ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучить основы статистического описания случайных процессов.
2. Изучить методы нахождения числовых характеристик случайных величин.
3. Научится применять методы корреляционного и спектрального анализа к решению практических задач.
4. Освоить способы программного моделирования случайных процессов.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

2.1 Основы статистического описания случайных процессов

Случайной величиной называется такая величина, которая во время опыта принимает единственное, неизвестное заранее значение.

Случайная функция - это такая функция, значение которой при каждом данном значении аргумента представляет собой случайную величину. Если случайная функция зависит от времени, то такую функцию называют случайным процессом. Существуют следующие типы случайных процессов:

- непрерывный процесс дискретного времени;
- непрерывный процесс непрерывного времени;
- дискретный процесс дискретного времени;
- дискретный процесс непрерывного времени.

Случайный процесс описан полностью, если известны плотности вероятности

$$\rho_n(x_1,t_1;\, x_2\,,t_2;\, ...;\, x_n\,,t_n)$$

для любого числа n точек t_i и любого их расположения на оси времени.

Из курса теории вероятности и математической статистики известны такие числовые характеристики процессов как математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии и эксцесса. Из этих характеристик не ясна статистическая связь значений процесса в различные моменты времени, t_1 и t_2. Эти характеристики вводятся с помощью многомерных моментных функций случайных процессов. Для случая непрерывных процессов центрально-моментная функция имеет следующий вид:

$$M_{i1i2}(t_1\,t_2) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(x_1 - M[X_1(t_1)])^{i1}\cdot(x_2 - M[X_2(t_2)])^{i2}\cdot\rho_2(x_1\,t_{1,}\,x_2\,t_2)dx_1dx_2$$

Если $i1 = i2 = 1$, то $M_{11}(t_1\,t_2)$ - взаимная корреляционная функция процессов $X_1(t)$ и $X_2(t)$.

Если же не производить вычитание математического ожидания из процессов, то в этом случае $M_{11}(t_1\, t_2)$ будет взаимной ковариационной функцией процессов $X_1(t)$ и $X_2(t)$.

Для корреляционной функции в статистике принято специальное обозначение, а именно $B_{X1\,X2}(t_1\, t_2)$. Тогда

$$M_{11}(t_1\, t_2) = B_{X1\,X2}(t_1\, t_2) \;. \tag{2.1}$$

Выражение (2.1) представляет собой корреляционную функцию процессов X_1 и X_2 в разные моменты времени. Если же окажется так, что

$$X_1(t) = X_2(t) = X(t) \;,$$

тогда выражение (2.2) будет называться корреляционной функцией процесса X(t) или автокорреляционной функцией.

$$B_{X\,X}(t_1\, t_2) = B_X(t_1\, t_2) \;. \tag{2.2}$$

Зависимости (3) и (4) представляют собой соответственно нормированные взаимные корреляционную и автокорреляционную функции.

$$R_{X1\,X2}(t_1\, t_2) = B_{X1\,X2}(t_1\, t_2) / \sigma_{X1}(t_1)\cdot\sigma_{X2}(t_2)\,, \tag{2.3}$$

$$R_X(t_1\, t_2) = B_X(t_1\, t_2) / \sigma_X(t_1)\cdot\sigma_X(t_2)\,. \tag{2.4}$$

Для приложений важную роль играют понятия стационарности и эргодичности. Для стационарных процессов математические расчёты часто могут быть выполнены до конца.

Случайный процесс $X(t)$ называется стационарным (строго), если все его плотности распределения вероятностей $\rho_n(x_1,t_1;\, x_2\,,t_2;\, ...;\, x_n\,,t_n)$ произвольного порядка n не меняются при любом сдвиге всей группы $t_1,\, t_2, ... t_n$ вдоль оси времени t. Или, для любых n и t_0 справедливо равенство

$$\rho_n(x_1,t_1;\, x_2\,,t_2;\, ...;\, x_n\,,t_n) = \rho_n(x_1,(t_1 - t_0);\, x_2\,,(t_2 - t_0);\, ...;\, x_n\,,(t_n - t_0)) \;.$$

Иными словами, *n*-мерная плотность вероятности для стационарного процесса зависит только от взаимного расположения величин и не зависит от места на числовой оси. Это означает, что одномерное распределение не зависит от времени

Поэтому, числовые характеристики стационарного процесса, такие как, математическое ожидание $M[X(t)]$, дисперсия σ^2, коэффициенты асимметрии γ_1 и эксцесса γ_2 - не зависят от времени.

Если математическое ожидание процесса различно для разных отрезков времени, то это - нестационарный процесс.

