ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT

CHƯƠNG II

TÌM KIẾM VÀ SẮP XẾP

Nguyễn Trọng Chỉnh
chinhnt@uit.edu.vn
www.uit.edu.vn

MỤC TIÊU CHƯƠNG IV

- Xác định và phát biểu bài toán tìm kiếm sắp xếp
- Hiểu một số thuật toán tìm kiếm và sắp xếp
- Phân tích ưu điểm và hạn chế của thuật toán tìm kiếm và sắp xếp
- Triển khai, cài đặt các thuật toán với C++
- Biết các thuật ngữ tiếng Anh trong bài toán tìm kiếm và sắp xếp

NỘI DUNG CHƯƠNG IV

I. LỚP VECTOR
II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM
III. CÁC GIẢI THUẬT SẮP XẾP
IV. CẤU TRÚC HÀNG ĐỢI ƯU TIÊN

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

Nhập một danh sách số nguyên dương A với số phần tử không biết trước. Thao tác nhập kết thúc khi phần tử nhập vào có giá trị $A_i \leq 0$. In ra màn hình danh sách A, vị trí i của phần tử có giá trị k (k được nhập từ bàn phím) ở trong A và 5 giá trị lớn nhất của A. Nếu không tìm thấy k thì đặt i=-1.

Ví dụ: A = {1,2,8,3,7,4,6,10,9,21}, k=4.

Kết quả

1 2 8 3 7 4 6 10 9 21

5 21, 10, 9, 8, 7

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

Bài toán có thể được giải quyết bằng cách sử dụng thư viện <vector> và <algorithm> như sau:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>

using namespace std;
void NhapDS(vector<int> &);
void InDS(vector<int>);
void Top5(vector<int>);
int TimK(vector<int>, int);
```

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

```
int main() {
  vector<int> A;
  int k;
  NhapDS(A);
  cout << "Danh sach da nhap: ";
  InDS(A);
  cout << "Gia tri can tim k = ";
  cin >> k;
  cout << TimK(A, k) << "\t";
  Top5(A);
  return 0;
}
```

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

```
void NhapDS(vector<int> &v) {
  int tmp;
  cout << "Nhap danh sach" << endl;
  cin >> tmp;
  while (tmp > 0) {
     v.push_back(tmp);
     cin >> tmp;
  }
}
```

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

```
void InDS(vector<int> v) {
    for (int i = 0; i < v.size(); i++)
        cout << v[i] << ' ';
    cout << endl;
}
```

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

```
void Top5(vector<int> v) {
  sort(v.begin(), v.end());
  if (v.size() < 5) {
     cout << "DS khong co du 5 phan tu" << endl;
     return;
  }
  for (vector<int>::iterator i = v.end() - 1;
           i > v.end() - 6; i--)
        cout << *i << ' ';
}
```

I. LỚP VECTOR

❖BÀI TOÁN MINH HỌA

```
int TimK(vector<int> v, int k) {
    vector<int>::iterator i;
    i = find(v.begin(), v.end(), k);
    if (i != v.end())
        return i - v.begin();
    return -1;
}
```

I. LỚP VECTOR

❖ĐỊNH NGHĨA LỚP VECTOR

vector, được định nghĩa trong <vector>, là một lớp quản lý danh sách các đối tượng cùng kiểu. Biến kiểu vector được khai báo như sau:

```
vector<kiểu> tên_biến;
```

Các biến kiểu vector có đặc điểm:

- Tương tự như mảng, truy xuất với phép toán []
- Có thể tăng kích thước khi thêm phân tử
- Có thể duyệt tuần tự theo các biến thuộc kiểu

```
vector<kiểu>::iterator
```

I. LỚP VECTOR

❖ĐỊNH NGHĨA LỚP VECTOR

Một số phương thức của lớp vector:

- `begin()` Trả về biến iterator trỏ đến phần tử đầu của vector
- `end()` Trả về biến iterator trỏ đến vị trí sau phần tử cuối của vector
- `size()` Trả về số phần tử của vector
- `push_back()` Thêm một phần tử vào cuối vector

Yêu cầu sinh viên tìm hiểu thêm các phương thức khác trong slide tham khảo thư viện STL.

I. LỚP VECTOR

❖TÌM KIẾM VỚI ĐỐI TƯỢNG VECTOR

Các phần tử trong một biến vector có thể được tìm kiếm nhờ hàm find() (được định nghĩa trong <algorithm>). Hàm find() được sử dụng như sau:

```
vector<kiểu> A;
vector<kiểu>::iterator i;
int k;
. . .
i = find(A.begin(), A.end(), k);
```

Kết quả của hàm find() là một biến kiểu iterator trỏ tới phần tử cần tìm của vector hoặc trả về end()

www.uit.edu.vn

I. LỚP VECTOR

❖SẮP XẾP VỚI ĐỐI TƯỢNG VECTOR

Có thể sắp xếp các phần tử trong một biến kiểu vector bằng hàm sort() (được định nghĩa trong <algorithm>). Hàm sort() được sử dụng như sau:

```
vector<kiểu> A;
```

Sắp xếp theo thứ tự tăng dần:

```
sort(A.begin(), A.end());
```

Sắp xếp theo thứ tự giảm dần:

```
sort(A.begin(), A.end(), greater<kiểu>());
```

Yêu cầu sinh viên tìm hiểu các biến thể của các hàm find() và sort() trong slide tham khảo STL.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖PHÁT BIỂU BÀI TOÁN

Cho danh sách ***A*** gồm n phần tử $a_0, a_1, .., a_{n-1}$

Tìm phần tử có giá trị khóa là ***x*** trong ***A***. Nếu a_i có giá trị khóa là ***x*** thì trả về chỉ số ***i***

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Từ khóa: Linear Search

Điều kiện: Danh sách $A = \{a_0, a_1, .., a_{n-1}\}$ chưa có thứ tự.

Phân tích: không có thông tin nào ngoài thông tin có được khi so sánh x với giá trị khóa của a_i

Ý tưởng: duyệt toàn bộ danh sách A để xác định a_i, và trả về i nếu tồn tại a_i.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Thuật toán:

Đầu vào: Danh sách ***A*** có ***n*** phần tử, giá trị khóa ***x*** cần tìm.

Đầu ra: Chỉ số ***i*** của phần tử a_i trong ***A*** có giá trị khóa là ***x***. Trong trường hợp không tìm thấy ***i=-1***

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Thuật toán:

```
i ← 0
while i < n
  if A[i] = x then return i end if
  i ← i+1
end while
return -1
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Quá trình tính toán:

Giả sử A = {1,3,2,9,7}, x = 9.

Quá trình xác định a_i theo thuật toán tìm tuyến tính

i=0	1	2	3	4
1	3	2	9	7

x=9

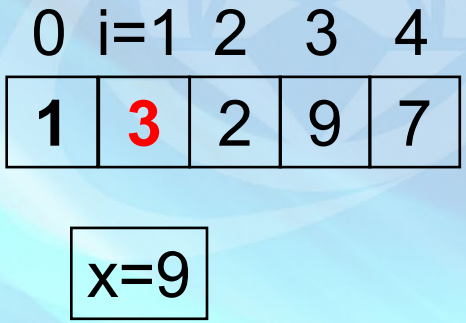
II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Quá trình tính toán:

Giả sử A = {1,3,2,9,7}, x = 9.

Quá trình xác định a_i theo thuật toán tìm tuyến tính



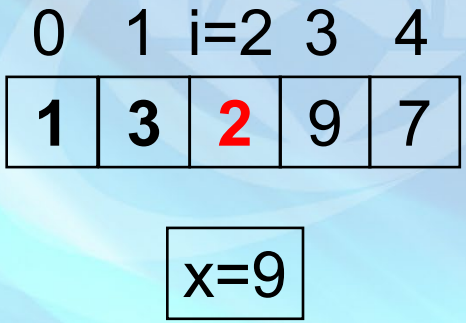
II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Quá trình tính toán:

Giả sử A = {1,3,2,9,7}, x = 9.

Quá trình xác định a_i theo thuật toán tìm tuyến tính



II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Quá trình tính toán:

Giả sử A = {1,3,2,9,7}, x = 9.

