

# Particle Swarm Optimization (PSO)



PGS.TS Huỳnh Thị Thanh Bình  
Email: [binhht@soict.hust.edu.vn](mailto:binhht@soict.hust.edu.vn)

# Tổng quan

2

## Particle Swarm Optimization:

- Được giới thiệu bởi Kennedy & Eberhart 1995
- Lấy cảm hứng từ các hành vi xã hội của bầy chim và đàn cá
- Thuộc lớp các thuật toán tối ưu sử dụng Trí thông minh bầy đàn
- Thuật toán tối ưu dựa trên quần thể

# Các thành phần của thuật toán PSO

3

- Swarm (bầy) : Tập các cá thể (S)
- Particle (cá thể): ứng cử viên lời giải của bài toán

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) \in \mathbb{R}^n$$

- Vị trí,

- Vận tốc ,  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}) \in \mathbb{R}^n$

- Vị trí tốt nhất đạt được của cá thể trong quá khứ :

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}) \in \mathbb{R}^n$$

$$pbest_i = f(P_i)$$

- Cá thể tốt nhất trong bầy đàn:

$$P_g \in \mathbb{R}^n$$

$$gbest = f(P_g)$$

# PSO Algorithm

4

Các bước của thuật toán PSO:

1. Khởi tạo một bầy gồm N cá thể
2. Đánh giá độ thích nghi của mỗi cá thể trong bầy
3. Cập nhật vị trí tốt nhất (kinh nghiệm) của mỗi cá thể .
4. Cập nhật vị trí của cá thể tốt nhất của trong bầy đàn.
5. Cập nhật vận tốc và vị trí của mỗi cá thể theo vận tốc mới
6. Quay lại bước 2, và lặp cho đến khi thỏa mãn điều kiện dừng.

# PSO Algorithm (cont.)

5

## ■ Biểu thức cập nhật vận tốc :

$$V_i^{t+1} = \underbrace{V_i^t}_{\text{Quán tính}} + \underbrace{\varphi_1 \cdot r_1 (P_i - X_i^t)}_{\text{Thành phần nhận thức}} + \underbrace{\varphi_2 \cdot r_2 (P_g - X_i^t)}_{\text{Thành phần xã hội}}$$

- Hệ số ngẫu nhiên  $r_1, r_2 \sim U(0,1)$
- $\varphi_1, \varphi_2$  : hệ số gia tốc

# PSO Algorithm (cont.)

6

## ■ Biểu thức cập nhật vận tốc :

$$V_i^{t+1} = \underbrace{V_i^t}_{\text{Quán tính}} + \underbrace{\varphi_1 \cdot r_1 (P_i - X_i^t)}_{\text{Thành phần nhận thức}} + \underbrace{\varphi_2 \cdot r_2 (P_g - X_i^t)}_{\text{Thành phần xã hội}}$$

- Hệ số ngẫu nhiên  $r_1, r_2 \sim U(0,1)$
- $\varphi_1, \varphi_2$  : hệ số gia tốc

## ■ Cập nhật vị trí:

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1}$$

# PSO Algorithm – Tham số

7

## ■ Hệ số gia tốc $\varphi_1, \varphi_2$

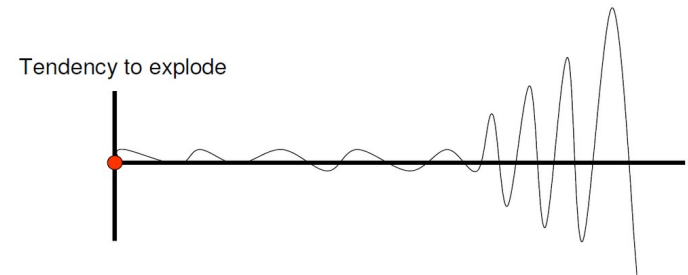
- Giá trị quá nhỏ làm hạn chế bước nhảy của các cá thể trong bầy đàn=> hội tụ chậm
- Giá trị quá lớn : không hội tụ
- Thông thường

$$\varphi_1 + \varphi_2 \leq 4$$

## ■ Giá trị vận tốc tối đa

- Giá trị vận tốc tối đa của một cá thể ở chiều thứ d trong không gian:

