BAN HỌC TẬP CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

TRAINING GIỮA KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2023 – 2024

Sharing is learning

BAN HỌC TẬP

Khoa Công nghệ Phần mềm

Trường Đại học Công nghệ Thông tin

Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh

CONTACT

bht.cnpm.uit@gmail.com

fb.com/bhtcnpm

fb.com/groups/bht.cnpm.uit

TEAM TIẾNG ANH

english.with.bht@gmail.com

creative.owl.se

english.with.bht

TRAINING

CẤU TRÚC RỜI RẠC

Thời gian: 9:30 thứ Tư ngày 10/04/2024

Địa điểm: Phòng C214

Trainers: Tiền Minh Dương – KTPM2023.1

Ngô Lê Tấn Huy – MMTT2023.1

CẤU TRÚC RỜI RẠC

I. Cơ sở logic

II. Phép đếm

III. Quan hệ

Chương 1

CƠ SỞ LOGIC

CƠ SỞ LOGIC

1. Mệnh đề

1.1. Khái niệm:

- Mệnh đề là những khẳng định có giá trị chân lý (chân trị) xác định, đúng hoặc sai.
- Mệnh đề đúng có chân trị đúng (true, T, 1, ...), mệnh đề sai có chân trị sai (false, F, 0, ...).
- Người ta thường dùng các ký hiệu P, Q, R, ... (p, q, r, ...) để chỉ mệnh đề.
- Ví dụ:
    + Hôm nay trời không mưa.
    + Nếu trời mưa thì tôi không đi học.
    + Hôm nay trời không mưa và tôi đi học.
    + 3 là số lẻ tương đương 9 là số lẻ.

CƠ SỞ LOGIC

1. Mệnh đề

1.2. Các phép toán mệnh đề:

- Phép phủ định
- Phép hội (nối liền, giao)
- Phép tuyển (nối rời, hợp)
- Phép kéo theo
- Phép tương đương (phép kéo theo hai chiều)

CƠ SỞ LOGIC

1.2. Các phép toán mệnh đề:

– Phép phủ định: Phủ định của mệnh đề p là một mệnh đề, kí hiệu $\neg p$ hoặc $\bar{p}$ (đọc là "không p" hoặc "phủ định của p").

– Bảng chân trị:

p	$\bar{p}$
0	1
1	0

CƠ SỞ LOGIC

1.2. Các phép toán mệnh đề:

- Phép hội (nối liền, giao): Phép hội của hai mệnh đề là một mệnh đề, kí hiệu $p \wedge q$ (đọc là “p hội q”).
- $p \wedge q$ đúng chỉ khi cả p và q đều đúng.
- Bảng chân trị:

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

CƠ SỞ LOGIC

1.2. Các phép toán mệnh đề:

– Phép tuyển (nối rời, hợp): Phép tuyển của hai mệnh đề là một mệnh đề, kí hiệu p ∨ q (đọc là "p tuyển q").

– p ∨ q sai chỉ khi cả p và q đều sai.

– Bảng chân trị:

p	q	p ∨ q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

CƠ SỞ LOGIC

1.2. Các phép toán mệnh đề:

- Phép kéo theo: Mệnh đề p kéo theo mệnh đề q là một mệnh đề, kí hiệu $p \rightarrow q$ (đọc là "p kéo theo q" hoặc "Nếu p thì q").
- $p \rightarrow q$ sai chỉ khi cả p đúng và q sai.
- Ví dụ: Nếu "ngày mai có tiết" thì "tôi đi học"
- Bảng chân trị:

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

CƠ SỞ LOGIC

1.2. Các phép toán mệnh đề:

– Phép kéo theo hai chiều: Mệnh đề p kéo theo mệnh đề q và ngược lại là một mệnh đề, ký hiệu $p \leftrightarrow q$ (đọc là "p tương đương q" hoặc "p khi và chỉ khi q"

– $p \leftrightarrow q$ đúng chỉ khi cả p và q có cùng chân trị.

– Bảng chân trị:

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

– *Lưu ý:* $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

CƠ SỞ LOGIC

2. Biểu thức logic

2.1. Khái niệm:

– Biểu thức logic là biểu thức được hình thành từ:

+ Các hằng mệnh đề: 1, 0

+ Các biến mệnh đề: p, q, r, s, ...

+ Các phép toán mệnh đề: ¬, ∧, ∨, →, ↔ cùng với các dấu ngoặc (), [], {} để xác định thứ tự ưu tiên của các phép toán logic.

+ Bảng chân trị là bảng liệt kê chân trị của biểu thức logic theo tất cả các trường hợp chân trị của các biến mệnh đề trong biểu thức logic.

CƠ SỞ LOGIC

– **Ví dụ:** Lập bảng chân trị cho biểu thức sau:

$$A = (p \to r) \land (q \to r)$$

Giải:

p	q	r	$p \to r$	$q \to r$	$(p \to r) \land (q \to r)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

CƠ SỞ LOGIC

2. Biểu thức logic

2.2. Tương đương logic:

– Hai biểu thức logic được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng bảng chân trị. Kí hiệu: $\mathrm{E} \Leftrightarrow \mathrm{F}$ (đọc là E tương đương với F).

– Ví dụ: $(p \to r) \wedge (q \to r) \Leftrightarrow (\mathrm{p} \vee \mathrm{q}) \to \mathrm{r}$

CƠ SỞ LOGIC

3. Các luật logic

Ta có các luật logic sau với p, q, r là các biến mệnh đề:

a. Phủ định của phủ định: $\overline{\overline{p}} \Leftrightarrow p$

b. Quy tắc DeMorgan: $\overline{p \land q} \Leftrightarrow \overline{p} \lor \overline{q}$

$\overline{p \lor q} \Leftrightarrow \overline{p} \land \overline{q}$

c. Luật giao hoán: $p \land q \Leftrightarrow q \land p$

$p \lor q \Leftrightarrow q \lor p$

d. Luật kết hợp: $(p \lor q) \lor r \Leftrightarrow p \lor (q \lor r)$

$(p \land q) \land r \Leftrightarrow p \land (q \land r)$

CƠ SỞ LOGIC

e. Luật phân phối: $(p \lor q) \land r \Leftrightarrow (p \land r) \lor (q \land r)$

