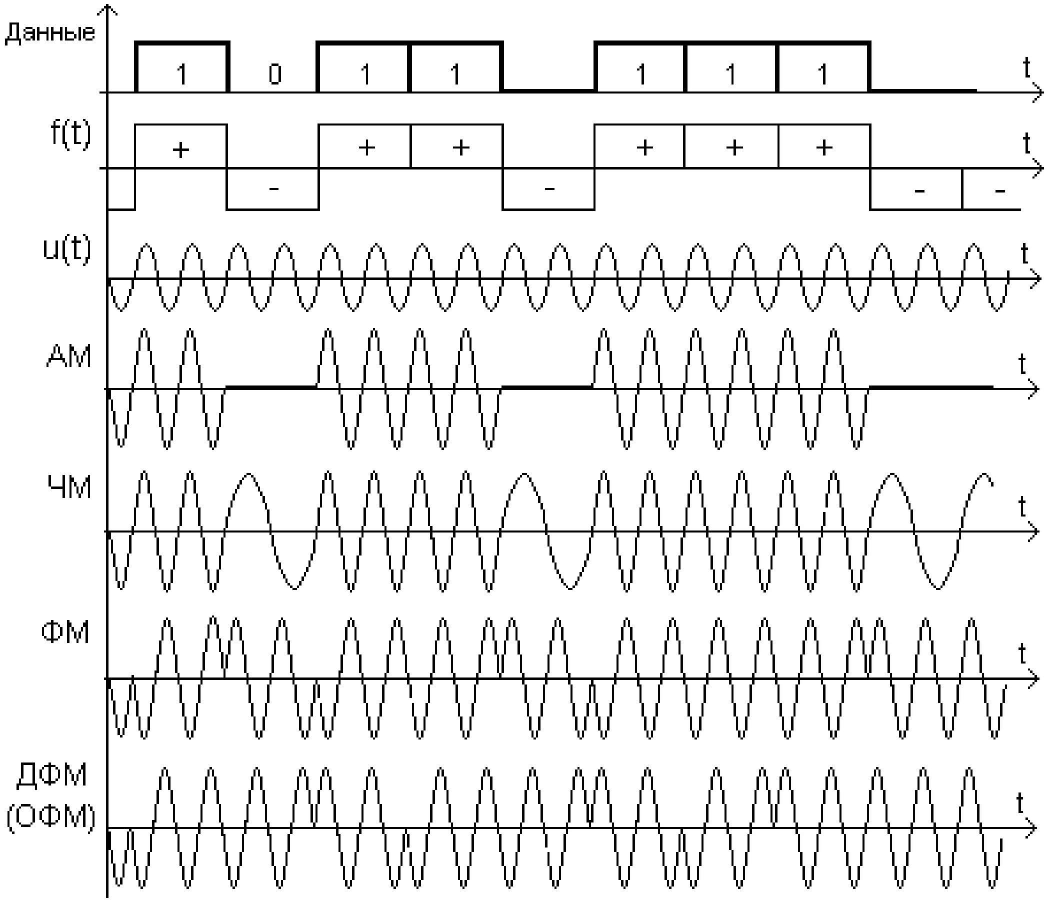
Модулированные сигналы. Амплитудная модуляция.

$$u(t) = U_0 \cos(2\pi f + \varphi_0)$$



При *амплитудной модуляции* модулирующий сигнал изменяется по произвольному закону *f(t)*, причем предполагается, что максимальное и минимальное значение амплитуды равны соответственно: $\Delta U_{МАКС}$ = +1 и $\Delta U_{МИН}$ = -1. Если амплитуду модулирующего напряжения обозначить ΔU, то амплитуда модулированного напряжения будет изменяться по закону

$$U_1 = U_M + \Delta U f(t) = U_M\left[1 + \frac{\Delta U}{U_M} f(t)\right] = U_M[1 + mf(t)]$$

где *m*-коэффициент модуляции ($m=\Delta U/U_M$).
Модулированный сигнал запишется так:

$$U_{AM} = U_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_M[1 + mf(t)]\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

При цифровой модуляции *f(t)*=±1 ,а m=1.

Для определения спектра U_{AM} достаточно спектральное разложение в ряд Фурье $f(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\Omega t)$ подставить в формулу U_{AM} .

Спектры модулированных сигналов вида 1:(α–1)

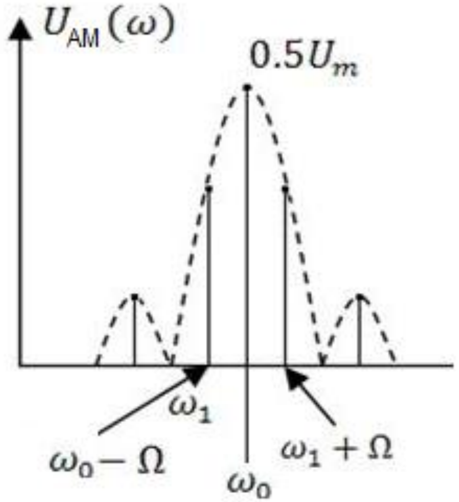
Для определения спектра U_{AM} достаточно спектральное разложение в ряд Фурье $f(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\Omega t)$ подставить в формулу. В случае последовательности прямоугольных посылок при $U_0 = 1$:

$$f(t) = \frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{\pi k}{\alpha})}{\frac{\pi k}{\alpha}} \cos(k\Omega t)$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ - круговая частота повторения посылок, T- период следования посылок. В итоге получается

$$U_{AM} = \frac{U_M}{\alpha} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_M}{\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{\pi k}{\alpha})}{\frac{\pi k}{\alpha}} \{\sin[(\omega_0 + k\Omega)t + \varphi_0] + \sin[(\omega_0 - k\Omega)t + \varphi_0]\}.$$

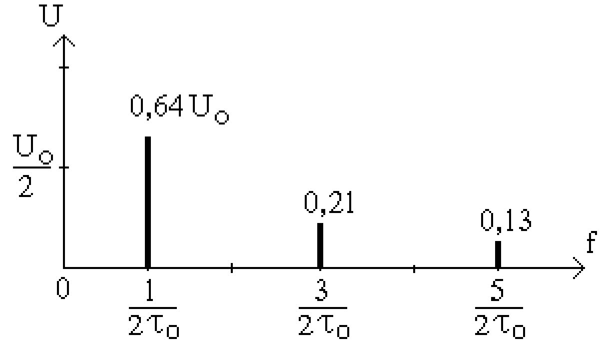
Из формулы видно, что спектр амплитудно-манипулированного сигнала содержит несущую частоту и две боковые полосы - верхнюю и нижнюю. Форма боковых частот спектра манипулированного сигнала аналогична форме спектра модулирующих посылок, но спектр модулированного сигнала вдвое шире спектра модулирующих посылок.

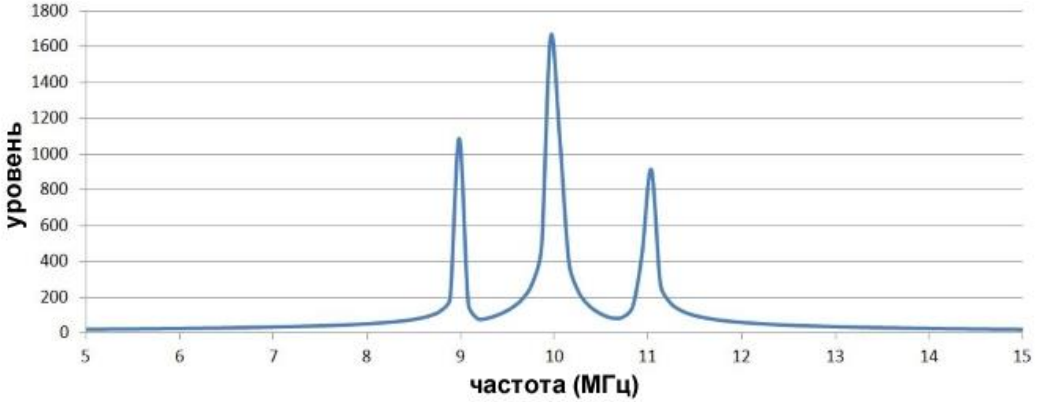


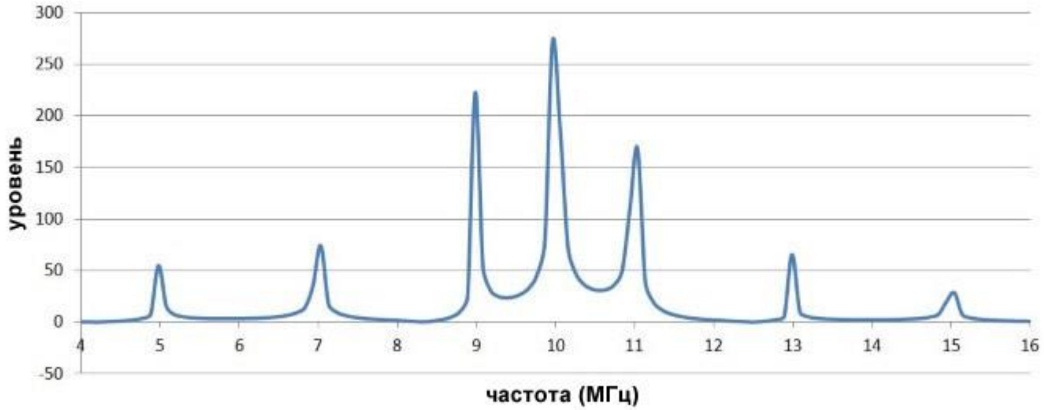
Спектр сигналов с амплитудной модуляцией

В случае модулирующей функции *f(t)=sin(Ωt)* спектр амплитудно-модулированного сигнала также состоит из несущей частоты и двух боковых частот:

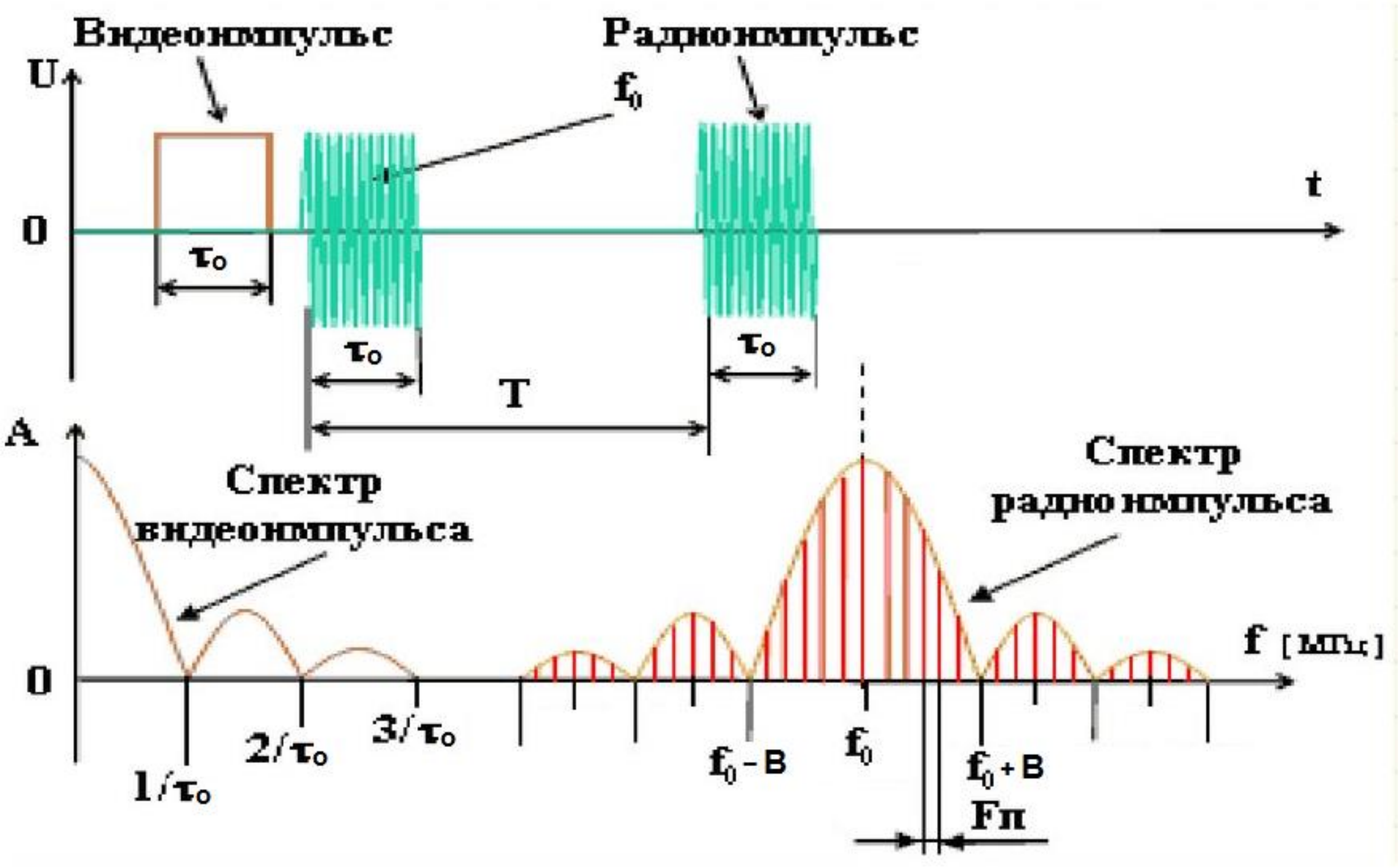
$$U_{AM} = U_M\left[1+\sin(\Omega t)\right]\cos(\omega_0 t+\varphi_0) = U_M\cos(\omega_0 t+\varphi_0) +$$
$$+\frac{U_M}{2}\sin\left[(\omega_0+\Omega)t+\varphi_0\right] - \frac{U_M}{2}\sin\left[(\omega_0-\Omega)t+\varphi_0\right].$$







Спектры АМ сигналов вида 1:(α–1)



Спектры ЧМ сигналов вида 1:(α–1)

При *частотной модуляции*, изменение модулирующего сигнала по закону *f(t)* и максимальном изменении частоты на величину $\Delta\omega$ частота сигнала изменяется по закону

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

.

При дискретной модуляции спектр ЧМ сигнала рассчитывается по следующей формуле

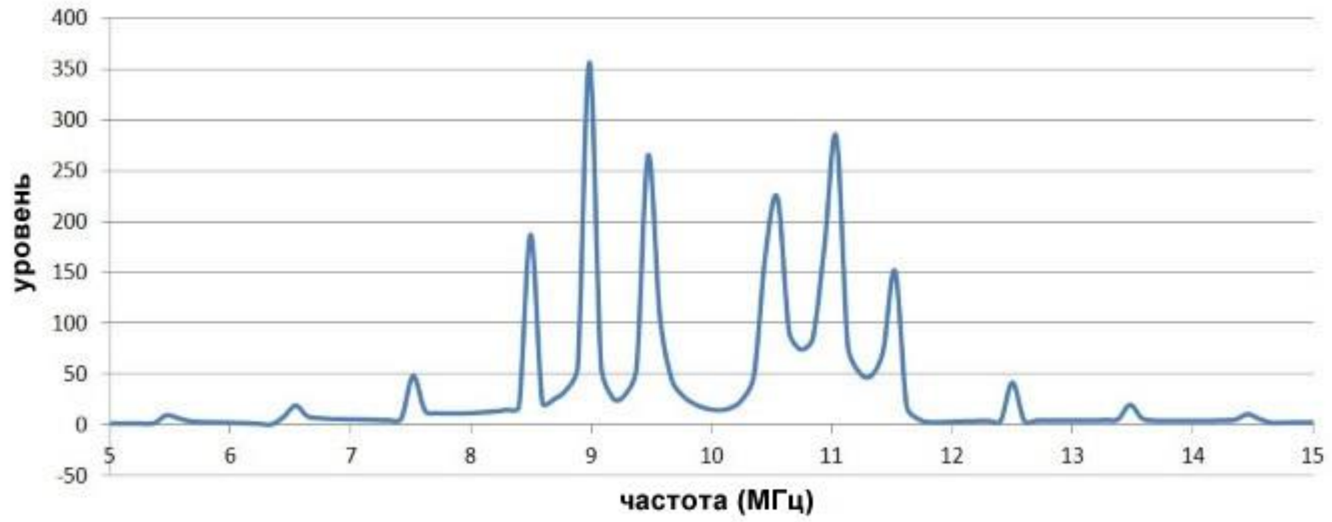
$$U_{YM} = U_M \frac{\sin\frac{\pi m}{2}}{\frac{\pi m}{2}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + U_M \frac{2}{\pi} \sum_{k=2,4,6}^{\infty} \frac{m \sin\frac{\pi m}{2}}{m^2 - k^2} \times$$

$$\times \left\{ \cos\left[(\omega_0 + k\Omega)t + \varphi_0\right] + \cos\left[(\omega_0 - k\Omega)t + \varphi_0\right] \right\} +$$

$$+ U_M \frac{2}{\pi} \sum_{k=1,3,5}^{\infty} \frac{m \cos\frac{\pi m}{2}}{m^2 - k^2} \left\{ \cos\left[(\omega_0 - k\,\Omega_1)t + \varphi_0\right] - \cos\left[(\omega_0 + k\,\Omega_1)t + \varphi_0\right] \right\}.$$

где $m = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$ - индекс частотной модуляции

Спектр сигналов с частотной модуляцией



Спектр сигналов с фазовой модуляцией

При *фазовой модуляции*, при изменении модулирующего сигнала по закону *f(t)* и максимальном изменении начальной фазы на величину $\Delta\varphi$ фаза сигнала изменяется по закону:

$$\Theta = \omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi f(t).$$

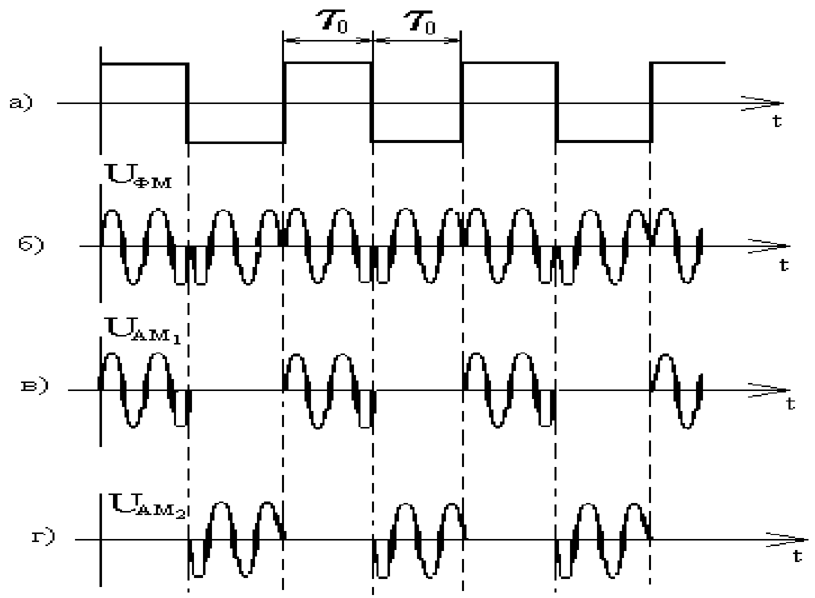
Мгновенное значение фазомодулированного напряжения имеет следующий вид:

$$U_{ФМ} = U_M \cos\theta = U_M \cos\left[\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi f(t)\right],$$

где $\Delta\varphi$ – **девиация фазы** или, как еще ее называют, *индекс фазовой модуляции*. Чем больше изменение модулируемого параметра, тем, очевидно, легче отличать друг от друга значения передаваемых сигналов на приеме. Поэтому значения девиации фазы следует выбирать возможно большим, т. е. $\Delta\varphi = 90^O$. При модуляции серией прямоугольных импульсных посылок (фазовая манипуляция), фазоманипулированный сигнал при $\Delta\varphi = 90^O$ имеет вид, показанный на рисунке а).

