

**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)**

КАФЕДРА ТЕЛЕВИДЕНИЯ И МЕТРОЛОГИИ

2023

Свиньина О. А.

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторной работы по дисциплине
«Физические основы акустики»

[BTS] Сложение гармонических колебаний

Содержание

1. Цифровое представление звука	3
1.1. Аналогово-цифровое преобразование	3
1.2. Помехоустойчивое кодирование	7
1.3. Цифро-аналоговое преобразование	7
2. Основы работы со звуковым редактором	9
2.1. Звуковой редактор Audacity	10
2.2. Форматы представления времени в звуковом редакторе Audacity	11
2.3. Создание тонального звукового сигнала	12
2.4. Сведение нескольких звуковых дорожек в единый звуковой сигнал	13
2.5. Прослушивание звуковых сигналов с помощью звукового редактора Audacity	14
3. Колебательные процессы	15
3.1. Общие характеристики колебательных процессов	15
3.2. Принцип суперпозиции волн	16
3.3. Сложение колебаний	17
4. Математическое моделирование сложения колебаний	22
4.1. Сложение простых колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами	22
4.2. Сложение простых колебаний с различными амплитудами, частотами и начальными фазами	23
5. Сложение тональных звуковых сигналов в звуковом редакторе	24
5.1. Формирование звукового сигнала биения	24
5.2. Формирование звукового сигнала путем сложения тональных сигналов с различными частотами и амплитудами	25
6. Анализ результатов исследования	26
7. Требования к содержанию отчета	26
Список использованных источников	27
Приложение 1 Математическое моделирование в редакторе Smath Studio	28
Приложение 2 Варианты заданий	30
Приложение 3 Таблицы для заполнения отчета	31

1. Цифровое представление звука

Цифровой звук — результат преобразования аналогового сигнала звукового диапазона в цифровой аудиоформат.

Простейший метод преобразования, **импульсно-кодовая модуляция (ИКМ)**, состоит в представлении последовательности мгновенных значений уровня сигнала, измеряемого **аналого-цифровым преобразователем (АЦП)** через равные промежутки времени.

Цифровая звукозапись — технология преобразования аналогового звука в цифровой с целью сохранения его на физическом носителе для возможности последующего воспроизведения записанного сигнала.

Цифровой аудиоформат — формат представления звуковых данных, используемый при цифровой звукозаписи, а также для дальнейшего хранения записанного материала на компьютере и других электронных носителях информации, так называемых звуковых носителях.

Аудиофайл (файл, содержащий звукозапись) — компьютерный файл, состоящий из информации об амплитуде и частоте звука, сохраненной для дальнейшего воспроизведения на компьютере или проигрывателе.

Представление аудиоданных в цифровом виде позволяет очень эффективно изменять исходный материал при помощи специальных устройств или компьютерных программ — звуковых редакторов (англ. *audio editor*) и цифровых звуковых рабочих станций (англ. *digital audio workstation*, DAW), что нашло широкое применение в промышленности, медиаиндустрии и быту.

Для воспроизведения цифрового звука применяют специальное оборудование, например AV-ресиверы (A/V-ресивер, англ. *AV receiver* — *audio-video receiver*), цифровые плееры, компьютеры со звуковой картой и установленным программным обеспечением: аудиоплеером или медиаплеером.

Принцип цифрового представления звукового сигнала достаточно прост (рис. 1 [1]):

- вначале нужно преобразовать аналоговый сигнал в цифровой, это осуществляет АЦП звуковой карты персонального компьютера, внешней звуковой карты или специального звукового процессора;
- подвергнуть полученный цифровой сигнал помехоустойчивому кодированию, позволяющему снизить количество ошибок, возникающих при записи на носитель информации или чтении с него, а также при передаче цифровых данных по каналам связи;
- произвести сохранение полученных цифровых данных на носитель информации: магнитную ленту, жесткий диск, оптический диск или твердотельный накопитель;
- для того чтобы прослушать сделанную запись, необходимо в процессе воспроизведения сделанной записи с носителя выполнить обратное преобразование из цифрового сигнала в аналоговый с помощью **цифро-аналогового преобразователя (ЦАП)** звуковой карты или звукового процессора.

Рассмотрим процесс выполнения указанных выше операций подробнее.

1.1. Аналогово-цифровое преобразование

Одной из наиболее простых технологий, позволяющих осуществить аналого-цифровое преобразование сигнала, полученного от микрофона или музыкального инструмента, является импульсно-кодовая модуляция (ИКМ) с равномерным квантованием. Она преимущественно используется в студийной технике звукозаписи, в которой нет жестких ограничений в отношении допустимых скоростей цифровых потоков и главным является высокое качество преобразования.

ИКМ с равномерным квантованием включает в себя следующие операции (рис. 1):

- ограничение полосы частот, которое производится при помощи так называемого антиэлайзингового фильтра низких частот (АФНЧ, англ. *anti-aliasing filter*);

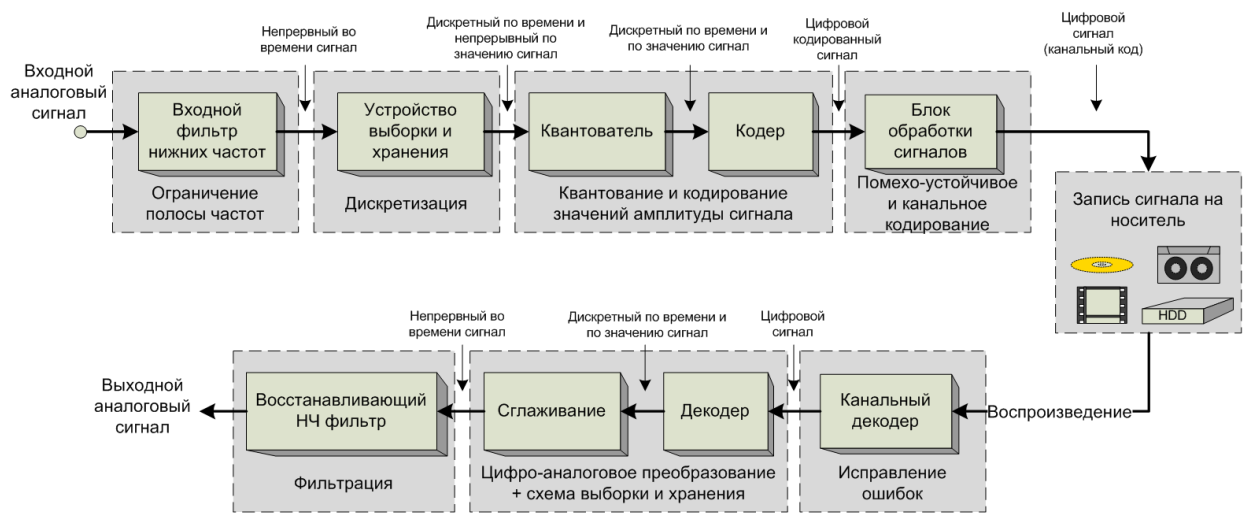


Рис. 1. Структурная схема системы цифровой звукозаписи и воспроизведения.

- дискретизацию во времени; эта задача решается путем использования специальной схемы на входе АЦП — устройства выборки-хранения;
- квантование по уровню;
- кодирование, в результате которого значение каждого квантованного отсчета представляется в виде числа, соответствующего порядковому номеру уровня квантования, например, в двоичном коде.

Дискретизация выполняется следующим образом: из непрерывного аналогового сигнала (рис. 2) выделяется последовательность его значений, измеренных в дискретные моменты времени — **отсчеты**. Частота взятия отсчетов непрерывного по времени сигнала, т. е. количество измерений уровня сигнала за **1 с**, называется **частотой дискретизации** F_S .

Период следования отсчетов дискретного сигнала называется **периодом дискретизации** T_S и рассчитывается как величина, обратная частоте дискретизации:

$$T_S = \frac{1}{F_S} \quad (1)$$

Для качественного преобразования звука в полосе частот от **20 до 20000 Гц**, соответствующей диапазону слышимости человека, применяется минимальная стандартная частота дискретизации **44,1 кГц** для бытовой аппаратуры или **48, 96 или 192 кГц** для профессиональной аппаратуры. Если звуковой сигнал имеет другую полосу частот, частота дискретизации должна быть не менее, чем в два раза выше максимальной частоты сигнала.

Примеры дискретных синусоидальных сигналов приведены на рис. 3 и 4.

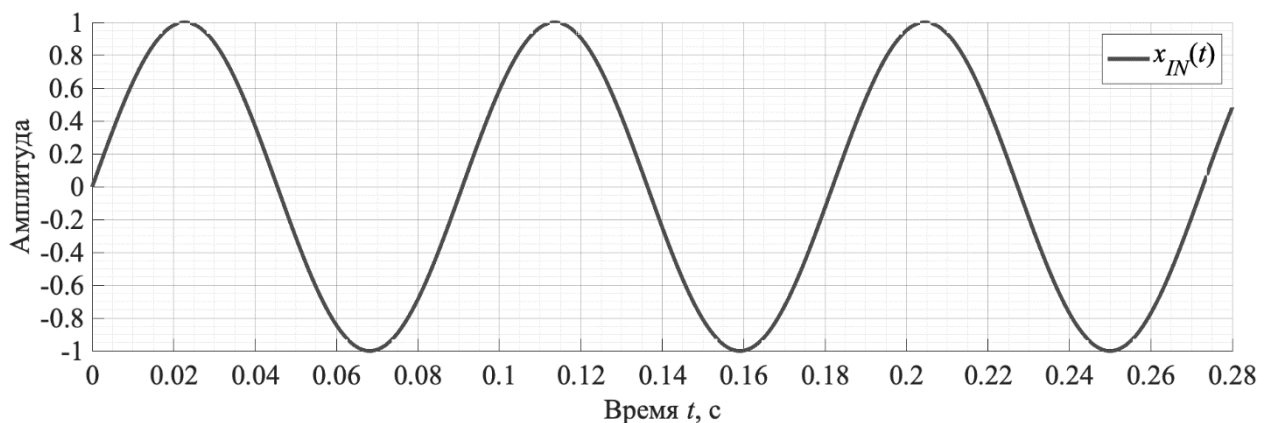


Рис. 2. Непрерывный аналоговый синусоидальный сигнал $x_{IN}(t)$ с частотой 11 Гц на входе АЦП.

