

Câu 1. Giả sử dãy $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ hội tụ và dãy $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ phân kỳ. Có thể kết luận gì về sự hội tụ của các dãy sau:

a) $\{x_n + y_n\}_{n=1}^{\infty}$

b) $\{x_n y_n\}_{n=1}^{\infty}$

Cho các ví dụ tương ứng (cho trường hợp b).

Câu 2. Tìm các giới hạn sau (nếu có):

a) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x^2}} x^{-100}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx} \quad (m, n \in \mathbb{N}^*)$

Câu 3. Chứng tỏ rằng hàm $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ khi $x \neq 0$ và $f(0) = 0$, liên tục tại $x = 0$ nhưng tại điểm đó không có đạo hàm.

Câu 4. Tính tổng chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$.

Câu 5. Xét sự hội tụ của các chuỗi số sau:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\frac{1}{n}}}{\left(n + \frac{1}{n}\right)^n}$

b) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad u_n = \frac{1! + 2! + \dots + n!}{(2n)!}$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

Cao Thanh Tình