

# Штормовая мореходность корабля (вычислительный эксперимент)

## Vessel on Stormy Waves (computational experiment)



*Рабочие записи, часть 3*

### *«Математические и алгоритмические модели прямых вычислительных экспериментов в теории корабля и гидромеханике штормовой мореходности»*

В теоретической и алгоритмической части настоящей работы представляется и обсуждается математический инструментарий практического построения прямых вычислительных экспериментов с возможностью визуально наглядных компьютерных испытаний штормовой мореходности корабля, полезных на этапах инженерных изысканий в проектировании оптимальных обводов и общекорабельной архитектуры кораблей и судов повышенной штормовой мореходности, и также в целях практического опробования режимов эффективного и безопасного маневрирования кораблей и судов флота действующего.



В прорабатываемых прямых вычислительных экспериментах задействуются три модели морского волнения: 1) штормовое волнение с чисто математическим описанием групповых структур волн и подповерхностных течений; 2) моделирование в дифференциальных разностях вертикальных колебаний частиц жидкости – поверхностных волн в полных потоках; 3) прямой вычислительный эксперимент с полноценным трохoidalным волнением на море, в том числе с учётом стратификации дрейфовых течений и дисперсии видимых и групповых скоростей волновых структур.

Геометрические и динамические параметры штормовых волн для опытов с надводным кораблём воссоздаются сообразно наблюдениями за реальным штормовым волнением на море, которое наяву представляется ячеистыми структурами пакетов волн с быстро оседающими – условно стоячими девятью валами. При уменьшении крутизны и выполаживании волновых склонов, внутри пакетов удлиняется относительная протяженность волновых фронтов. Достоинством такой квазитрёхмерной модели является формальное соблюдение требований сплошности жидкости с недопущением строго периодического воздействия гребней штормовых волн, что важно в моделировании пространственной динамики воздействия сил волновой природы на корпус корабля в свободном надводном плавании.

В штормовом вычислительном эксперименте с движущимся произвольным курсом и скоростью кораблём встраивается пять моделей штормовой гидромеханики, с разделением и развитием опытовых изысканий от простого к сложному; от базовых законов волнового воздействия, до комплексных силовых влияний объёмной гидростатики и распределения давлений по обводам корабля с учётом ходового набегающего и волнового потоков со стратификацией скоростей течений по глубине: 1) – инерционное скольжение корпуса по взволнованной поверхности моря с условно естественным интерактивным управлением курсом и скоростью хода корабля; 2) – гидростатическая постановка основана на сопоставлении исходного водоизмещения с мгновенным распределением подводного объёма корпуса под поверхностью волн, с тем же управлением курсом и скоростью хода; 3) – поверхностное интегрирование величин давления жидкости на элементарных фрагментах бортовой обшивки, с учётом эксцентриситета точек концентрации сил давления; 4) – вовлечение в распределение давлений поправок по касательным и отражаемым компонентам ходового набегающего потока, для чего задействуются компенсирующие вихреисточники по всей поверхности судовых обводов; 5) – включение в гидродинамическое моделирование мгновенное распределение течений жидкости под склонами штормовых волн, по тем же правилам формирующих вихреисточники с интенсивностями касательно-скользящих и нормально-отражаемых компонент,  с особой отработкой визуально-наглядных вариантов отражения штормовых волн от корпуса корабля при дифференциально-разностном моделировании морского волнения вблизи обшивки и на удалении от корпуса корабля .

Полагая предназначение вычислительного инструментария к открытому использованию в задачах проектирования с обоснованием мореходных качеств нового корабля, а также в составе штурманских бортовых счётно-решающих аппаратов для поиска и обоснования наиболее эффективных и безопасных вариантов штормового хода или пассивного штормования флота действующего, в проработке математических моделей и алгоритмических вычислений приоритетными стали наиболее быстрые вычислительные процессы, без особых запросов компьютерных ресурсов. Вычислительные эксперимент в целом ориентирован на персональные компьютеры среднего класса, что требуется для внедрения виртуальных мореходных экспериментов в конструкторские и корабельные счётно-решающие устройства с графической поддержкой относительно невысокой производительности.

## Оглавление

«Математические и алгоритмические модели прямых вычислительных экспериментов в теории корабля и гидромеханике штормовой мореходности» .....	1
Логическая формализация корабельного проекта для поисковой вычислительной задачи ..4	
Схема вычислительного эксперимента с кораблем в штормовом море .....	5
<i>Алгоритмы построения цифровой модели корпуса корабля</i> .....	8
Геометрия обводов и алгоритмы представления корпуса корабля .....	8
Основные элементы числовой структуры для описания формы корпуса .....	10
Особенности графической визуализации модели корпуса корабля .....	11
Настройки графической сцены визуализации вычислительного эксперимента .....	16
<i>Гидродинамика корабля в условиях штормового плавания</i> .....	18
Список принятых обозначений в штормовой гидромеханике корабля .....	19
Математические объекты и операции пространственной гидромеханики в корабельном и внешнем координатных базисах .....	19
Об особенностях математической модели движения корабля в условиях интенсивного волнения .....	21
Об интерактивном выборе вариантов построения вычислительных экспериментов .....	24
Вычисление геометрических характеристик корпуса корабля .....	27
Метацентрические характеристики в экспресс оценках текущего состояния корабля .....	31
Углы Крылова в визуальном представлении состояния корабля .....	33
Гидростатические компоненты плавучести на штормовой волне .....	36
Ходовой и волновой поток вблизи судовой обшивки .....	39
Гидростатическая асимметрия объёмных интегралов на волновом склоне .....	46
<i>Алгоритмы гидромеханики качки и ходкости корабля на интенсивном волнении</i>  .....	48
Демпфирование инерционных сил и моментов по штормовой качке и дрейфу корпуса ....	49
Алгоритмы моделей движения и демпфирования колебаний корпуса .....	54
К вопросу о действии внешних сил, реакции корпуса и связанных моментах  .....	58
Автоматическое регулирование и адаптивное управление курсом и скоростью хода .....	69
<b>Вычислительная модель групповых структур морского волнения</b> .....	72
Основные зависимости и обозначения из теории волн .....	73
О моделировании трохoidalного штормового волнения .....	74
Геометрическая кинематика морского и прибрежного волнения .....	80
Математическая и вычислительная модели трохoidalного волнения .....	81
Видимые (фазовые) и групповые скорости гравитационных волн .....	87
Вычислительная модель генерации прогрессивных волн .....	89
Алгоритмическое представление моделей штормового волнения .....	89
О вычислительных опытах с моделями морского волнения .....	91
<i>Заключение</i> .....	94

Логическая формализация корабельного проекта для поисковой вычислительной задачи

Троичная логика служит синтезу вариантов численного представления физических явлений в моделировании реальных процессов гидромеханики корабля в штормовом море, сводимых из анализа условий непротиворечивого согласования и построения независимых программных блоков с алгоритмами корабельной гидромеханики и инженерной графики с интерактивным управлением вычислительными экспериментами в целом. Логическая матрица формализует ключевые определения и вычислительные операции, разделяя алгоритмические разработки условно ортогональными элементами в общем функциональном пространстве – по независимым направлениям в этапах построения, отладки и совершенствования моделей корабельной гидромеханики. Обратные связи в троичной матрице служат проверке достижения целевых установок по эффективности всепогодного мореходства, как в изначальных проектных изысканиях, так и в проработке наставлений мореплавателям для конкретных гидрографических и гидрометеорологических условий мореходства.

<b>Мореходный вычислительный эксперимент</b>	корпус: волнение: визуализация:			
	явления (существительные) или числовые объекты <sup>1</sup>			
	действия (глаголы) операции	1.1 теоретический чертеж	1.2 цуги крутых тро- хоидальных волн	1.3 алгоритмические модели волнения
		2.1 остойчивость и плавучесть	2.2 силовое воз- действие волн	2.3 несвободная ди- намика и качка
3.1 излучение волн корпусом корабля		3.2 трансформация волн у подвижного борта	3.3 гидромеханика корабля в шторм- овом море	
геометрия:				
гидростатика:				
механика взаимодействия:				

**Рис. 1.** Разделение вычислительного комплекса на условно независимые моделирующие операции и явления гидромеханики.

<sup>1</sup> В интерпретации матрицы-проекта возможны аналоги частей речи: **существительное**, прилагательное, числительное, местоимение, **глагол**, наречие, предлог, союз, частица, междометие, связываемые синтаксическими сущностями – членами предложения: **подлежащее**, определение, **сказуемое**, дополнение, обстоятельство и т.п.

Сложные числовых структуры и методы их трансформации формализуются абстрактными метаязыковыми зависимостями в обобщениях декларативного и функционального программирования (Рис. 1), по аналогии с разрешениям противоречий в построении естественной языковой логики, проецируемой на конкретные реализации методов программирования структур данных и алгоритмов.

Проектная взаимосвязь геометрических объектов, физических явлений и нестационарных процессов гидромеханики синтезируется в независимых определениях троичной логики, в ортогональном базисе для отдельного описания физических явлений и моделирующих действий для комплексного представления прикладной инженерной задачи в составе прямого вычислительного эксперимента. В задаче *моделирования гидромеханики корабля* во взаимодействии с интенсивным и нерегулярным морским волнением предполагается явное описание сложных числовых объектов, формализуемых в плане поиска функциональных подходов к реализации контекстно-зависимых вычислительных операций, моделирующих *нестационарное взаимодействие* фрагментов судовой обшивки с гидростатическими напряжениями и динамическими импульсами от гребней обрушающихся штормовых волн *теоретически предельной высоты*.

Проектная логика обособляется элементами троичной матрицы (Рис. 1), где по строкам располагаются некие «существительные» – как особые числовые структуры с декларативным представлением геометрических объектов и гидромеханических явлений; тогда взаимодействие и трансформация виртуальных объектов связывается программными действиями по столбцам, связывающими условные «глаголы» – математические модели гидромеханики и контекстно-зависимые или гибридные вычислительные алгоритмы. Синтез обособляемых числовых объектов и математических операций в построении инженерного вычислительного эксперимента расширяет возможности выбора эффективной архитектуры вычислительной техники, с перспективой вовлечения аналоговой моделирующей аппаратуры и систем телеуправления в составе штурманских экспертно-информационных комплексов.

### Схема вычислительного эксперимента с кораблем в штормовом море

*(?требуется пересмотр с уточнениями по результатам работы в целом)*

В логическом иероглифе (Рис. 1) по столбам матрицы отмечаются обобщенные объекты геометрического моделирования: 1 – корпус корабля; 2 – морское волнение и 3 – сцена для моделирования их взаимодействия и графической визуализации. Переходы между ячейками в столбах матрицы, как глаголы, соот-

носятся с алгоритмами методов геометрической трансформации виртуальных объектов, или с операциями моделирования физических процессов при участии условных предметов, существительных, как виртуальных числовых структур в смежных ячейках логической матрицы.

Ячейки с представлением обобщенных вычислительных алгоритмов и процессов моделирования располагаются по уровням сложности на строках логического иероглифа с метками: 1.x – геометрия; 2.x – гидростатика и 3.x – гидромеханика взаимодействия всех объектов вычислительного эксперимента.

1. Соответственно, верхняя строка матрицы формирует методы представления для; 1.1 – теоретического корпуса корабля и 1.2 – геометрического описания трохоидальных структур морского волнения, с которыми связано 1.3 – алгоритмическое представление моделей морского волнения в контексте воздействия на корпус корабля и наглядной визуализации результатов вычислительного эксперимента.

2. Вполне определенные и потому весьма сложные объекты формируют среднюю строку, в которой выстраиваются алгоритмы взаимного сосуществования: 2.1 – корпуса корабля; 2.2 – морского волнения, что вполне достаточно для моделирования; 2.3 – динамики корпуса корабля, без учета вызываемой им трансформации свободных трохоидальных волн.

3. Тогда в основании логической матрицы сформируются уточненные задачи нестационарной гидромеханики, определяющие: 3.1 – излучение корабельных волн; 3.2 – рефракцию, отражение и интерференцию морского волнения вблизи корпуса корабля, что формально завершает построение вычислительного эксперимента; 3.3 – моделирование гидромеханики корабля в штормовом море.

В целом проектная задача разделяется на отчасти освоенные инженерные решения, проблемные задачи, решение которых полагается принципиально возможным, а также непознанные к началу работ поисковые изыскания и чисто научные физико-математические исследования:

**Аналитика** (задел): геометрия и кинематика пространственных движений корпуса судна, его гидростатика на взволнованной поверхности моря с учетом распределенных источников излучения корабельных и отраженных волн (в том числе с возможностью перестроения затопливаемых отсеков);

**Гидромеханика** (задача): эмпирическое моделирование потоков энергии в трохоидальных структурах штормовых волн с оценками распределенного силового воздействия на обшивку корпуса, с учетом динамической отражения, трансформации и разрушения гребней волн;

*Эмпирика (поисковые изыскания):* повсеместный контроль вычислений для динамической адаптации числовых объектов и процессов в системе критериев практической гидромеханики, с вовлечением результатов из опытовых экспериментов, эмпирических и асимптотических зависимостей.

В логической матрице отмечаются следующие приоритетные алгоритмы:

Строка 1 п.2. Генерация на свободных границах расчетной области групповой структуры пакетов волн в произведении с «огигающими» ромбическими секторами, смещающимися с половинной скоростью;

Строка 2. Инерционное смещение корпуса по приращениям скорости – моделирование качки (без вовлечения в прямые расчеты присоединенных масс);

Строка 3. Генерация корабельной волны при отражении фронтов коротких фазовых волн и собственно корабельное волнообразование из точечных излучателей в каждой элементарной площадке обшивки.

Означенные разработки востребуют практическую адаптацию множества ресурсоемких алгоритмов, по большей части посвященных визуализации использованием интерактивной среды Window::Place [1, «Window-Place», 2010]:

- интерактивная программная среда для подготовки, проведения, визуализации и динамического управления вычислительным экспериментом;
- независимая графическая визуализация по таймеру или с приостановкой вычислительных циклов для внешнего управляемого перестроения алгоритмов;
- обработка прерываний в особых условиях: сбор аналитической информации по критическим узлам; настройка и управление визуализацией; контроль и перенастройка математических моделей под локальные условия моделирования.

*В заключение:* на строках обобщенной логической матрицы синтезированы геометрические объекты и физические явления в качестве независимых «существительных» или структур данных со связанными с ними алгоритмами – методами быстрого доступа к данным. По столбцам формализуются «глаголы» – как операции гидромеханики, действие которых существенно зависит от особенностей гидромеханики корпуса, морского волнения и их взаимодействия. Крайний столбец собирает сценарии работы с результатами вычислений, предназначенных для детальной визуализации и внятного представления морскому или корабельному инженеру-исследователю, оптимизирующему мореходные качества или создающему проекты перспективных кораблей для особых географических и навигационных условий эксплуатации.

## Алгоритмы построения цифровой модели корпуса корабля

Цифровая модель корпуса корабля в качестве единого числового объекта изначально образуется таблицей плазовых ординат, дополняемой абсциссами штевной и ординатами их транцевых расширений, как это определено в построении базы данных теоретических чертежей Санкт-Петербургского университета [Л, БД-«Vessel», 2015], в качестве особой C++структуры: `Hull`. формируется в оперативной памяти вычислительного эксперимента [Л, «Hull», 2010] – Пространственная геометрия корпуса корабля и окружающих водных потоков формируются с использованием алгоритмов тензорной математики: интерфейса `Base` [Л, «Тензор», 2013] для строго и однозначного связывания локальных внутрикорабельных координатных базисов с внешней или глобальной морской системой отсчёта маневрирующего корабля.

Независимая надстройка для динамической визуализации моделируемых процессов использует однородные координаты в графическом окружении `Window:Place` [Л, «Контекстная графика», 2010] – обеспечивающем интерактивное управление вычислительным экспериментом, с независимой от хода вычислений визуализацией в трехмерной графической среде программирования на основе OpenGL.

## Геометрия обводов и алгоритмы представления корпуса корабля

Числовое описание модели корабля в текстовом файле с расширением `*.vsl` начинается с признака файла «▲»(x30) и расширенного названия проекта корабля в угловых скобках (<...>) в первой активной строке (часть.1, рис.2). Затем приводятся указания общего количества – **Nframes**, и номера мидельшпангоута – **Mid**.

Относительно абсциссы мидельшпангоута в вычислительном эксперименте контролируется движение с прорисовкой маршрута корабля при моделировании штормового плавания.

В третьей строке задаются значимые для расчётов размерения корабля: конструктивные **L** – длина, **B** – ширина, **T** – осадка, и необязательная величина **ΔT** – для дополнительного погружения корпуса.

Относительно компактный код программы для вычислительного эксперимента получается с использованием компилятора MinGW - C++ версии 3.4.4. Однако, в столь великовозрастной версии компилятора ещё не поддерживались обо-



значения переменных русскими буквами, и потому в программном комплексе в целом приняты следующие обозначения в латинских начертаниях:

class **Hull** – определение структур данных и операций по корпусу корабля:

**Matrix** – ортогональный и ортонормированный корабельный базис;

**View** – сцена графического окна в однородных координатах OpenGL.

#### Константы:

Real **Length Breadth Draught** и  $\Delta T$  – расчётные длина, ширина и осадка;

int **Nframes** и **Mid** – общее количество и номер мидельшпангоута.

#### Скаляры { i }:

Course, dCs – курс корабля действующий и заданный по курсовому углу;

Speed, cSp – действующий и устанавливаемый для тихой воды ход корабля;

iV~Volume – текущий погруженный объём и исходное водоизмещение;

iF~Floatage – площадь ватерлинии действующая и на тихой воде;

iS~Surface – смоченная и изначально погруженная поверхность обшивки;

Trim – дифферент задаётся начальным смещением центра величины;

h<sub>x</sub> – фиксируемая метацентрическая высота для начальной остойчивости;

Kv – доля сброса отрицательного давления по нормали стока потока (Даламбер).

#### Векторы { v }:

Gravity – центр тяжести в локальных корабельных координатах;

vB~Buoyancy – координаты центра величины, центра плавучести корпуса;

vF~Floatable – центр площади текущей и начальной ватерлинии;

vM~Metacenter – текущая и заданная аппликата поперечного метacentра;

Locate – местоположение корабля во внешней морской системе координат;

#### Тензоры { m }:

mW~inWater – моменты инерции площади действующей ватерлинии

~~mM~~~inMass – тензор массовых (пространственных) моментов инерции  
корпуса по качке и рысканию корабля.

#### Маршрутные записи { flex }:

Route – траектория хода корабля в морской системе отсчёта [м]

Rate – вектор скорости движения корпуса в корабельном базисе [м/с]

Head – ориентация корпуса во внешнем пространстве в углах Крылова [рад]

Whirl – угловые скорости вращения относительно корабельных осей [рад/с]

Mix – сохраняемые величины для повторных перерасчетов в протоколах:

Mix.z – уровень моря на миделе; y – курс; x – скорость хода ...

На каждом шаге вычислительного эксперимента заново вычисляются геометрические характеристики и гидродинамические параметры движения корабля на интенсивном волнении, с явным учётом кинематики корпуса относительно взволнованной поверхности моря (*отмеченные выше двухсимвольными переменными*), при этом, в начальный момент времени вычислительного эксперимента, на первом расчётном цикле волновое поле не создается, и все начальные числовые величины переписываются исходным числовым объектам (*отмечены словами*) для фиксации массовых, инерционных и всех гидростатических параметров корабля на тихой воде без качки.

Вычислительный эксперимент всегда начинается с нулевой скорости хода на чистой воде. Цифровая модель корабля плавно набирает требуемый ход и постепенно включается в процессы качки, рыскания и пульсаций скорости хода по мере усиления морского волнения. Для корректной оценки средней скорости хода на волнении, в экспериментах ожидается первая падение хода, которое назначается в качестве минимальной и осреднённой ходкости на волнении на данный момент времени.

### Основные элементы числовой структуры для описания формы корпуса

Основные имена числовых структур и связанных с ними операций:

`Stern[*]`, `Frame[ Nframes+2 ][ * ]` и `Stem[ * ]` – пространственные контуры ахтерштевня, шпангоутов и форштевня;

`Keel[ Nframes+2 ]` – местоположение шпангоутов на килевой дорожке.

`Shell[ Nframes+1 ][ * ]` – индексные последовательности для построения треугольников в пределах шпаций и оконечностей.

Отсчёты индексов относительно килевой дорожки: 0 – ахтерштевень; `Frame[ 1...Nframes ]` – шпангоуты по проекции корпус теоретического чертежа; `Nframes+1` – форштевень. При считывании контуры `Stern` и `Stem` дополняют шпангоуты, но они сохраняются для замыкания транцевых расширений и утолщений на штевнях.

Основная часть корпуса описывается с помощью параметрического задания шпангоутов `Frame( z,y )`, зафиксированных по таблице ординат на абсциссах основной линии `Keel( x )`; и штевней корпуса корабля `Stem( x,y,z )` и `Stern( x,y,z )`, синтезирующих раздельное считывание ординат и абсцисс в контурные пространственные координаты `{ x,y,z }`.

Контуры шпангоутов могут определяться неоднозначными функциями, например, для формирования тоннельной кормы или построения многокорпусной архитектуры судна. Крайние точки шпангоутов с нулевой ординатой могут опускаться, они автоматически дополняются последней аппликацией при считывании корпуса. Ввиду того, что в проекции бок контуры диаметральной плоскости с транцевыми расширениями не всегда ограничиваются штевнями, то нулевые ординаты транцевых расширений и абсциссы контуров оконечностей желательно указывать в явном виде.

На штевнях могут указываться их утолщения в оконечностях и транцевые расширения, ширину плоскостей днища или палубы:

$y = 0$  – заостренный штевень или слом по линии киля на днище;

$y > 0$  – ширина до слома на транце, ширестреке или плоском киле.

$y < 0$  – закруглённое окончание на штевнях (...пока не отработано).

При считывании двух строк с описанием штевня происходит интерполирование абсцисс контуров диаметральной плоскости с ординатами соответствующих транцевых расширений (или радиусов бульбовых скруглений).

## Особенности графической визуализации модели корпуса корабля

Триангуляционное покрытие выстраивается с помощью матрицы ссылок: `Shell[Nframes+3][1+*]`, с индексами элементов числовых последовательностей при описания контуров шпангоутов и штевней корпуса. Количество точек для контуров хранится на месте нулевых индексов, перед последовательностями пространственных координат, задающих неоднозначные функции координат, позволяя работать с многокорпусниками и корректно прорисовывать бортовые кили или крупные элементы надводной архитектуры корабля.

Изначально в построении корпуса контуры штевней индексировались по особым правилам с динамическим поиском точек штевней внутри теоретических шпаций. В двух старших битах каждого отсчёта в индексном массиве хранятся признаки вершин треугольников:

```
LeftFrame 0x8000 0000 // точки смежного левого (в корму) шпангоута
SternPost 0x4000 0000 // индексная маска шпаций близи ахтерштевня
StemPost 0x2000 0000 // и форштевня в шпангоутных треугольниках
FramePost 0xE000 0000 // общая маска особого шпангоутного индекса
```

Логика поисков точек на штевнях внутри расчетных шпаций, между теоретических шпангоутов, представляется вполне надёжным, но очень трудно подстраиваемым для случаев тоннельным обводов или многокорпусных моделей.

В последней версии программного комплекса «Аурога» реализована предварительная выборка точек на штевнях с их переносом внутрь расчетных шпаций, и с формированием дополнительных искривлённых как бы шпангоутов на штевнях в оконечностях корпуса. В обновлённом варианте существенно упрощается логика динамического переформатирования штевней к шпангоутам при построении сетки из треугольников, а в уточнении типа шпангоута в пределах одной шпации остаётся только один бит для отметки левого смежного шпангоута – в сторону кормовой оконечности.

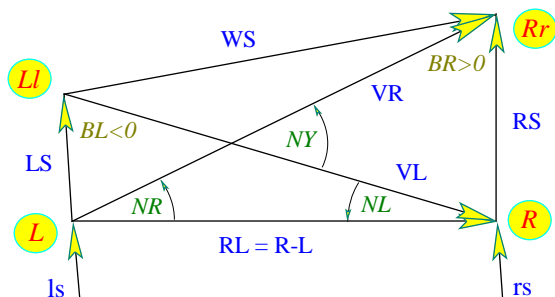
`LeftFrame 0x8000 0000` // *левый смежный шпангоут в расчётной шпации*

Для ускорения геометрических построений все разности абсцисс внутри шпаций на шпангоутных контурах устанавливаются одинаковыми, в том числе по точкам, снятым со штевней. В некоторых отладочных версиях программы иногда задействовались единичные интервалы между шпангоутами, однако, для корректного формирования выступающих частей и палубных надстроек в действующей версии программы используются исходные теоретические отсчёты для продольного местоположения шпангоутов.

Контуры штевней за пределами всех расчетных шпаций образуют два остаточных шпангоута в оконечностях: `Shell[0][1+*]` – кормовое окончание, как выступающая часть ахтерштевня, и `Shell[Nframes+1][1+*]` – по носовой оконечности. В качестве единой разности абсцисс устанавливается отстояние по максимально удалённым точкам на штевнях. Соответственно, индексация теоретических шпангоутов остаётся внутри интервала с индексацией по их количеству: `[1...Nframes]`.

В модуле **Hull** с расчётами по теории корабля, точки на шпангоутах последовательно соединяются либо отрезками прямых, либо, для повышения точности – гладкими сплайновыми параметрическими кривыми, где повторение точек с одинаковыми координатами служит признаком слома гладкой кривой (по аналогии с трёхмерной графикой электронного кульмана DesignCAD)

В вычислительном эксперименте **Aurora** поверхность корабельной обшивки формируется только из треугольников, что требуется для быстрых и точных вычислений гидростатических параметров корпуса, в том числе в случаях с треугольниками весьма больших размеров.



**Рис. 2.** Разметка оптимизируемых треугольников на обшивке корпуса.

Простейшим оптимизационным алгоритмом стал выбор минимальной длины диагоналей четырехугольника  $VR, VL$ , при этом особо отрабатываются совпадающие точки, сломы шпангоутов и большие разности углов нормалей в последовательностях смежных треугольников в полосе расчётной шпации.

Альтернативным алгоритмом реализован двухпроходный анализ двух смежных четырехугольников.

