

CHƯƠNG 4: ĐẠI SỐ BOOL VÀ HÀM BOOL

1/ MỘT SỐ KHÁI NIỆM

Cho tập hợp $S = \{0,1\}$. ($S = \text{Set}$)

Trên S ta có 2 phép toán 2 ngôi: phép cộng (+), phép nhân (\cdot), cùng với 1 phép toán 1 ngôi: phép lấy phần bù ($\bar{}$), thỏa:

$$\begin{cases} 0+0=0.0=0.1=1.0=0 \\ 1+0=0+1=1.1=1+1=1 \\ \bar{1}=0 \\ \bar{0}=1 \end{cases}$$

Ta gọi cấu trúc đại số $(S, +, \cdot, \bar{}, 0, 1)$ là một đại số Bool.

Một hàm bool n biến là một ánh xạ

$$f : B^n \rightarrow B$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Ví dụ:

Ta có hàm bool 3 biến $f : B^3 \rightarrow B$, với

$$f(x, y, z) = (\overline{xy} + y\bar{z} + xy)(\overline{xz} + y + yz) + x\bar{y}\bar{z}$$

Ta có hàm bool 4 biến $f : B^4 \rightarrow B$, với

$$f(x, y, z, t) = (\overline{xyz + \bar{x}y + yz + \bar{z} + yz\bar{t}})(\overline{xyz + y\bar{t}}) + \overline{z\bar{t} + xyz} + y\bar{z}t$$

Từ công thức ban đầu của hàm bool f ta có thể viết lại f dưới dạng tổng các tích cơ bản của các biến, mà ta thường gọi là dạng chính tắc tuyển (dạng chính tắc nối rời) (disjunctive normal form – d.n.f) của f .

Ví dụ: ta có dạng chính tắc tuyển (chính tắc nối rời – d.n.f) của hàm bool 3 biến là:

$$f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz$$

Ví dụ: ta có dạng chính tắc tuyển (chính tắc nối rời – d.n.f) của hàm bool 4 biến là:

$$f(x, y, z, t) = \bar{x}yzt + xy\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}t + x\bar{y}\bar{z}t + xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}y\bar{z}t \vee \bar{x}y\bar{z}t \vee xyzt$$

2/ CÁCH TÌM DẠNG CHÍNH TẮC NỐI RỜI (CHÍNH TẮC TUYỂN – D.N.F) CHO HÀM BOOL

a/ Cách 1: dùng bảng chân trị

- + Ta lập bảng chân trị cho f .
- + Ta xét các dòng làm cho chân trị của f bằng 1.
- + Ta viết công thức cho dạng d.n.f theo quy tắc:

- Các biến có chân trị bằng 0 thì ta ghi biến đó “có gạch đầu”
- Các biến có chân trị bằng 1 thì ta ghi biến đó “không có gạch đầu”

Lưu ý: ta có $\overline{xy} \neq \bar{x}.\bar{y}$ do $\overline{xy} \Leftrightarrow \bar{x} + \bar{y}$

Ví dụ mẫu: Tìm dạng chính tắc nổi rời cho hàm bool

$$f: B^3 \rightarrow B, \text{ với } f(x, y, z) = \underbrace{(x\bar{y} + \overbrace{y\bar{z} + \bar{x}z}^A)}_B (\underbrace{\overbrace{\bar{x}y\bar{z} + yz + xz}^C}_D) + \bar{x}.\bar{y}$$

Giải:

Ta có bảng chân trị của f là:

x	y	z	\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}	$x\bar{y}$	$y\bar{z}$	$\bar{x}z$	A	B	$\bar{x}y\bar{z}$	yz	C	xz	D	$\bar{x}.\bar{y}$	BD	f
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1

Từ bảng chân trị của f ta có dạng d.n.f là:

$$f(x, y, z) = \bar{x}.\bar{y}.\bar{z} + \bar{x}.\bar{y}z + x\bar{y}.\bar{z} + x\bar{y}z + xyz$$

Bài tập tương tự: tìm dạng chính tắc tuyến (chính tắc nổi rời) cho hàm bool sau:

1/ $f(x, y, z) = (\overline{x\bar{y} + \bar{z} + xz})(\overline{xy\bar{z} + y + y\bar{z}}) + \bar{x}y$

2/ $f(x, y, z) = \overline{(xy + yz + xz + \bar{x})}(\overline{xy + yz}) + xy$

3/ $f(x, y, z) = \overline{(xy\bar{z} + \bar{y}z + \bar{x}y)} + xy + \bar{z} + \bar{x}z$

4/ $f(x, y, z) = \overline{(x\bar{y} + y\bar{z} + x + \bar{z})}(\overline{xy\bar{z} + xz + y}) + xy$

5/ $f(x, y, z) = \overline{(x\bar{y} + \bar{y}z + \bar{x})}(xy + \bar{z} + \bar{y}z) + xz$

6/ $f(x, y, z, t) = \overline{(xy\bar{t} + yz + \bar{z}t + \bar{x}zt)}(xy\bar{z} + zt + x\bar{y}) + \bar{z}t + yz$

