

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT



ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

CẦU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT CHƯƠNG IV

TÌM KIẾM VÀ SẮP XẾP



MUC TIÊU CHƯƠNG IV

- Xác định và phát biểu bài toán tìm kiếm sắp xếp
- Hiểu một số thuật toán tìm kiếm và sắp xếp
- Phân tích ưu điểm và hạn chế của thuật toán tìm kiếm và sắp xếp
- Triển khai, cài đặt các thuật toán với C++
- Biết các thuật ngữ tiếng Anh trong bài toán tìm kiếm và sắp xếp



NỘI DUNG CHƯƠNG IV

I. NHU CẦU TÌM KIẾM, SẮP XẾP
II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM
III. CÁC GIẢI THUẬT SẮP XẾP
IV. CẦU TRÚC HÀNG ĐỢI ƯU TIÊN



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Từ khóa: Heap Sort

Phân tích: Trong phương pháp chọn trực tiếp (Selection Sort), mỗi lần chọn phần tử cực tiểu theo quan hệ \Re đều không tận dụng được các kết quả so sánh trước đó \rightarrow độ phức tạp theo phép so sánh là $O(n^2)$.

Tận dụng kết quả so sánh bằng cấu trúc Heap



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Ý tưởng:

- Xây dựng cấu trúc Heap:
 - Là một cây nhị phân hoàn chỉnh
 - Nếu giá trị khóa của nút cha và hai nút con lần lượt là K, K₁, K₂, thì:

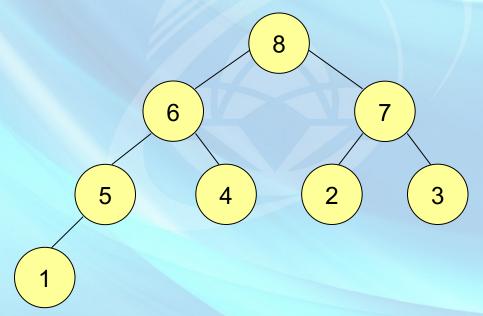
$$\begin{cases} K_1 \Re K \\ K_2 \Re K \end{cases}$$



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Ý tưởng:

Ví dụ quan hệ ℜ là <





***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Ý tưởng:

- Xây dựng cấu trúc Heap:
 - Nếu dùng mảng A để biểu diễn cấu trúc Heap, A có đặc điểm:
 - ✓ A₀ là cực đại theo ℜ
 - \checkmark A_{i*2+1} \Re A_i $var{a}$ $A_{(i+1)*2}$ \Re A_i
 - ✓ A_{i*2+1} và A_{(i+1)*2} là phần tử liên đới với A_i



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Ý tưởng:

- Sắp xếp dựa trên cấu trúc Heap:
 - Hoán đổi vị trí của A₀ và A₀, đưa giá trị cực đại về cuối dãy → dãy A trong bước tiếp theo đã giảm được một phần tử, còn lại là A₀..A₀, a
 - Bắt đầu từ A₀, điều chỉnh các phần tử trong
 A₀..A_{n-2} để đảm bảo tính chất của Heap.
 - Thực hiện hoán đổi A₀ và điều chỉnh dãy mới đến khi dãy A chỉ còn lại một phần tử



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Thuật toán:

Đầu vào: $A = \{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ chưa có thứ tự \Re

Đầu ra: $A = \{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự \Re



```
Thuật toán: (Sắp xếp)
buildHeap(A, n)
while n > 1
  n ← n-1
  swap(A[0], A[n])
heapify(A, 0, n)
```



```
Thuật toán: (tạo Heap)
//chương trình con buildHeap(A, n)
i ← n/2 - 1
while i ≥ 0
heapify(A, i, n)
i ← i-1
```



```
Thuật toán: (điều chỉnh Heap)
// chương trình con heapify(A, k, n)
i \leftarrow 2*k+1
while j < n
  if j+1 < n then
    if a[j] \Re a[j+1] then j \leftarrow j+1 end if
  if (a[j] \Re a[k]) then return end if
  swap(a[k], a[j])
  k = j
  j = 2*k+1
end while
```



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Tạo Heap: i=1

heapify: j = 3, j+1 = 4

$$0 i=1 2 j=3 4$$

3 <mark>2</mark> 5 1 4



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Tạo Heap: i=1

heapify: j = 3, j+1 = 4, hoán đổi A[1] và A[4]

$$0 i=1 2 j=3 4$$

3 4 5 1 2



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Tạo Heap: i=0

heapify: j = 1, j+1 = 2

3 4 5 1 2



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Tạo Heap: i=0

heapify: j = 1, j+1 = 2, hoán đổi A[0] và A[2]

