

(Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang)

**Câu 1.**(1.5 điểm) Công ty J.D. Power cho biết 60% người mua xe ô tô sử dụng internet để tìm kiếm thông tin và so sánh giá. Giả sử khảo sát 100 người mua ô tô. Tính xác suất có 60 người sử dụng internet để tìm kiếm thông tin và so sánh giá.

**Câu 2.**(1.5 điểm) Số lỗi phần cứng  $X$  và số lỗi phần mềm  $Y$  trong một ngày tại một phòng máy vi tính có phân phối như sau:

$$P(X = 0, Y = 0) = 0.6, \quad P(X = 0, Y = 1) = 0.1,$$

$$P(X = 1, Y = 0) = 0.1, \quad P(X = 1, Y = 1) = 0.2.$$

$Y \backslash X$	0	1
0	0,6	0,1
1	0,1	0,2

a)  $X$  và  $Y$  có độc lập nhau hay không? Vì sao?

b) Tính  $P(Y = 1 | X = 0)$ .

$$P(X=0) = 0,6 + 0,1 = 0,7; \quad P(Y=0) = 0,7$$

**Câu 3.**(2 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời

$$P(X=0), \quad P(Y=0) = 0,49 \neq P(X=0, Y=0) = 0,6$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x + 2y) & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

a) Tìm hàm mật độ thành phần của  $Y$ .

b) Tìm hàm mật độ của  $X$  trong điều kiện  $Y = 0.5$ .

c) Tính xác suất  $P(0 < X \leq 0.5 | Y = 0.5)$ .

$$P(Y=1 | X=0) = \frac{P(Y=1, X=0)}{P(X=0)} = \frac{0,1}{0,7} = \frac{1}{7} = 0,1429.$$

$$H_0 \leq 20$$

$$H_1: > 20$$

**Câu 4.** (1.5 điểm) Malcheon Health Clinic tuyên bố rằng thời gian trung bình một bệnh nhân chờ khám không quá 20 phút. Một cuộc khảo sát ngẫu nhiên 15 bệnh nhân cho thấy thời gian chờ khám trung bình là 24.77 phút với độ lệch chuẩn có hiệu chỉnh là 7.26 phút. Giả sử thời gian chờ khám là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Dựa vào dữ liệu khảo sát, hãy kiểm tra tuyên bố của phòng khám đó có đúng không với mức ý nghĩa 0.05.

**Câu 5.**(2.5 điểm) Nếu một đồng xu có hai mặt cân bằng thì khi tung lên, tỉ lệ hiện mặt sấp và mặt ngửa là như nhau (nếu số lần tung đủ lớn). Do đó để kiểm tra một đồng xu có cân bằng hay không, người ta thử tung đồng xu đó 100 lần và thấy có 63 lần hiện mặt ngửa. Với mức ý nghĩa 0.05, có thể kết luận đồng xu đó không cân bằng hay không? Xây dựng khoảng tin cậy cho tỉ lệ xuất hiện mặt

$p$ : tỉ lệ mặt ngửa

1

$$H_0: p = 0,5 \text{ và } H_1: p \neq 0,5$$

$$\hat{p} = \frac{63}{100} = 0,63; \quad n = 100$$

$$\text{Mức ý nghĩa } \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \quad [0,5354; 0,7246]$$

• Độ chính xác

$$z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,0946$$

• Khoảng tin cậy cân tìm



$$\Phi(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = 2,6$$

$|z| = 2,6 > z_{\alpha/2}$  nên bác bỏ  $H_0$ . Vậy đồng xu không cân bằng.

ngửa của đồng xu đó với độ tin cậy 95%.

**Câu 6.** (1 điểm) Sau đây là dữ liệu về mã lực X và chiều dài quãng đường đi được Y (đơn vị dặm/gallon) của 12 động cơ:

X	151	220	198	134	213	121	247	162	239	140	253	237
Y	41	35	28	36.6	31.8	42.8	26.6	36.9	27.4	40.6	23.9	27.8

- Tính hệ số tương quan và nhận xét về tính tuyến tính của X và Y.
- Viết phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X. Dự đoán chiều dài quãng đường đi được khi mã lực bằng 350.

