

Семинар 27

Общая информация

- В задачнике термин «метрическое векторное пространство» означает «евклидово векторное пространство».

Задачи:

1. Диагонализуется ли следующий оператор в \mathbb{R}^5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ & -1 & -2 & -3 & -4 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ & & & -1 & -2 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

2. Пусть заданы две матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 2 & 9 \\ -1 & 7 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Пусть операторы $\phi, \psi: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$ задан матрицами

$$\phi = \begin{pmatrix} AB & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \text{ и } \psi = \begin{pmatrix} -A & 0 \\ 0 & A^t B^t \end{pmatrix}$$

Выяснить ϕ или ψ имеет больше вещественных собственных значений с учетом кратности.

3. Найти собственные значения и вектора для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} & 1 & & 1 \\ 1 & & 1 & \\ & 1 & & 1 \\ 1 & & 1 & \end{pmatrix}$$

4. Задачник. §44, задача 44.3.

5. Задачник. §44, задача 44.4.

6. Задачник. §44, задача 44.6.

7. Задачник. §44, задача 44.7.

8. Пусть заданы три матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть операторы $\phi, \psi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ заданы матрицами

$$\phi = \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix} \text{ и } \psi = \begin{pmatrix} A^t & 0 \\ C^t & B^t \end{pmatrix}$$

Сравните количество инвариантных подпространств для ϕ и ψ .

9. Задачник. §44, задача 44.9 (а, б).

10. Задачник. §41, задача 41.45 (а).