = u_{0,95} = 1,645$
Từ bảng số liệu ta tính được $n = 100$; $\overline{x} = 1175,5$; $s = 14,38$ **(*0,5đ*)**
Thay số ta có khoảng tin cậy: **(1173,13 ; 1177,87)** **(*0,5đ*)**

Câu 5.(*2đ*) Gọi *X*(giờ) là tuổi thọ bóng đèn, $EX = \mu$.

Kiểm định cặp giả thuyết: $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$ $\quad \mu_0 = 1100 + 100 = 1200$ **(*0,5đ*)**

Chọn thống kê $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{s}\sqrt{n} \sim \mathbf{N}(0;1)$ khi H_0 đúng

Từ bảng số liệu ta tính được $n = 100$; $\overline{x} = 1175,5$; $s = 14,38$

suy ra giá trị quan sát $k = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s} * \sqrt{n} = \dfrac{1175,5 - 1200}{14,38} * \sqrt{100} = -17,04$ **(*0,5đ*)**

Với $\alpha = 0,05$ ta có miền bác bỏ H_0: $w_\alpha = (-\infty; -u_{1-\alpha}) = (-\infty; -u_{0,95}) = (-\infty; -1,645)$ **(*0,5đ*)**

Do $k \in w_\alpha$ nên ta bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1, có thể khẳng định tuổi thọ trung bình của bóng đèn sau khi cải tiến kỹ thuật tăng ít hơn 100 giờ. **(*0,5đ*)**