

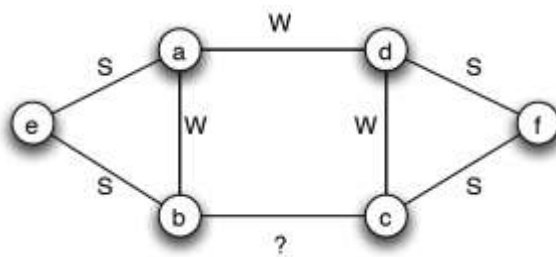
## امتحان درس شبکه‌های اجتماعی

۳۰ دی ماه ۱۴۰۲

- وقت امتحان ۲۴ ساعت و امتحان به صورت **take home** است.
- سوالاتان را تا ساعت ۱۲ امروز در گروه تلگرامی درس بپرسید. پس از آن ممکن است به سوالات با تاخیر پاسخ داده شود. پس از این زمان در صورتی که مسئله‌ای به نظر شما مبهم است و مطمئنید این مساله نیازمند مفروضاتی است که در صورت سوال نیامده، با ذکر فرض خود به حل مساله بپردازید.
- جوابهای خود را در سایت **elearn** اپلود کنید.
- توجه: جریمه تقلب، رد شدن نمره ۰,۲۵ در کل امتحان خواهد بود.

### سوالات: ۸ سوال - ۱۲۰ نمره (کافی است از کل سوالات ۱۰۰ نمره کسب کنید)

۱. (۱۰ نمره) نشان دهید چگونه می‌توان گرافی ساخت که نه تنها مرکز (jordan center) آن بر میانه (median) آن منطبق نباشد بلکه این دو به هر اندازه دلخواه  $d$  از هم فاصله داشته باشند.
۲. (۱۰ نمره) یک شبکه اجتماعی به صورت وزن دار و بدون جهت در دست داریم که وزن هر یال نشان دهنده قدرت ارتباط بین دو نود متصل به آن یال است. پیش‌بینی کند اولین یالی که به این شبکه اضافه خواهد شد احتمالاً بین کدام دو نود خواهد بود. مرتبه زمانی روش خود را بدست آورید.
۳. (۱۰ نمره) با فرض خاصیت **strong triadic closure** در گراف روبرو مشخص کنید یال بین  $b$  و  $c$  قوی است یا ضعیف؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید. برچسب  $S$  روی یالها نشان دهنده رابطه قوی و برچسب  $W$  نشان دهنده رابطه ضعیف است.



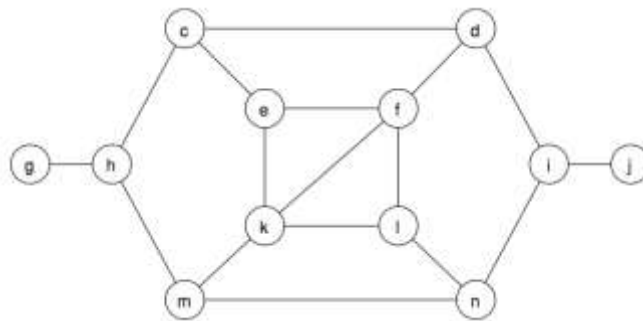
۴. (۱۵ نمره) فرض کنید ۳ نود  $a$ ،  $b$  و  $c$  در یک گراف علامت دار بدون جهت قرار دارند و این سه نفر دو به دو با هم دوست (+) یا دشمن (-) هستند (گراف ممکن است بالانس باشد یا نباشد). فرد  $d$  میخواهد به این شبکه اضافه شود و با هر سه نفر، ارتباط دوستی یا دشمنی برقرار کند به گونه‌ای که در هیچ مثلث بالانس نشده‌ای درگیر نشود. مشخص کنید علامت یالهای بین او و دیگران چگونه باید باشد؟ توضیح دهید در چه مواردی این امر غیر ممکن است و برای موارد ممکن، راه حل ارائه کنید.