7/ $f(x, y, z, t) = \overline{(x\bar{y}t + \bar{z}t + xy)}(y\bar{t} + xyz) + xz\bar{t} + y\bar{z} + zt$

8/ $f(x, y, z, t) = \overline{(xy\bar{z} + y\bar{t} + yz + xz)}(x\bar{t} + \bar{x}y + zt) + xyt + \bar{z}t$

9/ $f(x, y, z, t) = \overline{(z\bar{t} + yz + \bar{x}y\bar{z} + y\bar{z})}(xyt + z\bar{t}) + xy + \bar{z}t + yz$

$$10/ f(x, y, z, t) = \overline{(xyt + z\bar{t} + yz)}(y\bar{t} + \overline{xz + zt}) + x\bar{y}t + \bar{z}t + xy\bar{z}$$

b/ Cách 2: biến đổi trực tiếp từ công thức

Ví dụ mẫu: Tìm công thức dạng chính tắc nổi rời cho hàm bool:

$$f(x, y, z, t) = (xy\bar{t} + \bar{x}z)(y\bar{z} + xt) + \overline{yzt + \bar{z}t} + yzt$$

Giải:

$$\begin{aligned} f(x, y, z, t) &= (xy\bar{t} + \bar{x}z)(y\bar{z} + xt) + \overline{yzt + \bar{z}t} + yzt \\ &= xy\bar{z}\bar{t} + (\bar{y} + \bar{z} + \bar{t})(z + \bar{t}) + yzt \\ &= xy\bar{z}\bar{t} + \bar{y}z + \bar{y}\bar{t} + \bar{z}\bar{t} + z\bar{t} + \bar{t} + yzt \\ &= \bar{t} + \bar{y}z + yzt \\ &= (x + \bar{x})(y + \bar{y})(z + \bar{z})\bar{t} + (x + \bar{x})\bar{y}z(t + \bar{t}) + (x + \bar{x})yzt \\ &= xyz\bar{t} + xy\bar{z}\bar{t} + x\bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}.\bar{z}\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}y.\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}.\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee \bar{x}.\bar{y}zt + xyzt + \bar{x}yzt \end{aligned}$$

Đây là dạng d.n.f cần tìm của hàm bool f .

Bài tập tương tự: tìm dạng chính tắc nổi rời cho hàm bool sau

$$11/ f(x, y, z, t) = \overline{(xy\bar{t} + \bar{z}t + \bar{x}z + yz)}(\overline{xt + z\bar{t}} + yz) + xzt + z\bar{t}$$

$$12/ f(x, y, z, t) = \overline{(x\bar{y} + zt + y\bar{t})}(xz + \bar{y}t + xy) + x\bar{z}t + yz\bar{t}$$

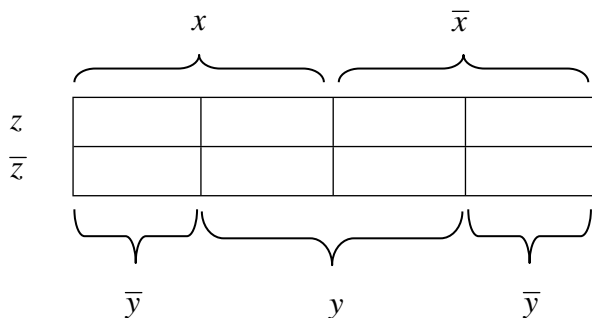
$$13/ f(x, y, z, t) = \overline{(zt + x\bar{z} + yz\bar{t})}(xy + y\bar{z}) + xyt + xz + \bar{z}t + y$$

$$14/ f(x, y, z, t) = (xz + \bar{y}t + xy\bar{z} + yt)(z\bar{t} + xy) + xyz + \bar{z}t + x\bar{z}$$

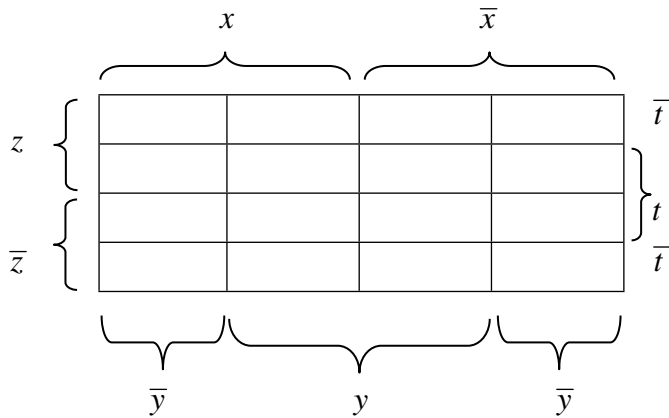
$$15/ f(x, y, z, t) = (xz + \bar{y}t + xyz)(y\bar{z}\bar{t} + xz) + \overline{\bar{x}yt + \bar{y}\bar{z} + zt + xy + \bar{z}t}$$

c/ Cách 3: dùng phương pháp biểu đồ Karnaugh (bìa Karnaugh) của hàm bool

Ta có biểu đồ Karnaugh (bìa Kar(f)) của hàm bool 3 biến là biểu đồ có cấu trúc như sau:



Ta có biểu đồ Karnaugh (bìa Kar(f)) của hàm bool 4 biến là biểu đồ có cấu trúc như sau:



Ví dụ mẫu: Cho hàm bool $f(x, y, z, t) = xy\bar{z} + y\bar{t} + \bar{x}zt + x\bar{y} + \bar{z}\bar{t}$

Ta có biểu đồ Kar(f) của hàm f là

Từ biểu đồ Karnaugh của f ta có dạng d.n.f cần tìm là:

$$f(x, y, z, t) = x\bar{y}z\bar{t} + xyz\bar{t} + \bar{x}yz\bar{t} + x\bar{y}zt + \bar{x}yzt + \bar{x}.\bar{y}zt + x\bar{y}.\bar{z}t + xy\bar{z}t + x\bar{y}.\bar{z}t + xy\bar{z}\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t$$

Ngoài ra, ta có:

$$f^{-1}(1) = \{1010, 1110, 0110, 1011, 0111, 0011, 1001, 1101, 1000, 1100, 0100, 0000\} = \bar{f}^{-1}(0)$$

= ảnh ngược của hàm bool f = những ô được tô trong bìa Kar(f) của f .

$$f^{-1}(0) = \{0010, 1111, 0101, 0001\} = \bar{f}^{-1}(1)$$

= ảnh ngược của hàm bool f = những ô bị bỏ trống (không được tô) trong bìa Kar(f) của f .

Bài tập tương tự:

+ Vẽ biểu đồ Karnaugh cho f .

+ Tìm dạng d.n.f cho f .

+ Viết dạng $f^{-1}(1) = \bar{f}^{-1}(0) = ?$ và dạng $f^{-1}(0) = \bar{f}^{-1}(1) = ?$

+ Phân tích các tế bào lớn có trong biểu đồ Kar(f) của f .

16/ $f(x, y, z, t) = xz\bar{t} + \bar{x}z + \bar{y}zt + \bar{y}\bar{t} + xyz$

17/ $f(x, y, z, t) = xy + \bar{z}t + \bar{y}z\bar{t} + \bar{x}z + xyt$

18/ $f(x, y, z, t) = xyz + y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}t + \bar{y}zt + yt$

19/ $f(x, y, z, t) = xyz + z\bar{t} + \bar{x}y + \bar{y}.\bar{z}t + xz$

$$20/ f(x, y, z, t) = xy\bar{t} + y\bar{z}t + xyz + \bar{z}\bar{t} + \bar{y}t$$

$$21/ f(x, y, z, t) = x\bar{y} + yzt + \bar{x}z\bar{t} + zt + x\bar{z}t$$

$$22/ f(x, y, z, t) = xy + \bar{y}z\bar{t} + \bar{x}z + yt + \bar{z}t$$

* **Phân tích các tế bào lớn có trong bìa Kar(f) của hàm bool:**

Từ biểu đồ Kar(f) của f, ta phân tích thành các tế bào lớn như sau:

+ Tế bào 8 ô:

z

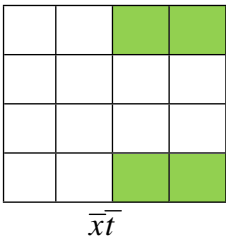
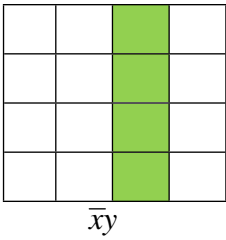
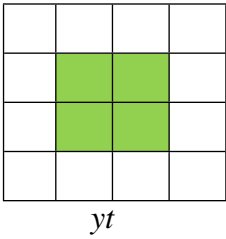
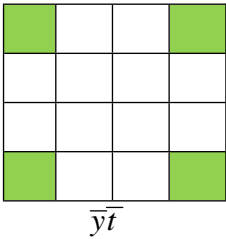
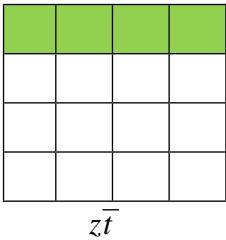
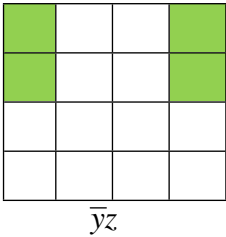
\bar{y}

\bar{x}

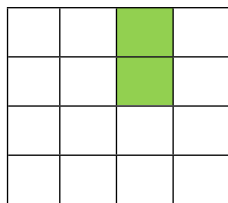
\bar{z}

\bar{t}

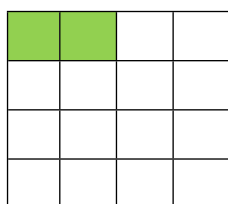
+ Tế bào 4 ô:



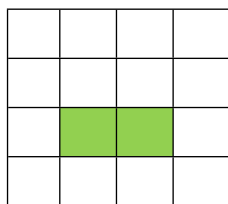
+ Tế bào 2 ô:



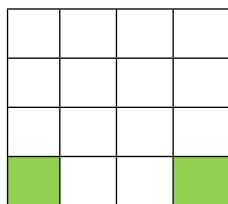
$$\overline{xyz}$$



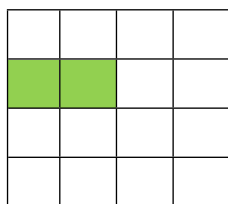
$$xz\overline{t}$$



$$y\overline{z}t$$

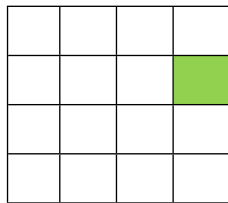


$$\overline{y}.\overline{z}t$$

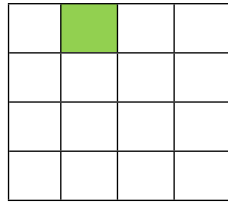


$$xzt$$

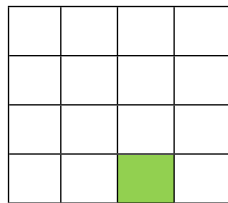
+ Tế bào 1 ô:



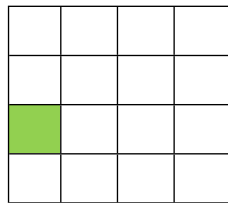
$$\overline{x}.\overline{y}zt$$



$xyz\bar{t}$



$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}$

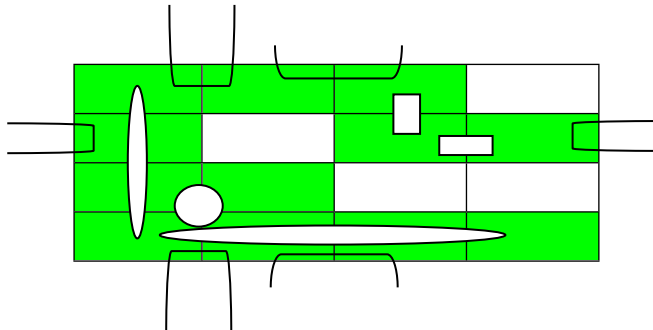


$x\bar{y}.\bar{z}t$

Áp dụng: phân tích tế bào có trong bìa Kar(f) của hàm bool f .

Ví dụ mẫu: Cho hàm bool $f(x, y, z, t) = xy\bar{z} + y\bar{t} + \bar{x}zt + x\bar{y} + \bar{z}\bar{t}$

Ta có biểu đồ Kar(f) của hàm f là



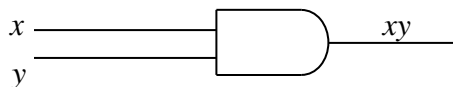
Ta có các tế bào lớn trong bìa Kar(f) của f là:

- + Tế bào 8 ô: không có;
- + Tế bào 4 ô: $T_1 : x\bar{y}$; $T_2 : \bar{z}\bar{t}$; $T_3 : x\bar{z}$; $T_4 : x\bar{t}$; $T_5 : y\bar{t}$
- + Tế bào 2 ô: $T_6 : \bar{x}yz$; $T_7 : \bar{x}zt$; $T_8 : \bar{y}zt$
- + Tế bào 1 ô: không có.

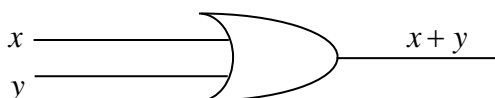
CHƯƠNG 4: ĐẠI SỐ BOOL VÀ HÀM BOOL

* SƠ ĐỒ MẠCH VÀ CỔNG MẠCH:

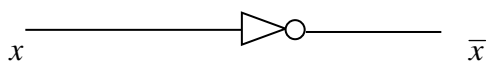
Cổng AND:




Cổng OR:

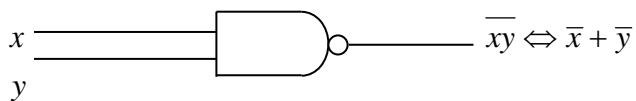


Cổng NOT:

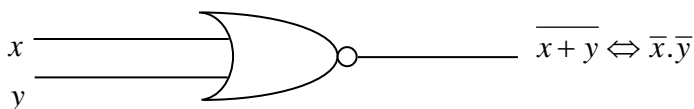


hay x  \bar{x}

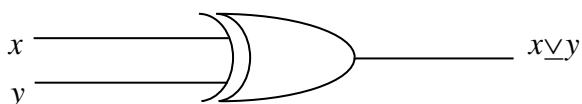
Cổng NOT-AND (NAND):



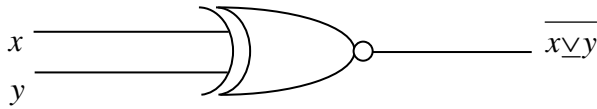
Cổng NOT-OR (NOR):



