

## MATHS - IV

## Assignment

Akshit Goyal

4I - 1

01114803120

- Q1 A company manufacture 2 types of cloth, using 3 different types of wool. One yard length of type A cloth (4oz red, 5oz green, 3oz yellow wool) makes a profit of ₹5 & one yard type B cloth (5oz red, 2oz green, 8oz yellow wool) makes a profit of ₹3. 1000 oz of red, 1000 oz of green & 1200 oz of yellow wool available. Formulate LPP to find combination of A & B to maximize profit.

A.	Cloth A	Cloth B	Max Available
Red wool	4	5	1000
Green wool	5	2	1000
Yellow wool	3	8	1200
Profits	5	3	

Let length of cloth A produced =  $x$

Let length of cloth B produced =  $y$

then, the LPP is

$$\text{Maximise } Z = 5x + 3y$$

given for constraints,

$$4x + 5y \leq 1000$$

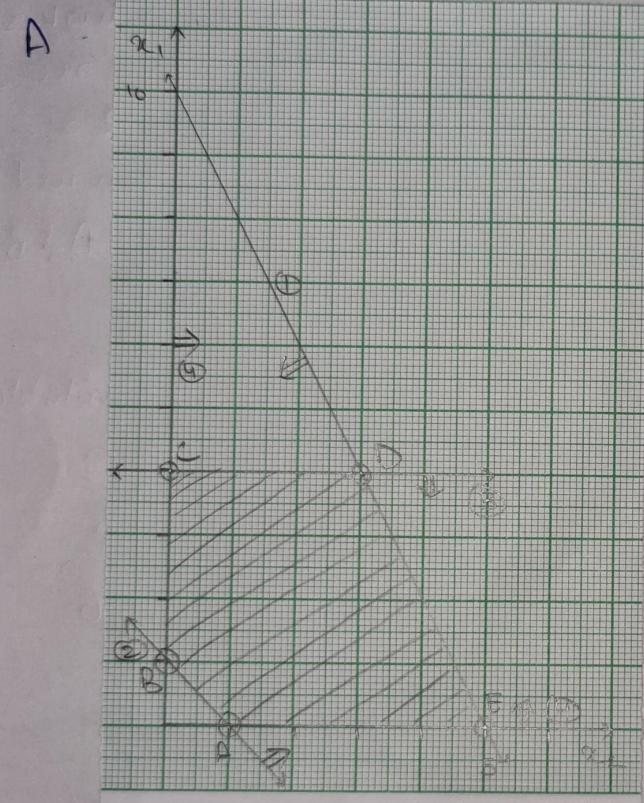
$$5x + 2y \leq 1000$$

$$3x + 8y \leq 1200$$

$$x, y \geq 0$$

Q2 Min  $Z = x_1 + x_2$

s.t.  $x_1 + 2x_2 \leq 10$   
 $x_1 + x_2 \geq 1$   
 $x_1 \leq 4$   
 $x_1, x_2 \geq 0$



Since the feasible region is concave.  
The optimal solution (maximum or minimum)  
is at the vertices of the region.