$(p \land q) \lor r \Leftrightarrow (p \lor r) \land (q \lor r)$

f. Luật lũy đẳng: $p \land p \Leftrightarrow p$

$p \lor p \Leftrightarrow p$

g. Luật trung hòa: $p \lor 0 \Leftrightarrow p$

$p \land 1 \Leftrightarrow p$

h. Luật về phần tử bù: $p \land \bar{p} \Leftrightarrow 0$

$p \lor \bar{p} \Leftrightarrow 1$

CƠ SỞ LOGIC

i. Luật thống trị: $p \land 0 \Leftrightarrow 0$

$p \lor 1 \Leftrightarrow 1$

k. Luật hấp thụ: $p \lor (p \land q) \Leftrightarrow p$

$p \land (p \lor q) \Leftrightarrow p$

l. Luật về phép kéo theo: $p \rightarrow q \Leftrightarrow \bar{p} \lor q \Leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$

Ví dụ 1: Chứng minh $(p \rightarrow q) \land \bar{q} \land (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (\bar{p} \land \bar{q})$

CƠ SỞ LOGIC

Ví dụ 1: Chứng minh $(p \to q) \wedge \bar{q} \wedge (q \to r) \Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$

<u>Giải:</u>

$$(p \to q) \wedge \bar{q} \wedge (q \to r)$$
$$\Leftrightarrow (\bar{p} \vee q) \wedge \bar{q} \wedge (\bar{q} \vee r)$$
$$\Leftrightarrow [(\bar{p} \vee q) \wedge \bar{q}] \wedge [\bar{q} \wedge (\bar{q} \vee r)]$$
$$\Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q}) \wedge \bar{q}$$
$$\Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$$

CƠ SỞ LOGIC

Ví dụ 2: Chứng minh $\{[(\bar{p} \wedge q \wedge \bar{r}) \to \bar{q}] \to (p \vee r)\} \Leftrightarrow (p \vee q \vee r)$

<u>Giải:</u>

$[(\bar{p} \wedge q \wedge \bar{r}) \to \bar{q}] \to (p \vee r)$

$\Leftrightarrow \overline{\overline{p \vee r} \wedge q} \vee \bar{q} \to (p \vee r)$

$\Leftrightarrow \overline{(p \vee r) \vee \bar{q}} \vee (p \vee r)$

$\Leftrightarrow (\overline{p \vee r} \wedge q) \vee (p \vee r)$

$\Leftrightarrow [\overline{p \vee r} \vee (p \vee r)] \wedge (p \vee q \vee r)$

$\Leftrightarrow p \vee q \vee r$

CƠ SỞ LOGIC

4. Quy tắc suy diễn

4.1. Định nghĩa:

– Xét những lập luận dạng:

Nếu có p_1, có p_2, có p_3, ..., có p_n

Thì có q

– Ta gọi đây là dạng lập luận đúng nếu:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q) \Leftrightarrow 1$$

– Khi đó, ta gọi đây là một quy tắc suy diễn.

CƠ SỞ LOGIC

– Các cách biểu diễn của quy tắc suy diễn:

Cách 1: Biểu thức hằng đúng

$$[(p_1 \land p_2 \land \cdots \land p_n) \to q] \Leftrightarrow 1$$

Cách 2: Dòng suy diễn

$$(p_1 \land p_2 \land \cdots \land p_n) \Rightarrow q$$

Cách 3: Mô hình suy diễn

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \\ \hline \therefore q \end{array}$$

CƠ SỞ LOGIC

4. Quy tắc suy diễn

4.2. Các quy tắc suy diễn cơ bản:

a. Quy tắc khẳng định

Dạng hằng đúng:

$$[(p \to q) \land p] \to q$$

Dạng mô hình:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

b. Quy tắc phủ định

Dạng hằng đúng:

$$[(p \to q) \land \bar{q}] \to \bar{p}$$

Dạng mô hình:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \bar{q} \\ \hline \therefore \bar{p} \end{array}$$

CƠ SỞ LOGIC

4. Quy tắc suy diễn

4.2. Các quy tắc suy diễn cơ bản:

c. Quy tắc tam đoạn luận

Dạng hằng đúng:

$$[(p \to q) \land (q \to r)] \to (p \to r)$$

Dạng mô hình:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q \to r \quad} \\ \therefore p \to r \end{array}$$

d. Quy tắc tam đoạn luận rời

Dạng hằng đúng:

$$[(p \lor q) \land \bar{q}] \to p, [(p \lor q) \land \bar{p}] \to q$$

Dạng mô hình:

$$\begin{array}{l} p \lor q \\ \underline{\bar{q} \quad\quad} \\ \therefore p \end{array} \quad \text{hay} \quad \begin{array}{l} p \lor q \\ \underline{\bar{p} \quad\quad} \\ \therefore q \end{array}$$

CƠ SỞ LOGIC

4. Quy tắc suy diễn

4.2. Các quy tắc suy diễn cơ bản:

e. Quy tắc phản chứng

Dạng hằng đúng:

$$p \land \overline{q} \to 0$$

Dạng mô hình:

$$\begin{array}{l} p \\ \overline{q} \\ \hline \therefore 0 \end{array}$$

f. Quy tắc chứng minh theo trường hợp

Dạng hằng đúng:

$$(p \to r) \land (q \to r) \to [(p \lor q) \to r]$$

Dạng mô hình:

$$\begin{array}{l} p \to r \\ q \to r \\ \hline \therefore (p \lor q) \to r \end{array}$$

CƠ SỞ LOGIC

4. Quy tắc suy diễn

4.2. Các quy tắc suy diễn cơ bản:

g. Phản ví dụ:

Để kiểm chứng một suy luận SAI, ta có thể chỉ ra một ví dụ mà suy luận đó sai.

Ví dụ 1: Hãy kiểm tra suy luận:

$$\begin{array}{l} p \to r \\ p \\ \bar{r} \to q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

CƠ SỞ LOGIC

Ví dụ 1: Hãy kiểm tra suy luận:

$$\begin{array}{l} p \to r \\ p \\ \bar{r} \to q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

<u>Giải:</u> $[(p \to r) \wedge p \wedge (\bar{r} \to q)] \to q$

Với $p = 1, q = 0, r = 1$ thì biểu thức trên trở thành $1 \to 0$ (sai)

Vậy suy luận trên là không đúng.

CƠ SỞ LOGIC

Ví dụ 2: Hãy kiểm tra tính đúng sai của suy luận sau:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \to s \\ (s \land q) \to (p \land t) \\ t \to \bar{p} \\ \hline \therefore \bar{r} \lor \bar{p} \end{array}$$

CƠ SỞ LOGIC

Ví dụ 2:

	$p \to q$	(1)
	$r \to s$	(2)
	$(s \wedge q) \to$	(3)
	$(p \wedge t)$	(4)
	$t \to \bar{p}$	(5)
	r	(6)
	p	
	0	
(4) & (6):	$\bar{t}$	(7)
(2) & (5):	s	(8)
(1) & (6):	q	(9)
(3) & (8) & (9):	$p \wedge t$	(10)
(10) & (7):	0	

Sharing is learning

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.1. Vị từ:

– Khái niệm: Vị từ là một khẳng định $p(x, y, \dots)$ trong đó $x, y, \dots$ là các biến thuộc tập hợp $A, \mathrm{B}, \dots$ cho trước sao cho:

+ Bản thân $p(x, y, \dots)$ không phải là mệnh đề.

