

Курс «От раздолб до отл 10 на семестрой по матану за одну ночь».

Автор: Хоменко М.М.

1 Введение

Семестровая по матану лишь одно из жизненных испытаний, которое вам предстоит пройти. Будьте уверены: каждому, кто учился в школе, по силам сдать семестровую. Все задания составлены на основе школьной программы. Поэтому каждый из вас может успешно сдать семестровую.

Автор данного пособия не учился в школе и, дабы помочь себе подобным сдать экзамен, собрал небольшой курс упражнений для подготовки всего за одну ночь. Желаю Вам приятного времяпрепровождения.

2 Упражнение первое: взятие производной простейшей функции

Имеем функцию:

$$f = \sin(x)$$

Ее график имеет вид:

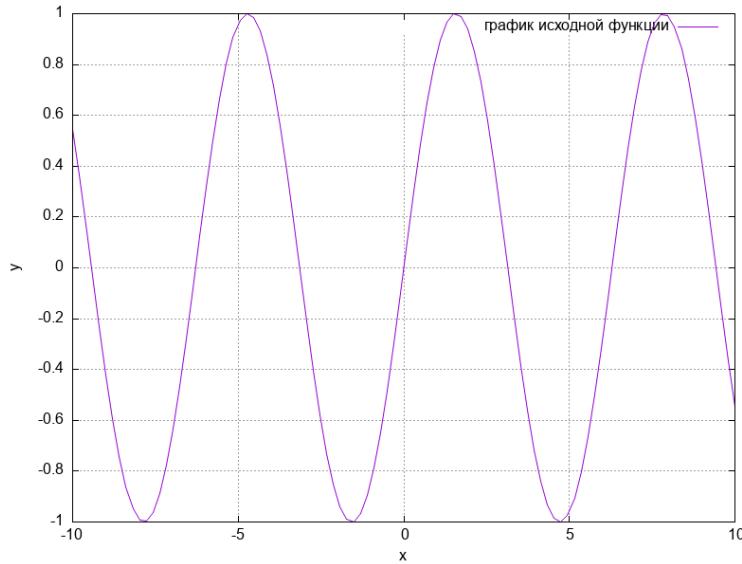


Figure 1: график исходной функции

Вычислим производную данной функции:

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Теперь упростим полученную производную:

Наведем косметики в функции:

$$f = \cos(x) \cdot 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\cos(x) \cdot 1 = \cos(x)$$

Итого:

$$\cos(x)$$

Итого получаем:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x)$$

График полученной производной:

3 Упражнение второе: вычисление касательной функции в точке

Уравнение касательной функции:

$$f = \sin(x)$$

в точке $x = 2$:

$$f = 0.909297 + (-0.416147) * (x - 2)$$

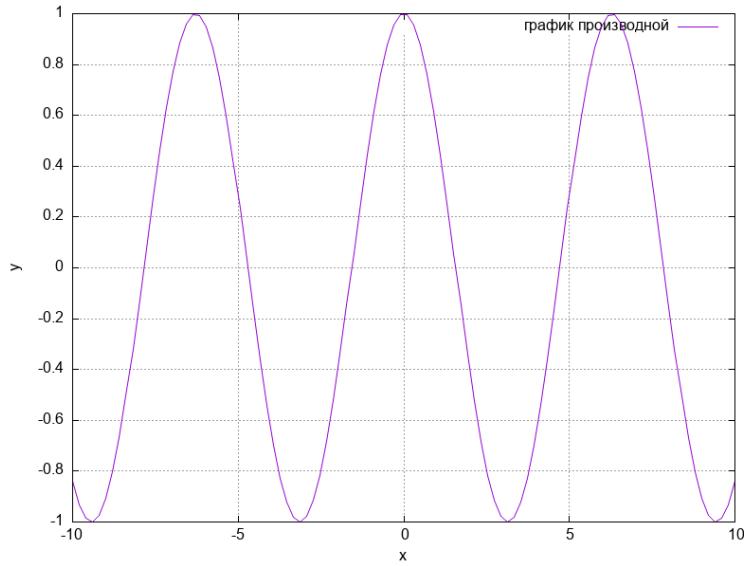


Figure 2: график производной

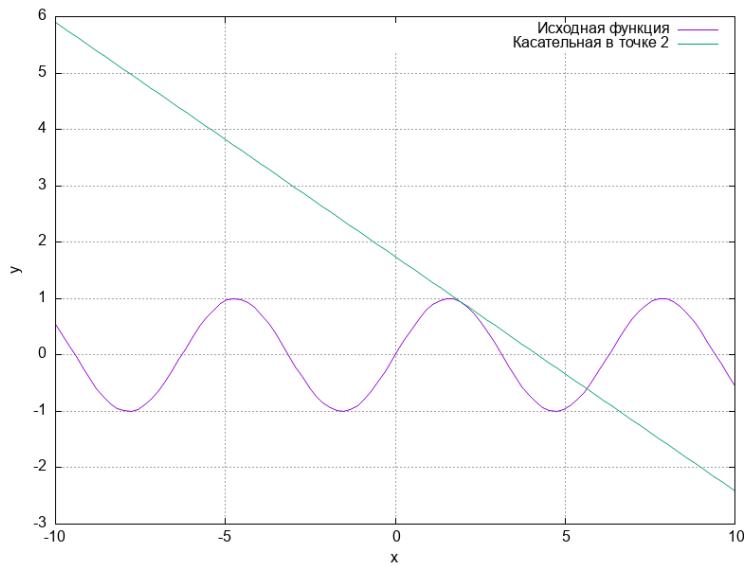


Figure 3: График касательной функции в точке

4 Упражнение третье - разложение по Тайлеру

Ну что почесались:

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot 1) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}(0) = 0$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Не умаляя общности:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot 0) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}((-1)) = 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x)) = 0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1) = (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1) = ((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0) = ((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(0) = 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot 0) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}(0) = 0$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((-1)) = 0$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x)) = 0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1) = (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0) = ((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0) = ((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}(0) = 0$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}((-1)) = 0$$

Не умоляя общности:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x)) = 0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1$$

Внимательный читатель заметит, что

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1) = (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0) = ((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Не умоляя общности:

$$\frac{d}{dx}(0) = 0$$

Не умоляя общности:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}((-1)) = 0$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x)) = 0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) = (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(1) = 0$$

Не умаляя общности:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot 1) = (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0$$

Все доказано:

$$\frac{d}{dx}((-1)) = 0$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}((-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) = 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

Из леммы 6.66, следует, что:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) \cdot 1$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{d}{dx}(0) = 0$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(0 \cdot \sin(x)) = 0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1$$

Не умаляя общности:

$$\frac{d}{dx}((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1)) = 0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1) = (0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)) \cdot 1 + (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 0$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0)) = (0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)) \cdot 1 + (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 0$$

Очевидно что:

$$\frac{d}{dx}(((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 1) = ((0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)) \cdot 1 + (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 0) \cdot 1$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{d}{dx}(((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0) = ((0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)) \cdot 1 + (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 0) \cdot 1$$

Произведя некоторые подстановки:

$$\frac{d}{dx}(((0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 0) \cdot 1 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + (-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 0 + \cos(x) \cdot 0) = ((0 \cdot \sin(x) + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(x) \cdot 1 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(x) \cdot 1 \cdot 1 + \cos(x) \cdot 0)) \cdot 1 + (0 \cdot \sin(x) + (-1) \cdot \cos(x) \cdot 1) \cdot 0) \cdot 1$$

В итоге:

$$\sin(x) = 0 + \frac{0}{1} \cdot x^0 + \frac{1}{1} \cdot x^1 + \frac{0}{2} \cdot x^2 + \frac{(-1)}{6} \cdot x^3 + o(x^3)$$

Теперь упростим полученное выражение:

Наведем косметики в функции:

$$f = 0 + \frac{0}{1} \cdot x^0 + \frac{1}{1} \cdot x^1 + \frac{0}{2} \cdot x^2 + \frac{(-1)}{6} \cdot x^3$$

Все доказано:

$$\frac{0}{1} = 0$$

Ввиду нехитрых преобразований:

$$\frac{1}{1} = 1$$

Согласно школьной программе:

$$\frac{0}{2} = 0$$

Нетрудно заметить, что:

$$\frac{(-1)}{6} = (-0.166667)$$

Для любых из 6 СПС, верно, что: (Желаю всем, кто пишет "СПС" вместо "спасибо" продуктивно потратить сэкономленное время)

$$0 \cdot x^0 = 0$$

Произведя некоторые подстановки:

$$0 + 0 = 0$$

Внимательный читатель заметит, что

$$1 \cdot x^1 = x^1$$

Очевидно что:

$$0 + x^1 = x^1$$

Очевидно что:

$$0 \cdot x^2 = 0$$

Все доказано:

$$x^1 + 0 = x^1$$

Итого:

$$x^1 + (-0.166667) \cdot x^3$$

Всё доказано:

$$\boxed{\sin(x) = x^1 + (-0.166667) \cdot x^3 + o(x^3)}$$