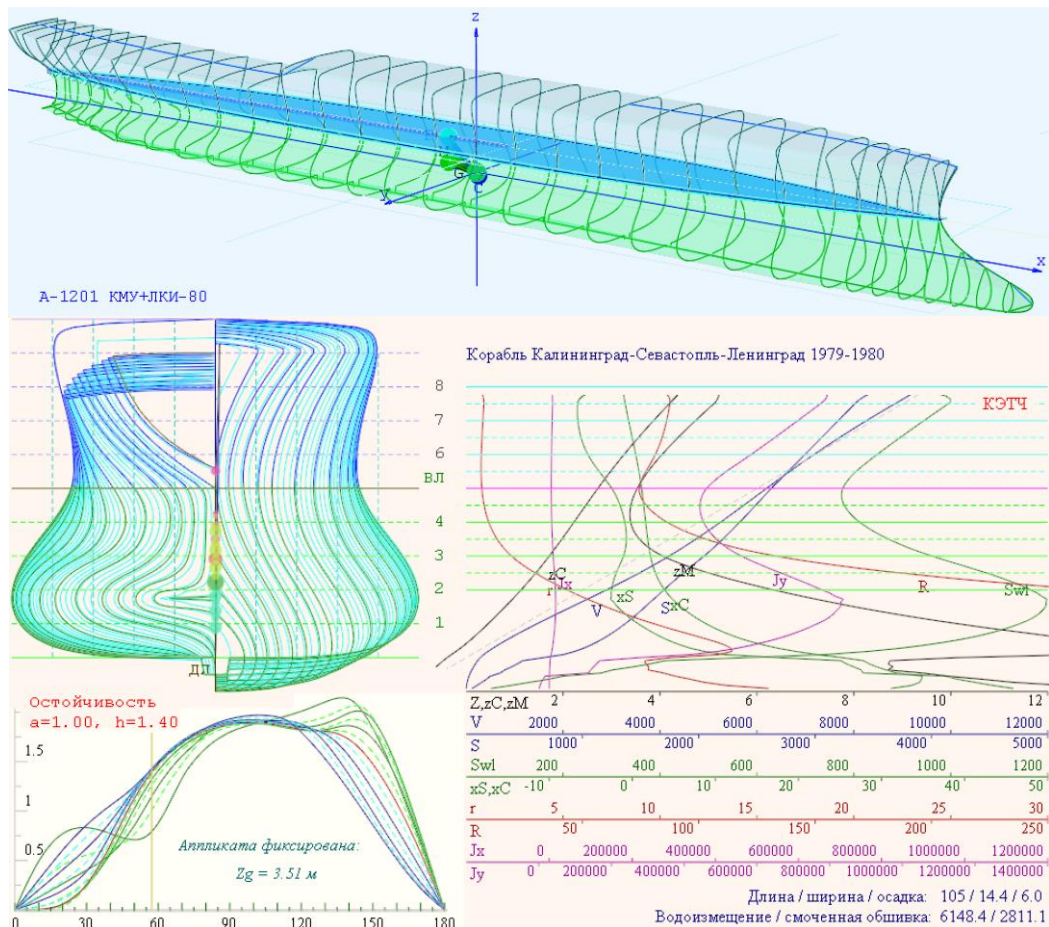
По подводной обшивке сначала от кия в сторону ватерлинии попутно выполняется поиск резких сломов, свойственных выступающим частям, как бортовые кили, крыльевые стабилизаторы или кормовые рули. При их обнаружении, формирование обшивки приостанавливается, с последующим построением треугольников по шпации в обратную сторону – от ватерлинии к точкам приостановки.

По надводной части задействуется весьма сложный алгоритм с поиском ограничивающих засечек по сломам на шпангоутах, в частности на палубном ширстреке, а также по дублирующимся точками, как по извне установленным точкам обязательных сломов борта. Суть построений в использовании приостановки формирования поверхности на точках слома борта, формально оптимизированных допустимых углов на поверхности корпуса по конкретной подборке корпусов в рабочей базе данных цифровых теоретических чертежей: «**Vessel**».

Ускоренная обработка элементарных фрагментов судовой обшивки выполняется с помощью особо оптимизированного двумерного массива индексов  $Shell[y][z]$ , регуляризованных для последовательной выборки поверхностных треугольников с предустановленной ориентацией векторного произведения в направлении внешней нормали. Выборка треугольников выполняется с помощью процедуры  $Select(y, z)$ .

Так, в частности:

- а) – абсциссы штевной и шпангоутов локализируются от нуля до средней величины шпации;
- б) – все разности ординат для точек на смежных шпангоутах уменьшаются в три раза;



**Рис. 3.** Важными компонентами вычислительного эксперимента являются средства визуализации гидростатических характеристик корпуса и остойчивости корабля, с различными вариантами трёхмерной прорисовки корпуса для анализа проектных решений. Слева, под проекцией корпус показаны кривые остойчивости при различных осадках для нулевой метацентрической высоты при фиксированной аппликате центра тяжести, что соответствует реальной динамике корабля в штормовых условиях. Правее приведен комплекс гидростатических кривых для всех осадок от киля до палубы.

- 1 к ранее отмеченным нулевым разностям на сломах шпангоутов добавляется целый четырехугольник с оптимизированной парой треугольников;
- 2 к новой нулевой разности добавляется смежный треугольник, а в случае двух сломов выполняется поиск другой ненулевой пары разностей;
- 3 **???** проверяется наклон диагоналей, который не должен превышать  $20^\circ$ ;
- 4 выявляются сломы шпангоутов на  $8^\circ 30'$  и либо добавляется смежный треугольник, либо по двум сломам достраивается четырехугольник;
- 5) сравниваются нормали новых треугольников с последним ранее установленным. **...**

Виртуальная процедура Draw подготавливает графическую среду для изображения корпуса с предварительной настройкой графической сцены, где контекстно независимая процедура Drawing – выполняет прямую прорисовку корпуса без какого-либо масштабирования – «как есть».

Режим изображения задаются горячей клавишей «**Tab**» и управляется маской DrawMode с последовательным переключением:

- 0 – прозрачный корпус с проявлением гидростатических центров;
- 1 – поверхность ватерлинии с контурами штевной и шпангоутов;
- 2 – к действующей ватерлинии добавляются подводные обводы;
- 3 – корпус изображается целиком, но без штевной и шпангоутов.

Переключение «**Space**» (пробел) заменяет закраску рёбрами элементарных треугольников:

0x4 – те же режимы 0÷3, но только с триангуляционными рёбрами

Динамика корабля моделируется при вызове процедуры Floating – свободное плавание на взволнованной поверхности моря; и процедуры Moving – смещение корпуса корабля под действием внешних сил за тот же расчётный интервал времени  $dT$ .

Признаком необходимости вычисления и фиксации расчётных значений на тихой воде в качестве исходных величин является отсутствие водоизмещения ( $Volume=0.0$  и/или счётчик расчётных циклов во времени  $Kt=0 \rightarrow$  обновление).

Для разделения элементарных элементов обшивки – треугольников на прилегающие к штевням, правому или левому борту (**Board**), и обозначения принадлежности к подводным обводам, к поверхности на воде (ватерлинии) и, к надводным ветвям шпангоутов и палубе (**Level**):

`int Board, // '0' штевни; '-' левый или '+' правый борт`



*Level; // -2 – подводные обводы; -1 – смоченный борт выше теоретической ватерлинии; 0 – поверхность действующей ватерлинии; +1 – осушенный борт ниже теоретической осадки; +2 – надводный борт выше ватерлинии.*

Размерности корпуса определяются в естественном масштабе, все геометрические величины, площади, объёмы и моменты инерции исчисляются в локальной/корабельной системе координат, с нулевой точкой отсчёта на мидельшпангоуте на уровне ватерлинии по заданной осадке.

## Настройки графической сцены визуализации вычислительного эксперимента

Параметры визуализации, в случае независимого представления корпуса корабля в виртуальной процедуре Draw, определяются в контексте графической среды программирования OpenGL.

eye, look – угловые отсчёты для направлений из точки обзора и на местоположение сцены;

Distance – расстояние от точки наблюдения до центра сцены в масштабных величинах вычислительного эксперимента, в метрах.

Установки для отображения графических сцен осуществляются либо с помощью специально оговоренных аккордов клавиатуры, или с помощью указателя «мышь».

Изначально графическое изображение корпуса корабля использовалось в качестве дополнительного и непрерывного контроля процессов динамики и взаимодействия корабля с крупным трюхональным морским волнением. Так, ключ `onlyDraw=false` – служит переключению заключительной операции в процедуре `Floating( bool )` с режима простой прорисовки корпуса на использование всего комплекса математических алгоритмов корабельной гидромеханики. По крайней мере обеспечивается наглядное представление элементарных расчётных треугольников, в том числе с происходящими вблизи них гидродинамическими процессами.

С каждым расчётным шагом заново формируется поверхность действующей ватерлинии. На поверхности корпуса отображаются векторы касательных и нормалей на действующей ватерлинии, которые с каждым расчётным шагом перестраиваются для согласования контура пересечения по обшивке движущегося в пространстве корабля по быстро изменяющейся поверхности крупного морского волнения.



В корабельном окне «Аксонметрический вид корпуса корабля и профилей морских волн» предусматривается несколько вариантов графической визуализации:

«Варианты изображения корпуса + потоки»:

«Обшивка корабельного корпуса и надводный борт»;

«Смоченная обшивка под поверхностью ватерлинии»;

«Контурные шпангоуты при поверхности ватерлинии»;

«Полупрозрачная тень, гидростатические отметки» - корпус становится прозрачным, и открываются все гидростатические центры.

Возможно включение вариантов отображения скоростей течений близости смоченной поверхности бортовой обшивки, с отображением стратификации скоростей под поверхностью морского волнения:

«Касательные компоненты обтекающих скоростей»;

«Вихреисточники потока и непротекания корпуса»;

«Импульсы скоростей излучения и отражения волн».

А также, независимо от состояния вышеуказанных настроек:

«Закрашиваемая поверхность корабельной обшивки» и

«Контурные рёбра триангуляционного покрытия».

В морском окне «Корабль и трохоидальные штормовые структуры морских волн» представляются варианты изображения морского волнения во взаимодействии с маневрирующим корпусом корабля.

Под командой <Таб>:

«Раскраска сине-зелёных-пенных склонов» (цветовая раскраска волнения);

«Сеточное покрытие в цветовой палитре» (расчётная сетка волнового поля);

«Разреженная сетка, сто контуров волн» (сетка волн без полного покрытия);

«Профили волнения по курсу и траверзу» (сетка с векторами скоростей).

На клавише <Пробел>:

«Тёмная вода с освещёнными оттенками» (типовая палитра в световых лучах);

«Светлая вода с выделением ватерлинии» (раскраска гребней и ложбин волн);

«Тёмная вода + три слоя исходных волн» (результатирующее поле морского ...

«Светлая вода с послойным разложением» ... волнение + три структуры волн).

## Гидродинамика корабля в условиях штормового плавания

Вычислительный эксперимент строится с разделением решений по независимым физическим процессам, что полагает возможным интерактивное управление параметрами морского волнения и характером силового взаимодействия корпуса корабля со штормовой стихией. Управление курсом и ходом модели корабля в условиях интенсивного волнения осуществляется в дифференциальных экстраполяциях с получением плавной кинематики корпуса под управлением динамически подобных тяговых движителей и кормовых рулей.

Движущаяся цифровая модель корабля отдельно взаимодействует с каждой из базовых волновых структур, что гидродинамически корректно воспроизводит главную часть процесса отражения трохоидальных волн от корпуса корабля. Результирующее волновое поле и пространственное распределение скоростей подводных течений получается векторным суммированием (простой суперпозицией<sup>2</sup>) независимых трохоидальных процессов, и служит для вычисления гидродинамических сил и реакций общего воздействия гребней штормовых волн, в целом, определяя штормовую гидромеханику корабля на ходу произвольными курсами относительно волновых фронтов.

Ускорению вычислений служат упорядоченные по шпациям числовые структуры для описания поверхностей судовой обшивки, что также даёт возможность включения реентерабельных алгоритмов для распараллеливания всего процесса вычислений. На каждом шаге эксперимента заново интерполируются точки пересечения волновых склонов и ставятся бимсы для динамического построения поверхности ватерлинии с разделением подводного и надводного объёмов корпуса. По подводном обводам вычисляются новые объёмы со смещёнными центрами величины (моментами инерции), с использованием градиентов наклона волновой поверхности усредняется интегральное направление действия архимедовых сил всплытия.

Метацентрические характеристики корпуса вычисляются, но используются только для визуального контроля динамики корабля в традиционных представлениях теории корабля, для чего дополнительно вычисляются площадь, положение центра и моменты инерции площади действующей ватерлинии, метацентри-

---

<sup>2</sup> В простой суперпозиции не контролируется возможное обрушение гребня суммарной волны, что формально приведет к усиленному силовому воздействию на корпус корабля, или к оценке в «опасную сторону».

ческие радиусы и положение метацентров по вертикали от изменчивого центра величины погруженной части корпуса.

## Список принятых обозначений в штормовой гидромеханике корабля

$Volume [m^3]$  и  $Surface [m^2]$  – водоизмещение и площадь смоченной обшивки корпуса на тихой воде;  $iV [m^3]$  – погруженный объём корпуса в условиях качки на волнении;  $Buoancy$  и  $vB^o [m]$  – центр величины на тихой воде и волнении;  $\gamma B = g \cdot \rho \cdot B [кг \cdot м / с^2]$  – вектор архимедовых сил всплытия;  $Floatable$  и  $vF^o [m]$  – центр площади ватерлинии на тихой воде и волнении;  $vW [\delta]$  – вектор нормали к склону волны;  $vS^o [H/\rho]$  и  $vR^o [H \cdot м / \rho]$  – и векторы сил и моментов по площадкам судовой обшивки, с учётом давления под вертикалью волнового склона со спадом на величину касательной скорости по Бернулли:  $\delta h_z = 0.5 \cdot (\delta V)^2 / g^o [м]$ .

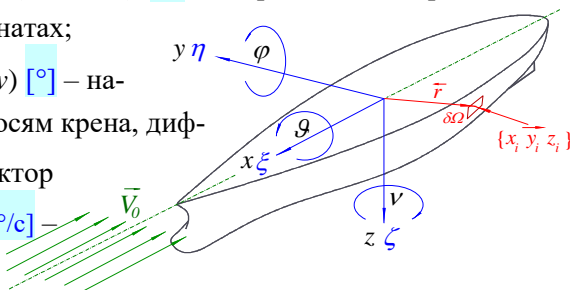
$\vec{G} \{ \xi, \eta, \zeta \}$  (x-surge, y-sway, z-heavy) [м] – координаты центра тяжести в подвижных корабельных координатах;

$\vec{\Omega} \{ \theta, \psi, \nu \}$  (x-roll, y-pitch, z-yaw) [°] – направление курса – поворотов по осям крена, дифферента и рыскания;  $\vec{V} [м/с]$  – вектор

скоростей поступательных и  $\omega [°/с]$  – скоростей угловых колебаний;

$\mathbf{r} [\delta^3]$  – корабельный базис, как безразмерный и нормализованный тензор чистого поворота;  $\rho \cdot \mathbf{inMass} [кг \cdot м^2]$  – массовый (объёмный [м<sup>5</sup>]) тензор инерции корабля;

$L [м]$  – плечо расхождения центров величины и тяжести.



## Математические объекты и операции пространственной гидромеханики в корабельном и внешнем координатных базисах

Преимущественно применяются обозначения строчными буквами для объектов в подвижной локальной – корабельной системе отсчёта, либо заглавными – для величин в неподвижной глобальной – морской системе координат. Векторные величины измеряются в локальном корабельном базисе с отметкой стрелочкой влево:  $\leftarrow a$ , либо в глобальной неподвижной морской системе координат  $\rightarrow A$  со стрелочкой вправо, где отмеряются склоны и гребни морских волн и происходит

их графическая визуализация совместно с кораблём в штормовом море. Проекция свободных векторов соотносятся операциями произведения с ортогональным, ортонормированным тензором<sup>3</sup> корабельного базиса (или – тензором ориентации)  
 $\times \wedge \vee$   
 $\mathbf{r} = \mathbf{r} = \mathbf{r}^T$ :

$\rightarrow \times \leftarrow$   
 $A = \mathbf{r} \cdot a$  – из корабельного базиса в глобальную систему координат;

$\leftarrow \rightarrow \times$   
 $a = A / \mathbf{r}$  – возврат свободного пространственного вектора к ориентации относительно локального корабельного базиса,

что справедливо как для векторов местоположения и скоростей перемещения, так и для угловых векторов и скоростей вращения.

Соответственно полный пересчёт связанных с местоположением  $\rightarrow R$  векторов в корабельной и глобальной системах координат:

$\rightarrow \rightarrow \times \leftarrow$   
 $A = R + \mathbf{r} \cdot a$  – переход из корабельной в неподвижную глобальную морскую систему координат;

$\leftarrow \rightarrow \rightarrow \times$   
 $a = (R - A) / \mathbf{r}$  – возврат к отсчётам относительно подвижного корабельного базиса.

Аналогичные операции по смене локальных базисов без смещений справедливы в случаях преобразования координатных компонент для пространственных векторов поворота и угловых скоростей.

Традиционные определения видов качки корабля, активно используемые теоретических проработках вычислительного эксперимента (...):

- 1 – бортовая (roll) – (x, крен на +правый и –левый борт, *тэта*- $\theta \vee \vartheta$ )
- 2 – килевая (pitch) – (y, дифферент на +корму, на –нос, *фи*- $\varphi \vee$  (*пси*- $\psi$ ))
- 3 – рыскание (yaw) – (z, уход с курса +вправо, –влево, *ню*- $\nu \vee$  *хи*- $\chi$ )
- 4 – продольно-горизонтальная (surge) – (x, +разгон и –потеря, *кси*- $\xi$ )
- 5 – поперечно-горизонтальная (sway) – (y, +вправо и –влево, *эта*- $\eta$ )
- 6 – вертикальная (heave) – (z, +погружение и –всплытие, *дзета*- $\zeta$ )

<sup>3</sup> Операции тензорной математики [Л] из гидромеханики сплошных сред обладают наивысшей вычислительной эффективностью в пространственных перерасчётах.

## Об особенностях математической модели движения корабля в условиях интенсивного волнения

Моделирование движения корабля в тяжелой воде на интенсивном трюидальном волнении под влиянием вертикальных гравитационных напряжений, строится на принципах прямого (непосредственного) вычислительного эксперимента, где внешние силы и динамические реакции корпуса корабля обуславливаются (неписанными) законами нестационарной гидромеханики, действующими в условиях непрерывных эволюций распределенной энергии в вызванных потоках окружающей жидкости – присоединенных массах окружающей корабль воды.

Однако, практические решения задач нестационарной гидромеханики для корабля в реально вязкой, сжимаемой и кавитирующей жидкости, с предельно возбужденной энергией гравитационных напряжений под свободной поверхностью воды, пока остаются в области теоретических разработок [Л – Трехмерная тензорная математика, 2005] или крайне ресурсоемких – суперкомпьютерных вычислительных экспериментов.

Для доведения прямого вычислительного эксперимента в гидромеханике корабля до значимых в инженерном отношении результатов потребуются вовлечение неких эмпирических или эвристических постулатов, которые без качественных рассогласований приведут к приемлемым оценкам проектных кораблестроительных заключений, с последующими проработками корректных наставлений мореплавателям для эффективного и безопасного маневрирования в штормовом море под ураганными ветрами.

Предвосхищая комплексные математические и алгоритмические построения с использованием таких эвристических подходов в реализации прямых вычислительных экспериментов, можно сформулировать основные допущения в моделях чисто локальных взаимодействий подвижных частиц жидкости с элементарными площадками на судовой обшивке корпуса корабля:

1) принимая аксиому о стационарности видимых фаз и фронтов корабельного волнообразования с борта движущегося корабля, полагаем распределение интенсивности излучения и отражения морских волн зависящим лишь от геометрии обводов корпуса, тогда как видимая изменчивость профилей волн вблизи корпуса корабля объясняется лишь взаимной интерференцией;

2) по аналогии с методами вовлечения корабельных обводов в уравнения Мичелла-Кочина для корабельного волнообразования, поверхность смоченной корабельной обшивки покрывается вихреисточниками, определяющими условия

непротекания с подтормаживанием набегающих потоков в оконечностях корабля, что моделируется простыми разрывами нормальных  $v_n$  и касательных  $v_s$  скоростей на поверхности бортовой обшивки:

$$\overleftarrow{v} = \overleftarrow{v}_n + \overleftarrow{v}_s = (\overleftarrow{n} \cdot \overleftarrow{v}) \cdot \overleftarrow{n} + [\overleftarrow{n} \times \overleftarrow{v}] \times \overleftarrow{n} , \quad [\text{м/с}]$$

где вектор  $\overleftarrow{v} = -\overrightarrow{V} - \overrightarrow{v}_\omega = \overrightarrow{V} + \omega \times \overrightarrow{L}$  – скорость невозмущенного набегающего потока с учетом угловых скоростей в поворотах корпуса  $\omega$  при  $\overrightarrow{L}$  – отстоянии от динамического центра движущегося корабля.

! ? сверить правила знаков

3) ориентируясь на независимость влияния локальных скоростей относительно потоков на удалении от корпуса корабля (принцип относительности), из гидростатического давления  $p$  [Н/м²] исключается вектор скорости хода корабля  $\overrightarrow{V}$  [м/с] в гидродинамических зависимостях по Бернулли.

$$p = \rho \cdot \frac{(\overleftarrow{v} + \omega \times \overrightarrow{L} - \overleftarrow{V})^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h \quad [\text{кг/м}^2\text{с}^2]$$

где:  $\rho = 1\,025$  [кг/м³] – плотность воды;  $\overrightarrow{V}$  – скорость хода и  $\overleftarrow{v}$  [м/с] – локальная скорость вблизи корпуса;  $h_z$  [м] – глубина;  $p_a$  [кг/м·с²] – атмосферное давление.

Для получения отраженного от бортовой обшивки импульса локальных скоростей, при моделировании трансформирующего морского волнения на удалении от корпуса, достаточно поменять знак при касательной компоненте скорости:

$$\overleftarrow{v} = \overleftarrow{v}_n + \overleftarrow{v}_s = (\overleftarrow{n} \cdot \overleftarrow{v}) \cdot \overleftarrow{n} - [\overleftarrow{n} \times \overleftarrow{v}] \times \overleftarrow{n} . \quad [\text{м/с}]$$

Обратим внимание, что обнуление нормальной компоненты скорости вблизи бортовой обшивки в вычислительном эксперименте соответствует удвоению высоты отражаемой волны, что формально увеличивает давления воды под отражаемой волной. В случае полной разностной модели волнового поля, нормальная компонента скорости обнуляется граничными условиями, и для определения давления воды становится необходимым измерение уровня воды вблизи борта корабля:  $p = \rho \cdot g \cdot h$ .

Уязвимым элементом в уравнениях движения является вектор отстояния от динамического центра корпуса корабля  $\overrightarrow{L}$  [м]. В текущей версии «Auroga» центр действия внешних пар сил устанавливается строго посередине между действующими центрами величины и площади ватерлинии, что отчасти исключает из эпюр распределения давления воды поступательную компоненту силовой реакции.

В качестве пробно-упрощённого варианта в уравнениях движения корабля используются свободные векторы, что формально означает динамику корабля относительно центра на мидельшпангоуте на уровне конструктивной ватерлинии, не усугубляет «параметрическую» качку корабля, и не способствует катастрофическим («конвективным») захватам корпуса гребнями крупных волн.

Для уточнения пространственной кинематики корпуса необходимо центр вращательных движений перемещать, удерживая его внутри треугольника с вершинами в центрах тяжести, величины и площади действующей ватерлинии. В управляемости корабля такая точка называется центром «бокового сопротивления», и её компонента гидродинамического сопротивления в проявлениях формы «крыла» может находиться за центром величины относительно центра тяжести, но в общем случае округлого корпуса можно выбирать подводную точку  $a$  строго посередине между мгновенными центрами величины и площади действующей ватерлинии:

$$\overleftarrow{a} = (\overleftarrow{c} \cdot v + \overleftarrow{f} \cdot s) / (v + s) , \quad [м]$$

где  $c$  – вектор координат центра величины, и  $f$  – центра площади ватерлинии;  $v$  – мгновенные значения водоизмещения и  $s$  – площади действующей ватерлинии.

Местоположение динамического центра приложения результирующих сил и моментов для сдерживающей реакции корпуса уточняется с помощью коэффициентами демпфирования, учитывающих вязкое сопротивление воды совместно с действием присоединенных масс. При усилении демпфирования кинематический центр корабля  $w$  смещается к подводной точке, при ослаблении к центру тяжести:

$$\overleftarrow{w} = \frac{\overleftarrow{a} \cdot v \cdot \overline{m} + \overleftarrow{G} \cdot V \cdot \overline{(1 - m)}}{v \cdot \overline{m} + V \cdot \overline{(1 - m)}} \quad [м]$$

где  $v$  – текущая мгновенная величина водоизмещения;  $V$  – полное водоизмещение, дополняемое замерами при вертикальной качке корпуса;  $G$  – координаты центра тяжести корабля;  $m \{ x, y, z \}$  – параметры демпфирования, нормированные к интервалу  $[0,5 \div 1,0]$ :

$$\overline{m} = (1 + \tanh \mu) / 2$$

где  $\mu \{ \xi, \eta, \zeta \} [0 \div \infty]$  – безразмерные коэффициенты демпфирования поступательных смещений корпуса.

Для примера, в приведенной зависимости при нулевом демпфировании динамический центр корпуса на конструктивной осадке встанет строго посередине подводного центра  $a$  и центра тяжести  $G$ , при сильном демпфировании корабль будет раскачиваться относительно подводного центра – условного центра бокового сопротивления. Под действием вертикальной качки, в процессе регистрации увеличивающегося контрольного водоизмещения  $V$ , влияние центра тяжести будет немного ослабевать, подобно увеличивающемуся демпфированию корпуса, что отчасти уменьшит интенсивность качки и снизит опасность опрокидывания корабля. При полном погружении подводный центр корпус вычисляется по вышеприведенным зависимостям, при отрыве от воды этот центр автоматически приводится к центру тяжести.

Проводя все вычисления исключительно с величинами в их физической размерности, по возможности, в алгоритмах используется ограничение крутизны прогрессивных волн не более  $30^\circ$ , и стоячих гребней девятых валов не круче  $60^\circ$ . Для этого применяется либо суммирование объемов воды под гребнями путем ограничения максимальной крутизны волнообразования, либо просто отсекаются избыточные потоки в условно обрушающихся гребнях новых волн.

### Об интерактивном выборе вариантов построения вычислительных экспериментов

Числовая модель корабля строится в полномасштабных цифровых теоретических чертежах, с охватом надводной общекорабельной архитектуры, с соблюдением массовых и динамических характеристик корпуса, пульсаций скорости и периодов качки настоящего корабля, в том числе с включением тяги условных движителей и моментов от рулевых устройств, для воссоздания условий управляемого маневрирования корабля под воздействием интенсивного штормового волнения.

Маневры корабля в вычислительном эксперименте проходят по плавным траекториям циркуляции; также плавно происходит набор и потеря хода, что в целом соответствует реальной гидромеханике со всеми шестью степенями свободы по угловым и поступательным видам качки; с проявлением крена на циркуляции и ходовым дифферентом при разгоне и торможении корабля; и что особо важно – с переменной скоростью хода в зависимости от характера силового взаимодействия корпуса с конкретными гребнями штормовых волн, включая воз-



возможность дельфинирования, или захвата корпуса волной и брочинга, с опрокидыванием на попутной волне.

Предусматривается интерактивное изменение факторов демпфирования качки и метацентрической высоты  $h_x$  для корпуса на тихой воде, для чего относительно метacentра  $m_x$  фиксируется иная аппликата центра тяжести ( $G_z = m_x - h_x$ ), что требуется для оценок крена на циркуляции и качки на штормовом волнении, и может применяться для постановки на киль в случае аварийного опрокидывания.

Циркуляция корабля управляется указанием нового курса в румбах с перекладкой руля «на борт», на «полборта» и при работе авторулевого с перекладкой «по малу», как это обычно делается в штормовых условиях для сбережения рулевой машины, допуская свободное рыскание с отклонением от курса под интенсивным воздействием штормового волнения (*угловая скорость на циркуляции здесь не зависит от скорости хода*).

Плавное изменение скорости хода регулируется тягой движителей с сопротивлением движению по условно «тихой воде», что допускает как потерю штормового хода на интенсивном волнении, так и разгон с дельфинированием на гребнях попутных волн (*при остановленных машинах демпфирование хода применяться к полной скорости остаточного движения*).

Также как и при моделировании морского волнения в вычислительном эксперименте задействуются различные по сложности гидродинамические модели качки корабля.

1. Простейший или тестовый вариант строится на кинематическом скольжении корпуса корабля относительно двух пар точек вдоль и поперек корпуса. По чисто математического волновому полю шаг по времени соответствует темпу графической визуализации.

2. В относительно быстром варианте моделирования вычисляется погруженный объём корпуса, переменная составляющая которого создает вертикальную Архимедову силу всплытия и погружения. Чисто вертикальная или гравитационная компонента этих сил вызывает килевую, бортовую и вертикальную качку. Дополнительные горизонтальные компоненты обуславливаются интегрально осредненным наклоном ватерлинии и поверхностей равных давлений воды, отчего образуются перепады гидростатических сил на противоположных бортах корпуса корабля. Задействование всех внешних сил и моментов означает воссоздание в моделировании всех шести компонент угловой и поступательной динамики корпуса корабля в условиях штормового волнения.

3. Вместо расчётов погруженного объёма корпуса выполняется интегрирование гидростатических давлений по смоченной поверхности судовой обшивки под взволнованной поверхностью моря. В таком векторном интегрировании вычисляются в точности аналогичные силы всплытия, создающие такие же поступательные и угловые ускорения для моделирования всех шести компонент штормовой качки корабля.

4. Предыдущий вариант дополняется учётом подповерхностных скоростей течений, касательные компоненты которых несколько снижают давление воды на поверхности судовой обшивки, а отражаемые корпусом нормальные компоненты набегающих потоков создают антисимметричные импульсы сил, усугубляющих рыскание, слеминг и опасность захвата корпуса гребнем штормовой волны.

Достоинством геометрических алгоритмов является то, что вычисление погруженного объёма корпуса выполняется по элементарным тетраэдрам, которые являются основаниями треугольников с распределёнными давлениями воды на смоченной поверхности судовой обшивки, отчего эффективность интегрирования объёмных или поверхностных сил всплытия вполне соизмерима. Несколько большие вычислительные ресурсы востребуются для явного учёта компонент внешних течений вдоль судовой обшивки, и потоков отражаемых от движущегося корпуса, но всё же, и здесь замедление вычислительного эксперимента критическим не оценивается.

**...в отладке:** Полное дифференциально-разностное моделирование штормового волнения не востребует эмпирики вихреисточников для учёта и компенсации больших скоростей, (не)протекающих сквозь судовую обшивку, так как изменение гидродинамического давления становится составной частью математической модели. Однако здесь несколько затрудняются корректные оценки гидростатического давления под быстроменяющимся контуром действующей ватерлинии. В вариантах с глубоководными трохоидальными пакетами штормовых волн с дисперсионными свойствами, также как и в длинноволновых моделях морского волнения в полных потоках, независимо от алгоритмов генерации привходящих волн в расчётах задействуется дополнительный комплекс дифференциально-разностных операций на адаптивных сеточных пространствах по всей относительно большой морской акватории, и в таком случае значительно возрастает востребованность оперативной памяти и вычислительных ресурсов для параллельного моделирования гидродинамики и независимого распространения корабельных волн с наложениями отраженных от корпуса корабля внешних пакетов штормовых волн.

Вычисление геометрических характеристик корпуса корабля

Модель корпуса строится в естественном масштабе корабельных координат с начальным отсчётом от мидельшпангоута на уровне ватерлинии при заданной осадке.

Алгоритм настроен на последовательную переборку треугольников  $\Delta\{ a, b, c \}$  между расчётными шпангоутами внутри шпаций бортовой обшивки. Особая предустановка углов треугольника выполняется для действующей ватерлинии, где первые две вершины образуют сторону  $a, b$  вдоль ватерлинии, с третьим углом  $c$  для пары межбортовых бимсов.

Вычисления разделяются на этапы: сначала по подводным обводам ( $Level < 0$ ); затем по поверхности действующей ватерлинии ( $Level = 0$ ), и затем – по замкнутым контурам надводного борта ( $Level > 0$ ) с обобщенными элементами общекорабельной архитектуры.

На каждом шаге собственно вычислительного эксперимента ведётся полный пересмотр всех элементарных треугольников в погруженной под воду части бортовой обшивки и на уровне действующей ватерлинии, в котором вместо графической визуализации производится ускоренный перерасчёт геометрических характеристик корпуса с учётом быстрой кинематики взволнованной поверхности моря. Для этого задействуются те же самые алгоритмы выборки узлов по шпациям, с перестроением треугольников на уровне действующей ватерлинии.

Совмещение алгоритмов трёхмерной визуализации с исчислением геометрических интегралов по корабельным обводам изначально предусматривались проектом вычислительного эксперимента, что считалось важным для сквозного визуального контроля корректности геометрических вычислений совместно с оценками адекватности моделирования гидродинамических явлений в условиях разделения независимых процессов штормовой гидромеханики корабля.

Свободный вектор нормали с площадью треугольника в корабельной системе координат:

$$\overleftarrow{S} = (a - c) \times (b - c) / 2 = [ac \times bc] / 2,$$

$$[m^2]$$

и соответственно площадь этого треугольника:  $W = |\overleftarrow{S}|$ .

Центр площади треугольника задаётся определенным вектором с привязкой к началу корабельной системы координат (на конструктивной ватерлинии и мидельшпангоуте):

$$\overleftarrow{L}_s = (\overleftarrow{a} + \overleftarrow{b} + \overleftarrow{c})/3 = \overleftarrow{c} + (\overleftarrow{ac} + \overleftarrow{bc})/3, \quad [\text{м}]$$

Определённый вектор для центра объёма элементарного тетраэдра того же элемента бортовой обшивки в корабельном базисе:

$$\overleftarrow{L}_v = (\overleftarrow{a} + \overleftarrow{b} + \overleftarrow{c})/4, \quad [\text{м}]$$

объём этого тетраэдра получается скалярным (смешанным) произведением:

$$V = \overleftarrow{c} \cdot \overleftarrow{S}/3 = \overleftarrow{c} \cdot [\overleftarrow{ac} \times \overleftarrow{bc}]/6. \quad [\text{м}^3]$$

Интегрированием всей поверхности судовой обшивки получаются геометрические характеристики погруженных обводов корпуса. Площадь смоченной поверхности, погруженный объём корпуса (объёмное водоизмещение) и корабельные координаты центра величины корпуса:

$$iS = \sum W; \quad iV = \sum V; \quad \overleftarrow{vB} = \frac{\sum \overleftarrow{V} \cdot \overleftarrow{M}}{iV},$$

или поэлементным алгоритмом:

$$\text{площадь обшивки: } Surface \ iS = \sum |\overleftarrow{S}| = \sum_{\Delta} \frac{(\overleftarrow{a} - \overleftarrow{c}) \times (\overleftarrow{b} - \overleftarrow{c})}{2}; \quad [\text{м}^2]$$

$$\text{водоизмещение: } Volume \ iV = \sum_{\Delta} \frac{\overleftarrow{S} \cdot \overleftarrow{c}}{3} = \sum_{\Delta} \frac{[(\overleftarrow{a} - \overleftarrow{c}) \times (\overleftarrow{b} - \overleftarrow{c})] \cdot \overleftarrow{c}}{6}; \quad [\text{м}^3]$$

$$\text{центр величины: } Buoyancy \ \overleftarrow{vB} = \frac{\sum_{\Delta} (\overleftarrow{a} + \overleftarrow{b} + \overleftarrow{c}) \cdot \{[(\overleftarrow{a} - \overleftarrow{c}) \times (\overleftarrow{b} - \overleftarrow{c})] \cdot \overleftarrow{c}\}}{24 \cdot V}, \quad [\text{м}]$$

где  $\overleftarrow{a}$ ,  $\overleftarrow{b}$  и  $\overleftarrow{c}$  – три вершины треугольника в корабельном базисе.

Поступательные ускорения и приращения скорости в движении корабля определяются инерционными реакциями массы/объёма корпуса, в то время как компоненты угловых ускорений на качке и рыскании – с подобными массовыми/объёмными реакциями от тензора инерции.

Пространственный тензор инерции представляется компонентами осевых и центробежных моментов, формализуемых симметричными матрицами, как:

$$\overset{\wedge}{J} = \begin{vmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{vmatrix} = \rho \cdot \int_{\omega} \begin{vmatrix} y^2 + z^2 & -x \cdot y & -x \cdot z \\ -x \cdot y & x^2 + z^2 & -y \cdot z \\ -x \cdot z & -y \cdot z & y^2 + x^2 \end{vmatrix} d\omega \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

где:  $\rho$  – плотность жидкости,  $\omega$  – элемент объёма, здесь это  $V$  – тетраэдр.

Тензор инерции для объёма/массы корпуса вычисляется по сопряженным с судовой обшивкой тетраэдрам, имеющим общие вершины в основании корабельного базиса на мидельшпангоуте и конструктивной ватерлинии:

$$\begin{aligned} J_{xx} &= a \cdot y^2 + b \cdot y^2 + c \cdot y^2 + a \cdot z^2 + b \cdot z^2 + c \cdot z^2 + \\ &\quad + a \cdot y \cdot b \cdot y + a \cdot y \cdot c \cdot y + b \cdot y \cdot c \cdot y + a \cdot z \cdot b \cdot z + a \cdot z \cdot c \cdot z + b \cdot z \cdot c \cdot z; \\ J_{yy} &= a \cdot x^2 + b \cdot x^2 + c \cdot x^2 + a \cdot z^2 + b \cdot z^2 + c \cdot z^2 + \\ &\quad + a \cdot x \cdot b \cdot x + a \cdot x \cdot c \cdot x + b \cdot x \cdot c \cdot x + a \cdot z \cdot b \cdot z + a \cdot z \cdot c \cdot z + b \cdot z \cdot c \cdot z; \\ J_{zz} &= a \cdot x^2 + b \cdot x^2 + c \cdot x^2 + a \cdot y^2 + b \cdot y^2 + c \cdot y^2 + \\ &\quad + a \cdot x \cdot b \cdot x + a \cdot x \cdot c \cdot x + b \cdot x \cdot c \cdot x + a \cdot y \cdot b \cdot y + a \cdot y \cdot c \cdot y + b \cdot y \cdot c \cdot y; \\ J_{xy} &= J_{yx} = (2 \cdot a \cdot x \cdot a \cdot y + 2 \cdot b \cdot x \cdot b \cdot y + 2 \cdot c \cdot x \cdot c \cdot y + \\ &\quad + a \cdot x \cdot b \cdot y + a \cdot x \cdot c \cdot y + b \cdot x \cdot c \cdot y + a \cdot y \cdot b \cdot x + a \cdot y \cdot c \cdot x + b \cdot y \cdot c \cdot x) / -2; \\ J_{xz} &= J_{zx} = (2 \cdot a \cdot x \cdot a \cdot z + 2 \cdot b \cdot x \cdot b \cdot z + 2 \cdot c \cdot x \cdot c \cdot z + \\ &\quad + a \cdot x \cdot b \cdot z + a \cdot x \cdot c \cdot z + b \cdot x \cdot c \cdot z + a \cdot z \cdot b \cdot x + a \cdot z \cdot c \cdot x + b \cdot z \cdot c \cdot x) / -2; \\ J_{yz} &= J_{zy} = (2 \cdot a \cdot y \cdot a \cdot z + 2 \cdot b \cdot y \cdot b \cdot z + 2 \cdot c \cdot y \cdot c \cdot z + \\ &\quad + a \cdot y \cdot b \cdot z + a \cdot y \cdot c \cdot z + b \cdot y \cdot c \cdot z + a \cdot z \cdot b \cdot y + a \cdot z \cdot c \cdot y + b \cdot z \cdot c \cdot y) / -2, \end{aligned} \quad [\text{м}^2]$$

$$\overset{\times}{\text{inMass}} = \rho \cdot V \cdot \overset{\times}{J} / 10 \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

В реальной практике тензор инерции  $\overset{\times}{\text{inMass}}$  должен относиться к распределению масс по корпусу, по грузам и бортовому оборудованию, что существенно для расчётов нагрузок и обеспечения прочности корпуса. В оценочной и однообразной формализации характеристик различных кораблей и судов в условиях интенсивного внешнего волнового воздействия можно воспользоваться вышеуказанным условным распределением масс по равномерно заполненному водой корпусу, с последующим смещением к специально определяемому центру масс корабля.

Для приведения тензора инерции к центру тяжести корабля, предвычисляемого по метацентрической высоте под аппликацией метacentра на тихой воде:

$G.z = m.z - h_x$ , используется теорема Христиана Гюйгенса – Якоба Штейнера (*Huygens–Steiner theorem*) о параллельном смещении осей вращения (*parallel axis*) или центра масс, где метод перерасчёта синтезируется как:  $J_{ij} = I_{ij} + \rho \cdot V \cdot (L^2 \delta_{ij} - R_i R_j)$ , где  $L\{x, y, z\} = \overleftarrow{G}$  – вектор смещения осей вращения от действующего центра масс,  $\delta_{ij}$  – единичная матрица. В композиции с диадой и шаровым тензором такая поправка формулируется как:

$$|L|^2[\delta_{ij}] - [L \cdot L^T] = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 + y^2 + z^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 + y^2 + z^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x^2 & x \cdot y & x \cdot z \\ y \cdot x & y^2 & y \cdot z \\ z \cdot x & z \cdot y & z^2 \end{bmatrix}, \quad [M^2]$$

или иная эвристика с анти(косо)симметричной матрицей местоположения:

$$-[L][L] = - \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} y^2 + z^2 & -x \cdot y & -x \cdot z \\ -y \cdot x & x^2 + z^2 & -y \cdot z \\ -z \cdot x & -z \cdot y & x^2 + y^2 \end{bmatrix} \quad [M^2]$$

В вычислительном эксперименте по моделированию штормовой гидромеханики корабля задействуются объёмные интегралы по корпусу, либо поверхностные – по векторам градиентов давлений (и напряжений) на судовой обшивке. Относительно корабельного базиса внешнее воздействие штормовых волн приводится к центру величины  $\nu \overleftarrow{B}$ , в то время как инерционные или массовые реакции сдвигаются по аппликате – к центру тяжести  $\overleftarrow{G}$ , определяемому в начальных условиях с помощью поперечной метацентрической высоты  $h_x$  для *тихой воды*.

После самого первого подготовительного шага вычислительного эксперимента результаты расчётов на тихой воде переписываются исходным числовым объектам:  $\overset{\times}{\text{Floatage}} = iF$ ,  $\overset{\times}{\text{Surface}} = iS$ ,  $\overset{\times}{\text{Volume}} = iV$ ,  $\overset{\times}{\text{Buoyancy}} = \nu B$ ,  $\overset{\times}{\text{inMass}} = m\mathbf{M}$  и др. для фиксации геометрических, инерционных и гидростатических параметров корабля на тихой воде без качки.

Движущийся корабль представляет собой сложный конгломерат условно твёрдого тела со своим динамическим центром тяжести, в окружении тяжелой воды с геометрическим центром величины, но при этом плечо реактивных сил должно опираться на некий центр бокового сопротивления, в свою очередь определяемого по весьма непростым гидростатическим зависимостям для реальной поверхности судовых обводов в условиях интенсивного морского волнения.

## Метацентрические характеристики в экспресс оценках текущего состояния корабля

Метацентрические формулы никак не задействуются в вычислительном эксперименте, однако традиционные представления об остойчивости на больших углах крена и дифферента весьма любопытны для визуальных экспресс оценок состояния корабля в условиях интенсивного штормового волнения. Вычисления метацентрических характеристик с использованием поверхности действующей ватерлинии выделяются в особый блок, привносящий излишнюю вычислительную нагрузку, результаты расчётов которого используются только в графических операциях при визуализации корпуса корабля в условиях морского волнения.

Площадь действующей ватерлинии  $iF$  и интегрально осреднённый вектор нормали к поверхности воды  $\leftarrow \nu W$  внутри контура действующей ватерлинии, или иначе,  $\leftarrow \nu W$  – вектор интегрально осредненного наклона волнового склона, рассекаемого корпусом корабля, отличающийся некоторым уменьшением активной величины за счёт искривления поверхности действующей ватерлинии:

$$iF = \sum W;$$

$$\leftarrow \nu W = \frac{\sum \leftarrow S}{iF},$$

где  $\leftarrow W = |\leftarrow S|$  – площадь элементарного треугольника на поверхности ватерлинии.

Центр элементарного треугольника на поверхности ватерлинии отличается от центра объёма тетраэдра с нулевым базисом лишь константой 4/3, что можно использовать во избежание повторов векторных сумм при вычислении центра площади ватерлинии:

$$\leftarrow \nu F = \frac{\sum W \cdot \leftarrow L_s}{iF} = \frac{\sum W \cdot (\leftarrow a + \leftarrow b + \leftarrow c)/3}{iF}$$

Метацентрические формулы выражаются в подвижном корабельном базисе, в то время как внешние силовые воздействия определяются в глобальной морской системе координат. Без специальной математики (тензорного исчисления) метацентрическая теория корректна лишь в случаях малых углов крена и дифферента, то есть, справедлива лишь в представлении начальной остойчивости. Мета-

центрические оценки остойчивости весьма коварны, так как усиление (начальной) остойчивости отзывается интенсивной или опасной реакцией на прямое действие склонов и гребней морских волн, даже в случае относительно слабого или умеренного штормового волнения.

Динамически корректно метациентр ориентировать по вертикали относительно площади действующей ватерлинии, которая стремительно меняется в процессе килевой и бортовой качки, и, соответственно, метациентрические расчёты рушатся при полном погружении или выходе корпуса корабля из воды.

Вновь замечая, что в вычислительном эксперименте эти расчёты не используются, для формального расчёта метациентрического радиуса воспользуемся осевым моментом инерции площади действующей ватерлинии относительно продольной оси (оси абсцисс), по отдалению точек на действующей ватерлинии (?привести в соответствие):

$$a.r = \sqrt{a.z^2 + a.y^2}.$$

Проекция площади элементарного треугольника в плоскости конструктивной ватерлинии будет без смены знака или обнуления:

$$W_F = | a.x \cdot b.r - a.r \cdot b.x | / 2,$$

и четыре компоненты тензора инерции площади ватерлинии с отсчётами от мидельшпангоута на диаметральной плоскости с уровнем ватерлинии:

$$I_{xy} = I_{yx} += ( a.x \cdot b.r + 2 \cdot a.x \cdot a.r + 2 \cdot b.x \cdot b.r + b.x \cdot a.r ) \cdot W_F / 12;$$

$$I_x += ( a.r \cdot a.r + a.r \cdot b.r + b.r \cdot b.r ) \cdot W_F / 6;$$

$$I_y += ( a.x \cdot a.x + a.x \cdot b.x + b.x \cdot b.x ) \cdot W_F / 6.$$

Сильное искривление поверхности ватерлинии на волновых склонах будет отчасти завышать мгновенные величины метациентрических радиусов:  $r = I_x / Volume$ , в целом корректно характеризуя мгновенные оценки традиционной метациентрической остойчивости в условиях крупного волнения.

Соответственно, метациентрические радиусы получаются частным от деления на текущее водоизмещение, с учётом изменения водоизмещения на волновых склонах<sup>4</sup>:

$$r = I_x / iV - \text{поперечный метациентрический радиус} \quad (\text{под крен});$$

<sup>4</sup> Метациентрические воззрения используются только в визуализации результатов, – в моделировании динамики корабля оценки по тихой воде корректны лишь условно.



$R = I_y / iV$  – продольный метацентрический радиус (дифферент).

Небольшая корректировка метацентрических радиусов на снижение остойчивости при сильно искривленной поверхности действующей ватерлинии может быть выполнена с помощью осредненного вектора нормали к площади ватерлинии:  $\nu W_z = (W_{\text{аппликаты}} / F_{\text{полная площадь}})$ :

$$r \times = \nu W_z /; \quad R \times = \nu W_z /.$$

Центр тяжести  $\overset{\leftarrow}{G}$  – приводится к вертикали центра величины  $\overset{\leftarrow}{B}$  без качки на тихой воде, с переустановкой аппликаты ниже поперечного метацентра  $\overset{\leftarrow}{M}$  на величину заданной метацентрической высоты:  $h_x$ .

$$\overset{\leftarrow}{G} = \{ B.x, B.y, m.x - h_x \}.$$

Результаты метацентрических расчётов используются в графиках и надписях с информацией о текущем состоянии корабля, что полезно при быстрых прогнозах безопасности корабля по традиционным представлениям о метацентрической высоте  $h_x$  в условиях интенсивной качки на крупном волнении. Метацентр изображается *не в точке его действия над центром ватерлинии*, а по вертикали метацентрического радиуса над центром величины во внешней морской системе отсчёта, в зависимости от величины метацентрической высоты  $h_x$  он подкрашивается **зеленым** цветом при увеличении относительно начальной остойчивости; **жёлтым** – при уменьшении; и **красным** – если такая остойчивость исчисляется отрицательной.

## Углы Крылова в визуальном представлении состояния корабля

В работе используются углы Крылова в последовательности z-y-x (рыскание–дифферент–крен) с навигационными отсчётами по часовой стрелке. Угловые величины накапливаются дифференциальными дополнениями в темпе вычислительного шага во времени (*вместо однозначных тензорных произведений*), отчего востребуется постоянная корректировка углов Крылова для согласования с тензорным базисом корабельных координат.

Переопределённость в применении трёх угловых величин служит неоднозначностям в последовательностях трёх поворотов<sup>5</sup>, что лишь отчасти исправляется малыми дифференциальными приращениями в операциях интегрирования угловых скоростей, и систематические погрешности рассогласуют независимое числение углов и матриц поворота.

Собственно в динамике корабля вполне достаточно применения тензорных произведений, как с координатными, так и с угловыми приращениями при относительно малых шагах интегрирования во времени. Тогда как для контроля состояния корабля и визуализации маршрута его движения в традиционных географических измерениях необходимо выбрать стандартный метод выборки текущих абсолютных (больших) угловых величин курса, крена и дифферента корабля.

Пусть последовательность вычисления величин никак не влияет на исходную матрицу и на величины искомых угловых отсчётов, тогда синтез вектора ориентации корпуса корабля получится с помощью трёх независимых операций.

Можно ввести определения. Все динамические расчёты выполняются в локальной системе координат, образованной тензором ориентации<sup>6</sup>

$$\overset{\wedge}{\mathbf{r}} = \overset{\vee}{\mathbf{r}}^{-1} = | \overset{\rightarrow}{x}, \overset{\rightarrow}{y}, \overset{\rightarrow}{z} |,$$

образуемым тройцей столбцов матрицы, которые в корабельном базисе являются ортонормированными (единичными) векторами:  $\overset{\leftarrow}{x}$  – абсциссы;  $\overset{\leftarrow}{y}$  – ординаты;  $\overset{\leftarrow}{z}$  – аппликаты. Тогда в глобальной морской системе координат будут определяться отчасти зависимые направления, как:  $\overset{\rightarrow}{Z}$  – вертикаль – первый базовый вектор вертикальной ориентации к зениту в глобальной морской системе координат, по оси которой отмеряется курс корабля относительно географического меридиана;  $\overset{\rightarrow}{Y} = \overset{\rightarrow}{e}\{\overset{\rightarrow}{x} \times \overset{\rightarrow}{Z}\}$  – траверз правого борта, по оси которого отмечается дифферент корабля, становится неопределённым, если ось абсцисс сближается с вертикалью  $(\overset{\rightarrow}{x} \cdot \overset{\rightarrow}{Z}) \neq 0$ ; и в таком случае направление курса корабля будет допус-

<sup>5</sup> ... если первый поворот в морском базисе по вертикали  $Z$ ; второй – в корабельной системе отсчета по абсциссе  $x$ ; третий – включает проекции двух первых – на траверз  $Y(y)$ , что корректно для выбора курса, и только в малых угловых приращениях сохраняются суть предопределений как: рыскание–удифферентовка–накренение.

<sup>6</sup> Обратная матрица ориентации  $\overset{\vee}{\mathbf{r}}$  с локальными векторами – строками  $| \overset{\leftarrow}{x}, \overset{\leftarrow}{y}, \overset{\leftarrow}{z} |$  задаёт точные и однозначные кинематические решения, где в случае больших углов теряется смысл востребуемых здесь корабельных терминов для «курса», «крена» и «дифферента».

кать измерение произвольного крена, включая опрокидывание или вращение корпуса на внутренней оси абсцисс:  $\vec{X} = \vec{e}\{\vec{Z} \times [\vec{x} \times \vec{Z}]\}$ . Здесь векторная функция  $\vec{e}\{\vec{r}\}$  – означает единичную нормировку вектора.

1) – курс корабля  $v$  оценивается по следу корабельной оси абсцисс  $\overset{\leftarrow}{x}$ , вертикально спроецированной на горизонтальную поверхность водной глади:

$$\vec{X} = \vec{Z} \times [\vec{x} \times \vec{Z}]; \quad v = \text{atan2}(X.y, X.x).$$

2) – для получения дифферента такая ориентация курса в горизонтальной плоскости переводится в локальный корабельный базис, тогда обратное измерение угла будет отмечать дифферент корпуса без учёта текущего угла крена:

$$\overset{\leftarrow}{x} = \vec{X} / \hat{\mathbf{r}}; \quad \varphi = \text{atan2}(x.z, x.x).$$

3) – угловая величина крена получается переводом видимой вертикали – зенита в корабельный базис, что позволяет оценивать крен по наблюдаемому с борта корабля наклону палубы, в предположении, конечно, что угол дифферента меньше прямого:

$$\overset{\leftarrow}{z} = \vec{Z} / \hat{\mathbf{r}}; \quad \vartheta = \text{atan2}(z.y, z.z).$$

Кинематические процессы в вычислительном эксперименте основаны на строго однозначных тензорных произведениях, а угловые величины синтезируются для использования в законах управления курсом и ходом корабля, а также для визуализации графиков и цифровых надписей, и на практике задействуются в прокладках маршрута корабля.

Обратное преобразование становится правилом выбора последовательности поворотов локального корабельного базиса, в которых желательно использование независимых операций, где каждый поворот не влияет на ориентацию по двум другим ортогональным осям, или иначе говоря – строго по трём операциям из возможных шести вариантов вращения твёрдого тела.

Можно воспользоваться специальной тензорной функцией поворота корабельного базиса относительно произвольной пространственной оси  $\hat{\mathbf{rot}}(\alpha, \vec{r})$ , где  $\alpha$  – величина угла поворота, и  $\vec{r}$  – вектор ориентации оси вращения.

1) – установка нового курса – изменение угла рыскания  $\delta v$  выполняется относительно вертикального вектора направления к зениту в глобальной морской систем координат:

$$\hat{\mathbf{rot}}(\delta v, \vec{Z}) ;$$

2) – изменение угла крена  $\delta\vartheta$  по оси базисного вектора абсцисс в отсчётах глобального морского базиса, с такой же регистрацией нового состояния корпуса в тензоре корабельного базиса:

$$\hat{\mathbf{rot}}(\delta\vartheta, x) ;$$

3) – при изменении угла дифферента  $\delta\varphi$  требуется выполнение сохранения углов курса и крена, для чего поворот осуществляется в смешанном базисе, по проекции локальной оси ординат  $\vec{y}$  на горизонтальную поверхность водной глади:

$$\hat{\mathbf{rot}}(\delta\varphi, \vec{Z} \times [\vec{y} \times \vec{Z}]) .$$

В приведённых геометрических операциях и преобразованиях допускается работа с произвольными углами поворота или полного разворота по курсу-рысканию и крену-опрокидыванию, кроме дифферента, который ни при каких условиях не должен приближаться к величине  $90^\circ$ . В вычислительном эксперименте установлено ограничение до  $84^\circ$  (? лучше, наверное, ограничивать максимальным углом склона стоячей волны в  $60^\circ$ ).

## Гидростатические компоненты плавучести на штормовой волне

В гидростатическом моделировании распределенных по обшивке корабля давлений воды результат не отличается от расчётов объёмной архимедовой плавучести, однако в таком варианте возможно внесение поправок для учёта проскальзывания и отражения скоростных потоков набегающей жидкости. Воспользуемся правилом соотнесения силы давления воды к центру элементарного треугольника на бортовой обшивке, которая в качестве свободного вектора применяется без учёта точки приложения:

$$\vec{f} = (p_i + \rho \cdot g \cdot h_z) \cdot \vec{s} \quad [\text{Н, кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2]$$

где  $p_i$  – избыточное и гидродинамическое давление, например – на поверхности моря или под воздействием локальных скоростных потоков жидкости;  $h_z$  – апплика погружения центра площади треугольника;  $\vec{s}$  – вектор нормали с площадью элементарного треугольника в корабельном базисе.

