Câu 2. a. X, Y có độc lập không?

. $P(X=1, Y=1) = 0$

. $P(X=1) = 0.5$; $P(Y=1) = 0.22$

$P(X=1, Y=1) \neq P(X=1) \cdot P(Y=1)$

Suy ra X, Y không độc lập

b. $P(X+Y \leq 3) = P(X=1, Y=1) + P(X=1, Y=2) + P(X=2, Y=1)$

$$= 0.16$$

$$P(X>1 | Y=2) = \frac{P(X>1, Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{0.18}{0.28} = \frac{9}{14}.$$

Câu 3. a.

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \, dx \, dy = \int_0^2 \int_1^3 cxy \quad dy \, dx$$

$$= \int_0^2 cx \frac{y^2}{2} \Big|_1^3 \, dx = \int_0^2 4cx \, dx$$

$$= 2cx^2 \Big|_0^2 = 8c$$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{8}.$$

b. $P(X \leq 1, Y>2) = \int_{-\infty}^1 \int_2^{+\infty} f(x,y) \, dy \, dx$

$$= \int_0^1 \int_2^3 \frac{1}{8} xy \, dy \, dx$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{16} xy^2 \Big|_2^3 \, dx = \int_0^1 \frac{5}{16} x \, dx$$

$$= \frac{5}{32}$$

c. $P(X \leq 1 | Y>2) =$

. $P(Y>2) = \int_0^2 \int_2^3 \frac{1}{8} xy \, dy \, dx = \frac{5}{8}$

$$P(X \leq 1 | Y>2) = \frac{P(X \leq 1, Y>2)}{P(Y>2)} = \frac{5/32}{5/8} = \frac{1}{4}.$$

Câu 4. a. Tỉ lệ mẫu cụ thể: $f = \frac{24}{500} = 0.048$

kích thước mẫu : $n = 500$

Độ tin cậy $1 - \alpha = 0.95$ $\Rightarrow \alpha = 0.05$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$$

Độ chính xác $Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}} = 0,0187$

Khoảng tin cậy $[0,0293 \; ; \; 0,0667]$.

b. Sai số tối đa

$$Z_{\alpha/2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{n}} = 0,02$$

Độ tin cậy $1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$

Suy ra $\sqrt{n} = \dfrac{1,96}{2 \cdot 0,02} = 49$

$$\Rightarrow n = 2401$$

Vậy cần khảo sát ít nhất 2401 người.

Câu 5.

a. p : tỉ lệ chuyến bay có nước bị nhiễm khuẩn

$H_0 : p = 10\%$, $\qquad H_1 : p > 10\%$

b. μ : thời gian phản hồi trung bình của cuộc gọi cứu hỏa

Ta kiểm định $H_0 : \mu = 4$, đối thuyết $H_1 : \mu > 4$

≤4

Theo đề bài $\sigma = 1 ; \bar{x} = 4,5 ; n = 18$, $\alpha = 0,01$

$1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \Phi(Z_\alpha) = 1 - \alpha = 0,99$

$$\Rightarrow Z_\alpha = 2,33$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{4,5 - 4}{1/\sqrt{18}} = 2,12$$

Do $Z < Z_\alpha$ nên chấp nhận H_0

Vậy sở cứu hỏa đạt được mục tiêu.

6. a. Hệ số tương quan

$$r = 0,96$$

Vì $0,8 \le |r| \le 1$ nên X, Y có tương quan tuyến tính mạnh

. Phương trình hồi quy $Y = A + BX$

$A = 15,73 \; ; \quad B = 0,032$

Suy ra $Y = 15,73 + 0,032 X$

b. Với $X = 3500$, ta có $Y = 127,73$