



AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA
W KRAKOWIE**

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Rozwiązywanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi

Zadanie 6b

Maciej Kmąk

Informatyka WI AGH, II rok

1 Treść Zadania

Zdefiniuj trójdziagonalną macierz

$$A^{n \times n} = \begin{cases} k, & i = j, \\ \frac{1}{i+m}, & j = i+1, \\ \frac{k}{i+m+1}, & j = i-1, \\ 0, & |i-j| > 1. \end{cases}$$

przy czym w zadaniu przyjmujemy

$$k = 6, \quad m = 4.$$

Oblicz wektor $x_{\text{zadany}} \in \{-1, 1\}^n$ generowany jest losowo, $x_i \in \{-1, 1\}$

$$b = Ax_{\text{zadany}}.$$

Następnie, traktując x jako niewiadomą, rozwiąż układ

$$Ax = b$$

dwoma metodami:

- metodą eliminacji Gaussa,
- metodą Thomasa.

Ćwiczenia powtórz dla różnych rozmiarów n oraz dwóch precyzji zmiennoprzecinkowych: float32 i float64. Dla każdej konfiguracji zmierz i porównaj:

- błąd w wybranej normie,
- czas wykonania algorytmu (bez czasu generowania macierzy),
- zużycie pamięci.

2 Dane techniczne

Eksperymenty przeprowadzono na komputerze o następującej konfiguracji:

- System operacyjny: Windows 11 Pro
- Procesor: 12th Gen Intel (R) Core (TM) i5-1235U @ 1.3 GHz (10 rdzeni)
- Pamięć RAM: 16 GB DDR4
- Środowisko programistyczne:
 - Python 3.12
 - NumPy (`import numpy as np`) – obliczenia numeryczne
 - Pandas (`import pandas as pd`) – analiza i przetwarzanie danych
 - time (`import time`) – pomiar czasu wykonania fragmentów kodu

- `tracemalloc` (`import tracemalloc`) – profilowanie i pomiar zużycia pamięci
- `numpy.linalg.norm`, `numpy.linalg.inv` (`from numpy.linalg import norm, inv`) – obliczanie norm wektorów i odwrotności macierzy
- `Matplotlib` (`import matplotlib.pyplot as plt`) – tworzenie wykresów i wizualizacji
- `matplotlib.ticker.MaxNLocator` (`from matplotlib.ticker import MaxNLocator`) – zaawansowane formatowanie osi wykresów
- `functools.wraps` (`from functools import wraps`) – zachowywanie metadanych oryginalnej funkcji w dekoratorach

3 Przebieg Doświadczenia

Eksperyment przeprowadzono według następującego schematu:

1. Ustawienie parametrów badania.

- Ziarno generatora pseudolosowego: `np.random.seed(0)` dla powtarzalności.
- Rozmiary układu: $n \in \{2, \dots, 100\} \cup \{110, 120, \dots, 1000\}$.
- Precyzje zmiennoprzecinkowe: `float32`, `float64`.

2. Generowanie danych. Dla każdej pary (n, dtype) :

- Utworzono trzy wektory (dolny l , główny d , górny u) długości n lub $n-1$ za pomocą `make_tridiag_A1`.
- Wektor x_{true} wylosowano z $\{-1, 1\}^n$.
- Obliczono $b = A_{\text{tri}} x_{\text{true}}$, gdzie $A_{\text{tri}} = \text{diag}(d) + \text{diag}(u, 1) + \text{diag}(l, -1)$.

3. Rozwiązywanie układu $Ax = b$. Dla obu metod zmierzono czas wykonania oraz zużycie pamięci.

Metoda Thomasa

- Macierz przechowywana jako trzy wektory – pamięć $\mathcal{O}(n)$.
- Rozwiązanie w czasie liniowym $\mathcal{O}(n)$.

Eliminacja Gaussa

- Macierz pełna $n \times n$ – pamięć $\mathcal{O}(n^2)$.
- Rozwiązanie w czasie $\mathcal{O}(n^3)$.

4. Analiza wyników. Dla każdej metody i konfiguracji obliczono:

- błąd e_{max} : $\|x_{\text{true}} - x_{\text{calc}}\|_{\infty}$,
- błąd e_{euk} : $\|x_{\text{true}} - x_{\text{calc}}\|_2$,
- współczynnik uwarunkowania κ : $\text{cond}(A) = \|A\|_{\infty} \|A^{-1}\|_{\infty}$.

5. Wizualizacja. Wykresy porównawcze (czas, pamięć, błędy, współczynniki) wykonano za pomocą `Matplotlib` oraz `MaxNLocator` w skalach liniowej i logarytmicznej.

4 Wyniki doświadczenia

Poniżej zestawiono wybrane tabele podzbiorów wyników układów o rozmiarach

$$n \in \{2, 3, \dots, 10, 20, 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 750, 1000\}$$

Pełne wyniki umieszczono w sekcji **Pełne tabele** na końcu dokumentu.

4.1 Tabela wyników – Thomas

n	float32				float64			
	ϵ_{\max}	ϵ_{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	ϵ_{\max}	ϵ_{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
2	0.000e+00	0.000e+00	7.129e-04	9.500e+02	0.000e+00	0.000e+00	4.980e-05	9.600e+02
3	5.960e-08	5.960e-08	6.840e-05	9.120e+02	1.110e-16	1.110e-16	9.160e-05	9.840e+02
4	1.192e-07	1.192e-07	9.850e-05	9.400e+02	1.110e-16	1.110e-16	7.970e-05	1.040e+03
5	1.192e-07	1.333e-07	9.850e-05	9.680e+02	2.220e-16	2.220e-16	9.990e-05	1.096e+03
6	1.192e-07	1.192e-07	1.182e-04	9.960e+02	2.220e-16	3.331e-16	1.187e-04	1.152e+03
7	1.192e-07	1.788e-07	1.486e-04	1.024e+03	2.220e-16	2.719e-16	1.489e-04	1.208e+03
8	1.192e-07	1.788e-07	1.608e-04	1.052e+03	1.110e-16	1.923e-16	1.582e-04	1.264e+03
9	1.192e-07	2.230e-07	2.812e-04	1.080e+03	2.220e-16	3.846e-16	1.920e-04	1.320e+03
10	5.960e-08	5.960e-08	2.036e-04	1.108e+03	2.220e-16	2.937e-16	3.152e-04	1.376e+03
20	1.192e-07	2.308e-07	3.916e-04	1.388e+03	2.220e-16	3.331e-16	3.910e-04	1.936e+03
50	1.788e-07	3.909e-07	1.165e-03	2.228e+03	2.220e-16	7.022e-16	1.235e-03	3.616e+03
100	1.192e-07	6.166e-07	1.894e-03	3.628e+03	2.220e-16	1.047e-15	2.164e-03	6.416e+03
200	1.192e-07	7.633e-07	4.699e-03	6.428e+03	3.331e-16	1.506e-15	5.264e-03	1.202e+04
300	1.788e-07	9.629e-07	7.446e-03	9.308e+03	3.331e-16	1.720e-15	1.083e-02	1.770e+04
400	1.788e-07	1.132e-06	9.170e-03	1.211e+04	2.220e-16	1.769e-15	1.462e-02	2.330e+04
500	1.788e-07	1.176e-06	1.541e-02	1.491e+04	3.331e-16	2.161e-15	1.217e-02	2.890e+04
750	1.192e-07	1.507e-06	2.395e-02	2.191e+04	3.331e-16	2.753e-15	2.380e-02	4.290e+04
1000	1.788e-07	1.761e-06	5.323e-02	2.891e+04	3.331e-16	3.329e-15	3.504e-02	5.690e+04

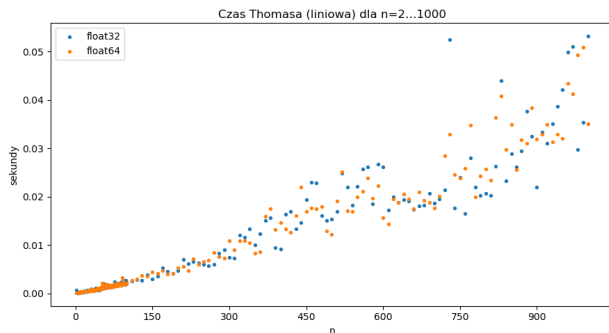
4.2 Tabela wyników – Gauss

n	float32				float64			
	ϵ_{\max}	ϵ_{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	ϵ_{\max}	ϵ_{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
2	0.000e+00	0.000e+00	5.003e-04	1.365e+03	0.000e+00	0.000e+00	1.368e-04	1.384e+03
3	5.960e-08	5.960e-08	2.748e-04	1.376e+03	1.110e-16	1.110e-16	1.781e-04	1.488e+03
4	1.192e-07	1.192e-07	2.613e-04	1.444e+03	1.110e-16	1.110e-16	2.167e-04	1.624e+03
5	1.192e-07	1.333e-07	3.871e-04	1.528e+03	2.220e-16	2.220e-16	3.023e-04	1.792e+03
6	1.192e-07	1.192e-07	4.195e-04	1.628e+03	2.220e-16	3.331e-16	3.638e-04	1.992e+03
7	1.192e-07	1.788e-07	5.984e-04	1.744e+03	2.220e-16	2.719e-16	5.345e-04	2.224e+03
8	1.192e-07	1.788e-07	7.069e-04	1.876e+03	1.110e-16	1.923e-16	9.618e-04	2.881e+03
9	1.192e-07	2.230e-07	1.080e-03	2.024e+03	2.220e-16	3.846e-16	6.944e-04	2.784e+03
10	5.960e-08	5.960e-08	9.397e-04	2.188e+03	2.220e-16	2.937e-16	8.721e-04	3.184e+03
20	1.192e-07	2.308e-07	2.707e-03	5.584e+03	2.220e-16	3.331e-16	2.573e-03	1.054e+04
50	1.788e-07	3.909e-07	1.554e-02	3.102e+04	2.220e-16	7.022e-16	1.490e-02	6.142e+04
100	1.192e-07	6.166e-07	5.359e-02	1.214e+05	2.220e-16	1.047e-15	5.651e-02	2.422e+05
200	1.192e-07	7.633e-07	2.736e-01	4.822e+05	3.331e-16	1.506e-15	4.543e-01	9.638e+05
300	1.788e-07	9.629e-07	8.278e-01	1.083e+06	3.331e-16	1.720e-15	8.710e-01	2.165e+06
400	1.788e-07	1.132e-06	1.678e+00	1.924e+06	2.220e-16	1.769e-15	1.711e+00	3.847e+06
500	1.788e-07	1.176e-06	1.821e+00	3.005e+06	3.331e-16	2.161e-15	1.797e+00	6.009e+06
750	1.192e-07	1.507e-06	4.008e+00	6.757e+06	3.331e-16	2.753e-15	3.948e+00	1.351e+07
1000	1.788e-07	1.761e-06	1.166e+01	1.201e+07	3.331e-16	3.329e-15	1.143e+01	2.402e+07