Quá trình xác định a_i theo thuật toán tìm tuyến tính

0	1	2	i=3	4
1	**3**	**2**	**9**	7

x=9

i = 3
A[i] = 9 = x

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Cài đặt:

```
int linearSearch(int A[], int n, int x) {
  int i = 0;
  while (i < n) {
     if (A[i] == x) return i;
     i++;
  }
  return -1;
}
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH

Đánh giá:

- *Trường hợp tốt nhất (best case)*: a_0 chứa khóa x → số lần lặp là 1 → độ phức tạp hằng số O(1)
- *Trường hợp xấu nhất (worst case)*: A không có phần tử có khóa x → số lần lặp là n → độ phức tạp tuyến tính O(n).
- *Trường hợp trung bình (average case)*: độ phức tạp tuyến tính O(n).

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH (cải tiến)

Phân tích: Theo thuật toán tìm tuyến tính:

- Cần phải kiểm tra điều kiện dừng khi xét hết danh sách ($i < n$)
- Cần phải kiểm tra điều kiện dừng khi tìm thấy phần tử a_i trong vòng lặp

→ **Rút gọn điều kiện dừng**

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH (cải tiến)

Ý tưởng:

- Thêm phần tử a_n có khóa **x** vào **A**, khi này **A** có **n+1** phần tử. Phần tử thêm vào được gọi là phần tử cầm canh.
- Chỉ cần điều kiện dừng là tìm thấy phần tử a_i có khóa **x**

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH (cải tiến)

Thuật toán:

Đầu vào: Danh sách ***A*** có ***n*** phần tử, giá trị khóa ***x*** cần tìm.

Đầu ra: Chỉ số ***i*** của phần tử a_i trong ***A*** có giá trị khóa là ***x***. Trong trường hợp không tìm thấy ***i=-1***

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH (cải tiến)

Thuật toán:

```
i ← 0, A[n] = x
while A[i] ≠ x
  i ← i+1
end while
if (i < n) then return i
else return -1 end if
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM TUYẾN TÍNH (cải tiến)

Cài đặt:

```
int linearSearchA(int A[],int n,int x) {
  int i = 0; A[n] = x;//A có hơn n phần tử
  while (A[i] != x)
     i++;
  if (i < n)  return i;
  else return -1;
}
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Từ khóa: Binary Search

Điều kiện: Danh sách $A = \{a_0, a_1, .., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự $\Re$

Phân tích: Khi so sánh a_i với khóa **x**, dựa vào quan hệ thứ tự, có thể quyết định nên xét phần tử kế tiếp ở phần trước (hoặc phần sau) của a_i hay không.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Ý tưởng:

- Chọn a_m ở giữa **A** để tận dụng kết quả so sánh với khóa **x**. **A** được chia thành hai phần: trước và sau a_m. Chỉ số bắt đầu, kết thúc của ***A*** là ***l***, ***r***
- Nếu $x = a_m$, tìm thấy và dừng.
- Xét thứ tự **x**, a_m. Nếu thứ tự này
  - Là $\Re$, thì tìm **x** trong đoạn [**l, r**] với **r=m-1**;
  - Ngược lại, tìm **x** trong đoạn [**l, r**] với **l=m+1**.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Thuật toán:

Đầu vào: Danh sách ***A*** có ***n*** phần tử đã có thứ tự $\mathfrak{R}$, giá trị khóa ***x*** cần tìm.

Đầu ra: Chỉ số ***i*** của phần tử a_i trong ***A*** có giá trị khóa là ***x***. Trong trường hợp không tìm thấy ***i=-1***

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Thuật toán:

```
l ← 0, r ← n-1
while l ≤ r
  m ← (l + r) div 2
  if x = A[m] then return m end if
  if x ℜ A[m] then r ← m – 1
  else l ← m + 1 end if
end while
return -1
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán:

Giả sử ***A = {1,2,3,4,5,7,9}***, thứ tự $\Re$ là **<**, phần tử cần tìm ***x = 3***

l=0	1	2	m=3	4	5	r=6
1	2	3	**4**	5	7	9

x=3

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán:

Giả sử ***A = {1,2,3,4,5,7,9}***, thứ tự $\Re$ là **<**, phần tử cần tìm ***x = 3***

l=0 m=1 r=2 3 4 5 6

1	**2**	3	4	5	7	9

x=3

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Quá trình tính toán:

Giả sử ***A = {1,2,3,4,5,7,9}***, thứ tự $\Re$ là **<**, phần tử cần tìm ***x = 3***