---

**Hết**

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Trưởng Bộ môn Toán-Lý

CAO THANH BÌNH

Câu 3. a. Hàm mật độ thành phần của Y

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \int_0^1 \frac{2}{3} (x + 2y) dx$$
$$= \frac{2}{3} \left( \frac{x^2}{2} + 2xy \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} y$$

Vậy  $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{4}{3} y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{trường hợp khác} \end{cases}$

b. Tìm  $f_X(x|y)$

$$f_X(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)} = \frac{\frac{2}{3}(x+2y)}{\frac{1}{3} + \frac{4}{3} y}$$

$$f_X(x|y=0,5) = \frac{2x+2}{3}$$

Vậy  $f_X(x|y=0,5) = \begin{cases} \frac{2x+2}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{các trường hợp khác} \end{cases}$

c.

$$P(0 \leq X \leq 0,5 | Y=0,5) = \int_0^{0,5} f_X(x|y=0,5) dx$$
$$= \int_0^{0,5} \frac{2}{3} (x+1) dx = \frac{5}{12}$$

Câu 4. Đặt  $\mu$  là thời gian chờ khám trung bình

Ta kiểm định: Giả thuyết  $H_0: \mu = 20$

Đối thuyết  $H_1: \mu > 20$

Theo đề bài  $\bar{x} = 24,77$ ;  $n = 15$ ;

$$s = 7,26$$

Mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$ , ta có

$$t_\alpha = 1,761$$

Ta có  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{24,77 - 20}{7,26/\sqrt{15}} = 2,54$

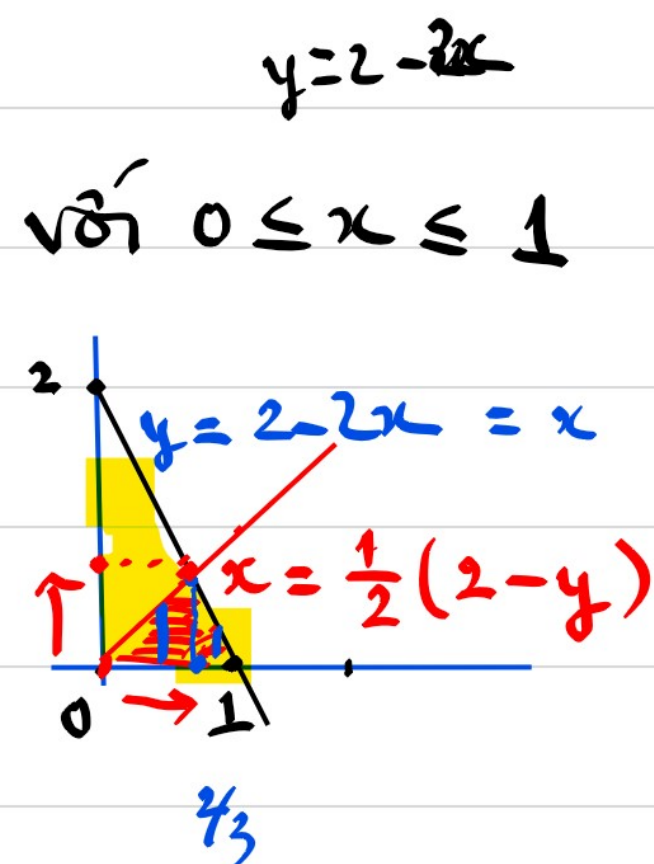
Vì  $t = 2,54 > t_\alpha$  nên bác bỏ  $H_0$ .

Ta không đồng ý với phát biểu thời gian chờ trung bình không quá 20 phút.



$$f(x,y) = \begin{cases} 6xy & \text{với } 0 \leq x \leq 1, \underline{0 \leq y \leq 2-2x} \\ 0 & \text{trường hợp khác} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a. \quad f_x(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy \\ &= \int_0^{2-2x} 6xy dy \\ &= 3xy^2 \Big|_0^{2-2x} = \dots \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f_y(y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx \quad \text{với } \underline{0 \leq y \leq 2} \\ &= \int_0^{\frac{1}{2}(2-y)} 6xy dx \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Y < X) &= \int_0^1 \int_0^x f(x,y) dy dx + \int_{2/3}^1 \int_0^{2-2x} f(x,y) dy dx \\ &= \int_0^{2/3} \int_y^{\frac{1}{2}(2-y)} dx dy \end{aligned}$$