При *n*=2

$$\rho_2(x_1,t_1;\, x_2\,,t_2) = \rho_n(x_1;\, x_2\,,(t_2 - t_1))\,.$$

Отсюда следует, что двумерная плотность вероятности зависит не от абсолютных значений времени t_1 и t_2, а от их разности $\tau = t_2 - t_1$. Величина τ носит название сдвига. Таким образом

$$B_{X1X2}(t_1, t_2) = B_{X1X2}(t_2 - t_1) = B_{X1X2}(\tau) ,$$

$$B_X(t_1, t_2) = B_X(t_2 - t_1) = B_X(\tau) .$$

При n=3 плотность вероятности будет зависеть от пар $(t_2 - t_1), (t_3 - t_1)$. В приложениях моментные функции порядка больше 2 не используются.

Случайный процесс называется стационарным в широком смысле, если его математическое ожидание не зависит от времени t, а корреляционная функция зависит только от сдвига. В общем случае стационарность в широком и узком смысле не совпадают. Случайный процесс, стационарный в узком смысле, стационарен и в широком смысле. Обратное утверждение не всегда верно, за исключением гауссовского процесса. Для того чтобы задать гауссовский процесс, достаточно задать математическое ожидание и корреляционную функцию.

Получение многомерной плотности вероятности предполагает наличие ансамбля случайных процессов, т. е. их бесконечного количества. Получение большого числа реализаций случайных процессов в одинаковых условиях либо невозможно, либо дорого. На практике доступна одна, либо несколько реализаций. Тогда возникает вопрос – а можно ли получить числовые характеристики всех этих процессов путём осреднения только одной реализации по времени. Процессы, для которых это, возможно, носят название эргодических. Эргодический процесс должен быть обязательно стационарным.

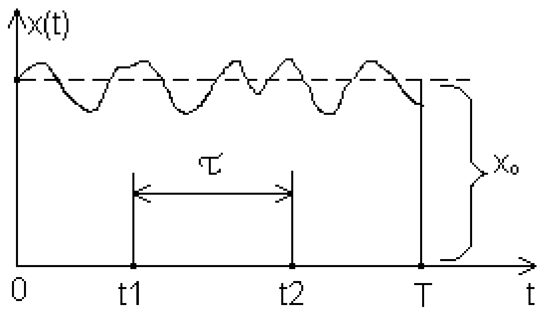

Рисунок 2.1 – Случайный процесс X(t), где T– время наблюдения процесса, τ - сдвиг

Рассматривая рисунок 2.1, можно записать

$$x_0 \cdot T = \int_0^T x(t)dt ,$$

где T - время реализации процесса, x_0 - среднее значение величины $X(t)$ по времени t. Отсюда

$$x_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t)dt ,$$

или если строго, в силу стохастической устойчивости

$$x_0 = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t)dt .$$

Если процесс эргодический, то его осреднение по времени будет численно равно математическому ожиданию

$$\overline{X(t)} = x_0 = M[X(t)].$$

Аналогично

$$B_X(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \overline{X(t)}] \cdot [x(t+\tau) - \overline{X(t)}] dt .$$

Итак, процесс является эргодичным по отношению к математическому ожиданию, если выполняется следующее выражение

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T B_X(\tau)\, d\tau \to 0 .$$

Это возможно когда выполняется следующее условие

$$\underset{|\tau| \to \infty}{B}(\tau) \to 0 .$$

Если корреляционная функция с ростом сдвига стремится к нулю, то

$$\lim_{\tau \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^\infty [B_X(\tau)]^2\, d\tau = 0 .$$

Иногда эргодическим называется любой процесс, который эргодичен по любой числовой характеристике.

2.2 Свойства корреляционных функций

1. Взаимная корреляционная функция является чётной функцией своего аргумента

$$B_{X1\,X2}(\tau) = B_{X2\,X1}(-\tau) . \qquad (2.5)$$

Выражение (2.5) является основным свойством взаимной корреляционной функции.

Если процессы $X_1(t)$ и $X_2(t)$ совпадают

$$X_1(t) = X_2(t) = X(t)$$

то получим

$$B_X(\tau) = B_X(-\tau) \qquad (2.6)$$

Выражение (2.6) представляет собой собственную или автокорреляционную функцию, которая также является чётной функцией своего аргумента. В общем же случае взаимная корреляционная функция не является ни чётной, ни нечётной.

2. Для центрированного процесса значение корреляционной функции в точке $\tau = 0$ численно равно дисперсии σ^2 случайного процесса.

Из вышеизложенного делаем вывод о том, как должна выглядеть корреляционная функция случайного процесса. При $\tau = 0$, численное значение корреляционной функции по модулю, меньше либо равно дисперсии $|B_X(\tau)| \le \sigma_X^2$. Если $\tau \to \infty$, корреляционная функция стремится к нулю $B_X(\tau) \to 0$. График корреляционной функции изображён на рисунке 2.2.