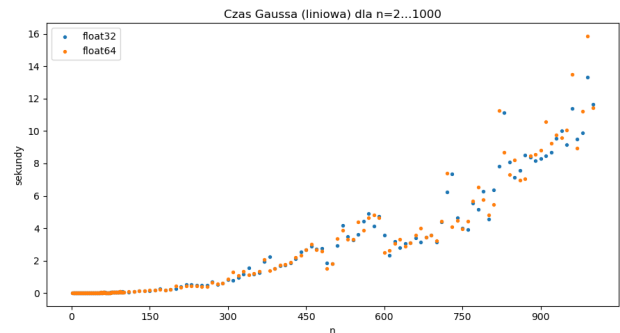
4.3 Wykresy

Poniżej przedstawiono wykresy obrazujące przebieg czasów obliczeń, zużycie pamięci oraz błędy e_{\max} i e_{euk} . Każdy wykres zawiera dwie serie odpowiadające precyzjom `float32` i `float64`. Dodatkowo sporządzono wykresy wspólne porównujące bezpośrednio różnice pomiędzy metodą Thomasa a eliminacją Gaussa w zakresie czasu, pamięci oraz obu norm błędów.

4.3.1 Czas obliczeń



(a) Thomas

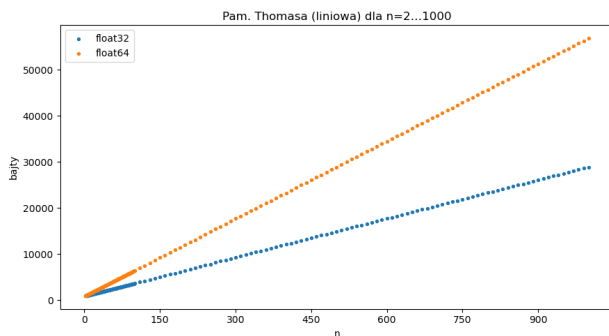


(b) Gauss

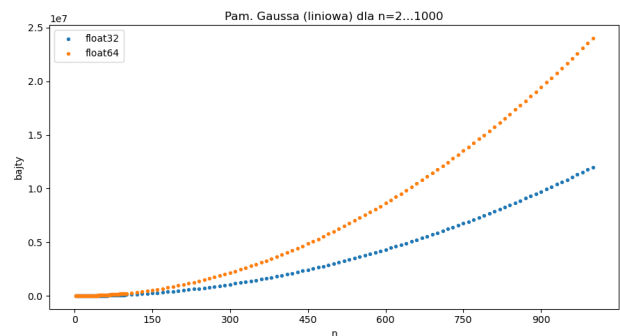
Rysunek 1: Porównanie czasu rozwiązania (w sekundach) $Ax = b$ w zależności od n .

Na podstawie wykresu 1 wyraźnie widać, że algorytm Thomasa charakteryzuje się złożonością liniową względem rozmiaru n (co przejawia się prostoliniowym przebiegiem czasu), dzięki czemu jest znacznie szybszy od pełnej eliminacji Gaussa, zwłaszcza dla dużych wartości n .

4.3.2 Zużycie pamięci



(a) Thomas

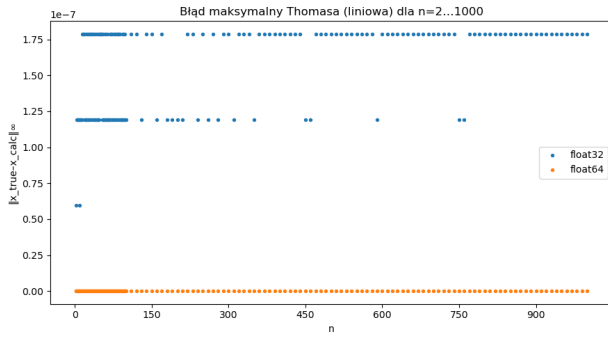


(b) Gauss

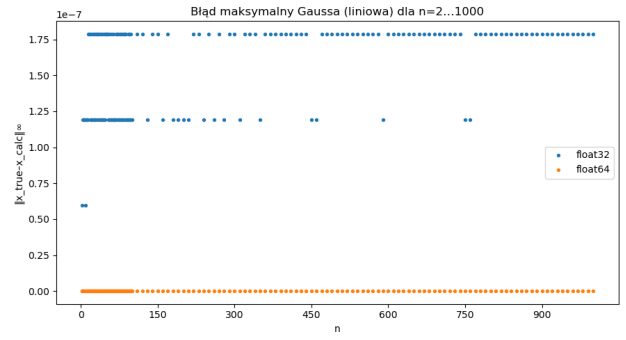
Rysunek 2: Porównanie zużycia pamięci (w bajtach) w zależności od n .

Na wykresie 2 widać, że metoda Thomasa zużywa pamięć proporcjonalnie do n (złożoność liniowa – trzy wektory długości n), podczas gdy eliminacja Gaussa wykazuje zależność kwadratową $\mathcal{O}(n^2)$, co jest zgodne z teoretycznymi przewidywaniami.

4.3.3 Błąd e_{\max}



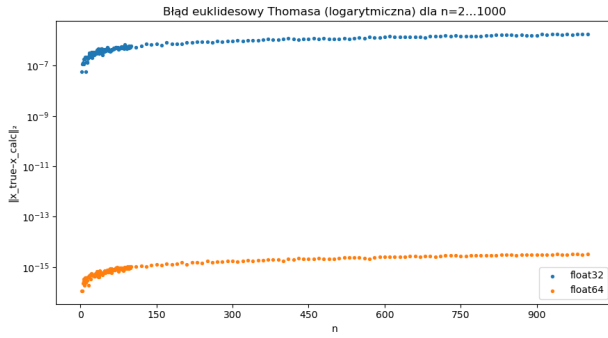
(a) Thomas



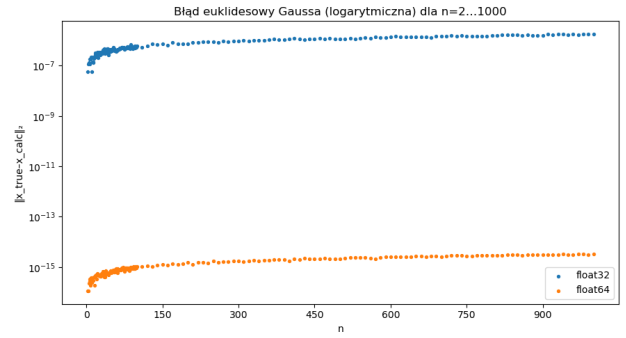
(b) Gauss

Rysunek 3: Porównanie błędu $e_{\max} = \|x_{\text{true}} - x_{\text{calc}}\|_{\infty}$ w zależności od n .

4.3.4 Błąd e_{euk}



(a) Thomas



(b) Gauss

Rysunek 4: Porównanie błędu $e_{\text{euk}} = \|x_{\text{true}} - x_{\text{calc}}\|_2$ w zależności od n w skali logarytmicznej.

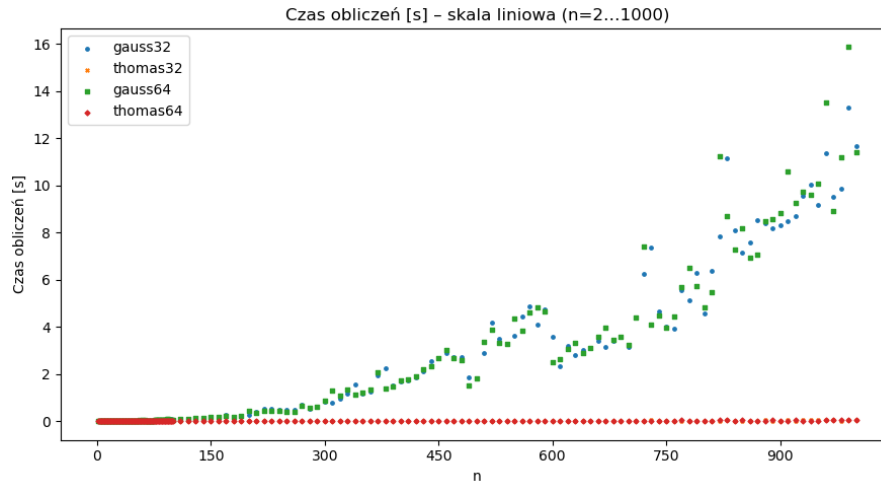
Na wykresach 3 i 4 nie obserwujemy istotnych różnic między metodą Thomasa a eliminacją Gaussa — zarówno w normie maksymalnej e_{\max} , jak i w normie euklidesowej e_{euk} obie metody zachowują porównywalną dokładność dla wszystkich badanych rozmiarów n oraz dokładności obliczeniowych.

