ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 «ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ»

Цели лабораторной работы. Исследование способов построения простейших моделей непрерывных систем с помощью методов аналитического и имитационного моделирования. Изучение технологии системно-динамического имитационного моделирования в среде AnyLogic.

Трудоемкость лабораторной работы: 9 ч (6 ч – аудиторных, 3 ч – самостоятельная работа студента)**.**

Компетенции студента, формируемые в результате выполнения лабораторной работы.

– способность проводить моделирование процессов и систем (ПК-5);

– способность обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений (ПК-25).

Краткие теоретические сведения.

Построение модели простого объекта

Пример 1

Рассмотрим простейший объект - грузик, расположенный на горизонтальной плоскости и прикрепленный пружиной к вертикальной стенке. Между горизонтальной плоскостью и грузиком находится жидкая (или не очень) смазка (рис. 1).

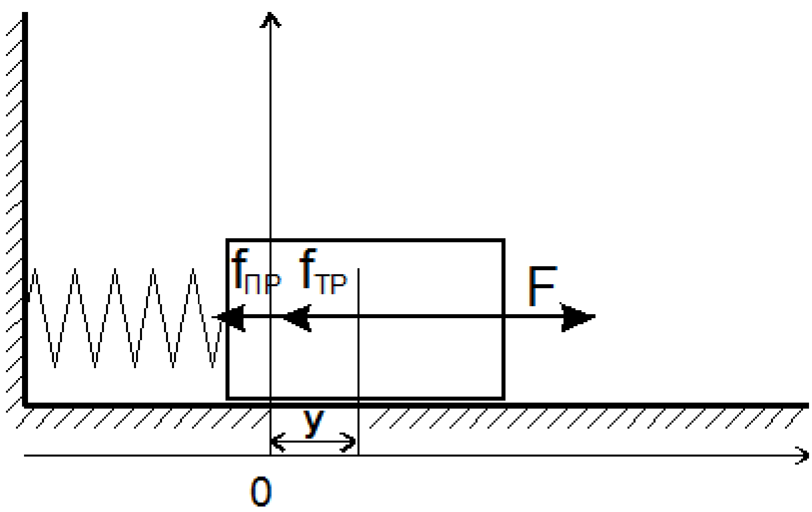


Рисунок 1 – Грузик на пружине

Грузик первоначально находился в положении равновесия (его центр масс совпадал с координатой 0 по оси X). Под действием внешней силы F грузик переместился на величину x. При этом пружина растянулась на эту же величину. В результате на грузик стала действовать возвратная сила пружины $f_{тр}$, направленная в сторону, противоположную растяжению пружины. Кроме того, при движении грузика на него действует сила трения, направленная против направления его движения, и пропорциональная скорости движения. Грузик, как и любое физическое тело подчиняется второму закону Ньютона:

где: m - масса грузика,

a - ускорение движения грузика,

ξ - результирующая сила, действующая на грузик.

$$ma = \xi \tag{1}$$

Сила, обусловленная пружиной (предполагается, что она работает в пределах упругой деформации), пропорциональна жесткости пружины и деформации, и направлена в сторону, обратную деформации:

$$f_{пр} = -cy \tag{2}$$

Сила жидкого трения, действующая на грузик, пропорциональна скорости его движения v и направлена против движения:

$$f_{тр} = -kv \tag{3}$$

Здесь k – коэффициент трения.

Результирующая сила, действующая на грузик, определяется алгебраической суммой всех сил – трения $f_{тр}$, пружины $f_{пр}$ и внешней F.

$$\xi = F - f_{тр} - f_{пр} \tag{4}$$

Подставляя в (4) выражения (1) – (3), получаем:

$$ma = F - kv - cy \tag{5}$$

Если учесть, что скорость и ускорение являются соответственно первой и второй производной от смещения

$$v = \dot{y} \equiv \frac{dy}{dt}, \quad a = \ddot{y} \equiv \frac{d^2y}{dt^2}, \tag{6}$$

получаем окончательный вид уравнения движения грузика:

$$m\ddot{y} = F - k\dot{y} = cy \tag{7}$$

или

$$m\ddot{y} + k\dot{y} + cy = F, \tag{8}$$

$$\ddot{y}+\frac{k}{m}\ddot{y}+\frac{c}{m}y=\frac{F}{m}. \quad (9)$$

Результат – обыкновенное линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Обыкновенное дифференциальное уравнение получилось из-за того, что мы рассматривали абсолютно жесткий объект, который может быть заменен точкой массой m, а в пружине не учитывали конечной скорости распространения волны движения. Линейным уравнение получилось из-за того, что мы рассматриваем поведение пружины в пределах диапазона упругости. При нарушении указанных условий, дифференциальное уравнение может стать нелинейным, могут появиться частные производные и т. д.

Таким образом, мы получили математическую модель объекта, изображенного на рисунке 1, в виде дифференциального уравнения второго порядка. Получив решение этого уравнения, можно получить описание движения этого объекта, зависящее от начальных условий и от внешних воздействий.

При решении дифференциальных уравнений удобнее иметь дело не с уравнениями высокого порядка (выше первого), а с системой уравнений первого порядка. Известно, что дифференциальное уравнение порядка n может быть преобразовано в систему из n уравнений первого порядка. Для преобразования получившегося уравнения второго порядка (9) заменим наблюдаемую переменную y на переменную состояния x_1:

$$y=x, \dot{y}=V \quad (10)$$

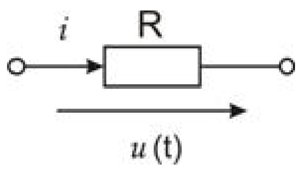
Тогда уравнение (9) принимает следующий вид системы уравнений 1-го порядка:

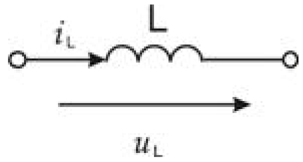
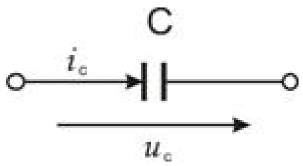
$$\begin{cases} \dot{V}=-\frac{c}{m}x-\frac{k}{m}V \\ \dot{x}=V \end{cases} \quad (11)$$

Пример 2

Рассмотрим следующий объект – четырехполюсник, схема которого приведена на рисунке 2. Для составления дифференциального уравнения этого участка цепи следует воспользоваться законами линейных электрических цепей, в частности уравнениями элементов для мгновенных значений тока и напряжения, приведенных в таблице 1.

Таблица 1

Элемент	Уравнение
	$u(t)=R\cdot i$

Элемент	Уравнение
	$u_L = L\dfrac{di}{dt}$
	$i_c = C\dfrac{du_c}{dt}$

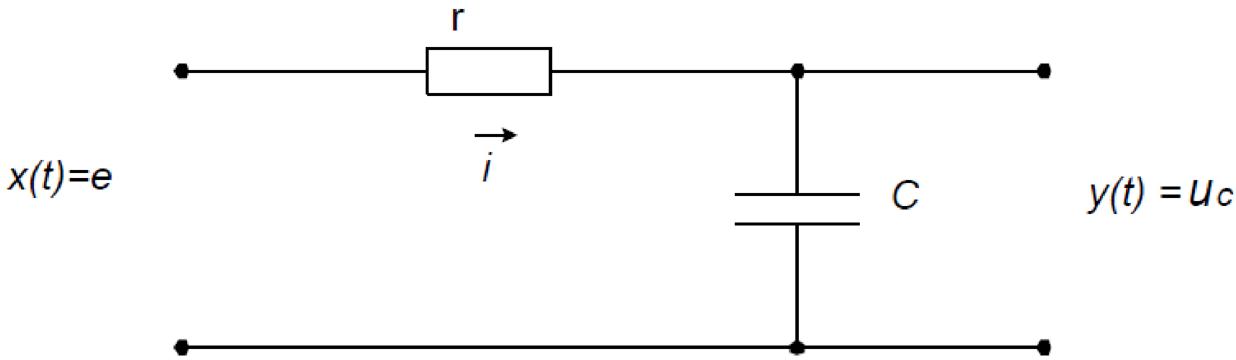


Рисунок 2 – Схема элемента электрической цепи

В соответствии с законами линейных электрических цепей записываем следующие уравнения:

$$ri + u_c = e \qquad (12)$$

$$i = c\frac{du_c}{dt} \qquad (13)$$

Подставляя значение тока i из выражения (13) в уравнение (12) получаем дифференциальное уравнение:

$$rc\frac{du_c}{dt} + u_c = e$$

или:

$$\dot{y} = \frac{1}{rc}x - \frac{1}{rc}y.$$

Программа и методика выполнения работы.

1. Для выданного преподавателем простого динамического объекта или участка электрической цепи составить аналитическую модель в виде дифференциального уравнения.
2. С помощью любого языка программирования или пакета математического программирования произвести численное моделирование заданного объекта.

3. Провести имитационное моделирование заданного объекта с помощью средств системной динамики среды AnyLogic.
4. Найти в открытых источниках (библиотека, сеть Интернет) описание аналитической модели непрерывного процесса или объекта более сложной формы (например, математическую модель полета самолета, квадрокоптера, движения автомобиля). Изучить процесс получения модели, выяснить на каких законах строится вывод уравнений движения. Выяснить, какие силы учитываются при построении модели, а какими авторы пренебрегают и почему.
5. Оформить отчет по работе.

Описание лабораторной установки.

Для выполнения имитационного моделирования (п.3 программы лабораторной работы) используются средства системной динамики пакета AnyLogic. Инструмент имитационного моделирования AnyLogic обладает рядом преимуществ, главное из которых – возможность реализации всех направлений имитационного моделирования в одной модели (многоподходовое моделирование, включающее в себя элементы дискретно-событийного, системно-динамического и агентного подходов к моделированию).

Использование AnyLogic предоставляет уникальную возможность войти в мир моделирования, имея лишь базовую подготовку в области информационных технологий.

Это современная среда разработки моделей на языке Java с русскоязычным графическим интерфейсом и тщательно продуманной контекстной справочной системой. AnyLogic содержит большую библиотеку визуальных компонентов. Разработчик может также создавать и добавлять в среду собственные компоненты. Модели сохраняются как Java-апплеты. В профессиональной версии работает отладчик и можно создавать автономные JAR-файлы. AnyLogic-модели обладают хорошими средствами 2D–3D симуляции, интерактивности и развитыми возможностями проведения экспериментов (в том числе оптимизационных).

Модели с сосредоточенными параметрами строятся на основе дифференциальных уравнений в «обыкновенных» производных по одной переменной (времени или координате). Параметры в математических моделях таких систем в каждый конкретный момент времени имеют единственное значение.

В качестве примера построим имитационную модель пружинного маятника. Математическая модель, записанная в виде системы уравнений, имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{V} = -\frac{c}{m}x - \frac{k}{m}V \\ \dot{x} = V \end{cases}$$

где m – масса груза; x – координата; V – скорость; c – жесткость пружины; k – коэффициент трения. Начальные условия: x(t = 0) = x0; V(t = 0) = 0.

Для построения данной модели разработаем следующий алгоритм:

1. Создадим новую модель Swing.

2. В окне графического редактора поместим элементы системы дифференциальных уравнений – математическую модель. Перетащим элемент Накопитель из палитры Системная динамика (рисунок 3).

Переименуем элемент в x, установим Свойства: Режим задания уравнения: Произвольный. Введем формулу: d(x)/dt = V. Установим начальное значение (отклонение) (рисунок 4).

3. Повторим действия предыдущего шага для элемента V. Вид уравнения для него (для сокращения числа параметров примем в модели «условную» массу, равную единице):

$$d(V)/dt = -x*c-k*V.$$

4. Из группы Системная динамика введем в модель два параметра: жесткость пружины – c и коэффициент трения – k. Значения по умолчанию (равные нулю) изменим: для c – на 1, для k – на 0.1. На этом этапе логика модели показана на рисунок 5.

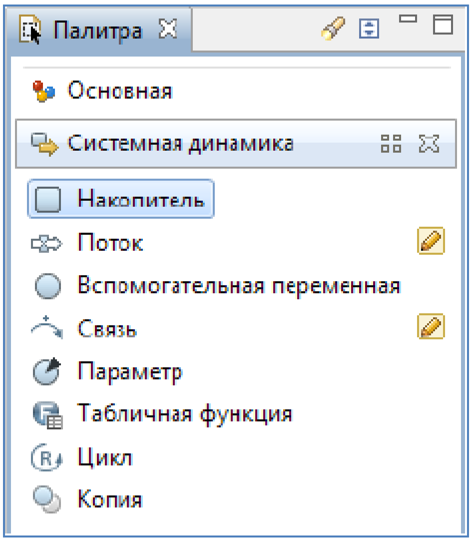


Рисунок 3 – Компоненты моделирования системной динамики

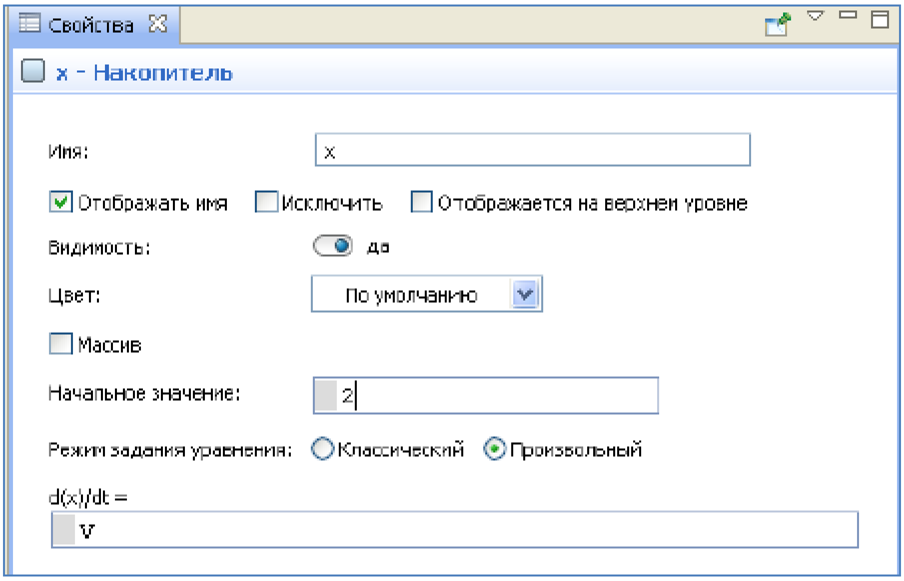


Рисунок 4 – Панель свойств координаты

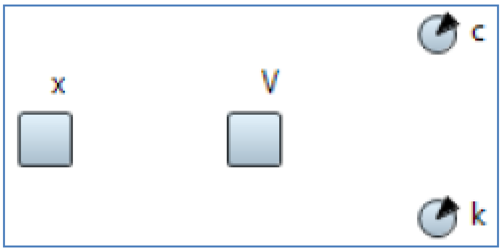


Рисунок 5 – Фрагмент окна графического редактора с элементами математической модели

5. Попробуем запустить модель. В панели ошибок появляются два сообщения (рисунок 6).

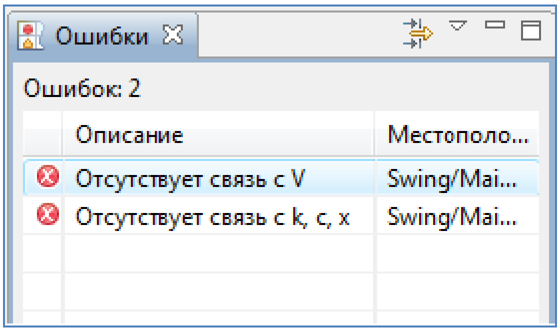


Рисунок 6 – Панель ошибок

Ситуация объясняется тем, что в нашей системе уравнений «уравнения есть, а системы нет». Элементы необходимо связать. Можно сделать это вручную с помощью элементов Связь (см. рисунок 3). Однако проще щелкнуть мышью по описанию ошибки, и AnyLogic сам направит нас в панель Свойства элемента, с которым связана данная проблема. Далее будем просто последовательно подтверждать предлагаемые средой действия (рисунок 7). Связи будут установлены с учетом «правильных» направлений (влияний) (рисунок 8).