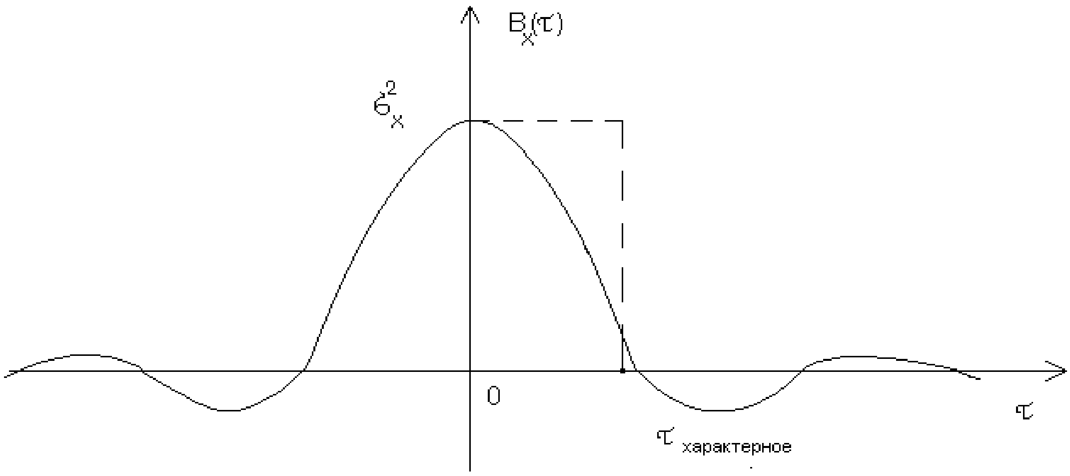

Рисунок 2.2 – График корреляционной функции и характерного масштаба

Введём понятие характерного масштаба. Известно, что коэффициент корреляции представляется следующим выражением:

$$R_X(\tau) = \frac{B_X(\tau)}{\sigma_X^2}\ , \qquad \text{где} \quad |R_X(\tau)| \le 1 \qquad (2.7)$$

Используя рисунок 2.2 можно записать следующее выражение

$$\sigma_x^2 \cdot \tau_{характерное} = \int_0^\infty B_x(\tau)\, d\tau$$

или, учтя (2.7)

$$\tau_{характерное} = \int_{0}^{\infty} R_X(\tau)\, d\tau$$

Итак, согласно рисунку 2.2, назовём характерным масштабом ширину прямоугольника равновеликого фигуре ограниченной корреляционной функцией, осью абсцисс и осью ординат.

Коэффициент корреляции двух процессов можно представить выражением

$$R_{X1X2}(\tau) = \frac{B_{X1X2}(\tau)}{\sqrt{B_{X1}(0) \cdot B_{X2}(0)}}, \quad \text{где} \quad \left|R_{X1X2}(\tau)\right| \le 1$$

Максимальное значение взаимной корреляционной функции должно достигаться не обязательно при $\tau = 0$.

2.3 Числовые характеристики случайных процессов

Неслучайные параметры, выражающие в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения случайной величины, называются ее числовыми характеристиками. Эти числовые характеристики находятся, как правило, путем осреднения по всему числу испытаний некоторых неслучайных функций исследуемой с.в.

На практике наибольшую применимость имеют центральные моменты различных порядков, обозначаемые как μ_k. Итак, оценку момента *k*-го порядка

$$\tilde{\mu}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left(x_j^* - M_1\right)^k. \qquad (2.8)$$

При $N \to \infty$ получим

$$\mu_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - M_1\right)^k P_i$$

для дискретной с.в. и $\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - M_1\right)^k p(x)\, dx$

для непрерывной с.в.

Физическая размерность μ_k и $\tilde{\mu}_k$ есть

$$[\mu_k] = [\tilde{\mu}_k] = [\xi]^k.$$

Центральный момент второго порядка

$$\sigma^2 = \mu_2$$

называется дисперсией с.в., а квадратный корень из нее σ - среднеквадратическим отклонением с.в. Величина

$$\tilde{\sigma}^2 = \tilde{\mu}_2$$

есть оценка этой дисперсии, а $\tilde{\sigma} = \sqrt{\tilde{\sigma}^2}$ – оценка среднеквадратического значения с.в. Величина σ характеризует полуширину распределения вероятности или плотности распределения вероятности.

Нетрудно показать, что центральный момент третьего порядка μ_3 равен нулю, если распределение симметрично относительно своего МО, и отличен от нуля в противном случае. Однако применять его непосредственно для оценки степени асимметрии распределения неудобно, так как он имеет размерность $[\xi]^3$. Для этого применяют безразмерную величину

$$\gamma_1 = \mu_3 / \sigma^3, \tag{2.9}$$

называемую коэффициентом асимметрии. Этот коэффициент характеризует скошенность распределения или плотности распределения вероятности. Одновершинное распределение с $\gamma_1 < 0$ имеет левостороннюю (отрицательную) асимметрию, т.е. распределение имеет слева «хвост». Если $\gamma_1 > 0$, оно имеет «хвост» справа. Для симметричного распределения $\gamma_1 = 0$.

