HỘI TOẮN HỌCAVIỆT NAM

### OLYMPIC TOÁN HỌC SINH VIÊN TOÀN QUỐC

# ĐỀ CƯƠNG MÔN ĐẠI SỐ

### Phần I: SỐ PHỰC VÀ ĐA THỰC

1) Số phức, các tính chất cơ bản. Mô tả hình học của số phức.

2) Đa thức một biến: các phép toán của đa thức, số học của đa thức (phân tích thành nhân tử, ước chung lớn nhất, nguyên tố cùng nhau).

3) Nghiệm của đa thức, định lý Bezout, định lý Viete, đa thực đối xứng\*.

4) Bài toán xác định đa thức (nội suy, phương pháp hệ số bất định,...)

### Phần II: ĐAI SỐ TUYẾN TÍNH

1) Hệ phương trình tuyến tính.

a) Hệ phương trình tuyến tính. Ma trận.

b) Giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính bằng phương pháp khử Gauss-Jordan.

c) Nghiệm riêng và nghiệm tổng quát của hệ phương trình tuyến tính. Hệ phương trình tuyến tính không suy biến.

d) Không gian nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất.

2) Ma trân và đinh thức

a) Ma trận, các phép toán của ma trận và một số tính chất cơ bản.

b) Hạng của ma trận, cách tính.

c) Ứng dụng của ma trận vào việc nghiên cứu hệ phương trình tuyến tính. Định lý Kronecker-Capelli.

d) Định thức: định nghĩa (quy nạp theo cấp và theo phép thế), khai triển Laplace, tính chất của định thức, các phương pháp tính định thức.

e) Ma trận nghịch đảo, các phương pháp tìm ma trận nghịch đảo (phần bù đại số, biến đổi sơ cấp).

f) Ứng đụng của định thức vào việc giải hệ phương trình tuyến tính: Định lý Cramer.

g) Ma trận đồng dạng và tính chéo hóa được của ma trận\*.

h) Một số dạng ma trận đặc biệt: ma trận Vandermonde, ma trận đối xứng, ma trận phản đối xứng, ma trận Hermite, ma trận trực giao\*.

3) Không gian tuyến tính và ánh xạ tuyến tính.

a) Định nghĩa, không gian con, các ví dụ liên quan tới Đại số, Giải tích.

b) Cơ sở và số chiều.

c) Ánh xạ tuyến tính, ma trận biểu diễn.

d) Toán tử tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng.

e) Đa thức đặc trưng, đa thức tối thiểu, Định lý Cayley-Hamilton\*.

### Phần III: Tổ hợp

1) Chỉnh hợp, tổ hợp, tam giác Pascal, hệ số nhị thức.

2) Các quy tắc đếm cơ bản: quy tắc cộng, quy tắc nhân, nguyên lý bù trừ.

3) Phân hoạch của số tự nhiên.

4) Nguyên lý quy nạp, nguyên lý Dirichlet, nguyên lý cực hạn.

5) Chuỗi lũy thừa hình thức. Hàm sinh. Ứng dụng của hàm sinh\*.

#### TÀI LIỆU

[1] Nguyễn Hữu Việt Hưng: Đại số tuyến tính, NXB ĐHQG Hà Nội, 2000.

[2] Ngô Việt Trung: Đại số tuyến tính, NXB ĐHQG Hà Nội, 2002.

[3] Lê Tuấn Hoa: Đai số tuyến tính qua các ví du và bài tập, NXB ĐHQG Hà Nội, 2006.

[4] V. Prasolov: Polynomials, Springer, 2004.

[5] K. H. Rosen, Discrete Mathematics and Its Applications, Bản dịch tiếng Việt: Toán học rời rạc và Ứng dụng trong tin học, NXB Giáo dục, Hà Nội, 2007.

