

Câu 2. a. $P(X=0, Y=0) = 0,6$

$$P(X=0) = 0,7 ; P(Y=0) = 0,7$$

$$\Rightarrow P(X=0, Y=0) \neq P(X=0) \cdot P(Y=0)$$

$\Rightarrow X, Y$ không độc lập

b. $P(Y=1 | X=0) = \frac{P(Y=1, X=0)}{P(X=0)} = \frac{0,1}{0,7} = \frac{1}{7}$

Câu 3. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y) & , 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0 & , \text{còn lại} \end{cases}$

a. $f_y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y) dx, 0 \leq y \leq 1$
 $= \frac{2}{3} \left(\frac{x^2}{2} + 2xy \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}y$

Vậy $f_y(y) = \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{4}{3}y & , 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & , y \notin [0, 1] \end{cases}$

b. $f_x(x | y=0,5) = \begin{cases} \frac{f(x, y=0,5)}{f_y(y=0,5)} = \frac{\frac{2}{3}(x+1)}{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} & , 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , x \notin [0, 1] \end{cases}$
 $= \begin{cases} \frac{2}{3}(x+1) & , x \in [0, 1] \\ 0 & , x \notin [0, 1] \end{cases}$

c. $P(0 < x \leq 0,5 | y=0,5)$
 $= \int_0^{0,5} \frac{2}{3}(x+1) dx = \frac{5}{12}$

Câu 4. Đặt μ : là thời gian chờ khám trung bình

Ta kiểm định: Giả thuyết $H_0: \mu = 20$ và đối thuyết $H_1: \mu > 20$

Theo đề bài $\bar{x} = 24,77; s = 7,26; n = 15$

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow t_\alpha = 1,761$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = 2,555$$

Vì $t > t_\alpha$ nên bác bỏ H_0

Vậy tuyên bố của phòng khám không đúng.

Câu 5. Đặt p là tỉ lệ mặt ngửa

Ta kiểm định: Giả thuyết $H_0: p = 50\%$ và đối thuyết $H_1: p \neq 50\%$

Theo đề bài: kích thước mẫu $n = 100$

tỷ lệ mẫu $f = \frac{63}{100} = 0,63$
 Muốn ý nghĩa $\alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha_2 = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha_2} = 1,96$

$z = \dots = 2,6$

Vì $|z| > z_{\alpha_2}$ nên bác bỏ H_0

Vậy đồng xu không cân bằng.

* Độ tin cậy $1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha_2} = 1,96$

Độ chính xác $z_{\alpha_2} \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0,0946$

Khoảng tin cậy $[0,5354; 0,7246]$

Câu 2. (2 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên X, Y có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} 6xy & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, \underline{0 \leq y \leq 2 - 2x}, \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

a) Tìm hàm mật độ thành phần của X . **Y**

b) Tính $P(Y < 0.5 | X < 0.5)$.

c. $P(X < Y)$

a. Hàm mật độ thành phần của X

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \int_0^{2-2x} 6xy dy \quad 0 \leq x \leq 1$$

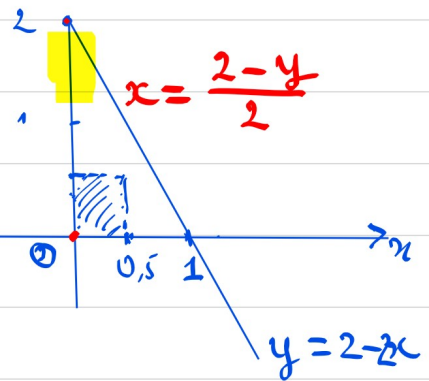
$$= 3xy^2 \Big|_0^{2-2x} = 3x(2-2x)^2$$

Vậy $f_X(x) = \begin{cases} 3x(2-2x)^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x \notin [0, 1] \end{cases}$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \int_0^{\frac{2-y}{2}} 6xy dx, \quad 0 \leq y \leq 2$$

$$= 3x^2y \Big|_0^{\frac{2-y}{2}} = \frac{3}{4}y(2-y)^2,$$

Vậy $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{4}y(2-y)^2, & 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & y \notin [0, 2] \end{cases}$



b. $P(Y < 0.5 | X < 0.5)$

$$= \frac{P(Y < 0.5, X < 0.5)}{P(X < 0.5)} = \frac{\int_0^{0.5} \int_0^{0.5} 6xy dx dy}{\int_0^{0.5} f_X(x) dx}$$

$$= \frac{\frac{3}{32}}{\frac{1}{16}} = \frac{3}{22} \cdot 2$$

c. $P(X < Y) =$

mit $x = y$ und $y = 2 - 2x$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \cdot \frac{2-2x}{2}$$

$$P(X < Y) = \int_0^{2/3} \int_x^{2-2x} 6xy \, dy \, dx = \dots$$

$$= \int_0^{2/3} \int_0^y 6xy \, dx \, dy + \int_{2/3}^2 \int_0^{\frac{2-y}{2}} 6xy \, dx \, dy = \dots$$