Безразмерная величина

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3. \tag{2.10}$$

называется коэффициентом эксцесса распределения и характеризует степень его островершинности в сравнении с нормальным (гауссовским) распределением. Для нормального распределения эта величина равна нулю, для более островершинного распределения $\gamma_2 > 0$, для менее островершинного $\gamma_2 < 0$. При этом сравнении необходимо считать, что у всех рассматриваемых распределений величина σ^2 одинакова.

2.4 Спектры случайных процессов

Комплексное преобразование Фурье выбранной реализации случайного процесса

$$\tilde{x}_T^{(k)}(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} x_T^{(k)}(t) e^{-j\omega t} dt \tag{2.11}$$

дает ее случайный комплексный спектр Фурье $\tilde{x}_T^{(k)}(\omega)$. Неслучайной функцией частоты $S(\omega)$ является осреднением по бесконечному множеству реализаций процесса $X(t)$ при $T \to \infty$ величина $\frac{1}{2\pi T}\left|\tilde{x}_T^{(k)}(\omega)\right|^2$,

т.е.

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \to \infty} \mathrm{M}\left[\frac{1}{T}\left|\tilde{x}_T^{(k)}(\omega)\right|^2\right]. \tag{2.12}$$

Функция $S(\omega)$ представляет собой спектральную плотность случайного процесса $X(t)$. Иными словами, она дает отношение мощности той части этого процесса, которая сосредоточена в сколь угодно малом интервале $\Delta\omega$ вблизи частоты ω, к самому этому интервалу. Выполняя операции (2.12), можно показать, что определенный таким образом спектр процесса связан с его корреляционной функцией соотношением

$$S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}B_X(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau. \tag{2.13}$$

Из выражения (2.13) следует, что спектр $S(\omega)$ и корреляционная функция $B(\tau)$ вещественного стационарного процесса связаны друг с другом парой преобразований Фурье (теорема Хинчина-Винера):

$$\left.\begin{aligned} S(\omega)&=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau,\\ B(\tau)&=\int\limits_{-\infty}^{\infty}S(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega.\end{aligned}\right\}$$

В силу четности функции $B(\tau)$ отсюда следует и четность $S(\omega)$. Поэтому указанные соотношения можно записать как косинус-преобразования Фурье:

$$\left.\begin{aligned} S(\omega)&=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}B(\tau)\cos(\omega\tau)d\tau, \quad (a)\\ B(\tau)&=2\int\limits_{0}^{\infty}S(\omega)\cos(\omega\tau)d\omega. \quad (б)\end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

Из этих соотношений вытекают следующие основные свойства спектров случайных процессов.

1. Так как мощность, отнесенная к полосе частот, и ее математическое ожидание неотрицательны, то неотрицателен и спектр, т.е. $S(\omega)\geq 0$ при любой частоте ω. Раньше мы видели, что корреляционная функция $B(\tau)$ случайного процесса положительно определена. Доказано, что $B(\tau)$ положительно определена тогда и только тогда, когда неотрицателен спектр $S(\omega)$. Отсюда можно показать, что каждая функция, имеющая неотрицательное преобразований Фурье, является корреляционной функцией некоторого стационарного случайного процесса.

2. Спектр вещественного случайного процесса – действительная четная функция, т.е. $S(\omega)=S(-\omega)$.

3. Дисперсия случайного процесса

$$\sigma^2=B(0)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}S(\omega)d\omega$$

конечна в том случае, если с ростом абсолютного значения $|\omega|$ спектр $S(\omega)$

стремится к нулю настолько быстро, что $\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)d\omega < \infty$.

Аналогично характерной ширине корреляционной функции можно ввести понятие характерной ширины спектра:

$$\Omega_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega)}{S_{\max}} d\omega = \frac{\sigma^2}{2S_{\max}}. \tag{2.15}$$

Если максимум $S(\omega)$ достигается в начале координат, т.е. при $\omega = 0$, то найдем, что

$$S_{\max} = S(0) = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} B(\tau)d\tau = \frac{\sigma^2 \tau_x}{\pi}.$$

Подставляя это выражение в формулу (2.15), получим соотношение неопределенностей

$$\Omega_x \tau_x = \frac{\pi}{2}, \tag{2.16}$$

где τ_x – характерный масштаб процесса, описываемого этим спектром. Последнее соотношение свидетельствует о том, что из двух процессов с одинаковой формой спектра процессу с меньшим характерным масштабом соответствует спектр с большей характерной шириной, и наоборот. Если максимум спектра достигается не при $w = 0$, в правой части будет стоять константа $\frac{p}{2}\frac{S(0)}{S_{\max}}$.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей работе предлагается провести статистическую обработку случайного процесса. Требуется найти математическое ожидание, дисперсию, моменты 3-го и 4-го порядков, коэффициент асимметрии и эксцесса, спектральную, автоковарициoнную и автокорреляционную функцию процесса.

В качестве случайного входного процесса выберем строку или столбец черно-белого изображения, согласно предложенному преподавателем варианту.