Ghi chú: Các nội dung có dấu \* là các nội dung chỉ dành cho sinh viên dự thi bảng A

HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM OLYMPIC TOÁN HỌC SINH VIÊN TOÀN QUỐC

## ĐỀ CƯƠNG MÔN GIẢI TÍCH

Phần I: Dãy số và Hàm số

- 1) Dãy hội từ, đãy đơn điệu, dãy bị chặn, dãy dần ra vô cực.
- 2) Các tính chất và phép toán về dãy hội tu.
- 3) Tìm giới hạn của dãy số.
- 4) Hàm đơn điệu, hàm bị chặn, hàm tuần hoàn, hàm chẵn và hàm lẻ, hàm ngược.
- 5) Giới han của hàm số.
- 6) Tính liên tục, các tính chất của hàm liên tục.
- 7) Hàm lồi, bất đẳng thức Jensen\*.

### Phần II: Giải tích trên hàm một biến

- 1) Phép tính vi phân hàm một biến.
  - a) Định nghĩa và các phép toán về đạo hàm.
  - b) Các định lý của Fermat, Rolle, Lagrange, Cauchy, L'Hôpital.
  - c) Công thức Taylor, công thức Maclaurin.
  - d) Cực trị, giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của hàm số.
  - e) Hàm lồi khả vi\*.
- 2) Phép tính tích phân hàm một biến.
  - a) Nguyên hàm và tích phân bất định.
  - b) Các phương pháp tính tích phân bất đinh.
  - c) Tích phân các hàm hữu tỷ, hàm vô tỷ, hàm lượng giác.
  - d) Đinh nghĩa và các phương pháp tính tích phân xác đinh, tính khả tích.
  - e) Định lý cơ bản của phép tính vi tích phân (đạo hàm của tích phân xác định theo cận của tích phân, công thức Newton-Leibniz).
  - f) Tích phân phu thuộc tham số.
  - g) Các định lý về trung bình tích phân.
  - h) Bất đẳng thức tích phân.
  - i) Sự hội tụ và phân kỳ của tích phân suy rộng, các tiêu chuẩn so sánh đối với tích phân của hàm dương\*.
- 3) Chuỗi số, dãy hàm và chuỗi hàm.
  - a) Chuỗi số, tiêu chuẩn Cauchy về điều kiện cần và đủ cho sự hội tụ của chuỗi\*.
  - b) Các tiêu chuẩn so sánh, tiêu chuẩn tích phân (Cauchy), tiêu chuẩn đối với chuỗi đan dấu (Leibniz), hôi tu tuyệt đối và hôi tu có điều kiên, tiêu chuẩn căn thức (Cauchy), tiêu chuẩn tỉ số (D'Alembert)\*.
  - c) Các tiêu chuẩn hội tụ Abel, Dirichlet\*.
  - d) Chuỗi lũy thừa\*.
  - e) Tiêu chuẩn hội tụ đều cho dãy hàm và chuỗi hàm một biến, các tính chất cơ bản của dãy hàm và chuỗi hàm hội tụ đều\*.

### Phần III: Không gian metric\*

- 1) Không gian metric, tôpô trên không gian metric.
- 2) Ánh xạ liên tục, đẳng cự, đồng phôi.
- 3) Các tính chất đầy đủ, compact, liên thông.

#### TÀI LIỆU

- [1] J. Dieudonné, Cơ sở giải tích hiện đại (Phan Đức Chính dịch, tập 1), NXB ĐH&THCN, 1978.
- [2] G.M. Fichtengon, Cơ sở giải tích toán học, NXB ĐH&THCN, 1986.
- [3] W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, McGraw-Hill Education, 1976.
- [4] Nguyễn Đình Trí (chủ biên), Toán học cao cấp, NXB Giáo dục, 2006.
- [5] Hoàng Tuy, Hàm thực và giải tích hàm, NXB ĐHQG Hà Nội, 2003

Ghi chú: Các nội dung có dấu \* là các nội dung chỉ dành cho sinh viên dự thi bảng A