$x_1$	$x_2$	$Z$
1	0	1
0	1	1
4	0	4
4	3	7
0	5	5

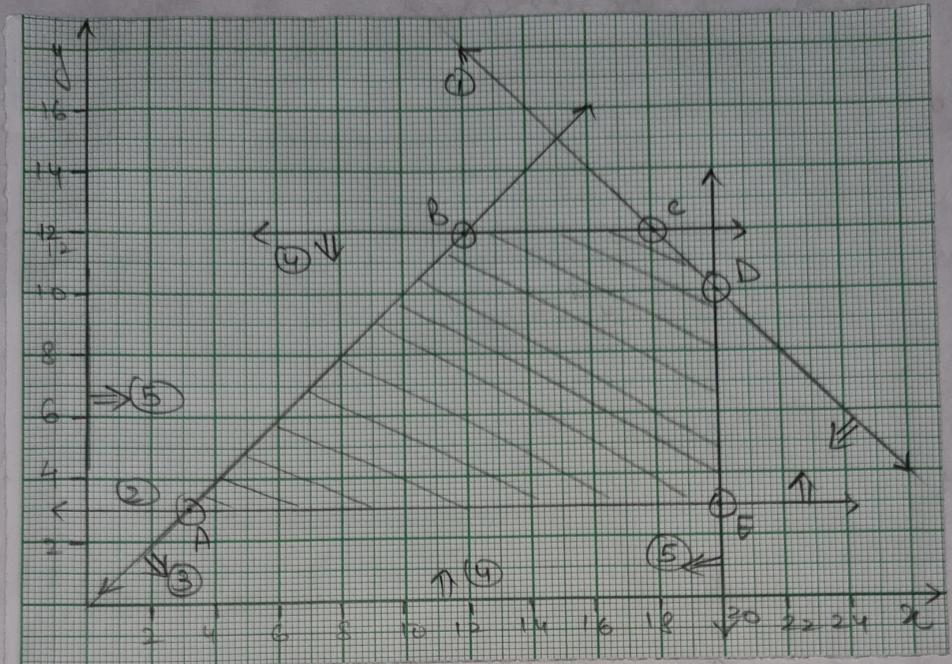
Min  
Max

Every point on the line AB is a solution.  
There are infinite number of solutions.

Q3 Max  $Z = 2x + 3y$

s.t.  $x + y \leq 30$   
 $y \geq 8$   
 $x \geq y$   
 $0 \leq x \leq 20$   
 $0 \leq y \leq 12$

A.



Since feasible region is concave, The optimal solution (max or min) exists at the vertices of the region.

$x$	$y$	$z$
3	3	15
12	12	60
<b>18</b>	<b>12</b>	<b>72</b>
20	10	70
20	3	46

$$x = 18 \text{ & } y = 12$$

gives Maximum value  
for  $z = 2x + 3y$

Q4 Max  $Z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$

$$\text{s.t. } 6x_1 - 3x_2 \leq 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 10$$

$$4x_1 + 3x_3 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A. Since  $x_3$  is unrestricted,

let  $x_3 = x_3' - x_3''$   
thus, constraints are:

$$6x_1 - 3x_2 \leq 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3' - 4x_3'' \geq 10$$

$$4x_1 + 3x_3' - 3x_3'' \leq 2$$

$$x_1, x_2, x_3', x_3'' \geq 0$$

After introducing slack & surplus variables, the standard form is:

Maximise  $Z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3' - 5x_3''$

s.t.

$$6x_1 - 3x_2 + S_1 = 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3' - 4x_3'' - S_2 = 10$$

$$4x_1 + 3x_3' - 3x_3'' + S_3 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3', x_3'', S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

Q5 Max  $Z = 5x_1 + 3x_2$

s.t.  $3x_1 + 5x_2 \leq 15$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A. Standard Form:

Maximize  $Z = 5x_1 + 3x_2$

s.t.  $3x_1 + 5x_2 + S_1 = 15$

$$5x_1 + 2x_2 + S_2 = 10$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

Non-Basic	Basic	Basic Sol <sup>n</sup>	Feasible	Objective Value
$(x_1, x_2)$	$(S_1, S_2)$	$(15, 10)$	Yes	0
$(x_1, S_1)$	$(x_2, S_2)$	$(3, 4)$	Yes	9
$(x_1, S_2)$	$(x_2, S_1)$	$(5, -10)$	No	-
$(x_2, S_1)$	$(x_1, S_2)$	$(5, -15)$	No	-
$(x_2, S_2)$	$(x_1, S_1)$	$(2, 9)$	Yes	10
$(S_1, S_2)$	$(x_1, x_2)$	$(\frac{80}{19}, \frac{45}{19})$	Yes	$235/19$

Max value of  $Z = 5x_1 + 3x_2$  is  $\frac{235}{19} \approx 12.37$

Q6 Min  $Z = x_1 - 3x_2 + 3x_3$

s.t.  $3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$

$2x_1 + 4x_2 \geq -12$

$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ .

A. Standard form:

Maximise  $Z = -x_1 + 3x_2 - 3x_3$

s.t.  $3x_1 - x_2 + 2x_3 + S_1 = 7$

$-2x_1 - 4x_2 + S_2 = 12$

$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 + S_3 = 10$

$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$ .

Non Basic	Basic	Basic Sol <sup>n</sup>	Feasible	Value
$(x_1, x_2, x_3)$	$(S_1, S_2, S_3)$	$(7, 12, 10)$	Yes	0
$(x_1, x_2, S_1)$	$(S_2, S_3, x_3)$	$(12, 18, 7/2)$	No	-
$(x_1, x_2, S_2)$	$(S_1, S_3, x_3)$		No	-
$(x_1, x_2, S_3)$	$(S_1, S_2, x_3)$	$(9/2, 12, 5/4)$	Yes	$-15/4$
$(x_1, x_3, S_1)$	$(S_2, S_3, x_2)$	$(-14, 81, -7)$	No	-
$(x_1, x_3, S_2)$	$(S_1, S_3, x_2)$	$(-3)$	No	-
$(x_1, x_3, S_3)$	$(S_1, S_2, x_2)$	$(\frac{81}{3}, \frac{76}{3}, \frac{10}{3})$	Yes	10

$x_2 x_3 S_1 \cap (\alpha, S_2 S_3)$	$\left(\frac{7}{3}, \frac{58}{3}, \frac{58}{3}\right)$	Yes	- 7/3
$x_2 x_3 S_2 \cap (\alpha, S_1 S_3)$	$(-6, 25, -14)$	No	-
$x_2 x_3 S_3 \cap (\alpha, S_1 S_2)$	$(-\frac{5}{2})$	No	-
$\alpha, S_1 S_2 \cap (x_2 x_3 S_3)$	$(-3, 2, 8)$	No	-
$\alpha, S_1 S_3 \cap (x_2 x_3 S_2)$	$(-\frac{18}{7})$	No	-
$\alpha, S_2 S_3 \cap (x_2 x_3 S_1)$	$(-3)$	No	-
$\alpha_2 S_1 S_2 \cap (\alpha_1 x_3 S_3)$	$(-6)$	No	-
$x_2 S_1 S_3 \cap (\alpha_1 x_3 S_2)$	$(\frac{29}{37}, \frac{11}{7}, \frac{102}{7})$	Yes	- 6/7
$x_2 S_2 S_3 \cap (\alpha_1 x_3 S_1)$	$(-6)$	No	-
$\alpha_3 S_1 S_2 \cap (\alpha, x_2 S_3)$		No	-
$x_3 S_1 S_3 \cap (\alpha, x_2 S_2)$	$(\frac{31}{7}, -\frac{18}{7})$	No	-
$\alpha_3 S_2 S_3 \cap (\alpha, x_2 S_1)$		No	-
$S_1 S_2 S_3 \cap (\alpha, x_2 x_3)$	$(-\frac{6}{35})$	No	-

Max value of  $Z = -x_1 + 3x_2 - 3x_3$

is 10 for  $x_1 = x_3 = S_3 = 0$

$$\& S_1 = \frac{31}{3} \quad S_2 = \frac{76}{3} \quad x_2 = \frac{10}{3}$$

Q7 Max  $Z = 4x_1 + 9x_2 + 2x_3$

$$\text{s.t. } 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

A. Primal sol.

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 9x_2 + 2x_3 + 0.x_4 + 0.x_5$$

$$\text{s.t. } 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 0.x_5 = 7$$

$$3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 0.x_4 + 0.x_5 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Dual  
Min  
S.