Как вариант, свободный или главный вектор сил давления на смоченную обшивку корпуса<sup>7</sup> просуммируется:

$$\overleftarrow{\nu S} = \sum_{\Delta} g \cdot h_z \overleftarrow{\delta s} \quad [\text{Н}/\rho, \text{м}^4/\text{с}^2]$$

Аппликата точки приложения силы от гидростатического давления воды вычисляется с использованием момента инерции площади по секущим хордам – сторонам треугольника в проекциях на вертикальную плоскость.

$$h_{\Delta} = h_z + \frac{I_c}{h_z \cdot s_z} \quad [\text{м}]$$

где  $s_z$  – проекция площади элементарного треугольника на вертикальную плоскость;  $h_z = (z_0 + z_1 + z_2)/3$  – аппликата центра площади треугольника. В случае почти горизонтальных площадок поправка к аппликате  $h_{\Delta}$  будет обнуляться, а сила от давления просто сведётся к центру площади расчётного треугольника  $h_z$ .

В вычислении осевого момента инерции треугольника  $s_z$  в проекциях на вертикальную плоскость участвуют только величины его аппликат с величиной его площади:

$$I_s = s_z \cdot \left[ (z_1^2 + z_2^2 + 3z_0 \cdot (z_0 - z_1 - z_2) + z_1 \cdot z_2) / 6 - (z_0 - h_z)^2 \right] \quad [\text{м}^4]$$

с приведением к центру площади расчётного треугольника; – нижние индексы отмечают три его вершины.

Соответственно, аппликата точки приложения сил давления воды на элементарном треугольнике смоченной судовой обшивки:

$$h_{\Delta} = h_z - \frac{(z_0 - h_z)^2}{h_z} + \frac{z_1^2 + z_2^2 + 3z_0 \cdot (z_0 - z_1 - z_2) + z_1 \cdot z_2}{6h_z}, \quad [\text{м}]$$

и, судя по всему, применение этой формулы вполне безопасно, так как для погруженного под воду треугольника с площадью  $s_z > 0$  аппликата его центра  $h_z$  при отсчётах от уровня воды не может обнуляться. Обратим внимание на геометрические особенности точки приложения силы давления. Для треугольника с двумя точками на ватерлинии  $\Delta.z\{0,0,1\}$  такой центр на половине вертикали:  $h_{\Delta} = 0,5$  ( $h_z = 1/3$ ); – если наверху только одна точка  $\Delta.z\{0,1,1\}$ , то центр силы опускается

<sup>7</sup> В уравнениях движения в делителе всегда присутствует масса или момент инерции, что формально позволяет опускать множитель  $\rho$  – плотность воды.

$h_{\Delta} = 0,75$  ( $h_z = 2/3$ ); – для двух треугольников – параллелограмма:  $\square.z\{0,0,1,1\}$  –  $h_{\Delta} = 0,625$  ( $h_z = 0,5$ ). При заглублении точка концентрации силы давления по мере заглубления сближается с центром площади элементарного треугольника.

Для приведения вертикальной точки к поверхности треугольника можно выполнить двойное векторное произведение с нормировкой относительно разности  $\delta h = h_z - h_{\Delta}$ .

$$\vec{r}_{\Delta} = \vec{r}_z - \delta h \cdot \vec{n}_s \times \frac{\vec{z} \times \vec{n}_s}{|\vec{z} \times \vec{n}_s|},$$

где:  $\vec{r}_z$  – координаты центра площади треугольника в локальной (корабельной) системе координат;  $\vec{n}_s$  – нормаль к площади треугольника;  $\vec{z}$  – вертикаль.

В гидростатических расчётах действующий угловой момент отсчитывается сразу от центра масс корабля  $\vec{G}$

$$\vec{\nu}R = g \cdot \sum_{\Delta} h_z \cdot (\vec{r}_{\Delta} - \vec{G}) \times \delta \vec{s}, \quad [\text{Н} \cdot \text{м} / \rho, \text{м}^5 / \text{с}^2]$$

где:  $\vec{r}_{\Delta}$  – координаты центра гидростатического давления на элементарном треугольнике с приведением относительно аппликаты его центра площади  $h_z$ ,  $\vec{G}$  – координаты центра масс корабля,  $\delta \vec{s}$  – вектор нормали с величиной площади элементарного треугольника. Но всё же остаются вопросы корректности отсчётов строго по вертикали от *локального уровня под гребнями волн* и под скулой корабельного корпуса.

Если вектор главной силы  $\vec{\nu}S$  является свободным вектором, то интегральный вектор гидростатического момента  $\vec{\nu}R$  получается связанным с фиксированным центром масс корабля  $\vec{G}$ . Тогда, скользящий вектор главной силы может считаться проходящим через точку приведения:

$$\vec{G} + = \vec{\nu}R \times \vec{\nu}S / |\vec{\nu}S|^2, \quad [\text{м}]$$

с предосторожностями при обнулении величины вектора  $\vec{\nu}S$ , когда вектор действующего момента  $\vec{\nu}R$  обретает свойства свободного вектора. Скалярное произве-

дение векторов силы и момента оценивает минимальный вращательный момент в механической системе сил, и называется «приведением к динамо»:

$$vR_{\text{мин}} = ( \overset{\leftarrow}{vR} \cdot \overset{\leftarrow}{vS} ) / |vS| .$$

Гидростатический вектор сил всплытия  $\overset{\rightarrow}{vS}$  в морской системе координат ориентирован по вертикали (?? – а если вычесть гравитационную составляющую), и не обращается в ноль, если весь корпус не выходит из воды.

Механика корабля как твёрдого тела реализуется со значительным смещением относительно центра масс корабля  $\overset{\leftarrow}{G}$  в сторону условного центра бокового сопротивления корпуса ЦБС  $= f( \sum s_z \cdot h_{\Delta} )$ , местоположение которого зависит также от переменчивых гидродинамических давлений и пульсаций сил отражаемых корпусом частиц жидкости, в том числе под воздействием быстрых потоков под поверхностью трохоидаьного волнения.

Этот вопрос рассматривается ниже, после введения ходовой и волновой гидродинамики вблизи смоченной обшивки, и определения особенностей проявления факторов демпфирования и присоединённых масс жидкости.

### Ходовой и волновой поток вблизи судовой обшивки

Интегрирование распределённых давлений, в отличие от прямых оценок погруженного объёма, позволяет совмещать гидростатические эффекты в едином процессе гидродинамического моделирования с учётом ходового набегающего потока совместно с оценками импульсных воздействий подповерхностных течений в условиях интенсивного морского волнении.

Каждый элемент судовой обшивки  $\overset{\leftarrow}{\delta s} \text{ [м}^2\text{]}$  оmyвается локальным потоком жидкости со скоростью  $\overset{\leftarrow}{v} \text{ [м/с]}$ , обусловленной поступательной  $\overset{\leftarrow}{V}$  и угловой  $\overset{\leftarrow}{W}$  интенсивностью качки в отсчётах относительно центра масс корабля  $\overset{\leftarrow}{G}$ , зафиксированного на вертикали поперечного метacentра тихой воды  $\overset{\leftarrow}{M}$  с отступом по аппликате на величину метacentрической высоты  $h_x$  в корабельной системе координат.

$$\overset{\leftarrow}{v_s} = \overset{\leftarrow}{V} + \overset{\leftarrow}{W} \times ( \overset{\leftarrow}{L} - \overset{\leftarrow}{G} ) , \qquad \text{[м/с]}$$

где  $\overleftarrow{L}$  [м] – корабельные координаты центра элементарного треугольника. Вычислительная модель внешнего волнового воздействия строится с использованием скорости течений жидкости вблизи элементарной площадки судовой обшивки, без учёта относительно малого локального или собственного вращения в соприкосновении с корпусом корабля.

В работах с полями давлений по поверхности судовой обшивки востребуются уточнения по давлению жидкости в рамках гидродинамических зависимостей закона Бернулли, устанавливающего неизменность «полного давления» в жидкости:

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_z + p_a = const \quad [\text{кг/м}^2\text{с}^2]$$

где  $\rho = 1025$  [кг/м<sup>3</sup>] – плотность морской воды;  $v$  [м/с] – вызванная скорость течения вблизи судовой обшивки без учёта скорости хода корабля;  $p_a$  [кг/м<sup>2</sup>с<sup>2</sup>] – избыточное внешнее давление, в том числе под влиянием атмосферы. Полное давление, в случае необходимости, фиксируется для случая судна без хода, без качки и без воздействия на него внешнего морского волнения как:  $p_g = \rho \cdot g \cdot h_z + p_a$ , где давление атмосферы служит предотвращению преждевременного вскипания жидкости или её кавитационного разрыва при  $p_g \leq 0$ .

Полная вычислительная модель в малых конечных объёмах строится на принципах непротекания смоченной обшивки корпуса, на которой вызванные волнами скользящие потоки будут влиять на изменение локального давления. При локальной скорости более скорости хода давление снижается, при подтормаживании потока – давление будет немного возрастать:

$$\delta p = \rho \cdot (V_v^2 - V_w^2) / 2 = p_v - \rho \cdot V_w^2 / 2 = \rho \cdot (V_v^2 - |\overleftarrow{n} \times \overleftarrow{v_s}|^2) / 2, \quad [\text{кг/м}^2\text{с}^2]$$

где  $V_v$  – скорость хода корабля,  $V_w$  – скорость потока, скользящего в плоскости элементарного треугольника.

Относительная скорость потока вблизи судовой обшивки вычисляется векторным сложением скоростей волнового потока и собственной скорости элемента обшивки на подвижном корпусе в локальной корабельной системе отсчёта:  $\overleftarrow{v} = \overleftarrow{v_w} - \overleftarrow{v_s}$ , где  $\overleftarrow{v_s}$  [м/с] – поступательное движение площадки судовой обшивки;  $\overleftarrow{v_w}$  – скорость волнового потока, переведенного в корабельный базис:  $\overleftarrow{v_w} = \overrightarrow{v_w} / \overrightarrow{r}$ .



Скорость хода корабля должна представляться некой интегрально осредненной величиной по смоченной поверхности. В любом случае поправка по Бернулли приводит к условно симметричному подвсплытию корпуса за счёт небольшого повышения гидродинамического давления в оконечностях корпуса корабля.

Нормальная компонента скорости создает асимметричный импульс отраженного потока. Так, носовая оконечность выдавливается набегающим потоком на всплытие, тогда в корме происходит разрежение с подсасыванием кормового подзора на погружение. Получается ходовой дифферент на корму, что видится зарождением волнового склона перед носом корабля, подъём на который формально увеличивает сопротивление движению корабля даже на тихой воде.

$$\delta p = \rho \cdot \left( \overset{\leftarrow \leftarrow}{n \cdot v_n} \right) \cdot \left| \overset{\leftarrow \leftarrow}{n \cdot v_n} \right| / 2, \quad [\text{м}^2/\text{с}^2]$$

где:  $\delta p$  – изменение давления воды на элементе бортовой обшивки. Векторные обозначения здесь существенны, и показывают направление действия сил давления.

Если же на всём протяжении днища устраивается подъем условно горизонтальной поверхности, в том числе за счет сильного расхождения (развесистости) носовых ветвей шпангоутов (Рис. 4), то в вычислительном эксперименте следует ожидать возможности выхода корабля на глиссирование при достижении достаточно больших скоростей хода.

В проектировании обводов корабля наиболее адекватным гидродинамическим достижением следует считать исключение ходового дифферента, в том числе на больших скоростях хода, что вполне достигается устройством клиперских скуловых обводов в оконечностях корпуса, с закручиванием набегающего потока на предельно слабо искривлённых поверхностях судовых обводов от форштевня под днище, и из под днища в сторону кормового подзора. Последнее с некоторыми оговорками относительно создания плавного потока и благоприятных условий в зоне работы рулей и движителей.

В случае вычислительных моделей конечного объёма такая относительная скорость участвует в малой интерполяционной деформации крупных частиц жидкости относительно смежных сеточных ячеек, а в случае неискажаемых трохоидальных волн аналогичные алгоритмы будут применяться к длинным аналитическим векторам скоростей волновых течений. Так, зеркальное отражение строится

на разложении действующего суммарного вектора  $\vec{v}$  по компонентам ортогонального базиса с единичной нормалью  $\vec{n}$  к судовой обшивке.

Развивая численное представление физических особенностей трохoidalного волнения, опираясь на локальные законы силового взаимодействия ячеек смоченной обшивки корабля с подвижными частицами забортной жидкости, классическая теория корабельного волнообразования Мичелла приводит к углублённому познанию в области штормовой гидромеханики корабля.

Моделирование корабельного волнообразования с использованием традиционных волновых уравнений строится на базе условий непротекания смоченной обшивки корпуса встречным потоком воды, для чего, *в первом приближении*, вдоль всей судовой обшивки распределяются вихреисточники, предопределяющие как касательную скорость проскальзывания воды по локальным элементам корпуса, так и нормальные компоненты для компенсации – отражения внешних потоков по ходу корабля, включая дополнительные воздействия со стороны штормовых волн.

Нормальные компоненты вектора полной скорости частиц жидкости, моделирующие распределение источников для удовлетворения условий непротекания, двойным скалярным произведением скорости  $\vec{v}$  с единичной нормалью  $\vec{n}$ , определяя вектор  $\vec{v}_n$  для импульса отражаемого потока:

$$\vec{v}_n = (\vec{n} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{n} \quad \text{[м/с]}$$

*(перечитать)* По условиям непротекания встречные потоки создают положительное давление, по аналогии с зависимостями Торричелли для давления и скорости в источнике с глубиной, с обратной стороны – в стоке давление отрицательное. Разрежение в сходящемся потоке реальной жидкости ослабляется факторами турбулентности, срывов потока или обнуляется кавитацией. В простейшем варианте можно использовать эмпирический параметр<sup>8</sup>:  $k_v$  –коэффициента частичного ослабления пониженного давления в модели распределённого стока (отрицательного давления) на судовой обшивке. Это нарушает симметрию отражаемых и затягиваемых корпусом частиц жидкости, при обтекании корпуса корабля

<sup>8</sup> В гидродинамике, в отличие от моделей гидромеханики, действие парадокса Даламбера взаимокомпенсирует импульсы сил отражения и притягивания частиц жидкости.

набегающим потоком с быстрыми пульсирующими течениями под склонами морских волн, с искусственным нарушением парадокса Даламбера по выравниванию давлений.

Асимметрия отражённых импульсов:  $\overleftarrow{v_n} \times = 1 + (1 - k_v) \cdot n_v$ , где  $k_v$  – фактор турбулентного разрежения для распределенных стоков в модели непротекания. Здесь  $n_v$  – скалярное произведение нормали с единичным вектором скорости внешнего потока жидкости.

Если  $k_v = 0$  – полное гашение нормальной составляющей потока для притягиваемых к корпусу частиц жидкости (стоку), разрежение на скошенных фрагментах обшивки – ослабляется частично.

Если  $k_v = 1$ , то гидродинамические поправки не включаются, в условиях непротекания на бортовой обшивке действует симметричная взаимокompенсация импульсов скоростей для набегающего и отходящего от корпуса потоков жидкости, – парадокс Даламбера действует в полной мере.

По умолчанию в программе «Auroга» установлен коэффициент  $k_v = 0,5$  для относительно плавной компенсации частичных потерь на эпюрах отрицательных давлений.

Скользящий вектор  $\overleftarrow{v_s}$  для скорости потока жидкости по поверхности судовой обшивки получается аналогичным по форме двойным векторным произведением:

$$\overleftarrow{v_s} = [\overleftarrow{n} \times \overleftarrow{v}] \times \overleftarrow{n} = \overleftarrow{v} - v_n \cdot \overleftarrow{n}$$

м/с

Изменяя знак (порядок) в последнем векторном произведении можно построить вектор  $\overleftarrow{v_{\perp}}$  для зеркального отражения скорости внешних потоков от малых фрагментов  $\overleftarrow{n}$  смоченной обшивки корпуса, востребуемые при моделировании отражения волновых потоков:

$$\overleftarrow{v_{\perp}} = (\overleftarrow{n} \cdot \overleftarrow{v}) \cdot \overleftarrow{n} + \overleftarrow{n} \times [\overleftarrow{n} \times \overleftarrow{v}] = \overleftarrow{v_n} - \overleftarrow{v_s},$$

м/с

что алгоритмически сводится к простому удвоению касательной компоненты скорости для отражаемой от корпуса волны.

Эвристические решения уместны для вычислительного эксперимента с использованием чисто математической недеформируемой моделью трохонидального

морского волнения. Формально вся гидромеханика волновых потоков и обтекания корпуса корабля вполне адекватна полноценным дифференциальным решениям на основе прямого вычислительного эксперимента в рамках нестационарных моделей методов конечного объёма (крупных частиц жидкости) в нотации той же самой тензорной математики. В то же время, математическая модель недеформируемого трохoidalного волнения весьма полезна для визуальной отладки и контроля корректности геометрических явлений и гидромеханических процессов, происходящих в зонах интенсивной трансформации набегающих и волновых потоков вблизи корабельной обшивки.

Если в вычислительном эксперименте не реализуется полная гидромеханическая задача, то для недеформируемого волнового поля достаточно рассмотрения скалярных распределений давлений и скоростей течений вблизи бортовой обшивки корабля, для чего вместо вышеописанных двойных скалярных и векторных произведений, достаточно их простых соотношений элементарными треугольниками бортовой обшивки.

Нормальная компонента набегающего потока отражается от расчётного элемента обшивки, что согласуется условиями непротекания. Величина вектора отражаемого внешнего потока применяется в качестве обратной зависимости для давления по аналогии с законом Торричелли, в котором гидравлический напор (давление) становится повышенным при встречном течении и вычисляемом в скалярном произведении, и, соответственно, отрицательным при обратном течении – как бы при «отсосе жидкости» от бортовой обшивки.

$$\frac{\delta \overset{\leftarrow}{f}_n}{\rho} = \frac{\Delta p_n}{\rho} \cdot \overset{\leftarrow}{\delta} s = \frac{(\overset{\leftarrow}{n} \cdot \overset{\leftarrow}{v}_n) \cdot |\overset{\leftarrow}{n} \cdot \overset{\leftarrow}{v}_n|}{2} \cdot \overset{\leftarrow}{\delta} s, \quad [\text{м}^2/\text{с}^2]$$

где:  $\Delta p$  – изменение давления воды на элементе бортовой обшивки.

Для касательной компоненты течений используется выражение Бернулли для скоростного напора, отмеряемого от фиксированного давления для действующей на данный момент времени скорости хода корабля:

$$\frac{\delta \overset{\leftarrow}{f}_n}{\rho} = \frac{\Delta p_n}{\rho} \cdot \overset{\leftarrow}{\delta} s = \frac{V^2 - |\overset{\leftarrow}{n} \times \overset{\leftarrow}{v}_s|}{2} \cdot \overset{\leftarrow}{\delta} s, \quad [\text{м}^2/\text{с}^2]$$

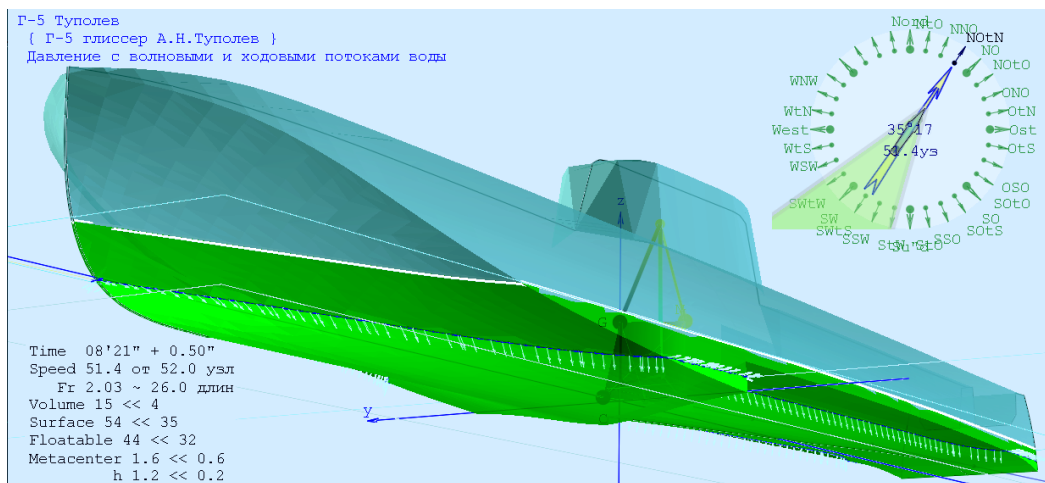
где:  $V$  – скорость хода корабля.

И в целом:

$$\frac{\delta f_{\Delta}^{\leftarrow}}{\rho} = \frac{p_{\Delta}}{\rho} \delta s^{\leftarrow} = \left( \frac{V^2 - |\vec{n} \times \vec{v}_s^{\leftarrow}|^2}{2} + \frac{\pm (\vec{n} \cdot \vec{v}_n^{\leftarrow})^2}{2} \right) \cdot \delta s^{\leftarrow}, \quad [\text{м}^2/\text{с}^2]$$

В последнем выражении двойные произведения для  $\vec{v}_s^{\leftarrow}$  и  $\vec{v}_n^{\leftarrow}$  упрощены, так как для оценок изменения давления в потоке жидкости требуется только величины скоростей, без задействования пространственной ориентации.

Принимая в качестве опорной скорость хода корабля  $\vec{V}^{\leftarrow}$ , скользящая компонента скорости  $\vec{v}_s^{\leftarrow}$  будет определять небольшое подвсплытие, которое по необходимости может быть компенсировано включением несколько большей скорости<sup>9</sup> обтекания корпуса  $\vec{V}_{\otimes}^{\leftarrow}$  в средней наиболее широкой части корпуса (в районе мидельшпангоута).



**Рис. 4.** Контрольный эксперимент с быстроходным глиссирующим кораблём на тихой воде. На скорости хода 50 узлов ( $Fn=2$ ) водоизмещение корабля уменьшается с  $15 \text{ м}^3$  до  $4 \text{ м}^3$ , площадь смоченной поверхности изменяется от  $44 \text{ м}^2$  до  $32 \text{ м}^2$ .

Отражаемая  $\vec{v}_n^{\leftarrow}$ , или компонента скорости непротекания всегда создает отрицательный дифференцирующий момент движущемуся кораблю, с придавливанием кормового подзора к поверхности воды, и может служить для оценок условий вы-

<sup>9</sup> Эксперимент не подтверждает корректировку средней скорости хода для интегралов давления по Бернулли. Ожидаемый результат строго и только если  $V_{\otimes}=V$ .

хода на глиссирование над волнами для специально сформированных обводов корпуса.



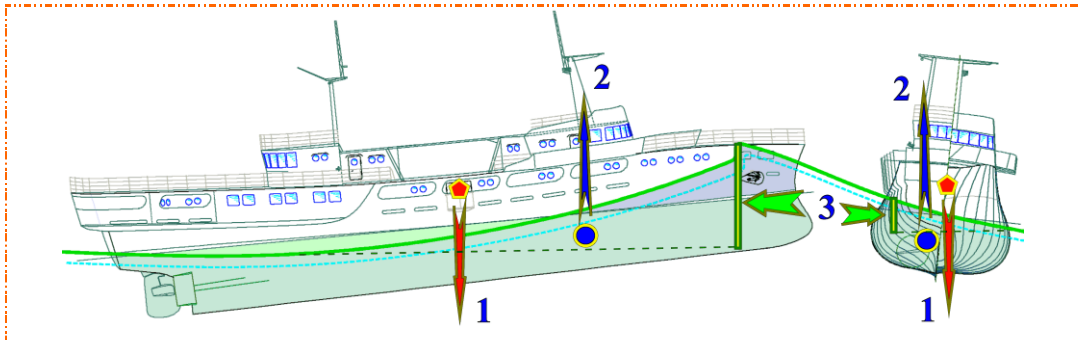
Собственно и сам алгоритм с перерасчётами векторов скоростей и поправок к давлениям забортной жидкости на элементарных треугольниках судовой обшивки составляет основу прямого и расширенного моделирования воздействий на корпус встречных и волновых потоков воды. Корабельное волнообразование в вычислительном эксперименте дополняется импульсами отражения штормовых волн совместно с практической гидромеханикой силовых воздействий и реакций по ходкости и качке корабля.

Математическая модель для потоков воды особо не различается в вариантах моделирования неискажаемых трохоидальных волн или волнения, свободно трансформирующегося в дифференциальных схемах конечных объёмов (*разностей*), однако, упрощенная модель не только служит отладке ключевых алгоритмов, но и вполне приемлема для корректных экспресс оценок мореходности с помощью наблюдений за позиционированием и маневрированием корабля на интенсивном волнении в реальном времени.



### Гидростатическая асимметрия объёмных интегралов на волновом склоне

Использование только объёмных интегралов сводится к наиболее устойчивым, быстрым – эффективным алгоритмам вычислительного эксперимента в штормовой гидромеханике корабля. В моделировании выполняется векторное сопоставление встречных сил и плеч их рассогласования от изменчивого водоизмещения и фиксированного гравитационного веса корпуса, Вектор архимедовых сил всплытия ориентируется направляется по интегрально осредненным градиентам волновых склонов, как по поверхностям равных давлений в пределах контура действующей ватерлинии, что формально включает в динамику движения все шесть компонент штормовой качки, с дрейфом и потерями хода.



**Рис. 5.** Гидростатические силы на корпусе корабля в условиях интенсивного штормового волнения. 1 – гравитационная масса корабля фиксируется под метацентром для заданной начальной остойчивости; 2 – гидростатическая сила плавучести создает динамическую разность с гравитационной массой, с образованием кренящего и дифференцирующего плеча; 3 – интегральный перепад уровней воды в оконечностях и по бортам корпуса (с учётом крена и дифферента корабля), создают силы для горизонтальных смещений и поворотов корпуса относительно мгновенного центра площади действующей ватерлинии, а также дополнительные пары сил с центром масс корпуса, в том числе приводящие к рысканию по курсу.

В такой постановке недостает учёта быстроменяющегося момента инерции по объёму погруженной части корпуса (*≈ на предстоящую проработку*). Взамен пока добавляются гидростатические силы и моменты (**Рис. 5**), возникающие от перепадов уровня воды по контуру действующей ватерлинии.

В алгоритме для поверхности ватерлинии выстраивается последовательность выборки по две точки  $a$  и  $b$  – вдоль ватерлинии, с третьей точкой  $c$  – на противоположном борту. В морской системе координат получится:  $\delta h_y = 0,5 \cdot (a + b) \cdot Z - c \cdot Z$  – перепад уровней воды и бортового давления для расчётов крена и рыскания,  $\delta h_x = (a - b) \cdot Z$  – продольный перепад уровней воды к расчётам килевой качки, потери хода или дельфинирования.

$$\vec{\delta f} = \rho \cdot g \cdot \{ S_x \cdot \delta h_x, S_y \cdot \delta h_y, 0 \} / 2, \quad [\text{Н, кг} \cdot \text{м/сек}^2]$$

где  $\vec{\delta f}$  – горизонтальный импульс силы по одному расчётному треугольнику на поверхности действующей ватерлинии в морской системе координат.

Уточняющие гидростатические моменты получаются векторным произведением с направлением на общую точку в плоскости действующей ватерлинии, к примеру, относительно центра её площади (*на тихой воде*):

$$\overleftarrow{\nu S} += \sum \overleftarrow{\delta f}$$

[Н, кг·м/сек<sup>2</sup>]

$$\overleftarrow{\nu R} += \sum (\overleftarrow{r_{\Delta}} - \overleftarrow{G}) \times \overleftarrow{\delta f}$$

[Н·м, кг·м<sup>2</sup>/сек<sup>2</sup>]

где  $\overleftarrow{\nu S}$  – продольная и бортовая компоненты дрейфовых сил за счёт перепадов уровня моря у борта корабля; Точкой концентрации дрейфовых сил выбирается  $\overleftarrow{\nu F}$  – центр площади действующей ватерлинии.  $\overleftarrow{\nu R}$  – связный вектор добавочных моментов дифферента и рыскания, обусловленных пропеллерным искривлением поверхности действующей ватерлинии (*низший порядок малости*).

В практике проводимых вычислительных экспериментов такая поправка на перепады давлений по действующей ватерлинии представляется незначительной<sup>10</sup>, и для ускорения вычислений или с целью быстрых оценок мореходности корабля может не задействоваться.

## Алгоритмы гидромеханики качки и ходкости корабля на интенсивном волнении (+)

Движущаяся модель корабля отдельно взаимодействует с каждым из волновых полей с предопределёнными фазовыми скоростями и длинами волн, что гидродинамически адекватно воссоздает геометрические трансформации и кинематические процессы отражения волн от бортовой обшивки в условно узкой полосе на действующей ватерлинии (??омываемого борта корабля).

Результирующее волновое поле (Рис. 8) получается суммированием уровней моря и векторов скоростей подповерхностных течений, и формально может применяться для перерасчётов мгновенных силовых воздействий на весь корпус, включая надводный борт с перехлестом гребней волн через палубы и надстройки.

Каждый шаг корабля во времени отслеживается с помощью последовательности (массива) векторных отсчётов, которые при необходимости легко задействуются для уточнения локальных динамических параметров движения корабля:

*Route* – маршрут – траектория контролируемого хода корабля в МБ [м];

*Rate* – скорость движения корпуса в отсчётах корабельного базиса [м/с];

<sup>10</sup> В версии вычислительного эксперимента Аурога поправка по асимметрии ватерлинии, в предположении её незначительности, интерактивно исключаться не может.



*Head* – мгновенные значения углов крена, дифферента и рыскания [рад];  
*Whirl* – угловые скорости качки в локальных углах Крылова [рад/с].

Вычислительный эксперимент образуется последовательностью алгоритмов с векторными и тензорными величинами.

В случае гидростатической постановки корпуса на волну, гидродинамика корабля под действием внешних сил может рассматриваться в допущениях законов о движении твердого тела. Формально это означает необходимость вычисления только суммарного вектора сил и точки его приложения.

Для случая пространственных гидростатических вычислений это объём за смоченной обшивкой корпуса с точкой концентрации архимедовой силы плавучести в мгновенном центре величины. В качестве вектора всплытия он направляется по нормали к осредненной поверхности волнового склона, рассекаемого корпусом корабля:

$$\overleftarrow{B} = iV \cdot \overleftarrow{v} W . \quad [\text{м}^3]$$

Вертикальный вектор гравитационной массы/объёма корпуса синтезирует-ся в глобальной системе координат:

$$\overrightarrow{W} = \{0, 0, Volume\} . \quad [\text{м}^3]$$

Изменение скорости поступательных перемещений корпуса в корабельной системе координат, без учёта ослабления при действии вращательного момента с плечом рассогласования центров величины и массовой тяжести корабля:

$$\overleftarrow{V} += \overleftarrow{g} \cdot (\overleftarrow{B} + \overleftarrow{W} / \mathbf{r}) \cdot \overrightarrow{\delta t} \times / Volume , \quad [\text{м/с}]$$

где:  $\overleftarrow{g}$  – ускорение свободного падения; деление на корабельный базис  $\mathbf{r}$  означает перевод вектора из глобальной морской системы координат к локальному корабельному базису.

## [Демпфирование инерционных сил и моментов по штормовой качке и дрейфу корпуса](#)

Дифференциальное уравнение малых свободных колебаний корпуса включает инерционные и демпфирующие компоненты для восстанавливающих и

дрейфовых сил и моментов в локальной системе координат [Л, 1985, Справочник ..., Войткунский]. Выражения с собственными колебательными движениями под действием восстанавливающих реакций записываются для  $\vartheta$  – бортовой,  $\psi$  – килевой и  $\zeta$  – вертикальной качки:

$$\begin{aligned}(I_{xx} + \lambda_{44}) \cdot \ddot{\vartheta} + \mu_{44} \cdot \dot{\vartheta} + g \cdot M \cdot h_0 \cdot \vartheta &= 0, & [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2] \\ (I_{yy} + \lambda_{55}) \cdot \ddot{\psi} + \mu_{55} \cdot \dot{\psi} + g \cdot M \cdot H_0 \cdot \psi &= 0, & [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2] \\ (M + \lambda_{33}) \cdot \ddot{\zeta}_g + \mu_{33} \cdot \dot{\zeta}_g + g \cdot \rho \cdot S \cdot \zeta_g &= 0, & [\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2]\end{aligned}$$

или при формализации канонической записи:

$$\begin{aligned}\ddot{\vartheta} + 2 \cdot \nu_g \cdot \dot{\vartheta} + \omega_g^2 \cdot \vartheta &= 0, & [\text{рад} / \text{с}^2] \\ \ddot{\psi} + 2 \cdot \nu_\psi \cdot \dot{\psi} + \omega_\psi^2 \cdot \psi &= 0, & [\text{рад} / \text{с}^2] \\ \ddot{\zeta}_g + 2 \cdot \nu_g \cdot \dot{\zeta}_g + \omega_g^2 \cdot \zeta_g &= 0. & [\text{м} / \text{с}^2]\end{aligned}$$

Приведенные выражения создают основу описания затухающих гармонических колебаний для угловой ( $\vartheta$  - бортовой и  $\psi$  - килевой) и поступательной ( $\zeta$  - вертикальной) качки корпуса.

Относительные коэффициенты демпфирования бортовой, килевой и вертикальной качки:

$$\nu_g = \frac{\mu_{44}}{2 \cdot (I_{xx} + \lambda_{44})}, \nu_\psi = \frac{\mu_{55}}{2 \cdot (I_{yy} + \lambda_{55})}, \nu_\zeta = \frac{\mu_{33}}{2 \cdot (M + \lambda_{33})} \quad [\text{с}^{-1}]$$

Собственные круговые частоты бортовой и вертикальной качки инерционного характера:

$$\omega_g = \sqrt{g \cdot M \cdot h_0 / (I_{xx} + \lambda_{44})} \text{ и } \omega_\zeta = \sqrt{g \cdot \rho \cdot S / (M + \lambda_{33})} \dots \quad [\text{с}^{-1}]$$

Эмпирические или сокращённые выражения для собственных колебаний корпуса записываются относительно периодов качки  $\tau = 2\pi / \omega$  [сек], как капитанская формула:  $\tau_g = k \cdot B / \sqrt{h_0}$  [сек] с коэффициентом  $k \approx 0,78$  [с/м<sup>1/2</sup>] для малых и средних судов, до его величины  $k \approx 0,9$  [с/м<sup>1/2</sup>] для крупных судов или транспортов с полным грузом. Аналогичная оценка собственного периода для вертикальной качки:  $\tau_\zeta = 2,5 \cdot \sqrt{T}$  [сек], и также по килевой качке  $\tau_\psi = 2,4 \cdot \sqrt{T}$  [сек]: где:  $T$  [м] – осадка;  $B$  [м] – ширина корпуса по действующей ватерлинии;  $S$  [м<sup>2</sup>] – площадь действующей ватерлинии;  $h_0$  [м] – метacentрическая высота;  $M = \rho \cdot W$  [кг] –

масса корпуса;  $D = \rho \cdot g \cdot W$  [кг·м/с<sup>2</sup>] – гравитационная сила тяжести корпуса;  $W$  [м<sup>3</sup>] – объёмное водоизмещение;  $\gamma = \rho \cdot g = 1025$  [кг/м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>] – массовая плотность воды;  $\mu_\vartheta$  [кг·м<sup>2</sup>/с] – обобщенный коэффициент демпфирования угловой скорости и  $\mu_\zeta$  [кг/с] – в случае со скоростью поступательной.

Во всех трёх дифференциальных уравнениях движения присутствует восстанавливающие моменты  $\omega_\vartheta$ ,  $\omega_\psi$  и силы  $\omega_\zeta$  с инерционной нормировкой, которые  $\omega^2 \gg \nu^2$  значительно превышают демпфирующие компоненты в дискриминанте характеристического уравнения  $\sqrt{\nu^2 - \omega^2} \approx i \cdot \omega$ , что соответствует решениям с осциллирующими свойствами для собственных периодов малых колебаний корпуса, без начальной угловой скорости.

$$\vartheta = \vartheta_0 \cdot e^{-\nu_\vartheta \cdot t} \cdot \cos \omega_\vartheta t \text{ – бортовая качка,} \quad [\text{рад}]$$

$$\psi = \psi_0 \cdot e^{-\nu_\psi \cdot t} \cdot \cos \omega_\psi t \text{ – килевая качка,} \quad [\text{рад}]$$

$$\zeta = \zeta_0 \cdot e^{-\nu_\zeta \cdot t} \cdot \cos \omega_\zeta t \text{ – вертикальная.} \quad [\text{рад}]$$

Полученные решения дифференциальных уравнений второго порядка, с восстанавливающими исходное положение и демпфирующими скорость движения компонентами, могут и должны быть использованы для проверки результатов вычислительного эксперимента в условиях малых свободных и затухающих колебаниях корпуса корабля на тихой воде.

В условиях интенсивного морского волнения собственные колебания корпуса, исчисляемые по начальным метацентрическим зависимостям, сами по себе должны считаться несущественными в сравнении с воздействием крутых склонов крупных морских волн с непредсказуемой периодичностью. В прямом вычислительном эксперименте такое гидростатическое воздействие оценивается значительно более точными геометрическими алгоритмами, с естественным совмещением не меньших гидродинамических эффектов, с большими углами и быстрыми вертикальными смещениями уровня моря под внешним штормовым воздействием сколь угодно большой интенсивности.

Пересмотрим вышесказанное на примерах оставшихся трёх компонент качки:  $\chi$  – рыскания;  $\eta$  – поперечных колебаний и  $\xi$  – продольных пульсаций скорости хода.

$$(I_{zz} + \lambda_{66}) \cdot \ddot{\chi} + \mu_{66} \cdot \dot{\chi} = 0, \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2]$$

$$(M + \lambda_{11}) \cdot \ddot{\xi} + \mu_{11} \cdot (\dot{\xi} - \dot{\xi}_i) = 0, \quad (M + \lambda_{22}) \cdot \ddot{\eta} + \mu_{22} \cdot \dot{\eta} = 0, \quad [\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2]$$

и три канонические формы этих угасающих движений:

$$\ddot{\chi} + 2 \cdot v_{\chi} \cdot \dot{\chi} = 0, \quad [\text{рад/с}^2]; \quad \ddot{\xi} + 2 \cdot v_{\xi} \cdot \Delta \dot{\xi} = 0, \quad \ddot{\eta} + 2 \cdot v_{\eta} \cdot \dot{\eta} = 0, \quad [\text{м/с}^2]$$

где:  $\dot{\xi}_i$  – скорость хода по индикаторной (эффективной) мощности двигателей на тихой воде,  $\Delta \dot{\xi} = \dot{\xi} - \dot{\xi}_i$  – отклонения скорости хода относительно ходкости на тихой воде.

В дискриминанте канонического уравнения движения остается только положительная величина демпфирования  $\sqrt{v^2} = |v|$ , значит, фундаментальное решение в целом сводится к затухающим колебаниям угловых и поступательных скоростей движения корпуса, что в локальных координатах справедливо для всех шести компонент моделируемого движения.

$${}^+ \xi += \dot{\xi}_i \cdot \delta t + \frac{\Delta \dot{\xi}}{2v_{\xi}} \left(1 - e^{-2v_{\xi} \cdot \delta t}\right), \quad [\text{м}]$$

$${}^+ \eta += \frac{\dot{\eta}}{2v_{\eta}} \left(1 - e^{-2v_{\eta} \cdot \delta t}\right), \quad {}^+ \zeta += \frac{\dot{\zeta}}{2v_{\zeta}} \left(1 - e^{-2v_{\zeta} \cdot \delta t}\right), \quad [\text{м}]$$

где:  $\delta t$  – расчётный интервал времени одного шага вычислительного эксперимента,  ${}^+ \xi$ ,  ${}^+ \eta$  и  ${}^+ \zeta$  – местоположение центра масс корабля по истечении расчётного интервала времени  $\delta t$ .

$${}^+ \vartheta += \frac{\dot{\vartheta}}{2v_{\vartheta}} \left(1 - e^{-2v_{\vartheta} \cdot \delta t}\right) - \text{крен}, \quad [\text{рад}]$$

$${}^+ \psi += \frac{\dot{\psi}}{2v_{\psi}} \left(1 - e^{-2v_{\psi} \cdot \delta t}\right) - \text{дифферент}, \quad [\text{рад}]$$

$${}^+ \chi += \frac{\dot{\chi}}{2v_{\chi}} \left(1 - e^{-2v_{\chi} \cdot \delta t}\right) - \text{рыскание}. \quad [\text{рад}]$$

Такое подтормаживание угловых и поступательных скоростей удовлетворяет базовым дифференциальным уравнениям движения, которые применимы исключительно и только в случае слабых колебаний с малыми отклонениями от исходного положения корпуса корабля на тихой воде. Тем не менее, несмотря на формально малые скорости колебательных движений, присоединенные массы окружающей воды и вязкие срывы потоков на выступающих частях корпуса, оправдывают применение адаптивных эмпирических моделей качки более высокого

второго или третьего порядка воздействия на скорости вынужденных движений корпуса корабля на волнении.

Гидромеханическим парадоксом в качке корабля можно называть обратное действие вязкости жидкости на усиление внешних сил и моментов. В штормовом море именно скоростные потоки в толще воды под гребнями волн создают внешнее силовое воздействие на раскачивание корабля, которое усиливается наличием любых выступающих частей: как днищевых и бортовых килей, крыльевых успокоителей качки; так же как и дейдвудных кронштейнов, рулей, плавникового хвостового оперения или широкого транца над кормовым подзором вместо округлой крейсерской раковины, и любых других выступающих частей.

Поэтому целесообразно оставить линейные зависимости демпфирования качки только для малых, начальных поступательных и угловых скоростей. При значительном увеличении скоростей качки пусть включается кубическое гашение скоростей с двукратным пределом.

$$V \propto \left( 1 - 0.5 \cdot \tanh(\mu \cdot V^2 \cdot \delta t) \right) \frac{(1 - \exp(-\mu \cdot \delta t))}{\mu},$$

где  $V$  – условная скорость качки;  $\mu$  – фактор демпфирования;  $\delta t$  – расчетный шаг времени.

Весьма сложной и неразрешимой проблемой в построении прямого вычислительного эксперимента представляется включение касательных напряжений от вязкости жидкости на элементарных расчётных площадках корабельной обшивки. Фрагменты смоченной бортовой обшивки участвуют в собственном движении корабля, и подвержены влиянию интенсивных внешних потоков под гребнями морских волн.

В гидромеханике корабля традиционно используются выражения для расчетов сил сопротивления трения по эквивалентной гладкой пластине, воспринимающей турбулентное обтекание жидкости с большими числами Рейнольдса:  $Re = V \cdot L / \nu$ , где  $V$  [м/с] – условная скорость хода,  $L$  [м] – длина корпуса корабля;  $\nu = 1,57 \cdot 10^{-6}$  [м<sup>2</sup>/с] – оценка кинематической вязкости для стандартной температуры воды 4°C. Эмпирический коэффициент касательного напряжения (по формуле Прандтля-Шлихтинга) будет определяться как:  $\zeta_{\text{тр}} = 0,455 \cdot \log_{10}(Re)^{-2,58} \approx (1,5 \div 2,3) \cdot 10^{-3}$ .

Собственно величина сил трения для корабля на ходу по тихой воде будет определяться как  $R_T = 0,5 \cdot (\zeta_{\text{тп}} + \zeta_{\text{ш}}) \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \Omega$ , где  $\Omega$  – площадь эквивалентной пластины;  $\zeta_{\text{ш}} \approx (0,3 \div 0,6) \cdot 10^{-3}$  – поправка для учета шероховатости.

... не верно и по сути не получается ... как-то хорошо бы сделать это же трение, но без Рейнольдса, как!?

## Алгоритмы моделей движения и демпфирования колебаний корпуса

Фактор демпфирования скорости  $\mu$  связан с величиной отклонений скорости от установившейся или нейтральной величины, и формально учитывает влияние гидродинамически необратимых процессов, присоединенных масс и вязкости жидкости.

$${}^{\leftrightarrow} \dot{V} \&= damp, \quad [\text{м/с}]$$

здесь операция  $\&=$  означает покомпонентное умножение величин скорости на соответствующие безразмерные параметры демпфирования:  $damp$  – зависящего от фактора демпфирования и шага вычислительного эксперимента во времени:

$$damp = \frac{1 - e^{-2\nu \cdot \delta t}}{2\nu \cdot \delta t}.$$

Демпфирование бортовой качки усиливается на больших угла крена, так при моделировании опрокидывания фактор демпфирования параболически возрастает в четыре раза.

$$damp_{\xi} \times = (1,0 - 0,5625 \cdot \vartheta / \pi)^2,$$

где  $\vartheta$  – угол крена в радианах.

В моделировании поступательных движений корабля также применяются полные значения скорости для центра масс корпуса, с простым исключением маршевого хода под тягой судовых машин без внесения дополнительных нелинейных поправок:  $\dot{\xi} = \dot{\xi}_i - \dot{\xi}_0 = \dot{\xi}_i - Speed$ .

Факторы демпфирования могут интерактивно изменяться в процессе вычислительного эксперимента. В начальных условиях инициализируются числовыми векторами, как:

$\nu_{\xi, \eta, \zeta} = \{ 0.05, 0.4, 0.3 \}$  – продольной, поперечной и вертикальной качки

$\nu_{\vartheta, \psi, \chi} = \{ 0.1, 0.3, 0.4 \}$  – для бортовой, килевой качки и рыскания.

В составе моделирующих алгоритмов:

$\mu F = \{ 0.1, 0.8, 0.6 \}$  – продольной, поперечной и вертикальной качки

$\mu M = \{ 0.2, 0.6, 0.8 \}$  – для бортовой, килевой качки и рыскания.

Для перехода к относительным коэффициентам демпфирования в инерционной нормировке не включаются в явной форме присоединённые массы для неустановившихся режимов обтекания корпуса. В процессе интенсивной штормовой качки значительно изменяется площадь смоченной обшивки, вплоть до отрыва корпуса поверхности моря при слеминге, и до полного погружения под воду и с перехлёстами верхних палуб гребнями волн. В силу проводимого учёта скоростей потоков с гидромеханикой изменения давлений вблизи поверхности корпуса, необходимость или возможность вовлечения эффектов присоединённых масс в таких условиях требует дополнительных исследований и практических обоснований.

Отметим также, что полные уравнения движения моделируют движение корабля в целом, а не только его затухающие колебания под внешним волновым воздействием, и где задействуются тензоры инерции для взаимосвязных поступательных и угловых движений, потому в промежуточном алгоритме с коэффициентами демпфирования инерционная нормировка считается преждевременной:

$$v_{\xi, \eta, \zeta} = \frac{\mu_{\xi, \eta, \zeta}}{2 \cdot M} \Rightarrow \frac{\mu_{\xi, \eta, \zeta}}{2}; \quad [\text{м}^3/\text{с}]$$

$$v_{\vartheta, \psi, \chi} = \frac{\mu_{\vartheta, \psi, \chi}}{2 \cdot I_{44, 55, 66}} \Rightarrow \frac{\mu_{\vartheta, \psi, \chi}}{2} \quad [\text{м}^5/\text{с}]$$

Факторы демпфирования, также как и основные уравнения движения, могут применяться без множителя с плотностью жидкости, что изначально принято в реализации вычислительных экспериментов «Аuroга». В алгоритмах с оценками собственных угловых и поступательных колебаний корпуса потребуются вернуть инерционные параметры в размерном виде, и применять модели с радикалами для плотности жидкости.

Для продольных пульсаций скорости хода демпфируется только различие текущей скорости  $V.x$  от заданной *Speed*, как бы по условиям тяги двигателей на тихой воде.

Скорость поступательных движений корпуса измеряется в корабельной системе отсчёта, что требуется для динамической синхронизации хода и тяги маршевых двигателей:

$$Speed = V.x.$$

[м/с]

В случае прекращения тяги двигателей, коэффициент демпфирования применяется непосредственно к величине скорости хода:

$$Speed \times = dumpF.x.$$

[м/с]

Во избежание некорректного подтормаживания в маршрутном массиве скоростей продольный компонент обнуляется и не влияет на регулирование скорости хода<sup>11</sup>.

$$^{+}Rate = \{0, \overset{\leftarrow}{V}_y, \overset{\leftarrow}{V}_z\},$$

[м/с]

где (+) верхний левый индекс отмечает новый шаг во времени, следующий элемент в массиве скоростей.

Согласованный таким образом свободный вектор локальной скорости переводится в глобальную систему координат и задействуется в расчёте местоположения корабля на следующий момент времени:

$$^{+}Route \overset{\rightarrow}{+} = \overset{\times}{r} \cdot \overset{\leftarrow}{V} \cdot \delta t,$$

[м]

и вычисленная компонента вертикальной качки переносится в корабельный базис:  $r.Z = Route.z$ , где прописная  $Z$  отмечает аппликату центра масс в глобальной системе координат (*строчная  $z$  – локальная аппликата*).

Разделенный этап моделирования угловых моментов сил и вращательный реакций корпуса предварительно строится в предположении фиксированного центра масс корабля, относительно которого моделируется динамика крена, дифферента и рыскания. Возможно, что это несколько усиливает как поступательные, так и вращательные движения корабля на штормовом волнении, однако соответствует правилу привносимых погрешностей в сторону большей «опасности» (*т.е. – требуется доработка*).

Плечо момента архимедовых сил всплытия в корабельном базисе:

$$\overset{\leftarrow}{R} = v\overset{\leftarrow}{B} - \overset{\leftarrow}{Gravity}$$

[м]

<sup>11</sup> Нотация обозначений в пространстве и времени из тензорной математики [Л. Тензорная,.. 2005].



Образуется импульс момента проворачивающих сил за время  $\delta t$ , также в корабельном базисе:

$$\overleftarrow{M} = g \cdot (\overleftarrow{R} \times \overleftarrow{B}) \cdot \delta t \quad [\text{м}^5/\text{с}]$$

Любое ускорение центра масс корабля откликается моментам сил относительно условного центра бокового сопротивления корпуса на воде (пусть им будет тот же центр величины). Требуемое ускорение проще получить численно дифференцированием маршрута движения корабля с приведением к корабельному базису:

$$\overleftarrow{M} += \overleftarrow{R} \times [(\overrightarrow{-1}Route - 2 \cdot \overrightarrow{-2}Route + \overrightarrow{-3}Route) / \mathbf{r}] \cdot Volume / \delta t \quad [\text{м}^5/\text{с}]$$

Обновленный вектор угловой скорости на качке корабля также определяется в локальном корабельном базисе:

$$\overleftarrow{\Omega} += \overleftarrow{M} \cdot \delta t / \mathbf{inMass}, \quad [\text{рад}/\text{с}]$$

после применения демпфирования к компонентам угловых скоростей:

$$\overleftarrow{\Omega} \&= dumpM, \quad [\text{рад}/\text{с}]$$

где изначальные величины устанавливаются как:  $M = \{ 0.9; 0,8; 0.7 \}$ , можно определиться с текущим углами крена, дифферента и рыскания:

$$\overleftarrow{K} += \overleftarrow{\Omega} \cdot \delta t. \quad [\text{рад}]$$

В вычислительном эксперименте может проявляться эффект цифрового демпфирования с усилением внешнего силового воздействия, когда под воздействием крупного волнения могут появляться неадекватно большие ускорения по всем шести компонентам качки. В частности, представляется полезным ограничение угловой скорости опрокидывания корабля величиной времени не более 6 секунд, что полезно в плане исключения необоснованно больших линейных ускорений, возникающих от запаздывающего интервала отсчётов времени в интегралах движения по линейным дифференциалам Эйлера.

$$|\overleftarrow{\Omega}|_x \leq \pi / 6 \quad [\text{рад}/\text{с}]$$

Полагая, что килевая качка и рыскание не подвержены резонансным эффектам под ударами гребней регулярного волнения, такие ограничения угловых скоростей не вводятся.

Форма цифровой модели корпуса корабля в надводной части может иметь большие плоскости и возвышенные надстройки, на которых концентрируются ударные гидродинамические нагрузки в случае большого угла крена и в моменты опрокидывания корпуса. Для поддержания устойчивости вычислительного процесса скорость накренения искусственно ограничивается так, чтобы опрокидывание происходило не быстрее чем за 10 секунд. Одновременно вчетверо усиливается фактор демпфирования бортовой качки для положения корпуса кверху килем:

$$+\dot{\vartheta} \times = 1 - (0,5625 \cdot g / \pi)^2.$$

В построении вычислительного эксперимента используются углы Крылова (Эйлера) для которых характерно наличие критического направления, которое в расчетах обуславливается достижением вертикального дифферента для корпуса корабля. Во избежание разрывных геометрических решений величина дифферента ограничивается искусственно до  $84^\circ$ .

(\*??\* – в обработке)

### К вопросу о действии внешних сил, реакции корпуса и связанных моментах (\*??\*)

Подобно обычному твёрдому телу движение и повороты корпуса корабля должны совершаться относительно строго фиксированного центра тяжести. Однако, в движение корабля также вовлекаются огромные присоединенные массы окружающей воды, в поперечном инерционном отклике соизмеримые или превышающие водоизмещение корабля, отчего реально действующий динамический центр движения корпуса сильно смещается в сторону центра гидродинамических давлений воды, что в отношении поперечных колебаний и рыскания формально ассоциируется с понятием центра бокового сопротивления.

Величина присоединённых масс упрощенно может оцениваться по соизмерениям эквивалентного эллипсоида, или с помощью интегрирования вихреисточников в их мгновенном состоянии для поступательных смещений корпуса в условиях интенсивного волнения. Если в вычислительном эксперименте не рас-

смаатриваются скоростные потоки жидкости вблизи корабельной обшивки, то в начальном приближении можно воспользоваться простым удвоением массы корпуса для ускорений в поперечных направлениях, также как и при моделировании рыскания на курсе.

Актуальными являются исследования относительно мгновенного положения для подвижного центра гидродинамических давлений и присоединённых масс воды, образующих пары сил с гравитационной тяжестью корабля. Другой нетривиальной задачей видится обоснование моделей для среднеинтегрального захвата корпуса быстрыми потоками в гребнях штормовых волн, проявляющегося поступательными ускорениями на борту корабля с усилениями угловой качки относительно завышения центра тяжести к центру концентрации сил давления окружающей жидкости.

+++ из статьи на ММСР.

*В отличие от законов динамики твёрдого тела, в качестве массы и центра инерции надводного корабля необходимо считать суммарную величину собственно корабля с захватываемой в ускоренное движения забортной водой, с соответствующим смещением центра масс к среднему между ними положению. В первом приближении для удлиненного корпуса корабля можно считать объём присоединенной массы воды соизмеримым с массой корабля, что справедливо для боковых и вертикальных смещений. Величиной присоединенных масс для продольных смещений можно пренебрегать. В движении корабля также требуется учёт перераспределения давлений с учетом безотрывного стока потока с плавникового крыла ахтерштевня, для чего приближенно гидродинамический центр смещается в нос в положение одной трети длину корпуса, и что сказывается на условия маневрирования тем сильнее, чем больше скорость хода корабля.*

*Корабль в штормовом море, как водоизмещающий объект, увлекается волновыми потоками по чисто кинематическим правилам «как волна». При этом его движение как твёрдого тела и накопление кинетической энергии существенно не зависят от движений в волновом потоке. При этом, возникают существенно большие ускорения движению, которые во вне проявляются в качестве сильных кренящих моментов ввиду разницы аппликат центров водоизмещающих объёмов, как условных центров бокового сопротивления движению, и центров масс надводного корабля, который всегда удерживается значительно выше для обеспечения плавности бортовой качки.*

...в алгоритме опять оказалась закомментаренной куча старой тяжелой эмпирики, и оставлено лишь масса мгновенного - действующего водоизмещения, что потом суммируется к поперечным и вертикальным ускорениям, с соответствующим осреднением для общего центра инерции. Так многие проблемы с "полётами к луне" разрешились, правда, кроме катамаранных, которые при маленькой метацентрической высоте задирают аппликату так, что потом на волне опрокидываются через нос, и вот тогда опять обнаружилось большое линейное ускорение при вращении вокруг сверх высокого центра тяжести. - не сложно - забавно, заодно добавлю эффект крыла через  $V^2/2$ .