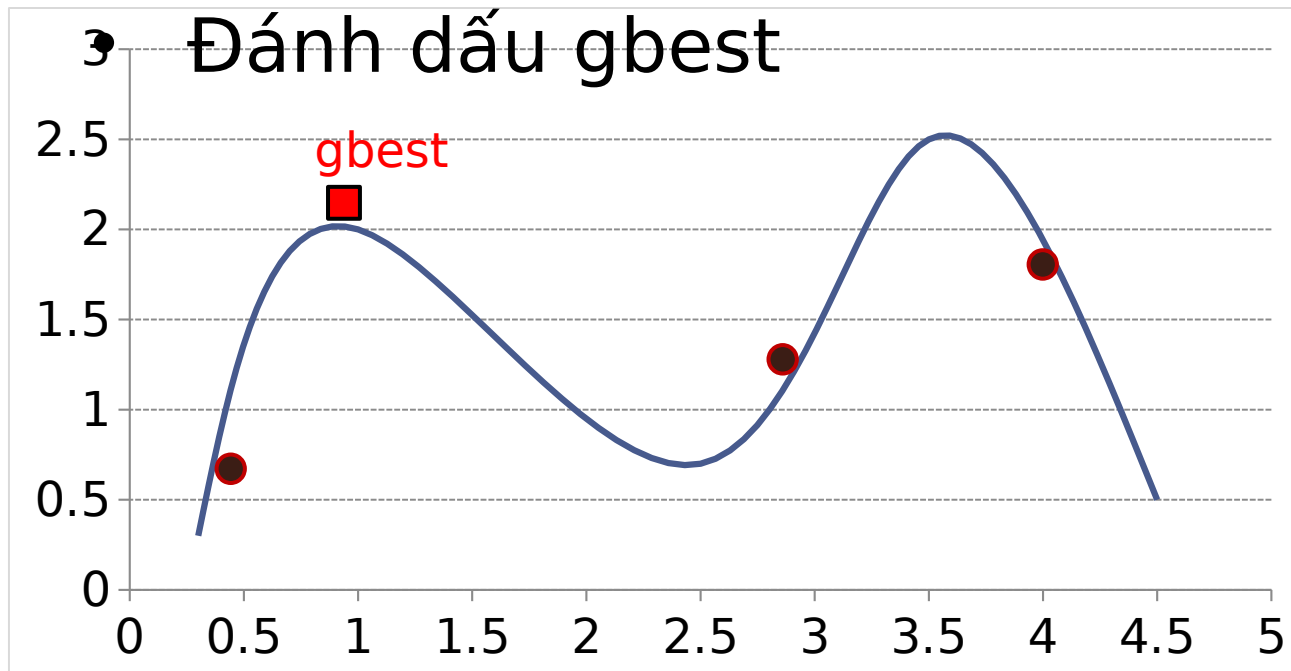
$$\begin{aligned} &\text{If } v_{id} > v_{\max} \text{ then } v_{id} = v_{\max} \\ &\text{else if } v_{id} < -v_{\max} \text{ then } v_{id} = -v_{\max} \end{aligned}$$



# Ví dụ thuật toán PSO (Bước 1 + 2 +3)

8

- Khởi tạo 1 bầy đàn với 4 cá thể ( $t=0$ )
- Đánh giá độ thích nghi,
- Đánh dấu gbest



