BAN HỌC TẬP CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

TRAINING GIỮA KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2022 – 2023

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

BAN HỌC TẬP

Sharing is learning

BAN HỌC TẬP

Khoa Công nghệ Phần mềm

Trường Đại học Công nghệ Thông tin

Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh

CONTACT

bht.cnpm.uit@gmail.com

fb.com/bhtcnpm

fb.com/groups/bht.cnpm.uit

TRAINING

CẤU TRÚC RỜI RẠC

Thời gian: 19:30 thứ Tư ngày 21/06/2023

Địa điểm: MSTeam – code: **w2dsy1q**

Trainers: Nguyễn Lâm Thanh Triết - KTPM2022.3

Lê Dương Minh Thiên - KHMT2022.4

1.ĐẠI SỐ BOOLE

ĐẠI SỐ BOOLE

I. Đại số Boole
II. Hàm Boole
III. Bảng chân trị
IV. Dạng nối rời chính tắc
V. Biểu đồ Karnaugh
VI. Tế bào
VII. Thuật toán Karnaugh
VIII. Các cổng logic

I.ĐẠI SỐ BOOLE

Ví dụ:

Xét tập hợp B = {0;1}. Với mọi x,y thuộc B, ta định nghĩa:

- $x \cap y = xy$,
- $x \cup y = x + y - xy$,
- $\bar{x} = 1 - x$.

Các phép toán vừa định nghĩa có bảng giá trị là:

x	y	$x \cap y$	$x \cup y$	$\bar{x}$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

I.ĐẠI SỐ BOOLE

Khi đó, tập hợp B với các phép toán trên là một đại số Boole;

1. ∩ được gọi là tích Boole;
2. ∪ được gọi là tổng Boole;
3. $\overline{x}$ là phần bù của x;

I.ĐẠI SỐ BOOLE

Ví dụ:

Tích Descartes $A \times B$ của các đại số Boole A, B là một đại số Boole, trong đó:

$$(a_1,b_1) \wedge (a_2,b_2) = (a_1 \wedge b_1, a_2 \wedge b_2),$$

$$(a_1,b_1) \vee (a_2,b_2) = (a_1 \vee b_1, a_2 \vee b_2),$$

$$(a, b)' = (a', b'),$$

(0,0) là phần tử 0 trong $A \times B$,

(1,1) là phần tử 1 trong $A \times B$.

Đặc biệt, B^n là một đại số Boole.

II.HÀM BOOLE

- **Định nghĩa**: Một hàm Boole n biến là ánh xạ:

$$f: B^n \rightarrow B$$

trong đó **B** = {0;1}.

- Như vậy hàm Boole n biến là một hàm số có dạng:

$$f = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

trong đó mỗi biến trong $x_1, x_2, \ldots, x_n$ chỉ nhận 2 giá trị 0,1 và f nhận giá trị trong B = {0;1} và $B^n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) | x_i$ thuộc $B\}$.

- Ký hiệu F_n để chỉ tập các hàm Boole n biến;

II.HÀM BOOLE

Ví dụ:

F(x,y,z,t) = $(\bar{x} \cup \bar{z})t \cup (\bar{x}z \cup \bar{y}t)z \cup (\bar{y}z \cup xy\bar{z})\bar{t}$

Là hàm Boole 4 biến.

III.BẢNG CHÂN TRỊ

Định nghĩa:

- Xét hàm Boole n biến $f = f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$. Vì mỗi biến x_i chỉ nhận một trong hai giá trị 0,1 nên chỉ có **2^n trường hợp** của bộ biến $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$.
- Do đó, để mô tả f, ta có thể lập bảng gồm 2^n hàng ghi tất cả các giá trị của f tùy theo 2^n trường hợp của biến. Ta gọi đây là **bảng chân trị** của f.

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

- **Định nghĩa:**

Xét tập hợp các hàm Boole F_n theo n biến $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Khi đó:

i) Mỗi hàm Boole x_i hay $\bar{x}_i$ được gọi là **từ đơn.**

ii) **Từ tối tiểu** là tích khác không của đúng n từ đơn .

- **Ví dụ**: Xét tập hợp các hàm Boole theo 3 biến x,y,z. Ta có:

- Các từ đơn là x,y,z, $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$.
- Các từ tối tiểu là xyz, $\bar{x}$yz, x$\bar{y}$z, xy$\bar{z}$, $\bar{x}\bar{y}$z, $\bar{x}$y$\bar{z}$, x$\bar{y}\bar{z}$, $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

Nhận xét: *Tập hợp các hàm Boole n biến chứa đúng* **2n** *từ đơn và* $\mathbf{2^n}$ *từ tối tiểu.*

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

Định nghĩa:

- **Đơn thức** là tích khác không của một số hữu hạn từ đơn.
- **Công thức đa thức** là công thức biểu diễn hàm Boole thành tổng của các đơn thức.

Ví dụ:

Xét tập hợp các hàm Boole theo 3 biến x,y,z. Ta có:

- Các hàm Boole y, xz, yz, xz, $x\bar{y}\bar{z}$, $\bar{z}$ là các đơn thức.
- Công thức f = xy ∪ $\bar{y}$z ∪ $x\bar{y}\bar{z}$ là một công thức đa thức.

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

- **Ví dụ:**

Xét hàm Boole f(x,y,z) = x(y ∪ $\bar{z}$) ∪ $\bar{x}$z (1).

Ta có (1) không phải là công thức đa thức của f. Tuy nhiên,

$$(1) \Leftrightarrow f = xy \vee x\bar{z} \vee \bar{x}z, \ (2)$$

Khi đó (2) là *công thức đa thức* của f.

Nhận xét: Mọi hàm Boole đều có thể biểu diễn dưới dạng đa thức.

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

Định nghĩa:

- **Dạng nối rời chính tắc** là công thức biểu diễn hàm Boole thành tổng của các từ tối tiểu.

Ví dụ: Xét hàm Boole

$$f(x,y,z) = x(y \cup \bar{z}) \cup \bar{x}z. \ (1)$$

- Ta có (1) không là công thức đa thức của f.
- Ta có

$$(1) \Leftrightarrow f = xy \cup x\bar{z} \cup \bar{x}z. \ (2)$$

- Khi đó (2) là công thức đa thức của f những không phải dạng nối rời chính tắc của f.

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

- Ta có

(1)⇔ f = xy(z ∪ $\bar{z}$) ∪ x$\bar{z}$(y ∪ $\bar{y}$) V $\bar{x}$z(y ∪ $\bar{y}$)

⇔ f = xyz ∪ xy$\bar{z}$ ∪ xy$\bar{z}$ ∪ x$\bar{y}\bar{z}$ ∪ $\bar{x}$yz ∪ $\bar{x}\bar{y}$z

⇔ f = xyz ∪ xy$\bar{z}$ ∪ x$\bar{y}\bar{z}$ ∪ $\bar{x}$yz ∪ $\bar{x}\bar{y}$z (3).

Công thức (3) là dạng nối rời chính tắc của f.

Ví dụ: Trong F_4 có dạng biểu diễn sau đây:

$$f(x,y,z,t) = x\bar{y}\bar{z}t \ \vee \bar{x}yzt \ \vee xyz\bar{t}$$

⇒ f có dạng nối rời chính tắc của hàm Bool

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

Có 2 cách để xác định dạng nối rời chính tắc một hàm Bool:

- ***Cách 1*:** Bổ sung từ đơn còn thiếu vào các đơn thức.

Bước 1: Khai triển hàm Bool thành tổng của các đơn thức.

Bước 2: Với mỗi đơn thức thu được ở bước 1, ta nhân đơn thức đó với các tổng dạng với x_i là những từ đơn bị thiếu trong đơn thức đó.

Bước 3: Tiếp tục khai triển hàm thu được ở bước 2 và loại bỏ những đơn thức bị trùng. Công thức đa thức thu được chính là dạng nối rời chính tắc của hàm Bool ban đầu.

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

- ***Cách2***: Dùng bảng chân trị.

Để ý đến các vector boole trong bảng chân trị mà tại đó $f = 1$

Tại đó Vector bool thứ n là $u_1, u_2,\ldots,u_n$ và $f(u_1, u_2,\ldots,u_n) = 1$

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

Ví dụ: Cho $f(x, y) = x \vee \bar{y}$.

Tìm biểu thức dạng nối rời chính tắc của f

Lập bảng chân trị của f

x	y	$x \vee \bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Các thể hiện làm cho $\boldsymbol{f = 1}$ là $(\mathbf{0}, \mathbf{0}), (\mathbf{1}, \mathbf{0}), (\mathbf{1}, \mathbf{1})$

→ lập được các từ tối tiểu tương ứng.

Vậy dạng nối rời chính tắc của f là $f(x, y) = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee xy$

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

Ví dụ. Nếu f là hàm Boole theo 3 biến x, y, z sao cho

$$f^{-1}(1) = \{101, 001, 100, 010\}$$

thì dạng nối rời chính tắc của f là:

$$f = x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z}.$$

IV.DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

Ví dụ. Cho hàm Boole 3 biến x, y, z,

$$f^{-1}(0) = \{100, 010, 110, 011, 101\}.$$

Tìm dạng nối rời chính tắc của f.

Giải. Bằng cách lập bảng chân trị cho f ta được

$$f^{-1}(1) = \{000, 001, 111\},$$

nên dạng nối rời chính tắc của f là:

$$f = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz.$$

Sharing is learning

V.BIỂU ĐỒ KARNAUGH

Định nghĩa: Cho f là một hàm boole theo 4 biến x, y, z, t. Khi đó bảng chân trị của f gồm 16 dòng.

Thay cho bảng chân trị của f ta vẽ một bảng chữ nhật gồm 16 ô, được đánh dấu như sau:

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	1010	1110	0110	0010	$\bar{t}$
z	1011	1111	0111	0011	t
$\bar{z}$	1001	1101	0101	0001	t
$\bar{z}$	1000	1100	0100	0000	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

Khi một ô nằm trong dãy được đánh dấu bởi x thì tại đó x = 1, bởi $\bar{x}$ thì tại đó x = 0, tương tự cho y, z, t. Gạch chéo (hoặc tô đen) những ô mà f nhận giá trị 1. Khi đó ta được một biểu đồ, gọi là biểu đồ Karnaugh của f, ký hiệu bởi kar(f)

V.BIỂU ĐỒ KARNAUGH

Ví dụ: Cho hàm boole 4 biến x,y,z,t với

$$f^{-1}(1) = \{1110,0110,1111,1101,0101,1000,0100\}.$$

Tìm biểu đồ Karnaught của f?

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	1010	1110	0110	0010	$\bar{t}$
z	1011	1111	0111	0011	t
$\bar{z}$	1001	1101	0101	0001	t
$\bar{z}$	1000	1100	0100	0000	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

V.BIỂU ĐỒ KARNAUGH

Ví dụ: Cho hàm boole 4 biến x,y,z,t với

$$f^{-1}(0) = \{1110,0110,1111,1101,0101,1000,0100\}.$$

Tìm biểu đồ Karnaught của f?

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	1010	1110	0110	0010	$\bar{t}$
z	1011	1111	0111	0011	t
$\bar{z}$	1001	1101	0101	0001	t
$\bar{z}$	1000	1100	0100	0000	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

V.BIỂU ĐỒ KARNAUGH

Ví dụ: Cho hàm boole 4 biến x,y,z,t với

$$f^{-1}(0) = \{1110,0110,1111,1101,0101,1000,0100\}.$$

Tìm biểu đồ Karnaught của f?

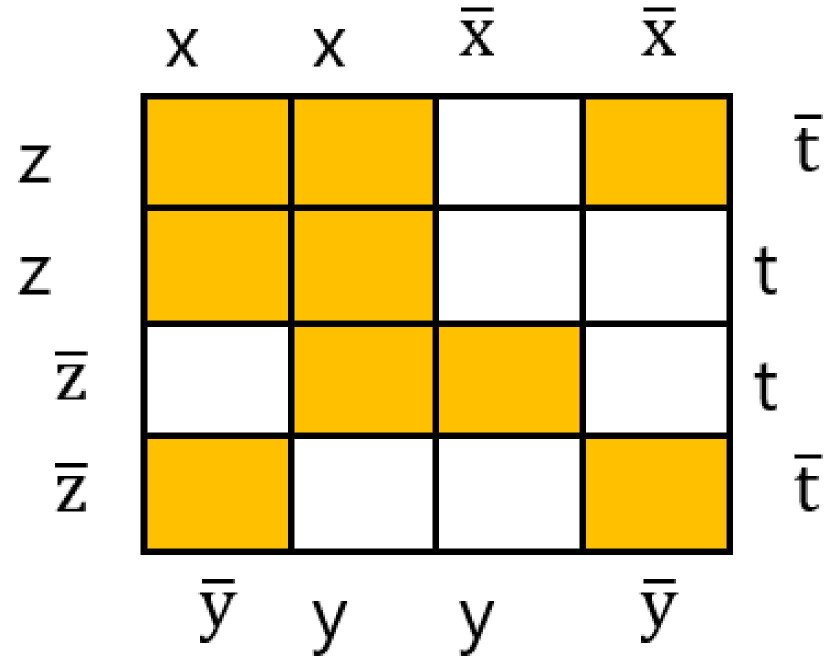
	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	1010	1110	0110	0010	$\bar{t}$
z	1011	1111	0111	0011	t
$\bar{z}$	1001	1101	0101	0001	t
$\bar{z}$	1000	1100	0100	0000	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

V.BIỂU ĐỒ KARNAUGH

Ví dụ. Cho hàm boole theo 4 biến x, y, z, t với

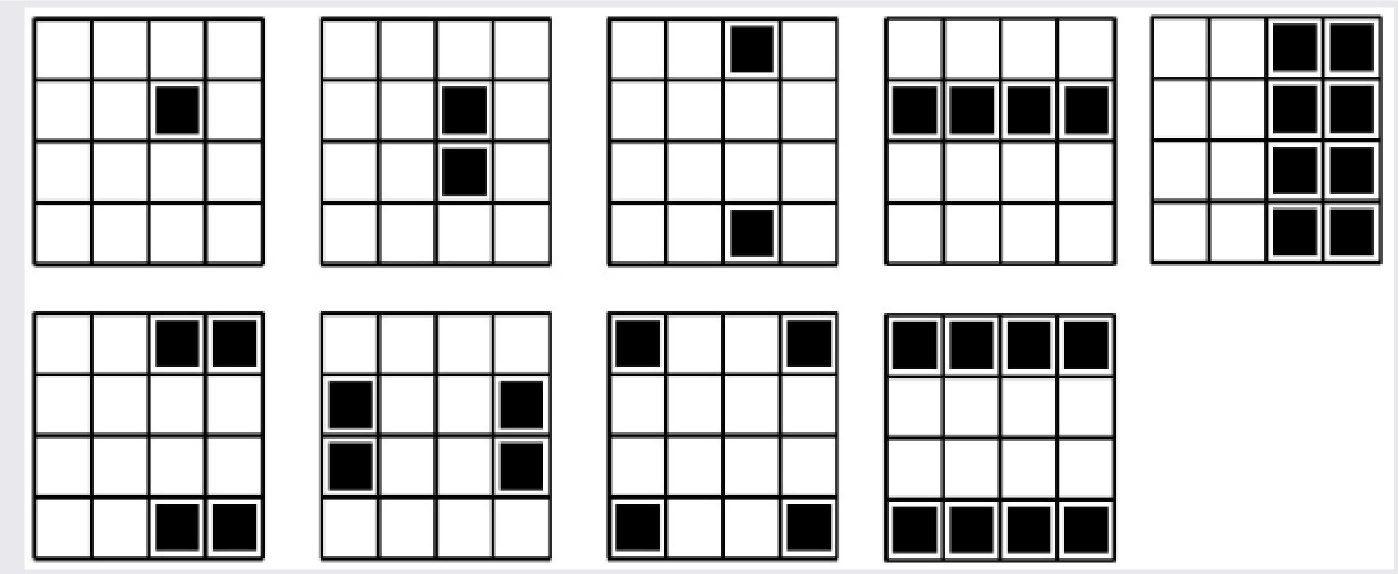
$$f = xz \vee y\bar{z}t \vee \bar{y}\bar{t}.$$

Tìm biểu đồ Karnaugh của f.



VI.TẾ BÀO

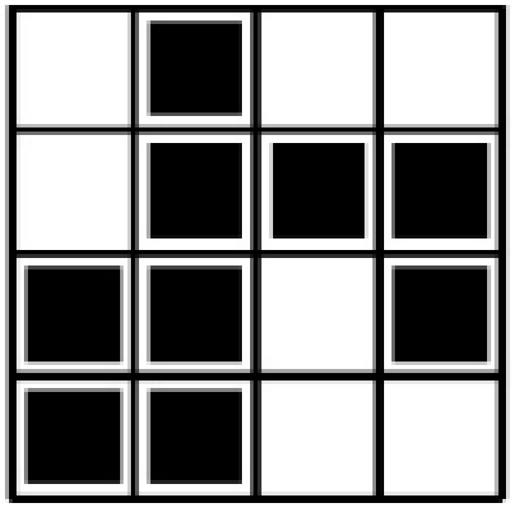
Định nghĩa: Kar(f) được gọi là hình chữ nhật (theo nghĩa rộng) nếu khi ta cuốn hình vuông lớn theo chiều dọc hay chiều ngang để thành hình trụ thì kar(f) trở thành hình chữ nhật trên hình trụ đó. Hình chữ nhật có số ô là *lũy thừa của 2* được gọi là một tế bào.



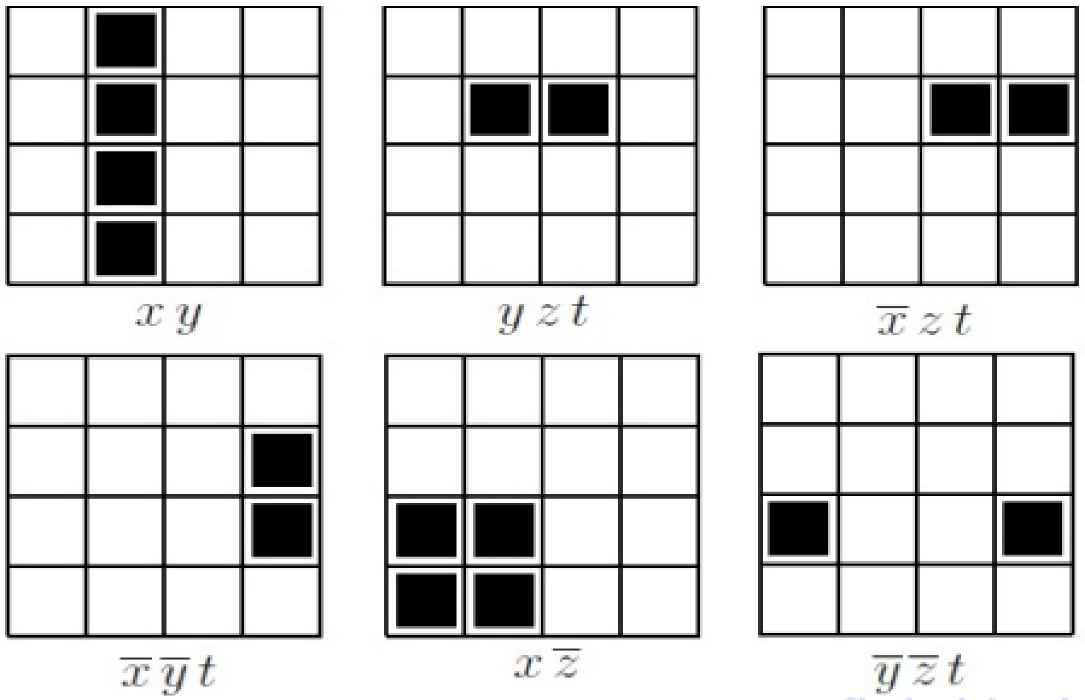
VI.TẾ BÀO

Định nghĩa. Một tế bào nằm trong kar(f) được gọi là tế bào lớn nếu nó không nằm trong tế bào nào khác của kar(f).