Q8

13

Dual is:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } W &= 7y_1 + 5y_2 \\ \text{s.t. } 2y_1 + 3y_2 &\geq 4 \\ 3y_1 - 2y_2 &\geq 9 \\ 2y_1 + 4y_2 &\geq 2 \\ y_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

17

Q8 Max  $Z = -3x_1 - 2x_2$

s.t.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 1 \\ x_1 + x_2 &\leq 7 \\ x_1 + 2x_2 &\geq 10 \\ x_2 &\geq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

A. Max  $Z = -3x_1 - 2x_2$

s.t.

$$\begin{aligned} -x_1 - x_2 &\leq -1 \\ x_1 + x_2 &\leq 7 \\ -x_1 - 2x_2 &\leq 10 \\ -x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  constraints LPP is

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= -3x_1 - 2x_2 + 0S_1 + 0.S_2 + 0.S_3 + 0.S_4 \\ -x_1 - x_2 + S_1 &= -1 \\ -x_1 + x_2 + S_2 &= 7 \\ -x_1 - 2x_2 + S_3 &= 10 \\ -x_2 + S_4 &= 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

89.

Initial Basic feasible solution is

$C_B$	$T_0$	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$\text{Sol}^n$
	$Z$	-3	-2	0	0	0	0	0
0	$S_1$	-1	<u>-1</u>	1	0	0	0	-1
0	$S_2$	1	1	0	1	0	0	7
0	$S_3$	-1	-2	0	0	1	0	10
0	$S_4$	0	-1	0	0	0	1	3

$$Z_j^* - C_j^* = C_B \times j - C_j \\ = 3 - 2 = 0 - 0 = 0 - 0 = 0$$

$$\text{Max ratio } Z_j^* - C_j^* = \text{Max}[-3, -2] = -2$$

Key Row  $\Rightarrow$

$C_B$	$T_1$	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$\text{Sol}^n$
	$Z$	-3	-2	0	0	0	0	0
-2	$x_2$	1	1	-1	0	0	0	1
0	$S_2$	0	0	1	1	0	0	6
0	$S_3$	1	0	-2	0	1	0	12
0	$S_4$	1	0	-1	0	0	1	4

$$Z_j^* - C_j^* = 1 - 0 = 2 - 0 = 0 - 0 = 0$$

Optimal table found & optimal solution is

given by  $x_1 = 0$  &  $x_2 = 1$

$$\text{Max } Z = -3x_1 - 2x_2 =$$

$$\text{Max } Z = C_B \times \text{Sol}^n = -2$$

Q10

Reg

Q9.

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
J <sub>1</sub>	15	10	9
J <sub>2</sub>	9	15	10
J <sub>3</sub>	10	12	8

A.

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
J <sub>1</sub>	15	10	19
J <sub>2</sub>	9	15	10
J <sub>3</sub>	10	12	8

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
J <sub>1</sub>	6	11	0
J <sub>2</sub>	10	6	1
J <sub>3</sub>	2	4	0

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
J <sub>1</sub>	6	10	0
J <sub>2</sub>	10	5	1
J <sub>3</sub>	2	3	0

Optimal Assignment

is

J<sub>1</sub> → M<sub>2</sub>J<sub>2</sub> → M<sub>1</sub>J<sub>3</sub> → M<sub>3</sub>

Q10

	A	B	C	D	Available
I	21	16	25	13 ⑪	X <sub>0</sub> 3
II	17 ⑥	18 ③	11	2 3 ④	8 15 7 3 3 3 3
III	3 ③	27 ⑦	18 ⑫	4 1	19 7 9 9 9 ⑨
Required	60	10	12	15 4	42 43
	4	2	4	⑩	
	② ⑥	9	4	18	
	9	4		⑮	
	9	4			
	⑨	4			

