

1.Пусть $x_n = n^{\epsilon} - 1)^n$. Доказать, что последовательность {x_n}:

а) неограниченная;

при n=1 x_n=1

при n=2 x_n=2

при n=3 x_n=0.3

при n=-1 x_n=-1

при n=-2 x_n=-0.5

последовательность неограниченная

б) не является бесконечно большой.

1. Доказать, что последовательность {sin n} расходится. метод от противного:

предположим $\lim_{n \rightarrow \infty} \{ \sin n \} = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sin(n+1) - \sin(n-1)) = 0$

при $\sin(a) - \sin(b) = 2\cos((a+b)/2) \cdot \sin((a-b)/2) = 0$

$2\cos(n)\sin(1) = 0$

$\cos(n) = 0$

$\sin(2n) = 0$

но из $\cos^2(n) + \sin^2(n) = 1$ и $\cos(n) \rightarrow 0$, $\sin(n) \rightarrow 1$ что противоречит первонач предп.

1. Найти пределы:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n}{n^2 + 1} = \frac{10n/n^2}{1/n^2 + 1} = \frac{0}{1 + 0} = 0$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 - n)}{(n - \sqrt{n})} = \frac{(1 - n/n^2)}{(n/n^2 - \sqrt{n}/n^2)} = \frac{1}{0} = \infty$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n}{(3^n - 2)} = 5 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3^n/3^n)}{((3^n/3^n) - (2/3^n))} = 5 \cdot \frac{1}{0} = 0$

1. Найти предел

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = ((\sqrt{n^2 + n} - n) * ((\sqrt{n^2 + n} + n))/((\sqrt{n^2 + n} - n)) = ((\sqrt{n^2 + n} - n)^2 - ((\sqrt{n^2 + n} + n)^2)/((\sqrt{n^2 + n} - n)) = (n^2 + n - n^2 - (n^2 + n + n^2))/((\sqrt{n^2 + n} - n)) = 0/((\sqrt{n^2 + n} - n)) = 0$

1. Вычислить

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} \cos n}{(n + 1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} * \lim_{n \rightarrow \infty} \cos n}{\lim_{n \rightarrow \infty} (n + 1)} = \frac{\sqrt{n} * 0}{(n + 1)} = 0$