+ Nếu thay $x, y, \dots$ thành giá trị cụ thể thì $p(x, y, \dots)$ là mệnh đề.

– Ví dụ:

+ $p(\mathrm{x}, \mathrm{y}) =$ "$\boldsymbol{x}$ **chia hết cho 3 thì** $\boldsymbol{y}$ **chia hết cho 5**" không phải là mệnh đề. Khi cho $x = 7, y = 8$, $p(7,8) =$ "7 chia hết cho 3 thì 8 chia hết cho 5" là một mệnh đề đúng.

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.1. Vị từ:

– Các phép toán trên vị từ:

+ Phủ định: $\overline{p(x)}$

+ Phép hội: $p(x) \land q(x)$

+ Phép tuyển: $p(x) \lor q(x)$

+ Phép kéo theo: $p(x) \rightarrow q(x)$

+ Phép kéo theo hai chiều: $p(x) \leftrightarrow q(x)$

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.2. Lượng từ và các mệnh đề có chứa lượng từ

Giả sử $p(x)$ là một vị từ theo biến x, x xác định trên A.

– Lượng từ phổ dụng (∀). Kí hiệu: "$\forall x \in A, p(x)$". Mệnh đề đúng khi và chỉ khi $p(a)$ đúng với mọi giá trị $a \in A$.

– Lượng từ tồn tại (∃). Kí hiệu: "$\exists x \in A, p(x)$". Mệnh đề đúng khi và chỉ khi $p(a)$ đúng với ít nhất một giá trị $a \in A$.

Các mệnh đề trên được gọi là mệnh đề lượng từ hóa của $p(x)$.

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.2. Lượng từ và các mệnh đề có chứa lượng từ

Cho $p(x, y)$ là một vị từ theo 2 biến x, y xác định trên $A \times B$. Ta định nghĩa các mệnh đề lượng từ hóa của $p(x, y)$ như sau:

$$\text{“}\forall x \in A, \forall y \in B, p(x, y)\text{”} \equiv \text{“}\forall x \in A, (\forall y \in B, p(x, y))\text{”}$$

$$\text{“}\forall x \in A, \exists y \in B, p(x, y)\text{”} \equiv \text{“}\forall x \in A, (\exists y \in B, p(x, y))\text{”}$$

$$\text{“}\exists x \in A, \forall y \in B, p(x, y)\text{”} \equiv \text{“}\exists x \in A, (\forall y \in B, p(x, y))\text{”}$$

$$\text{“}\exists x \in A, \exists y \in B, p(x, y)\text{”} \equiv \text{“}\exists x \in A, (\exists y \in B, p(x, y))\text{”}$$

Khi xét chân trị của mệnh đề lượng từ hóa, ta luôn xét theo thứ tự từ trái sang phải.

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.2. Lượng từ và các mệnh đề có chứa lượng từ

Ví dụ: Hãy xét chân trị của các mệnh đề sau:

a) $A = "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, 3x + 5y = 8"$

b) $B = "\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, 3x + 5y < 0"$

Giải:

a) Mệnh đề A đúng vì $\forall x \in \mathbb{R}$, cho $y = \frac{8-3x}{5}, 3x + 5y = 8$ (đúng)

b) Mệnh đề B sai vì $\forall x \in \mathbb{R}$, cho $y = -\frac{3x}{5}, 3x + 5y = 0 < 0$ (sai)

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.3. Phủ định của mệnh đề cho chứa lượng từ

Quy tắc: Thay ∀ thành ∃, thay ∃ thành ∀, $p(x, y, \ldots)$ thành $\overline{p(x, y, \ldots)}$.

– Với vị từ 1 biến:

$$\overline{\forall x \in A, p(x)} \equiv \exists x \in A, \overline{p(x)}$$
$$\overline{\exists x \in A, p(x)} \equiv \forall x \in A, \overline{p(x)}$$

– Với vị từ 2 biến:

$$\overline{\forall x \in A, \forall y \in B, p(x, y)} \equiv \exists x \in A, \exists y \in B, \overline{p(x, y)}$$
$$\overline{\forall x \in A, \exists y \in B, p(x, y)} \equiv \exists x \in A, \forall y \in B, \overline{p(x, y)}$$
$$\overline{\exists x \in A, \forall y \in B, p(x, y)} \equiv \forall x \in A, \exists y \in B, \overline{p(x, y)}$$
$$\overline{\exists x \in A, \exists y \in B, p(x, y)} \equiv \forall x \in A, \forall y \in B, \overline{p(x, y)}$$

CƠ SỞ LOGIC

5. Vị từ, lượng từ

5.3. Phủ định của mệnh đề cho chứa lượng từ

Ví dụ: Tìm dạng phủ định của các mệnh đề sau và xét chân trị của mệnh đề vừa tìm được:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x < 0) \rightarrow (x + y = 0)$

b) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (x \neq y) \wedge (x \vdots y)$ (đề thi giữa kì II năm 2018-2019)

CƠ SỞ LOGIC

Giải:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x < 0) \to (x + y = 0)$

Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (x < 0) \land (x + y \neq 0)$$

Mệnh đề phủ định trên có chân trị sai vì với mọi giá trị thực của x, lấy $y = -x \Leftrightarrow x + y = 0 \Rightarrow (x < 0) \land (x + y \neq 0)$ sai.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (x \neq y) \land (x \vdots y)$

Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x = y) \lor \overline{x \vdots y}$$

Mệnh đề phủ định trên có chân trị đúng vì với mọi giá trị

thực của x, lấy $y = x \Rightarrow (x = y) \lor \overline{x \vdots y}$ đúng.

Chương 2

PHÉP ĐẾM

PHÉP ĐẾM

1.Các nguyên lý đếm

1.1.Nguyên lý cộng

Giả sử để thực hiện một công việc được phân thành n trường hợp riêng biệt, trong đó:

- Trường hợp 1 có x_1 cách thực hiện
- Trường hợp 2 có x_2 cách thực hiện
- ...
- Trường hợp n có x_n cách thực hiện

-> Khi đó, số cách thực hiện công việc trên là $x_1 + x_2 + \cdots + x_n$

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 1:

Bạn Huy đi mua trà sữa, gần đây có 3 chuỗi lớn, chuỗi A có 3 chi nhánh, chuỗi B có 4 chi nhánh, chuỗi C có 5 chi nhánh. Hỏi bạn Huy có bao nhiêu cách đi mua trà sữa?

Giải:

- Số cách mua ở chuỗi A: 3 (cách)
- Số cách mua ở chuỗi B: 4 (cách)
- Số cách mua ở chuỗi C: 5 (cách)

Theo nguyên lý cộng, tổng số cách bạn Huy đi mua trà sữa là:

$3 + 4 + 5 = 12$ (cách)

PHÉP ĐẾM

1. Các nguyên lý đếm

1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để thực hiện một công việc qua n bước liên tiếp, trong đó:

- Bước 1 có x_1 cách thực hiện
- Bước 2 có x_2 cách thực hiện
- ...
- Bước x_n có n cách thực hiện

->Khi đó số cách thực hiện công việc trên là $x_1 x_2 \dots x_n$

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 2 :

Giả sử một chi hội có 63 hội viên. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra một ban chấp hành chi hội gồm 1 chi hội trưởng, 1 chi hội phó và 1 ủy viên ban chấp hành chi hội.

Giải:

B1: bầu ra 1 chi hội trưởng: 63 (cách)

B2: bầu ra 1 chi hội phó: 62 (cách)

B3: bầu ra 1 ủy viên BCH: 61 (cách)

Theo nguyên lý nhân, tổng số cách bầu ra 1 BCH chi hội là:
$63.62.61 = 238266$ (cách)

PHÉP ĐẾM

1.Các nguyên lý đếm

1.3. Nguyên lý chuồng bồ câu (Dirichlet)

- Nếu xếp n đối tượng $(n > k)$ vào k cái hộp thì tồn tại ít nhất 1 hộp có chứa $\left[\frac{n}{k}\right]$ đối tượng.
- Trong đó, $\left[\frac{n}{k}\right]$ là số nguyên nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{k}$
- Ví dụ:

$$\left[\frac{4}{3}\right] = 2$$

$$[63] = 63$$

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 3:

Một bài thi IELTS được đánh giá band điểm từ 0 → 9. Hỏi rằng có ít nhất bao nhiêu thí sinh dự thi để chắc chắn có 5 thí sinh có kết quả giống nhau (biết rằng điểm thi đều là số tự nhiên).

Giải:

Gọi n là số thí sinh dự thi.

Vì điểm thi được đánh giá từ 0 → 9 ⇒ 10 điểm

Áp dụng nguyên lý chuồng bồ câu, ta có:

$\left\lceil \frac{n}{10} \right\rceil = 5 \Rightarrow 40 < n \leq 50 \Rightarrow n = 41$ (thí sinh)

PHÉP ĐẾM

2.Các phương pháp đếm

2.1.Hoán vị không lặp và hoán vị lặp

2.1.1.Hoán vị không lặp

Định nghĩa: Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n > 0)$. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một hoán vị của n phần tử. Số hoán vị của n phần tử được kí hiệu là P_n.

Công thức: $P_n = n!$

PHÉP ĐẾM

2.Các phương pháp đếm

2.1.Hoán vị không lặp và hoán vị lặp

2.1.2.Hoán vị lặp

Định nghĩa: Cho một tập hợp A có n phần tử, trong đó có n_1 phần tử phần tử a_1, n_2 phần tử a_2, …, n_k phần tử a_k với $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$. Khi đó một cách sắp thứ tự n phần tử của A được gọi là một hoán vị lặp của n phần tử của A.

Công thức:

$$\overline{\mathrm{P}_{\mathrm{n}}} = \frac{\mathrm{n}!}{\mathrm{n}_1!\,\mathrm{n}_2!\ldots\mathrm{n}_k!}$$

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 4:

Có bao nhiêu chuỗi ký tự khác nhau bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ GOOGLE?

Giải:

Trong từ GOOGLE có 2 chữ G, 2 chữ O, 1 chữ L và 1 chữ E. Do đó số chuỗi có được là:

$$\overline{P_7} = \frac{6!}{2!\,2!\,1!\,1!} = 180$$

PHÉP ĐẾM

2.Các phương pháp đếm

2.2.Chỉnh hợp không lặp và chỉnh hợp lặp

2.2.1.Chỉnh hợp không lặp

Định nghĩa: Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n > 0)$. Mỗi bộ gồm k phần tử $(1 \leq k \leq n)$, sắp thứ tự của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử được ký hiệu là A_n^k

Công thức:

$$A_n^k = \frac{n!}{(\mathrm{n}-\mathrm{k})!}$$

PHÉP ĐẾM

2.Các phương pháp đếm

2.2.Chỉnh hợp không lặp và chỉnh hợp lặp

2.2.2.Chỉnh hợp lặp

Định nghĩa: Một bộ thứ tự k phần tử được lấy từ tập hợp có n phần tử (có thể lặp lại) của tập hợp A được gọi là một chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử của A.

Công thức: $\overline{A_n^k} = n^k$

Chú ý: Số k có thể lớn hơn n.

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 5:

Bạn Dương tham gia một cuộc thi toán-tin cấp trường, trong đó có một câu hỏi như sau: "Bạn hãy cho biết có bao nhiêu dãy nhị phân có độ dài bằng 12." Hãy giúp bạn trả lời câu hỏi trên.

Giải:

- Do một số nhị phân chỉ có 2 phần tử là hoặc 0 hoặc 1.
- Tạo 1 dãy nhị phân có độ dài bằng 12

⇒ Theo công thức chỉnh hợp lặp, ta có: $\overline{A_2^{12}} = 2^{12} = 4096$

PHÉP ĐẾM

2.Các phương pháp đếm

2.3.Tổ hợp không lặp và tổ hợp lặp

2.3.1.Tổ hợp không lặp

Định nghĩa: Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n > 0$). Mỗi tập con gồm k phần tử ($0 \leq k \leq n$) của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử. Số các tổ hợp chập k của n phần tử được ký hiệu là C_n^k

Công thức:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

PHÉP ĐẾM

2.Các phương pháp đếm

2.3.Tổ hợp không lặp và tổ hợp lặp

2.3.2.Tổ hợp lặp

Định nghĩa: Một bộ gồm k phần tử không phân biệt thứ tự được lấy từ tập hợp A gồm n loại vật khác nhau (có thể lấy lặp lại) được gọi là một tổ hợp lặp chập k của n loại vật khác nhau của A.