	A	B	C	D	
I	21	16	25	130	Transportation cost
II	17⑥	18③	14	23④	$= 13 \times 11 + 17 \times 6 + 18 \times 3$ $+ 23 \times 4 + 27 \times 7 +$ $18 \times 12$
III	33	27⑦	18⑫	41	$= 130 + 13 + 60 + 42 + 30$ $+ 24 + 80 + 12$ $+ 140 + 49 + 180$ $+ 36$

$\therefore = 796$

Inventory in units

Stockouts      A      B      C      D      A      B      C      D  
 6      11      13      12      13      12      11      12  
 13      15      16      14      15      14      13      15  
 14      16      18      13      17      16      14      16  
 15      17      19      15      18      17      15      17  
 16      18      20      16      19      18      16      18  
 17      19      21      17      20      19      17      19  
 18      20      22      18      21      20      18      20  
 19      21      23      19      22      21      19      21  
 20      22      24      20      23      22      20      22  
 21      23      25      21      24      23      21      23  
 22      24      26      22      25      24      22      24  
 23      25      27      23      26      25      23      25  
 24      26      28      24      27      26      24      26  
 25      27      29      25      28      27      25      27  
 26      28      30      26      29      28      26      28  
 27      29      31      27      30      29      27      29  
 28      30      32      28      31      30      28      30  
 29      31      33      29      32      31      29      31  
 30      32      34      30      33      32      30      32  
 31      33      35      31      34      33      31      33  
 32      34      36      32      35      34      32      34  
 33      35      37      33      36      35      33      35  
 34      36      38      34      37      36      34      36  
 35      37      39      35      38      37      35      37  
 36      38      40      36      39      38      36      38  
 37      39      41      37      40      39      37      39  
 38      40      42      38      41      40      38      40  
 39      41      43      39      42      41      39      41  
 40      42      44      40      43      42      40      42  
 41      43      45      41      44      43      41      43  
 42      44      46      42      45      44      42      44  
 43      45      47      43      46      45      43      45  
 44      46      48      44      47      46      44      46  
 45      47      49      45      48      47      45      47  
 46      48      50      46      49      48      46      48  
 47      49      51      47      50      49      47      49  
 48      50      52      48      51      50      48      50  
 49      51      53      49      52      51      49      51  
 50      52      54      50      53      52      50      52  
 51      53      55      51      54      53      51      53  
 52      54      56      52      55      54      52      54  
 53      55      57      53      56      55      53      55  
 54      56      58      54      57      56      54      56  
 55      57      59      55      58      57      55      57  
 56      58      60      56      59      58      56      58  
 57      59      61      57      60      59      57      59  
 58      60      62      58      61      60      58      60  
 59      61      63      59      62      61      59      61  
 60      62      64      60      63      62      60      62  
 61      63      65      61      64      63      61      63  
 62      64      66      62      65      64      62      64  
 63      65      67      63      66      65      63      65  
 64      66      68      64      67      66      64      66  
 65      67      69      65      68      67      65      67  
 66      68      70      66      69      68      66      68  
 67      69      71      67      70      69      67      69  
 68      70      72      68      71      70      68      70  
 69      71      73      69      72      71      69      71  
 70      72      74      70      73      72      70      72  
 71      73      75      71      74      73      71      73  
 72      74      76      72      75      74      72      74  
 73      75      77      73      76      75      73      75  
 74      76      78      74      77      76      74      76  
 75      77      79      75      78      77      75      77  
 76      78      80      76      79      78      76      78  
 77      79      81      77      80      79      77      79  
 78      80      82      78      81      80      78      80  
 79      81      83      79      82      81      79      81  
 80      82      84      80      83      82      80      82  
 81      83      85      81      84      83      81      83  
 82      84      86      82      85      84      82      84  
 83      85      87      83      86      85      83      85  
 84      86      88      84      87      86      84      86  
 85      87      89      85      88      87      85      87  
 86      88      90      86      89      88      86      88  
 87      89      91      87      90      89      87      89  
 88      90      92      88      91      90      88      90  
 89      91      93      89      92      91      89      91  
 90      92      94      90      93      92      90      92  
 91      93      95      91      94      93      91      93  
 92      94      96      92      95      94      92      94  
 93      95      97      93      96      95      93      95  
 94      96      98      94      97      96      94      96  
 95      97      99      95      98      97      95      97  
 96      98      100      96      99      98      96      98  
 97      99      101      97      100      99      97      99  
 98      100      102      98      101      100      98      100  
 99      101      103      99      102      101      99      101  
 100      102      104      100      103      102      100      102  
 101      103      105      101      104      103      101      103  
 102      104      106      102      105      104      102      104  
 103      105      107      103      106      105      103      105  
 104      106      108      104      107      106      104      106  
 105      107      109      105      108      107      105      107  
 106      108      110      106      109      108      106      108  
 107      109      111      107      110      109      107      109  
 108      110      112      108      111      110      108      110  
 109      111      113      109      112      111      109      111  
 110      112      114      110      113      112      110      112  
 111      113      115      111      114      113      111      113  
 112      114      116      112      115      114      112      114  
 113      115      117      113      116      115      113      115  
 114      116      118      114      117      116      114      116  
 115      117      119      115      118      117      115      117  
 116      118      120      116      119      118      116      118  
 117      119      121      117      120      119      117      119  
 118      120      122      118      121      120      118      120  
 119      121      123      119      122      121      119      121  
 120      122      124      120      123      122      120      122  
 121      123      125      121      124      123      121      123  
 122      124      126      122      125      124      122      124  
 123      125      127      123      126      125      123      125  
 124      126      128      124      127      126      124      126  
 125      127      129      125      128      127      125      127  
 126      128      130      126      129      128      126      128  
 127      129      131      127      130      129      127      129  
 128      130      132      128      131      130      128      130  
 129      131      133      129      132      131      129      131  
 130      132      134      130      133      132      130      132  
 131      133      135      131      134      133      131      133  
 132      134      136      132      135      134      132      134  
 133      135      137      133      136      135      133      135  
 134      136      138      134      137      136      134      136  
 135      137      139      135      138      137      135      137  
 136      138      140      136      139      138      136      138  
 137      139      141      137      140      139      137      139  
 138      140      142      138      141      140      138      140  
 139      141      143      139      142      141      139      141  
 140      142      144      140      143      142      140      142  
 141      143      145      141      144      143      141      143  
 142      144      146      142      145      144      142      144  
 143      145      147      143      146      145      143      145  
 144      146      148      144      147      146      144      146  
 145      147      149      145      148      147      145      147  
 146      148      150      146      149      148      146      148  
 147      149      151      147      150      149      147      149  
 148      150      152      148      151      150      148      150  
 149      151      153      149      152      151      149      151  
 150      152      154      150      153      152      150      152  
 151      153      155      151      154      153      151      153  
 152      154      156      152      155      154      152      154  
 153      155      157      153      156      155      153      155  
 154      156      158      154      157      156      154      156  
 155      157      159      155      158      157      155      157  
 156      158      160      156      159      158      156      158  
 157      159      161      157      160      159      157      159  
 158      160      162      158      161      160      158      160  
 159      161      163      159      162      161      159      161  
 160      162      164      160      163      162      160      162  
 161      163      165      161      164      163      161      163  
 162      164      166      162      165      164      162      164  
 163      165      167      163      166      165      163      165  
 164      166      168      164      167      166      164      166  
 165      167      169      165      168      167      165      167  
 166      168      170      166      169      168      166      168  
 167      169      171      167      170      169      167      169  
 168      170      172      168      171      170      168      170  
 169      171      173      169      172      171      169      171  
 170      172      174      170      173      172      170      172  
 171      173      175      171      174      173      171      173  
 172      174      176      172      175      174      172      174  
 173      175      177      173      176      175      173      175  
 174      176      178      174      177      176      174      176  
 175      177      179      175      178      177      175      177  
 176      178      180      176      179      178      176      178  
 177      179      181      177      180      179      177      179  
 178      180      182      178      181      180      178      180  
 179      181      183      179      182      181      179      181  