Варианты моделирования:

1 – скользящая динамика хода (кинематика по поверхности) с фиксированной ориентацией корпуса относительно волновых склонов, и с вычислениями ускорений поступательных движений по волновым склонам в градиентах четырех треугольников крестообразного шаблона. Здесь не происходит изменения посадки корпуса относительно уровня воды. Учёт присоединённых масс в поперечных ускорениях выполняется простым удвоением масса корабля, (по аналогии вдвое снижается реакция по ускорениям в свободном рыскании на курсе).

$$\delta \vec{V} = g \cdot \left( \left\| \vec{\text{grad}} S(x, y) \right\| - \vec{z} \right) \cdot \delta t,$$

[рад/с]

где S(x,y) – поверхность уровня воды с учетом морского волнения, с нормированным до единицы вектором направления; z – орт вертикали.

Модель по законам механики свободно и без трения скользит по волновым склонам штормового моря, иллюстрируя особенности силового воздействия асимметричных прогрессивных трохоидаьных волн. В моделировании движения участвует некоторая разгонная сила, тарифованная для тихой воды по заданной скорости хода. На крутых склонах волн модель корабля может не «выгребать» по штормовому волнению, и тогда простым добавлением мощности – условной скорости хода на тихой воде, можно провести предопределение потребной или безопасной скорости хода. Управление ходом выполняется по командам с клавиатуры <8/2> для добавок по два узла вперёд/назад соответственно, и <0> – стоп машина для свободного движения корабля под волновыми воздействиями и по инерции.

Моделирование рыскания в данном варианте выполняется чисто кинематически, с использованием поверхностных скоростей волновых потоков в оконечностях корабля относительно контрольного плеча на двух третях от длины корпуса. Таким образом, в движение всегда вовлекается строго определённая угловая скорость поворотов корпуса относительно вертикальной оси. Так как скорость трохоидаьных волновых потоков измеряется на поверхности воды, образуется отчасти завышенное рыскание на курсе. Удержание модели на заданном курсе

выполняется с помощью «бортового авторулевого», управляющее действие которого ограничивается условно малыми перекладками руля, и отчего корабль может быть захвачен крупными волнами, и непроизвольно поставлен либо в аварийное положение, либо выведен носом на волну. Для ускоренного возврата на курс, или для быстрого поворота корабля можно воспользоваться ручным управлением: <4/6> – руль на борт; <7/9> – полборта влево и вправо.

2 – гидродинамика корабля по архимедовым силам всплытия изменяющегося объема погруженного в воду корпуса в условиях интенсивного волнения представляется базовой и безусловно разрешимой моделью штормовой гидромеханики корабля. В явных выражениях здесь записываются только три закона движения с гравитационными восстанавливающими силами по вертикальной качке, и с двумя восстанавливающими моментами для качки бортовой и килевой.

Рыскание и горизонтальные поступательные смещения корпуса рассчитываются в базовой модели можно учитывать по осредненному скоростному потоку в той же погруженной в воду части корпуса, что подобно живым водоплавающим будет увлекать корабль в синхронные смещения внутри волновых потоков, с минимальными возмущениями окружающей жидкости. Единственно, здесь будет востребоваться корректный учет разности аппликат центра тяжести и центра бокового сопротивления корпуса, относительно которых при ускоренных поступательных смещениях будут создаваться дополнительные кренящие и дифференцирующие моменты.

Воздействие усреднённых потоков и угловых скоростей необходимо дополнять параллельными вычислениями с помощью векторных интегралов по поверхности смоченной корабельной обшивки, что исключит ослабление внешних силовых воздействий в сильно заострённых оконечностях. (...к настоящему времени корректность «захватывающих потоков» отчасти подтверждалась только для совместного задействования объёмных и поверхностных интегралов [3D-тензорная математика]).

Использование захватывающих корабль усредненных потоков актуально для экспериментов с использованием чисто гидростатических внешних воздействий (варианты 1 и 2). В случаях вычислительных моделей с задействованием вихреисточников для моделирования скользящих и отражаемых на элементарных фрагментах судовой обшивки скоростей течений, расчёты усредняющих потоков становятся неактуальными, но полезны для проверки существования такого захвата корпуса в движении среди крупных гребней штормовых волн (...и это важно, но,

в действующей программе «Aurora» от 2024-08-06 такие гидродинамические эффекты пока не моделируются вовсе, как не особо желательные добавки при анализе результатов эксперимента с графиками строго в темпе внешних волновых воздействий, хотя...).

В ближайших планах желательно проведение сверки весьма сложного алгоритма по косой ватерлинии с результатами на основе усредняющих интегралов для захватывающих потоков и циркуляций воды вокруг корпуса корабля.

Вместо вовлечения захватывающих потоков, для моделирования упускаемых в объёмных интегралах негармонических горизонтальных смещений и рыскания на курсе, действующий в программе «Аулога» вычислительный эксперимент просто корректируется направлением действия архимедовых сил всплытия по нормали к условной плоскости для всей поверхности действующей ватерлинии; и дополняется воздействием на динамику корабля асимметрии уровней воды на противоположных бортах (сторонах) относительно мгновенно действующей ватерлинии. При этом в алгоритмах задействуются вычисления распределённых сил от давления воды без необходимости привязки к гидростатическим центрам на малых площадках бортовой обшивки, что несколько упрощает и заметно ускоряет вычисления.

3 – гидродинамика корабля под воздействием переменных гидростатических давлений по поверхности смоченной обшивки корпуса. Такой эксперимент необходим для проверки точности вычислений в сравнении объёмными архимедовыми интегралами по вытесняемым кораблём объёмами жидкости. В цифровой модели корпуса расчётные размеры поверхностных треугольников по площади никак не ограничиваются, и потому точный учёт аппликат центров гидростатических давлений, как центров приложения распределённых сил, становятся крайне необходимыми. Формально усреднённый наклон действующей ватерлинии с перепадами уровней воды на противоположных бортах теперь моделируются автоматически, без инородных гипотетических алгоритмов.

Однако, если на поверхности корпуса никак не рассматривается влияние скоростных потоков воды, то становится актуальным ранее упоминаемое интегрирование усреднённых захватывающих корабль потоков, тех же, что в варианте – 1 с механикой на основе изменчивой архимедовой плавучести.

Сопоставление гидростатических и гидродинамических результатов показывает весьма точное совпадение, при условии, конечно, что на судовой обшивке нет перехлестов с наложением совпадающих фрагментов.

4 – вариант с вычислениями по встречному набегающему потоку по ходу корабля. В данном случае вычислительный эксперимент дополняется моделированием скользящих и отраженных потоков на элементарных фрагментах бортовой обшивки, при этом не учитываются гидродинамические компоненты внешних сил штормовой природы. В данном варианте в точности выполняется условие стационарности потоков вблизи смоченной обшивки корабля, что позволяет размещать на ней вихреисточники для моделирования как для скользящих потоков с поправками для давления по закону Бернулли<sup>12</sup>, так и для отражаемых частиц жидкости с импульсами давления по формуле Торричелли<sup>13</sup>.

Это необходимо для моделирования проявлений ходового дифферента на больших скоростях хода, что в свою очередь важно для оценок посадки и устойчивости корабля в глиссирующих режимах ходкости, или для оптимизации корпуса по условиям минимизации ходового дифферента, что актуально для кораблей многокорпусных и обладающих малой площадью конструктивной или действующей на ходу корабля ватерлинии.

Формально точно такой же результат получается в условиях обнуления внешнего морского волнения. Но всё же, такой вычислительный эксперимент необходим для проверки избитого тезиса о том, что верхняя оценка опасности штормового плавания получается именно в случае гидростатической постановки корпуса корабля на волну. К настоящему времени специальной отработки этого предположения не проводилось, а попутно проводимые вычислительные эксперименты явно не свидетельствовали об усилении качки или повышенной опасности опрокидывания корабля в условиях чисто гидростатической постановки на волне.

---

<sup>12</sup> Закон Бернулли связывает стационарную скорость вдоль линии тока с локальным давлением в жидкости:  $\rho V^2/2 + \rho \cdot g \cdot h + p = const$ . Применяются к скользящим компонентам скорости в потоке вблизи бортовой обшивки. Даниил Бернулли, 1700–1782, швейцарский физик, механик и математик, член Петербургской академии наук (1733).

<sup>13</sup> Формула Торричелли  $v = \sqrt{2g \cdot h}$  применяется к нормальным компонентам скорости для корректировки давления при моделировании условий непротекания. Эванджелиста Торричелли (Evangelista Torricelli; 1608–1647, Флоренция) – итальянский математик и физик, ученик Галилея.

5 – полный вычислительный эксперимент с моделированием силовых воздействий со стороны штормовых волн. Отличие от варианта с только со встречными ходовыми потоками состоит лишь в том, что вихреисточники на бортовой обшивке дополнительно компенсируют потоки жидкости под трохоидальными гребнями и склонами штормовых волн. Уместно обратить внимание, что в случае увлечения корабля в движение в увязке с потоками жидкости в трохоидальных кинематических пространствах штормовых волн, то пронизывающий сквозь корпус поток воды будет минимизирован, и тогда для остаточных волновых воздействий скорости течений могут признаваться относительно слабыми или почти стационарными.

Центр давлений учитывает движение вытесненной корпусом воды вместе с присоединенным потоком окружающей жидкости, условно стационарно действующей на корабль в целом посредством распределённых сил от давления на бортовую обшивку в конкретный момент времени.

Гидродинамической особенностью модели можно называть усиленную асимметрию давлений в носовой и кормовой оконечностях, приводящую к значительному смещению центра давления вдоль корпуса в носовую часть корабля. При этом, продольные компоненты распределённых сил давления воды от встречного стационарного потока воды полностью взаимокompенсируются, и повышенное давление в носовой части корпуса выравнивается его понижением в кормовых сходящихся ватерлиниях, строго и точно в соответствии с парадоксом Д'Аламбера<sup>14</sup> для идеальной жидкости.

Тогда получается, что в идеальной жидкости смещение центра давления навстречу набегающему потоку максимально, и внесение вязкостных поправок лишь отчасти ослабляет потоковый сдвиг центра силового давления воды. Здесь также уместно обратить внимание, что удлинённый корпус корабля с заострённым плавниковым ахтерштевнем под кормовым подзором приводит гидродинамику корабля к хорошо изученным процессам на крыле. В данном случае, возникновение эффекта крыла при косых потоках на корпусе корабля ослабляет смещение центра давления в сторону носовой оконечности, и если углы атаки набегающего потока не отмечаются срывами на задней кромке кормовых рулей корабля, то и

---

<sup>14</sup> Парадокс Д'Аламбера – Эйлера свидетельствует об отсутствии каких-либо внешних сил при стационарном обтекании идеальной жидкостью твёрдого тела произвольной формы. Д'Аламбер, Жан Лерон (*Jean Le Rond D'Alembert, d'Alembert*) 1717–1783 – французский учёный энциклопедист, член Петербургской академии наук (1764).



центр действия присоединённых масс не сдвигается более двух третей (2/3) от гидродинамически активной длины корпуса корабля.

В расчетах локальных координат центра давления участвует гидростатическое давление  $g \cdot h$  [м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>], в сумме с относительно малыми скоростными добавками по вихревому слою подтормаживания скользящих течений по Бернулли  $V_{\tau}^2/2$ ; и асимметричным распределением источников  $n \cdot V_n^2/2$ , где  $n$  – знак источника (+) и стока (–), для моделирования непротекания бортовой обшивки по обращенной формуле Торричелли:

$$\begin{aligned} C_p^{\leftarrow} &= \frac{\iint_S p_s \cdot r^{\leftarrow} \delta s}{\rho \cdot g \cdot \iint_S h \cdot \delta s} = \frac{\iint_S (h + \frac{V_{\tau}^2 \pm n \cdot V_n^2}{2g}) \cdot r^{\leftarrow} \delta s}{W} = \\ &= \frac{\iiint_W r_w^{\leftarrow} dw}{W} + \frac{\iint_S (V_{\tau}^2 \pm n \cdot V_n^2) \cdot r^{\leftarrow} \delta s}{2g \cdot W} \end{aligned} \tag{м}$$

В последнем выражении показывается, что гидростатическую часть можно вычислять по объёму корпуса (по Архимеду), с гидродинамической добавкой по Бернулли-Торричелли только по необходимости, в случаях присутствия встречного ходового потока и быстрых течений под гребнями и склонами интенсивных трохoidalных волн.

Получается вполне естественный алгоритм вычисления центра величины с поправками в качестве центра сопротивления внешним воздействиям от скоростей потока вблизи бортовой обшивки. W [м3] – здесь приводится объёмное водоизмещение, так как во всех расчётных алгоритмах не задействуется величина плотности воды, что допустимо для вычислений в гидродинамике идеальной жидкости. В расчётах водоизмещения не участвует поверхность действующей ватерлинии, где по определению отсутствует гидростатическое давление воды, и потому целесообразно исключить из расчётов центра давлений и скоростные потоки на поверхности действующей ватерлинии, что видимо не особо противоречит здравому смыслу в отношении укрытой внутрикорпусной и «виртуальной» поверхности.

(...снова всё пересмотреть и систематизировать)  
...

Свободный вектор результирующей гидродинамической силы  $\vec{v} \vec{S}$  [Н/ρ] и вектор углового момента для погруженной в воду части корпуса  $\vec{v} \vec{R}$  [Н·м/ρ] вычис-

ляются в корабельной (локальной) системе отсчёта строго относительно центра масс корабля  $G$ .

В такой модели гидромеханики частицы жидкости оказывают непосредственное силовое воздействие на смоченную обшивку корабля, в исключительно переменчивом пространственном распределении гидростатических и гидродинамических давлений, в том числе с учётом интенсивной кинематики поступательных и угловых движений собственно корабля на интенсивном волнении.

С принятыми допущениями скорости набегающих ходовых и волновых потоков воды вокруг корпуса корабля изменяются по условиям непротекания в неискажаемой суперпозиции с потоками под склонами и гребнями волновых полей, при этом набегающий поток учитывается исходя из условий непротекания судовой обшивки, в то время как скорости волновых трохойдальных течений – отражаются.

Динамический центр вращения корпуса (аналог ЦБС=*Pivot Point*) отсчитывается относительно центра тяжести корпуса (ЦТ=*CoG-gravity*) со значительным по величине смещением для учета влияния присоединенных масс жидкости относительно центра величины (ЦВ=*CoB-buoyancy*) подводного объема, и действующего на данный момент перераспределения давлений в скоростном потоке на смоченной поверхности корпуса (ЦД=*CoL-lift*), с небольшими поправками по разбалансировке центра сопротивления движению с местоположением линии и направления тяги винто-рулевого комплекса (CoT=*thrust*).

Изначально центр плавучести ЦВ устанавливается строго относительно погруженной части корпуса на тихой воде. Затем, в процессе вычислительного эксперимента, включается суперпозиция с пульсациями давлений под гребнями штормовых волн и гидродинамическое перераспределение давлений воды при моделировании обтекания по ходу с учётом отражения волновых потоков от корпуса корабля. Уточненный таким образом центр давлений ЦД участвует в синхронизации движений корабля в окружающих потоках воды, связывая центры внешних угловых воздействий с поступательными смещениями в быстрых потоках трохойдальных волн.

Асимметрия силовых воздействий для отрицательных и положительных распределений давления воды контролируется параметром  $K_v$ , и таким образом уточняются дрейфовые сдвиги со смещением центра бокового сопротивления ЦБС по направлению движения в зависимости от величины скорости хода корабля.

В рабочих алгоритмах двойные произведения для  $V_s$  и  $V_n$  упрощаются, так как в оценках изменения давления в потоке жидкости требуются только величины скоростей, без использования их пространственной ориентации.

В морской (глобальной) системе координат вектор гидродинамической силы будет создавать дополнительный момент относительно центра силовой реакции корпуса  $\vec{M}$  :

$$\begin{aligned} \vec{vS} &= \vec{r} \times \vec{vS}, & [\text{М}] \\ \vec{vR} &= \vec{r} \cdot (\vec{vR} + \vec{vS} \times \vec{M}), & [\text{кг} \cdot \text{м}] \end{aligned}$$

где  $\vec{M} = f(G, C, F, \mu)$  – подвижный центр силовой реакции корпуса в условиях изменчивого водоизмещения при движении на штормовом волнении, зависящий от местоположения центра масс  $G$  и центральной оси, текущих координат действующего водоизмещения  $C$ , центра площади ватерлинии и действия присоединенных масс жидкости  $\mu$ , формально связанных с параметрами демпфирования поступательных скоростей движения корпуса.

Изначально в расчётах в качестве центра инерции принимается центр масс корабля, что позволяет корректно отрабатывать полный выход корпуса из воды в условиях интенсивной вертикальной качки.

В нормальном водоизмещающем состоянии к вектору центра масс привносится смещение к точке привязки действующего углового момента, что делает главный вектор сил скользящим по центральной оси:

$$\vec{vD} = \vec{G} + [\vec{vS} \times \vec{vR}] / |\vec{vR}|^2 \quad [\text{М}]$$

Другая контрольная точка задает центр силового сопротивления корпуса с учётом присоединенных масс воды, которая получается пространственным усреднением между центром величины с весовым множителем водоизмещением, и мгновенным центром площади ватерлинии, с объёмным множителем в качестве вертикального отстояния центра площади ватерлинии от центра величины в глобальной морской системе отсчета.

$$dV = (vF (iF \cdot dZ) + vB \cdot iV) / (iF \cdot dZ + iV) \quad [\text{М}]$$

где:  $dV$  – подводный центр бокового сопротивления;  $vF$  – центр площади ватерлинии;  $iF$  – площадь ватерлинии;  $dZ$  – вертикальное отстояние центра площади ватерлинии от центра величины;  $vB$  – координаты центра величины;  $iV$  – водоизмещение. Все величины, кроме  $dZ$ , измеряются в корабельном базисе на расчётный

момент времени в произвольном положении корабля относительно взволнованной поверхности моря, – по текущей смоченной поверхности корпуса.

Динамический центр устанавливается на линии между центрами  $\nu D$  и  $dV$  в пропорциях относительно факторов поступательного демпфирования (присоединенных масс), с нормировкой до единицы с помощью поэлементной операции:

$$\overset{\rightarrow}{\nu C} = \overset{\leftarrow}{dV} \cdot \tanh \mu + \overset{\leftarrow}{\nu D} \cdot (1 - \tanh \mu), \tag{М}$$

где параметр  $\mu F(\xi, \eta, \zeta)$  используется без преобразований, так, как он указывается в исходных данных эксперимента. Таким образом, если  $\mu F = 0$  отсутствует, то движение корпуса корабля осуществляется относительно центра масс  $G$ , если  $\mu F \approx 0,55$ , то динамический центр будет приводится к середине между центрами тяжести и присоединенных масс, и при увеличении  $\mu F > 1$  - центр движения корабля будет приближаться к подводному центру бокового сопротивления  $\nu C$ . Регулирование центральной оси движения корабля выполняется независимо по каждому направлению  $\mu F(\xi, \eta, \zeta)$  – ходкости, боковой и вертикальной качке.

Новые координаты точки отсчёта движения корабля на новый момент времени будут получены с учётом поступательного движения с поворотом вокруг центральной оси с угловой скоростью  $\omega$ , проходящей через точку  $\nu C$ :

$$Locate = \overset{\rightarrow}{r} \cdot (\overset{\times}{V} + \overset{\leftarrow}{\nu C} \times \overset{\leftarrow}{\omega}) \cdot \delta t, \tag{М}$$

где  $\overset{\rightarrow}{r}$  – тензор локального базиса корабля;  $V$  – текущая скорость хода;  $\omega$  – скорость вращательного движения корпуса.

<!!!из работы Aurora-24>:

6. По умолчанию в эксперимент включается чисто кинематический эффект захвата корпуса потоками воды в толще трохoidalных волн. Внутри корпуса возникают ускорения под гребнями штормовых волн, и сильные реакции на плече от центра масс к центру внешних гидродинамических сил. Динамический тензор присоединенных масс как реакция окружающей воды учтены корректирующими коэффициентами, близкими к единице для поперечных движений корпуса и рыскания, с ослаблением для продольных смещений, вертикальной, бортовой и килевой качки, где существенны гидростатические восстанавливающие моменты.

Эксперимент позволяет отработать обводы средней части корпуса из условия взаимокompенсации кренящих моментов от штормовых волн в сопоставлении с кинематикой волновых потоков. Интенсивность бортовой качки, даже

*при высоко разнесённых по аппликате центрах масс и гидродинамического сопротивления, может быть многократно минимизирована.*

В моделирование морского волнения также предусматривается выбор вариантов, в том числе позволяющих оценивать условия штормового маневрирования корабля на мелкой и глубокой воде:

1) с использованием равномерной прямоугольной сетки, и регуляризованной сетки с переменным шагом [Л. «Волна», 2013], динамически адаптируемым под крутизну и скорости течений в гребнях волн;

2) морское волнение представляется либо в полных потоках со скоростями течений не зависящими от глубины, либо трохоидальными волнами [L. Computational model... 2020] с экспоненциальным затуханием скоростей течений с глубиной;

3) вариант моделирования морского волнения без искажения поверхности при взаимодействии с корпусом корабля, или полная разностная модель с моделированием трансформации волн после отражения от корпуса корабля.

В последнем наиболее ресурсоёмком варианте моделирования морского волнения контур действующей ватерлинии выстраивается как с учётом взаимной интерференции волн, так и с учётом её мгновенной трансформации у борта корабля. Однако, именно для этого эксперимента актуальны вопросы корректности быстрых смещений корпуса с ударными гидродинамическими нагрузками, разрешение которых в будущем потребует многократного увеличения вычислительных ресурсов, и, к сожалению, без особо существенного влияния на результаты моделирования.

(+++)

### Автоматическое регулирование и адаптивное управление курсом и скоростью хода

Важной функцией вычислительного эксперимента является плавное регулирование набора скорости хода, а также ограничение скорости циркуляции при выходе на заданный курс, при которых не ограничивается свободная динамика ходкости и рыскание на курсе под воздействием штормового волнения.

В вычислительном эксперименте вышеописанная операция линейного демпфирования вполне адекватно задействуется для небольших отклонений от

заданной ходкости на спокойной воде  $\dot{\xi}_i$  для моделируемых условий штормового плавания.

Ускоренное приведение к заданной скорости формально предопределяется условной мощностью двигателей, и особо не влияет на её малые пульсации при небольшом усилении фактора демпфирования:

$$^+\dot{\xi}/=(1-\tanh^2(\dot{\xi}_i-\dot{\xi})/16)/24.$$

времени с полной циркуляцией за 4, 2 или одну минуту.

Управление курсом корабля выполняется малыми приращениями угла направления  $\delta\chi$ , которые на тихой воде обеспечивают полную циркуляцию в одном из трёх режимов: «Руль на борт» – за 1 минуты; «Полборта» – 2 минуты; и «Помалу» – за 4 минуты.

В штормовом плавании режим «Помалу» включается автоматически при отклонении от заданного курса на 1 румб ( $11^\circ 15'$ ), однако это может быть недостаточно для возвращения корабля на заданный курс.

Для ускорения циркуляции и выхода на заданный курс можно задействовать ручное управление с выбором режимов «Руль на борт» или «Полборта»:

$$^+K.z += \minmax(-\delta A, \delta K.z, \delta A),$$

где:  $\delta A = \delta t \cdot (\pi/120, \pi/60 \text{ или } \pi/30)$  – угол изменения курса за один шаг.

После выхода корабля на указанный курс руль автоматически ставится прямо, с повторением автоматического управления с перекладками руля «Помалу».

На крупной волне скорости циркуляции может быть недостаточно, и модель рискует встать лагом к волне, или перейти к дельфинированию и опасному брочингу (в текущей версии пока не оценивается обратное действие руля под обгоняющим потоком в гребне штормовой волны).

Управление ходом с помощью тяги двигателя и плавное регулирование курса позволяют моделировать возникновение крена на циркуляции с адекватным ходовым дифферентом при разгоне и торможении; с проявлением потерь хода на штормовом волнении и других эффекты качки и ходкости по всем шести степеням свободного маневрирования корабля.

(???-уже изменено)

При подаче команды на поддержание заданной скорости хода включается ограничение ускорения с помощью эмпирической константы

0,03, приведенной к требуемой физической размерности с помощью нормировки площади смоченной поверхности корпуса *Surface* к исходному водоизмещению *Volume*:

$$^{+}V += 0,03 \cdot \delta \vec{V} \cdot |\delta \vec{V}| \cdot \delta t \cdot Surface / Volume ,$$

где  $\delta \vec{V}$  – разность между заданной и текущей скоростью хода,  $\delta t$  – интервал одного расчётного такта во времени.

Демпфирование продольной качки применяется к разнице между заданной и текущей скоростью хода  $\delta V$ , что также способствует плавному регулированию ходкости, допуская дельфинирование и существенных потери хода, вплоть до обратного дрейфа, характерного для реальных условий штормования корабля на курсе «носом на волну».

Изменение курса также выполняется с должным одерживанием в трёх режимах циркуляции как: «помалу», «полборта» и «руль на борт»:

$$^{+}K.z += \text{minmax}(-\delta A, \delta K.z, \delta A) ,$$

где:  $\delta A = \delta t \cdot (\pi / 120, \pi / 60 \text{ или } \pi / 30)$  – угол изменения курса за один шаг времени с полной циркуляцией за 4, 2 или одну минуту.

Автоматическое регулирование возвращения на заданный курс осуществляется при отклонении на величину 0,1 радиана ( $\approx 5^{\circ}73$ ), с установкой угловой скорости «по малу»:  $\Omega.z = \pi/120$  [рад/с] (полный круг за 4 минуты). На крупной волне такой скорости может быть недостаточно и рыскание легко превышает критические углы, характерные выхода лагом к волне, или для захвата корпуса с опасным брочингом. В вариантах интерактивного управления скорость циркуляции может выбираться как «полборта»:  $\Omega.z = \pi/60$  [рад/с] ( $\approx 2$  мин.), или «руль на борт»:  $\Omega.z = \pi/30$  [рад/с] ( $\approx 1$  мин.), что, как правило, вполне достаточно для ускоренного восстановления выбранного курса.

Управление ходом с помощью тяги двигателя и плавное регулирование курса позволяют моделировать возникновение крена на циркуляции с адекватным ходовым дифферентом при разгоне и торможении; а также проявление потерь хода на штормовом волнении; дельфинирование при захвате корпуса попутной волной и другие эффекты качки и ходкости по всем шести степеням свободного маневрирования корабля.

(+++)

## Вычислительная модель групповых структур морского волнения

Корабельная гидромеханика и волновые процессы на поверхности глубокого моря не изобилуют разнообразием геометрических форм или множественностью физических проявлений. Силовое взаимодействия корабля, океана и атмосферы связаны законами неразрывности тяжелой жидкости, условиями сохранения и равномерного распределения энергии гравитационных волн, возбуждаемых ветровыми напряжениями на водной поверхности.

