# BÀI TẬP XÁC SUẤT B.

**32.** a) Ký hiệu $B_1$: "cặp sinh đôi là thật",$B_2$: "cặp sinh đôi là giả"

$A$ : "cặp sinh đôi cùng giới".

Theo giả thiết $P(A) = 0,34 + 0,3 = 0,64$ và $P(A/B_1) = 1$; $P(A/B_2) = \frac{1}{2}$.

Đặt $P(B_1) = x$; $P(B_2) = 1 - x$. Theo công thức xác suất đầy đủ:

$$P(A) = P(B_1)\,P(A/B_1) + P(B_2)\,P(A/B_2) \Leftrightarrow 0,64 = x + \frac{1-x}{2} \Rightarrow x = 0,28$$

b) $P(B_1/A) = \dfrac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(A)} = \dfrac{0,28}{0,64} = 0,4375$

**36.** Gọi $E_1$: "bóng đèn tốt" , $E_2$: "bóng đèn hỏng"

$A$ : "bóng đèn được đóng dấu đã kiểm tra".

Ta có: $P(E_1) = 0,8$ , $P(E_2) = 0,2$, $P(A/E_1) = 0,9$ và $P(A/E_2) = 0,05$.

Thành thử:

$$P(E_1/A) = \frac{P(E_1)P(A/E_1)}{P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2)} = \frac{(0,8)(0,9)}{(0,8)(0,9) + (0,2)(0,05)} = 0,986$$

**39.** Gọi $A$ là biến cố: "chai rượu thuộc loại $A$", $B$ là biến cố: "chai rượu thuộc loại $B$" và $H$ là biến cố: "có 4 người kết luận rượu loại $A$, 1 người kết luận rượu loại $B$".

Ta cần tính $P(A/H)$. Áp dụng công thức Bayet:

$$P(A/H) = \frac{P(A)P(H/A)}{P(A)P(H/A)+P(B)P(H/B)} \quad ,P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(H/A) = C_5^4\left(\frac{3}{4}\right)^4 \frac{1}{4}; \quad P(H/B) = C_5^4\left(\frac{1}{4}\right)^4 \frac{3}{4}$$

Thay vào ta thu được: $P(A/H) = \dfrac{27}{28} \approx 0,9642$

**40.** a) Ký hiệu $O, A, B$ và $AB$ tương ứng là các biến cố: "người cần tiếp máu có nhóm máu là $O, A, B$ và $AB$".

Gọi $H$ là biến cố: "sự truyền máu không thực hiện được". Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(H) = P(O)\,P(H/O) + P(A)\,P(H/A) + P(B)\,P(H/B) + P(AB)\,P(H/AB)$$

Theo dữ kiện của bài: $P(O) = 0,337$; $P(A) = 0,375$; $P(B) = 0,209$; $P(AB) = 0,079$

$P(H/O) = 1\text{-}P(O) = 0,663$, $P(H/A) = 1\text{-}[P(O) + P(A)] = 0,288$

$P(H/B) = 1\text{-}[P(O) + P(B)] = 0,454$, $P(H/AB) = 0$

Thay vào ta được: $P(H) = 0,4263$.Vậy xác suất để truyền máu được là: $1 - P(H) = 0,5737$

b) Gọi $E$ là biến cố: "sự truyền máu không thực hiện được". Ta có:

$P(E/O) = [1 - P(O)]^2 = 0,663^2$ , $P(E/A) = [1 - P(O) - P(A)]^2 = 0,288^2$

$P(E/B) = [1 - P(O) - P(B)]^2 = 0,454^2$ , $P(E/AB) = 0$

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta được:

$P(E) = P(O)P(E/O) + P(A)P(E/A) + P(B)P(E/B) + P(AB)P(E/AB) = 0{,}2223$

Vậy xác suất để truyền máu được là: $1 - P(E) = 0{,}777$

**41.** Ký hiệu A,B,C là biến cố mắc bệnh A,B,C, và $H$ là biến cố đã xảy ra. Ta có:

$P(H/A) = (0{,}6)(0{,}2)(0{,}2)(0{,}6) = 0{,}0144$

$P(H/B) = (0{,}2)(0{,}6)(0{,}2)(0{,}2) = 0{,}0048$

$P(H/C) = (0{,}2)(0{,}2)(0{,}6)(0{,}2) = 0{,}0048$

Vậy: $P(A/H) = \dfrac{P(A)(P(H/A)}{P(H)} =$

$$= \frac{(0{,}3)(0{,}0144)}{(0{,}3)(0{,}0144)+(0{,}4)(0{,}0048)+(0{,}3)(0{,}0048)} = \frac{432}{768} = 0{,}5625$$

$P(B/H) = 0{,}25$

$P(C/H) = 0{,}1875$

**55.** Ký hiệu $T$: "rút được quả cầu trắng"; $D$: "rút được quả cầu đen".

Các kết quả có thể là:

$\omega_1 = D$; $\omega_2 = TD$; $\omega_3 = TTD$; $\omega_4 = TTTD$; $\omega_5 = TTTTD$

Ta có: $P(\omega_1) = \dfrac{3}{7}$; $P(\omega_2) = \dfrac{4}{7}\cdot\dfrac{3}{6} = \dfrac{2}{7}$; $P(\omega_3) = \dfrac{4}{7}\cdot\dfrac{3}{6}\cdot\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{35}$

$P(\omega_4) = \dfrac{4}{7}\cdot\dfrac{3}{6}\cdot\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{35}$; $P(\omega_5) = \dfrac{1}{35}$

Nếu xảy ra $\omega_1$ thì $X = -5$.

Nếu xảy ra $\omega_2$ thì $X = 10$.

Nếu xảy ra $\omega_3$, $\omega_4$ hoặc $\omega_5$ thì $X = -15$, 20 hoặc $-25$.

Vậy bảng phân bố xác suất của $X$ là:

| $X$ | $-25$ | $-15$ | $-5$ | 10 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{35}$ | $\frac{6}{35}$ | $\frac{15}{35}$ | $\frac{10}{35}$ | $\frac{3}{35}$ |

$EX = -\dfrac{6}{7}$, tức là trung bình một ván $A$ thua $\dfrac{6}{7}$ đô la:

Nếu chơi 150 ván thì $A$ sẽ mất khoảng $150 \times \dfrac{6}{7} = 128{,}57$ USD.

**71.** Ta có bảng phân bố của $X$ là:

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | $\geq 4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,0608 | 0,1703 | 0,2384 | 0,2225 | 0,3081 |

a) Từ bảng phân bố của $X$ ta thu được bảng phân bố của $Y$:

$P\{Y = -24\} = P\{X = 0\}$

$P\{Y = -4\} = P\{X = 1\}$

$P\{Y = 16\} = P\{X = 2\}$

$P\{Y = 36\} = P\{X \geq 3\}$

| $Y$ | $-24$ | $-4$ | 16 | 36 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,0608 | 0,1703 | 0,2384 | 0,5305 |

Từ đó $EY = 20{,}8$.

b) Nếu trạm có 4 chiếc xe thì phân bố của số tiền $Z$ mà trạm thu được trong 1 ngày sẽ là:

| $Z$ | $-32$ | $-12$ | 8 | 28 | 48 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,0608 | 0,1703 | 0,2834 | 0,2225 | 0,3081 |

Từ đó $EZ = 18{,}9$.

c) Vậy thì trạm nên có 3 chiếc xe.

**73.** a) Ta có $X \sim$ Poátxông (2).

Gọi $Y$ là số ôtô cho thuê. Ta có:

$P\{Y = 0\} = P\{X = 0\} \approx 0{,}1353$

$P\{Y = 1\} = P\{X = 1\} \approx 0{,}2707$

$P\{Y = 2\} = P\{X = 2\} \approx 0{,}2707$

$P\{Y = 3\} = P\{X = 3\} \approx 0{,}1804$

$P\{Y = 4\} = P\{X \geq 4\} \approx 0{,}1429$

Từ đó: $EY \approx 1{,}925$

b) Gọi $n$ là số ôtô mà cửa hàng cần có. Ta phải có:

$P\{X \leq n\} > 0{,}98$

Tra bảng ta thấy: $P\{X \leq 4\} > 0{,}9473$; $P\{X \leq 5\} > 0{,}9834$

Vậy $n = 5$.

**102.** Gọi $T$ là thời gian đi từ nhà tới trường (đơn vị là phút). $T \sim U[6,10] \Leftrightarrow f_T(t) = \begin{cases} 0, \ \textbf{\textit{khi}} \ t \notin [6,10], \\ \frac{1}{4}, \ \textbf{\textit{khi}} \ t \in [6,10]. \end{cases}$ Khi đó: $V = \frac{600}{60T} = \frac{10}{T}$ $(m/s)$

a) Vậy thì $EV = \frac{1}{4}\int_6^{10} \frac{10dt}{t} = \frac{5}{2}\ln\frac{10}{6} \approx 1{,}277$ $(m/s)$

$$EV^2 = \frac{1}{4}\int_6^{10} \frac{100}{t^2}\,dt = \frac{5}{3}$$

Từ đó $DV = 0{,}0358$ và $\sigma_V = 0{,}189$ $(m/s)$

b) $med\ \mathrm{V} = m \Leftrightarrow P(V < m) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(\frac{10}{T} < m) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(\frac{10}{m} < T) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\int_{\frac{10}{m}}^{10} \frac{dt}{4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 10 - \frac{10}{m} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$$

**106.** a) Ta có $P\{T > 20\} = 0{,}65$

$$\Rightarrow\ P\{T < 20\} = \phi\left(\frac{20-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}35 = \phi(-0{,}3853)$$

Vậy: $\dfrac{20-\mu}{\sigma} = -0{,}3853$ (1)

Tương tự: $P\{T > 30\} = 0{,}08$

$$\Rightarrow\ \phi\left(\frac{30-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}92 = \phi(1{,}405)\ \Rightarrow\ \frac{30-\mu}{\sigma} = 1{,}405 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\mu = 22{,}12$ (*phút*); $\sigma = 5{,}59$ (*phút*).

b) $\Rightarrow\ P\{T > 25\} = 1 - \phi\left(\dfrac{25 - 22{,}12}{5{,}59}\right) = 1 - \phi(0{,}51) = 0{,}3050$

c) Giả sử An cần đi khỏi nhà trước $t$ phút trước giờ vào học. Ta phải xác định $t$ bé nhất để: $P\{T > t\} \le 0{,}02\ \Rightarrow\ t \ge 33{,}6$

Vậy $t = 33{,}6$ (*phút*).

**107.** Gọi $X$ là trọng lượng sản phẩm. Xác suất để sản phẩm bị loại là:

$$p = P\{X < 8\} = \phi(8 - \mu)$$

Gọi $Y$ là lợi nhuận thu được cho một sản phẩm. Ta có $\begin{array}{c|cc} Y & -c & 1-c \\ \hline P & p & 1-p \end{array}$.

Vậy lợi nhuận trung bình trên một sản phẩm là:

$$EY = -pc + (1-c)(1\text{-p}) = 1 - p - c = 1 - \phi(8-\mu) - 0{,}05\mu - 0{,}3$$

Xét hàm $f(x) = 0{,}7 - 0{,}05x - \phi(8 - x)$

$f'(x) = -0{,}05 + \varphi(8 - x)$, ở đó $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

$f'(x) = 0$ khi $\varphi(8-x) = 0{,}05 = \varphi(2{,}04) \Leftrightarrow 8 - x = \pm 2{,}04 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10{,}04 \\ x = 5{,}96 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên suy ra $f(x)$ đạt max tại $x = 10{,}04$.

Vậy cần chọn $\mu = 10{,}04$ (*kg*) để lợi nhuận nhà máy đạt cực đại.