

Câu 1: (2 điểm) Trong một lớp học, có 80% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint để trình chiếu, 30% sinh viên biết sử dụng Latex và 15% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên của lớp.

- Tính xác suất sinh viên này biết sử dụng ít nhất một trong hai phần mềm trên.
- Giả sử sinh viên này biết sử dụng PowerPoint. Tính xác suất sinh viên này biết sử dụng Latex.

Câu 2: (2 điểm) Xác suất một người được nhận làm việc tại công ty A là 0,95 với điều kiện là người đó đã có bằng kỹ sư. Nếu không có bằng kỹ sư thì xác suất một người được nhận làm việc là 0,15. Xác suất một người xin vào làm việc tại công ty A có bằng kỹ sư là 50%. Với một người đã được nhận làm việc tại công ty A, hãy tính xác suất mà người đó có bằng kỹ sư.

Câu 3: (2 điểm) Một loại pin đồng hồ có bảo hành một năm. Gọi X là tuổi thọ của pin (tính bằng năm). Giả sử X là một biến ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

- Tìm c .
- Tính tuổi thọ trung bình của loại pin đó.

Câu 4: (3 điểm) Theo tổ chức Wigtcom (Phần Lan) công bố năm 2022, chỉ số thông minh (IQ) trung bình của người Việt Nam là 109,37 và độ lệch chuẩn là 12,49. Giả sử chỉ số thông minh của người Việt Nam có phân phối chuẩn.

- Có bao nhiêu phần trăm người Việt Nam có chỉ số IQ trên 120?
- Những người Việt Nam có chỉ số IQ cao nhất thuộc top 3% sẽ có chỉ số IQ thấp nhất là bao nhiêu?

Câu 5. (1 điểm) Một chương trình máy tính có khả năng nhận diện số 1 trong ảnh với xác suất 60%. Nhập vào chương trình 1500 hình ảnh có số 1. Tính xác suất chương trình nhận diện được 910 số 1.

_____ Hết _____

Sinh viên được sử dụng tài liệu giấy và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

TRƯỞNG BỘ MÔN TOÁN - LÝ

TS. CAO THANH TÌNH

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu 1: (2 điểm)

Biến cố A : sinh viên biết sử dụng PowerPoint

Biến cố B : Sinh viên biết sử dụng Latex.

$$P(A) = 0,8; \quad P(B) = 0,3; \quad P(A \cap B) = 0,15. \quad (0,5 \text{ điểm})$$

a. Xác suất sinh viên biết sử dụng ít nhất một trong hai phần mềm

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0,8 + 0,3 - 0,15 = 0,95 \end{aligned} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Tính

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{0,15}{0,8} = 0,1875. \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 2: (2 điểm)

Biến cố A_1 : người có bằng kỹ sư; biến cố A_2 : người không có bằng kỹ sư; biến cố B : người được nhận làm việc tại công ty A.

Xác suất người đó được nhận làm việc

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 0,5 \cdot 0,95 + 0,5 \cdot 0,15 = 0,55 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Xác suất người đó có bằng kỹ sư biết rằng đã được nhận làm việc

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{0,5 \cdot 0,95}{0,55} = 0,8636 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 3: (3 điểm)

a. Tìm c .

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_1^{+\infty} \frac{c}{x^3}dx \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$c = 2 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Tuổi thọ trung bình của pin

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_1^{+\infty} x \frac{2}{x^3}dx \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 2 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 4. (3 điểm)

Đặt X là chỉ số thông minh của người Việt Nam. Theo đề bài $X \sim N(109, 37; 12, 49^2)$ với $\mu = 109, 37$ và $\sigma = 12, 49$. (0,5 điểm)

a. Số người có chỉ số IQ trên 120.

$$P(X > 120) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{120 - 109, 37}{12, 49}\right) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > 0, 85\right) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 1 - \Phi(0, 85) = 1 - 0, 8023 = 0, 1977 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Có 19,77% người Việt Nam có chỉ số thông minh trên 120.

b. Đặt t là chỉ số IQ thấp nhất để thuộc top 3%. Theo đề bài

$$P(X \geq t) = 0, 03 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

hay

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{t - 109, 37}{12, 49}\right) = 0, 03 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Suy ra

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{t - 109, 37}{12, 49}\right) = 1 - 0, 03 = 0, 97 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Dùng bảng phân phối chuẩn, ta có

$$\frac{t - 109, 37}{12, 49} = 1, 88 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Như vậy $t = 132, 85$. (0,25 điểm)

Câu 5. (1 điểm) Đặt X là số số 1 được nhận diện trong 1500 hình. Theo đề bài $X \sim B(1500; 0, 6)$ với $n = 1500$ và $p = 0, 6$. (0,25 điểm)

Vì $np \geq 5$ và $n(1 - p) \geq 5$ nên $X \approx N(np; np(1 - p))$. (0,25 điểm)

Khi đó

$$P(X = 910) = P(909, 5 < X < 910, 5) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\begin{aligned} &= P\left(\frac{909, 5 - 900}{6\sqrt{10}} < \frac{X - np}{\sqrt{np(1 - p)}} < \frac{910, 5 - 900}{6\sqrt{10}}\right) \\ &= \Phi(0, 55) - \Phi(0, 5) = 0, 7088 - 0, 6915 = 0, 0173 \quad (0,25 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

Lưu ý: Nếu sinh viên dùng phân phối nhị thức

$$P(X = 910) = C_{1500}^{910} \cdot (0, 6)^{910} \cdot (0, 4)^{1500-910}$$

nhưng không có kết quả thì cho 0,5 điểm.

Hết