5 4 3 1 2



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=5

Hoán đổi: A[0] và A[4]

0 1 2 3 4 2 4 3 1 5



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=4

heapify: k=0, j=1, j+1=2



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=4

heapify: k=0, j=1, j+1=2, hoán đổi A[0] và A[1]



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=4

heapify: k=1, j=3



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=4

Hoán đổi A[0] và A[3]

0	1	2	3	4
1	2	3	4	5



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=3

heapify k=0, j=1, j+1=2



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=3

heapify k=0, j=1, j+1=2 hoán đổi A[0] và A[2]

3 2 1 4 5



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=3

heapify k=2,

3	2	1	4	5
0	1	2	3	4



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=3

Hoán đổi A[0] và A[2]

1	2	3	4	5
0	1		3	4



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=2

heapify: k=0, j=1



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

```
Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)
```

Sắp xếp: n=2

heapify: k=0, j=1, hoán đổi A[0] và A[1]



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=2

heapify: k=1,



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=2

Hoán đổi A[0] và A[1]

j=0 1 2 3 4 1 2 3 4 5



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Sắp xếp: n=1

Dừng

j=0	1	2	3	4
1	2	3	4	5



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

<u>Cài đặt</u>: Trên mảng, Giả sử thứ thự là < (tăng dần)



```
void heapify(int *a, int k, int n) {
 int j = 2*k+1;
 while (j < n) {
      if (j + 1 < n)
         if (a[j] < a[j + 1]) j = j + 1;
      if (a[k] >= a[j]) return;
      swap(a[k], a[j]);
      k = j; j = 2*k + 1;
```



```
void buildHeap(int *a, int n) {
  int i;
  i = n/2 - 1;
  while (i >= 0) {
     heapify(a, i, n);
     i--;
  }
}
```



```
void heapSort(int *a, int n) {
  buildHeap(a, n);
  while (n > 0) {
      n = n - 1;
      swap(a[0], a[n]);
      heapify(a, 0, n);
  }
}
```



***PHƯƠNG PHÁP VUN ĐỐNG**

Đánh giá: phương pháp vun đống có thời gian sắp xếp ổn định.

	TỐT NHẤT (thứ tự ngược)	TRUNG BÌNH (chưa có thứ tự)	XÁU NHÁT (đúng thứ tự)
Theo phép so sánh	O(nlogn)	O(nlogn)	O(nlogn)
Theo phép gán giá trị khóa	O(nlogn)	O(nlogn)	O(nlogn)



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Từ khóa: Quick Sort

Phân tích: Giả sửa dãy A đã có thứ tự R, với A; bất kỳ:

- A_j ℜ A_i ∀ j < i
- A_i ℜ A_i ∀ j > I
- A₀, .., A_{i-1} và A_{i+1}, .., A_{n-1} đều có thứ tự n.



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

- Ý tưởng: Áp dụng chiến lược chia để trị:
- Nếu A có không quá 1 phần tử → đã có thứ tự.
- Chọn phần tử chốt (pivot) x
- Chia dãy A thành hai phần:
 - Phần trước chứa A_i sao cho A_i 🤋 x
 - Phần sau chứa A_j sao cho x R A_j
- Sắp xếp hai dãy $A_0,...,A_{k-1}$ và $A_{k+1},...,A_{n-1}$ tương tự



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Thuật toán:

quickSort(A, b, e)

Đầu vào: $A=\{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ chưa có thứ tự \Re

Đầu ra: $A=\{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự \Re

***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Thuật toán:

```
if |A| < 2 then return end if
X \leftarrow A[0], A_1 \leftarrow \{\}, A_2 \leftarrow \{\}
for i \leftarrow 0 to n-1 do
   if A[i] \Re x then A_1 \leftarrow A_1 \cup \{A[i]\}
  else A_2 \leftarrow A_2 \cup \{A[i]\} end if
end for
quickSort(A<sub>1</sub>), quickSort(A<sub>2</sub>)
A \leftarrow A_1 \cup \{x\} \cup A_2
```



