

Курс «От раздолб до отл 10 на семестрой по матану за одну ночь».

Автор: Хоменко М.М.

1 Введение

Семестровая по матану лишь одно из жизненных испытаний, которое вам предстоит пройти. Будьте уверены: каждому, кто учился в школе, по силам сдать семестровую. Все задания составлены на основе школьной программы. Поэтому каждый из вас может успешно сдать семестровую.

Автор данного пособия не учился в школе и, дабы помочь себе подобным сдать экзамен, собрал небольшой курс упражнений для подготовки всего за одну ночь. Желаю Вам приятного времяпрепровождения.

2 Упражнение первое: взятие производной простейшей функции

Имеем функцию:

$$f = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 - \frac{\ln((x^2))}{e^x} + \tan((3.14 \cdot x))$$

Ее график имеет вид:

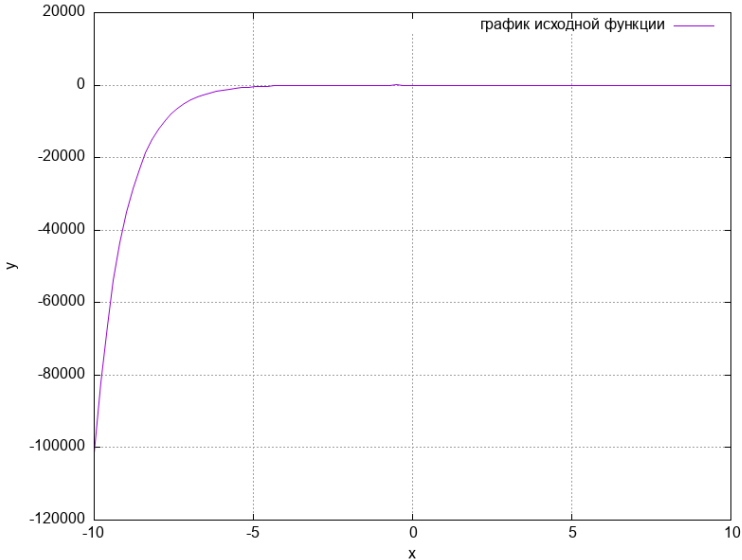


Figure 1: график исходной функции

Вычислим производную данной функции:

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(3.14) = 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}((3.14 \cdot x)) = 0 \cdot x + 3.14 \cdot 1$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}(\tan((3.14 \cdot x))) = \frac{1}{\cos((3.14 \cdot x))^2} \cdot (0 \cdot x + 3.14 \cdot 1)$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x \cdot 1$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((x^2)) = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(\ln((x^2))) = \frac{1}{x^2} \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(\frac{\ln((x^2))}{e^x}) = \frac{(\frac{1}{x^2} \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 \cdot e^x - \ln((x^2)) \cdot e^x \cdot 1)}{e^x \cdot e^x}$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{d}{dx}(2) = 0$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}(2 \cdot x) = 0 \cdot x + 2 \cdot 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}((2 \cdot x + 1)) = 0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0$$

Не умаляя общности:

$$\frac{d}{dx}(\cos((2 \cdot x + 1))) = (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0)$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}(\cos((2 \cdot x + 1))^3) = 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0)$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((\frac{1}{x})) = \frac{(0 \cdot x - 1 \cdot 1)}{x \cdot x}$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}(\sin((\frac{1}{x}))) = \cos((\frac{1}{x})) \cdot \frac{(0 \cdot x - 1 \cdot 1)}{x \cdot x}$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{d}{dx}(\sin((\frac{1}{x})) \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3) = \cos((\frac{1}{x})) \cdot \frac{(0 \cdot x - 1 \cdot 1)}{x \cdot x} \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 + \sin((\frac{1}{x})) \cdot 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0)$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{d}{dx}(\sin((\frac{1}{x})) \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 - \frac{\ln((x^2))}{e^x}) = \cos((\frac{1}{x})) \cdot \frac{(0 \cdot x - 1 \cdot 1)}{x \cdot x} \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 + \sin((\frac{1}{x})) \cdot 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0) - \frac{\ln((x^2))}{e^x}$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(\sin((\frac{1}{x})) \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 - \frac{\ln((x^2))}{e^x} + \tan((3.14 \cdot x))) = \cos((\frac{1}{x})) \cdot \frac{(0 \cdot x - 1 \cdot 1)}{x \cdot x} \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 + \sin((\frac{1}{x})) \cdot 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0) - \frac{\ln((x^2))}{e^x} + \tan((3.14 \cdot x))$$

Теперь упростим полученную производную:

Наведем косметики в функции:

$$f = \cos((\frac{1}{x})) \cdot \frac{(0 \cdot x - 1 \cdot 1)}{x \cdot x} \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 + \sin((\frac{1}{x})) \cdot 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1 + 0) - \frac{(\frac{1}{x^2} \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 \cdot e^x - \ln((x^2)) \cdot e^x \cdot 1)}{e^x \cdot e^x} + \tan((3.14 \cdot x))$$

Согласно школьной программе:

$$1 \cdot 1 = 1$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$(3 - 1) = 2$$

Согласно школьной программе:

$$2 \cdot 1 = 2$$

Нетрудно заметить, что:

$$(2 - 1) = 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$3.14 \cdot 1 = 3.14$$

Согласно школьной программе:

$$0 \cdot x = 0$$

Очевидно что:

$$0 \cdot x = 0$$

Произведя некоторые подстановки:

$$0 + 2 = 2$$

Произведя некоторые подстановки:

$$(2 + 0) = 2$$

Согласно школьной программе:

$$2 \cdot x^1 \cdot 1 = 2 \cdot x^1$$

Все доказано:

$$e^x \cdot 1 = e^x$$

Очевидно что:

$$0 \cdot x = 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$(0 + 3.14) = 3.14$$

Согласно школьной программе:

$$(0 - 1) = (-1)$$

Итого:

$$\cos\left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) \cdot \frac{(-1)}{x \cdot x} \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 + \sin\left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) \cdot 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^2 \cdot (-1) \cdot \sin((2 \cdot x + 1)) \cdot 2 - \frac{\left(\frac{1}{x^2} \cdot 2 \cdot x^1 \cdot e^x - \ln((x^2)) \cdot e^x\right)}{e^x \cdot e^x} + \frac{1}{\cos((3.14 \cdot x))^2} \cdot 3.14$$

Итого получаем:

$$\frac{d}{dx} \left(\sin\left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 - \frac{\ln((x^2))}{e^x} + \tan((3.14 \cdot x)) \right) = \cos\left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) \cdot \frac{(-1)}{x \cdot x} \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 + \sin\left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) \cdot 3 \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^2 \cdot (-1) \cdot$$

График полученной производной:

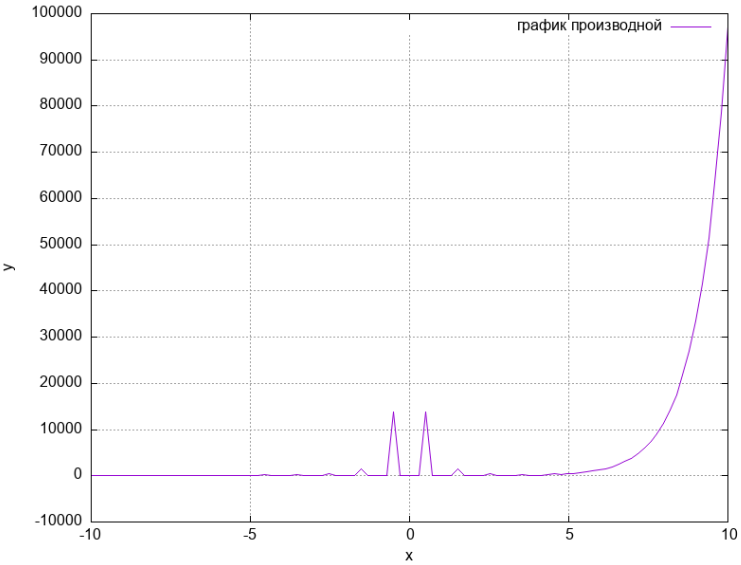


Figure 2: график производной

3 Упражнение второе: вычисление касательной функции в точке

Уравнение касательной функции:

$$f = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \cos((2 \cdot x + 1))^3 - \frac{\ln((x^2))}{e^x} + \tan((3.14 \cdot x))$$

в точке $x = 3$:

$f = 0.0260297 + (2.43822) * (x - 3)$

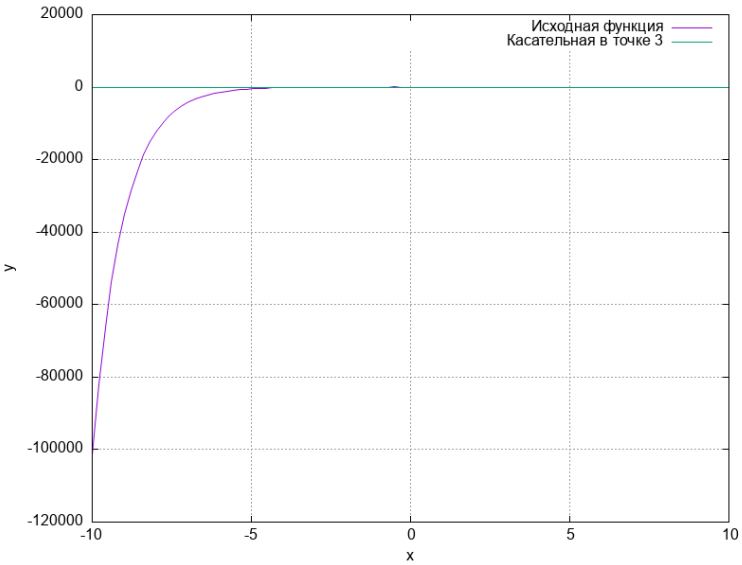


Figure 3: График касательной функции в точке