Cổng XOR (phép “hoặc”):



Cổng NOT-XOR (NXOR hay XNOR):



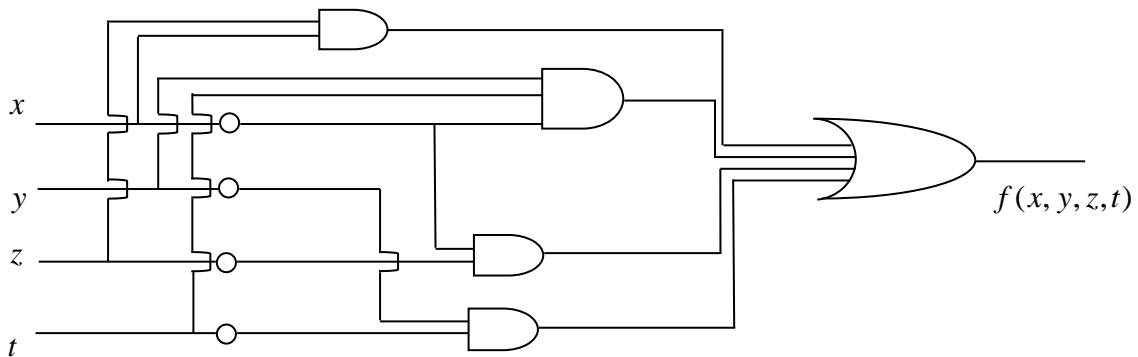
Ví dụ mẫu: vẽ sơ đồ mạch cho 1 trong 2 công thức đa thức tối thiểu của hàm bool sau

$$f(x, y, z, t) = xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + yzt \quad (1)$$

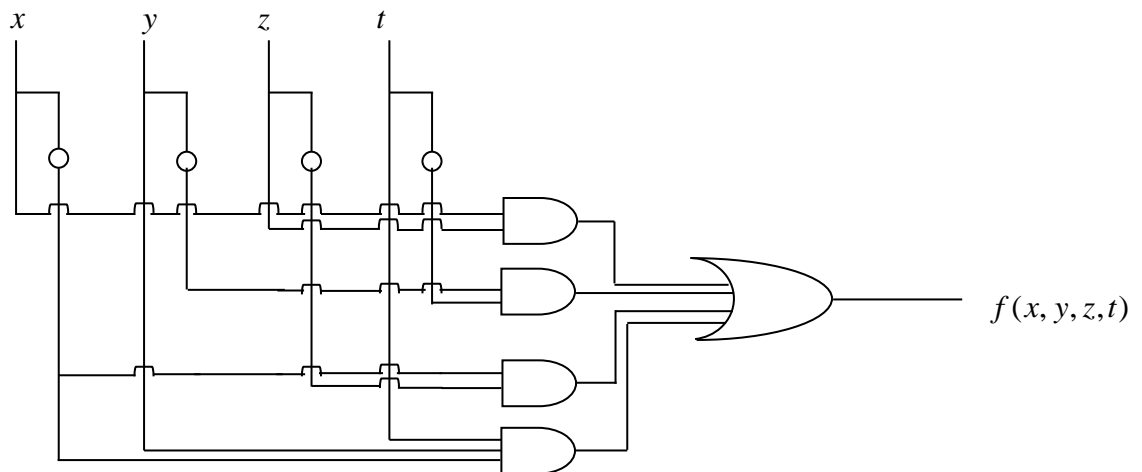
$$= xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}yt \quad (2)$$

Chọn công thức (2)

Cách 1:



Cách 2:



Bài tập ôn tập chương 4 (làm và nộp trên Assignment của Moodle):

Cho hàm bool $f(x, y, z, t) = xz\bar{t} + \bar{y}t + xy\bar{t} + \bar{x}yt + \bar{x}.\bar{z}t + x\bar{y}z + yzt$

a/ Tìm dạng chính tắc nổi rời của hàm bool f .

b/ Tìm các công thức đa thức tối thiểu cho hàm f bằng **cả 2 cách**:

b1/ Phương pháp biểu đồ Kar(f).

b2/ Phương pháp Quine Mc.Cluskey.

c/ Vẽ sơ đồ mạch cho 1 trong các công thức tìm được ở câu b/

CHƯƠNG 4: ĐẠI SỐ BOOL VÀ HÀM BOOL

3/ TÌM CÔNG THỨC ĐA THỨC TỐI TIỂU CHO HÀM BOOL BẰNG PHƯƠNG PHÁP BIỂU ĐỒ KARNAUGH

Bước 1:

- + Vẽ biểu đồ Kar(f) cho hàm bool f .
- + Phân tích các tế bào lớn có trong bìa Kar(f) của f .

Bước 2:

- + Dùng các tế bào lớn (phân tích được trong bước 1) để phủ cho 1 bìa Kar(f) còn trống.
- + Ta chỉ ra các ô không bị chồng lấp giữa các tế bào (các ô chỉ thuộc 1 tế bào lớn duy nhất); và gọi tên các tế bào lớn tương ứng chứa những ô này.
- + Dùng các tế bào lớn (chứa các ô không bị chồng lấp) để phủ cho bìa Kar(f) còn trống.

Bước 3:

- + Nếu các tế bào lớn dùng ở bước 2 đã phủ kín bìa Kar(f) của f thì ta qua thẳng bước 4.
- + Nếu không, nghĩa là còn có các ô chưa được phủ kín. Ta chỉ ra ô này.
- + Ta xác định các tế bào lớn chứa những ô chưa được phủ này (mỗi ô thuộc ít nhất 2 tế bào lớn trở lên).
- + Dùng các tế bào lớn này (tùy ý) để phủ lần lượt cho các ô cho phần còn lại của của biểu đồ Kar(f) cho đến khi biểu đồ được phủ kín.

Bước 4:

- + Đến bước này ta đã phủ kín bìa Kar(f) của f .
- + Do trong bước 3 thường có nhiều hơn 1 phép phủ nên ta nhận được nhiều công thức của hàm bool f .
- + Trong số các phép phủ nhận được, ta chọn ra phép phủ:
 - có ít thành phần nhất
 - có ít số biến trong mỗi thành phần nhất.

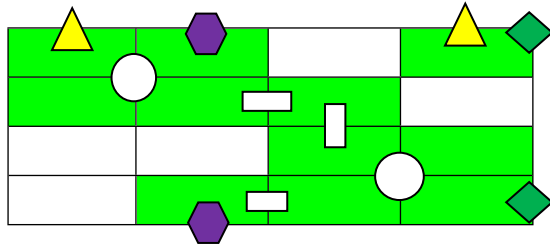
Từ đó sẽ nhận được công thức đa thức tối thiểu cần tìm.

Ví dụ mẫu: tìm công thức đa thức tối thiểu cho hàm bool

$$f(x, y, z, t) = xyz + \overline{y}z\overline{t} + xzt + \overline{x}.\overline{z} + yzt + \overline{x}yt + y\overline{z}\overline{t}.$$

Giải:

Ta có biểu đồ Kar(f) của hàm f là



Ta có các tế bào lớn trong bìa Kar(f) của f là:

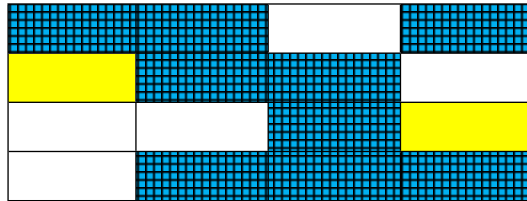
+ Tế bào 8 ô: không có;

+ Tế bào 4 ô: $T_1 : xz$; $T_2 : \bar{x}.\bar{z}$;

+ Tế bào 2 ô: $T_3 : yzt$; $T_4 : \bar{x}yt$; $T_5 : y\bar{z}\bar{t}$; $T_6 : xy\bar{t}$; $T_7 : \bar{y}z\bar{t}$; $T_8 : \bar{x}.\bar{y}\bar{t}$

+ Tế bào 1 ô: không có.

Dùng các tế bào lớn này để phủ cho 1 bìa Kar(f) còn trống, ta được

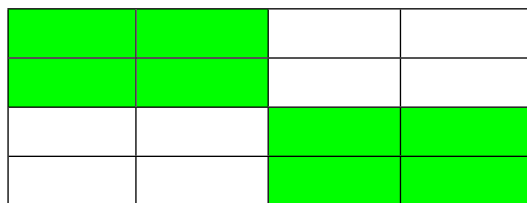


Ta thấy có 2 ô không bị trùng lấp (chồng lấp) giữa các tế bào lớn là: ô (2,1) và ô (3,4)

Mà ô (2,1) chỉ thuộc duy nhất trong tế bào lớn $T_1 : xz$

và ô (3,4) chỉ thuộc duy nhất trong tế bào lớn $T_2 : \bar{x}.\bar{z}$

Dùng 2 tế bào lớn $T_1 : xz$, $T_2 : \bar{x}.\bar{z}$ để phủ cho 1 bìa Kar(f) còn trống ta được



Đến đây, ta thấy bìa Kar(f) chưa được phủ kín, nghĩa là còn trống các ô: ô (1,4), ô (2,3), ô (4,2).

Mà ô (1,4) thuộc các tế bào: $T_7 : \bar{y}z\bar{t}$, $T_8 : \bar{x}.\bar{y}\bar{t}$

ô (2,3) thuộc các tế bào: $T_3 : yzt$, $T_4 : \bar{x}yt$

ô (4,2) thuộc các tế bào: $T_5 : y\bar{z}\bar{t}$, $T_6 : xy\bar{t}$

Dùng các tế bào lớn này để phủ tiếp cho các ô còn trống của bìa Kar(f) ta được các công thức của f là:

$$f(x, y, z, t) = T_1 + T_2 + T_7 + T_3 + T_5$$

$$\begin{aligned}
&= T_1 + T_2 + T_7 + T_3 + T_6 \\
&= T_1 + T_2 + T_7 + T_4 + T_5 \\
&= T_1 + T_2 + T_7 + T_4 + T_6 \\
&= T_1 + T_2 + T_8 + T_3 + T_5 \\
&= T_1 + T_2 + T_8 + T_3 + T_6 \\
&= T_1 + T_2 + T_8 + T_4 + T_5 \\
&= T_1 + T_2 + T_8 + T_4 + T_6
\end{aligned}$$

Trong số các công thức nhận được, ta thấy các công thức đều có 5 thành phần và số biến trong mỗi thành phần là như nhau (có 2 thành phần 2 biến và 3 thành phần 3 biến), nên f có 8 công thức đa thức tối thiểu là:

$$f(x, y, z, t) = xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{y}z\bar{t} + yz\bar{t} + y\bar{z}\bar{t} \quad (1)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{y}z\bar{t} + yz\bar{t} + xy\bar{t} \quad (2)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{y}z\bar{t} + \bar{x}y\bar{t} + y\bar{z}\bar{t} \quad (3)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{y}z\bar{t} + \bar{x}y\bar{t} + xy\bar{t} \quad (4)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}.\bar{y}\bar{t} + yz\bar{t} + y\bar{z}\bar{t} \quad (5)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}.\bar{y}\bar{t} + yz\bar{t} + xy\bar{t} \quad (6)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}.\bar{y}\bar{t} + \bar{x}y\bar{t} + y\bar{z}\bar{t} \quad (7)$$

$$= xz + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}.\bar{y}\bar{t} + \bar{x}y\bar{t} + xy\bar{t} \quad (8)$$

Ví dụ mẫu 2: Cho hàm bool có biểu đồ Karnaugh như sau:

Tìm công thức đa thức tối thiểu cho f .

Giải:

4/ TÌM CÔNG THỨC ĐA THỨC TỐI THIỂU CHO HÀM BOOL BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUINE MC.CLUSKEY (CHO HÀM BOOL N BIẾN)

Bước 1:

+ Ta viết dạng d.n.f của hàm bool f .

+ Ta lập bảng 1 theo quy tắc:

- các dòng: là các thành phần của dạng d.n.f.
- các cột: gồm “dãy bit”, “số lượng bit 1”.

Bước 2:

+ Ta lập bảng 2 như sau:

- các dòng: từng thành phần của d.n.f (sau khi đã sắp theo thứ tự giảm dần/tăng dần) về số lượng bit 1 trong các dãy.
- các cột: gồm “tế bào 1 ô” (dãy bit), “tế bào 2 ô”, “tế bào 4 ô”, “tế bào 8 ô”,...

+ Xác định vai trò đóng góp của các tế bào nhỏ cho tế bào lớn hơn bằng cách đánh dấu “*” tương ứng vào tế bào nếu chúng có đóng góp cho tế bào lớn hơn.

Bước 3:

+ Ta lập bảng 3 như sau:

- các dòng: ứng với các tế bào chưa được đánh dấu “*” trong bảng 2.
- các cột: ứng với từng thành phần của dạng d.n.f (viết dưới dạng các biến x, y, z, t, \dots)

+ Ta xác định vai trò của các tế bào trong các cột bằng cách đánh dấu X tương ứng vào cột nếu công thức của chúng có xuất hiện trong công thức của cột.

+ Chọn các cột chỉ có 1 dấu X để phủ.

+ Dùng các dòng để phủ cho các cột.

+ Trong số các phép phủ nhận được, ta chọn ra phép phủ tối thiểu.

+ Công thức nhận được của f khi đó là công thức đa thức tối thiểu cần tìm.

Ví dụ mẫu: Tìm công thức đa thức tối thiểu cho hàm bool f có biểu đồ Karnaugh sau (bằng pp Quine Mc.Cluskey).

Giải: Từ biểu đồ Kar(f) ta có dạng d.n.f của f là:

$$f(x, y, z, t) = x\bar{y}z\bar{t} + xyz\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}zt + xyz\bar{t} + \bar{x}yz\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t + x\bar{y}.\bar{z}.\bar{t} + x\bar{y}z\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}\bar{t}$$

Ta có bảng 1 như sau:

Thành phần	Dãy bit	Số lượng bit 1
$\overline{xyz}t$	1010	2
$xyz\overline{t}$	1110	3
$\overline{x}.\overline{yz}\overline{t}$	0010	1
$x\overline{yz}t$	1011	3
$xyz\overline{t}$	1111	4
$\overline{xyz}t$	0111	3
$\overline{xy}\overline{z}t$	0101	2
$\overline{x}.\overline{y}.\overline{z}t$	0001	1
$\overline{xy}.\overline{z}t$	1000	1
$\overline{xy}\overline{z}t$	0100	1
$\overline{x}.\overline{y}.\overline{z}t$	0000	0