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

 $X \hat{e} p A, x = 3$

0 1 2 3 4 5

πορ π, π

3 2 5 1 4 7 6

 A_1

2 1

 A_2

5 4 7 6



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

 $X \neq A_1, x = 2$

0

1

7

2

5

6

 A_1

2

 A_{11}

1

 A_{12}



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Nối A_1 , x = 2

)

3

/ 1

6

A₁₁

1

 A_{12}

 A_1

1

2



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

 $X \hat{e} p A_2, x = 5$

0

1

7

3

/ [

6

 A_2

5

4

7

6

A₂₁

4

A₂₂

7

6

www.uit.edu.vn



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

 $X \stackrel{\text{\'e}}{=} A_{22}, x = 7$ 0 1 2 3 4 5 6

 A_{22}

6

 A_{221}

6

*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

Nối
$$A_{22}$$
, $x = 7$

0

1

4

5

6

 A_{221}

6

A₂₂₂

 A_{22}

6

7



PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

Nối A_2 , x = 5

0

1

7

5

6

A₂₁

4

A₂₂

6 7

 A_2

4 5 6



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

Nối A, x = 3

A₂₁

A₂₂

 A_2



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Cài đặt: Trên danh sách liên kết đơn, Giả sử thứ thự là < (tăng dần).



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

```
void quickSort(List &A) {
 if (!A.pHead) return;
 List A1, A2, B;
 createList(B); createList(A1); createList(A2);
 int x, t;
 removeHead(A,x);
 while (A.pHead) {
    removeHead(A,t);
    if (t<x) addHead(A1,createNode(t));</pre>
    else if(t>x) addHead(A2,createNode(t));
    else addHead(B,createNode(t));
```



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

```
quickSort(A1); quickSort(A2);
if (A2.pHead) {
  B.pTail->pNext = A2.pHead;
  B.pTail = A2.pTail;
if (A1.pHead) {
  A1.pTail->pNext = B.pHead;
  B.pHead = A1.pHead;
A = B;
```



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

<u>Cài đặt</u>: Trên mảng, Giả sử thứ thự là < (tăng dần).

Khi cài đặt trên mảng theo đúng thuật toán:

- Phải sử dụng thêm hai mảng phụ A₁ và A₂
- → Lãng phí bộ nhớ

Cách giải quyết:

- Xác định đoạn cần sắp xếp bằng chỉ số b, e:
 A_b,..,A_e
- → Giảm thao tác nối lại các đoạn đã sắp xếp



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

```
void quickSort(int *a, int b, int e) {
 if (b >= e) return;
 int x = a[b], i = b, j = e;
 while(i < j) {</pre>
    while (a[i] < x) i++;
    while (a[j] > x) j--;
    if (i <= j) {
      swap(a[i], a[j]); i++; j--; }
 quickSort(a, b, j); quickSort(a, i, e);
                                         www.uit.edu.vn
```



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 6, x = 3$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 6, x = 3$$



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 6, x = 3$$

$$0 i=1 j=2 3 4 5 6$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 6, x = 3$$

-> thực hiện sắp xếp trên hai dãy con



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 1, x = 1$$

→ phân chia dãy

1 2 5 3 4 7 6



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 1, x = 1$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 1, x = 1$$

→ thực hiện sắp xếp hai dãy con



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 6, x = 5$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 6, x = 5$$

$$0 \quad 1 \quad i=2 \quad 3 \quad j=4 \quad 5 \quad 6$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 6, x = 5$$

→ phân chia dãy

1 2 :-

4

5

6

1 |

2 |

4

3

5

' |



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 6, x = 5$$

> thực hiện sắp xếp hai dãy con



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 3, x = 4$$



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 3, x = 4$$

$$0 \quad 1 \quad i=2 \quad j=3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$



PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 2, e = 3, x = 4$$

> thực hiện sắp xếp hại dãy con



PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 4, e = 6, x = 5$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 4, e = 6, x = 5$$

→ phân chia dãy

 $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad i=4 \quad 5 \quad 6$

1 2 3 4 5 7 6



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 4, e = 6, x = 5$$

-> thực hiện sắp xếp hai dãy con



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 5, e = 6, x = 7$$



***PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 5, e = 6, x = 7$$

> thực hiện sắp xếp hai dãy con



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6} và thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần)

$$b = 0, e = 6,$$

→ kết quả



*PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH

Đánh giá: phương pháp phân hoạch có thể bị suy biến với chi phí thời gian là O(n²).