۵. (۳۰ نمره) در گراف زیر فرض کنید نودها در ابتدا فناوری  $B$  را اختیار کرده‌اند. فناوری جدید  $A$  از طریق مجموعه نودهای  $I$  وارد این شبکه می‌شود. اگر یک نود با نود همسایه‌اش فناوری یکسانی داشته باشند سود می‌برند و در

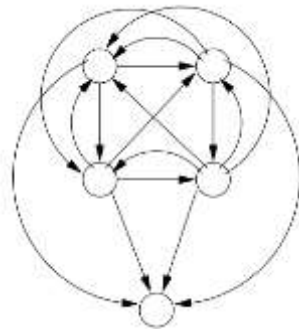
غیر این صورت سودی نخواهند برد. در صورتی که دو نود همسایه هر دو، فناوری B را انتخاب کرده باشند سودی به ارزش ۲ خواهند برد و اگر هر دو، فناوری A را انتخاب کرده باشند سود ۳ نصیبشان خواهد شد. هدف هر نود بیشینه کردن سود شخصی است. فرض کنید در حالت سود برابر، فناوری A انتخاب شود.

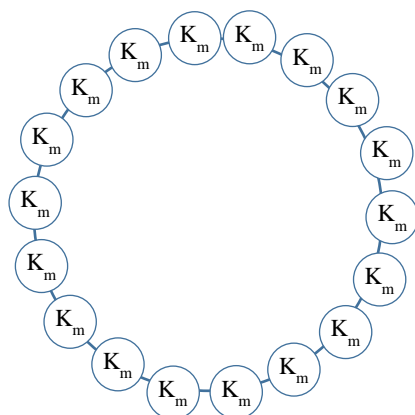
(الف) اگر مجموعه  $I = \{e, f\}$  باشد

- a. در نهایت چه نودهایی فناوری A را انتخاب خواهند کرد؟
  - b. چگالی کلاستر متشکل از نودهایی که فناوری B را نکرده اند حداقل چقدر میتواند باشد؟
  - c. حداقل چند یال باید از کلاستر انتخاب کنندگان فناوری A به باقیمانده نودها رسم شود تا همه نودها به فناوری A روی بیاورند؟
  - d. آیا میتوان با اضافه کردن یک نود دیگر به مجموعه I کاری کرد که همه نودها به فناوری A روی بیاورند.
- (ب) مشخص کنید حداقل تعداد نودهای لازم برای مجموعه اولیه I چقدر باید باشد تا کل شبکه، فناوری A را انتخاب کنند؟
- (ج) اگر اجازه داشته باشیم یک یال میان نودهای این گراف اضافه کنیم تا بتوانیم تعداد نودهای لازم در قسمت (ب) را کاهش دهیم بهترین نقطه برای ایجاد این یال کجای شبکه است و کدام نودها باید در این مجموعه انتخاب شوند؟



۶. (۱۵ نمره) فرض کنید گراف کل وب شامل یک clique با سایز n است به اضافه یک نود تنها که بقیه n نود به آن لینک دارند. شکل روبرو گراف وب را برای  $n=4$  نشان میدهد. PageRank نودها را بر اساس n و  $\alpha$  (احتمال پرش به نود تصادفی) محاسبه کنید.





۷. (۱۵ نمره) گرافی بدون جهت به شکل روبرو متشکل از تعداد  $C$  کلیک  $K_m$  (زیرگراف کامل متشکل از  $m$  نود) داریم که به صورت زنجیر به هم متصلند (فرض کنید  $C$  زوج است). از میان نودهای هر کلیک، یک نود به یکی از نودهای کلیک همسایه سمت چپ و یک نود دیگر به یکی از نودهای کلیک همسایه سمت راست متصل است. اگر پروسه بهینه سازی modularity برای تشخیص انجمن روی این گراف اجرا شود این پاسخ بهینه شامل چه انجمنهایی خواهد بود؟

۸. (۱۵ نمره) سایت فرضی  $nxnxx.com$  سایتی است که محتوای آن توسط کاربران تولید می‌شود. در این سایت کاربران آن به لینک‌های فرستاده شده توسط کاربران دیگر رای مثبت یا منفی می‌دهند و نوشته‌ها براساس آرای کسب شده در سایت مرتب می‌شوند. با فرض اینکه ID افرادی که به هر نوشته رای مثبت یا منفی داده‌اند مشخص باشند:

- a. مکانیسمی طراحی کنید که بتوان انجمن‌های شکل گرفته در این سایت را شناسایی نمود.
- b. همچنین پیدا کنید کدام شناسه‌های کاربری ممکن است تقلبی بوده و متعلق به یک نفر باشد.