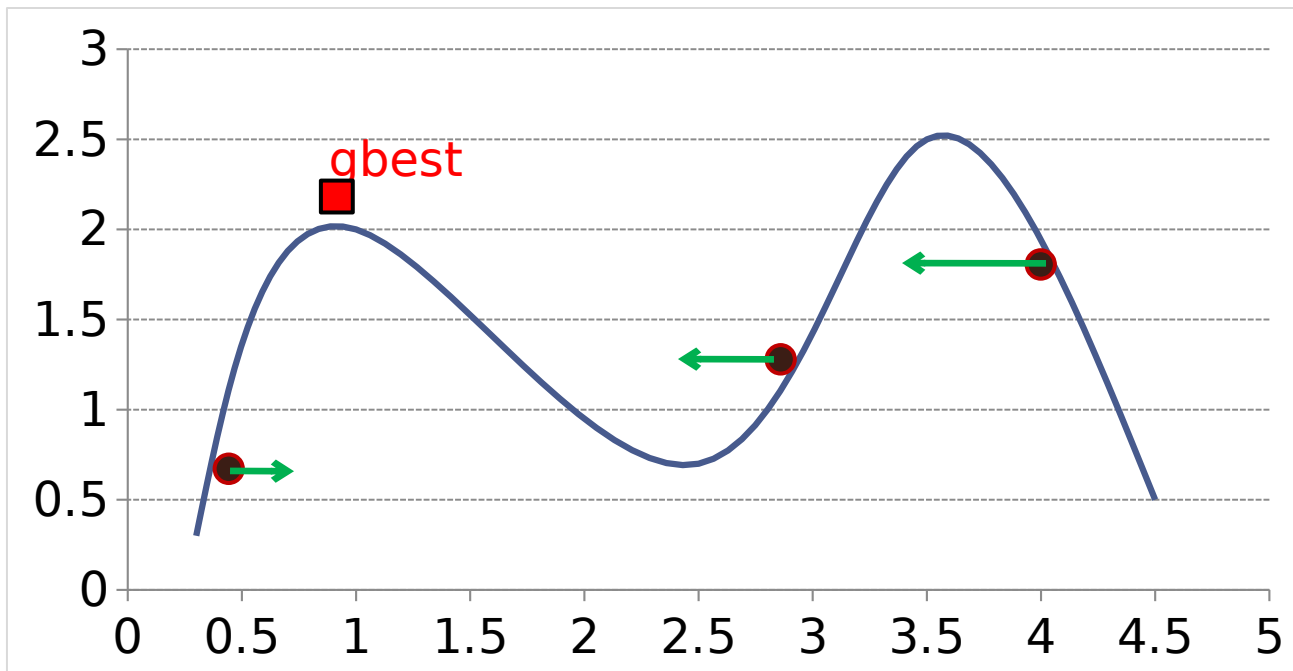


# Ví dụ thuật toán PSO (Bước 4)

9

Cập nhật vận tốc của mỗi cá thể (t=1)

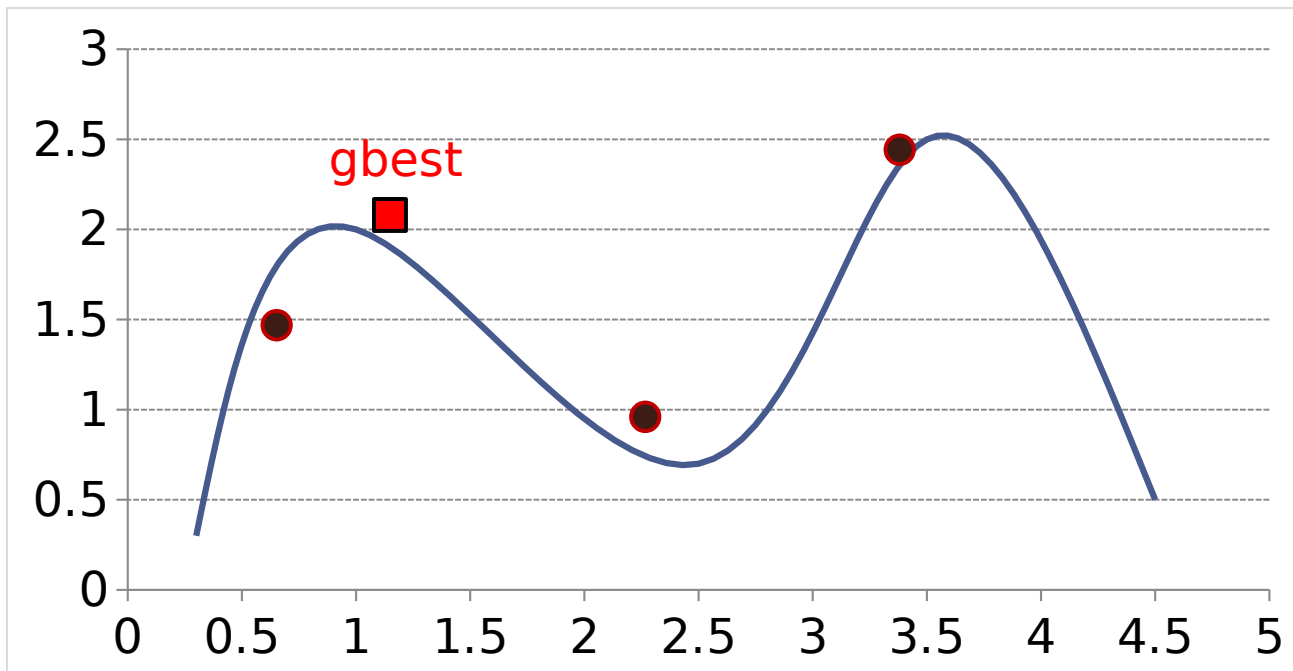
$$V_i^{t+1} = V_i^t + \varphi_1 \cdot r_1 (P_i - X_i^t) + \varphi_2 \cdot r_2 (P_g - X_i^t)$$



