

```
In [1]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import warnings

warnings.filterwarnings('ignore')
```

“Предел функции”

1. Предложить пример функции, не имеющей предела в нуле и в бесконечностях.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} + 1$$

2. Привести пример функции, не имеющей предела в точке, но определенной в ней.

$$f(x) = (\sin x)/x$$

3. Исследовать функцию $f(x) = x^3 - x^2$ по плану:

```
In [2]: def f(x):
        '''Создаём последовательность по f(x)'''
        return x**3 - x**2
```

```
In [3]: X = np.arange(-9, 10)
```

```
In [4]: sequence = {x: f(x) for x in X}
sequence
```

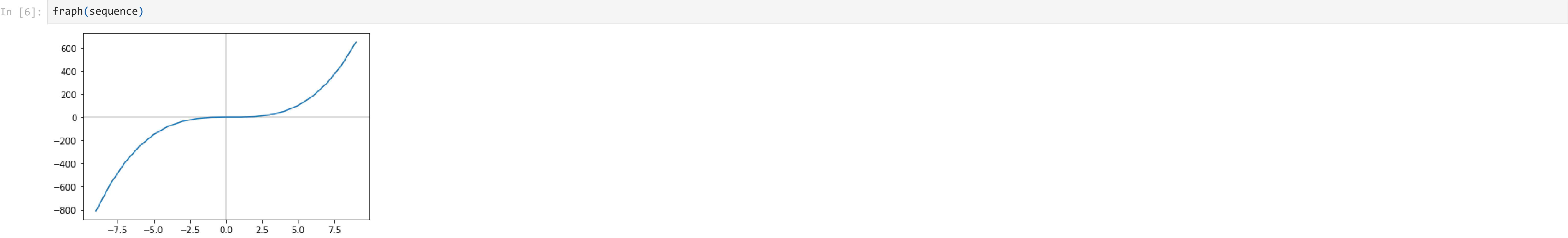
```
Out[4]: {-9: -810,
-8: -576,
-7: -392,
-6: -252,
-5: -150,
-4: -80,
-3: -36,
-2: -12,
-1: -2,
0: 0,
1: 0,
2: 4,
3: 18,
4: 48,
5: 100,
6: 180,
7: 294,
8: 448,
9: 648}
```

```
In [5]: def fraph(sequence):
        '''рисует график'''

        x = list(sequence.keys())
        y = list(sequence.values())

        ax = plt.gca()
        ax.axhline(y=0, color='lightgray')
        ax.axvline(x=0, color='lightgray')

        plt.plot(x, y)
```



a. Область задания и область значений.

$$D(f) = (-\infty, +\infty)$$

$$R(f) = (-\infty, +\infty)$$

b. Нули функции и их кратность.

```
In [7]: def zeros(sequence):
        '''Находит нули f(x)'''

        zeros = [r for r in sequence.items() if r[1] == 0]

        return (f'Нули функции f(x) = 0:\n'
                f'\tkратны {len(zeros)}м при:\n'
                f'\ttx1 = {zeros[0][0]}\n'
                f'\ttx2 = {zeros[1][0]}')
```

```
In [8]: print(zeros(sequence))

Нули функции f(x) = 0:
кратны 2м при:
x1 = 0
x2 = 1
```

c. Отрезки знакопостоянства.

$$f(x) \neq 0 : x = (-\infty; -1], [2; +\infty)$$

d. Интервалы монотонности.

```
In [9]: def monotone(sequence):
        '''исследование монотонности'''

        result_list = list(sequence.items())

        for n in range(len(result_list)-1):
            if result_list[n][1] < result_list[n+1][1]:
                return 'Возрастает'
            elif result_list[n][1] > result_list[n+1][1]:
                return 'Убывает'
            else: # result_list[n][1] == result_list[n+1][1]:
                return 'Стационарная'
```

```
In [10]: monotone(sequence)

'Возрастает'
```

e. Четность функции.

```
In [11]: def parity(sequence):
        '''исследование четности'''

        least = min(sequence.keys())
        greatest = max(sequence.keys())

        return 'Четное' if sequence[least] == sequence[greatest] else 'Не четная'
```

```
In [12]: parity(sequence)

'Не четная'
```

f. Ограниченность.

```
In [13]: def limitation(sequence):
        '''исследование ограниченности'''

        quantity = len(sequence)
        least, greatest = min(range(quantity)), max(range(quantity))
        values = list(sequence.values())

        if (min(values) == values[least]) and (max(values) == values[greatest]):
            return 'Не ограничена сверху и снизу'
        elif min(values) == values[least]:
            return 'Не ограничена снизу'
        elif max(values) == values[greatest]:
            return 'Не ограничена сверху'
        else:
            return 'Ограничена сверху и снизу'
```

```
In [14]: limitation(sequence)

'Не ограничена сверху и снизу'
```

g. Периодичность.

```
In [15]: def periodicity(sequence):
        '''исследование периодичности'''

        values = list(sequence.values())
        quantity = len(sequence)

        for n in range(quantity):
            val, next_val = values[n], values[n+1]
            count = values.count(val)

            return 'Периодична' if count > 1 and (val != next_val) else 'Не периодична'
```

```
In [16]: periodicity(sequence)

'Не периодична'
```

4. Найти предел:

a.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \frac{x^2(3x - 2)}{4x^2} = \frac{3x - 2}{4} = -\frac{1}{2}$$

b.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = \frac{\sqrt{1} - 1}{\sqrt[3]{1} - 1} = \frac{0}{0} = 1$$

c.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{4x+1} = \left(\frac{\infty+3}{\infty} \right)^{\infty} = \infty$$

Тема “Теоремы о пределах”

a.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = 0,5$$

b.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 1$$

c.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = |t = \sin(x)| = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(t)}{t} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin(t)}{t}}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

d.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-3} \right)^{6x} = -1^{6x} = 1$$

```
In [ ]:
```