Модулированный ФМ-сигнал можно представить как сумму двух сигналов, имеющих одинаковую частоту ω_0, но отличающихся значением начальной фазы. В частности, для случая $\Delta\varphi = 90^O$, изображенного на рисунке б), эти сигналы показаны на рисунках в) и г). Их несущие частоты отличаются по фазе на $2\Delta\varphi = 180^O$

Спектр сигналов с фазовой модуляцией



$$U_{ФМ} = U_M \left\{ \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) \cos\left[\Delta\varphi f(t)\right] - \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \sin\left[\Delta\varphi f(t)\right] \right\}$$

В случае фазовой манипуляции прямоугольными посылками получим

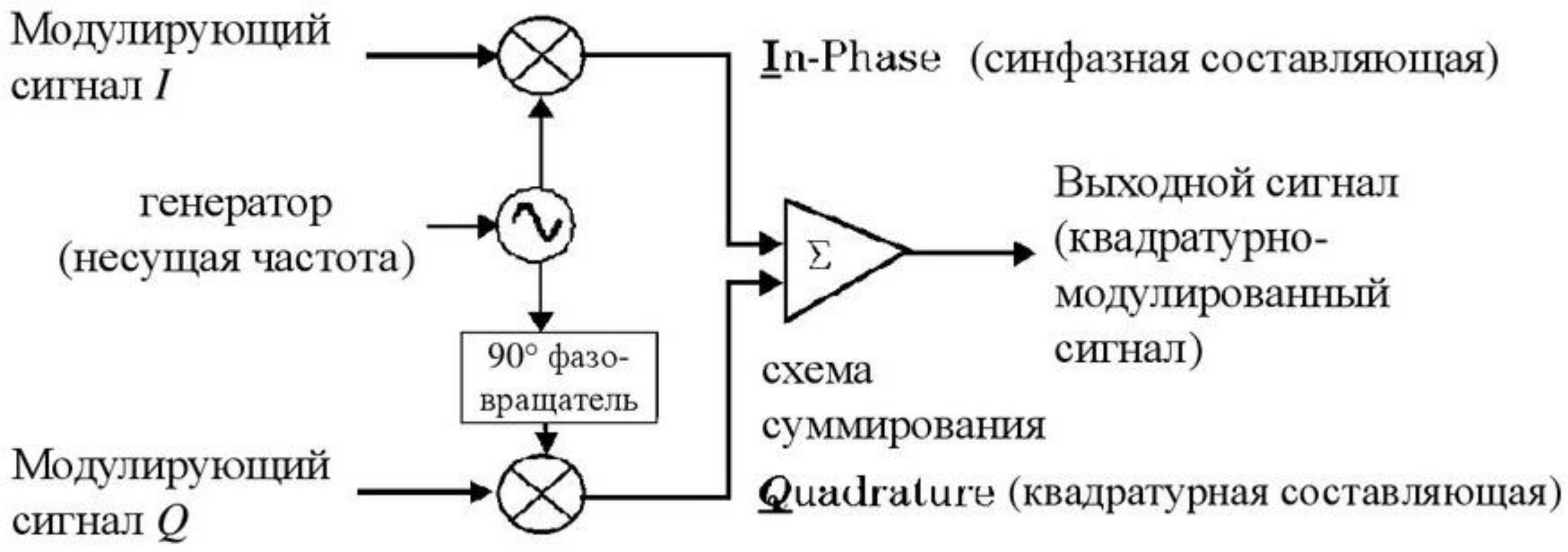
$$U_{ФМ} = U_M \left[\cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) \cos\Delta\varphi - f(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \sin\Delta\varphi \right]$$

Таким образом, в общем случае спектр ФМ колебания содержит несущую, симметрично от которой располагаются боковые составляющие, отстоящие на частотные интервалы, кратные частоте манипуляции. В рассматриваемом случае $\Delta\varphi = 90^{O}$ спектр ФМ становится равным спектру АМ при подавлении несущего колебания.

