Test technique (Python)

Démonstration du problème :

L'interpolation de Lagrange est une méthode utilisée pour construire un polynôme qui passe exactement par un ensemble de points donnés. Cela signifie que pour un ensemble de points (x, f(x)) donnés, où f(x) est la valeur de la fonction à interpoler aux points x, nous voulons trouver un polynôme qui passe par ces points.

Un polynôme d'interpolation de Lagrange peut être représenté de la manière suivante :

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \cdot l_i(x)$$

où n est le degré du polynôme (n+1 points sont donnés), x_i sont les abscisses des points donnés, $f(x_i)$ sont les ordonnées correspondantes, et $l_i(x)$ sont les polynômes de Lagrange définis comme suit :

$$l_i(x) = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$$

Ces polynômes ont la propriété remarquable que chaque $l_i(x)$ est égal à 1 au point x_i et est égal à 0 à tous les autres points.

Pour trouver le polynôme d'interpolation P(x), on calcule d'abord chaque $l_i(x)$ en utilisant les abscisses données. Ensuite, on multiplie chaque $l_i(x)$ par la valeur de la fonction correspondante $f(x_i)$, et on additionne tous ces termes pour obtenir P(x).

Exemple :

Pour un polynôme de degré 3 passant par les points (1, -1), (2, 0), (3, 2), (4, 3), en utilisant la formule d'interpolation de Lagrange, nous pouvons calculer le polynôme d'interpolation correspondant.

$$P(x) = -1 \cdot l_0(x) + 0 \cdot l_1(x) + 2 \cdot l_2(x) + 3 \cdot l_3(x)$$

Où li(x) sont les polynômes de Lagrange. Calculons ces polynômes et les substituons dans la formule :

$$l_0(x) = \frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{(1-2)(1-3)(1-4)} = \frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{-2} = \frac{-x^3+9x^2-22x+12}{-2} = \frac{x^3-9x^2+22x-12}{2}$$

$$l_1(x) = \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(2-1)(2-3)(2-4)} = \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{2} = \frac{x^3-8x^2+17x-12}{2}$$

$$l_2(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(3-1)(3-2)(3-4)} = \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{-2} = \frac{-x^3+7x^2-14x+8}{-2} = \frac{x^3-7x^2+14x-8}{2}$$

$$l_3(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)} = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{6} = \frac{x^3-6x^2+11x-6}{6}$$

En remplaçant ces valeurs dans P(x), nous obtenons :

$$P(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - \frac{25x}{6} + 1$$

Travail demandé :

1) Implémenter l'algorithme de l'interpolation de Lagrange en Python qui prendra en entrée le degré du polynôme et un nuage de points (les abscisses et les ordonnées), et retournera la formule du polynôme interpolant.

   NB : L'utilisation de la bibliothèque sympy peut être utile mais elle n'est pas la seule possibilité, à vous de jouer !

   Exemple de fonctionnement de l'algorithme :

```
Saisir le degre du polynome :
3
Saisir x 0  :
1
Saisir f(x 0 ) :
-1
Saisir x 1  :
2
Saisir f(x 1 ) :
0
Saisir x 2  :
3
Saisir f(x 2 ) :
2
Saisir x 3  :
4
Saisir f(x 3 ) :
3
En utilisant l'Interpolation de Lagrange , le polynome est  -x**3/3 + 5*x**2/2 - 25*x/6 + 1
```

2) L'intégration de l'algorithme en une application Django/Flask/Streamlit sera fortement appréciée.