# Ví dụ thuật toán PSO (Bước 4 tiếp)

10

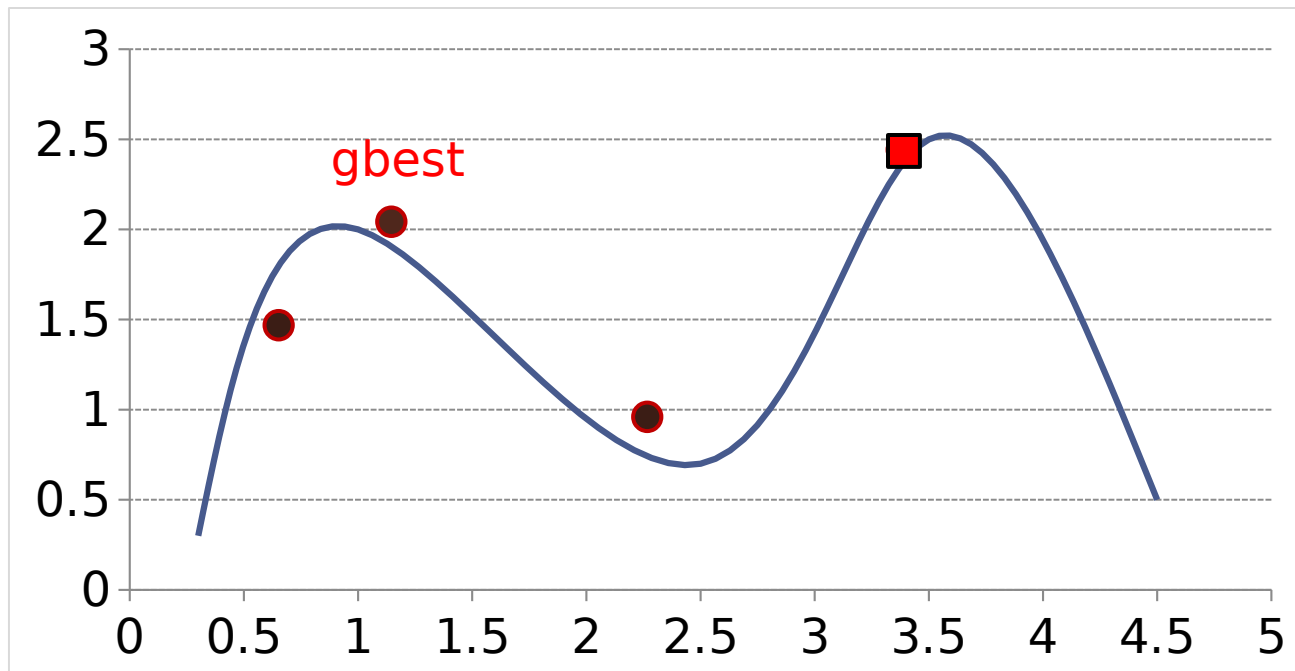
Cập nhật vị trí của cá thể sau khi di chuyển ( $t=2$ )



# Ví dụ thuật toán PSO (Bước 2+3)

11

Đánh giá độ thích nghi và  
Cập nhật vị trí tốt nhất của mỗi cá thể và  
vị trí tốt nhất toàn cục ( $t=2$ )