	TỐT NHẤT	TRUNG BÌNH	XÁU NHÁT
	(x là phần tử	(x không phải	(x là cực trị)
	trung vị)	cực trị)	
Theo phép so sánh	O(nlogn)	O(nlogn)	O(n ²)
Theo phép gán giá trị khóa	O(nlogn)	O(nlogn)	O(n ²)



❖PHƯƠNG PHÁP PHÂN HOẠCH Đánh giá:

- Việc chọn giá trị chốt x rất quan trọng
- Rất khó để chọn x là điểm trung vị → chọn x trong 3 hoặc 5 giá trị được chọn tùy ý trong danh sách A.



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Từ khóa: Merge Sort

Phân tích: Giả sử dãy A₁ và A₂ có k phần tử đã có thứ tự ℜ, khi đó, có thể tạo dãy A có thứ tự ℜ gồm các phần tử của A₁ và A₂ với:

- Chi phí thời gian là O(k)
- Trộn từng theo thứ tự từ đầu danh sách.
- Phần tử trên hai danh sách được trộn theo thứ
 tự ¾



- Ý tưởng: Áp dụng chiến lược chia để trị:
- Danh sách có 1 phần tử luôn có thứ thự.
- Để sắp xếp danh sách A:
 - Chia A thành hai danh sách A₁ và A₂
 - Sắp xếp A₁ và A₂ theo thứ tự R
 - Trộn A₁ và A₂ theo thứ tự ℜ



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Thuật toán:

mergeSort(A)

Đầu vào: $A=\{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ chưa có thứ tự \Re

Đầu ra: $A=\{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự \mathfrak{R}



```
Thuật toán: (mergeSort)
if |A| < 2 then
  return
end if
partition(A,A<sub>1</sub>,A<sub>2</sub>)
mergeSort(A<sub>1</sub>)
mergeSort(A<sub>2</sub>)
merge(A_1, A_2, A)
```



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Thuật toán: (partition)

Việc phân chia dãy tùy thuộc vào cấu trúc dữ liệu được sử dụng:

- Với danh sách liên kết, có thể dùng phân phối luân phiên.
- Với mảng, có thể dùng vị trí giữa mảng.



```
Thuật toán: (merge(A_1,A_2,A))

A \leftarrow \{\}

while |A_1| > 0 and |A_2| > 0 do

if A_1[0] \Re A_2[0] then x \leftarrow A_1[0], A_1 \setminus \{x\}

else x \leftarrow A_2[0], A_2 \setminus \{x\} end if

A \leftarrow A \cup \{x\}

end while
```

```
while |A_1| > 0 do x \leftarrow A_1[0], A_1 \setminus \{x\} A \leftarrow A \cup \{x\} end while while |A_2| > 0 do x \leftarrow A_2[0], A_2 \setminus \{x\} A \leftarrow A \cup \{x\} end while
```



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

Xếp A

0

1

7

2

/ 1

6

A

3

2

5

1

6

 A_1

 A_2

3

5

4

6

2 | 1

1



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

Xếp A₁

0

1

7

3

4

6

 A_1

3

5

4

6

A₁₁

3

4

A₁₂



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

Xếp A₁₁

0

1

7

3

6

 A_{11}

3

4

 A_{111}

3

 A_{112}



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

trộn A₁₁

0

1

7

3

6

A₁₁₁

3

 A_{112}

4

A₁₁

3



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

Xếp A₁₂

0

1

7

3

/

6

 A_{12}

5 6

A₁₂₁

5

A₁₂₂



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

trộn A₁₂

0

1

7

3

6

A₁₂₁

5

 A_{122}

6

A₁₂



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

trộn A₁

0

1

7

5

6

A₁₁

3

4

A₁₂

5 6

 A_1

3

4

5



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cầp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

Xếp A₂

0

1

2

5

6

 A_2

2

1

7

A₂₁

2 7

A₂₂



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

Xếp A₂₁

0

1

2

3

6

A₂₁

2

7

 A_{211}

2

A₂₁₂



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

trộn A₂₁

0

1

7

3

/

6

 A_{211}

2

A₂₁₂

7

A₂₁



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

trộn A₂

0

1

7

3

5

6

A₂₁

2

A₂₂

1

 A_2

l 2 7



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Quá trình tính toán:

Giả sử A={3,2,5,1,4,7,6}, thứ tự cấp sắp xếp < (tăng dần) và phân chia dãy theo cách luân phiên

trộn A

 A_1

 A_2

A

www.uit.edu.vi



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Cài đặt: Trên danh sách liên kết đơn, Giả sử thứ thự là < (tăng dần).



```
void mergeSort(List &A) {
 if (!A.pHead) return;
 List A1, A2;
 partition(A,A1,A2);
 mergeSort(A1);
 mergeSort(A2);
 merge(A1, A2, A);
```



```
void partition(List &A,List &A1,List &A2){
 int lane = 0;
 createList(A1); createList(A2);
 while (A.pHead) {
    Node *p = a.pHead;
    A.pHead = p->pNext; p->pNext = NULL;
    if (lane) addTail(A2, p)
    else addTail(A1, p);
    lane = !lane;
```



```
void merge(List &A1,List &A2,List &A){
 Node *p;
 while(A1.pHead && A2.pHead) {
    if (A1.pHead->info < A2.pHead->info)
    { p = A1.pHead; A1.pHead = p->pNext;}
    else { p=A2.pHead; A2.pHead=p->pNext;}
    p->pNext = NULL;
    addTail(A, p);
```



```
while (A1.pHead) {
  p = A1.pHead; A1.pHead = p->pNext;
  p->pNext = NULL;
  addTail(A, p);
while (A2.pHead) {
  p = A2.pHead; A2.pHead = p->pNext;
  p->pNext = NULL;
  addTail(A, p);
```



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Đánh giá:

- Trong mọi trường hợp độ phức tạp tính toán của phương pháp trộn là O(nlogn)
- Thích hợp cho các danh sách truy xuất tuần tự (file, danh sách đơn).
- Có thể thực hiện sắp xếp mà không cần nạp toàn bộ danh sách lên RAM (External Sorting)
- Trường hợp danh sách đã có những đoạn con có thứ tự → Trộn tự nhiên (Natural Merge Sort)



***PHƯƠNG PHÁP TRỘN**

Đánh giá: Độ phức tạp của thuật toán trộn tự

nhiên

	TỐT NHẤT	TRUNG BÌNH	XÁU NHÁT
	(có thứ tự)	(có thứ tự cục	(không có
		bộ)	thứ tự)
Theo phép so sánh	O(1)	O(nlogn)	O(nlogn)
Theo phép gán giá trị khóa	O(1)	O(nlogn)	O(nlogn)

***KHÁI NIỆM**

Hàng đợi ưu tiên (Priority Queue):

- Là hàng đợi với các tao thác enqueue, dequeue
- Thao tác dequeue cho phép lấy phần tử nhỏ nhất ra khỏi hàng đợi.

***KHÁI NIỆM**

Ứng dụng của hàng đợi ưu tiên:

- External Sorting với Merge Sort: mỗi danh sách con là một hàng đợi ưu tiên.
- Quản lý các ngắt (interrupt handler), thời gian chờ (wakeup time), ... trong hệ điều hành.
- Dùng trong các chiến lược tham lam (Greedy)
 - Thuật toán Prim (Cây khung tối tiểu Minimum Spanning Tree)
 - Thuật toán A*

*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Hàng đợi ưu tiên là một danh sách đơn với hai thao tác:

- enqueue: thêm phần tử vào vị trí thích hợp theo thuật toán Insertion Sort.
- dequeue: sử dụng thao thác removeHead của danh sách đơn.

(Chi tiết cài đặt sinh viên tự tìm hiểu)

*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Quá trình tính toán:

Giả sử có các thao tác: enqueue 1, enqueue 7, enqueue 3, dequeue, enqueue 2, dequeue.

enqueue 1

*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Quá trình tính toán:

Giả sử có các thao tác: enqueue 1, enqueue 7, enqueue 3, dequeue, enqueue 2, dequeue.

enqueue 7



***CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN**

Quá trình tính toán:

Giả sử có các thao tác: enqueue 1, enqueue 7, enqueue 3, dequeue, enqueue 2, dequeue.

enqueue 3



*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Quá trình tính toán:

Giả sử có các thao tác: enqueue 1, enqueue 7, enqueue 3, dequeue, enqueue 2, dequeue.

dequeue

1 3 7

*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Quá trình tính toán:

Giả sử có các thao tác: enqueue 1, enqueue 7, enqueue 3, dequeue, enqueue 2, dequeue.



*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Quá trình tính toán:

Giả sử có các thao tác: enqueue 1, enqueue 7, enqueue 3, dequeue, enqueue 2, dequeue.