В основе вычислительных моделей штормового моря используются теоретические результаты и вычислительные модели для трохоидальных волн большой высоты [Л, Поисковые.., 2018], в которых параметрическая запись кинематики частиц жидкости по аргументу времени представляется кинематическими траекториями в сплошной среде в силовом гравитационном поле морского волнообразования, распространения и трансформации групповых структур и волновых пакетов. В вычислительном эксперименте задействуется поверочный вариант чисто математического описания нестационарных трохоидальных волновых пространств строго аналитической форме, а также моделирование трохоидального волнения с помощью дифференциально-разностных алгоритмов для представления физических процессов внутри и в окрестности элементарных частиц жидкости в формализациях тензорной математики [Л, Тензорная математика.., 2005] для вычислительных экспериментов в гидромеханике.

Волновые пакеты и их групповые структуры для опытов с надводным кораблём воссоздаются сообразно наблюдениями за реальным штормовым волнением на море, которое представляется ячеистым распределением троек волн с девятью валами различной высоты, в том числе с обрушающимися гребнями, и с удлинением протяженности выполаживаемых волновых фронтов в случае уменьшения крутизны их центральных валов. Достоинством такой квазитрёхмерной модели является формальное соблюдение требований сплошности моделируемой жидкости, что важно в моделировании пространственной динамики взаимодействия волновых потоков с корпусом корабля в свободном надводном плавании.

Вычислительный эксперимент изначально проектировался в понятиях разделения решений по физическим процессам, что попутно позволяет задействовать интерактивный выбор как собственно моделей морского волнения, так и характера силового взаимодействия корпуса с интенсивным волнением, для корабля на ходу произвольными курсами относительно штормового волнения и ветра, под динамически подобными тягой движителей и рулевого управления



## Основные зависимости и обозначения из теории волн

$\tau = 2\pi / \omega$  [с] – текущий период волны;  $\lambda = 2\pi / k$  [м] – видимая длина волны;  
 $\rho = 1025$  [кг/м<sup>3</sup>] – плотность жидкости;  $g$  – гравитационное ускорение [м/с<sup>2</sup>];  
 $\sigma = 0,072.86$  [кг/с<sup>2</sup>] – коэффициент капиллярного натяжения на поверхности воды  
при температуре 20°C;

$C_w = \lambda / \tau = \omega / k$  [м/с] – фазовая/видимая скорость в длинах и частотах волны;

$C_w = \sqrt{g / k} = \sqrt{g \cdot \lambda / 2\pi}$  – фазовая скорость волны на глубокой воде;

$C_w = \sqrt{\sigma \cdot k / \rho}$  – капиллярной:  $C_{cg} = 0,232$  м/с;  $\lambda_{cg} \approx 1,73$  см  $\leftrightarrow \{ g/k \leftrightarrow \sigma \cdot k / \rho \}$

$C_w = \sqrt{g \cdot H}$  – скорость длинной волны (на мелкой воде),  $H$  [м] – глубина;

$C_w = \sqrt{\left( \frac{g}{k} + \frac{\sigma}{\rho} \cdot k \right) \cdot \text{th}(k \cdot H)} = \sqrt{\left( \frac{g \cdot \lambda}{2\pi} + \frac{2\pi \cdot \sigma}{\rho \cdot \lambda} \right) \cdot \text{th} \frac{2\pi \cdot H}{\lambda}}$  – скорость гравитацион-

ной волны с учётом всех трех реологических факторов состояния жидкости:

$\lambda$  [м] – длина волны,  $\sigma$  [кг/с<sup>2</sup>] – поверхностное натяжение и  $H$  [м] – глубина  
моря;

$r_w$  [м] – локальный радиус для трохойды в волновых движениях жидкости;

$r_z = r_w \cdot e^{k \cdot z} = r_w \cdot e^{2\pi z / \lambda}$  – радиус трохойды, где:  $z$  [м]  $\in [0 \div -\infty]$  – глубина;

$\varphi_w = 2\pi \cdot (s + t \cdot C_w) / \lambda_w$  – отсчёт фазового угла для трохойдальной волны,

где:  $s$  [м] – отстояние,  $t$  [с] – отсчёты времени при скорости  $C_w$  [м/с];

$\omega = 2\pi \cdot C_w / \lambda = 2\pi / \tau = \sqrt{g \cdot 2\pi / \lambda}$  [1/с] – круговая частота волновых колебаний;

$\vec{\zeta}$  [м] – вектор смещений частицы жидкости в вертикальной плоскости по ходу  
волны;

$\vec{v}_z = \vec{\omega} \times \vec{r}_z$  [м/с] – скорость частицы на трохойдальной траектории с глубиной  $z$ ;

$h = 2 \cdot r_w$  [м] – условная высота волны как удвоенный радиус трохойды;

$H_w = 8/3 \cdot \pi \cdot h / \lambda$  – коэффициент высоты относительно экстремального гребня  
волны с обрушением.

А также:

*Volume* – водоизмещение корабля;  $\nu W$  – погруженный объем корпуса;  $\vec{\nu B}$  –  
текущие координаты центра величины и *Gravity* – фиксированного центра тяже-  
сти;  $\vec{B}$  – вектор архимедовых сил всплытия;  $i\vec{V}$  – вектор нормали к склону вол-  
ны;  $\vec{V}$  – вектор скоростей поступательных и  $\vec{\Omega}$  – угловых колебаний;  $i\overset{\times}{\text{Mass}}$  –  
массовый (объемный) тензор инерции корабля;  $\overset{\times}{r}$  – корабельный базис;  $\vec{R}$  –  
плечо расхождения центров величины и тяжести;  $h$  – поперечная метacentриче-  
ская высота.

## О моделировании трохоидального штормового волнения

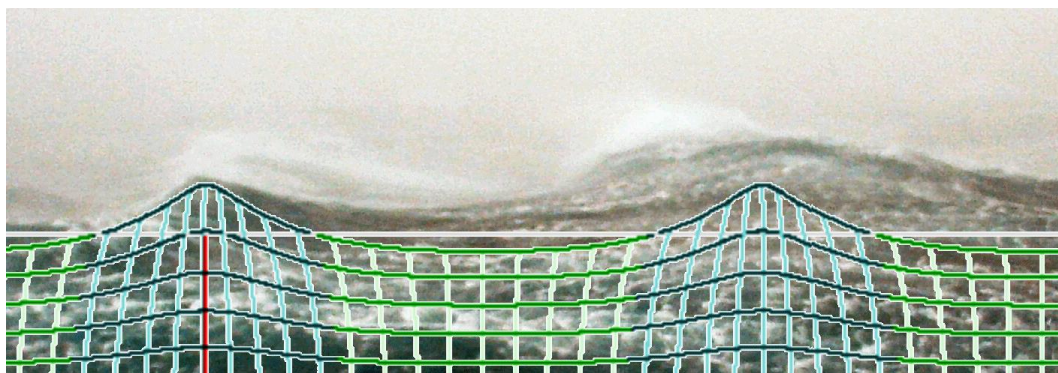
Строгое и фактически единственное теоретическое решение о гравитационных волнах большой высоты на поверхности идеальной тяжелой жидкости получено в 1802 году [Л, Theorie der Wellen, 1802] Францем Герстнером, профессором Пражского университета. Обобщаемая в рамках корпускулярных вычислительных схем трохоидальная модель морского волнения обладает – сильной дисперсией [Л, БД «Vessel», 2015], проявляющейся зависимостью скорости распространения гребней волн от их длины и периода, и как следствие:

- двукратное снижение скорости распространения волновой энергии в целом по отношению к видимой фазовой скорости отдельных волновых гребней, отчего:

- фронт волны пребывает в состоянии непрерывного изменения фазы первого вступления, и вследствие чего:

- происходит квантование волновых пакетов с формированием практически стоячих центральных или «девярых» валов с обрушающимися гребнями большой крутизны, что математически проявляется как:

- гидромеханика трансформации и свободного распространения групповых структур морского волнения, и определяется сугубо нестационарными процессами на море, и – в прямом вычислительном эксперименте.

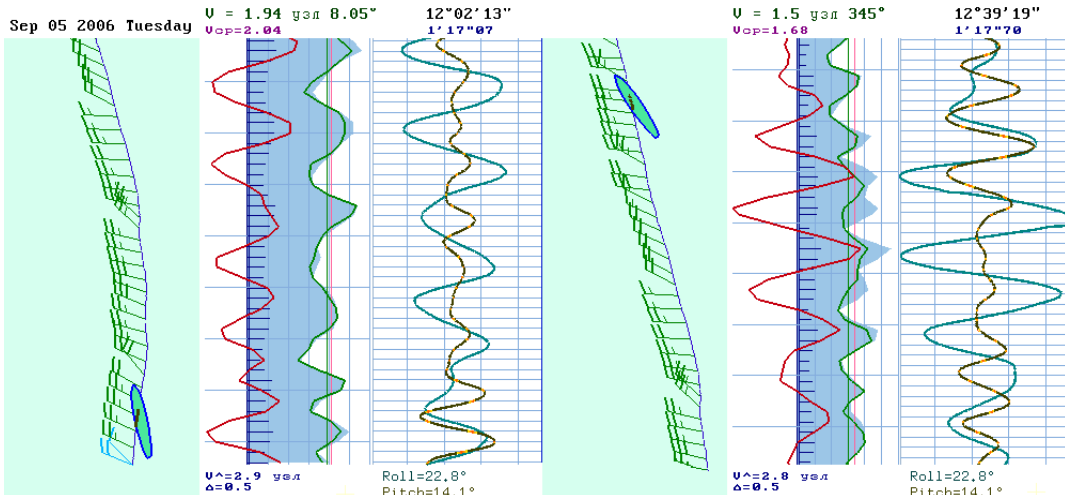


**Рис. 6.** Характерная форма трохоидальной прогрессивной волны. Угол склона вблизи вершины достигает  $30^\circ$ . При длине волны  $\lambda = 100$  м (период 8 сек.), суммарная высота от впадины до вершины порядка 12 м (прилив/отлив  $+9 / -3$  м), а скорость набегающего потока в гребне достигает 20 узлов

Морское волнение на открытых акваториях всегда проявляется протяженными на поверхности воды фронтами, что делает возможным математическое описание волн с использованием упрощенных двумерных профилей трохoidalных волн в плоскости локальных координат по направлению их распространения, с предопределённым вертикальным распределением скоростей течений относительно гравитационной вертикали.

Трохоидальная или гравитационная волна Герстнера на глубокой и ограниченной глубине в полной мере удовлетворяет условию неразрывности жидкости, определяется угасающим по вертикали полем скорости, и задается параметрическим описанием траекторий частиц жидкости, движущихся в локальных (лагранжевых) координатах по трохоидам с радиусом, уменьшающимся с глубиной.

На поверхности штормового моря возникают визуально регулярные ячеистые распределения ромбических пакетов с гребнями ветровых волн и выположенными склонами длиннопериодной зыби, независимо распространяющимися в групповых структурах с девятью валами в условиях простой взаимной амплитудной модуляции. **Рис. 6** приводит трохoidalный профиль на фоне фотографии с гребнями ветровых волн, бегущих поверх зыби соизмеримой высоты. На пологих склонах зыби сохраняется динамика проявления девяти валов ветровых волн, однако, отчасти сбивается ритм обрушения их гребней, отчего отчасти сбивается видимость строгой регулярности групповых структур.



**Рис. 7.** Два примера регистрации динамики качки и ходкости морского судна на переходе по сахалинскому шельфу в свежую погоду. На кривых в правой стороне показано изменение крена и дифферента судна, которое сопоставляется с величиной отклонения от курса (на центральной кривой), измеряемой с помощью приемника GPS. На левом поле приведены маршруты судна, на которых показаны ежеминутные отметки направления и скорости ветра, достигающего 10-12 м/с.

Приборная регистрация профилей морских волн (**Рис. 7**) в открытом глубоком море с борта судна неплохо подтверждает достоверность предположений о волновых структурах с пакетами по девять волн (с центральными девятью валами).

Вычислительная модель морских волн и волновых потоков получается в последовательном алгоритмическом построении линий тока и траекторий движения элементарных частиц жидкости, для которых трохоидальное проворачивание приносит дисперсионные свойства в виде удвоения скорости гребней, а при встречном раскручивании – к подтормаживанию фазовых скоростей, что моделирует полуторное ускорение распространения волновой энергии под влиянием капиллярных эффектов – сил поверхностного натяжения.

Морское волнение на открытых акваториях проявляется протяженными на поверхности волновыми фронтами, что делает возможным математическое описание волн с использованием двумерных профилей трохоидального волнения<sup>15</sup> в

<sup>15</sup> Гармонические синусоидальные профили волн представляются частным случаем трохоидальных, при условии исчезающе малой высоты волн:  $h=2r_w$ .

плоскости локальных координат по направлению распространения, в которых горизонтальные и вертикальные смещения частиц жидкости сопоставимы по размаху колебаний.

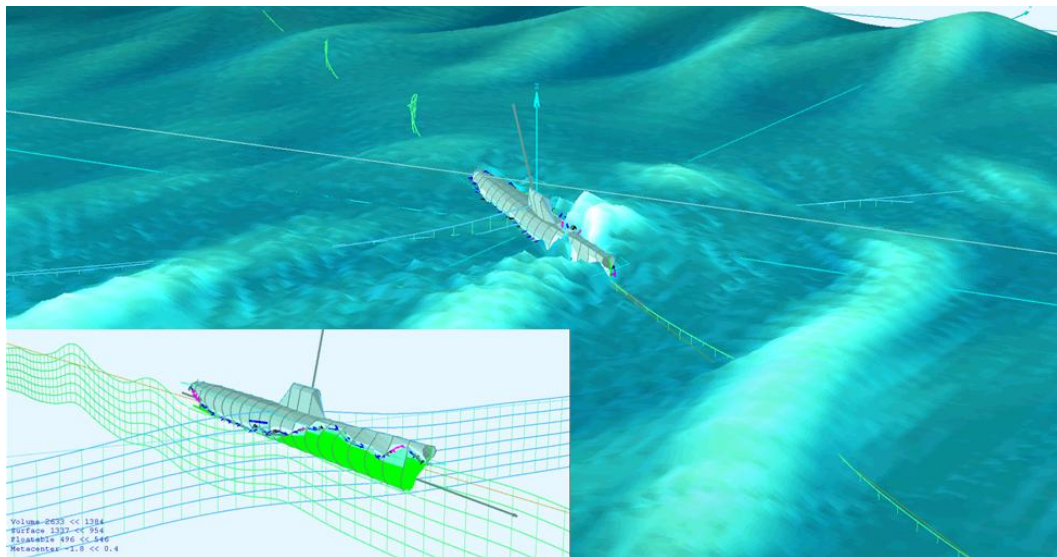
Трохоидальные колебания качественно связываются аналитическими зависимостями для скоростей течений в плоскости направления распространения и гравитационной вертикали, однако, построение соответствующих разностных схем для трансформации морских волн при отражении от обшивки корабля пока затруднительно.

Практическое моделирование проводится с использованием уравнений с фиксированной скоростью волновых фронтов  $C_w = \sqrt{g \cdot \lambda / 2\pi}$  и задействовании разностных схем в полных потоках<sup>16</sup>, моделирующих свободное распространение волновых импульсов произвольной формы. Включение в граничные условия генерации привходящих трохоидальных волн послужит автоматическому воспроизведению групповых структур штормового волнения и локальных течений по всей акватории вычислительного эксперимента.

Для воссоздания динамически подобной обстановки в штормовом море возможно наложение независимых решений по нескольким волновым структурам с произвольными векторами движения и амплитудно-частотными характеристиками. Для открытого океана это могут быть предельно крутые ветровые волны, и одна-две дополнительные системы зыби меньшей интенсивности от удалённых штормов.

---

<sup>16</sup> Волновые уравнения связываются скоростью распространения импульса, зависящей от локальной реологии состояния частиц жидкости. В длинноволновых уравнениях это глубина моря, в газовой динамике – плотность воздуха, и т.п.



**Рис. 8.** В вычислительном эксперименте выполняется визуализация всех трех монохроматических полей, и их суммарного представления во взаимодействии с корпусом корабля. В отдельном окне представляется динамика собственно корпуса корабля и в окружении только профилей морского волнения.

В вычислительном эксперименте каждое волновое поле моделируется пакетами прогрессивных волн (Рис. 8), разделённых на ромбические ячейки в цугах по девять, со смещением фазы на треть  $\pi$  по смежным граням, и с обратной фазой  $+\pi$  в угловых сопряжениях цепочек последовательных цуг волн.

В навигационной практике, как и на бортовых гидрометеостанциях, для срочных телеграмм визуально фиксируются ветровое волнение на фоне одной-двух одновременно действующих структур зыби от удалённых штормов. В программе «Augoga» принимаются к моделированию следующие волновые структуры штормовых волн:

**Wind** – свежее ветровое волнение, развивающееся под действием ветров. Период волн порядка 6 – 8 секунд для морских акваторий, и может достигать 10 – 12 секунд в открытом океане. Высота конкретных волн предельно высокая, что визуально, на фоне относительно пологой зыби, отмечается крутыми гребнями с высотой более 5 – 6 метров, разгоняющихся под ветровым напряжением шестибального шторма.

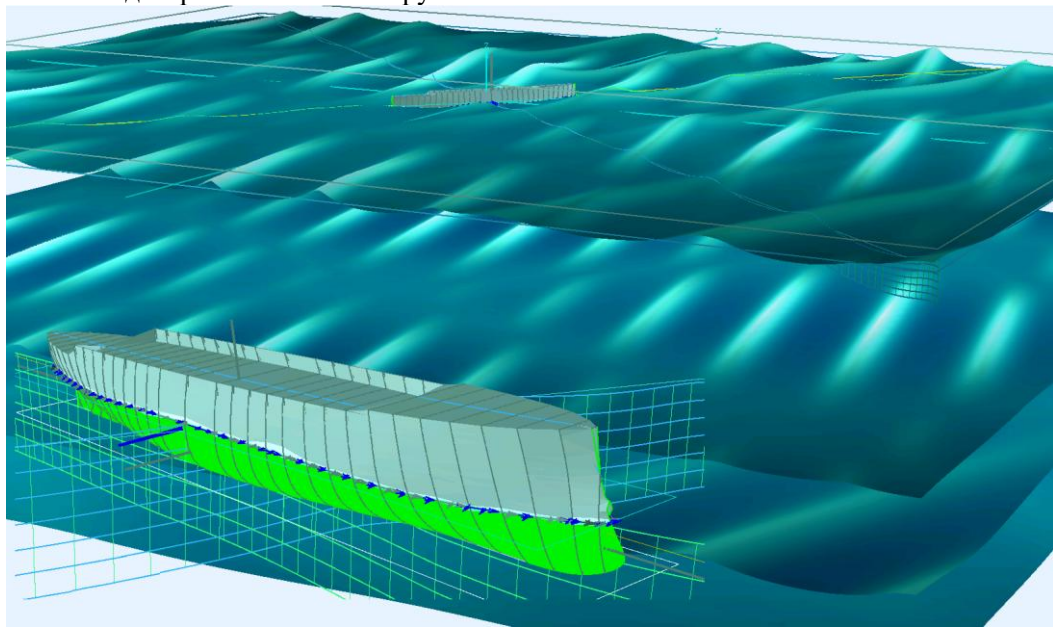
**Swell** – свежая штормовая зыбь. При усилении шторма в северном полушарии ветер заходит влево против часовой стрелки, при ослаблении отходит к востоку по часовой стрелке. На море всегда присутствует относительно свежая



зыбь, отклоняющаяся от направления ветра на угол порядка 30 градусов. Высота волн зыби соизмерима со свежим ветровым волнением, длина в полтора-два раза большая, и крутизна не грозит обрушением гребней. На вершинах штормовой зыби происходит обрушение гребней ветровых волн.

**Surge** – длинная волна далекой зыби наблюдается в открытом океане, обычно она приходит из более высоких штормовых широт. Высоту волн далекой зыби можно полагать вдвое меньше свежей зыби, а направление близкое к меридиональному, т. е. в северных широтах<sup>17</sup> – южное, в южных – на север, в сторону экватора.

При неблагоприятном сложении всех волн можно ожидать экстремальную высоту до 13 – 15 метров, с преобладающей крутизной гребней в диапазоне 8 – 10 метров. В групповой структуре трохоидальных волн присутствуют «девятые валы» с удвоенной высотой, всегда выделяющиеся белизной обрушающихся гребней на подветренных склонах круче 45°.



**Рис. 9.** В проведении вычислительного эксперимента выполняется визуализация всех трех монохроматических полей и их суммарное представление во взаимодействии с корпусом корабля, а также создается отдельное изображение для представления динамики собственно корпуса корабля и профилей морского волнения в другом удобном масштабе.

<sup>17</sup> Ветер дует в картушку компаса, волны движутся по направлению из картушки.

В океанографии хорошо зарекомендовали себя условно монохроматические волновые решения [3] в полных потоках, которые в канонической форме определяют динамику распространения относительно гладких волновых импульсов произвольной формы. В качестве источника корректно воспользоваться геометрической формой трохoidalного волнения, тогда монохроматические условия по сохранению периодов волн во времени, при фиксированной скорости фазовой волны, послужат удовлетворению требований неразрывности в потоках жидкости, включая согласование энергетических характеристик конкретных волновых гребней.

Однако, такой вычислительный эксперимент будет проходить для всех трёх (или более) монохроматических волновых полей независимо (Рис. 9), с применением их суперпозиции и последующем моделировании взаимодействия всех волн и штормовой гидромеханики корабля.

### Геометрическая кинематика морского и прибрежного волнения

Пространственный волновой процесс может быть синтезирован по геометрическим правилам интенсивного трохoidalного волнения моря, для которого основные законы гидромеханики, условия неразрывности и сохранения энергии согласовываются на этапах аналитического решения исходной задачи. При соблюдении аппроксимационных критериев, контролирующих гладкость и непрерывность градиентов моделируемых функций, можно полагать, что свойства исходных аналитических решений распространяются на гидромеханику моделируемого морского волнения, включая нестационарные процессы и сложные волновые явления, проявляющихся в прямых вычислительных экспериментах аналогично естественным волновым процессам открытого моря.

Пусть исходными условиями вычислительного эксперимента фиксируется длина одиночных волн  $\lambda$  [м] в групповых структурах, дисперсионными соотношениями будет определяться  $C_w = \lambda / \tau$  [м/сек] – фазовая или видимая скорость перемещения гребня конкретной волны на глубоком море слева, и мелководье – справа:

$$C_w = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}} \Rightarrow \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi \cdot H}{\lambda}} \Leftarrow \sqrt{g \cdot H} \quad \text{[м/сек]}$$



где:  $\lambda$  [м] – длина волны;  $H$  [м] – глубина море;  $\tau$  [сек] – видимый период волны относительно поверхности условно неподвижной воды;  $C_w$  [м/с] – фазовая скорость свободного распространения одиночной волны.

Период волны фиксируется относительно условно неподвижной точки в пространстве для глубокого моря, или точки на дне моря мелкого:

$$\tau = \frac{\lambda}{C_w} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot \lambda}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2\pi \cdot \lambda}{g} \cdot \operatorname{cth} \frac{2\pi \cdot H}{\lambda}} \leftarrow \frac{\lambda}{\sqrt{g \cdot H}} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad [\text{сек}]$$

где  $\omega$  [сек<sup>-1</sup>] – частота проявлений волн времени.

### Математическая и вычислительная модели трохоидального волнения

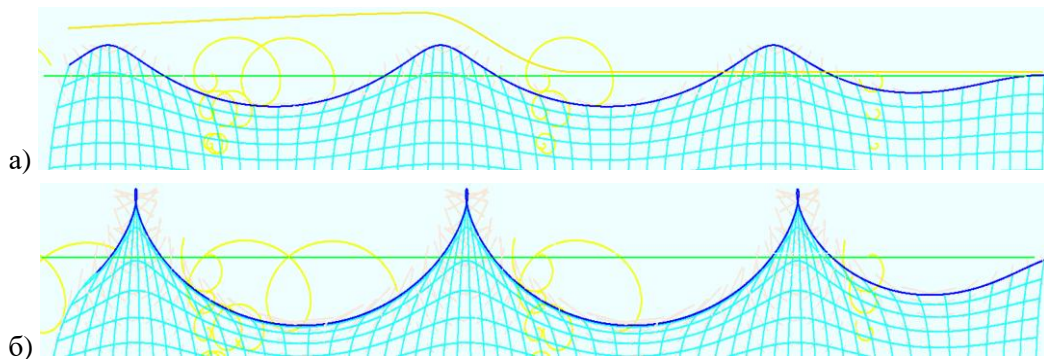
Математическая модель трохоидального волнения  $\vec{\zeta}(t, s, z)$  [м] записывается в векторной форме на плоскости профиля  $w \in \{s, z\}$  по направлению распространения фронта волны  $s$  [м] с гравитационной вертикалью  $z$  [м]. Фазовый отсчёт фронта волны в вычислительном эксперименте исходит из нулевого начального времени  $t$  [сек] и полудлины диагонали модельной акватории  $Lb$  [м].

$$\varphi_w = 2\pi \frac{t \cdot C_w - s - Lb/2}{\lambda} \quad [\text{рад}] \quad (1)$$

где:  $\lambda$  [м] – длина волны, движущейся со скоростью  $C_w$  [м/с], в плоскости профиля  $w \in \{s, z\}$  на момент времени  $t$  [сек], из исходного местоположения  $s$  [м], с учётом центровки начальных отсчётов относительно половины диагонали цифрового опытового бассейна  $Lb$  [м].

Граничными условиями вокруг прямоугольной расчётной акватории определяется полувысота волны с помощью трохоидального радиуса  $r_w$  [м] на уровне невозмущенной поверхности моря  $z = 0$  [м], от которой выполняется уточнение этого орбитального радиуса движения для каждой элементарной частицы жидкости, в зависимости от её мгновенной глубины под свободной поверхностью воды  $r_z$  [м]:

$$r_z \times = \exp(2\pi \cdot z / \lambda) \quad [\text{м}]. \quad (2)$$



**Рис. 10.** Иллюстрации аналитических решений для простых троихоидальных циклоид. а) – прогрессивная волна Герстнера, и б) – вариант предельно высокой или стоячей волны.

Волна Герстнера (рис. 1) ассоциируется с круговыми циклоидами, в которых радиус траектории частиц жидкости  $r_w = 1.134 \cdot \lambda_w \cdot h_w / 4\pi$  [м] фиксируется относительно ( $z_w$ ) – спокойного уровня моря, отчего аппликата гребня имеет тот же размах, что и впадина волны;  $\lambda_w$  [м] – длина волны;  $h_w$  – условная или относительная высота волны, задается в нормированном интервале  $[0..1]$ , и в случае  $h_w=1$  соответствует предельной высоте волны (Рис. 10-б) с обрушающимся гребнем:

$$\zeta_z = r_w \cdot \cos(x_w) \cdot \exp(-2\pi \cdot z_w / \lambda_w) \text{ [м]}$$

Горизонтальное смещение этой же частицы относительно исходного узла в прогрессивной волне задается аналогичной зависимостью с горизонтальным смещением на четверть полной фазы:

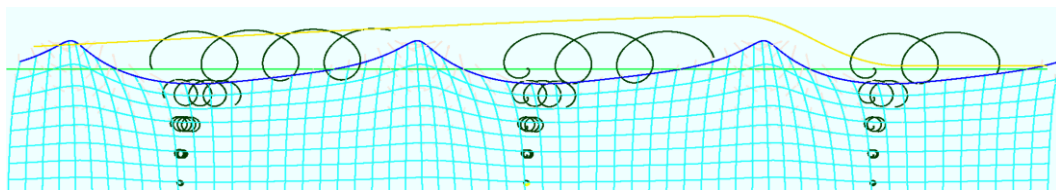
$$\zeta_x = -r_w \cdot \sin(x_w) \cdot \exp(-2\pi \cdot z_w / \lambda_w) \text{ [м]}$$

Критическая высота волн Герстнера (Рис. 10-б) дает правильное соотношение высоты к длине волны, однако не обеспечивается ограничение гребня стоячей волны в  $60^\circ$  при крутизне  $\approx 1/4$ , не отслеживается также крутизна прогрессивной (бегущей) волны порядка  $\approx 1/7$  при максимальном слоне гребня не более  $30^\circ$

К настоящему времени отсутствуют сколь-нибудь строгие теоретические разработки для построения математических и вычислительных моделей групповых структур реального морского волнения.

