

Bài tập Giải tích - Phần 2

Nguyễn Minh Trí

Ngày 29 tháng 10 năm 2023

1 Giới hạn và đạo hàm của hàm một biến

2 Tích phân hàm số một biến

3 Chuỗi số và chuỗi hàm

4 Hàm số nhiều biến

5 Tích phân bội

Bài 5.1. Tính tích phân

- a. $\iint_D (1 + xy) dA, \quad D : x = y, x = y^2$
- b. $\iint_D 2xy^2 dA, \quad D : x^2 = y, 8x = y^2$
- c. $\iint_D x dA, \quad D$ là tam giác $O, A(1, 1), B(1, 2)$
- d. $\iint_D x^2 y^2 dA, \quad D : x^2 + y^2 \leq 9$
- e. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dA, \quad D : x^2 + y^2 + 4y \leq 0$
- f. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dA, \quad D : x^2 + y^2 - 4y \leq 0, x \geq 0$
- g. $\iint_D (x + 2y + 3) dA, \quad D : y = 4 - x^2, y = 0$
- h. $\iint_D x^3 y dA, \quad D : x^2 + y^2 \leq 1, x + y \geq 1$
- i. $\iint_D \frac{y}{x} dA, \quad D : x^2 + y^2 = 2x, y > 0, y \leq x$
- j. $\iint_D 84x^2 dA, \quad D : x \geq -y, x \leq y^2, 0 \leq y \leq 1$

k. $\iint_D dA, \quad D : y = 1 - x, y = 2 - x, y = 2x - 1, y = 2x - 3$

Bài 5.2. Đổi cận của các tích phân sau

a. $\int_0^6 \int_{x/3}^2 f(x, y) dy dx$

b. $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy dx$

c. $\int_{-3}^3 \int_0^{9-x^2} f(x, y) dy dx$

d. $\int_0^2 \int_{y-2}^{2-y} f(x, y) dx dy$

e. $\int_{-1}^2 \int_{y^2}^{2+y} f(x, y) dx dy$

f. $\int_0^1 \int_y^{y^2+1} f(x, y) dx dy$

Bài 5.3. Tính các tích phân

a. $\iiint_{\Omega} 3z dV, \quad \Omega : x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 2$

b. $\iiint_{\Omega} y^2 dV, \quad \Omega : x^2 + z^2 \leq 2y, 0 \leq y \leq 8$

c. $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dV, \quad \Omega : 0 \leq z \leq \frac{x^2 + y^2}{2}, x^2 + y^2 = 4$

d. $\iiint_{\Omega} z dV, \quad \Omega : x \geq 0, z \geq 0, y \geq 3x, 9 \geq y^2 + z^2$

e. $\iiint_{\Omega} z dV, \quad \Omega : x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq z \leq 4$

f. $\iiint_{\Omega} e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} dV, \quad \Omega : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

g. $\iiint_{\Omega} 3z dV, \quad \Omega : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z = \sqrt{x^2 + y^2}$

h. $\iiint_{\Omega} x^2 dV, \quad \Omega : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$

6 Tích phân đường

Bài 6.1. Tính tích phân

- $\int_C xy ds$, C là đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$
- $\int_C 4x^3 ds$, C là đường cong $y = x^3 - 1$ nằm trong góc phần tư thứ nhất
- $\int_C xy^2 ds$, C là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 16, x \geq 0$.
- $\int_C x ds$, C là một phần tư đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ từ $(2, 0)$ đến $(0, 2)$
- $\int_C xe^y ds$, C là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ từ $(1, 0)$ đến $(-1, 0)$
- $\int_C x ds$, C đoạn thẳng từ $(0, 2)$ đến $(-2, 0)$

Bài 6.2. Tính các tích phân

- $\int_C y dx + 2x dy$, C là đoạn thẳng từ $A(1, 1)$ đến $B(2, 4)$
- $\int_C 3xy dx + 2x^2 dy$, C là một phần parabol $y = x^2$ từ $A(1, 1)$ đến $B(2, 4)$
- $\int_C (x + y) dx + (y - x) dy$, C là một phần parabol $x = y^2$ từ $A(1, 1)$ đến $B(4, 2)$
- $\int_C (x + y) dx + (x^2 - y^2) dy$, C là một phần parabol $y = 2x^2$ từ $A(0, 0)$ đến $B(2, 8)$
- $\int_C y^2 dx + x dy$, C là một phần parabol $x = 4 - y^2$ từ $A(-5, -3)$ đến $B(0, 2)$
- $\int_C xy dx + xy^2 dy$, C là một phần đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ từ $A(1, 0)$ đến $B(0, 1)$
- $\int_C x^2 y dx - x(y^2 + 1) dy$, C là đường có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ từ $A(-2, 0)$ đến $B(2, 0)$.
- $\int_C (x^3 + 5xy) d(x^2 y - y^3)$, C là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 6x$ với $x \geq 3$ theo ngược chiều kim đồng hồ.

7 Phương trình vi phân

Bài 7.1. Giải các phương trình

a. $e^x y' + y^2 = xy^2$ với $x > 0, y > 0, y(1) = e$.

b. $y' = 2 - \frac{2}{y^2}$ với $y(1) = 2$

c. $y' = \frac{2 \cos 2x}{3 + 2y}$ với $y(0) = -1$

d. $2xy + 6x + (x^2 - 4)y' = 0$

e. $x^2 y' = 1 - x^2 + y^2 - x^2 y^2$ với $y(1) = 0$

Bài 7.2. Giải các phương trình

a. $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$

b. $x^2 y' = y^2 + xy$ với $y(1) = 1$

c. $xy^3 y' = 2y^4 + x^4$

d. $(x^2 - y^2)y' = 2xy$

Bài 7.3. Giải các phương trình

a. $(3x^2 y^2 + x^2)dx + (2x^3 y + y^2)dy = 0$

b. $(3x^2 + 2xy^2)dx + 2x^2 y dy = 0$

c. $(3x^2 + 4xy)dx + (2x^2 + 2y)dy = 0$

Bài 7.4. Giải các phương trình

a. $y' + 2y = e^{-x}$ với $y(0) = \frac{3}{4}$

b. $y' - 2xy = x$ với $y(0) = 0$

c. $y' - \frac{1}{x}y = x^3$ với $x > 0$

d. $xy' + 2y = 4x^2$

e. $(x^2 + 1)y' + 4xy = x$ với $y(2) = 1$

f. $y' + 2xy = e^{x-x^2}$ với $y(0) = -1$

Bài 7.5. Giải các phương trình

a. $x^2 y' - y^2 = 2xy$

b. $y' = 5y - 5xy^3$ với $y(0) = 1$

c. $y' + 2xy + xy^4 = 0$

Bài 7.6. Giải các phương trình

a. $y'' - 2y' + y = 2xe^x$

b. $y'' - 4y' + 4y = 6xe^x$

c. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

d. $y'' - 2y' + y = e^x \ln x$ với $x > 0$

e. $x^2 y'' + xy' - y = x^2 e^x$ với $x \neq 0$

f. $y'' + 5y' + 6y = 12(x + e^x)$

g. $y'' + 6y' + 13y = 13x^2 - x + 22$

h. $y'' + 2y' + 2y = \cos 2x$

i. $y'' - y' + y = 2 \sin 3x$