ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN 2018-2019
VÒNG SƠ LOẠI MÔN ĐẠI SỐ

Ngày thi: 16/12/2018
Thời gian làm bài: **60** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1.

Hãy tìm tất cả các ma trận:

a/ Giao hoán với ma trận $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\3&1&2\end{pmatrix}$.

b/ Vuông cấp 2, có bình phương bằng $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

c/ Vuông cấp 2, có bình phương bằng $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

Câu 2.

Chứng minh rằng nếu A là ma trận vuông thực, cấp n, thỏa $A^2-3A+I_n=O_n$ thì $A^{-1}=3I_n-A$. Trong đó, I_n là ma trận đơn vị cấp n và O_n là ma trận chứa các hệ số 0, cấp n.

Câu 3.

Cho $A=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$. Tìm A^{2020}.

Câu 4.

Tính định thức của ma trận $A=\begin{pmatrix}1&1&\cdots&1&1\\C_2^1&C_3^1&\cdots&C_n^1&C_{n+1}^1\\C_3^2&C_4^2&\cdots&C_{n+1}^2&C_{n+2}^2\\\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\C_n^{n-1}&C_{n+1}^{n-1}&\cdots&C_{2n-2}^{n-1}&C_{2n-1}^{n-1}\end{pmatrix}$.

Câu 5.

Cho A,B là hai ma trận vuông, cấp n. Hãy chứng minh $\det(AB)=\det A.\det B$.

Câu 6. Cho đa thức $P(x)=(x-a_1)(x-a_2)...(x-a_n)$, trong đó a_i là các số thực đôi một phân biệt. Hãy tính định thức sau:

$$\begin{vmatrix}\dfrac{P(x)}{x-a_1}&\dfrac{P(x)}{x-a_2}&\cdots&\dfrac{P(x)}{x-a_n}\\1&1&\cdots&1\\a_1&a_2&\cdots&a_n\\a_1^2&a_2^2&\cdots&a_n^2\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_1^{n-2}&a_2^{n-2}&\cdots&a_n^{n-2}\end{vmatrix}$$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm