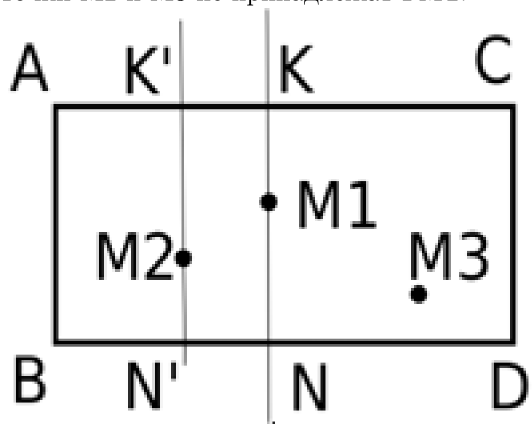
Геометрия, неравенства, задача 7?
Докажем, что ГМТ X, таких, что $AX + BX = CX + DX$ - это серединный перпендикуляр к стороне AC(он же серединный перпендикуляр к стороне BD). Обозначим его точки пересечения со сторонами прямоугольника за K и N. Тогда для любой M1, которая принадлежит прямой KN, справедливо $AM1 = \sqrt{AK^2 + KM1^2}, CM1 = \sqrt{KM1^2 + KC^2}, AM1 = CM1$, тк $KC = AK$
$BM1 = \sqrt{BN^2 + NM1^2}, DM1 = \sqrt{NM1^2 + Dn^2}, BM1 = DM1$, тк $NB = ND$
Тогда AM1 + BM1 = CM1 + DM1.
Докажем, что не существует таких точек, которые не принадлежат прямой KN и принадлежат нашему ГМТ.
Пусть есть точка M2, такая, что AM2 + BM2 = CM2 + DM2. Проведем через M2 прямую, параллельную KN, назовем точки пересечения с прямоугольником K' и N'. Для определенности будем считать, что мы взяли M2 в той полуплоскости относительно KN, в которой AK' < K'C(и соответственно BN' < N'D)
Посчитаем сумму расстояний
$AM2 = \sqrt{AK'^2 + M2K'^2}, CM2 = \sqrt{CK'^2 + M2K'^2}$. тк $CK' > AK'$, то $AM2 < CM2$
$BM2 = \sqrt{BN'^2 + M2N'^2}, DM2 = \sqrt{DN'^2 + M2N'^2}$. тк $DN' > BN'$, то $BM2 < DM2$
Отсюда $AM2 + BM2 < CM2 + DM2$
Аналогичными рассуждениями, взяв точку M3 в противоположной полуплоскости относительно KN, получим $AM3 + BM3 > CM3 + DM3$ Тогда точки M2 и M3 не принадлежат ГМТ.



Ответ - серединный перпендикуляр к стороне AC