 180      182      184      180      183      182      180      182  
 181      183      185      181      184      183      181      183  
 182      184      186      182      185      184      182      184  
 183      185      187      183      186      185      183      185  
 184      186      188      184      187      186      184      186  
 185      187      189      185      188      187      185      187  
 186      188      190      186      189      188      186      188  
 187      189      191      187      190      189      187      189  
 188      190      192      188      191      190      188      190  
 189      191      193      189      192      191      189      191  
 190      192      194      190      193      192      190      192  
 191      193      195      191      194      193      191      193  
 192      194      196      192      195      194      192      194  
 193      195      197      193      196      195      193      195  
 194      196      198      194      197      196      194      196  
 195      197      199      195      198      197      195      197  
 196      198      200      196      199      198      196      198  
 197      199      201      197      200      199      197      199  
 198      200      202      198      201      200      198      200  
 199      201      203      199      202      201      199      201  
 200      202      204      200      203      202      200      202  
 201      203      205      201      204      203      201      203  
 202      204      206      202      205      204      202      204  
 203      205      207      203      206      205      203      205  
 204      206      208      204      207      206      204      206  
 205      207      209      205      208      207      205      207  
 206      208      210      206      209      208      206      208  
 207      209      211      207      210      209      207      209  
 208      210      212      208      211      210      208      210  
 209      211      213      209      212      211      209      211  
 210      212      214      210      213      212      210      212  
 211      213      215      211      214      213      211      213  
 212      214      216      212      215      214      212      214  
 213      215      217      213      216      215      213      215  
 214      216      218      214      217      216      214      216  
 215      217      219      215      218      217      215      217  
 216      218      220      216      219      218      216      218  
 217      219      221      217      220      219      217      219  
 218      220      222      218      221      220      218      220  
 219      221      223      219      222      221      219      221  
 220      222      224      220      223      222      220      222  
 221      223      225      221      224      223      221      223  
 222      224      226      222      225      224      222      224  
 223      225      227      223      226      225      223      225  
 224      226      228      224      227      226      224      226  
 225      227      229      225      228      227      225      227  
 226      228      230      226      229      228      226      228  
 227      229      231      227      230      229      227      229  
 228      230      232      228      231      230      228      230  
 229      231      233      229      232      231      229      231  
 230      232      234      230      233      232      230      232  
 231      233      235      231      234      233      231      233  
 232      234      236      232      235      234      232      234  
 233      235      237      233      236      235      233      235  
 234      236      238      234      237      236      234      236  
 235      237      239      235      238      237      235      237  
 236      238      240      236      239      238      236      238  
 237      239      241      237      240      239      237      239  
 238      240      242      238      241      240      238      240  
 239      241      243      239      242      241      239      241  
 240      242      244      240      243      242      240      242  
 241      243      245      241      244      243      241      243  
 242      244      246      242      245      244      242      244  
 243      245      247      243      246      245      243      245  
 244      246      248      244      247      246      244      246  
 245      247      249      245      248      247      245      247  
 246      248      250      246      249      248      246      248  
 247      249      251      247      250      249      247      249  
 248      250      252      248      251      250      248      250  
 249      251      253      249      252      251      249      251  
 250      252      254      250      253      252      250      252  
 251      253      255      251      254      253      251      253  
 252      254      256      252      255      254      252      254  
 253      255      257      253      256      255      253      255  
 254      256      258      254      257      256      254      256  
 255      257      259      255      258      257      255      257  
 256      258      260      256      259      258      256      258  
 257      259      261      257      260      259      257      259  
 258      260      262      258      261      260      258      260  
 259      261      263      259      262      261      259      261  
 260      262      264      260      263      262      260      262  
 261      263      265      261      264      263      261      263  
 262      264