Ví dụ. Giả sử hàm boole f có biểu đồ Karnaugh là



Tìm tất cả các tế bào lớn của kar(f).



VI.TẾ BÀO

- Khi gom 2^n Ô kế cận sẽ loại được n biến. Những biến bị loại là những biến khi ta đi vòng qua các ô kế cận mà giá trị của chúng thay đổi.

Ví dụ:

	xy	$x\bar{y}$	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
zt				
$z\bar{t}$				
$\bar{z}\bar{t}$				
$\bar{z}t$				

$=>\bar{y}\bar{z}\bar{t}$

	xy	$x\bar{y}$	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
zt				
$z\bar{t}$				
$\bar{z}\bar{t}$				
$\bar{z}t$				

=>ZX

VI.TẾ BÀO

Ví dụ: Dùng bảng Karnaugh 3 biến để rút gọn tổng các tích sau

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
$\bar{x}$	1	1	1	

$\rightarrow \bar{z} + \bar{x}y$

VI.TẾ BÀO

Định nghĩa. Cho hai công thức đa thức của một hàm boole:

$$f = m_1 \vee m_2 \vee \ldots \vee m_k \ (F)$$

$$f = M_1 \vee M_2 \vee \ldots \vee M_l \ (G)$$

Ta nói rằng công thức F *đơn giản hơn* công thức G nếu tồn tại đơn ánh

$$h : \{1, 2, .., k\} \rightarrow \{1, 2, \ldots, l\}$$

sao cho với mọi $i \in \{1, 2, .., k\}$ thì số từ đơn của m_i *không nhiều hơn* số từ đơn của $M_{h(i)}$.

VI.TẾ BÀO

Ví dụ. Giả sử f có hai công thức đa thức là

$$f = \bar{y}\bar{t} \vee x\bar{y}t \vee x\bar{t} \vee xzt \vee \bar{x}\bar{y}z \text{ (F)}$$

$$f = \bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}\bar{t} \vee xzt \vee \bar{y}zt \text{ (G)}$$

Hỏi công thức nào đơn giản hơn? Đáp án. G.

VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

- Bước 1. Vẽ biểu đồ kar(f)
- Bước 2 Xác định tất cả các tế bào lớn của kar(f) và các công thức đơn thức tương ứng với từng tế bào lớn.
- Bước 3. Tìm trong kar(f) những ô chỉ nằm trong duy nhất một tế bào lớn và chọn tế bào này để phủ kar(f).
- Bước 4. Xác định các phủ tối tiểu gồm các tế bào lớn.

➢ Nếu các tế bào lớn chọn được ở Bước 3 đã phủ được kar(f) thì kar(f) chỉ có duy nhất một phủ tối tiểu gồm các tế bào lớn của kar(f).

➢ Ngược lại, ta xét một ô bất kỳ chưa bị phủ. Sẽ có ít nhất hai tế bào lớn chứa ô này. Ta chọn một trong các tế bào lớn đó để phủ. Cứ tiếp tục quá trình trên đến khi nào kar(f) được phủ kín. Khi đó, ứng với mỗi phép phủ ta có một công thức đa thức. Công thức đơn giản nhất trong các công thức trên chính là công thức đa thức tối tiểu của f.

VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

Ví dụ: Tìm đa thức tối tiểu của hàm Boole sau:

f (x,y,z,t) = xyzt ∨ x($\bar{y}$ ∨ $\bar{z}$) ∨ yz ∨ xy($\bar{z}$ ∨ $\bar{t}$)

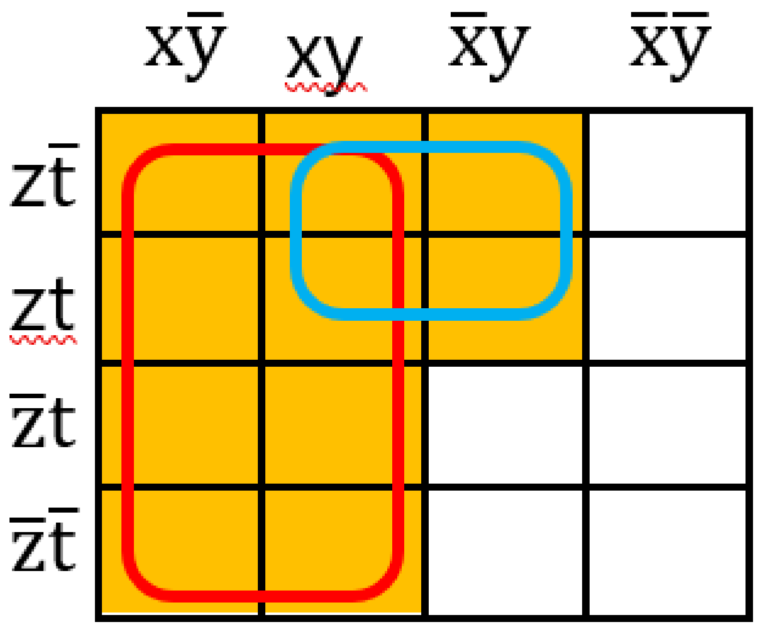
Giải:

Ta có: f (x,y,z,t) = xyzt ∨ x$\bar{y}$ ∨ x$\bar{z}$ ∨ yz ∨ xy$\bar{z}$ ∨ xy$\bar{t}$

- Bước 1: Vẽ biểu đồ Kar(f)
- Bước 2: Xác định các tế bào lớn của kar(f)

Bằng cách đánh số các tế bào lớn, ta có kar(f) có 2 tế bào lớn là:

- Tế bào 1: **x**
- Tế bào 2: **yz**



VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

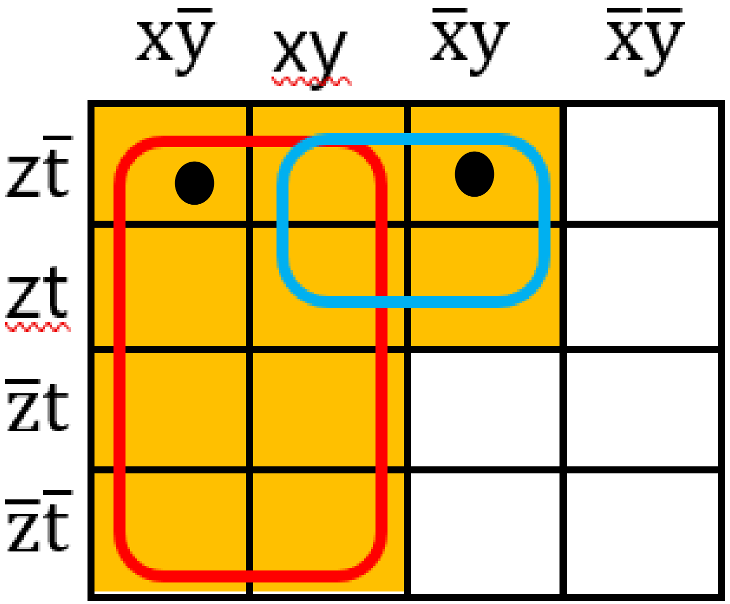
- Bước 3:

- Ô(1,1) chỉ nằm trong tế bào lớn 1. Ta phải chọn tế bào 1.
- Ô(1,3) chỉ nằm trong tế bào lớn 2. Ta phải chọn tế bào 2.

- Bước 4:

Ta được duy nhất một phủ tối tiểu gồm các tế bào lớn của kar(f) là x V yz. Vậy công thức đa thức tối tiểu của f là:

$$f = x \vee yz.$$



VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

Ví dụ: Tìm đa thức tối tiểu của hàm boole sau:

$$f(x,y,z,t) = \bar{y}zt \vee \overline{yzt} \vee y\bar{z}\bar{t} \vee xyzt \vee \bar{x}z\bar{t}$$

Giải:

- Bước 1:

Biểu đồ kar(f)

	$x\bar{y}$	xy	$\bar{x}y$	$\bar{x}\bar{y}$
$z\bar{t}$				
zt				
$\bar{z}t$				
$\bar{z}\bar{t}$				

VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

- Bước 2:

Xác định các tế bào lớn của kar(f), ta có 5 tế bào lớn là:

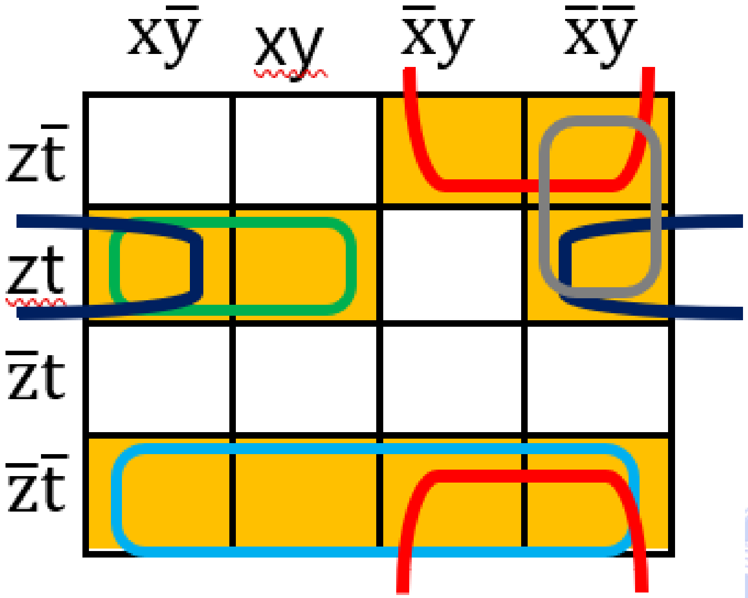
+ Tế bào lớn thứ 1: $\bar{x}\bar{t}$

+ Tế bào lớn thứ 2: $\bar{x}\bar{y}z$

+ Tế bào lớn thứ 3: xzt

+ Tế bào lớn thứ 4: $\bar{y}zt$

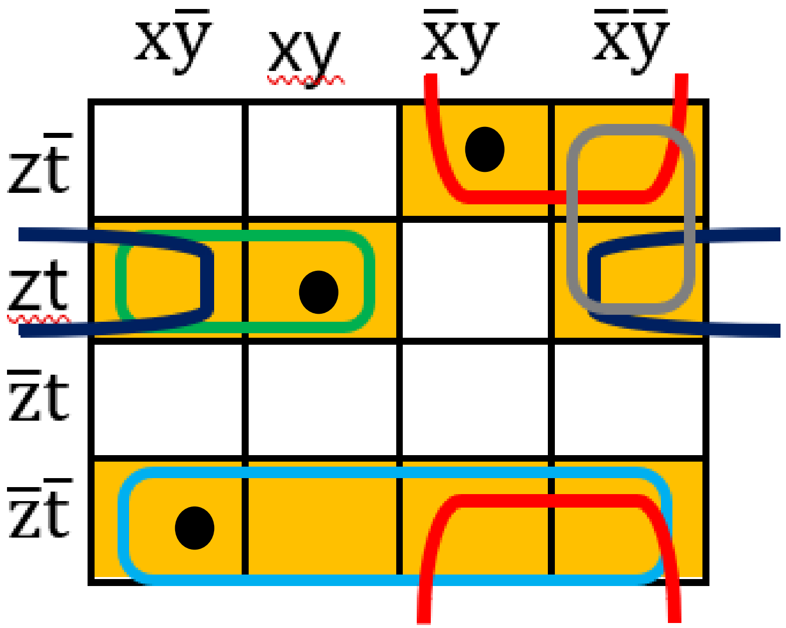
+ Tế bào lớn thứ 5: $\bar{z}\bar{t}$



VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

Bước 3:

- Ô (1,3) chỉ nằm trong tế bào lớn 1. Ta phải chọn tế bào 1.
- Ô (2,2) chỉ nằm trong tế bào lớn 3. Ta phải chọn tế bào 3.
- Ô (4,1) chỉ nằm trong tế bào lớn 5. Ta phải chọn tế bào 5.

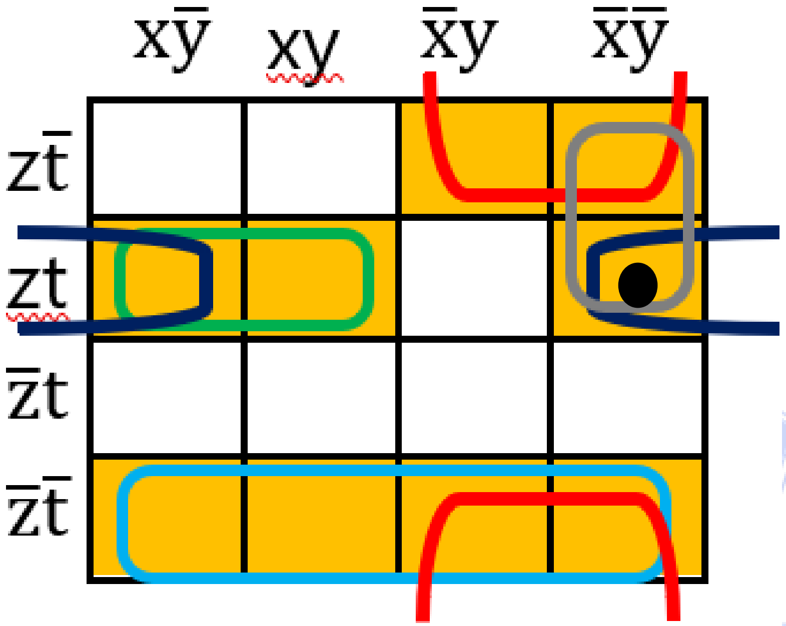


VII.THUẬT TOÁN KARNAUGH

- Bước 4:

Như vậy chỉ còn ô (2,4) là chưa được phủ, để phủ ô (2,4) ta có 2 cách chọn

- Cách 1: Chọn tế bào 2. Khi đó tế bào 1,2,3,5 sẽ phủ hết các ô. Do đó, ta có
- F = $\overline{zt}$ ∨ $\bar{x}\bar{t}$ ∨ xzt ∨ $\bar{x}\bar{y}$z (1)
- Cách 2: Chọn tế bào 4. Khi đó tế bào 1,3,4,5 sẽ phủ hết các ô. Do đó, ta có:
- F = $\overline{zt}$ ∨ $\bar{x}\bar{t}$ ∨ xzt ∨ $\bar{y}$zt (2)



Vì công thức (1) và (2) đơn giản như nhau nên f có hai công thức đa thức tối thiểu là:

- F = $\overline{zt}$ ∨ $\bar{x}\bar{t}$ ∨ xzt ∨ $\bar{x}\bar{y}$z (1)
- F = $\overline{zt}$ ∨ $\bar{x}\bar{t}$ ∨ xzt ∨ $\bar{y}$zt (2)

VIII.CÁC CỔNG LOGIC

1. Các phép toán ở đại số boole

- Phép **cộng** thể hiện qua hàm **OR**
- Phép **nhân** thể hiện qua hàm **AND**
- Phép **phủ định** thể hiện qua hàm **NOT**

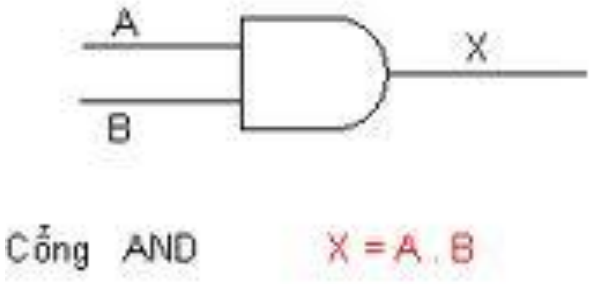
Các phép tính trên khi áp dụng cho logic 0 và 1

HOẶC (OR)	VÀ (AND)	KHÔNG (NOT)
$0+0=0$	$0.0=0$	$\bar{0}=1$
$0+1=1$	$0.1=0$	$\bar{1}=0$
$1+0=1$	$1.0=0$	
$1+1=1$	$1.1=1$	

VIII.CÁC CỔNG LOGIC

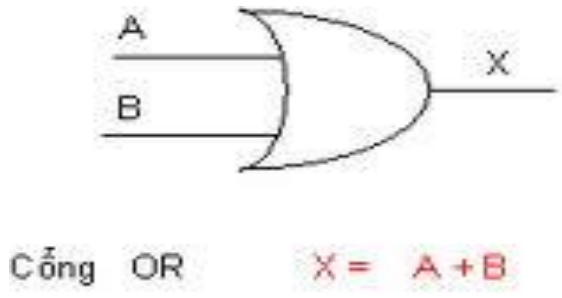
Các cổng cơ bản

Cổng AND



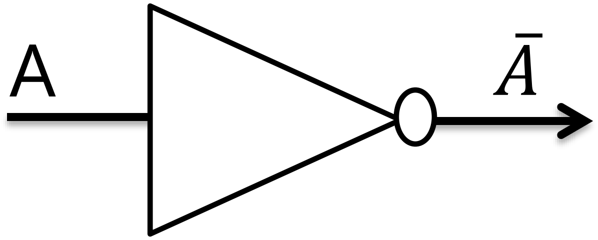
Đầu ra chỉ =1 khi tất cả ngõ vào =1

Cổng OR



Đầu ra = 1 khi có 1 ngõ vào =1

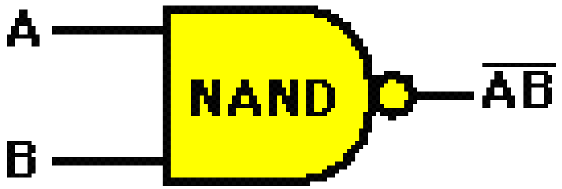
Cổng NOT



Bù của gía trị đầu vào

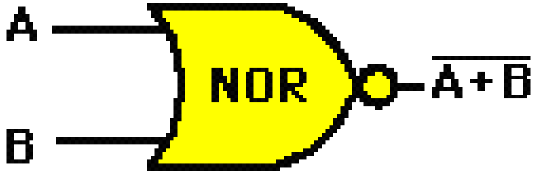
VIII.CÁC CỔNG LOGIC

Cổng NAND



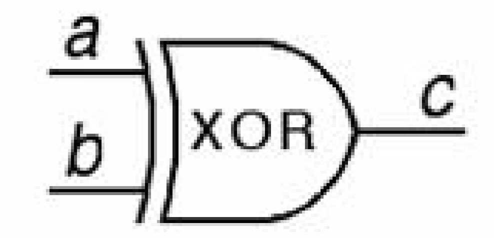
Chỉ = 0 khi tất cả ngõ vào =1

Cổng NOR



Chỉ = 1 khi tất cả ngõ vào =0

Cổng XOR



2 ngõ khác nhau thì =1

Cổng X-NOR

2 ngõ giống nhau thì =1

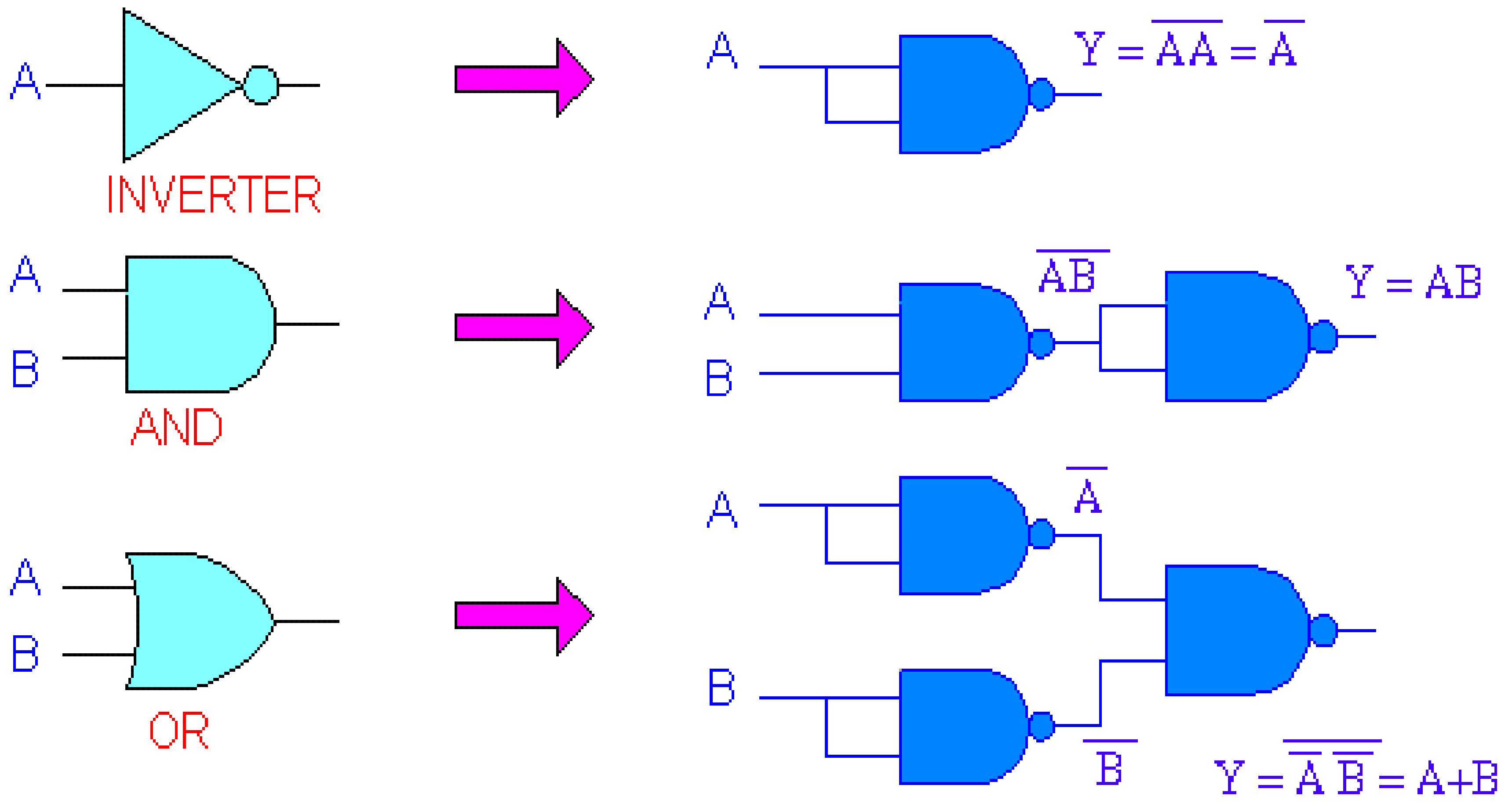
VIII.CÁC CỔNG LOGIC

Định lý. *Chỉ cần sử dụng một loại cổng NAND hoặc NOR là đủ để tổng hợp một hàm boole.*

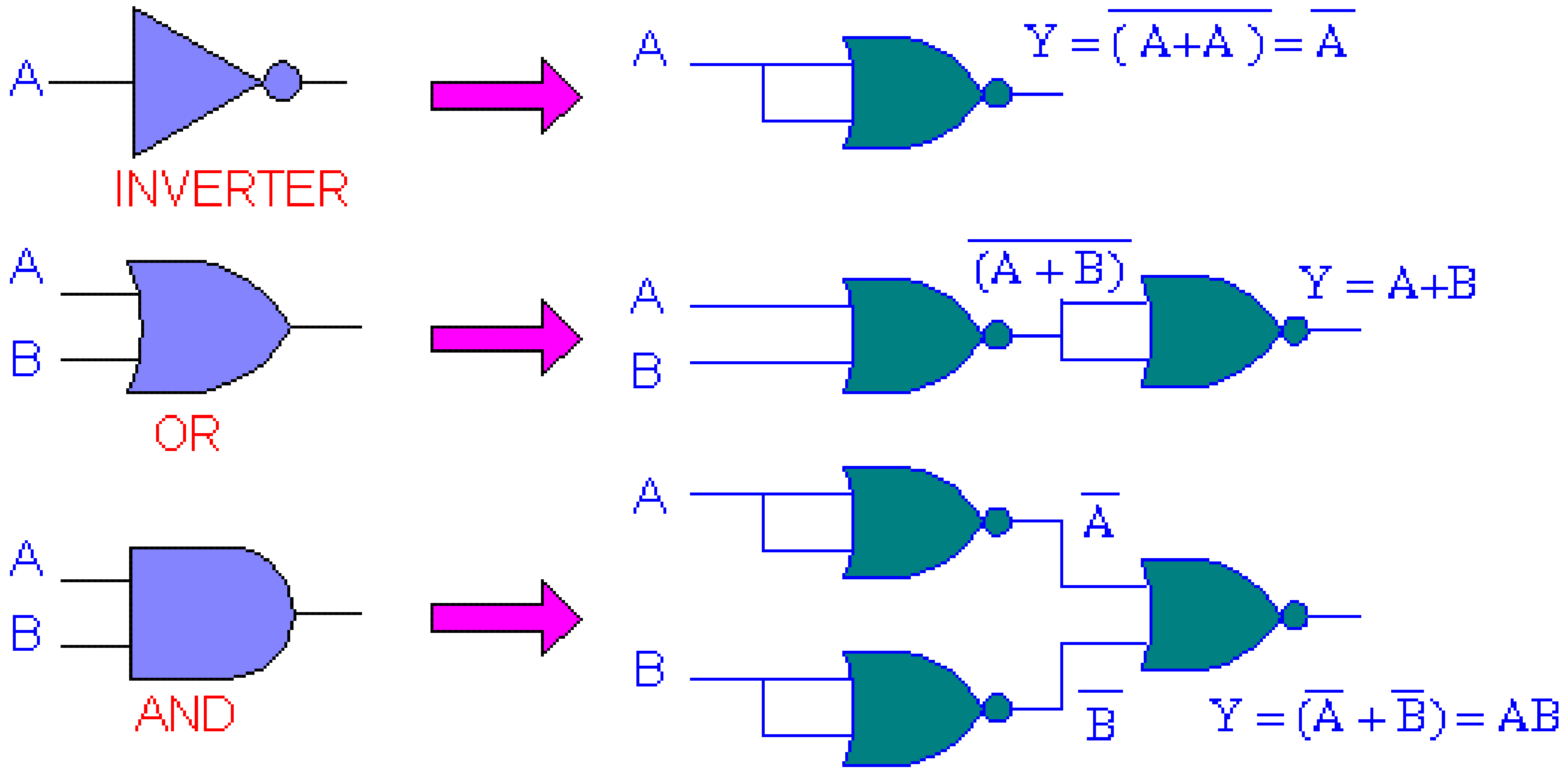
- Chứng minh. Ta có:

- $\bar{x} = \overline{xx} = \overline{x \cup x}$
- $xy = \overline{\overline{xy}} = \overline{\bar{x} \cup \bar{y}}$
- $x \cup y = \overline{\bar{x}\bar{y}} = \overline{\overline{x \cup y}}$

VIII.CÁC CỔNG LOGIC

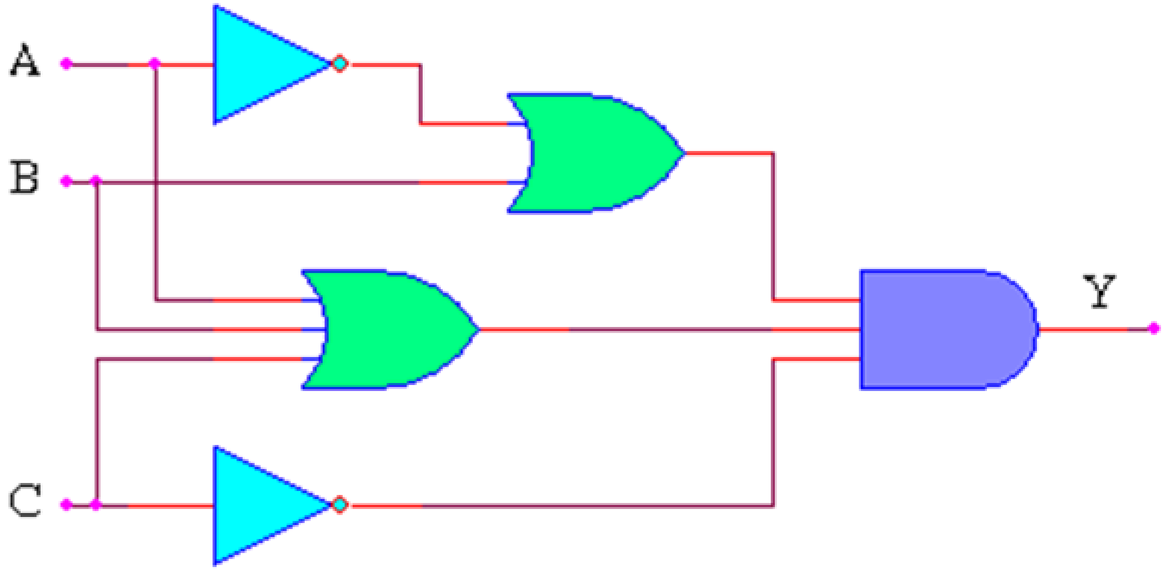


VIII.CÁC CỔNG LOGIC



VIII.CÁC CỔNG LOGIC

VD: Viết lại biểu thức logic sau từ mạch logic:



Kết quả: $Y = (\bar{A} + B)(A + B + C)\bar{C}$

VIII.CÁC CỔNG LOGIC

Các bước thiết kế logic tổng hợp:

- Bước 1: Đặt các biến cho ngõ vào và các hàm của ngõ ra tương ứng.
- Bước 2: Thiết lập bảng chân trị cho ngõ ra và ngõ vào
- Bước 3: Viết biểu thức logic liên hệ giữa ngõ ra và các ngõ vào.
- Bước 4: Tìm công thức đa thức tối tiểu của biểu thức logic vừa tìm được.
- Bước 5: Từ biểu thức logic rút gọn chuyển sang mạch logic tương ứng

VIII.CÁC CỔNG LOGIC

Ví dụ: Một ngôi nhà có 3 công tắc, người chủ nhà muốn bóng đèn sáng khi cả 3 công tắc đều hở, hoặc khi công tắc 1 và 2 đóng còn công tắc thứ 3 hở. Hãy thiết kế mạch logic thực hiện sao cho **số cổng là ít nhất.**

Giải:

- Bước 1:

Gọi 3 công tắc lần lượt là A, B, C.
Bóng đèn là Y.
Trạng thái công tắc đóng là logic 1, hở là 0.
Trạng thái đèn sáng là logic 1 và tắt là 0.

VIII.CÁC CỔNG LOGIC

- Bước 2:

Từ yêu cầu bài toán ta có bảng chân trị:

Ngõ vào			Ngõ ra	
A	B	C	Y	
0	0	0	1	(sáng) → $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	(sáng) → $AB\overline{C}$
1	1	1	0	

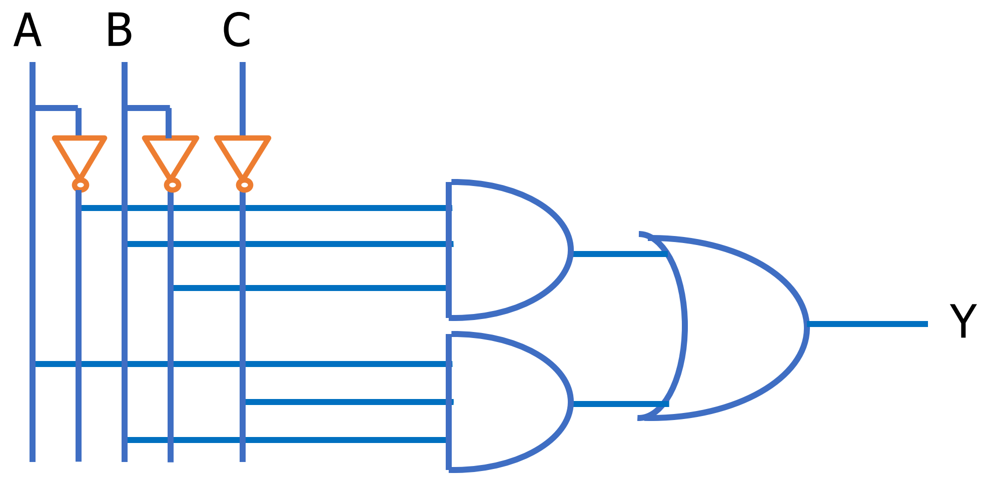
VIII.CÁC CỔNG LOGIC

- Bước 3: Từ bảng chân trị ta có biểu thức logic ngõ ra

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

- Bước 4: Rút gọn biểu thức logic: $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$

- Bước 5: Mạch logic tương ứng của biểu thức



2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

2. Biểu diễn đồ thị.

3. Đồ thị **có hướng**.

4. **Chu trình** và **đường đi.**

5. Sự **liên thông.**

6. Chu trình và đường đi **Euler.**

7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**

8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

$*$ Đồ thị $\boldsymbol{G(V,E)}$ với $\boldsymbol{V} \neq \emptyset$ bao gồm:

- V: tập các đỉnh.
- E: Tập các cạnh.

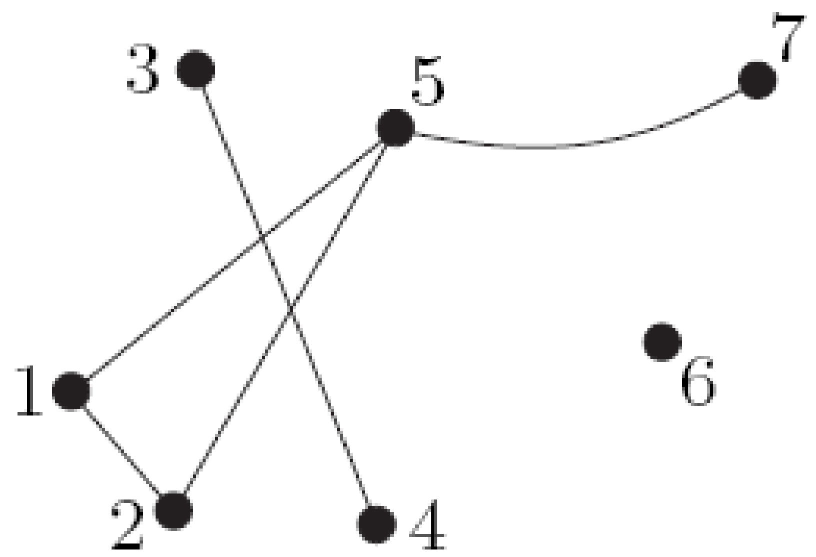
$*$ **Cạnh $\boldsymbol{e \in E}$:**

- Ứng với 2 đỉnh $v, w \in$ V: v, w là **2 đỉnh kề** (hay liên kết) với nhau, e **liên thuộc** với v và w.
- Ký hiệu: $e = vw$.
- Khi $\boldsymbol{v \equiv w}$: e được gọi là **vòng** (khuyên) tại v.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

$V = \{1, 2,3,4,5,6,7\}.$
$E = \{(1,5); (1,2); (2,5); (3,4); (5,7)\}.$



2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Cạnh bội (song song)**

Là hai cạnh phân biệt cùng tương ứng với một cặp đỉnh.

* **Đơn đồ thị**

Đồ thị không có vòng và cạnh song song.

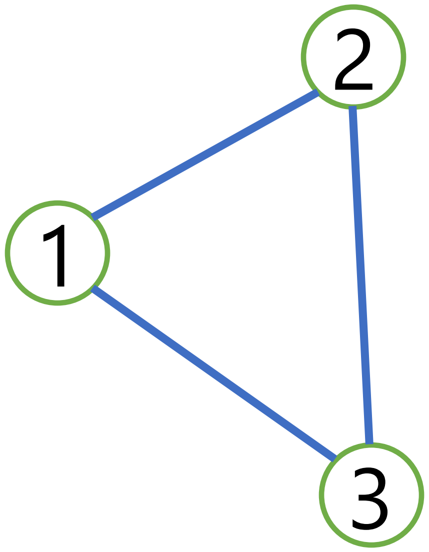
* **Đa đồ thị**

Các đồ thị không phải là đơn đồ thị.

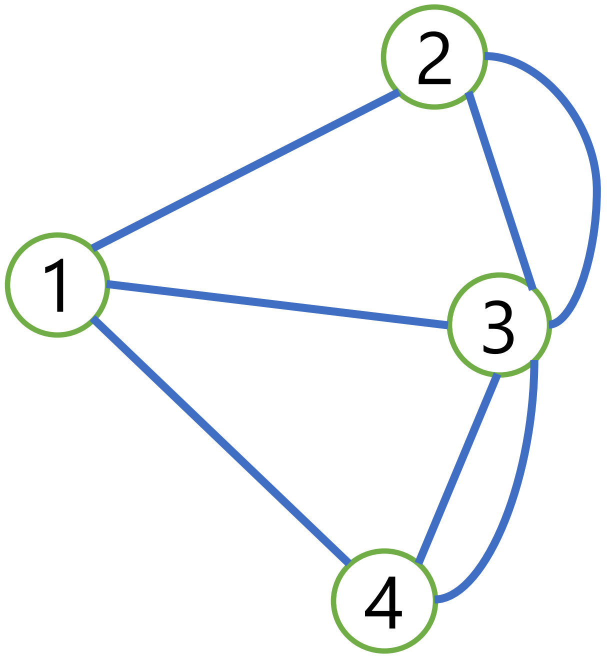
2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

a) Đơn đồ thị



b) Đa đồ thị



2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

∗ **Đồ thị đầy đủ:** Đồ thị mà mọi cặp đỉnh đều kề nhau.

K_n: đơn đồ thị đầy đủ

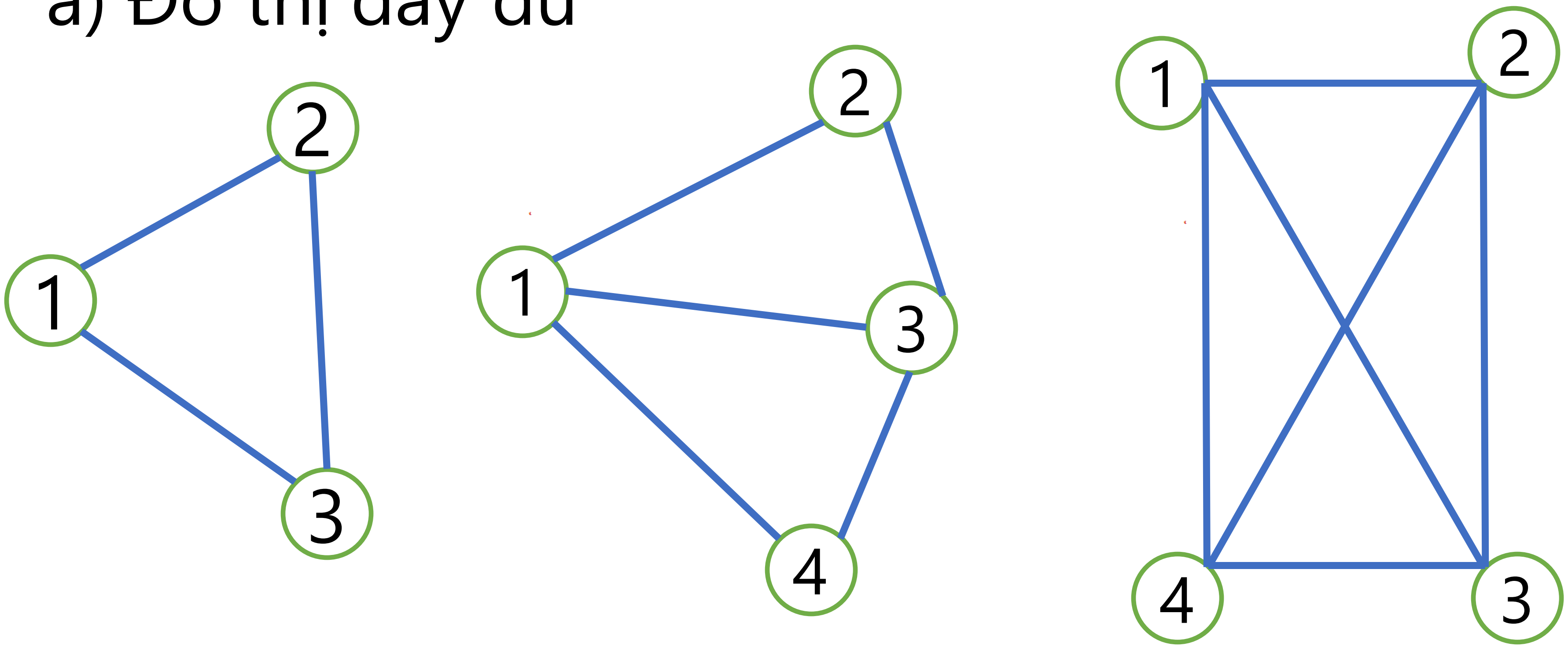
∗ **Đồ thị con:** Đồ thị $G' = (V', E')$, $V' \subseteq V, E' \subseteq E$.

∗ **Đồ thị hữu hạn:** E và V hữu hạn.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

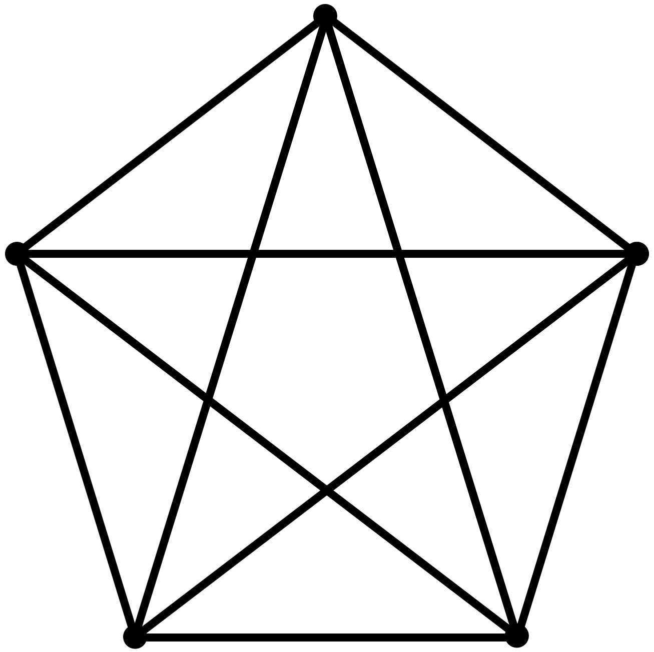
a) Đồ thị đầy đủ

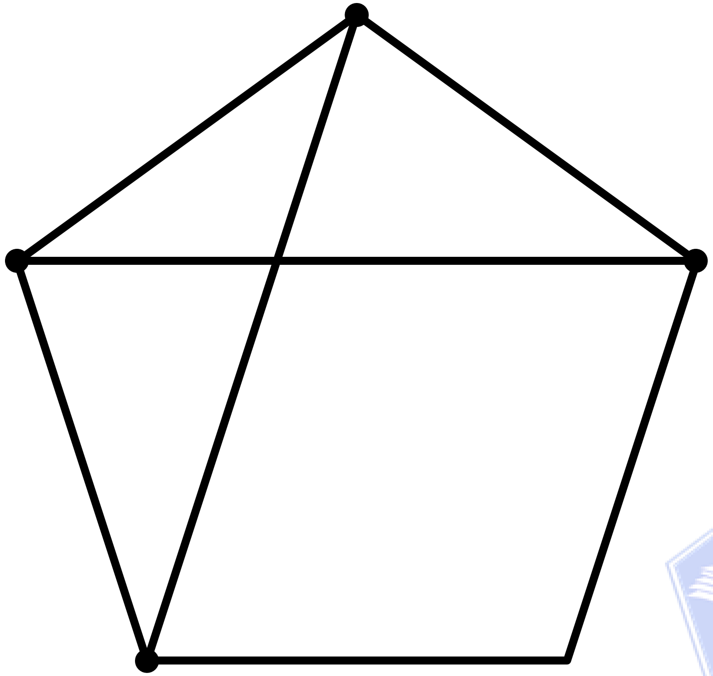


2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

a) Đồ thị con





2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

$*$ **Bậc của đỉnh**

- Đỉnh của đồ thị G là **số cạnh liên thuộc** với nó.

Ký hiệu: $\boldsymbol{deg(v)}$ hay $\boldsymbol{d(v)}$

- Mỗi **vòng** được kể là **2 lần** cho bậc của nó.
- Cạnh treo có đầu mút là một đỉnh treo.

Đỉnh cô lập $\Leftrightarrow \deg(v) = 0$ và đỉnh treo $\Leftrightarrow \deg(v) = 1$.

Đồ thị rỗng: $\deg(v) = 0, \forall v \in \mathrm{V}$.

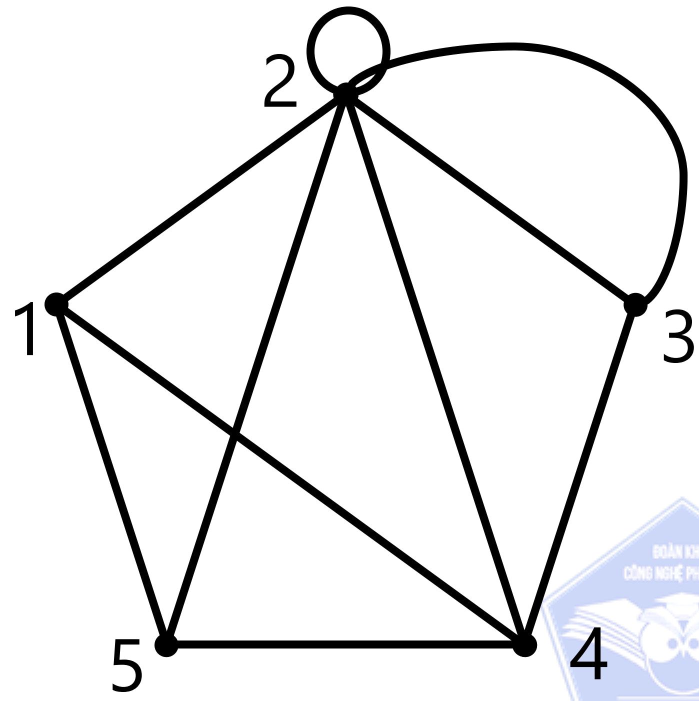
2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Bậc của đỉnh**

Ví dụ:

$$d(1) = 3$$
$$d(2) = 7$$
$$d(3) = 3$$
$$d(4) = 4$$
$$d(5) = 3$$



2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

∗ **Bậc của đỉnh**

- Định lý 1.1

Trong mọi đồ thị $G = (V, E)$, **tổng số bậc** của các đỉnh của G bằng **2** lần **số cạnh** của nó.

$$|E| = \frac{1}{2}\sum_{v\in V} d(v)$$

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

∗ **Bậc của đỉnh**

- Hệ quả

Trong mọi đồ thị $G = (V, E)$ ta có:

❖ Số **đỉnh bậc lẻ** là một **số chẵn**.

❖ **Tổng bậc của đỉnh bậc lẻ** là một **số chẵn**.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

$*$ **Bậc của đỉnh**

- Định lý 1.2

Trong mọi đơn đồ thị $G = (V, E)$, nếu số đỉnh **nhiều hơn 1** thì tồn tại **ít nhất hai đỉnh cùng bậc**.

- Định lí 1.3

Trong mọi đơn đồ thị $G = (V, E)$, nếu **số đỉnh nhiều hơn 2** và có **đúng hai đỉnh cùng bậc** thì hai đỉnh này **không đồng thời** có bậc bằng 0 hoặc $n - 1$.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Chứng minh và giải toán bằng phương pháp đồ thị**

- Xây dựng đồ thị mô tả đầy đủ thông tin của bài toán:

❖ Mỗi đỉnh $v \in V$ là một **đối tượng** trong bài toán.

❖ Mỗi cạnh $e \in E$ là **mối quan hệ** giữa hai đối tượng.

- Vẽ đồ thị mô tả bài toán.

- Sử dụng các định nghĩa, tính chất, định lý, ... suy ra điều cần phải chứng minh.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

Ví dụ: Chứng minh rằng trong một cuộc họp tùy ý có ít nhất 2 đại biểu tham gia trở lên, luôn có ít nhất hai đại biểu mà họ có số người quen bằng nhau trong các đại biểu đến dự họp.

Gọi n là số người tham gia cuộc họp, ta có $n \geq 2$, hay **số đỉnh** ≥ 2. Theo định lí 1.2, ta có ít nhất hai đỉnh cùng bậc, hay ít nhất hai đại biểu có số người quen bằng nhau trong cuộc họp.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

Ví dụ: Chứng minh rằng số người mà mỗi người đã có một số lẻ lần bắt tay nhau trên trái đất là một con số chẵn.

Ta có, số lẻ lần bắt tay của một người chính là **số bậc của đỉnh**. Theo định lý 1.3, ta có **số đỉnh bậc lẻ của đồ thị là số chẵn**, nên số người mà mỗi người có một số lẻ lần bắt tay nhau là một số chẵn.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- Đồ thị đầy đủ.
- Đồ thị vòng.
- Đồ thị hình bánh xe.
- Đồ thị đều bậc k.
- Các khối n-lập phương.
- Đồ thị bù.

2. ĐỒ THỊ

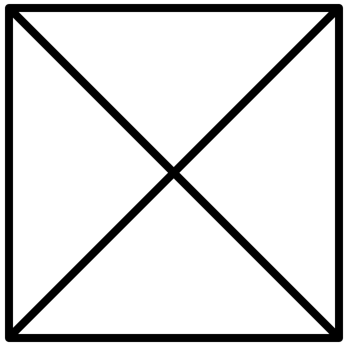
1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

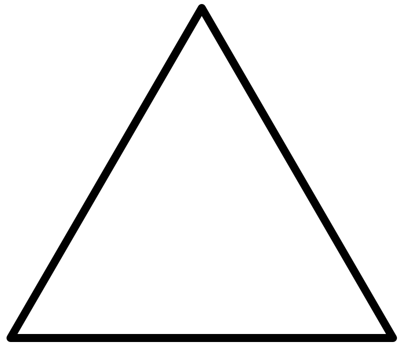
- **Đồ thị đầy đủ K_n.**

- Là đơn đồ thị
- Số đỉnh: $|V| = n$
- Bậc: $d(v) = n - 1, \forall v \in V$
- Số cạnh: $|E| = n(n - 1) / 2$

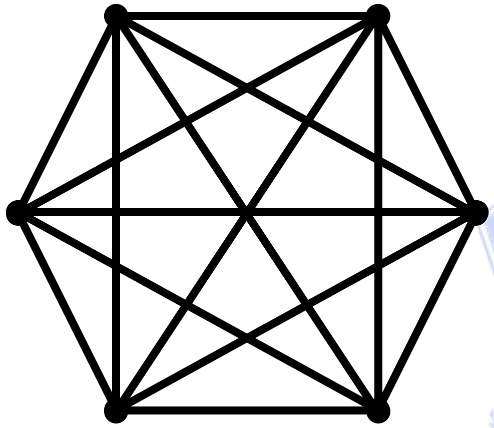
K_2



K_4



K_3



K_6

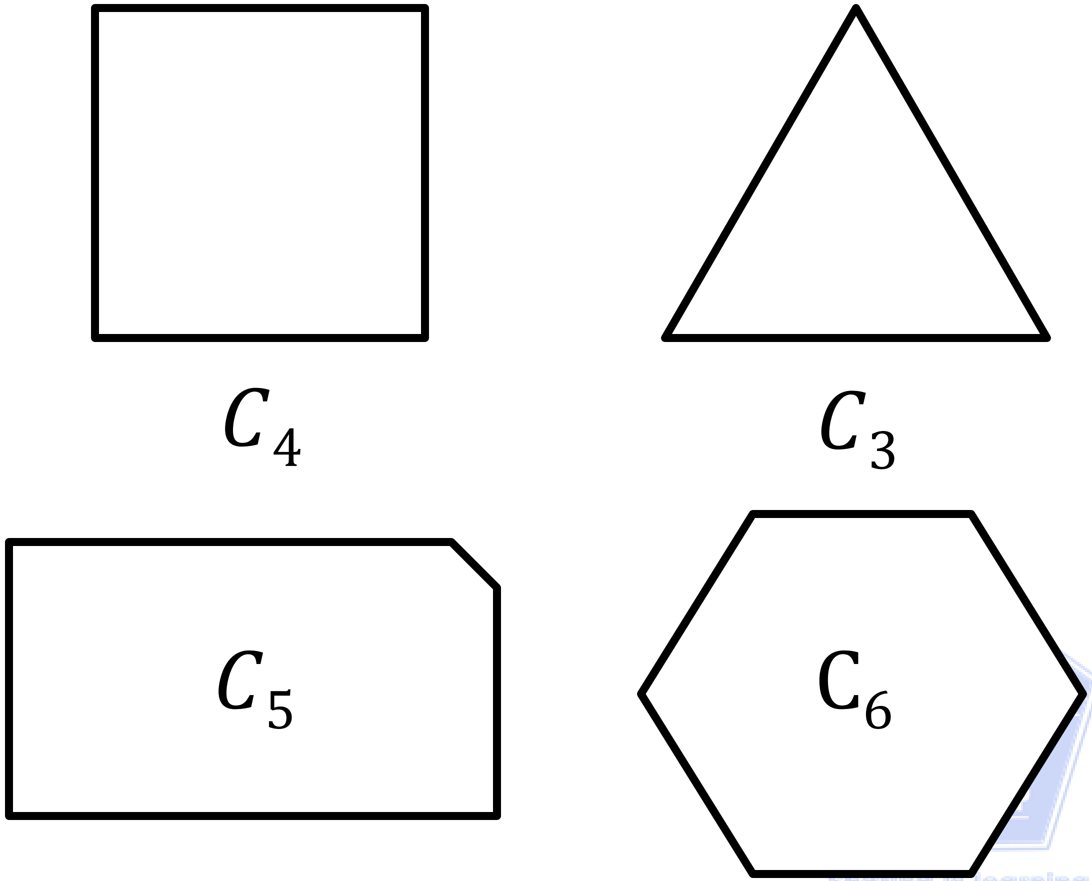
2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Đồ thị vòng C$_n$.**

- Là đơn đồ thị
- Số đỉnh: $|V| = n \geq 3$
- Bậc: $d(v) = 2, \forall v \in V$
- Số cạnh: $|E| = n$



2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Đồ thị hình bánh xe W$_n$.**

- Nối các đỉnh của C_n với một đỉnh mới u ta được W_n
- Số đỉnh: $|V| = n + 1,\ n \geq 3$
- *Bậc:* $\mathrm{d}(v) = 3,$ $v \in V \setminus \{u\}; \deg(u) = n.$

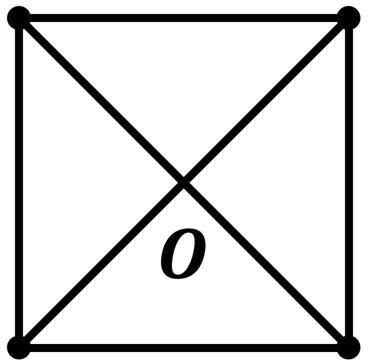
  Số cạnh: $|E| = 2n$

2. ĐỒ THỊ

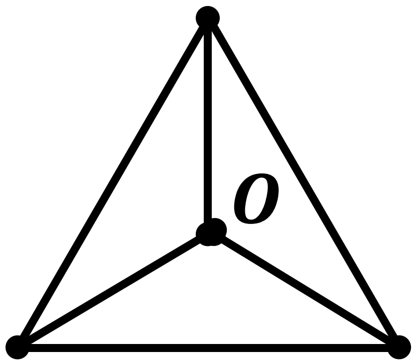
1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

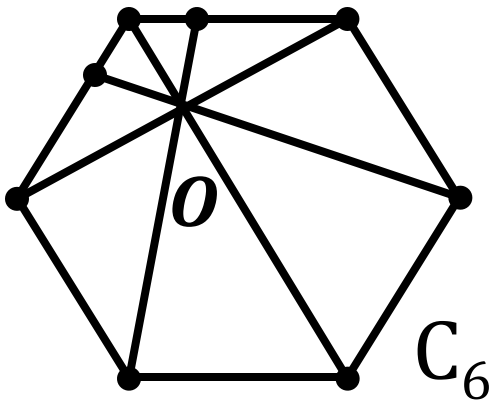
- **Đồ thị hình bánh xe W**$_n$**.**



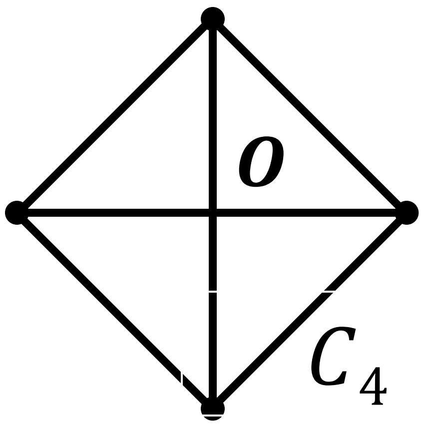
C_4



C_3



C_6



C_4

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

∗ **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Đồ thị đều bậc k.**

Mọi đỉnh đều có cùng bậc k

Số đỉnh: $|V| = n$

Bậc: $d(v) = k, \forall v \in V$

Số cạnh: $|E| = n.k/2$

- **Ví dụ:**

C_n là đồ thị đều bậc 2

K_n là đồ thị đều bậc $(n-1)$

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Các khối n-lập phương.**

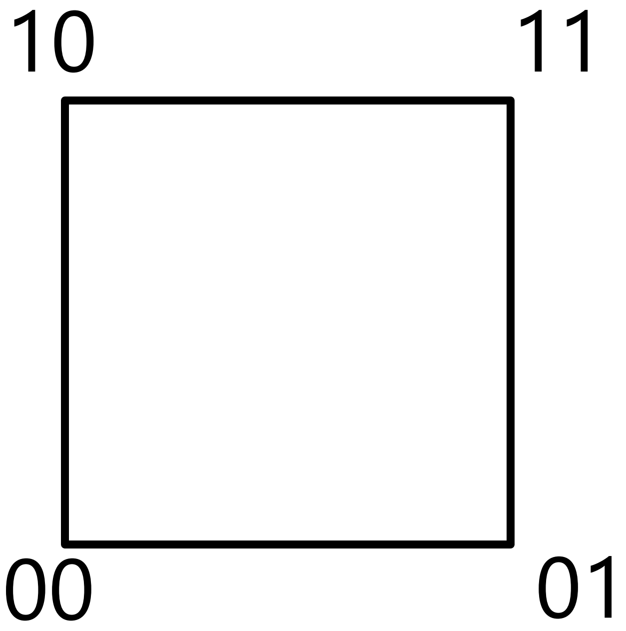
- Có 2^n đỉnh, mỗi đỉnh được biểu diễn bằng một dãy số nhị phân với độ dài n.
- Hai đỉnh là liền kề nếu và chỉ nếu các dãy nhị phân biểu diễn chúng chỉ khác nhau đúng 1 bit.
- Bậc: $d(v) = n, \forall v \in V$
- Số cạnh: $|E| = n.2^{n-1}$

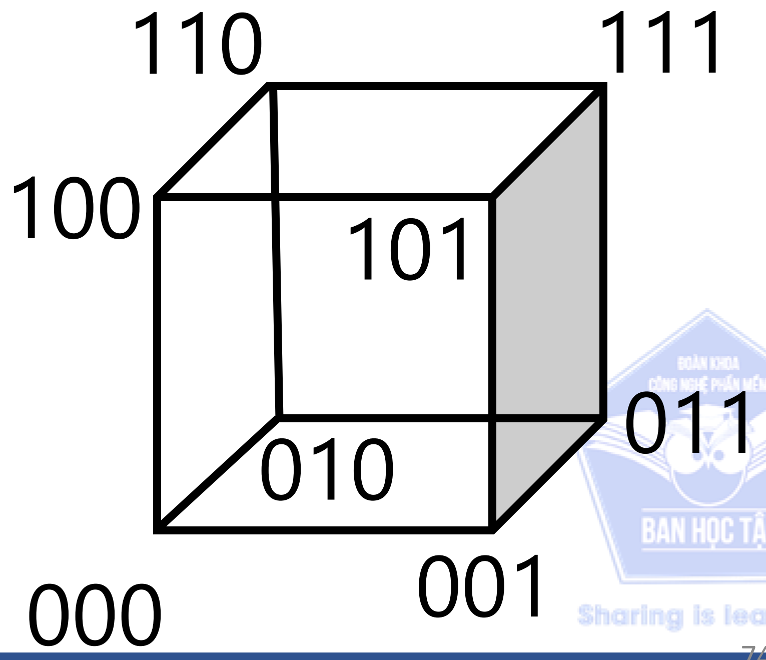
2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Các khối n-lập phương.**





2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Đồ thị bù.**

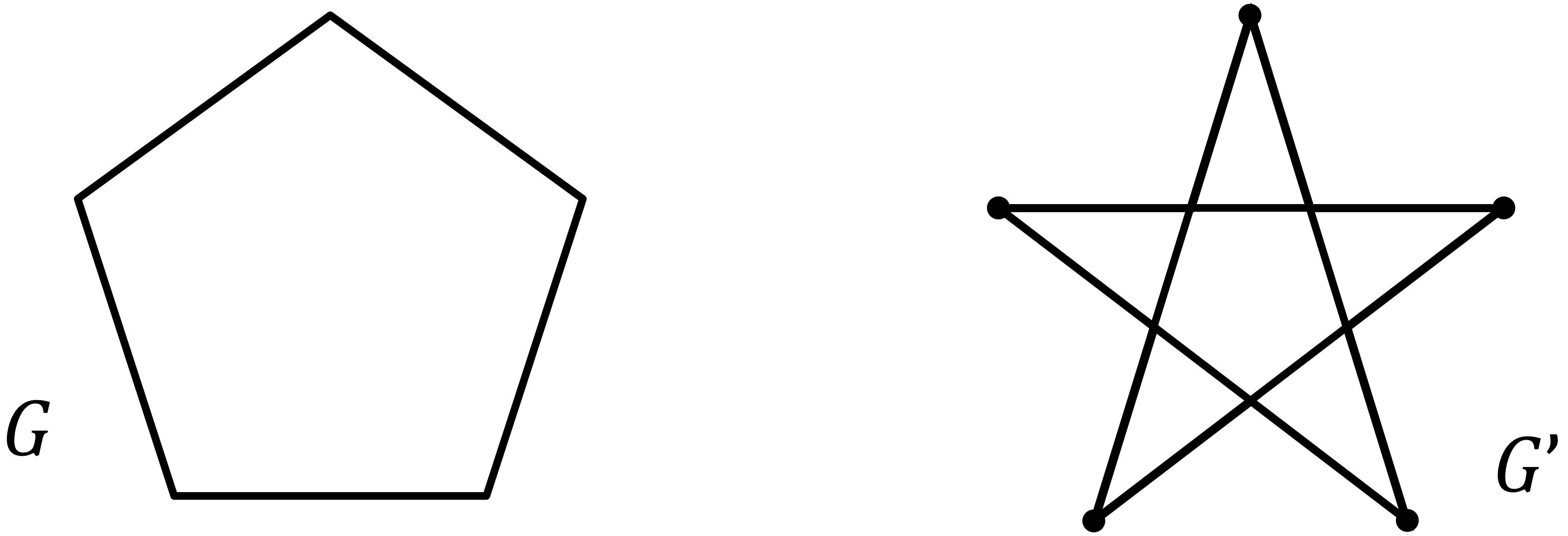
- Hai đơn đồ thị G và G' được gọi là bù nhau khi và chỉ khi chúng có chung các đỉnh.
- Cạnh nào thuộc G thì không thuộc G' và ngược lại
- Ký hiệu: $G' = \bar{G}$

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.

* **Một số đồ thị đặc biệt.**

- **Đồ thị bù.**



2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. **Biểu diễn đồ thị.**
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

a) Biểu diễn bằng hình học.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

Có 2 cách biểu diễn thường dùng là ma trận liền kề và ma trận liên thuộc.

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

$*$ **Ma trận kề**

- **Ma trận vuông** cấp n (số đỉnh của đồ thị).
- Các phần tử a_{ij} được xác định bởi

$\boldsymbol{a_{ij}} = \mathbf{1}$, Nếu $v_i v_j$ **là một cạnh** của G

$\boldsymbol{a_{ij}} = \mathbf{0}$, Nếu $v_i v_j$ **không là một cạnh** của G

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

* **Ma trận kề**

- Tính chất

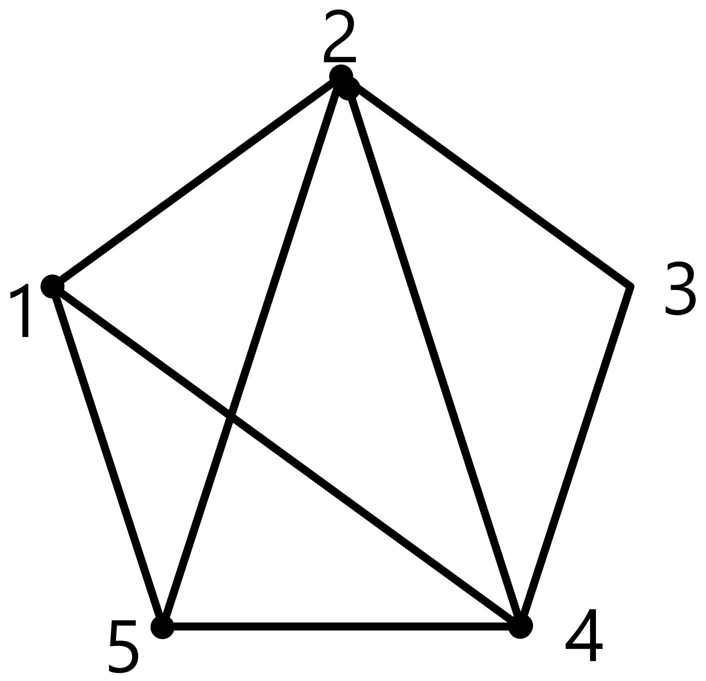
- ❑ Phụ thuộc vào thứ tự liệt kê của các đỉnh.
- ❑ Ma trận là **đối xứng**.
- ❑ Một vòng được tính là một cạnh ($a_{kk} = 1$).

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

∗ **Ma trận kề**



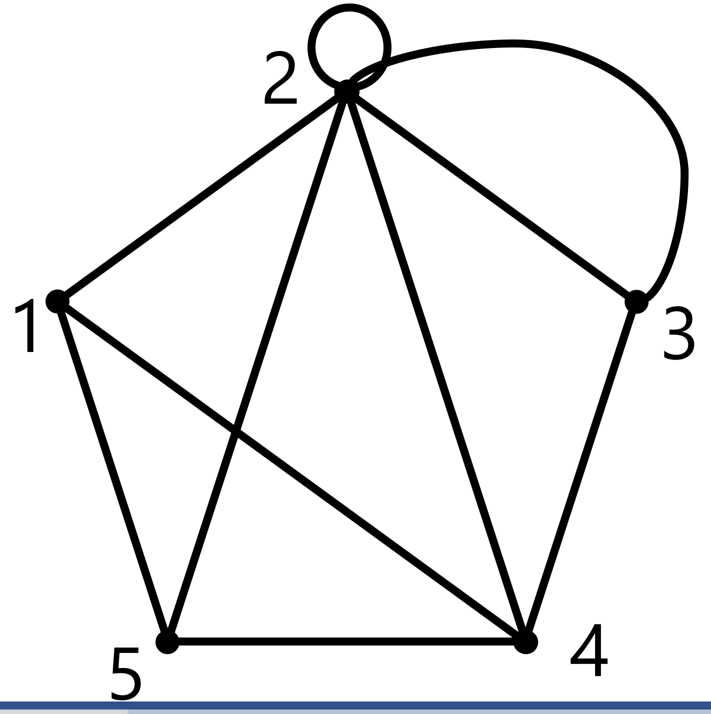
	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	1	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

* **Ma trận kề**



	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	1
2	1	1	2	1	1
3	0	2	0	1	0
4	1	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

$*$ **Ma trận liên thuộc**

- Ma trận $M = (\boldsymbol{a_{ij}})_{nxm}$

- Các phần tử a_{ij} được xác định bởi

$\boldsymbol{a_{ij}} = \mathbf{1}$, Nếu cạnh $\boldsymbol{e_j}$ liên thuộc với $\boldsymbol{v_i}$ của G

$\boldsymbol{a_{ij}} = \mathbf{0}$, Nếu cạnh $\boldsymbol{e_j}$ không liên thuộc với $\boldsymbol{v_i}$ của G

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

* **Ma trận liên thuộc**

- Tính chất

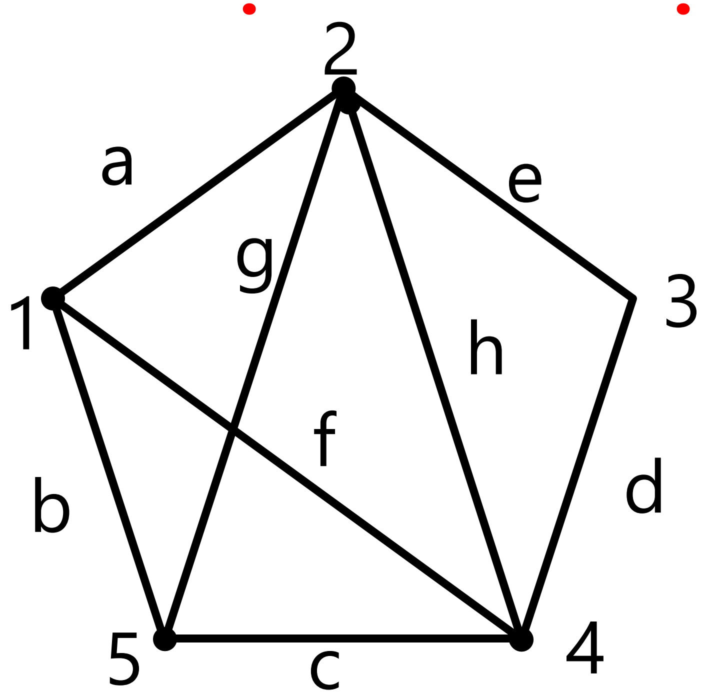
- Các **cột tương ứng với các cạnh bội** là **giống nhau** trong ma trận liên thuộc.
- Các **vòng** ứng với một cột có đúng một phần tử bằng 1 ứng với đỉnh nối với vòng đó.

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

* **Ma trận liên thuộc**



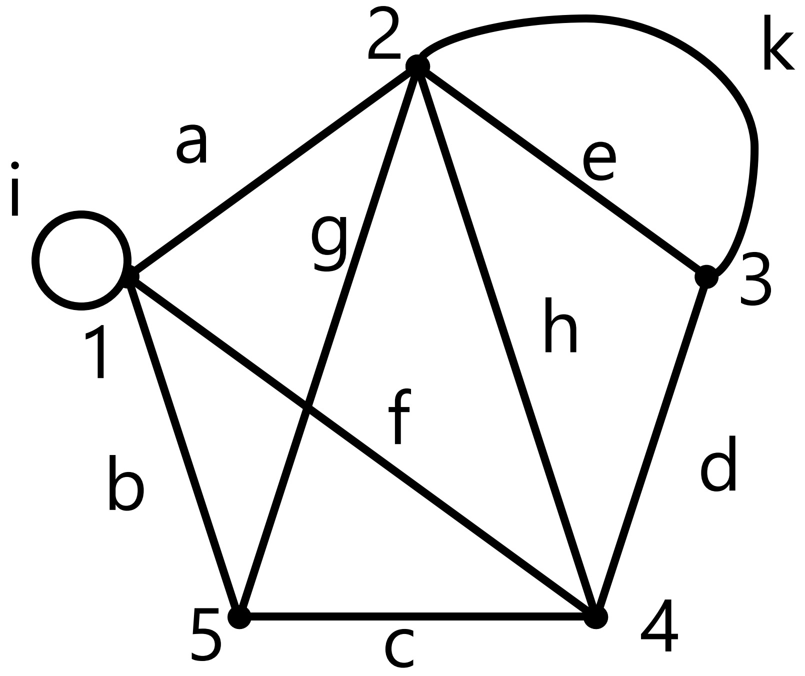
$$
\begin{array}{c}
\\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \end{array} \\
\left\| \begin{array}{cccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array} \right\|
\end{array}
$$

2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

* **Ma trận liên thuộc**



$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & k \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left\| \begin{array}{cccccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array} \right\|
\end{array}
$$

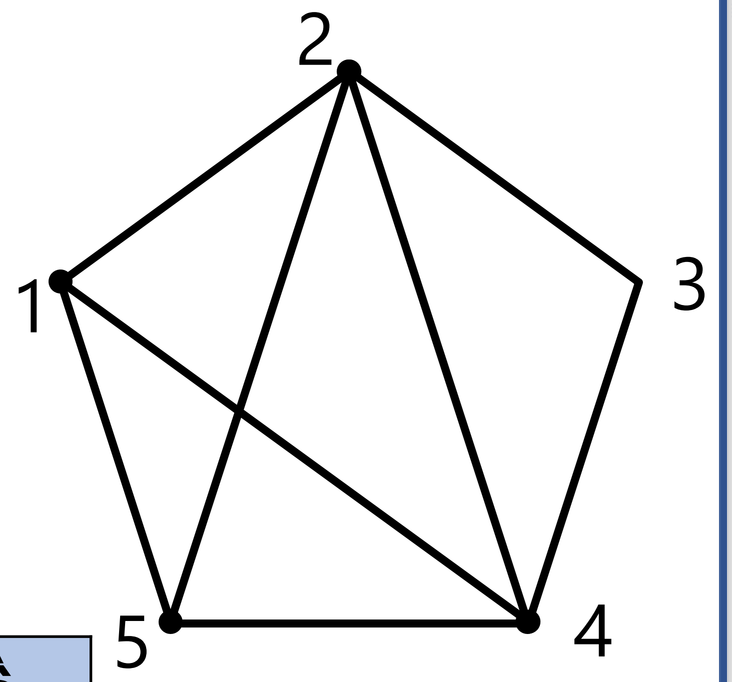
2. ĐỒ THỊ

2. Biểu diễn đồ thị.

b) Biểu diễn bằng ma trận.

* **Biểu diễn bằng bảng**

Lưu trữ các đỉnh liền kề với một đỉnh.



Đỉnh	Đỉnh liền kề
1	2, 4, 5
2	1, 3, 4, 5
3	2, 4
4	1, 2, 3, 5
5	1, 2, 4

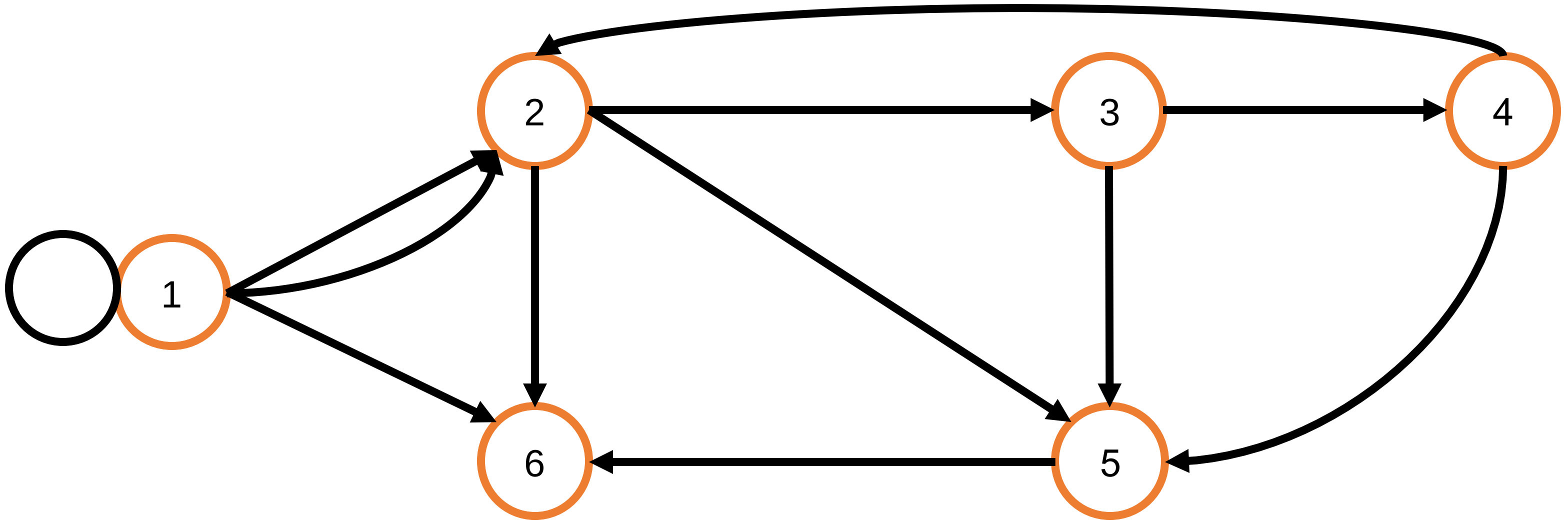
2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. **Đồ thị có hướng.**
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

3. Đồ thị có hướng.

Ví dụ về đồ thị có hướng:



2. ĐỒ THỊ

3. Đồ thị có hướng.

* **Bậc của đỉnh.**

- Bậc vào:

$d^{-}(v) = |\{u \mid (u, v) \in E\}|$ = số cạnh có **đỉnh cuối** là v

- Bậc ra:

$d^{+}(v) = |\{u \mid (v, u) \in E\}|$ = số cạnh có **đỉnh đầu** là v

* **Chú ý:**

Một khuyên (vòng) tại một đỉnh sẽ **góp thêm một đơn vị** vào bậc vào và bậc ra của đỉnh này.

2. ĐỒ THỊ

3. Đồ thị có hướng.

* **Bậc của đỉnh.**

- Định lý 3.1

Tổng bậc vào của các đỉnh bằng tổng bậc ra và bằng số cạnh của đồ thị

$$\sum_{i=1}^{|V|} d^{+}(v) = \sum_{i=1}^{|V|} d^{-}(v) = |E|$$

2. ĐỒ THỊ

3. Đồ thị có hướng.

* **Bậc của đỉnh.**

- Đồ thị cân bằng.

$$\sum_{i=1}^{|V|} d^{+}(v) = \sum_{i=1}^{|V|} d^{-}(v), \forall v \in V$$

2. ĐỒ THỊ

3. Đồ thị có hướng.

Ví dụ: Có một nhóm gồm 9 đội bóng bàn thi đấu vòng tròn một lượt. Hỏi sau khi có kết quả thi đấu của tất cả các đội có thể có trường hợp bất kỳ đội nào trong 09 đội này cũng đều thắng đúng 05 đội khác trong nhóm được không?

(Lưu ý trong thi bóng bàn không có trận hòa)

2. ĐỒ THỊ

3. Đồ thị có hướng.

Ví dụ:

- Theo đề bài ta có: mỗi đội sẽ thắng 5 trận và thua 3 trận. Gọi số trận thắng của một đội là số bậc ra, số trận thua là số bậc vào.
- Ta có: $9 \times 5 \neq 3 \times 5$ (**tổng bậc vào không bằng tổng bậc ra**)
- Vậy: Không có trường hợp bất kỳ đội nào trong 09 đội này cũng đều thắng đúng 05 đội khác trong nhóm.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình và đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

$*$ **Đường đi.**

- Đường đi có độ dài n từ v_0 đến v_n với n là một số nguyên dương là một dãy các cạnh liên tiếp

$$v_0v_1, v_1v_2, \dots, v_{n-1}v_n$$

v_0: đỉnh đầu; v_n: đỉnh cuối

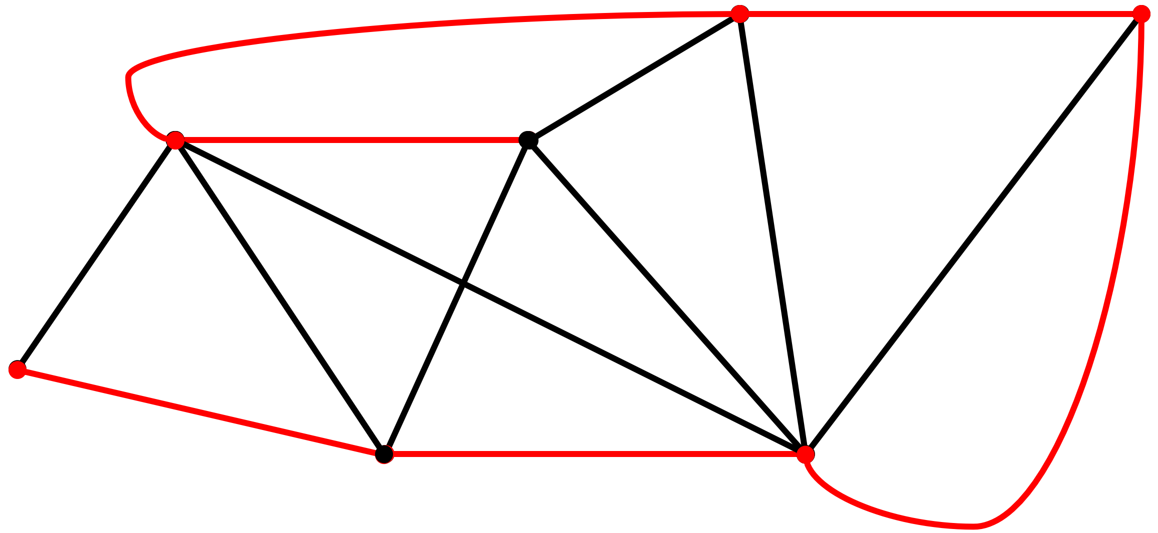
Ký hiệu:$v_0v_1v_1v_2 \dots v_{n-1}v_n$, hay **đường đi**: $v_0 - v_n$

2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

* **Đường đi.**

Ví dụ:



2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

∗ **Đường đi.**

- Đường đi đơn giản (đường đi đơn)

Đường đi không qua **cạnh** nào quá một lần

- Đường đi sơ cấp

Đường đi không qua **đỉnh** nào quá một lần

Đường đi sơ cấp ⟹ Đường đi đơn giản

2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

* **Chu trình**

- Đường đi **khép kín** $(v_0v_1v_2 \ \dots \ v_{n-1}v_nv_0)$.
- Độ dài ít nhất là **3**.

- Chu trình đơn giản

Chu trình không đi qua cạnh nào quá 1 lần.

- Chu trình sơ cấp

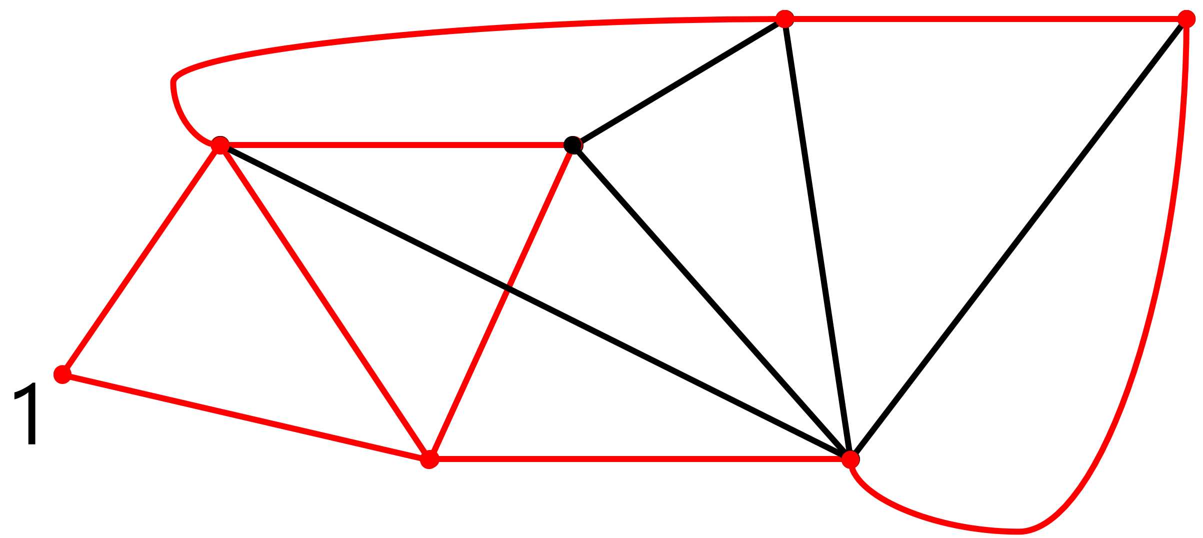
Chu trình không đi qua đỉnh nào quá 1 lần (trừ đỉnh đầu, đỉnh cuối).

2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

* **Chu trình**

Ví dụ:



2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

$*$ **Chu trình**

- Định lý 4.1

$G = (V, E)$ là một đồ thị vô hướng

- **Số đỉnh lớn hơn hoặc bằng 3**
- **Bậc của mọi đỉnh đều lớn hơn hoặc bằng 2**

$\Longrightarrow$Trong G luôn tồn tại một chu trình sơ cấp

2. ĐỒ THỊ

4. Chu trình và đường đi.

$*$ **Chu trình**

- Định lý 4.2

$G = (V, E)$ là một đồ thị vô hướng

- Số đỉnh lớn hơn hoặc bằng **4**
- Bậc của mọi đỉnh đều lớn hơn hoặc bằng **3**

$\Longrightarrow$ Trong G luôn tồn tại một chu trình sơ cấp có **độ dài chẵn**

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. **Sự liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

$*$ **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- Hai đỉnh v, u trong đồ thị G được gọi là **liên thông** nếu **tồn tại một đường đi nối chúng** với nhau.
- **Đồ thị G gọi là liên thông** nếu **hai đỉnh phân biệt bất kỳ** trong đồ thị đều **liên thông**. Ngược lại thì ta gọi là đồ thị không liên thông.

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

* **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

Cho $G = (V, E), v \in V$.

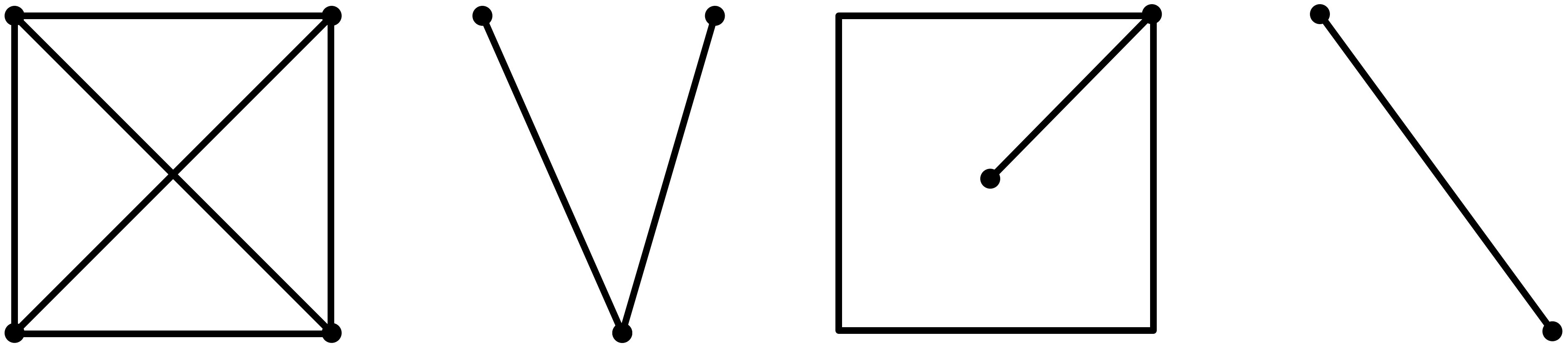
- V' là tập con của V gồm **đỉnh v** và tất cả các **đỉnh liên thông với v** trong G.
- E' là tập con của E gồm tất cả **các cạnh nối các đỉnh thuộc V'.**
- Khi đó $G' = (V', E')$ gọi là **thành phần liên thông** của G chứa v.

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

∗ **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- **Chú ý:** Nếu v và u liên thông trong G thì thành phần liên thông của G chứa v cũng là thành phần liên thông của G chứa u.



2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

∗ **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- Định lý 5.1

Đồ thị $G = (V, E)$ là liên thông khi và chỉ khi G có duy nhất một thành phần liên thông.

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

$*$ **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- Đỉnh cắt và cầu

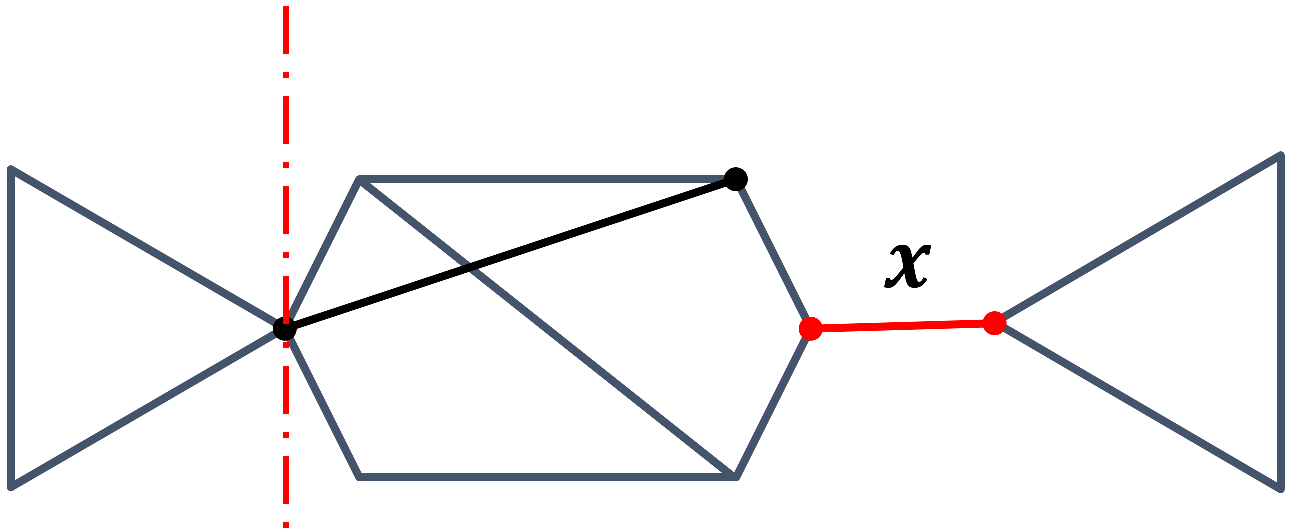
- u là đỉnh cắt (điểm khớp) $\Leftrightarrow$ số thành phần liên thông tăng lên nếu bỏ u và các cạnh liên thuộc với nó.
- e là cầu $\Leftrightarrow$ số thành phần liên thông tăng lên nếu bỏ cạnh e.

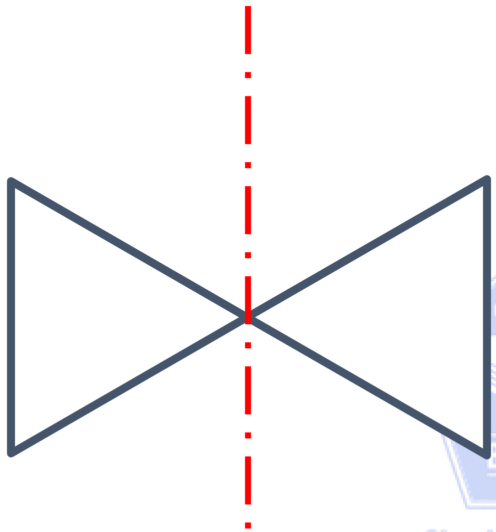
2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

⁎ **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- Đỉnh cắt và cầu:





2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

* **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- Định lý 5.2

Đơn đồ thị $G = (V, E)$ có

- $|V| = \boldsymbol{n} \geq 2$
- $\deg(u) + \deg(v) \geq \boldsymbol{n}, \forall u, v \in V$

thì G là đồ thị liên thông.

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

* **Tính liên thông trong đồ thị vô hướng**

- Hệ quả:

Đơn đồ thị $G = (V, E), |V| = n$ có

$\boldsymbol{deg(v) \geq n/2}, \forall v \in V$

thì G là đồ thị liên thông

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

$*$ **Tính liên thông trong đồ thị có hướng**

- Liên thông mạnh:

Đồ thị có hướng G được gọi là liên thông mạnh nếu giữa 2 đỉnh $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ **bất kỳ** trong G luôn có **đường đi** từ v đến u **và ngược lại.**

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

$*$ **Tính liên thông trong đồ thị có hướng**

- Liên thông yếu:

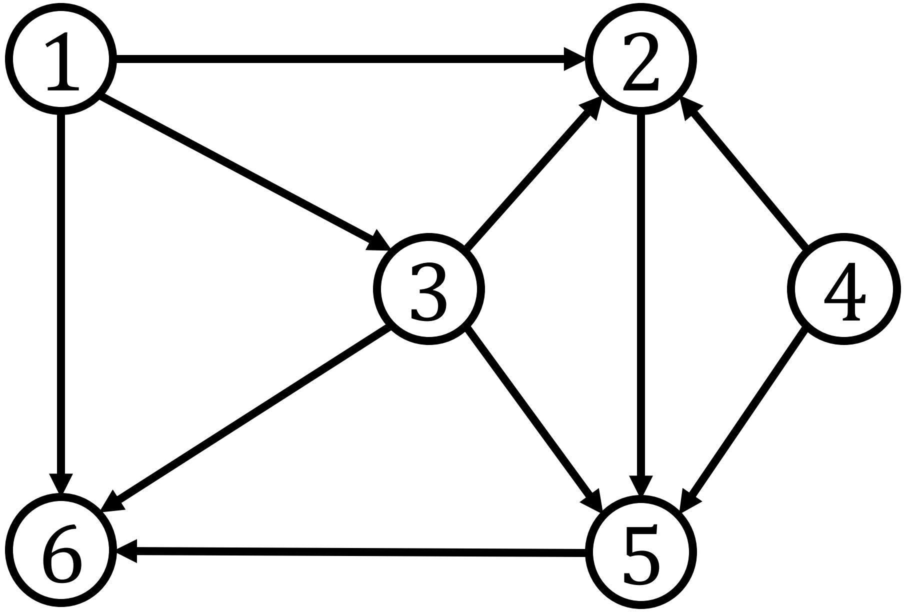
Đồ thị có hướng G được gọi là liên thông yếu nếu **đồ thị vô hướng tương ứng của nó là liên thông**.