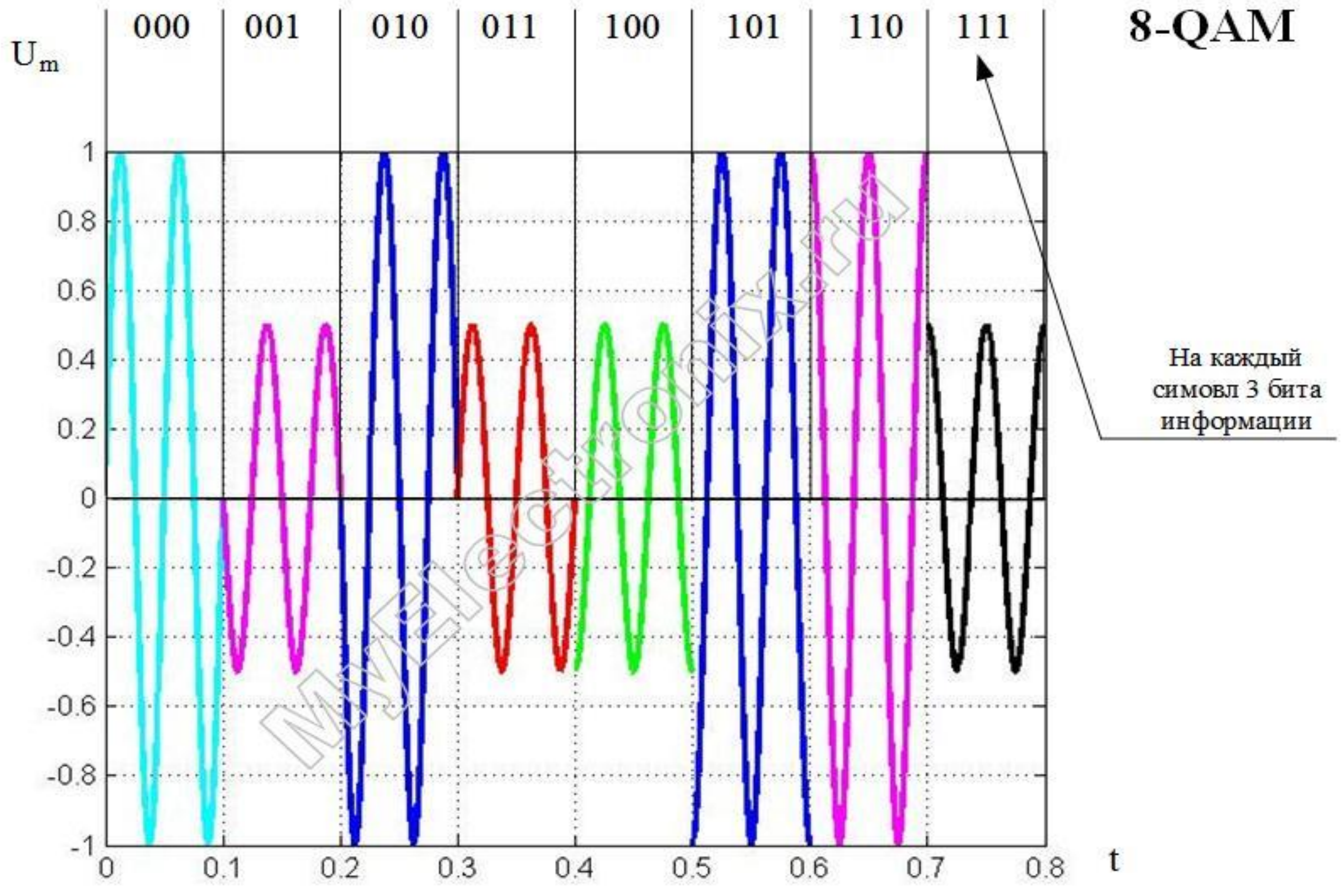
Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ-QAM)
(*Quadrature Phase Shift Keying*, QPSK).

