

## Семинар 28

### Общая информация

- В задачнике термин «метрическое векторное пространство» означает «евклидово векторное пространство».

### Задачи:

1. Задачник. §44, задача 44.3.
2. Задачник. §44, задача 44.4.
3. Задачник. §44, задача 44.6.
4. Задачник. §44, задача 44.7.
5. Диагонализуются ли следующие операторы в  $\mathbb{R}^5$

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ & -1 & \\ & 2 & 1 & 4 \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & -1 & -2 \\ & & 1 \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

6. Пусть заданы две матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 2 & 9 \\ -1 & 7 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Пусть операторы  $\phi, \psi: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$  задан матрицами

$$\phi = \begin{pmatrix} AB & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \text{ и } \psi = \begin{pmatrix} -A & 0 \\ 0 & A^t B^t \end{pmatrix}$$

Выяснить  $\phi$  или  $\psi$  имеет больше вещественных собственных значений с учетом кратности.

7. Пусть задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти все комплексные собственные значения матрицы  $A^2 + A^{-1}$ .

8. Пусть заданы три матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть операторы  $\phi, \psi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  заданы матрицами

$$\phi = \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix} \text{ и } \psi = \begin{pmatrix} A^t & 0 \\ C^t & B^t \end{pmatrix}$$

Сравните количество инвариантных подпространств для  $\phi$  и  $\psi$ .

9. Задачник. §44, задача 44.9 (а, б).