Công thức: $\overline{C_n^k} = \mathrm{K}_n^k = C_{n+\mathrm{k}-1}^k$

Chú ý: Số k có thể lớn hơn n

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 6:

Bạn Huy đi mua vợt cầu lông, vào tiệm được nhân viên tư vấn 3 hãng vợt khác nhau là Y, L, V. Mỗi hãng vợt có ít nhất 12 cây (biết rằng trong cùng hãng thì loại vợt là giống nhau). Hỏi có bao nhiêu cách khác nhau để bạn Huy mua 12 cây vợt.

Giải:

- Mua 12 cây vợt khác nhau: k = 12
- Có 3 hãng vợt khác nhau: n = 3
- Số cách khác nhau để bạn Huy mua 12 cây vợt:

$$C_{n+\mathrm{k}-1}^{k} = C_{14}^{12} = 91$$

PHÉP ĐẾM

2.4.Một số công thức khác

1. $|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$
2. $|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3|$
$$-(|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + |A_2 \cap A_3|) + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

PHÉP ĐẾM

Ví dụ minh họa 7:

Trong một cuộc khảo sát tại một trường đại học nọ, có 2000 sinh viên thích bóng đá, 1300 sinh viên thích cầu lông, 600 sinh viên thích bóng rổ, 300 sinh viên thích cả bóng đá và cầu lông, 100 sinh viên thích cả bóng đá và bóng rổ, 50 sinh viên thích cả cầu lông và bóng rổ. Nếu tất cả 3800 sinh viên đều thích ít nhất 1 môn thể thao thì có bao nhiêu sinh viên thích cả ba môn thể thao?

Giải:

- Gọi A là số sinh viên thích bóng đá, B thích cầu lông, C thích bóng rổ
- Có: $|A_1 \cup A_2 \cup A_3|$

$$= |A_1| + |A_2| + |A_3| - (|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + |A_2 \cap A_3|) + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

⇒ Số sinh viên thích cả 3 môn thể thao là: 350 (sinh viên)

PHÉP ĐẾM

2.5. Thực chiến đề thi

Câu hỏi (dạng đề 2022,2023):

Bạn Huy bỏ 65 cái quấn cán cùng loại vào 4 hộp I, II, III, IV. Biết tất cả các hộp ban đầu chưa có cái quấn cán nào, hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp, sao cho:

a) Mỗi hộp đều có ít nhất 10 cái quấn cán

b) Hộp II có ít nhất 20 cái quấn cán và hộp III có tối đa 12 cái quấn cán

PHÉP ĐẾM

2.5. Thực chiến đề thi:

a) Gọi số quấn cán trong hộp I,II,III,IV lần lượt là: x_1, x_2, x_3, x_4

- Theo điều kiện đề bài, ta có:

- $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 65 \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 10, x_3 \geq 10, x_4 \geq 10 \end{cases}$

- $\begin{cases} (x_1 - 10) + (x_2 - 10) + (x_3 - 10) + (x_4 - 10) = 25 \\ x1 \ - 10 \geq 0, x2 - 10 \geq 0, x3 - 10 \geq 0, x4 - 10 \geq 0 \end{cases}$

->Vậy số cách thỏa đề bài là: $K_4^{25} = C_{28}^{25} = \ 3276\ (\text{cách})$

PHÉP ĐẾM

2.5. Thực chiến đề thi

b)Hộp II có ít nhất 20 cái quấn cán, hộp III có tối đa là 12 cái quấn cán

- Theo điều kiện đề bài, ta có:

- $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 65 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 20, x_3 \leq 12, x_4 \geq 0 \end{cases}$

- Ta áp dụng phương pháp tính phần bù: $\overline{x_3 \leq 12} \Leftrightarrow x_3 \geq 13$

- Lấy số cách của trường hợp gốc trừ cho số cách của trường hợp lấy phần bù ta được số cách thỏa đề bài:

- Điều kiện 1: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 65 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 20, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$

PHÉP ĐẾM

2.5. Thực chiến đề thi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (x_2 - 20) + x_3 + x_4 = 45 \\ x_1 \geq 0, x_2 - 20 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Vậy số cách chọn là $K_4^{45} = C_{48}^{45} = 17296$ (cách)

Điều kiện 2: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 65 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 20, x_3 \geq 13, x_4 \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (x_2 - 20) + (x_3 - 13) + x_4 = 32 \\ x_1 \geq 0, x_2 - 20 \geq 0, x_3 - 13 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

- Vậy số cách chọn: $K_4^{32} = C_{35}^{32} = 6545$ (cách)
- Vậy số cách thỏa mãn đề bài là: 17296 – 6545 = 10751 (cách)

Chương 3

QUAN HỆ

QUAN HỆ

3. Quan hệ hai ngôi

- **Định nghĩa:** Cho hai tập A và B, quan hệ hai ngôi từ A đến B là một tập hợp con R của tích Descartes giữa A và B (kí hiệu $R \subseteq$ A x B)
- Nếu (a, b) $\in R$ thì ta nói A có quan hệ R với B, ký hiệu là aRb
- Nếu (a, b) $\notin R$ thì ta ký hiệu a$\bar{R}$b
- Một quan hệ giữa tập A và chính nó được gọi là một quan hệ hai ngôi trên A

QUAN HỆ

3.Quan hệ hai ngôi

3.1.Các tính chất của quan hệ hai ngôi

- Một số tính chất của quan hệ hai ngôi:

R là một quan hệ hai ngôi trên A	Tính chất quan hệ
$aRa, \forall a \in A$	Tính phản xạ
$aRb \Rightarrow bRa, \forall a, b \in A$	Tính đối xứng
$(aRb \wedge bRa) \Rightarrow a = b, \forall a, b \in A$	Tính phản xứng
$(aRb \wedge bRc) \Rightarrow aRc, \forall a, b, c \in A$	Tính bắc cầu

QUAN HỆ

3.Quan hệ hai ngôi

3.2. Phân loại quan hệ

- Quan hệ R trên A có các tính chất:
  + Tính phản xạ
  + Tính đối xứng
  + Tính bắc cầu

⇒ Thì ta nói R là quan hệ tương đương

QUAN HỆ

3.Quan hệ hai ngôi

3.2. Phân loại quan hệ

- Quan hệ R trên A có các tính chất:
    + Tính phản xạ
    + Tính phản xứng
    + Tính bắc cầu

⇒ Thì ta nói R là quan hệ thứ tự

QUAN HỆ

Ví dụ minh họa 8:

- Chứng minh quan hệ R sau là quan hệ tương đương:

$$\forall x, y \in A, xRy \Leftrightarrow x^2 + 2x = y^2 + 2y$$

Giải:

$\forall \mathrm{x} \in A,\ x^2 + 2x = x^2 + 2x \Rightarrow \mathrm{xRx} \Rightarrow R$ có tính phản xạ (1)

$$\forall x, y \in A, \begin{cases} \mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x} = \mathrm{y}^2 + 2\mathrm{y} \\ \mathrm{y}^2 + 2\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 + 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{xRy} \\ \mathrm{yRx} \end{cases} \Leftrightarrow xRy = yRx,$$

R có tính đối xứng (2)

$$\forall x, y, z \in A, \begin{cases} \mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x} = \mathrm{y}^2 + 2\mathrm{y} \\ \mathrm{y}^2 + 2\mathrm{y} = \mathrm{z}^2 + 2\mathrm{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{xRy} \\ \mathrm{yRz} \end{cases} \Leftrightarrow xRz,$$

R có tính bắc cầu (3)

Từ$(1), (2)$ và $(3) \Rightarrow R$ là một quan hệ tương đương

QUAN HỆ

3.Quan hệ hai ngôi

3.3.Biểu diễn quan hệ

– Ta xét tập hợp $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ và tập hợp $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ và một quan hệ hai ngôi R giữa tập hợp X với tập hợp Y. Khi đó ma trận biểu diễn cho quan hệ R giữa tập hợp X với tập hợp Y là ma trận:

$$M_R = (a_{ij}), \text{với } a_{\mathrm{ij}} = \begin{cases} 1 \text{ khi } \mathrm{x_i R y_j} \\ 0 \text{ khi } \mathrm{x_i}\bar{R}\mathrm{y_j} \end{cases}$$

- Trong đó $x_i \in \mathrm{x}, \mathrm{y_j} \in \mathrm{y}$

QUAN HỆ

Ví dụ minh họa 9

Cho tập hợp $X = \{-2, 0, 1, 2, 3, 5\}$ và $Y = \{-1, 1, 4, 6\}$ và quan hệ hai ngôi R như sau: $xRy \Leftrightarrow (x + y)$ là số nguyên tố, với $x \in X, y \in Y$, ta có dạng liệt kê của quan hệ R như sau:

$$R = \{(-2,4), (1,1), (1,4), (1,6), (2,1), (3,-1), (3,4), (5,6)\}$$

Hãy lập ma trận biểu diễn cho quan hệ R

$$M_R = \begin{array}{c} \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} -1 & 1 & 4 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

QUAN HỆ

4.Quan hệ tương đương

– Khi R là một quan hệ tương đương trên X và $x \in X$. Khi đó lớp tương đương của phần tử x, ký hiệu là $[x]_R$ hay $\bar{x}$ là một tập hợp con của X và được xác định như sau:

$$\bar{x} = [x]_R = \{y \in X \mid yRx\}$$ là lớp tương đương chứa x trên X.

- Ta gọi ta hợp bao gồm các lớp tương đương chứa x trên X là tập thương xét theo quan hệ R trên X và ký hiệu là:

$$X/R = \{[x_1]_R, [x_2]_R, \dots, [x_n]_R\}$$

- Từ đây ta có thể viết lại tập hợp X dưới dạng phân hoạch của các lớp tương đương xét theo quan hệ R là:

$$X = [x_1]_R \cup [x_2]_R \cup \cdots \cup [x_n]_R$$

QUAN HỆ

4. Quan hệ tương đương

4.1.Các lưu ý

1. $\forall x \in A, x \in [x]$.

2. $\forall x, y \in A, xRy \Leftrightarrow [x] = [y]$.

3. Nếu $[x] \cap [y] \neq \emptyset$ thì $[x] = [y]$.

QUAN HỆ

4.2. Thực chiến đề thi

Câu hỏi (dạng đề 2022): Trên tập $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, cho quan hệ tương đương R như sau:

$$\forall x, y \in X, xRy \Leftrightarrow (x + y) \text{ là số chẵn.}$$

a) Hãy chỉ ra các lớp tương đương và tập thương của X theo quan hệ R

b) Biểu diễn sự phân hoạch của X bởi các lớp tương đương theo quan hệ R

QUAN HỆ

4.2 Thực chiến đề thi

a) Các lớp tương đương xét theo R là:

$$[-3]_R = \{-3,-1,1,3,5\} = [-1]_R = [1]_R = [3]_R = [5]_R$$

$$[-2]_R = \{-2,0,2,4\} = [0]_R = [2]_R = [4]_R$$

Tập thương $A/R = \{[-3]_R, [-2]_R\}$

b) Biểu diễn sự phân hoạch:

$$X = [-3]_R \cup [-2]_R$$

QUAN HỆ

4.2 Thực chiến đề thi

Câu hỏi (dạng đề 2021, 2023): Trên tập $X = \{2,3,4,5\}$, cho quan hệ $R = \{(2,2), (3,2), (4,2), (2,3), (3,3), (4,3), (2,4), (3,4), (4,4), (5,5)\}$.

a) Hãy chỉ ra các lớp tương đương và tập thương của X theo quan hệ R.

b) Biểu diễn sự phân hoạch của X bởi các lớp tương đương theo quan hệ R.

QUAN HỆ

4.2 Thực chiến đề thi

a) Các lớp tương đương xét theo R là:

$$[2]_R = \{2,3,4\} = [3]_R = [4]_R$$

$$[5]_R = \{5\}$$

Tập thương: $A/R = \{[2]_R, [5]_R\}$

b) Biểu diễn sự phân hoạch:

$$X = [2]_R \cup [5]_R$$

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.1. Định nghĩa:

Quan hệ R trên tập X được gọi là **quan hệ thứ tự** khi và chỉ khi nó có tính phản xạ, phản xứng và bắc cầu.

Ngoài kí hiệu R, ta còn thường kí hiệu quan hệ thứ tự bởi $\prec$.

– Ví dụ: Quan hệ ước số "|" và quan hệ chia hết "⋮" là hai quan hệ thứ tự trên $\mathbb{R}$

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.2. Quan hệ thứ tự bán phần, toàn phần:

– Định nghĩa phép so sánh: Trong quan hệ $(X, \prec)$, với hai phần tử a, b. Ta nói a và b so sánh được nếu $a \prec b$ hoặc $b \prec a$. Ngược lại, ta nói a và b không so sánh được.

– Quan hệ thứ tự $(X, \prec)$ được gọi là **quan hệ thứ tự toàn phần** nếu hai phần tử tùy ý của tập X đều so sánh được.

– Nếu tồn tại ít nhất một cặp phần tử thuộc tập X không so sánh được, ta gọi $(X, \prec)$ là **quan hệ thứ tự bán phần**.