4.4 Wykresy porównawcze

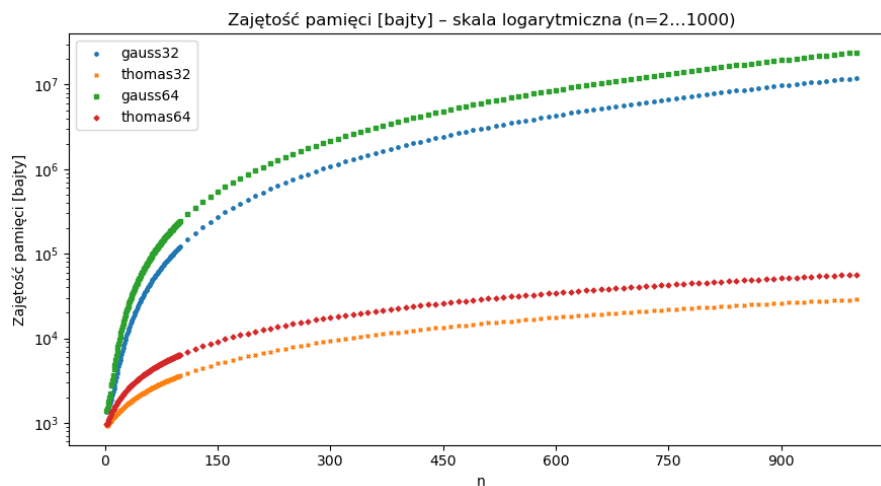
W tej sekcji prezentowane są porównawcze wykresy, na których jednocześnie umieszczono cztery serie danych:

- o – *circle marker* (okrągły znacznik) reprezentuje eliminację Gaussa w precyzji float32 (`gauss32`)
- x – *x marker* (znacznik krzyżyka) reprezentuje metodę Thomasa w precyzji float32 (`thomas32`)
- s – *square marker* (kwadratowy znacznik) reprezentuje eliminację Gaussa w precyzji float64 (`gauss64`)
- D – *diamond marker* (romb) reprezentuje metodę Thomasa w precyzji float64 (`thomas64`)

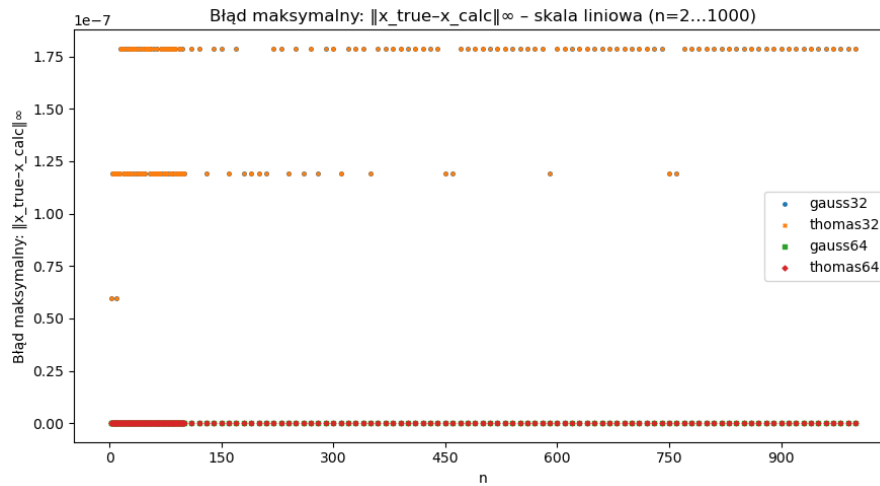
Dzięki temu można bezpośrednio ocenić wpływ wyboru metody i precyzji na czas wykonania, zużycie pamięci oraz wielkość błędów e_{\max} i e_{euk} w funkcji rozmiaru n .



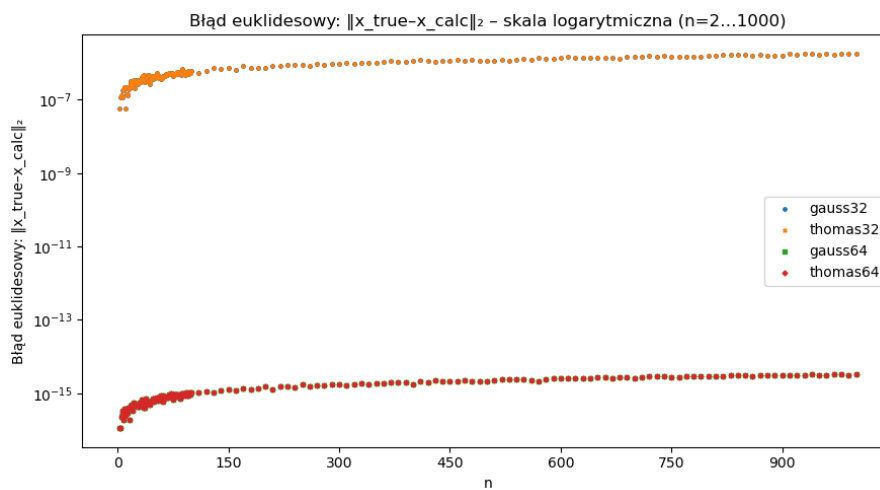
Rysunek 5: Porównanie czasu obliczeń (skala liniowa) dla metod Thomas i Gauss w obu precyzjach.



Rysunek 6: Porównanie zużycia pamięci (skala logarytmiczna) w zależności od n .



Rysunek 7: Porównanie błędu maksymalnego e_{\max} (skala liniowa) dla obu metod i precyzji.



Rysunek 8: Porównanie błędu euklidesowego e_{euk} (skala logarytmiczna) dla obu metod i precyzji.

5 Opracowanie Danych

Czas obliczeń

Na podstawie wykresu 5 wyraźnie widać, że algorytm Thomasa jest znacznie szybszy od eliminacji Gaussa. Przebieg czasu dla Thomasa rośnie liniowo wraz ze wzrostem n , podczas gdy czas Gaussa rośnie znacznie szybciej, co odpowiada teoretycznej złożoności $\mathcal{O}(n^3)$ dla metody pełnej eliminacji.

Zużycie pamięci

Wykres 6 pokazuje, że zużycie pamięci przez Thomasa również rośnie liniowo (przechowywane są trzy wektory długości n), natomiast dla Gaussa widać wyraźną zależność kwadratową – macierz $n \times n$ zajmuje $\mathcal{O}(n^2)$ pamięci. Dodatkowo porównanie precyzji `float32` vs `float64` pokazuje dwukrotne zwiększenie pamięci przy wyższej precyzji, zgodne z przewidywaniami teoretycznymi.

Dokładność rozwiązań

Z wykresów 7 oraz 8 wynika, że obie metody osiągają porównywalną dokładność – nie ma istotnych różnic w normie maksymalnej e_{\max} ani w normie euklidesowej e_{euk} pomiędzy Thomasem a Gaussem. Jedynym czynnikiem wpływającym na wielkość błędów jest precyzja arytmetyki (`float32` vs `float64`), a nie sam wybór algorytmu.

6 Podsumowanie Zagadnienia

Efektywność obliczeniowa

Metoda Thomasa, zoptymalizowana dla macierzy trójdzielnych, wykazała znacznie lepszą wydajność niż klasyczna eliminacja Gaussa. Doświadczenia pokazały, że czas rozwiązania rośnie liniowo wraz ze wzrostem rozmiaru układu ($\mathcal{O}(n)$), podczas gdy w przypadku Gaussa obserwujemy przyrost o złożoności sześcienną ($\mathcal{O}(n^3)$). Przewaga Thomasa staje się tym bardziej widoczna dla dużych wymiarów n .

Zużycie pamięci operacyjnej

Analiza pamięci potwierdziła teoretyczne oczekiwania: Thomas przechowuje jedynie trzy wektory o długości n ($\mathcal{O}(n)$), natomiast Gauss operuje na pełnej macierzy $n \times n$ ($\mathcal{O}(n^2)$). W praktyce oznacza to, że dla dużych, rzadkich układów trójdzielnych Thomas wymaga znacznie mniej pamięci, co czyni go rozwiązaniem zdecydowanie skuteczniejszym w środowiskach o ograniczonych zasobach.

Dokładność numeryczna

Zarówno metoda Thomasa, jak i eliminacja Gaussa osiągają porównywalną precyzję wyników przy tej samej arytmetyce zmiennoprzecinkowej. Różnice w wartościach błędów wynikają wyłącznie z ograniczeń precyzji (`float32` vs `float64`), nie zaś z samego algorytmu. Oznacza to, że obie metody są numerycznie stabilne w kontekście rozwiązywania układów z dobrze uwarunkowanymi trójdzielnymi macierzami.

7 Wnioski

Zgodność z teorią

Eksperymenty w pełni potwierdziły przewidywania analizy teoretycznej: dla struktur trójdzielnych metoda Thomasa jest najefektywniejsza zarówno czasowo, jak i pamięciowo, zaś uniwersalna metoda Gaussa, choć bardziej ogólna, obciążona jest znacznie wyższymi kosztami obliczeń i pamięci.

Rekomendacje

W zastosowaniach, gdzie macierz układu ma strukturę trójdzielną, metoda Thomasa powinna być metodą pierwszego wyboru. Eliminacja Gaussa pozostaje natomiast adekwatna w sytuacjach ogólnych, gdy macierz ma dowolną postać bądź wymagana jest większa elastyczność w stosunku do struktury danych.

Na następnych stronach, w sekcji **Pełne tabele**, przedstawiono szczegółowe wyniki dla wszystkich badanych rozmiarów n . Znajdują się tam wartości błędów e_{\max} i e_{euk} , czasy obliczeń oraz zużycie pamięci dla obu metod i obu precyzji. Pełny zestaw danych umożliwia pogłębioną analizę porównawczą oraz odtworzenie i weryfikację przeprowadzonych pomiarów.

8 Pełne tabele

8.1 Wyniki dla Thomasa

Tabela 1: Wyniki metody Thomas dla precyzji float32 vs float64

n	float32				float64			
	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
2	0.000e+00	0.000e+00	7.129e-04	9.500e+02	0.000e+00	0.000e+00	4.980e-05	9.600e+02
3	5.960e-08	5.960e-08	6.840e-05	9.120e+02	1.110e-16	1.110e-16	9.160e-05	9.840e+02
4	1.192e-07	1.192e-07	9.850e-05	9.400e+02	1.110e-16	1.110e-16	7.970e-05	1.040e+03
5	1.192e-07	1.333e-07	9.850e-05	9.680e+02	2.220e-16	2.220e-16	9.990e-05	1.096e+03
6	1.192e-07	1.192e-07	1.182e-04	9.960e+02	2.220e-16	3.331e-16	1.187e-04	1.152e+03
7	1.192e-07	1.788e-07	1.486e-04	1.024e+03	2.220e-16	2.719e-16	1.489e-04	1.208e+03
8	1.192e-07	1.788e-07	1.608e-04	1.052e+03	1.110e-16	1.923e-16	1.582e-04	1.264e+03
9	1.192e-07	2.230e-07	2.812e-04	1.080e+03	2.220e-16	3.846e-16	1.920e-04	1.320e+03
10	5.960e-08	5.960e-08	2.036e-04	1.108e+03	2.220e-16	2.937e-16	3.152e-04	1.376e+03
11	1.192e-07	2.230e-07	2.408e-04	1.136e+03	2.220e-16	2.483e-16	2.317e-04	1.432e+03
12	1.192e-07	1.460e-07	2.373e-04	1.164e+03	2.220e-16	3.846e-16	4.050e-04	1.488e+03
13	1.192e-07	1.460e-07	3.699e-04	1.192e+03	2.220e-16	3.846e-16	2.533e-04	1.544e+03
14	1.192e-07	1.333e-07	2.694e-04	1.220e+03	2.220e-16	2.937e-16	2.762e-04	1.600e+03
15	1.788e-07	1.977e-07	2.939e-04	1.248e+03	2.220e-16	4.003e-16	3.756e-04	1.656e+03
16	1.788e-07	2.308e-07	3.123e-04	1.276e+03	1.110e-16	1.923e-16	3.122e-04	1.712e+03
17	1.788e-07	3.154e-07	3.273e-04	1.304e+03	2.220e-16	4.003e-16	3.255e-04	1.768e+03
18	1.788e-07	2.796e-07	5.427e-04	1.332e+03	2.220e-16	4.441e-16	3.768e-04	1.824e+03
19	1.192e-07	2.149e-07	3.818e-04	1.360e+03	2.220e-16	4.965e-16	3.655e-04	1.880e+03
20	1.192e-07	2.308e-07	3.916e-04	1.388e+03	2.220e-16	3.331e-16	3.910e-04	1.936e+03
21	1.192e-07	2.796e-07	4.126e-04	1.416e+03	2.220e-16	5.551e-16	4.150e-04	1.992e+03
22	1.788e-07	3.476e-07	4.293e-04	1.444e+03	2.220e-16	4.839e-16	4.222e-04	2.048e+03
23	1.192e-07	2.065e-07	4.370e-04	1.472e+03	2.220e-16	5.324e-16	4.118e-04	2.104e+03
24	1.788e-07	3.476e-07	6.052e-04	1.500e+03	2.220e-16	4.710e-16	4.530e-04	2.160e+03
25	1.788e-07	3.154e-07	4.827e-04	1.528e+03	2.220e-16	4.839e-16	4.864e-04	2.216e+03
26	1.192e-07	3.039e-07	5.072e-04	1.556e+03	2.220e-16	4.441e-16	4.970e-04	2.272e+03
27	1.192e-07	2.731e-07	5.271e-04	1.584e+03	2.220e-16	4.300e-16	5.313e-04	2.328e+03
28	1.788e-07	3.424e-07	5.778e-04	1.612e+03	2.220e-16	4.300e-16	5.664e-04	2.384e+03
29	1.192e-07	3.476e-07	5.780e-04	1.640e+03	2.220e-16	4.578e-16	5.704e-04	2.440e+03
30	1.788e-07	3.097e-07	5.627e-04	1.668e+03	2.220e-16	5.661e-16	9.199e-04	2.496e+03
31	1.788e-07	2.980e-07	6.044e-04	1.696e+03	2.220e-16	4.441e-16	5.606e-04	2.552e+03
32	1.192e-07	3.626e-07	5.581e-04	1.724e+03	2.220e-16	6.568e-16	5.594e-04	2.608e+03
33	1.788e-07	4.172e-07	7.229e-04	1.752e+03	2.220e-16	5.979e-16	7.510e-04	2.664e+03
34	1.788e-07	4.380e-07	7.593e-04	1.780e+03	2.220e-16	5.207e-16	8.150e-04	2.720e+03
35	1.788e-07	4.805e-07	6.587e-04	1.808e+03	2.220e-16	5.088e-16	5.819e-04	2.776e+03
36	1.192e-07	4.172e-07	5.779e-04	1.836e+03	2.220e-16	4.003e-16	5.818e-04	2.832e+03
37	1.192e-07	3.097e-07	6.343e-04	1.864e+03	2.220e-16	4.154e-16	6.159e-04	2.888e+03
38	1.788e-07	3.954e-07	6.143e-04	1.892e+03	2.220e-16	7.280e-16	7.265e-04	2.944e+03
39	1.192e-07	3.154e-07	6.411e-04	1.920e+03	2.220e-16	5.207e-16	6.744e-04	3.000e+03
40	1.192e-07	3.154e-07	1.044e-03	1.948e+03	2.220e-16	6.378e-16	6.378e-04	3.056e+03
41	1.788e-07	4.617e-07	7.866e-04	1.976e+03	2.220e-16	5.769e-16	7.886e-04	3.112e+03
42	1.788e-07	4.617e-07	8.045e-04	2.004e+03	2.220e-16	5.551e-16	8.808e-04	3.168e+03
43	1.192e-07	2.666e-07	9.837e-04	2.032e+03	2.220e-16	4.965e-16	1.022e-03	3.224e+03
44	1.192e-07	3.265e-07	7.062e-04	2.060e+03	2.220e-16	5.551e-16	1.002e-03	3.280e+03
45	1.192e-07	3.722e-07	8.777e-04	2.088e+03	2.220e-16	5.769e-16	8.647e-04	3.336e+03
46	1.788e-07	4.130e-07	7.264e-04	2.116e+03	2.220e-16	6.280e-16	7.424e-04	3.392e+03
47	1.192e-07	3.674e-07	7.649e-04	2.144e+03	2.220e-16	6.181e-16	8.644e-04	3.448e+03
48	1.788e-07	4.339e-07	8.062e-04	2.172e+03	2.220e-16	7.109e-16	9.569e-04	3.504e+03
49	1.788e-07	4.500e-07	9.308e-04	2.200e+03	2.220e-16	5.875e-16	9.362e-04	3.560e+03
50	1.788e-07	3.909e-07	1.165e-03	2.228e+03	2.220e-16	7.022e-16	1.235e-03	3.616e+03
51	1.788e-07	4.298e-07	1.251e-03	2.256e+03	2.220e-16	7.364e-16	1.242e-03	3.672e+03
52	1.788e-07	4.617e-07	1.262e-03	2.284e+03	2.220e-16	6.661e-16	2.131e-03	3.728e+03
53	1.788e-07	5.264e-07	1.458e-03	2.312e+03	2.220e-16	7.611e-16	1.005e-03	3.784e+03
54	1.192e-07	4.693e-07	1.022e-03	2.340e+03	2.220e-16	6.378e-16	1.593e-03	3.840e+03
55	1.788e-07	4.842e-07	1.076e-03	2.368e+03	2.220e-16	7.109e-16	1.127e-03	3.896e+03
56	1.192e-07	3.998e-07	1.922e-03	2.396e+03	2.220e-16	7.772e-16	1.542e-03	3.952e+03
57	1.192e-07	4.130e-07	1.548e-03	2.424e+03	2.220e-16	8.006e-16	1.435e-03	4.008e+03
58	1.192e-07	4.215e-07	1.236e-03	2.452e+03	2.220e-16	6.474e-16	1.697e-03	4.064e+03
59	1.192e-07	3.722e-07	1.134e-03	2.480e+03	2.220e-16	8.600e-16	1.150e-03	4.120e+03
60	1.788e-07	4.043e-07	1.303e-03	2.508e+03	2.220e-16	7.022e-16	1.769e-03	4.176e+03
61	1.192e-07	4.130e-07	1.207e-03	2.536e+03	2.220e-16	5.769e-16	1.749e-03	4.232e+03
62	1.192e-07	4.539e-07	1.841e-03	2.564e+03	2.220e-16	8.600e-16	1.776e-03	4.288e+03
63	1.788e-07	4.339e-07	1.694e-03	2.592e+03	2.220e-16	8.308e-16	1.817e-03	4.344e+03
64	1.192e-07	4.539e-07	1.397e-03	2.620e+03	2.220e-16	7.530e-16	1.557e-03	4.400e+03
65	1.192e-07	5.093e-07	1.323e-03	2.648e+03	2.220e-16	7.611e-16	1.578e-03	4.456e+03

Tabela 1 – kontynuacja

n	float32				float64			
	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
66	1.192e-07	4.805e-07	1.650e-03	2.676e+03	2.220e-16	7.448e-16	1.642e-03	4.512e+03
67	1.192e-07	4.617e-07	1.359e-03	2.704e+03	2.220e-16	8.234e-16	1.285e-03	4.568e+03
68	1.192e-07	5.058e-07	1.288e-03	2.732e+03	2.220e-16	7.772e-16	1.290e-03	4.624e+03
69	1.788e-07	5.298e-07	1.391e-03	2.760e+03	2.220e-16	9.019e-16	1.615e-03	4.680e+03
70	1.788e-07	5.298e-07	1.514e-03	2.788e+03	2.220e-16	8.234e-16	1.322e-03	4.736e+03
71	1.192e-07	5.331e-07	1.661e-03	2.816e+03	2.220e-16	8.600e-16	1.470e-03	4.792e+03
72	1.788e-07	5.022e-07	1.366e-03	2.844e+03	2.220e-16	8.600e-16	1.364e-03	4.848e+03
73	1.788e-07	5.022e-07	1.694e-03	2.872e+03	2.220e-16	9.992e-16	1.394e-03	4.904e+03
74	1.192e-07	5.528e-07	1.447e-03	2.900e+03	2.220e-16	8.158e-16	1.397e-03	4.960e+03
75	1.192e-07	4.578e-07	1.539e-03	2.928e+03	2.220e-16	6.844e-16	1.494e-03	5.016e+03
76	1.192e-07	4.805e-07	1.869e-03	2.956e+03	2.220e-16	8.812e-16	1.885e-03	5.072e+03
77	1.788e-07	5.162e-07	2.441e-03	2.984e+03	2.220e-16	9.486e-16	1.498e-03	5.128e+03
78	1.788e-07	5.127e-07	1.894e-03	3.012e+03	2.220e-16	9.486e-16	1.529e-03	5.184e+03
79	1.192e-07	4.987e-07	1.758e-03	3.040e+03	2.220e-16	9.355e-16	1.543e-03	5.240e+03
80	1.788e-07	5.686e-07	1.527e-03	3.068e+03	2.220e-16	9.088e-16	1.521e-03	5.296e+03
81	1.192e-07	5.230e-07	1.572e-03	3.096e+03	2.220e-16	8.382e-16	1.563e-03	5.352e+03
82	1.192e-07	5.093e-07	1.646e-03	3.124e+03	2.220e-16	8.882e-16	1.623e-03	5.408e+03
83	1.788e-07	5.397e-07	1.780e-03	3.152e+03	2.220e-16	9.222e-16	2.143e-03	5.464e+03
84	1.788e-07	5.528e-07	1.673e-03	3.180e+03	2.220e-16	7.929e-16	1.690e-03	5.520e+03
85	1.788e-07	5.931e-07	2.095e-03	3.208e+03	2.220e-16	7.022e-16	1.672e-03	5.576e+03
86	1.192e-07	4.731e-07	1.695e-03	3.236e+03	2.220e-16	8.382e-16	1.865e-03	5.632e+03
87	1.788e-07	5.870e-07	1.796e-03	3.264e+03	2.220e-16	1.005e-15	1.963e-03	5.688e+03
88	1.788e-07	6.900e-07	1.974e-03	3.292e+03	2.220e-16	9.742e-16	1.752e-03	5.744e+03
89	1.192e-07	5.264e-07	1.708e-03	3.320e+03	2.220e-16	9.155e-16	1.680e-03	5.800e+03
90	1.192e-07	5.022e-07	2.347e-03	3.348e+03	2.220e-16	9.222e-16	1.739e-03	5.856e+03
91	1.192e-07	4.693e-07	2.064e-03	3.376e+03	2.220e-16	9.615e-16	1.864e-03	5.912e+03
92	1.192e-07	5.840e-07	1.934e-03	3.404e+03	2.220e-16	8.812e-16	3.202e-03	5.968e+03
93	1.192e-07	5.655e-07	2.611e-03	3.432e+03	2.220e-16	1.059e-15	2.483e-03	6.024e+03
94	1.788e-07	5.748e-07	2.007e-03	3.460e+03	2.220e-16	8.812e-16	1.937e-03	6.080e+03
95	1.788e-07	6.049e-07	1.913e-03	3.488e+03	2.220e-16	9.550e-16	2.019e-03	6.136e+03
96	1.192e-07	4.987e-07	1.920e-03	3.516e+03	2.220e-16	8.742e-16	1.814e-03	6.192e+03
97	1.192e-07	5.463e-07	1.855e-03	3.544e+03	2.220e-16	1.059e-15	1.894e-03	6.248e+03
98	1.788e-07	5.430e-07	2.649e-03	3.572e+03	2.220e-16	9.742e-16	2.000e-03	6.304e+03
99	1.192e-07	5.686e-07	2.258e-03	3.600e+03	2.220e-16	9.486e-16	2.148e-03	6.360e+03
100	1.192e-07	6.166e-07	1.894e-03	3.628e+03	2.220e-16	1.047e-15	2.164e-03	6.416e+03
110	1.788e-07	5.495e-07	2.497e-03	3.908e+03	2.220e-16	1.018e-15	2.699e-03	6.976e+03
120	1.788e-07	6.166e-07	2.892e-03	4.188e+03	3.331e-16	1.105e-15	2.912e-03	7.536e+03
130	1.192e-07	7.324e-07	2.664e-03	4.468e+03	2.220e-16	1.030e-15	3.638e-03	8.096e+03
140	1.788e-07	6.874e-07	3.759e-03	4.748e+03	2.220e-16	1.164e-15	3.581e-03	8.656e+03
150	1.788e-07	7.349e-07	2.901e-03	5.028e+03	3.331e-16	1.290e-15	4.363e-03	9.216e+03
160	1.192e-07	6.447e-07	3.470e-03	5.308e+03	2.220e-16	1.216e-15	4.164e-03	9.776e+03
170	1.788e-07	8.238e-07	5.319e-03	5.588e+03	3.331e-16	1.318e-15	4.655e-03	1.034e+04
180	1.192e-07	7.445e-07	4.578e-03	5.868e+03	3.331e-16	1.231e-15	3.923e-03	1.090e+04
190	1.192e-07	7.492e-07	4.134e-03	6.148e+03	2.220e-16	1.369e-15	4.181e-03	1.146e+04
200	1.192e-07	7.633e-07	4.699e-03	6.428e+03	3.331e-16	1.506e-15	5.264e-03	1.202e+04
210	1.192e-07	8.281e-07	6.938e-03	6.708e+03	2.220e-16	1.280e-15	5.611e-03	1.258e+04
220	1.788e-07	8.555e-07	6.069e-03	6.988e+03	3.331e-16	1.558e-15	4.710e-03	1.314e+04
230	1.788e-07	8.941e-07	6.535e-03	7.268e+03	2.220e-16	1.510e-15	7.106e-03	1.370e+04
240	1.192e-07	9.098e-07	6.257e-03	7.548e+03	2.220e-16	1.477e-15	5.984e-03	1.426e+04
250	1.788e-07	9.079e-07	6.013e-03	7.828e+03	3.331e-16	1.695e-15	6.523e-03	1.482e+04
260	1.192e-07	8.387e-07	5.637e-03	8.188e+03	3.331e-16	1.570e-15	6.799e-03	1.546e+04
270	1.788e-07	9.443e-07	5.939e-03	8.468e+03	3.331e-16	1.662e-15	8.394e-03	1.602e+04
280	1.192e-07	8.881e-07	8.362e-03	8.748e+03	3.331e-16	1.643e-15	7.522e-03	1.658e+04
290	1.788e-07	9.611e-07	9.019e-03	9.028e+03	3.331e-16	1.713e-15	7.237e-03	1.714e+04
300	1.788e-07	9.629e-07	7.446e-03	9.308e+03	3.331e-16	1.720e-15	1.083e-02	1.770e+04
310	1.192e-07	1.010e-06	7.325e-03	9.588e+03	3.331e-16	1.647e-15	9.054e-03	1.826e+04
320	1.788e-07	9.443e-07	1.196e-02	9.868e+03	2.220e-16	1.762e-15	1.094e-02	1.882e+04
330	1.788e-07	1.022e-06	1.158e-02	1.015e+04	3.331e-16	1.897e-15	1.086e-02	1.938e+04
340	1.788e-07	9.938e-07	1.329e-02	1.043e+04	3.331e-16	1.773e-15	1.039e-02	1.994e+04
350	1.192e-07	1.034e-06	9.948e-03	1.071e+04	3.331e-16	1.881e-15	8.238e-03	2.050e+04
360	1.788e-07	1.070e-06	1.227e-02	1.099e+04	3.331e-16	1.907e-15	8.594e-03	2.106e+04
370	1.788e-07	1.128e-06	1.507e-02	1.127e+04	3.331e-16	1.936e-15	1.590e-02	2.162e+04
380	1.788e-07	1.093e-06	1.570e-02	1.155e+04	3.331e-16	2.008e-15	1.746e-02	2.218e+04
390	1.788e-07	1.115e-06	9.452e-03	1.183e+04	3.331e-16	2.026e-15	1.319e-02	2.274e+04
400	1.788e-07	1.132e-06	9.170e-03	1.211e+04	2.220e-16	1.769e-15	1.462e-02	2.330e+04
410	1.788e-07	1.197e-06	1.635e-02	1.239e+04	3.331e-16	2.138e-15	1.333e-02	2.386e+04
420	1.788e-07	1.174e-06	1.695e-02	1.267e+04	2.220e-16	1.974e-15	1.257e-02	2.442e+04
430	1.788e-07	1.112e-06	1.334e-02	1.295e+04	3.331e-16	2.187e-15	1.604e-02	2.498e+04
440	1.788e-07	1.137e-06	1.466e-02	1.323e+04	3.331e-16	2.071e-15	2.190e-02	2.554e+04
450	1.192e-07	1.194e-06	1.935e-02	1.351e+04	2.220e-16	2.138e-15	1.691e-02	2.610e+04
460	1.192e-07	1.223e-06	2.297e-02	1.379e+04	3.331e-16	2.104e-15	1.760e-02	2.666e+04
470	1.788e-07	1.174e-06	2.279e-02	1.407e+04	3.331e-16	2.232e-15	1.756e-02	2.722e+04

Tabela 1 – kontynuacja

n	float32				float64			
	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
480	1.788e-07	1.243e-06	1.603e-02	1.435e+04	2.220e-16	2.118e-15	1.793e-02	2.778e+04
490	1.788e-07	1.186e-06	1.502e-02	1.463e+04	3.331e-16	2.109e-15	1.285e-02	2.834e+04
500	1.788e-07	1.176e-06	1.541e-02	1.491e+04	3.331e-16	2.161e-15	1.217e-02	2.890e+04
510	1.788e-07	1.186e-06	1.690e-02	1.519e+04	3.331e-16	2.195e-15	1.909e-02	2.946e+04
520	1.788e-07	1.197e-06	2.479e-02	1.547e+04	3.331e-16	2.402e-15	2.513e-02	3.002e+04
530	1.788e-07	1.174e-06	2.190e-02	1.575e+04	3.331e-16	2.397e-15	1.700e-02	3.058e+04
540	1.788e-07	1.247e-06	1.820e-02	1.603e+04	3.331e-16	2.324e-15	1.696e-02	3.114e+04
550	1.788e-07	1.295e-06	2.214e-02	1.631e+04	3.331e-16	2.394e-15	1.991e-02	3.170e+04
560	1.788e-07	1.256e-06	2.571e-02	1.659e+04	2.220e-16	2.240e-15	2.110e-02	3.226e+04
570	1.788e-07	1.361e-06	2.618e-02	1.687e+04	2.220e-16	2.147e-15	2.381e-02	3.282e+04
580	1.788e-07	1.358e-06	1.852e-02	1.715e+04	3.331e-16	2.407e-15	1.962e-02	3.338e+04
590	1.192e-07	1.329e-06	2.665e-02	1.743e+04	3.331e-16	2.500e-15	2.225e-02	3.394e+04
600	1.788e-07	1.367e-06	2.609e-02	1.771e+04	2.220e-16	2.497e-15	1.570e-02	3.450e+04
610	1.788e-07	1.456e-06	1.714e-02	1.799e+04	2.220e-16	2.554e-15	1.434e-02	3.506e+04
620	1.788e-07	1.398e-06	2.002e-02	1.827e+04	3.331e-16	2.620e-15	1.954e-02	3.562e+04
630	1.788e-07	1.422e-06	1.876e-02	1.855e+04	3.331e-16	2.483e-15	1.878e-02	3.618e+04
640	1.788e-07	1.407e-06	1.939e-02	1.883e+04	3.331e-16	2.613e-15	2.052e-02	3.674e+04
650	1.788e-07	1.434e-06	1.914e-02	1.911e+04	3.331e-16	2.694e-15	1.952e-02	3.730e+04
660	1.788e-07	1.395e-06	1.741e-02	1.939e+04	3.331e-16	2.749e-15	1.749e-02	3.786e+04
670	1.788e-07	1.384e-06	1.811e-02	1.967e+04	3.331e-16	2.582e-15	2.102e-02	3.842e+04
680	1.788e-07	1.353e-06	1.818e-02	1.995e+04	3.331e-16	2.744e-15	1.924e-02	3.898e+04
690	1.788e-07	1.497e-06	2.069e-02	2.023e+04	3.331e-16	2.699e-15	1.887e-02	3.954e+04
700	1.788e-07	1.497e-06	1.860e-02	2.051e+04	3.331e-16	2.627e-15	1.758e-02	4.010e+04
710	1.788e-07	1.470e-06	1.954e-02	2.079e+04	3.331e-16	2.804e-15	2.008e-02	4.066e+04
720	1.788e-07	1.566e-06	2.136e-02	2.107e+04	3.331e-16	2.828e-15	2.848e-02	4.122e+04
730	1.788e-07	1.503e-06	5.244e-02	2.135e+04	3.331e-16	2.828e-15	3.297e-02	4.178e+04
740	1.788e-07	1.580e-06	1.765e-02	2.163e+04	3.331e-16	2.857e-15	2.455e-02	4.234e+04
750	1.192e-07	1.507e-06	2.395e-02	2.191e+04	3.331e-16	2.753e-15	2.380e-02	4.290e+04
760	1.192e-07	1.491e-06	1.649e-02	2.219e+04	2.220e-16	2.729e-15	2.578e-02	4.346e+04
770	1.788e-07	1.522e-06	2.804e-02	2.247e+04	2.220e-16	2.850e-15	3.477e-02	4.402e+04
780	1.788e-07	1.494e-06	2.199e-02	2.275e+04	3.331e-16	2.918e-15	2.001e-02	4.458e+04
790	1.788e-07	1.530e-06	2.023e-02	2.303e+04	3.331e-16	2.869e-15	2.426e-02	4.514e+04
800	1.788e-07	1.587e-06	2.073e-02	2.331e+04	3.331e-16	2.817e-15	2.568e-02	4.570e+04
810	1.788e-07	1.605e-06	2.024e-02	2.359e+04	3.331e-16	2.906e-15	2.346e-02	4.626e+04
820	1.788e-07	1.651e-06	2.633e-02	2.387e+04	3.331e-16	2.925e-15	3.637e-02	4.682e+04
830	1.788e-07	1.650e-06	4.394e-02	2.415e+04	3.331e-16	3.026e-15	4.078e-02	4.738e+04
840	1.788e-07	1.674e-06	2.331e-02	2.443e+04	3.331e-16	3.097e-15	2.977e-02	4.794e+04
850	1.788e-07	1.661e-06	2.887e-02	2.471e+04	3.331e-16	3.012e-15	3.486e-02	4.850e+04
860	1.788e-07	1.612e-06	2.607e-02	2.499e+04	3.331e-16	2.977e-15	2.554e-02	4.906e+04
870	1.788e-07	1.729e-06	2.941e-02	2.527e+04	3.331e-16	3.077e-15	3.176e-02	4.962e+04
880	1.788e-07	1.638e-06	3.770e-02	2.555e+04	3.331e-16	3.087e-15	3.102e-02	5.018e+04
890	1.788e-07	1.618e-06	3.245e-02	2.583e+04	2.220e-16	3.053e-15	3.831e-02	5.074e+04
900	1.788e-07	1.612e-06	2.197e-02	2.611e+04	3.331e-16	3.122e-15	3.184e-02	5.130e+04
910	1.788e-07	1.807e-06	3.330e-02	2.639e+04	3.331e-16	3.119e-15	3.288e-02	5.186e+04
920	1.788e-07	1.724e-06	3.103e-02	2.667e+04	2.220e-16	3.051e-15	3.493e-02	5.242e+04
930	1.788e-07	1.758e-06	3.504e-02	2.695e+04	3.331e-16	3.189e-15	3.132e-02	5.298e+04
940	1.788e-07	1.767e-06	3.872e-02	2.723e+04	3.331e-16	3.282e-15	3.285e-02	5.354e+04
950	1.788e-07	1.728e-06	4.207e-02	2.751e+04	3.331e-16	3.173e-15	3.204e-02	5.410e+04
960	1.788e-07	1.830e-06	4.988e-02	2.779e+04	3.331e-16	3.154e-15	4.342e-02	5.466e+04
970	1.788e-07	1.743e-06	5.101e-02	2.807e+04	3.331e-16	3.218e-15	4.125e-02	5.522e+04
980	1.788e-07	1.774e-06	2.967e-02	2.835e+04	2.220e-16	3.271e-15	4.934e-02	5.578e+04
990	1.788e-07	1.831e-06	3.534e-02	2.863e+04	3.331e-16	3.138e-15	5.090e-02	5.634e+04
1000	1.788e-07	1.761e-06	5.323e-02	2.891e+04	3.331e-16	3.329e-15	3.504e-02	5.690e+04

8.2 Wyniki dla Gaussa

Tabela 2: Wyniki metody Gauss dla precyzji float32 vs float64

n	float32				float64			
	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
2	0.000e+00	0.000e+00	5.003e-04	1.365e+03	0.000e+00	0.000e+00	1.368e-04	1.384e+03
3	5.960e-08	5.960e-08	2.748e-04	1.376e+03	1.110e-16	1.110e-16	1.781e-04	1.488e+03
4	1.192e-07	1.192e-07	2.613e-04	1.444e+03	1.110e-16	1.110e-16	2.167e-04	1.624e+03
5	1.192e-07	1.333e-07	3.871e-04	1.528e+03	2.220e-16	2.220e-16	3.023e-04	1.792e+03
6	1.192e-07	1.192e-07	4.195e-04	1.628e+03	2.220e-16	3.331e-16	3.638e-04	1.992e+03
7	1.192e-07	1.788e-07	5.984e-04	1.744e+03	2.220e-16	2.719e-16	5.345e-04	2.224e+03
8	1.192e-07	1.788e-07	7.069e-04	1.876e+03	1.110e-16	1.923e-16	9.618e-04	2.881e+03
9	1.192e-07	2.230e-07	1.080e-03	2.024e+03	2.220e-16	3.846e-16	6.944e-04	2.784e+03
10	5.960e-08	5.960e-08	9.397e-04	2.188e+03	2.220e-16	2.937e-16	8.721e-04	3.184e+03
11	1.192e-07	2.230e-07	2.041e-03	2.368e+03	2.220e-16	2.483e-16	1.339e-03	3.704e+03
12	1.192e-07	1.460e-07	1.644e-03	2.564e+03	2.220e-16	3.846e-16	1.142e-03	4.272e+03
13	1.192e-07	1.460e-07	1.356e-03	2.776e+03	2.220e-16	3.846e-16	1.440e-03	4.888e+03
14	1.192e-07	1.333e-07	1.556e-03	3.088e+03	2.220e-16	2.937e-16	1.374e-03	5.552e+03
15	1.788e-07	1.977e-07	1.710e-03	3.444e+03	2.220e-16	4.003e-16	1.545e-03	6.264e+03
16	1.788e-07	2.308e-07	1.841e-03	3.824e+03	1.110e-16	1.923e-16	1.819e-03	7.024e+03
17	1.788e-07	3.154e-07	2.048e-03	4.228e+03	2.220e-16	4.003e-16	1.930e-03	7.832e+03
18	1.788e-07	2.796e-07	2.283e-03	4.656e+03	2.220e-16	4.441e-16	2.278e-03	8.688e+03
19	1.192e-07	2.149e-07	2.479e-03	5.108e+03	2.220e-16	4.965e-16	2.471e-03	9.592e+03
20	1.192e-07	2.308e-07	2.707e-03	5.584e+03	2.220e-16	3.331e-16	2.573e-03	1.054e+04
21	1.192e-07	2.796e-07	2.905e-03	6.084e+03	2.220e-16	5.551e-16	2.957e-03	1.154e+04
22	1.788e-07	3.476e-07	2.908e-03	6.608e+03	2.220e-16	4.839e-16	3.014e-03	1.259e+04
23	1.192e-07	2.065e-07	3.436e-03	7.156e+03	2.220e-16	5.324e-16	2.974e-03	1.369e+04
24	1.788e-07	3.476e-07	3.425e-03	7.728e+03	2.220e-16	4.710e-16	3.498e-03	1.483e+04
25	1.788e-07	3.154e-07	3.934e-03	8.324e+03	2.220e-16	4.839e-16	3.769e-03	1.602e+04
26	1.192e-07	3.039e-07	4.264e-03	8.944e+03	2.220e-16	4.441e-16	4.092e-03	1.726e+04
27	1.192e-07	2.731e-07	5.173e-03	9.588e+03	2.220e-16	4.300e-16	4.384e-03	1.855e+04
28	1.788e-07	3.424e-07	5.670e-03	1.026e+04	2.220e-16	4.300e-16	5.237e-03	1.989e+04
29	1.192e-07	3.476e-07	5.256e-03	1.095e+04	2.220e-16	4.578e-16	5.025e-03	2.127e+04
30	1.788e-07	3.097e-07	5.627e-03	1.166e+04	2.220e-16	5.661e-16	5.958e-03	2.270e+04
31	1.788e-07	2.980e-07	5.851e-03	1.240e+04	2.220e-16	4.441e-16	5.226e-03	2.418e+04
32	1.192e-07	3.626e-07	6.092e-03	1.317e+04	2.220e-16	6.568e-16	5.906e-03	2.571e+04
33	1.788e-07	4.172e-07	7.335e-03	1.396e+04	2.220e-16	5.979e-16	6.780e-03	2.729e+04
34	1.788e-07	4.380e-07	8.091e-03	1.477e+04	2.220e-16	5.207e-16	8.632e-03	2.891e+04
35	1.788e-07	4.805e-07	6.837e-03	1.560e+04	2.220e-16	5.088e-16	6.872e-03	3.058e+04
36	1.192e-07	4.172e-07	6.880e-03	1.646e+04	2.220e-16	4.003e-16	7.977e-03	3.230e+04
37	1.192e-07	3.097e-07	7.123e-03	1.735e+04	2.220e-16	4.154e-16	7.165e-03	3.407e+04
38	1.788e-07	3.954e-07	8.675e-03	1.826e+04	2.220e-16	7.280e-16	8.238e-03	3.589e+04
39	1.192e-07	3.154e-07	1.013e-02	1.919e+04	2.220e-16	5.207e-16	1.076e-02	3.775e+04
40	1.192e-07	3.154e-07	1.131e-02	2.014e+04	2.220e-16	6.378e-16	9.733e-03	3.966e+04
41	1.788e-07	4.617e-07	1.099e-02	2.112e+04	2.220e-16	5.769e-16	1.020e-02	4.162e+04
42	1.788e-07	4.617e-07	1.143e-02	2.213e+04	2.220e-16	5.551e-16	1.086e-02	4.363e+04
43	1.192e-07	2.666e-07	1.606e-02	2.316e+04	2.220e-16	4.965e-16	1.420e-02	4.569e+04
44	1.192e-07	3.265e-07	1.132e-02	2.421e+04	2.220e-16	5.551e-16	1.048e-02	4.779e+04
45	1.192e-07	3.722e-07	1.093e-02	2.528e+04	2.220e-16	5.769e-16	9.757e-03	4.994e+04
46	1.788e-07	4.130e-07	1.151e-02	2.638e+04	2.220e-16	6.280e-16	1.031e-02	5.214e+04
47	1.192e-07	3.674e-07	1.261e-02	2.751e+04	2.220e-16	6.181e-16	1.222e-02	5.439e+04
48	1.788e-07	4.339e-07	1.437e-02	2.866e+04	2.220e-16	7.109e-16	1.319e-02	5.669e+04
49	1.788e-07	4.500e-07	1.472e-02	2.983e+04	2.220e-16	5.875e-16	1.401e-02	5.903e+04
50	1.788e-07	3.909e-07	1.554e-02	3.102e+04	2.220e-16	7.022e-16	1.490e-02	6.142e+04
51	1.788e-07	4.298e-07	1.958e-02	3.224e+04	2.220e-16	7.364e-16	2.192e-02	6.386e+04
52	1.788e-07	4.617e-07	1.678e-02	3.349e+04	2.220e-16	6.661e-16	1.832e-02	6.635e+04
53	1.788e-07	5.264e-07	2.007e-02	3.476e+04	2.220e-16	7.611e-16	1.664e-02	6.889e+04
54	1.192e-07	4.693e-07	1.931e-02	3.605e+04	2.220e-16	6.378e-16	1.908e-02	7.147e+04
55	1.788e-07	4.842e-07	1.843e-02	3.736e+04	2.220e-16	7.109e-16	3.194e-02	7.410e+04
56	1.192e-07	3.998e-07	3.387e-02	3.870e+04	2.220e-16	7.772e-16	3.371e-02	7.678e+04
57	1.192e-07	4.130e-07	2.592e-02	4.007e+04	2.220e-16	8.006e-16	2.077e-02	7.951e+04
58	1.192e-07	4.215e-07	3.052e-02	4.146e+04	2.220e-16	6.474e-16	2.987e-02	8.229e+04
59	1.192e-07	3.722e-07	2.238e-02	4.287e+04	2.220e-16	8.600e-16	2.008e-02	8.511e+04
60	1.788e-07	4.043e-07	2.710e-02	4.430e+04	2.220e-16	7.022e-16	3.389e-02	8.798e+04
61	1.192e-07	4.130e-07	3.706e-02	4.576e+04	2.220e-16	5.769e-16	3.250e-02	9.090e+04
62	1.192e-07	4.539e-07	3.324e-02	4.725e+04	2.220e-16	8.600e-16	2.668e-02	9.387e+04
63	1.788e-07	4.339e-07	4.370e-02	4.876e+04	2.220e-16	8.308e-16	3.567e-02	9.689e+04
64	1.192e-07	4.539e-07	4.060e-02	5.029e+04	2.220e-16	7.530e-16	3.036e-02	9.995e+04
65	1.192e-07	5.093e-07	3.064e-02	5.184e+04	2.220e-16	7.611e-16	2.683e-02	1.031e+05
66	1.192e-07	4.805e-07	2.634e-02	5.342e+04	2.220e-16	7.448e-16	2.655e-02	1.062e+05
67	1.192e-07	4.617e-07	2.943e-02	5.503e+04	2.220e-16	8.234e-16	2.539e-02	1.094e+05
68	1.192e-07	5.058e-07	2.596e-02	5.666e+04	2.220e-16	7.772e-16	2.535e-02	1.127e+05
69	1.788e-07	5.298e-07	2.929e-02	5.831e+04	2.220e-16	9.019e-16	2.829e-02	1.160e+05

Tabela 2 – kontynuacja

n	float32				float64			
	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
70	1.788e-07	5.298e-07	3.076e-02	5.998e+04	2.220e-16	8.234e-16	2.969e-02	1.193e+05
71	1.192e-07	5.331e-07	3.134e-02	6.168e+04	2.220e-16	8.600e-16	3.164e-02	1.227e+05
72	1.788e-07	5.022e-07	2.938e-02	6.341e+04	2.220e-16	8.600e-16	2.964e-02	1.262e+05
73	1.788e-07	5.022e-07	3.010e-02	6.516e+04	2.220e-16	9.992e-16	2.988e-02	1.297e+05
74	1.192e-07	5.528e-07	3.229e-02	6.693e+04	2.220e-16	8.158e-16	3.209e-02	1.332e+05
75	1.192e-07	4.578e-07	3.237e-02	6.872e+04	2.220e-16	6.844e-16	3.233e-02	1.368e+05
76	1.192e-07	4.805e-07	3.303e-02	7.054e+04	2.220e-16	8.812e-16	3.351e-02	1.405e+05
77	1.788e-07	5.162e-07	3.657e-02	7.239e+04	2.220e-16	9.486e-16	3.524e-02	1.442e+05
78	1.788e-07	5.127e-07	3.664e-02	7.426e+04	2.220e-16	9.486e-16	3.907e-02	1.479e+05
79	1.192e-07	4.987e-07	3.889e-02	7.615e+04	2.220e-16	9.355e-16	3.367e-02	1.517e+05
80	1.788e-07	5.686e-07	3.777e-02	7.806e+04	2.220e-16	9.088e-16	3.609e-02	1.555e+05
81	1.192e-07	5.230e-07	3.800e-02	8.000e+04	2.220e-16	8.382e-16	3.951e-02	1.594e+05
82	1.192e-07	5.093e-07	4.627e-02	8.197e+04	2.220e-16	8.882e-16	4.277e-02	1.633e+05
83	1.788e-07	5.397e-07	3.859e-02	8.396e+04	2.220e-16	9.222e-16	4.244e-02	1.673e+05
84	1.788e-07	5.528e-07	4.489e-02	8.597e+04	2.220e-16	7.929e-16	4.417e-02	1.713e+05
85	1.788e-07	5.931e-07	4.895e-02	8.800e+04	2.220e-16	7.022e-16	4.118e-02	1.754e+05
86	1.192e-07	4.731e-07	4.494e-02	9.006e+04	2.220e-16	8.382e-16	4.111e-02	1.795e+05
87	1.788e-07	5.870e-07	4.195e-02	9.215e+04	2.220e-16	1.005e-15	4.543e-02	1.837e+05
88	1.788e-07	6.900e-07	4.442e-02	9.426e+04	2.220e-16	9.742e-16	4.769e-02	1.879e+05
89	1.192e-07	5.264e-07	4.682e-02	9.639e+04	2.220e-16	9.155e-16	4.910e-02	1.922e+05
90	1.192e-07	5.022e-07	4.796e-02	9.854e+04	2.220e-16	9.222e-16	5.440e-02	1.965e+05
91	1.192e-07	4.693e-07	5.109e-02	1.007e+05	2.220e-16	9.615e-16	4.891e-02	2.008e+05
92	1.192e-07	5.840e-07	6.388e-02	1.029e+05	2.220e-16	8.812e-16	7.919e-02	2.052e+05
93	1.192e-07	5.655e-07	6.873e-02	1.052e+05	2.220e-16	1.059e-15	8.279e-02	2.097e+05
94	1.788e-07	5.748e-07	8.222e-02	1.074e+05	2.220e-16	8.812e-16	5.406e-02	2.142e+05
95	1.788e-07	6.049e-07	4.923e-02	1.097e+05	2.220e-16	9.550e-16	5.438e-02	2.187e+05
96	1.192e-07	4.987e-07	5.769e-02	1.120e+05	2.220e-16	8.742e-16	5.622e-02	2.233e+05
97	1.192e-07	5.463e-07	6.027e-02	1.143e+05	2.220e-16	1.059e-15	5.887e-02	2.280e+05
98	1.788e-07	5.430e-07	8.122e-02	1.167e+05	2.220e-16	9.742e-16	7.035e-02	2.327e+05
99	1.192e-07	5.686e-07	5.746e-02	1.190e+05	2.220e-16	9.486e-16	5.484e-02	2.374e+05
100	1.192e-07	6.166e-07	5.359e-02	1.214e+05	2.220e-16	1.047e-15	5.651e-02	2.422e+05
110	1.788e-07	5.495e-07	7.474e-02	1.467e+05	2.220e-16	1.018e-15	7.835e-02	2.928e+05
120	1.788e-07	6.166e-07	9.446e-02	1.744e+05	3.331e-16	1.105e-15	8.329e-02	3.481e+05
130	1.192e-07	7.324e-07	1.264e-01	2.045e+05	2.220e-16	1.030e-15	1.267e-01	4.083e+05
140	1.788e-07	6.874e-07	1.246e-01	2.369e+05	2.220e-16	1.164e-15	1.316e-01	4.733e+05
150	1.788e-07	7.349e-07	1.283e-01	2.718e+05	3.331e-16	1.290e-15	1.831e-01	5.430e+05
160	1.192e-07	6.447e-07	1.938e-01	3.091e+05	2.220e-16	1.216e-15	1.863e-01	6.176e+05
170	1.788e-07	8.238e-07	2.511e-01	3.488e+05	3.331e-16	1.318e-15	2.207e-01	6.969e+05
180	1.192e-07	7.445e-07	2.039e-01	3.909e+05	3.331e-16	1.231e-15	2.012e-01	7.811e+05
190	1.192e-07	7.492e-07	2.387e-01	4.353e+05	2.220e-16	1.369e-15	2.327e-01	8.701e+05
200	1.192e-07	7.633e-07	2.736e-01	4.822e+05	3.331e-16	1.506e-15	4.543e-01	9.638e+05
210	1.192e-07	8.281e-07	4.026e-01	5.315e+05	2.220e-16	1.280e-15	3.582e-01	1.062e+06
220	1.788e-07	8.555e-07	5.264e-01	5.832e+05	3.331e-16	1.558e-15	4.243e-01	1.166e+06
230	1.788e-07	8.941e-07	5.152e-01	6.373e+05	2.220e-16	1.510e-15	4.487e-01	1.274e+06
240	1.192e-07	9.098e-07	4.817e-01	6.937e+05	2.220e-16	1.477e-15	4.394e-01	1.387e+06
250	1.788e-07	9.079e-07	5.036e-01	7.526e+05	3.331e-16	1.695e-15	3.823e-01	1.505e+06
260	1.192e-07	8.387e-07	4.988e-01	8.139e+05	3.331e-16	1.570e-15	3.910e-01	1.627e+06
270	1.788e-07	9.443e-07	7.054e-01	8.776e+05	3.331e-16	1.662e-15	6.371e-01	1.755e+06
280	1.192e-07	8.881e-07	5.450e-01	9.437e+05	3.331e-16	1.643e-15	5.629e-01	1.887e+06
290	1.788e-07	9.611e-07	6.277e-01	1.012e+06	3.331e-16	1.713e-15	6.304e-01	2.024e+06
300	1.788e-07	9.629e-07	8.278e-01	1.083e+06	3.331e-16	1.720e-15	8.710e-01	2.165e+06
310	1.192e-07	1.010e-06	7.658e-01	1.156e+06	3.331e-16	1.647e-15	1.301e+00	2.312e+06
320	1.788e-07	9.443e-07	9.478e-01	1.232e+06	2.220e-16	1.762e-15	1.078e+00	2.463e+06
330	1.788e-07	1.022e-06	1.158e+00	1.310e+06	3.331e-16	1.897e-15	1.359e+00	2.620e+06
340	1.788e-07	9.938e-07	1.546e+00	1.391e+06	3.331e-16	1.773e-15	1.120e+00	2.780e+06
350	1.192e-07	1.034e-06	1.169e+00	1.473e+06	3.331e-16	1.881e-15	1.206e+00	2.946e+06
360	1.788e-07	1.070e-06	1.241e+00	1.559e+06	3.331e-16	1.907e-15	1.358e+00	3.117e+06
370	1.788e-07	1.128e-06	1.963e+00	1.646e+06	3.331e-16	1.936e-15	2.061e+00	3.292e+06
380	1.788e-07	1.093e-06	2.227e+00	1.736e+06	3.331e-16	2.008e-15	1.393e+00	3.472e+06
390	1.788e-07	1.115e-06	1.508e+00	1.829e+06	3.331e-16	2.026e-15	1.493e+00	3.657e+06
400	1.788e-07	1.132e-06	1.678e+00	1.924e+06	2.220e-16	1.769e-15	1.711e+00	3.847e+06
410	1.788e-07	1.197e-06	1.731e+00	2.021e+06	3.331e-16	2.138e-15	1.785e+00	4.042e+06
420	1.788e-07	1.174e-06	1.855e+00	2.121e+06	2.220e-16	1.974e-15	1.906e+00	4.241e+06
430	1.788e-07	1.112e-06	2.131e+00	2.223e+06	3.331e-16	2.187e-15	2.187e+00	4.445e+06
440	1.788e-07	1.137e-06	2.556e+00	2.327e+06	3.331e-16	2.071e-15	2.319e+00	4.654e+06
450	1.192e-07	1.194e-06	2.679e+00	2.434e+06	2.220e-16	2.138e-15	2.671e+00	4.868e+06
460	1.192e-07	1.223e-06	2.900e+00	2.544e+06	3.331e-16	2.104e-15	3.032e+00	5.086e+06
470	1.788e-07	1.174e-06	2.701e+00	2.655e+06	3.331e-16	2.232e-15	2.674e+00	5.310e+06
480	1.788e-07	1.243e-06	2.740e+00	2.769e+06	2.220e-16	2.118e-15	2.602e+00	5.538e+06
490	1.788e-07	1.186e-06	1.851e+00	2.886e+06	3.331e-16	2.109e-15	1.501e+00	5.771e+06
500	1.788e-07	1.176e-06	1.821e+00	3.005e+06	3.331e-16	2.161e-15	1.797e+00	6.009e+06
510	1.788e-07	1.186e-06	2.913e+00	3.126e+06	3.331e-16	2.195e-15	3.382e+00	6.251e+06

Tabela 2 – kontynuacja

n	float32				float64			
	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]	e _{max}	e _{euk}	t [s]	Pamięć [bajty]
520	1.788e-07	1.197e-06	4.163e+00	3.250e+06	3.331e-16	2.402e-15	3.887e+00	6.499e+06
530	1.788e-07	1.174e-06	3.507e+00	3.376e+06	3.331e-16	2.397e-15	3.332e+00	6.751e+06
540	1.788e-07	1.247e-06	3.260e+00	3.504e+06	3.331e-16	2.324e-15	3.300e+00	7.008e+06
550	1.788e-07	1.295e-06	3.632e+00	3.635e+06	3.331e-16	2.394e-15	4.375e+00	7.269e+06
560	1.788e-07	1.256e-06	4.446e+00	3.768e+06	2.220e-16	2.240e-15	3.855e+00	7.536e+06
570	1.788e-07	1.361e-06	4.890e+00	3.904e+06	2.220e-16	2.147e-15	4.631e+00	7.807e+06
580	1.788e-07	1.358e-06	4.117e+00	4.042e+06	3.331e-16	2.407e-15	4.838e+00	8.084e+06
590	1.192e-07	1.329e-06	4.747e+00	4.183e+06	3.331e-16	2.500e-15	4.658e+00	8.364e+06
600	1.788e-07	1.367e-06	3.581e+00	4.325e+06	2.220e-16	2.497e-15	2.513e+00	8.650e+06
610	1.788e-07	1.456e-06	2.334e+00	4.471e+06	2.220e-16	2.554e-15	2.649e+00	8.941e+06
620	1.788e-07	1.398e-06	3.210e+00	4.618e+06	3.331e-16	2.620e-15	3.077e+00	9.236e+06
630	1.788e-07	1.422e-06	2.814e+00	4.768e+06	3.331e-16	2.483e-15	3.327e+00	9.536e+06
640	1.788e-07	1.407e-06	3.042e+00	4.921e+06	3.331e-16	2.613e-15	2.902e+00	9.841e+06
650	1.788e-07	1.434e-06	3.107e+00	5.076e+06	3.331e-16	2.694e-15	3.124e+00	1.015e+07
660	1.788e-07	1.395e-06	3.418e+00	5.233e+06	3.331e-16	2.749e-15	3.564e+00	1.047e+07
670	1.788e-07	1.384e-06	3.137e+00	5.393e+06	3.331e-16	2.582e-15	3.987e+00	1.078e+07
680	1.788e-07	1.353e-06	3.426e+00	5.555e+06	3.331e-16	2.744e-15	3.465e+00	1.111e+07
690	1.788e-07	1.497e-06	3.565e+00	5.719e+06	3.331e-16	2.699e-15	3.594e+00	1.144e+07
700	1.788e-07	1.497e-06	3.134e+00	5.886e+06	3.331e-16	2.627e-15	3.233e+00	1.177e+07
710	1.788e-07	1.470e-06	4.393e+00	6.056e+06	3.331e-16	2.804e-15	4.416e+00	1.211e+07
720	1.788e-07	1.566e-06	6.230e+00	6.227e+06	3.331e-16	2.828e-15	7.412e+00	1.245e+07
730	1.788e-07	1.503e-06	7.349e+00	6.401e+06	3.331e-16	2.828e-15	4.087e+00	1.280e+07
740	1.788e-07	1.580e-06	4.658e+00	6.578e+06	3.331e-16	2.857e-15	4.499e+00	1.315e+07
750	1.192e-07	1.507e-06	4.008e+00	6.757e+06	3.331e-16	2.753e-15	3.948e+00	1.351e+07
760	1.192e-07	1.491e-06	3.907e+00	6.938e+06	2.220e-16	2.729e-15	4.424e+00	1.388e+07
770	1.788e-07	1.522e-06	5.555e+00	7.122e+06	2.220e-16	2.850e-15	5.679e+00	1.424e+07
780	1.788e-07	1.494e-06	5.146e+00	7.308e+06	3.331e-16	2.918e-15	6.525e+00	1.461e+07
790	1.788e-07	1.530e-06	6.291e+00	7.496e+06	3.331e-16	2.869e-15	5.749e+00	1.499e+07
800	1.788e-07	1.587e-06	4.574e+00	7.687e+06	3.331e-16	2.817e-15	4.818e+00	1.537e+07
810	1.788e-07	1.605e-06	6.361e+00	7.880e+06	3.331e-16	2.906e-15	5.467e+00	1.576e+07
820	1.788e-07	1.651e-06	7.844e+00	8.076e+06	3.331e-16	2.925e-15	1.125e+01	1.615e+07
830	1.788e-07	1.650e-06	1.114e+01	8.274e+06	3.331e-16	3.026e-15	8.684e+00	1.655e+07
840	1.788e-07	1.674e-06	8.099e+00	8.475e+06	3.331e-16	3.097e-15	7.299e+00	1.695e+07
850	1.788e-07	1.661e-06	7.130e+00	8.677e+06	3.331e-16	3.012e-15	8.195e+00	1.735e+07
860	1.788e-07	1.612e-06	7.564e+00	8.883e+06	3.331e-16	2.977e-15	6.955e+00	1.776e+07
870	1.788e-07	1.729e-06	8.518e+00	9.090e+06	3.331e-16	3.077e-15	7.057e+00	1.818e+07
880	1.788e-07	1.638e-06	8.379e+00	9.300e+06	3.331e-16	3.087e-15	8.480e+00	1.860e+07
890	1.788e-07	1.618e-06	8.184e+00	9.513e+06	2.220e-16	3.053e-15	8.559e+00	1.903e+07
900	1.788e-07	1.612e-06	8.308e+00	9.728e+06	3.331e-16	3.122e-15	8.811e+00	1.946e+07
910	1.788e-07	1.807e-06	8.485e+00	9.945e+06	3.331e-16	3.119e-15	1.057e+01	1.989e+07
920	1.788e-07	1.724e-06	8.678e+00	1.016e+07	2.220e-16	3.051e-15	9.248e+00	2.033e+07
930	1.788e-07	1.758e-06	9.546e+00	1.039e+07	3.331e-16	3.189e-15	9.745e+00	2.077e+07
940	1.788e-07	1.767e-06	1.002e+01	1.061e+07	3.331e-16	3.282e-15	9.597e+00	2.122e+07
950	1.788e-07	1.728e-06	9.171e+00	1.084e+07	3.331e-16	3.173e-15	1.007e+01	2.168e+07
960	1.788e-07	1.830e-06	1.137e+01	1.107e+07	3.331e-16	3.154e-15	1.350e+01	2.213e+07
970	1.788e-07	1.743e-06	9.524e+00	1.130e+07	3.331e-16	3.218e-15	8.931e+00	2.260e+07
980	1.788e-07	1.774e-06	9.874e+00	1.153e+07	2.220e-16	3.271e-15	1.120e+01	2.307e+07
990	1.788e-07	1.831e-06	1.331e+01	1.177e+07	3.331e-16	3.138e-15	1.587e+01	2.354e+07
1000	1.788e-07	1.761e-06	1.166e+01	1.201e+07	3.331e-16	3.329e-15	1.143e+01	2.402e+07