

# Mathematik für Informatiker I

*WS 2015/16 Tübingen*

DR. DORN

Kirsten Knott

# INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>1</b>	<b>Logik</b>	<b>2</b>
1.1	Negation . . . . .	2
1.2	Konjunktion . . . . .	3
1.3	Disjunktion . . . . .	3
1.4	XOR . . . . .	3
1.5	Implikation . . . . .	3
1.6	Äquivalenz . . . . .	3
1.7	Beispiele . . . . .	4
1.8	Definition “ $\equiv$ ” . . . . .	4
1.9	Sätze . . . . .	4
	a) Doppelte Negation . . . . .	4
	b) Doppelte Negation . . . . .	4

## § 1 LOGIK

---

### AUSSAGENLOGIK

12.10.15

Eine logische Aussage ist ein Satz, der entweder wahr oder falsch (also nie beides zugleich) ist. Wahre Aussagen haben den Wahrheitswert 1 (auch “wahr“, “w“, “true“, “t“), falsche den Wert 0 (auch “falsch“, “f“, “false“)

Notation: Aussagenvariablen  $A, B, C, \dots$   $A_1, A_2, \dots$

Bsp.:

- 2 ist eine gerade Zahl (1)
- Heute ist Montag (1)
- 2 ist eine Primzahl (1)
- 12 ist eine Primzahl (0)
- Es gibt unendlich viele Primzahlen (1)
- Es gibt unendlich viele Primzahlzwillinge (Aussage, aber unbekannter WHW)
- 7 (keine Aussage)
- Ist 172 eine Primzahl (keine Aussage)

Aus einfachen Aussagen kann man durch logische Verknüpfungen (Junktoren, z.B. “und“, “oder“) komplizierte bilden. Diese werden Ausdrücke genannt. (auch Aussagen sind Ausdrücke) Durch sog. Wahrheitstafeln gibt man an, wie der Wahrheitswert der zusammengesetzten Aussage durch die Werte der Teilaussagen bedingt ist. 14.10.15

Im Folgenden seien  $A, B$  Aussagen

Die wichtigsten Junktoren:

### 1.1 Negation

Verneinung von  $A$ :  $\boxed{\neg A}$  (auch  $\overline{A}$ ), “nicht  $A$ “

ist die Aussage, die genau dann wahr ist, wenn  $A$  falsch ist.

	$A$	$\neg A$
Wahrheitstafel:	1	0
	0	1

Beispiele:  $A$ : 6 ist durch 3 teilbar (1)

$\neg A$ : 6 ist nicht durch 3 teilbar (0)

$B$ : 4,5 ist eine gerade Zahl (0)

$\neg B$ : 4,5 ist keine gerade Zahl (1)

## 1.2 Konjunktion

Verknüpfung von  $A$  und  $B$  durch “und“  $\boxed{A \wedge B}$

ist genau dann wahr, wenn  $A$  und  $B$  gleichzeitig wahr sind.

$A$	$B$	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

## 1.3 Disjunktion

“oder“ :  $\boxed{A \vee B}$

$A$	$B$	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

## 1.4 XOR

“entweder oder“  $A \text{ XOR } B$ ,  $\boxed{A \oplus B}$   
(ausschließendes oder)

$A$	$B$	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

## 1.5 Implikation

“wenn ... dann“  $\boxed{A \Rightarrow B}$   
(wenn  $A$  gilt, dann auch  $B$ )  
 $A$  impliziert  $B$   
 $A$  ist hinreichend für  $B$ )  
“ex falso quodlibet“

$A$	$B$	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

## 1.6 Äquivalenz

“genau dann wenn“  $\boxed{A \Leftrightarrow B}$   
(dann und nur dann wenn,  
äquivalent,  
if and only if, iff)

$A$	$B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

FESTLEGUNG:  $\neg$  bindet stärker als alle anderen Junktoren ( $\neg A \wedge B$  heißt  $(\neg A) \wedge B$ )

### 1.7 Beispiele

a) Wann ist der Ausdruck  $(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$  wahr?

→ exklusives oder

b)  $(A \wedge B) \Rightarrow \neg(C \vee A)$

→ 0 0 1 1 1 1 1 1

### 1.8 Definition “ $\equiv$ ”

19.10.15

Haben zwei Ausdrücke  $\alpha$  und  $\beta$  bei jeder Kombination von Wahrheitswerten ihrer Aussagenvariablen den gleichen Wahrheitswert, so heißen sie logisch äquivalent, man schreibt  $\boxed{\alpha \equiv \beta}$  (“ $\equiv$ ” ist kein Junktorsymbol, entspricht “=“) [ Es gilt: Falls  $\alpha \equiv \beta$  gilt, hat der Ausdruck  $\alpha \Leftrightarrow \beta$  immer den WHW 1 ]

### 1.9 Sätze

a) Doppelte Negation s

b) Doppelte Negation s