(hay giữa u, v **không có đường đi 2 chiều** nhưng **đồ thị vô hướng có liên thông**).

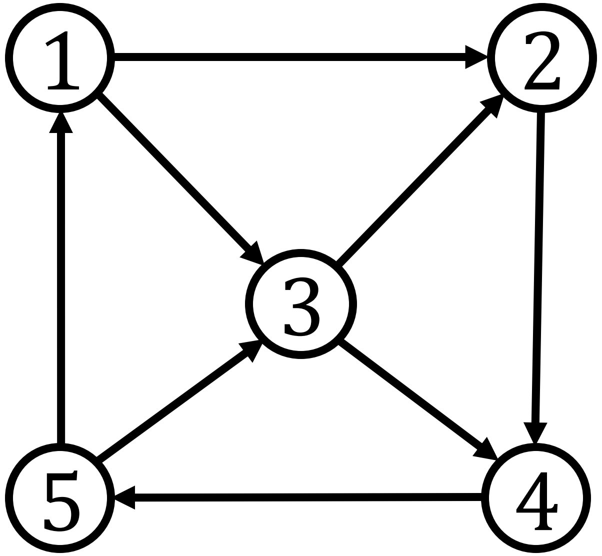
2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

* **Tính liên thông trong đồ thị có hướng**



LIÊN THÔNG YẾU



LIÊN THÔNG MẠNH

2. ĐỒ THỊ

5. Sự liên thông

$*$ **Tính liên thông trong đồ thị có hướng**

- Định lý 5.3

Nếu đồ thị G có **đúng 2 đỉnh bậc lẻ** thì 2 đỉnh này phải liên thông với nhau.

2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. **Chu trình và đường đi Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

Cho đồ thị $G = (V, E)$ liên thông

- Chu trình Euler

Chu trình **đơn** chứa **tất cả các cạnh** của đồ thị G.

- Đồ thị Euler

Đồ thị có chứa một chu trình Euler.

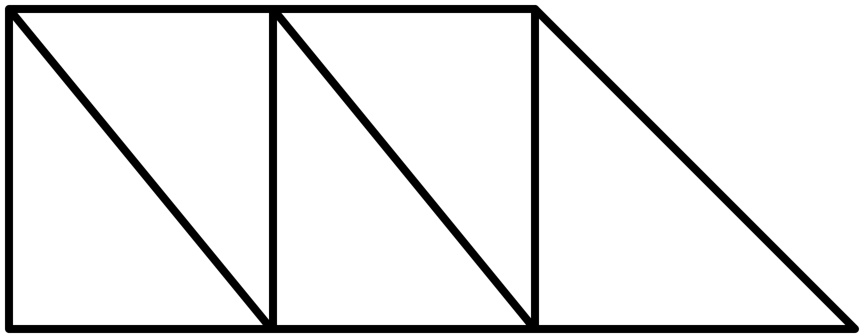
- Đường đi Euler

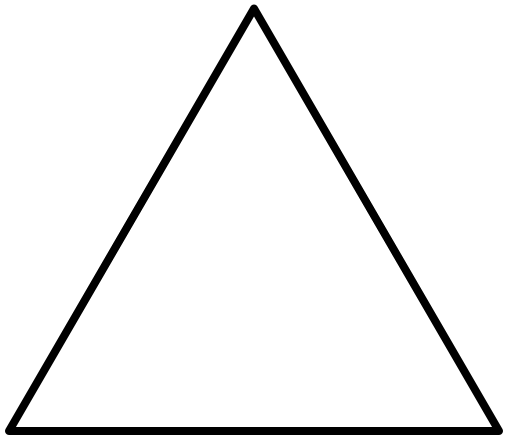
Đường đi đơn chứa **tất cả các cạnh** của đồ thị G.

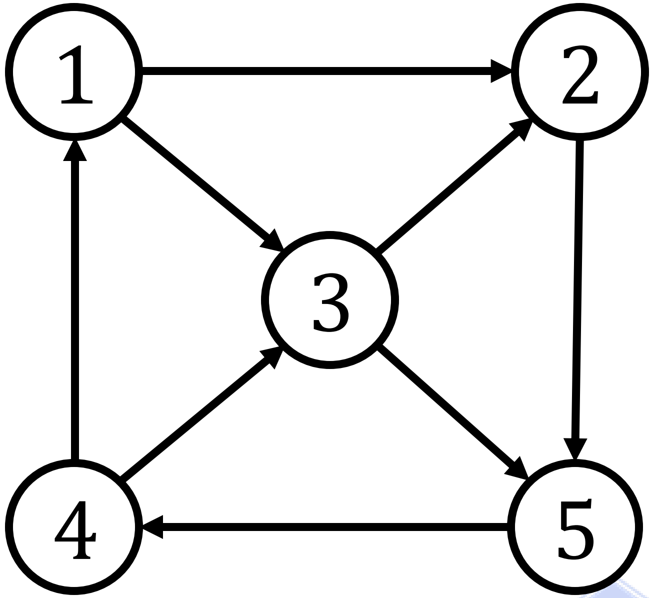
2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

- Ví dụ:







2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

$*$ **Trong đồ thị vô hướng.**

- Định lí

Một đồ thị liên thông $G = (V, E)$ **có chu trình** Euler khi và chỉ khi **mỗi đỉnh của nó đều có bậc chẵn**.

2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

∗ **Trong đồ thị vô hướng.**

- Thuật toán Fleury – tìm đường đi Euler:

Xuất phát từ một đỉnh bất kỳ và tuân theo hai quy tắc:

1: Mỗi khi đi qua một cạnh nào thì

- **Xóa cạnh** vừa đi qua
- **Xóa đỉnh** cô lập (nếu có)

2: Tại mỗi đỉnh, ta chỉ đi theo một cạnh là **cầu** nếu không có sự lựa chọn nào khác.

2. ĐỒ THỊ

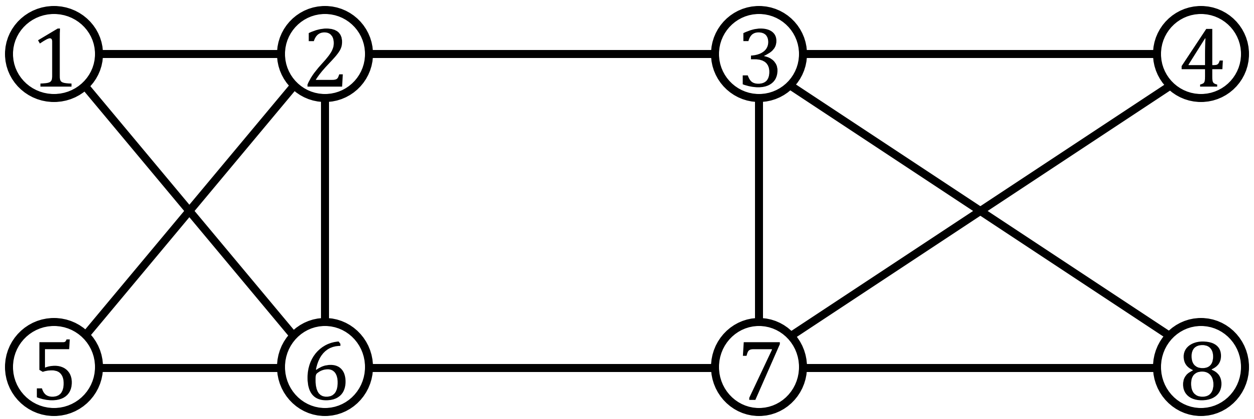
6. Chu trình và đường đi Euler.

* **Trong đồ thị vô hướng.**

- Thuật toán Fleury:

Ví dụ:

đường đi là: 12347838652561



2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

∗ **Trong đồ thị có hướng.**

- Định lí.

❖ Đồ thị liên thông G có đường đi Euler, không có chu trình Euler khi và chỉ khi G có **đúng 2 đỉnh bậc lẻ**.

❖ Đồ thị có hướng $G = (V, E)$ có chu trình Euler khi và chỉ khi:

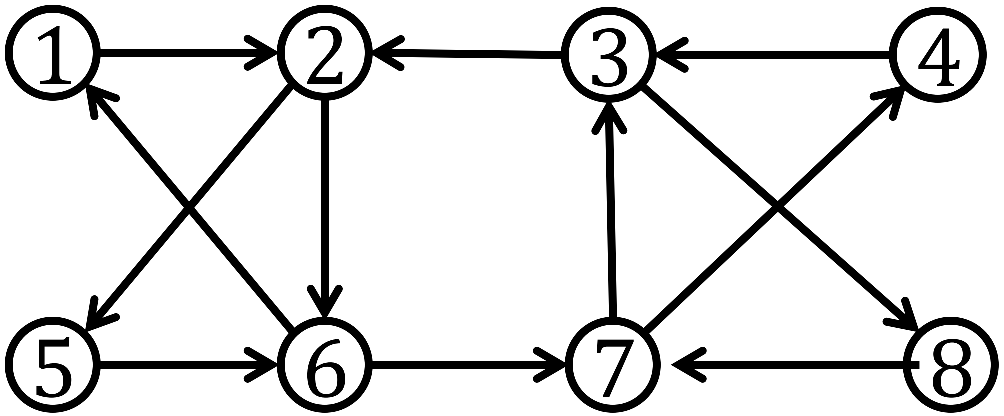
- $\boldsymbol{G}$ **liên thông mạnh.**
- $\boldsymbol{deg^{+}(v) = deg^{-}(v)}, \forall v \in V$

2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

∗ **Trong đồ thị có hướng.**

Ví dụ:



12673874325661

2. ĐỒ THỊ

6. Chu trình và đường đi Euler.

$*$ **Trong đồ thị có hướng.**

- Định lí.

G có đường đi Euler nhưng không có chu trình Euler khi và chỉ khi nó đảm bảo 4 yếu tố:

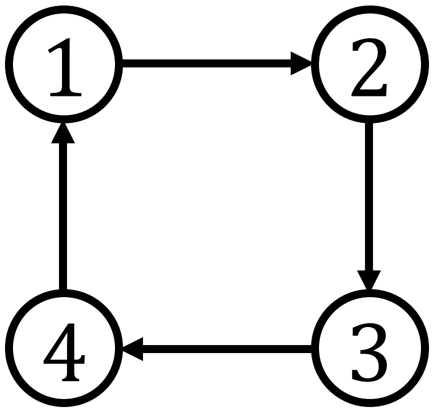
- G liên thông yếu
- $\exists! s \in V : \deg^+(s) = \deg^-(s) + 1$
- $\exists! t \in V : \deg^+(t) = \deg^-(t) - 1$
- $\deg^+(v) = \deg^-(v), \forall v \in V\ \{s,t\}$

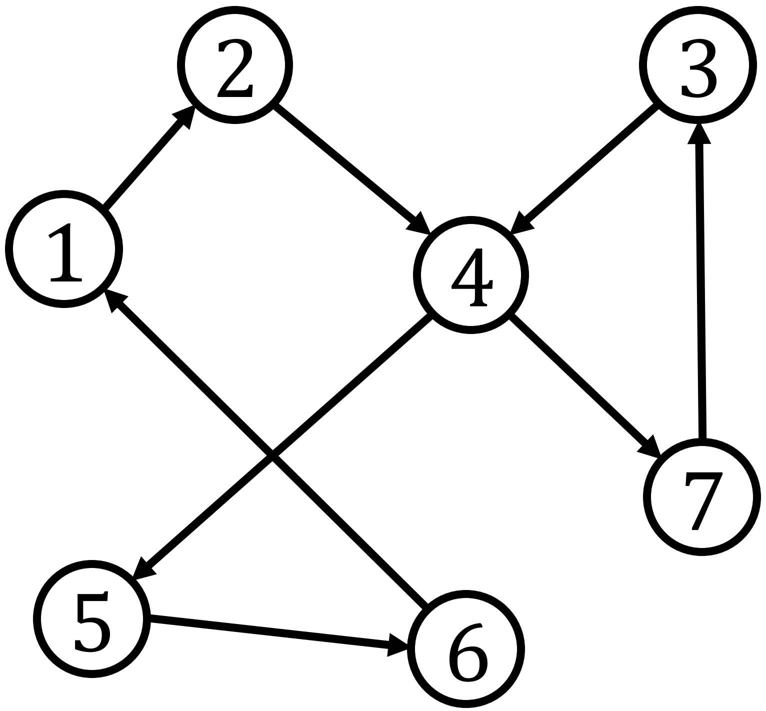
2. ĐỒ THỊ

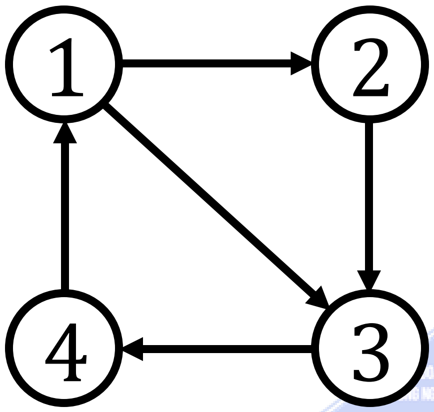
6. Chu trình và đường đi Euler.

* **Trong đồ thị có hướng.**

Ví dụ:







2. ĐỒ THỊ

1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. **Chu trình và đường đi Hamilton.**
8. Thuật toán **Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

- Chu trình Hamilton

Chu trình bắt đầu từ một đỉnh v nào đó **qua tất cả các đỉnh** còn lại mỗi đỉnh đúng một lần rồi quay trở về v được gọi là chu trình Hamilton

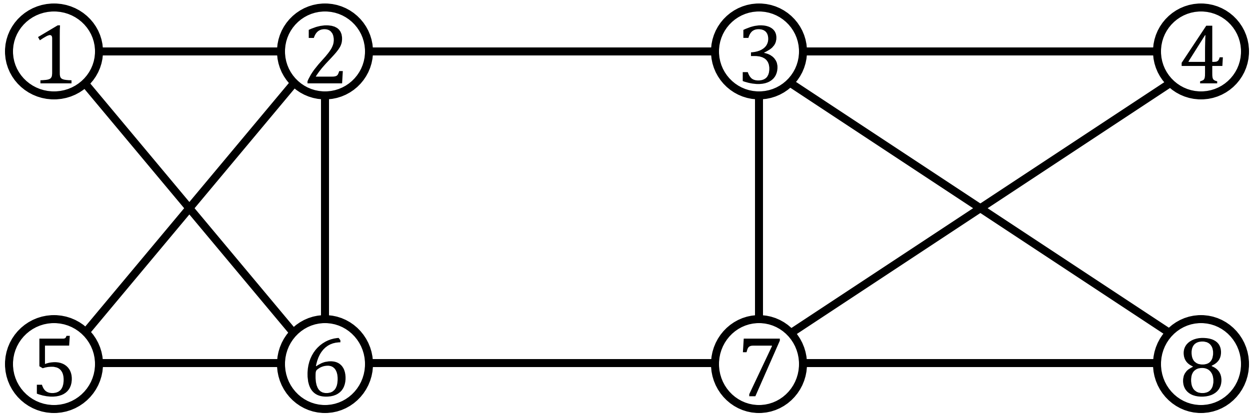
- Đồ thị Hamilton

Đồ thị có chứa chu trình Hamilton

2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

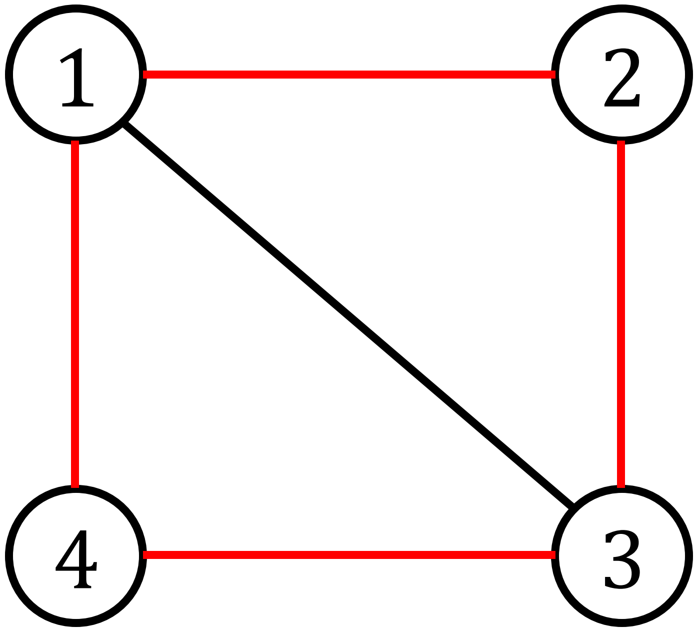
Ví dụ: đường đi Hamilton



2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

Ví dụ: chu trình Hamilton



2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

$*$ **Điều kiện đủ.**

- Định lí Ore.

Cho $G = (V, E)$ là một đơn đồ thị liên thông

- $|V| = n \geq 3$
- $\deg(v) + \deg(w) \geq n$, với mọi cặp đỉnh **không liền kề** v, w

Khi đó G có chu trình Hamilton

2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

$*$ **Điều kiện đủ.**

- Định lí Dirac.

Cho $G = (V, E)$ là một đơn đồ thị

- $|V| = n \geq 3$
- $deg(v) \geq n/2, \forall v \in V$

Khi đó G có chu trình Hamilton

2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

$*$ **Điều kiện đủ.**

- Định lí Pósa.