Затем снова запустим модель. В этот раз она работает без ошибок. Поставим выполнение на паузу. Щелкнем по одному из накопителей. Откроется «инспект» состояния элемента (рисунок 9).

С помощью мыши его можно перемещать и растягивать (изменять размеры). Кнопка позволяет корректировать текущее числовое значение данной величины. Щелчок по кнопке приводит к показу графика ее динамики во времени (рисунок 10).

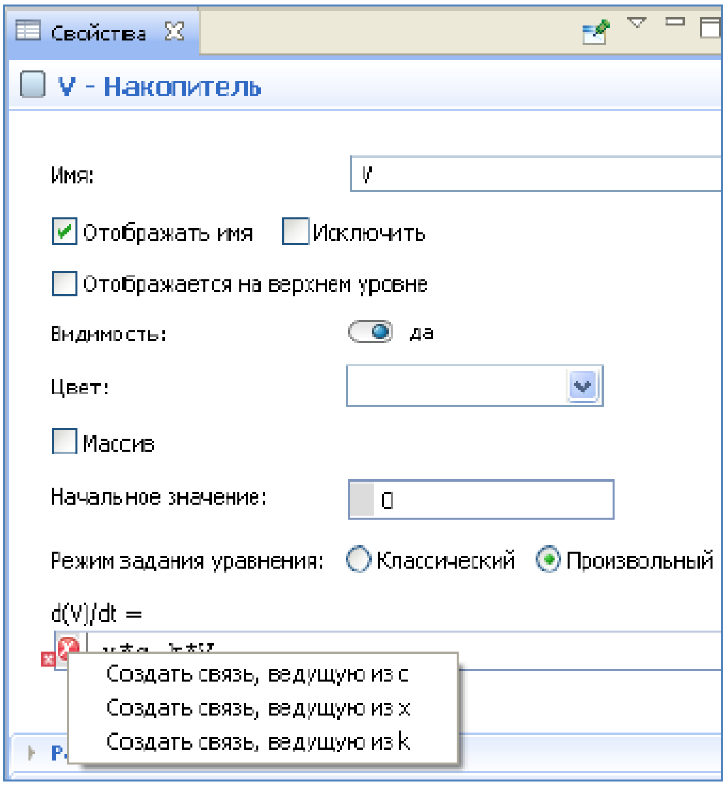


Рисунок 7 – Диалог исправления ошибок

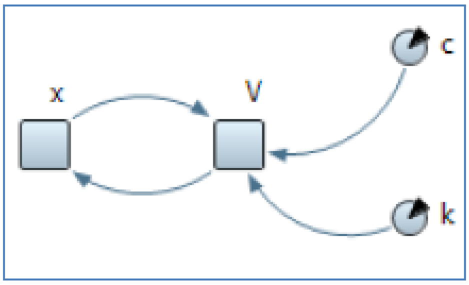


Рисунок 8 – Математическая модель с установленными связями

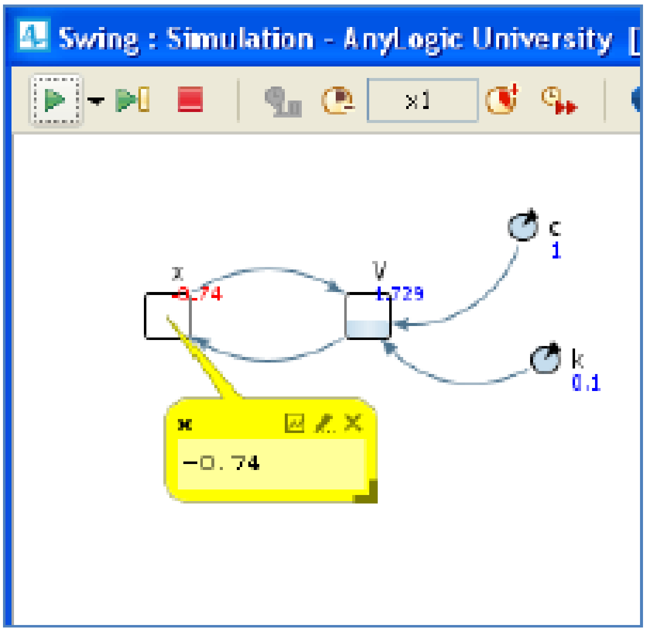


Рисунок 9 – Фрагмент презентации модели с открытым «инспектом»

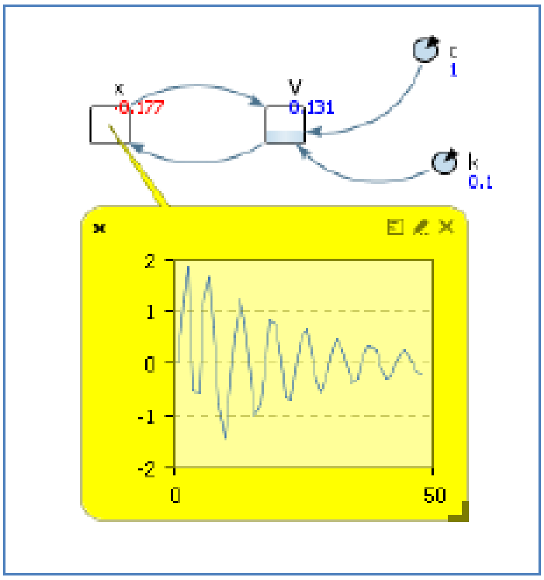


Рисунок 10 – Временной график координаты тела

Как видим, процесс протекает корректно – с затуханием. Изменение (пока вручную) числовых значений жесткости пружины c и коэффициента трения k показывает эффекты, соответствующие реальным системам.

Таким образом, получили адекватную модель в соответствии с задачей данного этапа.

Результаты экспериментальных исследований.

Результаты численного и имитационного моделирования оформить в виде графиков. Сравнить полученные результаты: графики должны совпадать.

Содержание отчета.

Отчет по выполняемой лабораторной работе выполняется каждым студентом индивидуально на листах формата А4 в рукописном или машинном варианте исполнения и должен содержать:

– название работы;

– цель и задачи исследований;

– вывод аналитической модели заданного объекта;