Аналитически QAM-сигнал представляется в виде

$$u_{KAM}(t)=U_m\left[A(t)\cos\omega_0 t+B(t)\sin\omega_0 t\right],$$

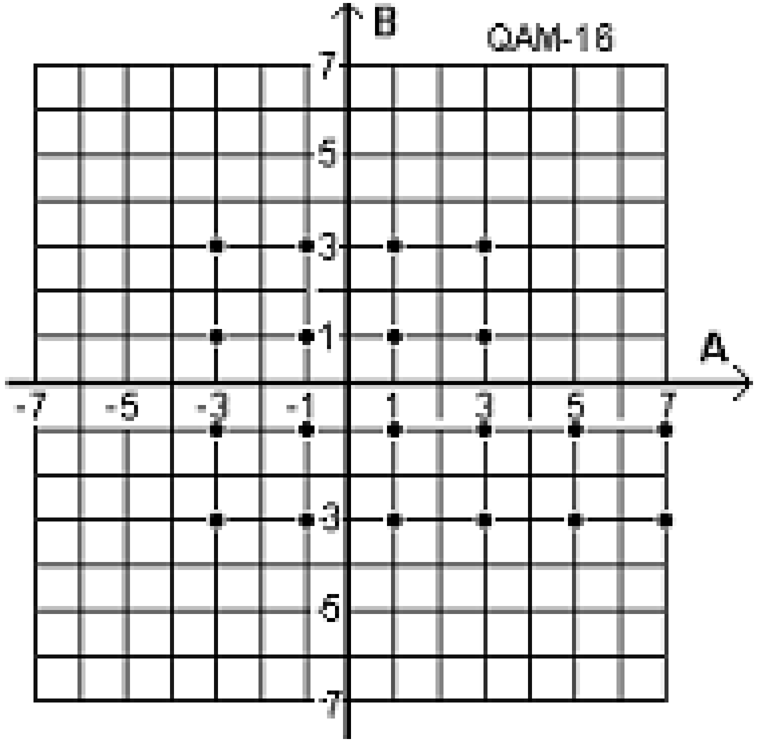


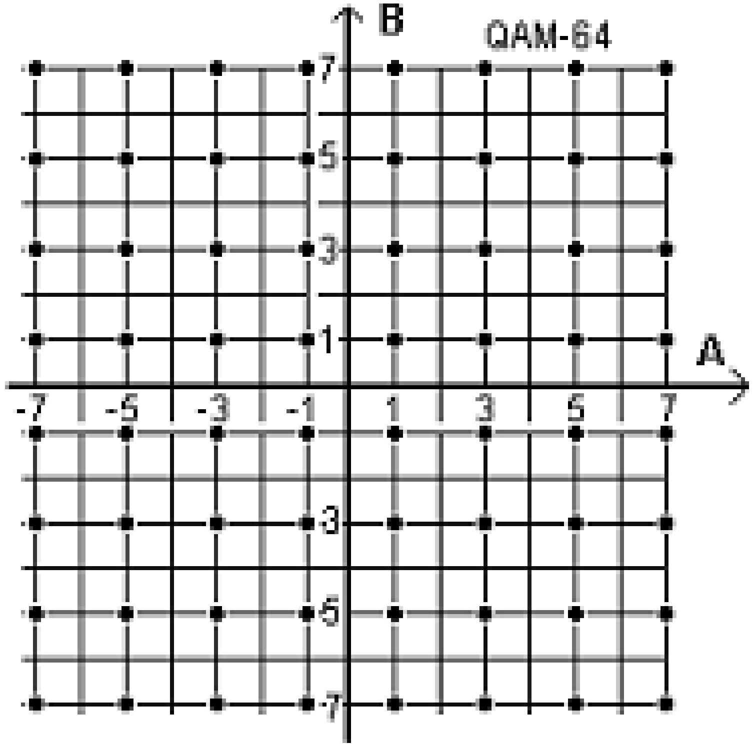
Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ-8)



Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ-QAM)

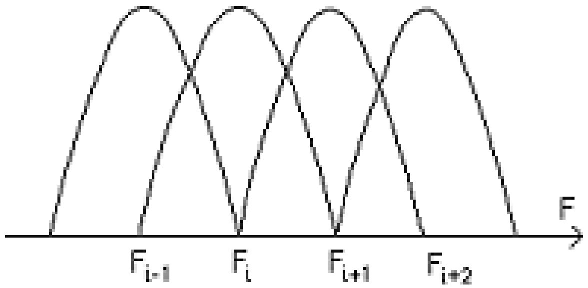
Для алгоритма QAM-16 стандартом установлены значения a_j и b_j, принадлежащие множеству {1, 3, –1, –3}, а для QAM-64 a_j и b_j могут принимать значения {1, 3, 5, 7, –1, –3, –5,–7}.





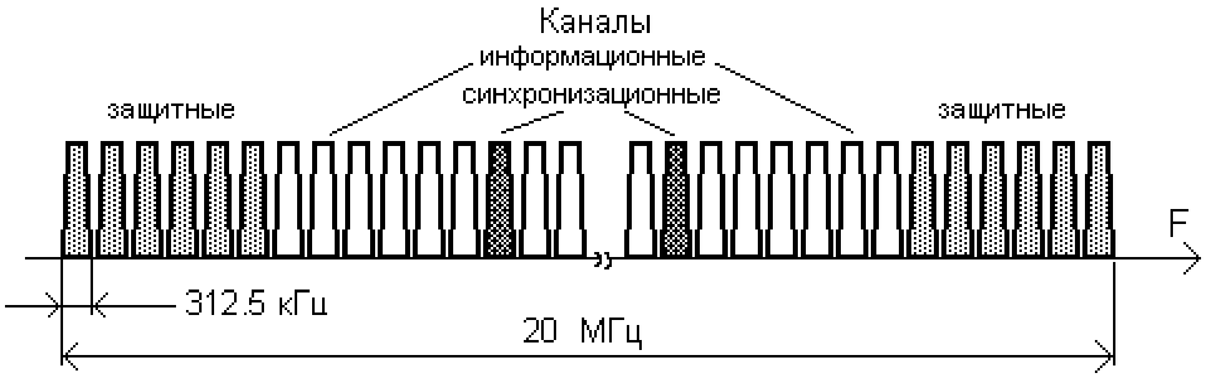
Многочастотная передача ортогональными сигналами OFDM
(*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*)

Суть способа OFDM заключается в том, что поток передаваемых данных распределяется по множеству частотных подканалов и передача ведется параллельно на всех этих подканалах.



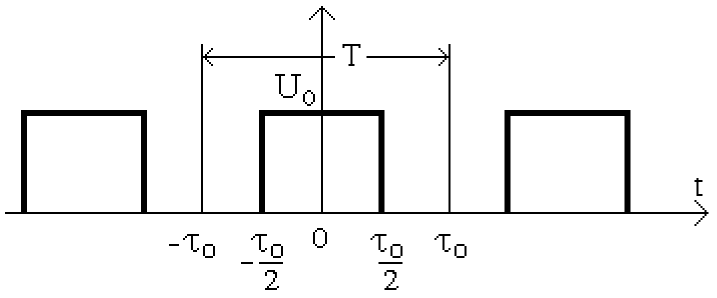
Сигналы являются ортогональными, если разнос по частоте $\Delta F = F_{i+1} - F_i = 1/\tau_0$.