Cho $G = (V, E)$ là một đơn đồ thị, $|V| = n \geq 3$

- $|\{v \in V\colon \deg(v) \leq k\}| \leq k - 1 \; \forall\, k \in [1, (n-1)/2)$
- $|\{v \in V\colon \deg(v) \leq (n-1)/2\}| \leq (n-1)/2$, nếu n lẻ

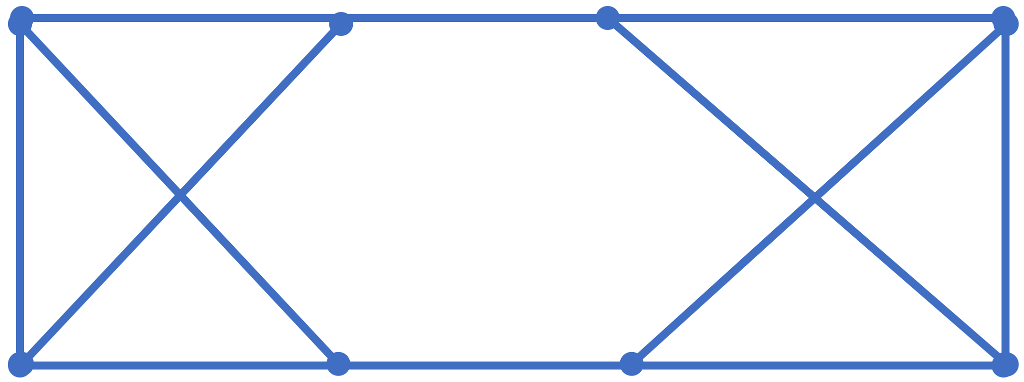
Khi đó G có chu trình Hamilton

2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

* **Điều kiện đủ.**

Ví dụ: đồ thị sau đây có chu trình Hamilton không?



2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

∗ **Phương pháp tìm chu trình Hamilton.**

Qui tắc 1: Nếu tồn tại một đỉnh v của G có $\boldsymbol{d(v) \leq 1}$ thì đồ thị G **không có chu trình** Hamilton.

Qui tắc 2: Nếu đỉnh v **có bậc là 2** thì **cả 2 cạnh tới** v **đều phải thuộc chu trình** Hamilton.

2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

∗ **Phương pháp tìm chu trình Hamilton.**

Qui tắc 3: Chu trình Hamilton **không chứa bất kỳ chu trình con** thực sự nào.

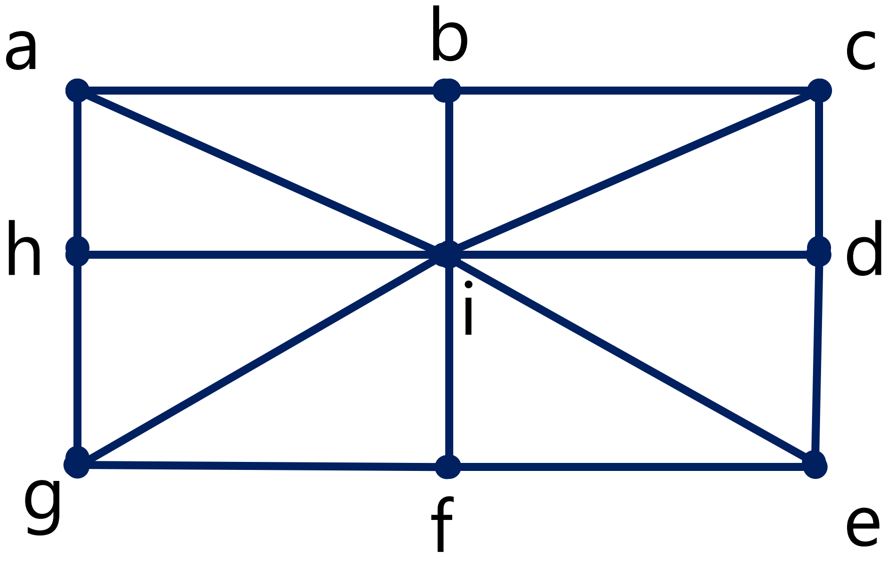
Qui tắc 4: Trong quá trình xây dựng chu trình Hamilton, sau khi **đã lấy 2 cạnh tới một đỉnh v** đặt vào chu trình Hamilton rồi thì không thể lấy thêm cạnh nào tới v nữa, do đó có thể **xóa mọi cạnh còn lại tới v.**

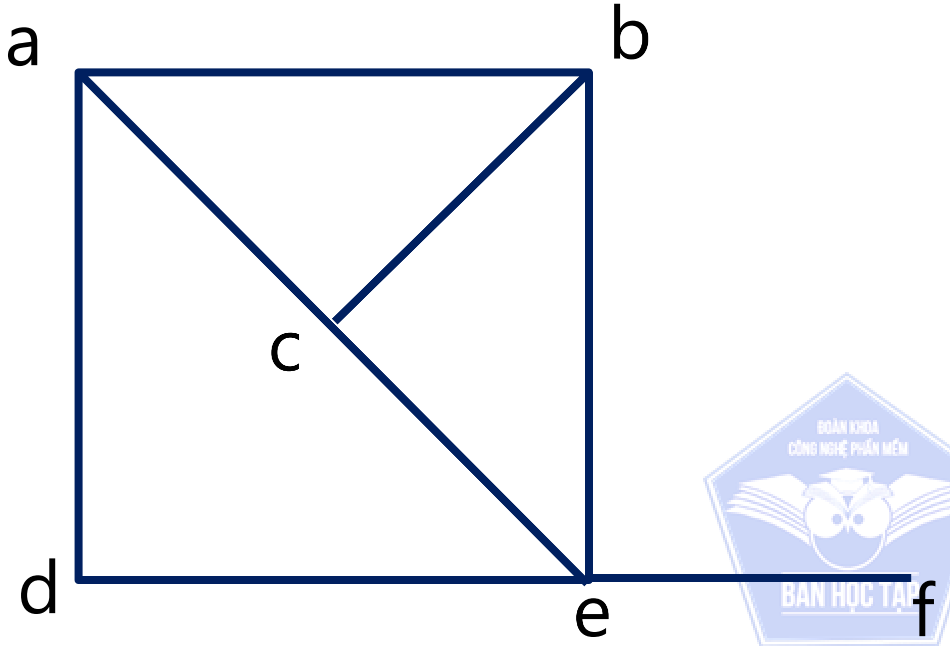
2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

* **Phương pháp tìm chu trình Hamilton.**

Ví dụ: Tìm chu trình Hamilton.



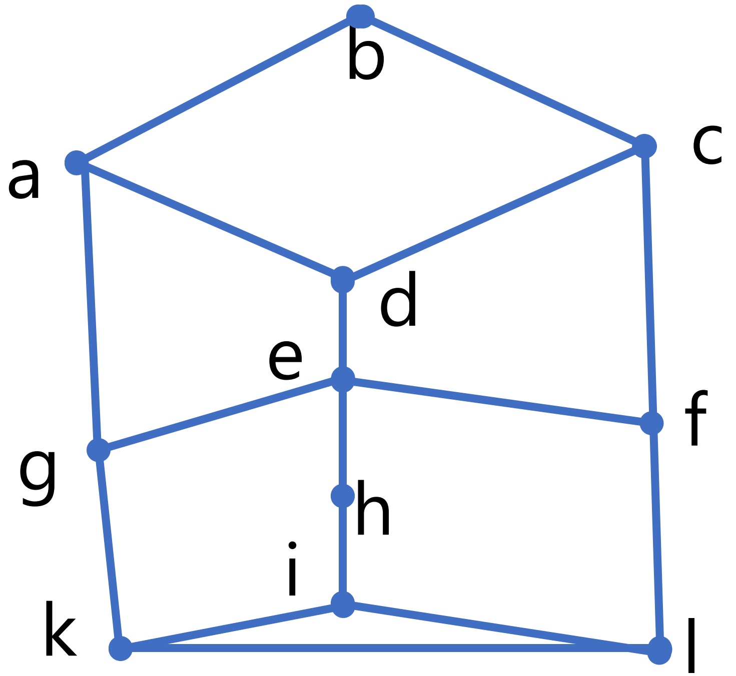


2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

* **Phương pháp tìm chu trình Hamilton.**

Ví dụ: Tìm chu trình Hamilton.



2. ĐỒ THỊ

7. Chu trình và đường đi Hamilton.

$*$ **Đường đi Hamilton**

Đường đi sơ cấp đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị G (đi qua **mỗi đỉnh đúng một lần**).

- Định lý König

Mọi đồ thị có hướng đầy đủ (đồ thị vô hướng tương ứng là đầy đủ) đều có đường đi Hamilton.

2. ĐỒ THỊ

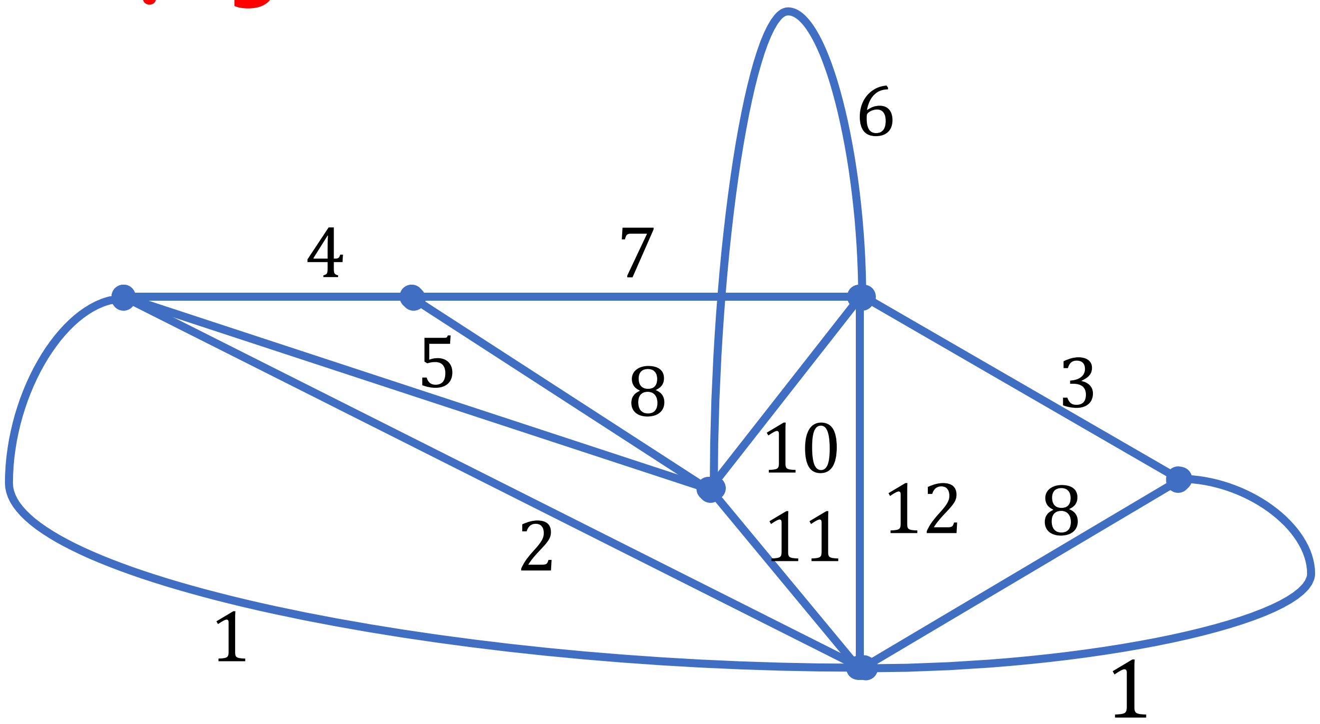
1. Khái niệm.
2. Biểu diễn đồ thị.
3. Đồ thị **có hướng**.
4. **Chu trình** và **đường đi.**
5. Sự **liên thông.**
6. Chu trình và đường đi **Euler.**
7. Chu trình và đường đi **Hamilton.**
8. **Thuật toán Djikstra.**

2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

* **Đồ thị có trọng số:**

Ví dụ:



2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

* **Đồ thị có trọng số:**

Trọng số của đường đi $p = v1 \rightarrow v2 \rightarrow \ldots \rightarrow v_k$ là

$$w(p) = \sum_{i=1}^{k-1} w(v_i, v_{i+1})$$

Đường đi ngắn nhất là đường đi có trọng số nhỏ nhất

2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

∗ **Bài toán đường đi ngắn nhất**

- Ý tưởng: Ở mỗi lần lặp thì thuật toán sẽ tìm ra **1 đỉnh** với **đường đi ngắn nhất** từ a tới đỉnh này là xác định.

- Ký hiệu:

- **Nhãn của đỉnh** $v, L(v)$: **lưu trữ độ dài đường đi ngắn nhất** từ a đến v được biết cho đến thời điểm hiện tại.
- **Tập** S**:** tập các đỉnh mà đường đi ngắn nhất từ a đến chúng đã xác định.

2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

$*$ Bài toán đường đi ngắn nhất (từ đỉnh a tới đỉnh z)

- **Bước 1:** **Khởi tạo** $\boldsymbol{L(a) = 0;\ L(v) = \infty,\ S = \emptyset.}$
- **Bước 2:** Nếu $\boldsymbol{z} \in \boldsymbol{S}$ thì kết thúc.
- **Bước 3:** **Chọn đỉnh**
  - **Chọn** $\boldsymbol{u}$ sao cho: $L(u) = \min\{ L(v) \mid v \in S\}$
  - **Đưa** $\boldsymbol{u}$ **vào tập** S: $\boldsymbol{S = S \cup \{u\}}$
- **Bước 4:** **Sửa nhãn**: Với mỗi đỉnh v ($v \in S$) kề với u

$\boldsymbol{L(v) = min\{ L(v); L(u) + w(uv)\}}$ ($\boldsymbol{w(uv)}$ là **trọng số cạnh** $\boldsymbol{uv}$)

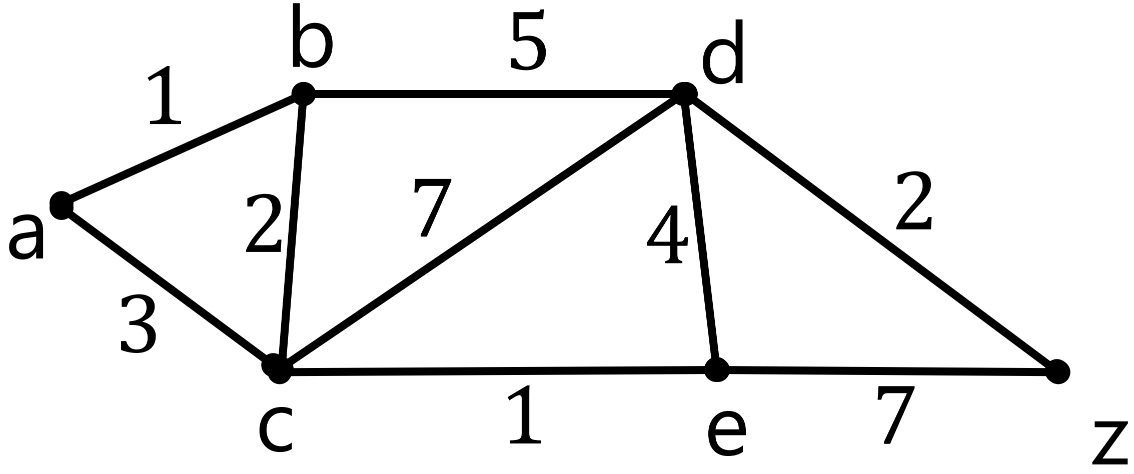
- **Bước 5:** Quay lại Bước 2

2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

* **Bài toán đường đi ngắn nhất**

Ví dụ: Tìm đường đi ngắn nhất từ a tới z



2. ĐỒ THỊ

Bước lặp	a	b	c	d	e	z	Tập S
Khởi tạo	0, a	∞	∞	∞	∞	∞	{ }
1	**0, a***	1, a	3, a	∞	∞	∞	{a}
2	-	**1, a***	3, a	6, b	∞	∞	{a, b}
3		-	**3, a***	6, b	4, c	∞	{a, b, c}
4			-	6, b	**4, c***	11, e	{a, b, c, e}
5				**6, b***	-	8, d	{a, b, c, e, d}
6	0, a	1, a	3, a	6, b	4, c	**8, d**	{a, b, c, e, d, z}

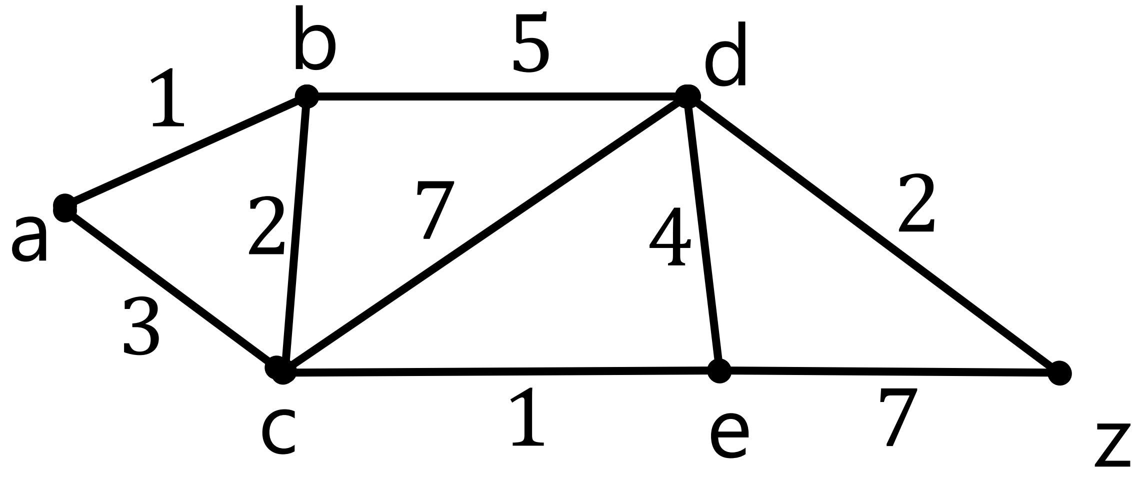
2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

* **Bài toán đường đi ngắn nhất**

Ví dụ: Tìm đường đi ngắn nhất từ a tới z

Đường đi ngắn nhất từ a tới z là: abdz với độ dài là 8.



2. ĐỒ THỊ

8. Thuật toán Djikstra

- Định lý

- Thuật toán Dijkstra tìm được đường đi ngắn nhất giữa 2 đỉnh trong đơn đồ thị liên thông, có trọng số.

- Nhận xét

- Chỉ đúng cho đồ thị có **trọng số không âm**
- Nhãn sau cùng của mỗi đỉnh là độ dài đường đi ngắn nhất **từ đỉnh xuất phát đến nó**.

LINK ĐIỂM DANH

BAN HỌC TẬP CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

TRAINING GIỮA KỲ HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023

Sharing is learning

HẾT

CẢM ƠN CÁC BẠN ĐÃ THEO DÕI
CHÚC CÁC BẠN CÓ KẾT QUẢ THI THẬT TỐT!

BAN HỌC TẬP

Khoa Công nghệ Phần mềm

Trường Đại học Công nghệ Thông tin

Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh

CONTACT

bht.cnpm.uit@gmail.com

fb.com/bhtcnpm

fb.com/groups/bht.cnpm.uit