l=2

r=2

0	1 m=2	3	4	5	6
1	**2**	**3**	4	5	7	9

x=3

m = 2
A[m] = 3 = x

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Cài đặt: (thứ tự $\Re$ là **<**)

```
int binarySearch (int A[], int n, int x){
  int l = 0, r = n-1;
  while (l <= r) {
     m = (l + r) / 2;
     if (x == A[m]) return m;
     if (x < A[m]) r = m – 1;
     else l = m + 1;
  }
  return -1;
}
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Đánh giá:

- *Trường hợp tốt nhất*: phần tử cần tìm ở đúng vị trí ***(l+r) div 2*** → số lần lặp là 1 → độ phức tạp hằng số **O(1)**.
- *Trường hợp xấu nhất*: số lần tìm là số lần chia đôi dãy đến khi dãy tìm kiếm còn 1 phần tử → số lần lặp khoảng $\log_2(n)+1$ → độ phức tạp logarith **O(log(n))**.
- *Trường hợp trung bình*: độ phức tạp **O(log(n))**.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Từ khóa: Interpolation Search

Điều kiện: Danh sách $A = \{a_0, a_1, .., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự $\Re$ và giá trị khóa được rải đều trên danh sách.

Phân tích: Giá trị khóa rải đều trên danh sách → vị trí a_m chia danh sách tìm kiếm tương ứng với tỉ lệ giá trị x trong miền giá trị khóa của danh sách tìm kiếm.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Ý tưởng:

- Thay vì xác định điểm **m = (l + r) / 2** như trong tìm kiến nhị phân, xác định nội suy m như sau:

$$m = l + \frac{(r - l) \times (x - A[l])}{A[r] - A[l]}$$

- Các bước còn lại tương tự tìm kiếm nhị phân

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Thuật toán:

Đầu vào: Danh sách ***A*** có ***n*** phần tử đã có thứ tự $\mathfrak{R}$, giá trị khóa ***x*** cần tìm.

Đầu ra: Chỉ số ***i*** của phần tử a_i trong ***A*** có giá trị khóa là ***x***. Trong trường hợp không tìm thấy ***i=-1***

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Thuật toán:

```
l ← 0, r ← n-1
while l ≤ r
  m ← l+((r-l)*(x-A[l]) / (A[r]-A[l]))
  if x = A[m] then return m end if
  if x ℜ A[m] then r ← m – 1
  else l ← m + 1 end if
end while
return -1
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Quá trình tính toán:

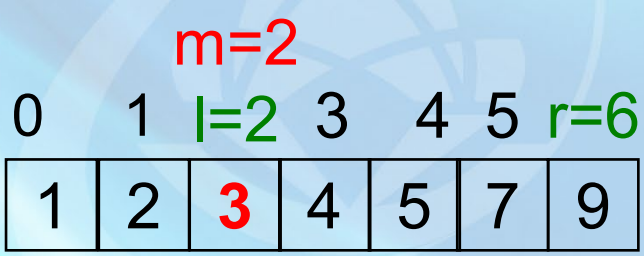
Giả sử ***A = {1,2,3,4,5,7,9}***, thứ tự $\Re$ là **<**, phần tử cần tìm ***x = 3***

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Quá trình tính toán:

Giả sử ***A = {1,2,3,4,5,7,9}***, thứ tự $\Re$ là **<**, phần tử cần tìm ***x = 3***



x=3

m = 2
A[m] = 3 = x

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NỘI SUY

Cài đặt: (thứ tự $\Re$ là **<**)

```
int interpolationSearch (int A[],int n,int x){
  int l = 0, r = n-1;
  while (l <= r) {
     m = l+(r-l)*(x-A[l])/(A[r]-A[l]);
     if (x == A[m]) return m;
     if (x < A[m]) r = m - 1;
     else l = m + 1;
  }
  return -1;
}
```

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖ TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Đánh giá:

- *Trường hợp tốt nhất*: phần tử cần tìm ở đúng vị được nội suy → số lần lặp là 1 → độ phức tạp hằng số **O(1)**.
- *Trường hợp xấu nhất*: giá trị khóa lớn nhất hoặc nhỏ nhất chênh lệch quá lớn so với giá trị kỳ vọng → tìm tuyến tính → độ phức tạp **O(n)**.
- *Trường hợp trung bình*: độ phức tạp **O(log(n))**.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖BÀI TẬP

1) Cho danh sách A={1,2,3,4,5,6,100000} được lưu trữ trên mảng.

a) Cho biết thuật toán tốt nhất để tìm giá trị x trong A. Vì sao?

b) Trình bày từng bước quá trình tìm giá trị x=6 trong A theo thuật toán đã chọn.

c) Giả sử A được lưu trữ trên danh sách liên kết đơn. Cho biết thuật toán tốt nhất để tìm giá trị x trong A. Vì sao?

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖BÀI TẬP

2) Viết hàm tìm kiếm phần tử x trên mảng A chứa n số nguyên. Biết A đang có thứ tự **>** (giảm dần) và chưa biết phân bố giá trị của các phần tử trong A.

II. CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM

❖BÀI TẬP

3) Cho cấu trúc điểm trong mặt phẳng như sau:

```
struct Point {
    float x, y;
};
```

Viết hàm tìm kiếm điểm $q(x_q,y_q)$ trong danh sách các điểm A (A được lưu trữ trên mảng) sao cho khoảng cách giữa q và $p(x_p,y_p)$ là nhỏ nhất. Trong đó p là một điểm cho trước (tham số của hàm tìm kiếm). Kết quả trả về là chỉ số của q trong A.