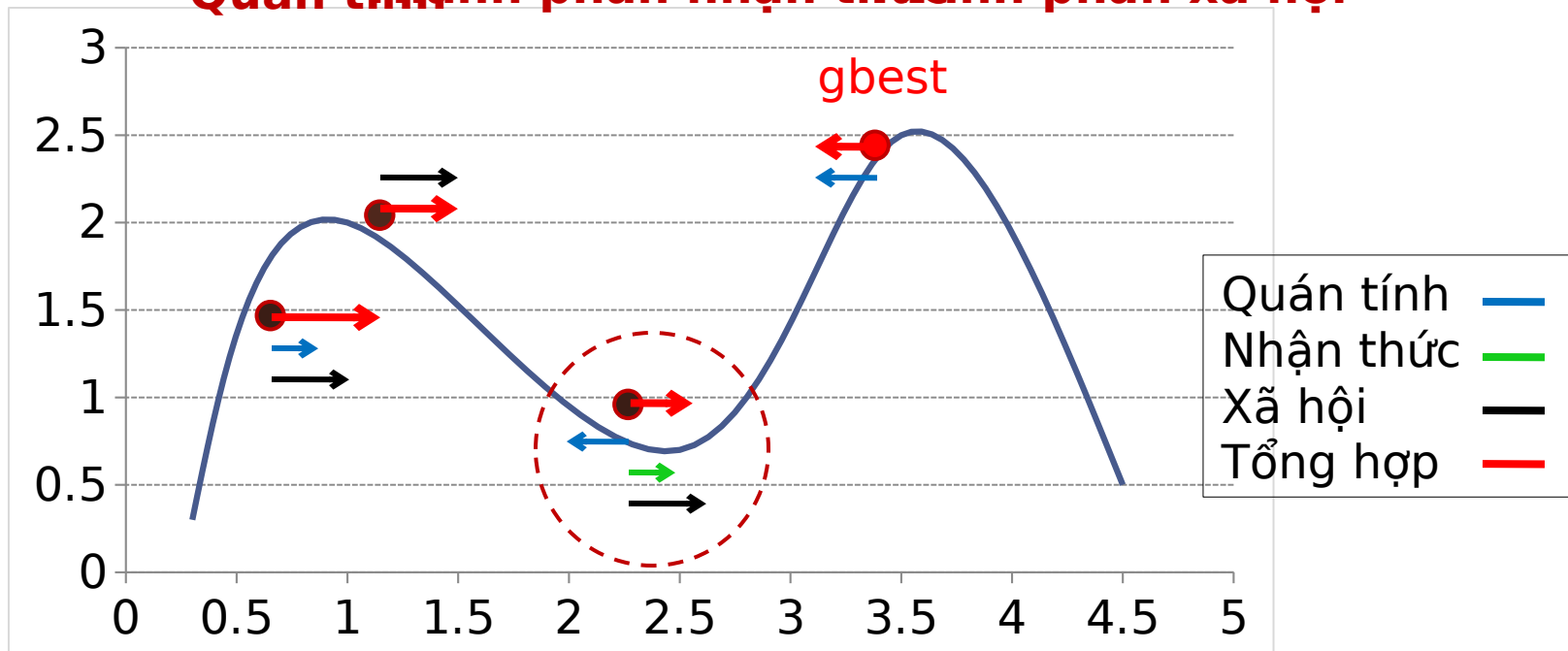
# Ví dụ thuật toán PSO (Bước 4)

12

Cập nhật vận tốc cho mỗi cá thể (t=2)

$$V_i^{t+1} = \underbrace{V_i^t}_{\text{Quán tính}} + \underbrace{\varphi_1 \cdot r_1 (P_i - X_i^t)}_{\text{Thành phần nhận thức}} + \underbrace{\varphi_2 \cdot r_2 (P_g - X_i^t)}_{\text{Thành phần xã hội}}$$

Quán tính      Thành phần nhận thức      Thành phần xã hội



# Thuật toán PSO rời rạc

13

## ■ Binary PSO:

- Được giới thiệu bởi Kennedy and Eberhart.
- Mỗi cá thể (particle) là một biểu diễn nhị phân  $n$ -1

$$P(x_{id} = 1) = f(x_{id}^{t-1}, v_{id}^{t-1}, p_{id}, p_{gd}), \quad d \in \{1, \dots, n\}$$