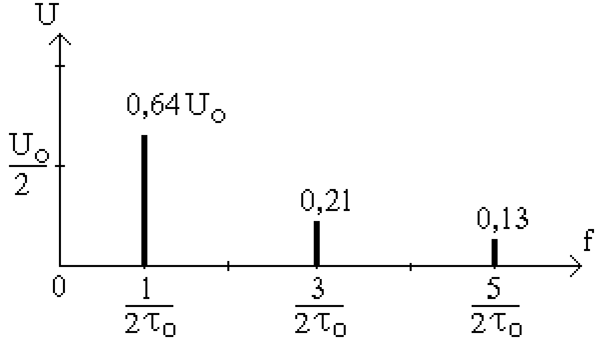
Для локальных компьютерных сетей в соответствии с международным стандартом в диапазоне частот 5,2 ГГц выделено 12 неперекрывающихся каналов с одинаковой полосой пропускания 20 МГц. Каждый из этих каналов разделен на 64 подканала с полосой пропускания 20000/64=312,5 кГц. Из них для передачи собственно данных используется 48 подканалов. Четыре подканала служат для передачи опорных колебаний, а по 6 подканалов слева и справа остаются незанятыми и выполняют функции защитных полос



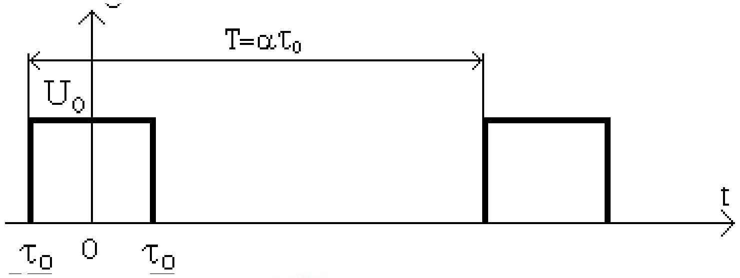
Связь между скоростью передачи и шириной канала

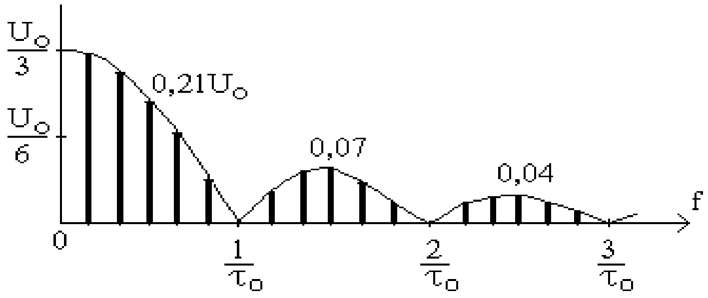
На практике нет необходимости (да и возможности) передавать весь спектр сигнала. Достаточно передать лишь те составляющие, в которых сосредоточена основная часть энергии (>50%). Так например, при передаче “точек” импульсами постоянного тока, основная часть энергии содержится в двух первых компонентах спектра: постоянной составляющей и первой гармонике с частотой $f=1/2\tau_0$, где τ_0 - длительность единичного элемента. Следовательно, минимально необходимая полоса частот канала связи в этом случае равна

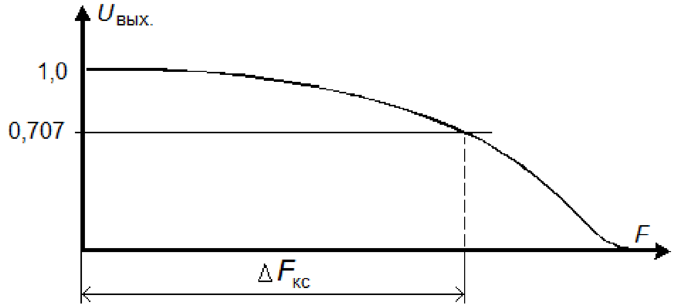


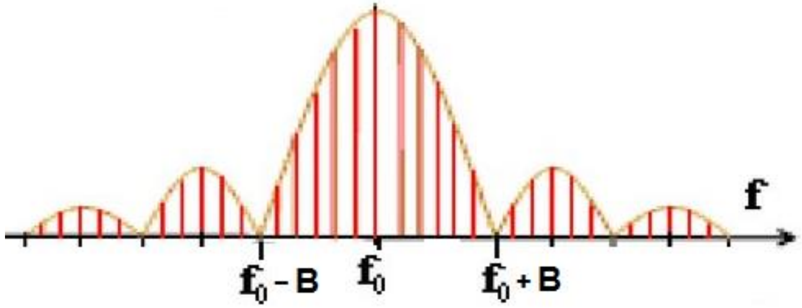


$$\Delta F_{min} = 1/2\tau_0 = B/2 .$$









$$\Delta F_{min} = 2/2\tau_0 = B .$$