4. ХОД РАБОТЫ

1. Получить вариант у преподавателя. Изучить теоретический материал.

2. Ознакомится с функциями пакета MATLAB, **uigetfile**, **hist**, **xcov**, **plot**, **imread**, **Imshow**, **double**, **stem, xcorr, mean, std**.

3. Используя ниже приведённый фрагмент программы, ввести указанное изображение в систему MATLAB.

```
clear all;     %  очистка рабочего пространства
close all;     %  закрываем все созданные фигуры
Ts=0.01;     %  шаг во времени (с) (частота квантования)
T= 100;      %  длительность процесса (с)

%  ПОЛУЧЕНИЕ КАРТИНКИ ИЗОБРАЖЕННИЯ
[F_Name,PathName]=uigetfile('*.tif','Выберите  имя  файла  с изображением');
    %  используем пользовательский интерфейс для выбора файла с картинкой
I=imread(F_Name);    %  ввод имени файла и чтение изображения в переменную I
figure(1);
imshow(I);   %  отображение картинки в figure 1
```

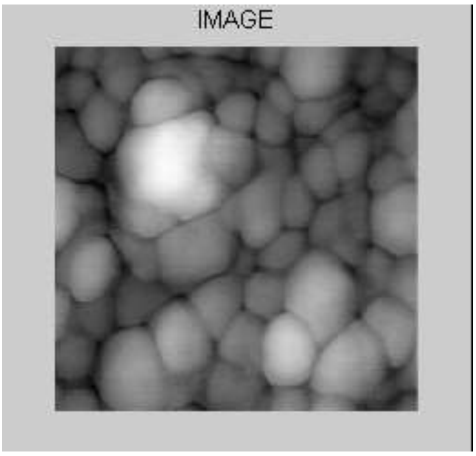

Рисунок 4.1 – Введённое изображение

4. Чтобы обеспечить возможность дальнейшей обработки изображения, необходимо преобразовать беззнаковое целое **uint8** изображения к формату **double**.

При помощи команды **stem** получим изображение случайного процесса.

```
%  ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ПРОЦЕССА
A=double(I);   %  преобразование типов – беззнакового  целого uint8 к double для
%  обеспечения возможности выполнения арифметических операций
variable = A(:,1);   %   выбираем 1 столбец для формирования вектора случай-
%  ного процесса
figure(2);
stem(variable);
title('PROCES');
ylabel('Y');
xlabel('N');
```

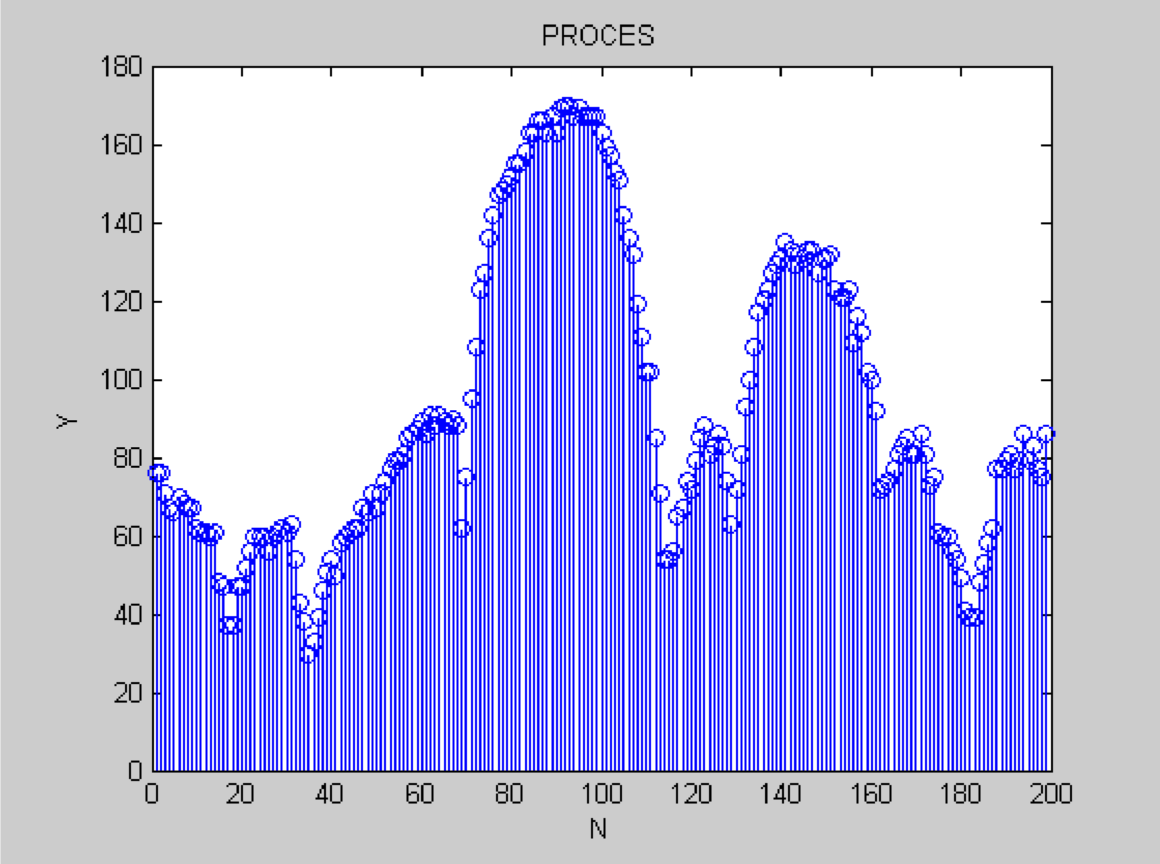

Рисунок 4.2 – График случайного процесса, полученного из столбца матрицы введённого изображения. Y – величина яркости, N – номер отсчёта.

5. При помощи функции **hist** построить гистограмму случайного процесса.

```
%  ПОСТРОЕНИЕ ГИСТОГРАММЫ
n=length(variable);    %  получаем длину вектора случайного процесса
k=round(sqrt(n));     %  определение оптимального количества интервалов гистограммы
figure(3);
hist(variable, k);       %  построение гистограммы процесса
title('HISTOGRAMMA'); ylabel('Q') xlabel('N');
```

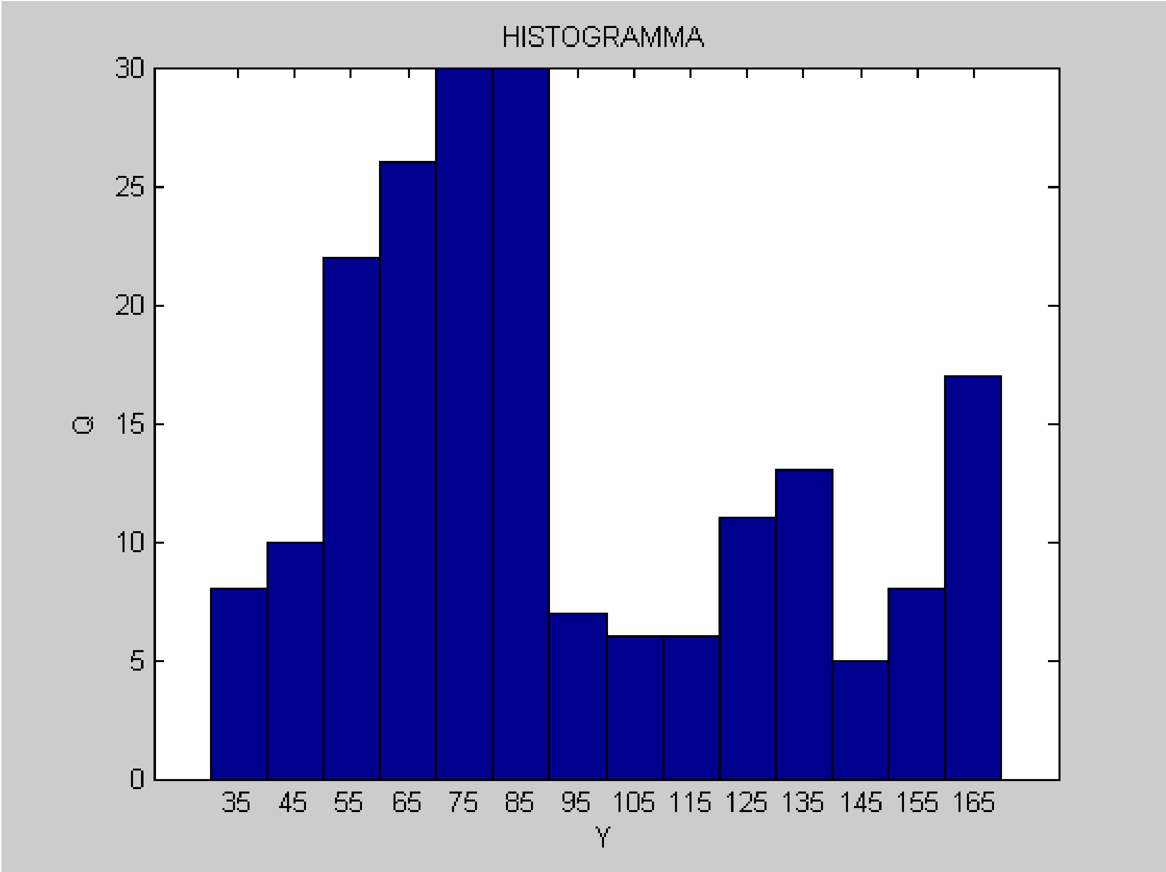

Рисунок 4.3 – Гистограмма случайного процесса. Y – величина яркости, Q – частота попадания случайной величины в заданный интервал.

6. Используя функцию MATLAB **pwelch(psd, periodogramm)** рассчитать спектральную плотность случайного процесса согласно приведённому ниже примеру.

```
% ПОСТРОЕНИЕ СП ПРИ ПОМОЩИ ПРОЦЕДУРЫ PSD
% [s, f]=psd(x, nfft, Fmax), где: x - вектор заданных значений процесса,
% nfft - число элементов этого вектора, Fmax= 1/Ts - частота дискретизации
% сигнала, f - вектор значений частот, которые соответствуют найденные
% значения СП. В общем случае длина s и f равна nfft/2.
% сформируем массив частот где: df - дискрет частоты, Fmax - величина
% диапазона частот
fsp=250;    % правая граница выводимого вектора частот для СП
df=1/T;   Fmax=1/Ts;   f=-Fmax/2:df:Fmax/2;   dovg=length(f);
[c, f]=psd(variable, dovg, Fmax);
figure(4);
stem(f(1:fsp), c(1:fsp));grid;  title('PSD');  ylabel('SP'); xlabel('frequency');
```

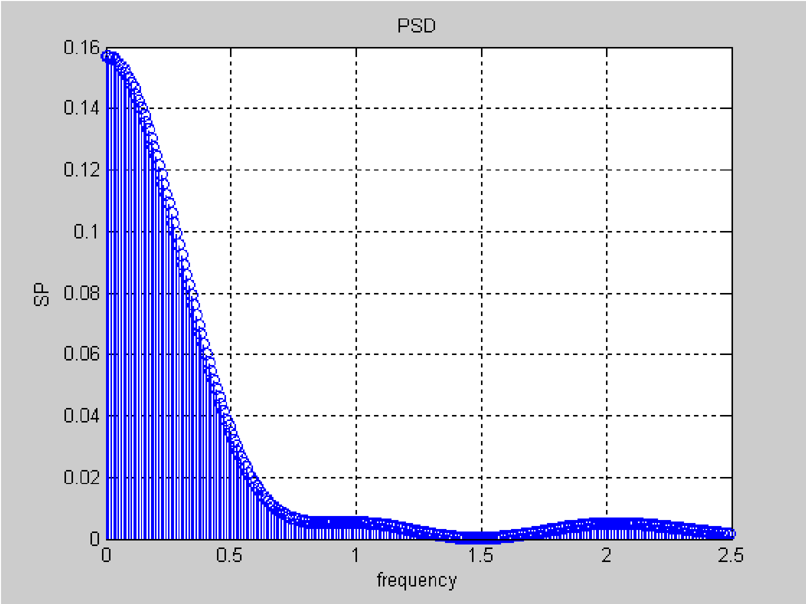

Рисунок 4.4 – График функции спектральной плотности случайного процесса SP–спектральная плотность случайного процесса, ось абсцисс – частота.

7. Применив функцию MATLAB **xcorr** произвести автоковариацию случайного процесса согласно представленному ниже программному коду.

```
%  ПОСТРОЕНИЕ АКФ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА
%  tau - сдвиг
R=xcorr(variable);   % расчёт автоковариационной функции
tau=-1.98:0.01:1.98;
figure(5);
plot( tau, R);  grid;
title('AKVF');
label('Bcov');
xlabel('tau');
```

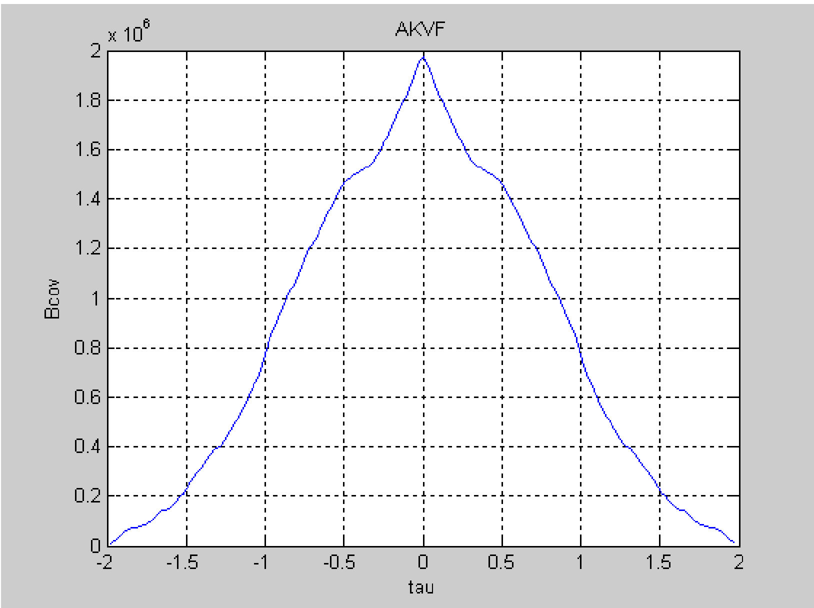

Рисунок 4.5 – График автоковариационной функции случайного процесса Bcov–автоковариационная функция случайного процесса, tau–временной сдвиг

8. Применив функцию MATLAB **xcov** произвести автокорреляцию случайного процесса согласно представленному ниже программному коду.

```
R1=xcov(variable);  % расчёт автокорреляционной функции

tau=-1.98:0.01:1.98;

figure(5);
plot( tau, R1);  grid;
title('AKRF');
label('Bcor');
xlabel('tau');
```

9. Согласно формуле (8) и пункту 2 настоящего раздела рассчитать числовые характеристики случайного процесса.