Trạng thái trước đó

Vận  
tốc

Vị trí tốt nhất  
trước đó của cá  
thể đạt được

Vị trí tốt nhất  
của cá thể tốt  
nhất trong cả  
bầy đàn

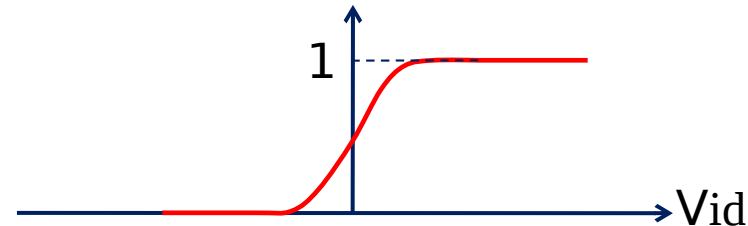
- Bi  $v_{id}^t = v_{id}^{t-1} + \varphi_1 r_1 (p_{id} - x_{id}^{t-1}) + \varphi_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}^{t-1})$

# Binary PSO (cont.)

14

- $v_{id}$  xác định một ngưỡng trong hàm xác suất và nằm trong đoạn  $[0.0, 1.0]$ .

$$\text{sig}(v_{id}) = \frac{1}{1 + \exp(-v_{id})}$$



- Trạng thái của chiều thứ  $d$  trong biểu diễn của cá thể  $id$  ở thế hệ thứ  $t$  được xác định như sau:

$$x_{id}^t = \begin{cases} 1 & \text{if } \rho_{id} < \text{sig}(v_{id}^t) \\ 0 & \text{if } \rho_{id} \geq \text{sig}(v_{id}^t) \end{cases}$$

Với  $\rho_{id}$  là một số ngẫu nhiên với phân phối đều

# Các biến thể PSO

15

## ■ Hybrid PSO

- Incorporate the capabilities of other evolutionary computation techniques.

## ■ Adaptive PSO

- Adaptation of PSO parameters for a better performance.

## ■ PSO in complex environments

- Multiobjective or constrained optimization problems or tracking dynamic systems.

## ■ Other variants

- variations to the original formulation to improve its performance.

# Hybrid PSO

16

## ■ GA-PSO:

- combines the advantages of swarm intelligence and a natural selection mechanism.
- jump from one area to another by the selection mechanism □ accelerating the convergence speed.
- capability of “breeding”.
- replacing agent positions with low fitness values, with those with high fitness, according to a selection rate



# Hybrid PSO

17

## ■ EPSO:

- Evolutionary PSO
- Incorporates a selection procedure
- Self-adapting of parameters

## ■ The particle movement is defined as:

$$V_i^t = w'_{i1} V_i^{t-1} + w'_{i2} r_1 (P_i - X_i^{t-1}) + w'_{i3} r_2 (P'_g - X_i^{t-1})$$

$$X_i^t = X_i^{t-1} + V_i^t$$

# Hybrid PSO : EPSO

18

- Mutation of weights and global best:

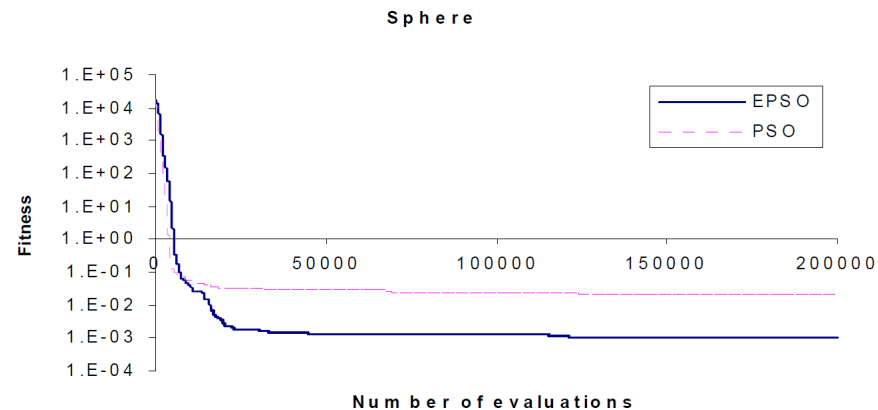
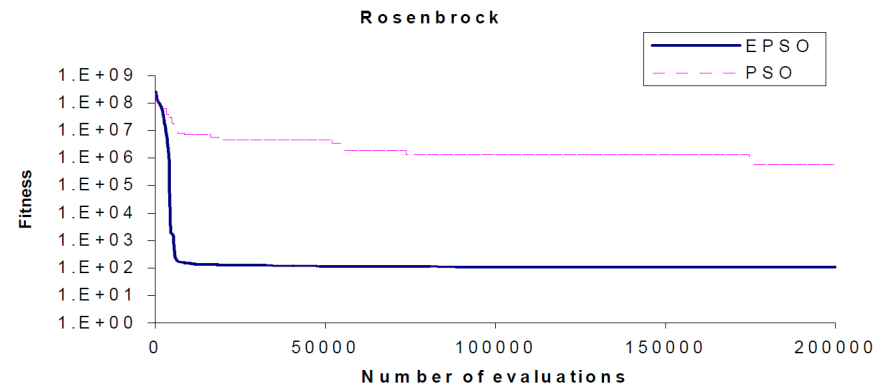
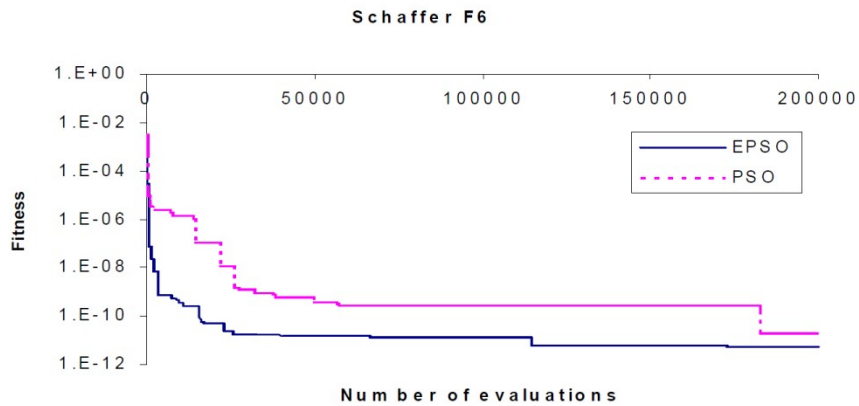
$$w'_{ik} = w_{ik} + \tau.N(0,1)$$

$$P'_g = P_g + \tau'.N(0,1)$$

- Learning parameter  $\tau'$ ,  $\tau$  can be either fixed or dynamically changing as strategic parameters.
- 
- Survival Selection:
    - Stochastic tournament.

# Hybrid PSO : EPSO

19



# Hybrid PSO : DEPSO

20

- Hybrid of Differential Evolution and PSO.
- A DE operator applied to the particle's best position to eliminate the particles falling into local minima.
- Alternation:
  - Original PSO algorithm at the odd iterations.
  - DE operator at the even iterations.

# Hybrid PSO : DEPSO

21

- DE mutation on particle's best positions:

Trial point:  $T_i = P_i$

For each dth dimention if ( $rand < CR$  or  $d = k$ ) then  $t_{id} = p_{gd} + \delta_{2d}$

