ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BÔ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI GT CHỌN ĐỘI ÔN TẬP DỰ THI OLYMPIC

Năm học 2022 - 2023 Ngày thi: 24/12/2022 Thời gian làm bài: 90 phút Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. Giả sử dãy $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ hội tụ và dãy $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ phân kỳ. Có thể kết luận gì về sự hội tụ của các dãy sau:

a)
$$\left\{x_n + y_n\right\}_{n=1}^{\infty}$$

b)
$$\left\{x_n y_n\right\}_{n=1}^{\infty}$$

Cho các ví dụ tương ứng (cho trường hợp b).

Câu 2. Tìm các giới hạn sau (nếu có):

a)
$$\lim_{x \to a^{+}} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x - a}}{\sqrt{x^{2} - a^{2}}}$$

b)
$$\lim_{x\to 0} e^{-\frac{1}{x^2}} x^{-100}$$

c)
$$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}$$
 $(m, n \in \mathbb{N}^*)$

Câu 3. Chứng tỏ rằng hàm $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ khi $x \neq 0$ và f(0) = 0, liên tục tại x = 0 nhưng tại điểm đó không có đạo hàm.

Câu 4. Tính tổng chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}).$

Câu 5. Xét sự hội tụ của các chuỗi số sau:

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{\left(n+\frac{1}{n}\right)^n}$$

b)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}$$

c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$$
, $u_n = \frac{1! + 2! + ... + n!}{(2n)!}$

Trưởng BM Toán - Lý

Cao Thanh Tình