– текст программы численного моделирования и результат ее работы в виде графика;

– структуру имитационной модели и результат прогона модели в виде графика;

– описание найденной аналитической модели непрерывного процесса или объекта;

– выводы по работе.

Контрольные вопросы

– Что такое моделирование?

– Классификация моделей.

– Какие методы применяются для аналитического моделирования непрерывных систем?

– Что подразумевается под численным моделированием?

– Чем имитационное моделирование отличается от аналитического?

– Что такое структурная диаграмма?

– Для чего применяются динамические значения параметров в окне презентации AnyLogic?

– Как запустить модель AnyLogic на выполнение?

– Как переключиться из режима виртуального времени в реальное?

– Как изменить скорость выполнения модели?

– Как показать график изменения переменной модели?

– Как создать параметр и присвоить ему значение?

Библиографический список рекомендуемой литературы

1. Самарский А.А. Математическое моделирование [Электронный ресурс]: идеи. Методы. Примеры/ Самарский А.А., Михайлов А.П.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.— 320 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/24708.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

2. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель [Электронный ресурс]/ Дьяконов В.П.— Электрон. текстовые данные.— М.: ДМК Пресс, 2014.— 768 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/7911.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

3. Справочная система AnyLogic. http://www.anylogic.ru/anylogic/help/