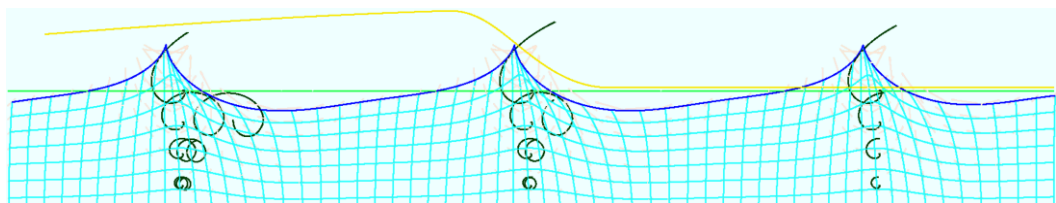
В принятой здесь адаптированной модели регулярного волнения включается лишь зависимость радиуса траектории от мгновенной глубины погружения

частицы жидкости, участвующей в условно независимом движении по Лагранжевым траекториям (Рис. 11).



**Рис. 11.** Моделирование регулярных трохоидальных волн под действием напряжения приводного ветра с поправкой на смещение среднего уровня моря. Сетка под волной иллюстрирует дрейфовые смещение частиц и линии равного давления под поверхностью волны. Над волной показаны квазитрохоидальные траектории частиц жидкости в движении со строго фиксированными угловыми скоростями, определяющими фазовую скорость волны, но с изменяющимися радиусами локальных скоростей, уменьшающихся с глубиной погружения частицы под поверхностью воды.

На Рис. 11 приведены трохоидальные траектории дрейфовых течений в зависимости от относительной высоты гребня волны и заглубления частицы жидкости. Максимальная скорость поверхностных течений достигается в гребне обрешающейся прогрессивной волны, и может приближаться по величине к фазовой скорости прогрессивной волны.



**Рис. 12.** Оценка экстремального процесса при моделировании регулярных трохоидальных волн с вертикальным смещением среднего уровня моря под действием ветрового напряжения.

Компенсирующий подъем уровня моря (Рис. 11) получается введением поправки к радиусу траектории частиц жидкости в зависимости от глубины погружения в заданный момент времени:  ${}^A R_W = {}^A K \cdot r_W \cdot (\cos x_W - 1)$ , где  ${}^A K = [1, 0.. \sqrt{2}]$  – коэффициент при радиусе траектории частицы приводит к образованию кноидальных гребней и выравниванию (подъему) среднего уровня моря. Величина  ${}^A K$  принимается несколько меньшей 1, что ослабляет эффект формы волн под порыв-

вистыми ветрами, и предотвращает чрезмерность высоты гребней (циклоидальные петли) в процессе интерференции с другими или встречными волнами в акватории вычислительного эксперимента.

Под действием ветра снижается давление на наветренном склоне волны, где ветер скользит по поверхности с большой скоростью, и приподнимая выполаживает наветренный склон волны. Подветренный склон попадает в зону повышенного давления, где скорость приводного ветра значительно падает, или снижается до нуля с образованием воздушного вихря.

Параметр, смещенный на четверть фазы, определяет коэффициент ветрового напряжения и задает асимметрию крутизны наветренного и подветренного склонов волнового гребня (Рис. 12):  ${}^WR_W = {}^WK \cdot r_W \cdot (\sin x_W - 1)$ , где  ${}^WK = [0..1]$  – коэффициент ветрового напряжения принимается близким к единице для свежих ветровых волн, и уменьшается до нуля для волн зыби. На двумерной поверхности моря коэффициент  ${}^WK$  используется в скалярном произведении векторов действия надводного ветра и направления движения морской волны.

$$\begin{aligned}\zeta_Z &= r_W \cdot \cos(x_W) \cdot \exp\left(2\pi \cdot [-z_W + r_W \cdot {}^AK(\cos x_W - 1) + r_W \cdot {}^WK \cdot \sin x_W] / \lambda_W\right) \\ \zeta_X &= -r_W \cdot \sin(x_W) \cdot \exp\left(2\pi \cdot [-z_W + r_W \cdot {}^AK(\cos x_W - 1) + r_W \cdot {}^WK \cdot \sin x_W] / \lambda_W\right)\end{aligned}$$

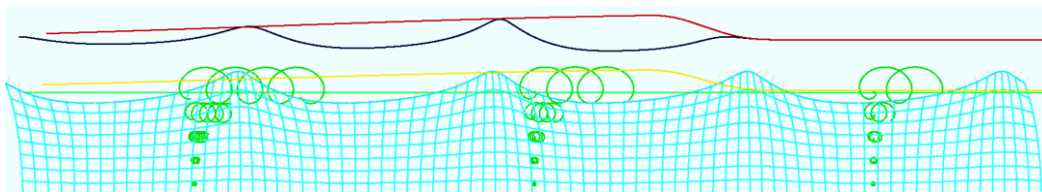
В таком варианте на поверхности воды моделируется комплекс кинетической и потенциальной энергии в соответствии с законом Бернулли для давления и скорости потока:

$$\frac{\rho \cdot V^2}{2} + \rho \cdot g \cdot \zeta_W = Const, \quad [H/m^2]$$

где скорость частиц жидкости  $V$  в гребне волны вносит существенную поправку к условному давлению  $\rho \cdot g \cdot \zeta_W$  на поверхности воды, вплоть до его обнуления в обтекающемся гребне волны.

### Групповые структуры трохойдальных волн.

В рамках вычислительной модели для монохроматических гравитационных волн применяется параллельное моделирование двух волновых полей: первое для регулярного волнения с видимой длиной морского волнения; второе – для оконтуривающих волновых фрагментов девятикратно большей протяженности, и распространяющихся по тем же законам, но со скоростью вдвое меньшей (рис. 3). Произведение независимых существующих волновых полей позволяет моделировать групповые структуры волновых пакетов.



**Рис. 13.** Произведение фазовых волн с оконтуривающим волновым полем групповых пакетов.

Первое вступление оконтуривающего поля задается особой сглаживающей функцией, по форме близкой к профилю фазовых волн, и определяет непрерывное изменение фазы фронта первого вступления морской волны, и что требуется для моделирования расходящиеся корабельных волн.

В другом, значительно упрощенном варианте вычислительного эксперимента, групповые структуры могут быть созданы суперпозицией регулярных волн с близкими периодами и взаимно встречными направлениями движения. Интерференция волн с соизмеримой длиной приводит к биениям, в которых девятые валы получают удвоенную высоту со свойствами стоячей волны. Это позволяют создавать вполне адекватное волновое поле для всего вычислительного эксперимента в целом. Однако для случая корабельных волн, обладающих особым фронтом первого вступления, такая методика неприменима.

#####

Максимальная амплитуда в гребне волны Герстнера [Л, Поисковые..., 2018] оценивается круговыми циклоидами, в которых радиус траектории на гребне волны представляется приближенно как:  $R^{up} \approx 1,134 \cdot r_w$ , что по величине заметно больше сопутствующего отлива во впадине  $R_{dn} \approx 0,614 \cdot r_w$ . Таким образом, высота трохоидаальной волны отличается от размерений длины пробега циклоиды  $h = \lambda / \pi$  или  $r_w = \lambda / 2\pi$ , и принимается в расчётах приближенно как:  $h \cdot k \approx 0,75$  или  $\lambda / h \approx \pi \cdot 8 / 3 \approx 8,38$ , где  $h$  – видимая высота чисто прогрессивной волны от подошвы до гребня.

В алгоритмических моделях волновых процессов удобно использовать коэффициент:  $H_w = 8/3 \cdot \pi \cdot h / \lambda$ , нормированный относительно максимально допустимой высоты обрушающихся трохоидаальных волн, где:  $h = 2 \cdot r_w$  [М] – предельная высота волны в качестве удвоенного условного радиуса поверхностной трохойды.

Полагаем движение частиц жидкости по собственным трохоидальным траекториям под поверхностью воды, где давление волны выравнивается соотношениями глубины и локальной скорости этих частиц под волновыми склонами. Симметричная поправка относительно фазы волны  $Cr \approx [0 \div H_w \div 1]$  к локальному заглублению  $r_z$  отчасти согласует осреднённый или равнообъёмный уровень воды для гребней с заострёнными вершинами и гребней кноидальных волн.

*Симметричная поправка относительно фазы волны  $Cr \approx [0 \div H_w \div 1]$  к локальному заглублению  $r_z$ , отчасти компенсирует потерю объёма жидкости при образовании заострённых вершин кноидальных волн.*

$$r_z \times = \exp(2\pi \cdot r_z \cdot Cr \cdot \cos \varphi_w / \lambda) \text{ [м]}, \quad (3)$$

!!! и этот интеграл равнообъёмного уровня -!- взять аналитически ...

По наблюдениям моделируемых в вычислительных экспериментах волновых процессов, поправка на средний уровень будет служить в качестве коэффициента крутизны волны:  $Cr \approx H_w$ .

При необходимости вводится дополнительная ассиметричная поправка к профилю волны для учёта ветровых напряжений:  $Wd [0 \div \sqrt{0,5} \div 1]$ :

$$r_z \times = \exp(2\pi \cdot r_z \cdot Wd \cdot (\sin \varphi_w - 1) / \lambda) \text{ [м]}, \quad (4)$$

которая может применяться исключительно к ветровому волнению с осреднённо значимым сдвигом, как:  $Wd \approx \sqrt{0,5} \approx 0,7071$ .

Групповые структуры волнения образуют ромбические ячейки с вытянутостью в направлении распространения гребней:  $L_g = \lambda \cdot 8.89$  [м], а наибольшая протяженность фронта – ширина ромбического фрагмента акватории:

$$F_g = 2\pi \cdot \lambda / H_w \text{ [м]}$$

обратно пропорциональна относительной высоте девятого вала в центре групповой структуры волн.

При использовании математической модели трохоидальных волн настраивается вдвое меньшая скорость распространения оконтуривающей групповой структуры, нежели фазовые скорости волновых фронтов внутри неё. В случае прямого вычислительного эксперимента с конечноразностным построением дисперсионных свойств волновых процессов, вышеприведенные поправки неприменимы, как некорректно воссоздающие потоки воды под склонами волн, и как не-

соответствующие исходным теоретическим решениям для трохоидальных волн Герстнера. [Л. Герстнер...1802]

Собственно профиль математической модели поверхностной волны строится в векторной форме на основе локального радиуса  $r_z$ , применяемого для простого гармонического смещения частиц воды от их исходно нейтрального положения:

$$\vec{\zeta} = r_z \cdot \{-\cos \varphi_w, \sin \varphi_w\}. \quad [м] \quad (5)$$

В гравитационной волне частицы жидкости движутся по трохоидальным орбитам со строго одинаковыми угловыми скоростями:

$$V_r = \omega \cdot r_z \quad [м/с],$$

определяющими фазовую скорость свободного движения гребня прогрессивной волны:

$$C_w = \lambda / \tau = \omega / k \quad [м/с].$$

Принимая надводное пространство (воздух) условно невесомым, погружение частицы жидкости отсчитывается от уровня действующих волновых склонов, тогда как радиусы трохоид и кривизна траекторий частиц масштабируются в геометрических пропорциях трохоидальной волны в целом (2) и (3):

$$V_r = \omega \cdot r_z = \omega \cdot r_w \cdot e^{kz}.$$

или, для поверхности моря:

$$V_w = \omega \cdot r_w \cdot \exp(2\pi / \lambda \cdot (z + r_w \cdot (\sin \varphi - 1)) ), \quad [м/с] \quad (6)$$

где:  $z$  – аппликата в глобальной декартовой системе отсчёта.

Представленная модель морского волнения обеспечивает необходимый комплекс данных о состоянии моря для проведения штормового вычислительного эксперимента: включая гидростатическое давление и скорость течения воды в любой точке подводного пространства и вблизи бортовой обшивки корабля.

## Видимые (фазовые) и групповые скорости гравитационных волн

Гравитационные волны на поверхности тяжелой жидкости обладают своеобразными дисперсионными свойствами, которые видимы при первом вхождении

свободно распространяющейся волновой энергии, когда фаза волнового фронта постоянно изменяется. На глубокой воде фазовая скорость волны вдвое быстрее групповой, а под действием поверхностного натяжения в реальной жидкости оди-  
ночные волны отстают от видимой скорости продвижения волнового фронта.

По определению, волновая дисперсия связывается соотношением фазовой скорости волны к её длине [Л, Механика..., 1949, стр. 235]:

$$U = C_w + k \frac{dC_w}{dk} = C_w - \lambda \frac{dC_w}{d\lambda},$$

следовательно, у длинной волны  $C_w = \sqrt{g \cdot H}$  скорость фронта зависит от глуби-  
ны моря  $H$  [м], и распространение волновой энергии происходит со скоростью ви-  
димого фронта, дисперсия – отсутствует.

Волна на глубокой воде  $C_w = \sqrt{g \cdot \lambda / 2\pi}$ , что после дифференцирование  
приводит к соотношению:  $U = C_w/2$ . Скорость капиллярных волн зависят от плот-  
ности и поверхностного натяжения – реологических свойств жидкости:

$$V = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}}$$

или  $U = 1,5 \cdot C_w$ . При длине волны  $\lambda_{cg} \approx 1,73$  см скорости капиллярных волн вырав-  
ниваются с глубоководными, в таком случае дисперсионные соотношения услож-  
няются соотношениями трохoidalных волн с капиллярными. Аналогично, близ-  
береговые расчёты могут ориентироваться соотношением:

$$\frac{U}{C_w} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot k \cdot H}{sh(2 \cdot k \cdot H)} \right),$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

Для построения визуальной кинематики профилей трохoidalных волн с  
дисперсией можно воспользоваться оператором для удвоенного вращения расчёт-  
ных частиц жидкости – расчётных точек на волновых профилях по трохoidal-  
ным радиусам:  $\vec{\zeta} \cdot rot(\omega t)$ , при этом в вычислениях вместо фазовой скорости  $C_w$   
должна использоваться групповая  $U$ . По аналогии, в случае капиллярных волн  
дисперсионное соотношение согласуется простым изменением знака перед круго-  
вой скоростью  $\vec{\zeta} \cdot rot(-\omega t/2)$ . Положительное приращение фазового угла:  
 $\varphi_w += \omega t$  для глубоководной волны, и с обратным знаком замедление вдвое:  $\varphi_w -$   
 $= \omega t/2$  – в точности моделирует кинематику для волн капиллярных.



## Вычислительная модель генерации прогрессивных волн

В вычислительном эксперименте задействуются два варианта генерации трохoidalного волнения, включающих построение взволнованной поверхности моря с пространственным распределением скоростей течений жидкости на всю расчётную глубину.

1) при моделировании морского волнения на основе разностных уравнений гиперболического типа исходные аналитические выражения применяются на свободных границах расчётной акватории, вне зависимости от математических и алгоритмических особенностей

## Алгоритмическое представление моделей штормового волнения

Построению вычислительной модели в конечных разностях предшествует анализ устойчивости вычислительных процессов во времени и предварительное согласование аппроксимационной гладкости моделируемых гидродинамических полей.

Устойчивость волновых уравнений вполне надежно контролируется с помощью критериев Куранта, суть которого в недопущении пересечения моделируемых возмущений расчётной ячейки целиком за один расчётный такт по времени.

$$C_w < \delta s / \delta t, \quad (7)$$

где:  $C_w$  [м/с] – заданная фазовая скорость моделируемой волны;  $\delta s$  [м] – шаг сетки здесь предполагается одинаковым по всей расчётной области;  $\delta t$  [сек] – шаг времени для одного цикла вычислительного эксперимента.

Для достижения равной эффективности в моделировании трех волновых полей с различающимися длинами волн можно в качестве начальных условия установить расчётный шаг во времени  $\delta t$  [сек], что естественным образом будет соотноситься с представлениями об аппроксимационной гладкости волновых процессов, период собственных колебаний которых должен быть хотя бы на порядок больше. Тогда именно шаг пространственной сетки будет назначаться динамически, как  $\delta s = C_w \cdot \delta t$  [м], что создаст одинаково оптимальные условия моделирования для независимых волновых полей с наперед заданным фазовыми скоростями.

На практике для устойчивого решения приходится немного уменьшать расчётный шаг во времени  $\delta t$  [с]. Для прямоугольной сетке обычно достаточно приводить пересечение волновым фронтом одной ячейки по диагонали за два шага во времени:  $tKrat \approx \sqrt{2}$  – кратность дробления шага во времени. В вычислительном эксперименте изменение расчётного шага во времени не приводит к видимым изменениям результатов моделирования, кроме немного негативного влияния на условия излучения волн на свободных границах – условиях излучения по Зоммерфельду, в котором для нормальной компоненты излучаемой волны необходимо привнести поправку к шагу по времени в виде:  $tK = tKrat / (tKrat + 1)$ .

Для упрощения алгоритмической записи вводится безразмерный параметр-характеристика волны как:  $kW = C_w \cdot \delta t / \delta s / tKrat$  – отношение скорости волны к скорости прохода по сетке.

Экстраполяционные условия по Зоммерфельду определяются на свободных границах для свободного излучения прогрессивных волн с predetermined величиной фазовой скорости  $C_w$ , и применяются в расчётах смещения нормальной компоненты склона убегающей волны:

$$\begin{aligned} \vec{\zeta}_{0+} &+= kW \cdot (\vec{\zeta}_1 - \vec{\zeta}_0) \cdot tK = C_w \cdot \frac{\delta t \cdot (\vec{\zeta}_1 - \vec{\zeta}_0)}{\delta s \cdot (tKrat + 1)} \quad [м], \\ \vec{\zeta}_{n+} &+= kW \cdot (\vec{\zeta}_{n-1} - \vec{\zeta}_n) \cdot tK = C_w \cdot \frac{\delta t \cdot (\vec{\zeta}_{n-1} - \vec{\zeta}_n)}{\delta s \cdot (tKrat + 1)} \end{aligned} \quad (8)$$

где:  $n$  – нижние левые индексы используются для отметки используемых узлов сетки; символ (+) в качестве левого верхнего индекса показывает следующий отсчёт времени.

Динамика частиц жидкости строится в вертикальной плоскости волнового профиля, где разделенные на половину пространственного шага сеточные разности обеспечивают синхронное взаимодействие векторов смещений частиц жидкости  $\vec{\zeta}$  [м] с их локальными скоростями  $\vec{v}$  [м/с] с привязкой к фазовой скорости распространения волны  $C_w$  [м/с] и углового вращения составляющих её частиц  $\omega$  [1/с] :

$$\vec{\zeta}_{s+} - \vec{\zeta}_s = kW \cdot (\vec{v}_s - \vec{v}_{s-1}) / \omega = C_w \cdot \frac{\delta t \cdot (\vec{v}_s - \vec{v}_{s-1})}{\delta s \cdot tKrat} / \omega \quad \{s \in 1 \div n-1\} \quad [м] \quad (9)$$

$$\vec{v}_s^+ = kW \cdot (\vec{\zeta}_{s+1} - \vec{\zeta}_s) \cdot \omega = C_w \cdot \frac{\delta t \cdot (\vec{\zeta}_{s+1} - \vec{\zeta}_s)}{\delta s \cdot tKrat} \cdot \omega \quad \{s \in 1 \div n\} \quad [\text{м/с}]$$

где крайние узлы с колебаниями уровня и дрейфа частиц жидкости  $\vec{\zeta}_s^+$  экстраполируются по текущим полям в граничных условиях (8).

Дисперсионные эффекты трохoidalных волн проявляются при рассмотрении вращения  $\omega_z$  частиц жидкости относительно центров трохoidalных радиусов. При попутном вращении  $+\omega$  моделируется удвоенная фазовая скорость относительно скорости распространения пакетов волн, при обратном знаке  $-\omega$  групповая скорость возрастает в 1,5 раза относительно видимой скорости волновых фронтов, что характерно для капиллярных волн поверхностного натяжения. В обоих случаях дисперсионных влияний визуально меняется фаза первого вступления волны по линии фронта невозмущенной акватории:

$$\begin{aligned} \vec{\zeta}_s^+ &= \delta t \cdot \omega \cdot \{-\vec{\zeta}_z, \zeta_x\} = \delta t \cdot \omega \cdot \{-\zeta_z + \zeta_x \cdot \delta t \cdot \omega / 2, \zeta_x + \zeta_z \cdot \delta t \cdot \omega / 2\} \\ \vec{v}_s^+ &= \delta t \cdot \omega \cdot \{-\vec{v}_z, v_x\} = \delta t \cdot \omega \cdot \{-v_z + v_x \cdot \delta t \cdot \omega / 2, v_x + v_z \cdot \delta t \cdot \omega / 2\} \end{aligned} \quad (10)$$

...

## О вычислительных опытах с моделями морского волнения

Достоинством вычислительных экспериментов в гидромеханике видится возможность предварительного или интерактивного выбора различных математических моделей, что может востребоваться как для быстрой оценки штормовых явлений на море, так и для отработки поэлементных или комплексных процессов гидромеханики штормовой ходкости и безопасности плавания корабля. Разнообразие встроенных методов моделирования морского волнения безусловно полезно при отладке собственно программного комплекса, так же как и для прояснения тонких эффектов и особенностей гидромеханики корабля в опытах вычислительного эксперимента.

Следующие варианты вычислительных моделей штормового волнения задействованы в программном комплексе «Aurora» (+++):

1. Вариант штилевого моря без волнения необходим для экспериментов с удифференцированием корабля при наборе хода и активном торможении; при моде-

лировании крена и качки корабля на ходу на циркуляции; для визуализации свободных или остаточных колебаний корпуса при мгновенном исключении из расчётов морского волнения; а также для наблюдений качки под действием внешних импульсных кренящих моментов.

2. Чисто математическое волновое поле полноценных трохойдальных волн (варианты 2,3,4) и подповерхностных скоростей течений на неравномерных регуляризованных расчётных узлах. Такая модель недеформируемого штормового моря позволяет детально отрабатывать динамику штормовой ходкости и качки корабля без усложненного влияния отражаемых от бортовой обшивки волн большой высоты.

3. Такое же математическое волновое поле на строго равномерных узлах с одинаковыми расчётными ячейками. В таком варианте сразу моделируется результирующее волновое поле без задействования лишних слоев с фиксированными длинами волн. В оптимизированном моделировании морского волнения используется единственный векторных массив, в котором компонента  $z$  включает уровень моря, а по горизонтальным осям  $\{x,y\}$  – осредненные скорости подповерхностных течений. Таким образом реализуется вариант моделирования с минимальных использованием компьютерных вычислительных ресурсов.

4. Вычислительный эксперимент с использованием волнового режима в полных потоках на равномерных сеточных узлах, с гарантированным соблюдением критериев устойчивости и аппроксимационной гладкости дифференциальных аппроксимаций. Таким образом оптимизируются и значительно снижаются запросы вычислительных ресурсов компьютера, и при этом определяющая часть гидродинамических процессов в эксперименте реализуется вполне корректно.

5. Полноформатный прямой вычислительный эксперимент с трохойдным волнением на неравномерных регуляризованных узлах, с возможностью включения дисперсии для фазовых и групповых скоростей, с проявлением корабельного волнообразования, и полноценным отражением внешних штормовых волн от бортовой обшивки корабля.

6. Тот же вычислительный эксперимент с учётом подповерхностных скоростей течений, отчасти снижающих силовые воздействия штормовых волн на корпус корабля за счёт уменьшения давления воды при учёте вызванных течений вблизи бортовой обшивки корабля. В таком варианте максимально задействуются вычислительные ресурсы компьютера.

**(+++...)** Собственно теория трохоидаьных волн содержит наглядную интерпретацию вычислительных процессов с использованием движения частиц жидкости в подвижных Лагранжевых координатах, что естественным образом представляется на корпускулярном этапе прямого вычислительного эксперимента с использованием численных методов тензорной математики, метода крупных частиц жидкости. Дрейфовое течение в верхних слоях жидкости моделируется изменением кривизны траектории движения частиц в зависимости от мгновенного изменения уровня в волновом профиле. Таким образом, вычислительная модель изначально предусматривает рассмотрение нестационарной гидромеханики корабля в штормовом море. Вычислительные ресурсы современных компьютеров вполне достаточны для реализации прямых вычислительных экспериментов в реальном времени, в том числе на борту корабля в открытом море, что может быть востребовано при выборе оптимальных и эффективных режимов штормового плавания.

#### **Заключение – (Wave):**

Собственно теория трохоидаьных волн включает интерпретацию с использованием движения частиц жидкости в подвижных Лагранжевых координатах, что естественным образом представляется на корпускулярном этапе прямого вычислительного эксперимента с использованием численных методов тензорной математики. Дрейфовое течение в верхних слоях жидкости моделируется изменением кривизны траектории движения частиц в зависимости от мгновенного изменения уровня в волновом профиле. Таким образом, вычислительная модель изначально предусматривает рассмотрение нестационарной гидромеханики корабля в штормовом море. Вычислительные ресурсы современных компьютеров вполне достаточны для реализации прямых вычислительных экспериментов в реальном времени на борту корабля в открытом море, что может быть востребовано при выборе оптимальных и эффективных режимов штормового плавания.

## Заключение

Прямые вычислительные эксперименты по моделированию штормового плавания конкретного корабля, с возможностью визуализации гидромеханики взаимодействия с одиночными гребнями или пакетами крупных волн в масштабе реального времени, могут служить опытовым обоснованием к техническим предложениям в проектировании перспективных кораблей и судов повышенной штормовой мореходности, и столь же полезны в составе бортовых штурманских счетно-решающих устройств или экспертно-информационных систем в морских службах капитанов-наставников, для синтеза оперативных рекомендаций мореплавателям в сложных и штормовых условиях мореплавания.

Экспериментальная вычислительная среда обладает полноценной трёхмерной визуализацией всех структур морского волнения, с траекторией перемещения и мгновенного позиционирования виртуальной модели корабля в охвате морских волн, с визуализацией гидродинамических центров и действующих метacentрических параметров мгновенной остойчивости. Стандартные графические средства OpenGL дают возможность настройки прозрачности морских волн с выбором вариантов сплошных или контурных прорисовок судовых обводов и надводной архитектуры корабля, что дает судоводителю возможность наглядного анализа и заблаговременного прогноза условий и эффективности штормового хода, в том числе для предотвращения потенциально опасных или аварийных ситуаций в открытом море.

Новый инструментарий открывает актуальное направление исследований в области корабельной гидромеханики, значимыми достоинствами которого являются вполне оптимальные требования к объемам оперативной памяти и вычислительной производительности компьютеров, что позволяет рекомендовать новые программные комплексы к широкому использованию в производственных и конструкторских изысканиях; в исследовательских и академических целях.

Архив исполняемых модулей программ с подборкой цифровых теоретических чертежей различных кораблей и судов доступны по адресу интернет: [ShipDesign.ru/SoftWare/Ship.zip](http://ShipDesign.ru/SoftWare/Ship.zip),  
руководство к программам Aurora и Hull: [ShipDesign.ru/SoftWare/Vessel-action.pdf](http://ShipDesign.ru/SoftWare/Vessel-action.pdf),  
математические модели и алгоритмы (v): [Vessel-master.pdf](http://Vessel-master.pdf),  
вычислительные эксперименты и теория корабля: [Vessel-naviga.pdf](http://Vessel-naviga.pdf),  
мореходные эксперименты и проектирование корабля: [Vessel-praxis.pdf](http://Vessel-praxis.pdf) .  
исходные тексты программ и помощь в их освоении: [GitHub.com/Khram-V/Vessel](https://github.com/Khram-V/Vessel) и [Khram@mail.ru](mailto:Khram@mail.ru) .