ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
«АНАЛИЗ СТОХАСТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ»

1.1 Цель работы

Изучить методы получения последовательностей случайных событий программным путем на основе системы Matlab; научиться разрабатывать m-функции для статистических исследований, в частности, для подсчета текущей частоты случайных событий; рассчитать текущую частоту случайных событий, реализованных в проводимом эксперименте; убедиться, что случайные события, произошедшие в данном случайном эксперименте, обладают свойством стохастической устойчивости и оценить вероятность этих событий.

1.2 Теоретический раздел

На практике приходится часто сталкиваться с опытами (испытаниями, наблюдениями, процессами), дающими различные результаты в зависимости от обстоятельств, которых мы не знаем или не умеем учесть. Например, нельзя предсказать заранее, сколько выпускников средней школы подадут заявления в СевГУ, сколько дождливых дней будет в следующем году и т.д. Применение математики к изучению явлений такого рода опирается на то, что во многих случаях при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях *частота* появления рассматриваемого *результата остается* все время примерно *одинаковой*, близкой к некоторому постоянному числу P.

Рассмотрим эксперимент с пространством событий $Z = \{z_1, z_2, \ldots z_m\}$, который можно повторять многократно в одних и тех же условиях. Допустим, что проведено N испытаний, при которых интересующее нас событие $z_i \in Z$ произошло N_i раз. Относительное число случаев, при которых данное событие имело место, т.е. величина:

$$q_i = q(z_i) = \frac{N_i}{N} \quad , \tag{1.1}$$

называется *частотой* события z_i .

При небольшом числе экспериментов частота оказывается в значительной мере случайной. Однако, практика показывает, что при увеличении числа экспериментов частота отдельных событий теряет свой случайный характер и имеет тенденцию приближаться с незначительными колебаниями к некоторому среднему *неслучайному* значению, которое и может рассматриваться как *вероятность* $P(z_i)$ данного события z_i . Именно эта тенденция и является **признаком *стохастической устойчивости*** данного случайного явления, и только стохастически устойчивые явления могут изучаться с помощью теории вероятностей. Вообще при увеличении числа опытов частота приближается к вероятности в том смысле, что вероятность сколько-нибудь значительных отклонений частоты от вероятности становится пренебрежимо малой. Такая сходимость называется *сходимостью по вероятности.*

1.3 Ход работы

1. Создать матрицу $A(a_{ij})$, элементами a_{ij} которой являются случайные равномерно распределенные числа, лежащие в диапазоне от 0 до 1. Число строк матрицы *m*=5, число столбцов *n*=1000 (рекомендуется функция *rand*).

2. Проверить наличие элементов в матрице А, выведя на экран ее первые 10 столбцов.

3. Будем считать событием z_{kj} попадание числа a_{kj} в промежуток $a_{k\min} \le a_{kj} < a_{k\max}$. Границы этих промежутков для разных вариантов приведены в таблице3.1.

Таблица 1.1 – Варианты заданий

вариант	$a_{1\min}$	$a_{1\max}$	$a_{2\min}$	$a_{2\max}$	$a_{3\min}$	$a_{3\max}$	$a_{4\min}$	$a_{4\max}$	$a_{5\min}$	$a_{5\max}$
1	0.0	0.45	0.0	0.45	0.0	0.45	0.02	0.20	0.00	0.93
2	0.25	0.63	0.25	0.63	0.25	0.63	0.12	0.15	0.02	0.92
3	0.3	0.72	0.3	0.72	0.3	0.72	0.10	0.20	0.04	0.94
4	0.5	0.87	0.5	0.87	0.5	0.87	0.18	0.25	0.06	0.96
5	0.45	0.95	0.45	0.95	0.45	0.95	0.22	0.30	0.08	0.98
6	0.35	1.0	0.35	1.0	0.35	1.0	0.33	0.35	0.10	1.00
7	0.25	0.53	0.25	0.53	0.25	0.53	0.34	0.40	0.01	0.91
8	0.45	0.66	0.45	0.66	0.45	0.66	0.49	0.50	0.03	0.93
9	0.15	0.67	0.15	0.67	0.15	0.67	0.53	0.60	0.05	0.95
10	0.25	0.88	0.25	0.88	0.25	0.88	0.68	0.70	0.07	0.97
11	0.4	0.97	0.4	0.97	0.4	0.97	0.72	0.80	0.09	0.99
12	0.42	0.99	0.42	0.99	0.42	0.99	0.93	1.00	0.02	0.93

Создать m-функцию $y = \mathrm{log}zn\,(am, aM, x)$, которая возвращает единицу, если выполняется условие $am \le x < aM$, и возвращает 0, если это условие не выполнено. Сохранить эту функцию в m-файле.

4. С помощью функции *logzn* из матрицы $A(a_{ij})$ получить матрицу $B(b_{ij})$, элементы которой равны 1, если событие z_{kj} произошло, и равны 0, если не произошло. Для этого написать и сохранить соответствующую m-функцию.

5. Написать М-функцию $y = fregp(v, m)$, определяемую формулой (1.1), где *v* – вектор размера *m*, состоящий из нулей и единиц. Сохранить ее в m-файле.

6. Рассчитать зависимости $q_k(N)$ частот событий от числа испытаний для $1 \le N \le 1000$ и всех пяти *k* и изобразить их графически в линейном и полулогарифмическом (по оси x) масштабах. Найти аналитически вероятности событий P_k, учтя тип распределения получаемого с помощью функции *rand*.

7. Сделать выводы. Оформить отчет.

1.4 Содержание отчёта

Цель работы; краткое теоретическое введение; аналитический расчёт вероятности случайных событий; практический расчёт оценки вероятности (частоты) случайных событий; программа на языке MATLAB для расчёта частоты случайных событий; выводы по работе.

1.5 Контрольные вопросы

1. Что такое случайное событие?

2. Что такое случайный исход эксперимента?

3. Что такое стохастическая устойчивость?

4. Как в системе MATLAB создать матрицу со случайными равномерно распределенными числами?

5. Что такое m-сценарий? Что такое m-функция?

7. Что такое частота случайного события?

8. Какова связь между частотой случайного события и его вероятностью?

9. Какова зависимость частоты случайного события от числа испытаний?

10. Как построить график функции с помощью системы Matlab?

11. Какой тип распределения даёт функция rand, нарисовать график этой функции.