Kết quả

2 3 7

*CÀI ĐẶT VỚI DANH SÁCH ĐƠN

Đánh giá:

- Độ phức tạp của thao tác enqueue: O(n).
- Độ phức tạp của thao tác dequeue: O(1).

*CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Hàng đợi ưu tiên là mảng:

- Các phần tử trong mảng đảm bảo tính chất của một heap nhị phân.
- Thao tác enqueue:
 - Thêm phần tử p vào cuối mảng
 - Thực hiện thao tác heapify phần tử p theo hướng về đầu mảng (percolateUp)

*CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Hàng đợi ưu tiên là mảng:

- Thao tác dequeue:
 - Thay phần tử đầu mảng bằng phần tử cuối mảng p
 - Thực hiện heapify phần tử đầu mảng p theo hướng về cuối mảng (perlocateDown)

*CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Hàng đợi ưu tiên là mảng:

- Thao tác increase (tăng độ ưu tiên):
 - Tăng giá trị của phần tử p
 - Thực hiện thao tác heapify phần tử p theo hướng về đầu mảng

*CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Hàng đợi ưu tiên là mảng:

- Thao tác decrease (giảm độ ưu tiên):
 - Giảm giá trị của phần tử p
 - Thực hiện thao tác heapify phần tử p theo hướng về cuối mảng

(Sinh viên tự tìm hiểu cài đặt chi tiết theo cách tương tự Heap Sort)

***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

enqueue 7

0 1 2 3 4 5 6

7

***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)



*CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

perlocateUp

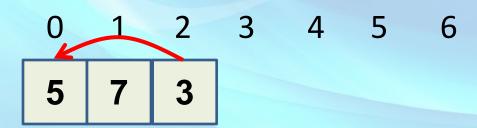
0 1 2 3 4 5 6

5 7

***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)



***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

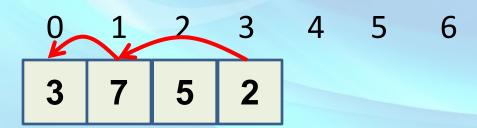
perlocateUp

0123456

***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)



***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

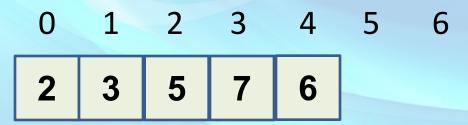
perlocateUp



CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

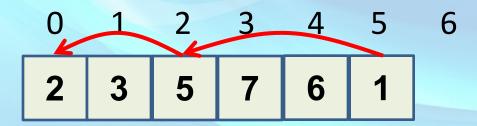
Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)



***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)



CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

perlocateUp



***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

dequeue





***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

perlocateDown



***CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN**

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

increase (0, 2)

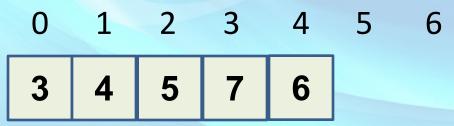


CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán: Ưu tiên số nhỏ

Giả sử có các thao tác: enqueue 7, enqueue 5, enqueue 3, enqueue 2, enqueue 6, enqueue 1, dequeue, increase (0,2)

perlocateDown



*CÀI ĐẶT VỚI HEAP NHỊ PHÂN

Đánh giá:

- Độ phức tạp của thao tác enqueue: O(logn).
- Độ phức tạp của thao tác dequeue: O(logn).



III. CÁC GIẢI THUẬT SẮP XẾP

***BÀI TẬP**

Cho mảng A={8,2,1,9,4,5,7,6,3}. Hãy viết hàm sắp xếp và trình bày từng bước quá trình sắp xếp mảng A theo thứ tự giảm dần (>) với thuật toán:

- a) Heap Sort
- b) Quick Sort
- c) Merge Sort



III. CÁC GIẢI THUẬT SẮP XẾP

***BÀI TẬP**

Trộn tự nhiên (Natural Merge Sort) phân phối các phần tử của dãy theo run. Trong đó một run là một dãy các phần tử đã có thứ tự cần sắp. Hãy trình bày thuật toán sắp xếp theo cách trộn tự nhiên và cho một ví dụ minh họa.



III. CÁC GIẢI THUẬT SẮP XẾP

***BÀI TẬP**

Cho dãy số A = {7,2,4,5,1,3,6,8}. Cho biết giải thuật nào thích hợp để sắp xếp theo thứ tự tăng dần cho dãy A nhất, giải thích vì sao.