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.2. Quan hệ thứ tự bán phần, toàn phần:

Câu hỏi: Trong các quan hệ thứ tự sau trên tập số tự nhiên $\mathbb{N}$, quan hệ nào là quan hệ toàn phần, quan hệ nào là quan hệ bán phần.

- Quan hệ ước $|$
- Quan hệ chia hết $\vdots$
- Quan hệ $\geq$

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.2. Biểu đồ Hasse

– Ta có thể biểu diễn các quan hệ thứ tự bằng một đồ thị đặc biệt gọi là biểu đồ Hasse.

– Định nghĩa trội, trội trực tiếp:

+ Phần tử b được gọi là phần tử trội của a trong quan hệ thứ tự $(X, \prec)$ nếu $a \prec b$.

+ Phần tử b được gọi là trội trực tiếp của a nếu không tồn tại phần tử c sao cho $a \prec c \prec b, a \neq c \neq b$.

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

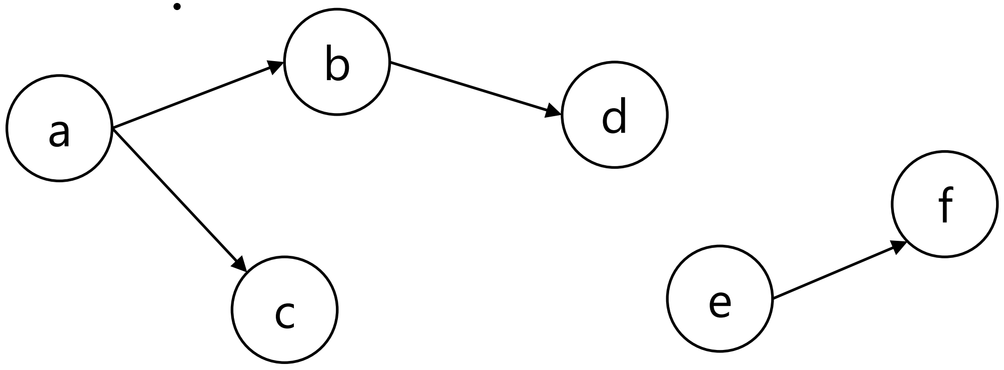
5.2. Biểu đồ Hasse

– Ta định nghĩa biểu đồ Hasse của quan hệ thứ tự $(X, \prec)$ là một đồ thị sao cho:

+ Mỗi phần tử của X được biểu diễn bởi một điểm.

+ Nếu b là trội trực tiếp của a thì vẽ một cung từ a đến b.

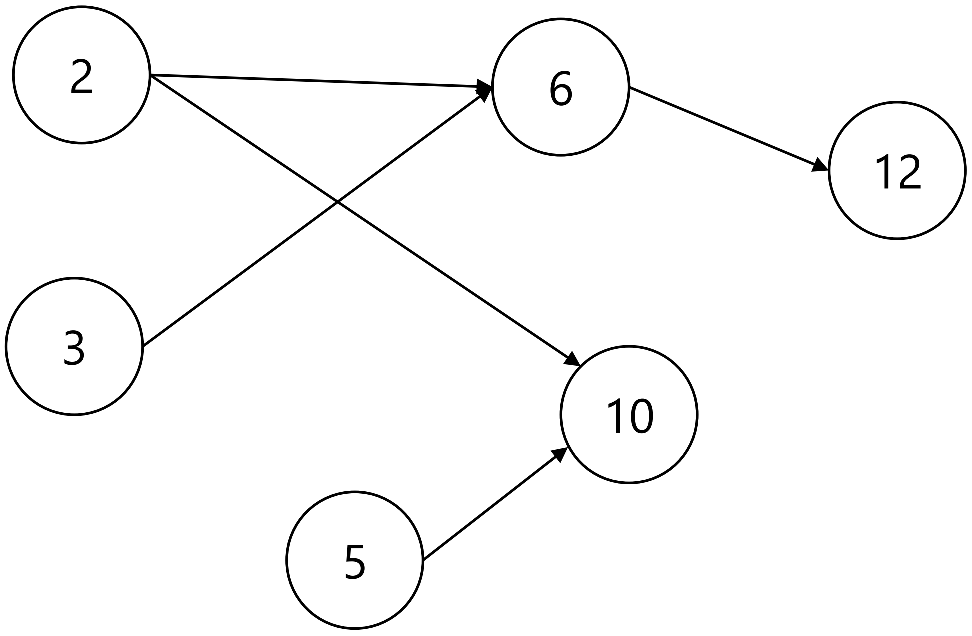
– Ví dụ:



$$a \prec b \prec d, a \prec c, e \prec f$$

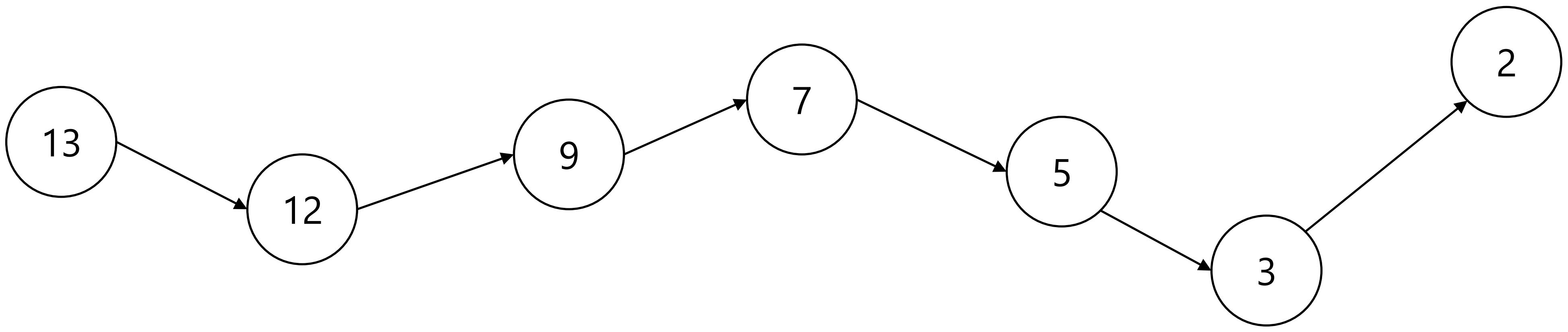
QUAN HỆ

Ví dụ 1: Cho quan hệ thứ tự "|" trên tập $X = \{2,3,5,6,10,12\}$. Hãy vẽ biểu đồ Hasse cho quan hệ trên.



QUAN HỆ

Ví dụ 2: Cho quan hệ thứ tự "$\geq$" trên tập $X = \{2,3,5,7,9,12,13\}$. Hãy vẽ biểu đồ Hasse cho quan hệ trên.



QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.3. Phần tử tối đại, tối tiểu, lớn nhất, nhỏ nhất

– Một số khái niệm (trong quan hệ thứ tự $(X,\prec)$):

+ Phần tử tối đại là phần tử mà không tồn tại phần tử nào khác trong X trội so với nó.

+ Phần tử tối tiểu là phần tử mà không trội so với bất kì phần tử nào khác trong X.

+ Phần tử lớn nhất là phần tử trội so với tất cả phần tử khác trong tập X.

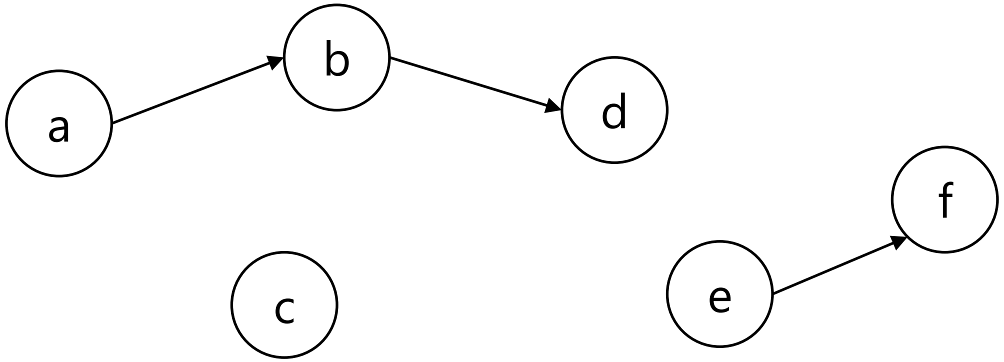
+ Phần tử nhỏ nhất là phần tử mà tất cả phần tử khác trong X đều trội với nó.

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.3. Phần tử tối đại, tối tiểu, nhỏ nhất, lớn nhất

– **Ví dụ 1:** Cho quan hệ $(X, \prec)$ có biểu đồ Hasse như hình dưới. Tìm phần tử tối đại, tối tiểu, nhỏ nhất, lớn nhất của quan hệ đó.



Phần tử tối đại: c, d, f

Phần tử tối tiểu: a, c, e

Phần tử lớn nhất: Không có

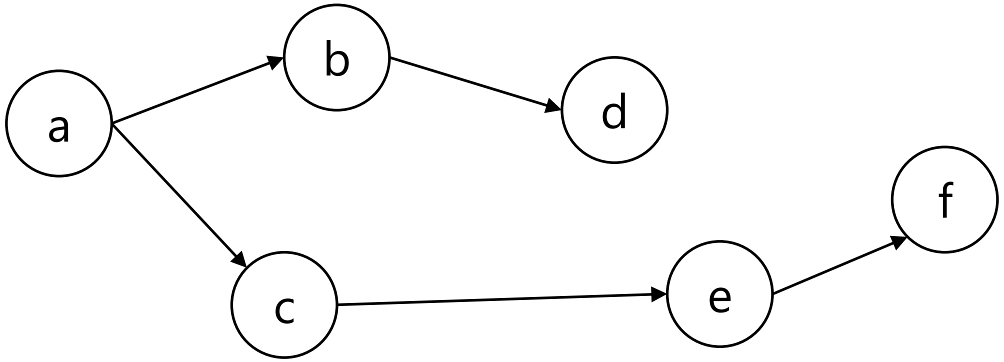
Phần tử nhỏ nhất: Không có

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.3. Phần tử tối đại, tối tiểu, nhỏ nhất, lớn nhất

– **Ví dụ 2:** Cho quan hệ $(X, \prec)$ có biểu đồ Hasse như hình dưới. Tìm phần tử tối đại, tối tiểu, nhỏ nhất, lớn nhất của quan hệ đó.



Phần tử tối đại: d, f

Phần tử tối tiểu: a

Phần tử lớn nhất: Không có

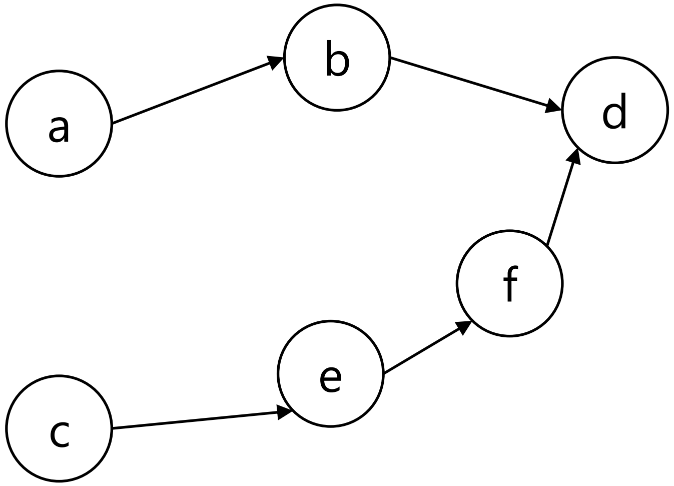
Phần tử nhỏ nhất: a

QUAN HỆ

5. Quan hệ thứ tự

5.3. Phần tử tối đại, tối tiểu, nhỏ nhất, lớn nhất

– **Ví dụ 2:** Cho quan hệ $(X, \prec)$ có biểu đồ Hasse như hình dưới. Tìm phần tử tối đại, tối tiểu, nhỏ nhất, lớn nhất của quan hệ đó.



Phần tử tối đại: d

Phần tử tối tiểu: a, c

Phần tử lớn nhất: d

Phần tử nhỏ nhất: Không có

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
HỌC THUẬT

- Training
- Giải đáp
- Chia sẻ

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
TRUYỀN THÔNG

- Design ấn phẩm
- Viết content
- Chụp ảnh

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
TIẾNG ANH

- Instagram
- TikTok
- Dịch thuật
- Thi thử

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
BAN HỌC TẬP

BAN HỌC TẬP CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

TRAINING GIỮA KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2023 – 2024

ĐOÀN KHOA
CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
BAN HỌC TẬP

Sharing is learning

HẾT

CẢM ƠN CÁC BẠN ĐÃ THEO DÕI
CHÚC CÁC BẠN CÓ KẾT QUẢ THI THẬT TỐT!

BAN HỌC TẬP

Khoa Công nghệ Phần mềm
Trường Đại học Công nghệ Thông tin
Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh

CONTACT

bht.cnpm.uit@gmail.com
fb.com/bhtcnpm
fb.com/groups/bht.cnpm.uit

TEAM TIẾNG ANH

english.with.bht@gmail.com
creative.owl.se
english.with.bht