10. Создать М-файл программы на языке MATLAB.

11. Сделать выводы по работе.

12. Оформить отчёт.

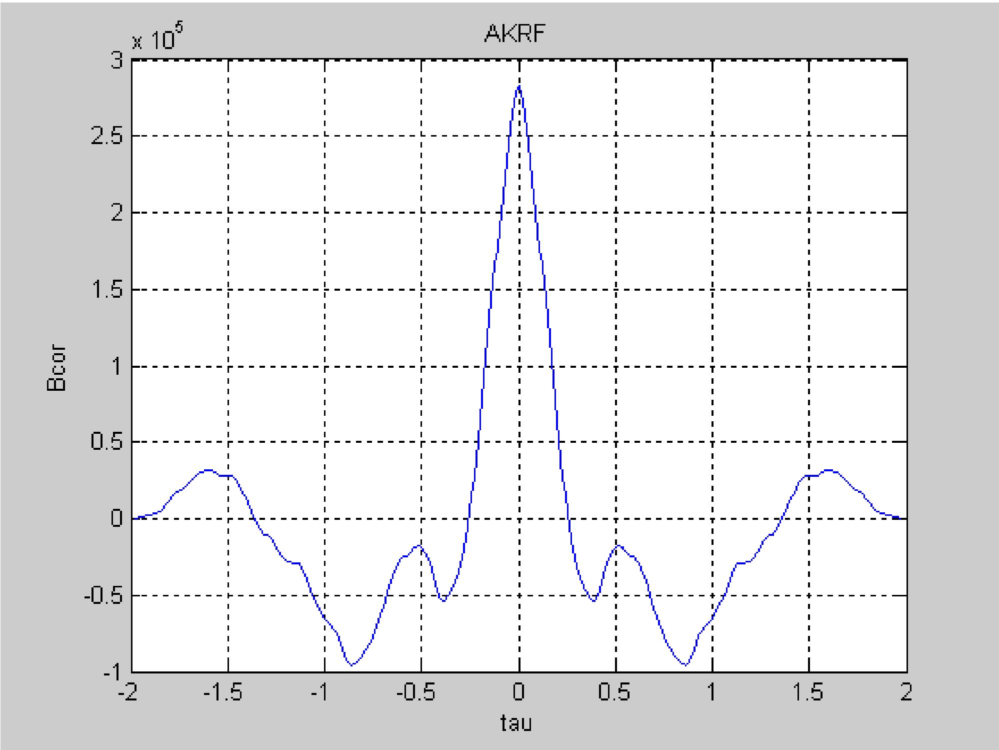

Рисунок 4.6 – График автокорреляционной функции случайного процесса Bcov–автокорреляционная функция случайного процесса, tau–временной сдвиг

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

1. Цель работы.
2. Постановка задачи и вариант индивидуального задания.
3. Вид исходного изображения и гистограмма случайного процесса.
4. График функции спектральной плотности случайного процесса..
5. График автокорреляционной и автоковариационной функции случайного процесса.
6. Расчётные значения числовых характеристик случайного процесса.
7. Текст программы на языке MATLAB, рабочий вариант программы.
8. Выводы по работе о возможности применения теории математической статистики к анализу случайных процессов. Перечислить свойства изученных основных понятий.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое корреляционная функция и в чём её отличие от ковариационной функции?
2. Свойства взаимных корреляционных функций случайных процессов.
3. Свойства автокорреляционных функций случайных процессов.
4. Коэффициент корреляции двух случайных величин.
5. Понятие о случайном процессе. Виды случайных процессов.
6. Характерный масштаб случайного процесса.
7. Как по корреляционной функции определить временной сдвиг между двумя процессами?
9. Что такое числовые характеристики случайных величин?
10. Геометрический смысл математического ожидания.
11. Что показывает дисперсия?
12. Геометрический смысл среднеквадратического отклонения.
13. Геометрический смысл коэффициента асимметрии.
14. Геометрический смысл коэффициента эксцесса.
15. Что такое случайная величина?
16. В чем отличие числовых характеристик с.в. от их оценок?
17. Что такое гистограмма?
18. Чем отличаются гистограммы непрерывных и дискретных случайных величин?
19.Понятие начального и центрального моментов.
20. Перечислить основные свойства спектров случайных процессов.
21. Как связаны друг с другом спектр $S(\omega)$ и корреляционная функция $B(\tau)$ вещественного стационарного случайного процесса?