Двойственный симплекс-метод

N – вектор номеров базисных (единичных) столбцов матрицы К

X – вектор, компоненты которого есть базисные компоненты опорного плана. Остальные компоненты опорного плана равны 0

CN – вектор, составленный из коэффициентов линейной функции f при базисных переменных

При решении задач двойственным симплекс-методом на каждой итерации обеспечивается выполнение условия оптимальности текущего решения, не являющегося допустимым. Критерием окончания процесса итераций является получение допустимого решения.

Алгоритм:

1) Находят номер l из условия

$b_l = \min b_i$ (i=1, … , m)

2) Если $b_l \geq 0$, то псевдоплан является опорным планом, оптимальное решение найдено.

3) Если $b_l < 0$, $a_{lj} \geq 0$, (j=1, … , n), то ЗЛП не имеет решения. Если существует $a_{lj} < 0$, вычисляются симплекс-разности

$\Delta_j = (CN, a_j) - c_j$

4) Находят номер k из условия

$\theta = \min (\Delta_j / -a_{lj}) = \Delta_k / -a_{lk}$,

$a_{lj} < 0$ $(j=1, \ldots, n)$

a_{lk} – направляющий элемент

5) Вычисляют компоненты вектора N.

$N_i^S = N_i^{S-1}$, $i \neq l$, $N_l^S = k$

6) Применяют метод Жордана-Гаусса.

Пример 1. Дана ЗЛП

$$\min(2x_1 + 4x_2)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Приведем ЗЛП к каноническому виду

$$\max(-2x_1 - 4x_2)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - S_1 = 3, \\ 4x_1 + 3x_2 - S_2 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + S_3 = 3, \\ x_{1,2} \geq 0, \\ S_{1,2,3} \geq 0 \end{cases}$$

или

$$\max(-2x_1 - 4x_2)$$

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 + S_1 = -3, \\ -4x_1 - 3x_2 + S_2 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + S_3 = 3, \\ x_{1,2} \geq 0, \\ S_{1,2,3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\max(-2x_1 - 4x_2)$$

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 + S_1 = -3, \\ -4x_1 - 3x_2 + S_2 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + S_3 = 3, \\ x_{1,2} \geq 0, \\ S_{1,2,3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ -4 & -3 & 0 & 1 & 0 & -6 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f = -2x_1 - 4x_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

S	i	N	CN	b	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	
0	1	3	0	-3	-3	-1	1	0	0	
	2	4	0	-6	***-4***	-3	0	1	0	
	3	5	0	3	1	2	0	0	1	
			f=0	Δ_j	2	4	0	0	0	l=2 k=1
				θ	2/4	4/3	-	-	-	
1	1	3	0	3/2	0	5/4	1	-3/4	0	
	2	1	-2	3/2	1	3/4	0	-1/4	0	
	3	5	0	3/2	0	5/4	0	1/4	1	
			f=-3	Δ_j	0	5/2	0	1/2	0	

f=3

X=(3/2; 0; 3/2; 0; 3/2)

Пример 2. Дана ЗЛП

$$\min(6x_1 + 3x_2)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 - 3x_2 \geq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Приведем ЗЛП к каноническому виду

$$\max(-6x_1 - 3x_2)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - S_1 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - S_2 = 2, \\ x_{1,2} \geq 0, \\ S_{1,2,3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\max(-6x_1 - 3x_2)$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + S_1 = -1, \\ -2x_1 + 3x_2 + S_2 = -2, \\ x_{1,2} \geq 0, \\ S_{1,2,3} \geq 0 \end{cases}$$

$$f = -6x_1 - 3x_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

S	i	N	CN	b	a_1	a_2	a_3	a_4	
0	1	3	0	-1	3	-1	1	0	
	2	4	0	-2	-2	3	0	1	
			f=0	Δ_j	6	3	0	0	l=2 k=1
				θ	3	-	-	-	
1	1	3	0	-4	0	7/2	1	3/2	
	2	1	-6	1	1	-3/2	0	-1/2	
		Δ_j		f=-6	0	12	0	3	

$b_l = -4 < 0$, все $a_{lj} \geq 0$, решения нет