Ta có bảng 2 như sau:

STT	Số lượng bit 1	Dãy bit	Tế bào 2 ô	Tế bào 4 ô	Tế bào 8 ô
1	4	1111 *	(1,2): 111- *	(1,2,3,5): 1-1-	không có
2	3	1110 *	(1,3): 1-11 *	(5,7,9,11): -0-0	
3	3	1011 *	(1,4): -111	(6,8,10,11): 0-0-	
4	3	0111 *	(2,5): 1-10 *		
5	2	1010 *	(3,5): 101- *		
6	2	0101 *	(4,6): 01-1		
7	1	0010 *	(5,7): -010 *		
8	1	0001 *	(5,9): 10-0 *		
9	1	1000 *	(6,8): 0-01 *		
10	1	0100 *	(6,10): 010- *		
11	0	0000 *	(7,11): 00-0 *		
			(8,11): 000- *		
			(9,11): -000 *		
			(10,11): 0-00 *		

Ta có bảng 3 như sau:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Thành phần	$x\bar{y}z\bar{t}$	$xyz\bar{t}$	$\bar{x}.\bar{y}z\bar{t}$	$\bar{x}yz\bar{t}$	$xyzt$	$\bar{x}yz\bar{t}$	$\bar{x}yzt$	$\bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t$	$\bar{x}y.\bar{z}t$	$\bar{x}y\bar{z}t$	$\bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t$
xz	X	X		X	X						
$\bar{y}t$	X		X						X		X
$\bar{x}.\bar{z}$							X	X		X	X
$yz\bar{t}$					X	X					
$\bar{x}yt$						X	X				

Ta thấy các cột chỉ có 1 phương án phủ (1 dấu X) là cột: 2,3,4,8,9,10

Mà cột 2, cột 4 chỉ được phủ bằng tế bào $xz \rightarrow$ ta chọn xz để phủ

cột 3, cột 9 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{y}t \rightarrow$ ta chọn $\bar{y}t$ để phủ

cột 8, cột 10 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{x}.\bar{z} \rightarrow$ ta chọn $\bar{x}.\bar{z}$ để phủ

Đến đây, ta thấy cột 6 chưa được phủ.

Mà cột 6 có thể được phủ bằng tế bào $yz\bar{t}$ hay $\bar{x}yt$

Dùng 1 trong 2 tế bào này để phủ, thì tất cả các cột của bảng 3 đều được phủ kín, và ta có công thức của f khi đó là:

$$f(x, y, z, t) = xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + yz\bar{t} \quad (1)$$

$$= xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}yt \quad (2)$$

Ta thấy cả 2 công thức đều có cùng số lượng thành phần (4 thành phần), và số biến trong mỗi thành phần là bằng nhau nên đây là 2 công thức đa thức tối thiểu cần tìm của f .

Bài tập tương tự: tìm công thức đa thức tối thiểu cho các hàm bool sau:

1/ $f(x, y, z, t) = xyt + \bar{x}y\bar{z} + xz + \bar{y}z\bar{t} + yzt$

2/ $f(x, y, z, t) = xy + \bar{z}t + \bar{x}yz + yzt + xz\bar{t}$

3/ $f(x, y, z, t) = xyz + yzt + \bar{x}y\bar{t} + \bar{z}t + \bar{y}z\bar{t}$

4/ $f(x, y, z, t) = xy + \bar{x}y\bar{t} + z\bar{t} + \bar{x}z + \bar{y}z\bar{t}$

5/ $f(x, y, z, t) = \bar{x}y\bar{t} + yz\bar{t} + \bar{x}z + \bar{x}y\bar{z} + yzt$

6/ $f^{-1}(1) = \{1110, 0101, 1100, 1010, 0111, 1111, 1000, 0001, 0110, 1001\}$

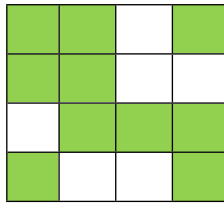
7/ $f^{-1}(0) = \{0000, 0101, 1000, 1100, 1011, 1110\}$

8/ $\bar{f}^{-1}(1) = \{0011, 0100, 0010, 0111, 1110\}$

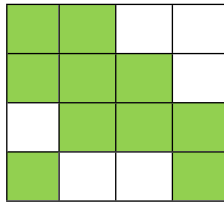
9/ $\bar{f}^{-1}(0) = \{1000, 0000, 1111, 0110, 1001, 1100, 1110, 0111, 0001, 0010, 1010\}$

10/ $f^{-1}(1) = \{1111, 0000, 0101, 1010, 0111, 1110, 0110, 0100, 0010, 0001\}$

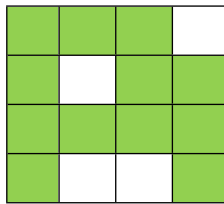
11/



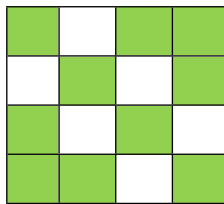
12/



13/



14/



15/