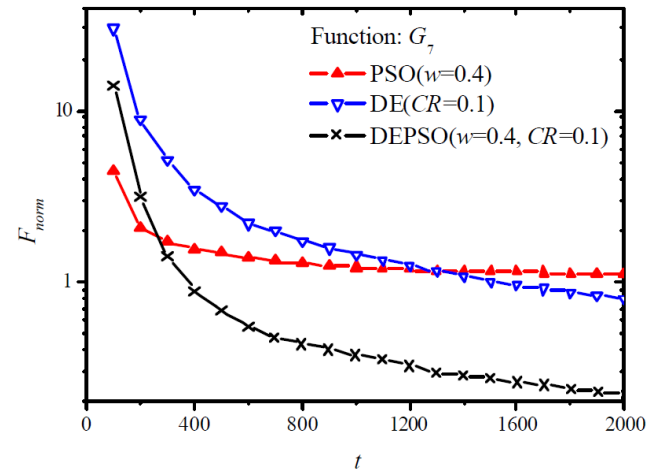
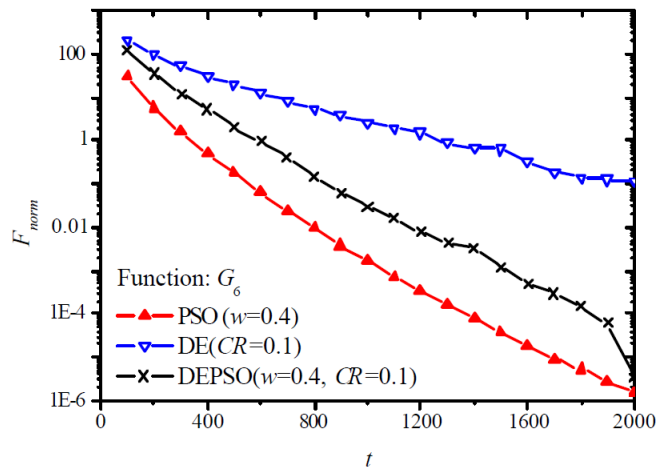
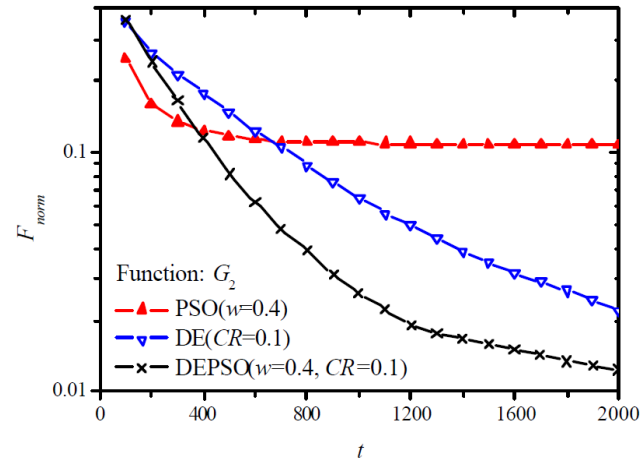
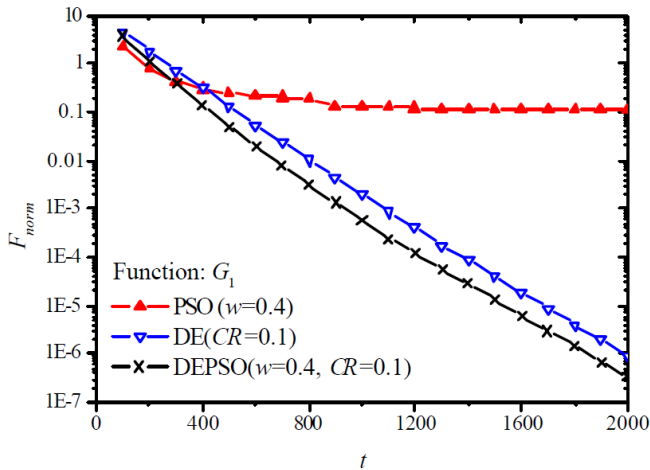
- where  $k$  is a random integer value within  $[1,n]$  which ensures the mutation in at least one dimension

$$\delta_2 = \frac{1}{2}((P_{r1} - P_{r2}) + (P_{r3} - P_{r3}))$$

$if \ fitness(T_i) > fitness(P_i) \quad then \quad P_i \leftarrow T_i$

# Hybrid PSO : DEPSO

22



$$F_{norm} = F_{mean} - F_{opt}$$

# Applications

23

- Convenience of realization, properties of low constraint on the continuity of objective function and joint of search space, and ability of adapting to dynamic environment, make PSO be applied in more and more fields.

- Some PSO applications:
  - Electronics and electromagnetic
  - Signal, Image and video processing
  - Neural networks
  - Communication networks
  - ...

Year	IEEE Xplore
1995	(0)
1996	(0)
1997	(2)
1998	(3)
1999	(6)
2000	(10)
2001	(13)
2002	(36)
2003	(86)
2004	(270)
2005	(425)
2006	(687)

**Thanks for your attention**