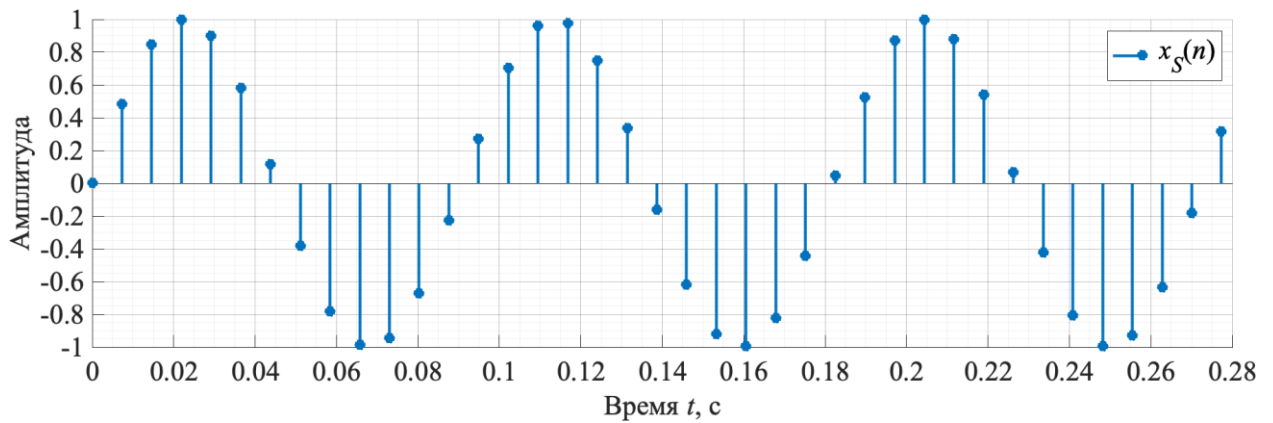


Рис. 3. Дискретный синусоидальный сигнал $x_s(n)$ с частотой 11 Гц ($F_s = 137$ ГГц).

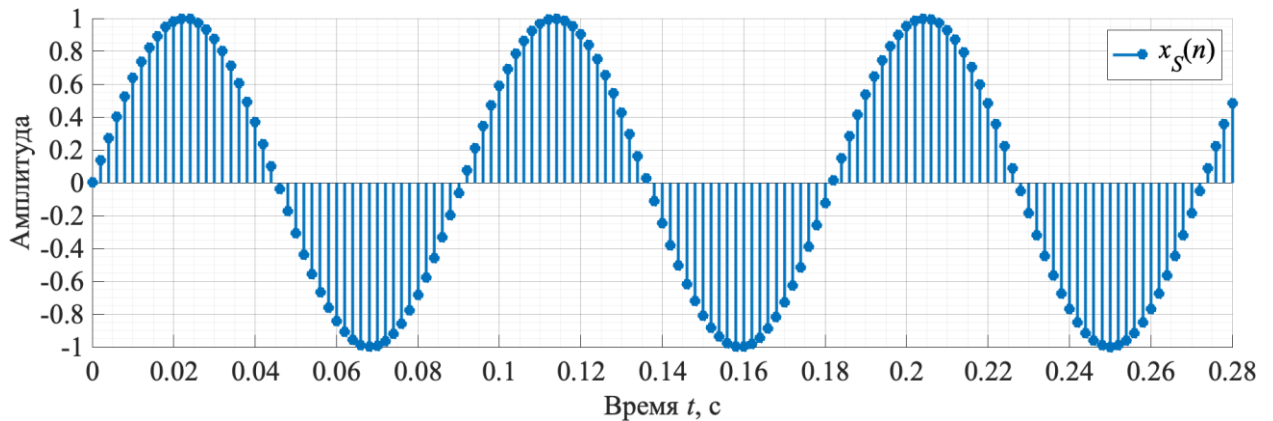


Рис. 4. Дискретный синусоидальный сигнал $x_s(n)$ с частотой 11 Гц ($F_s = 500$ ГГц).

Квантование по уровню представляет собой разбиение диапазона значений отсчетов сигнала на конечное число уровней — **уровней квантования** — и округление этих значений до одного из двух ближайших к ним уровней. При этом значение сигнала может округляться либо до ближайшего уровня, либо до меньшего или большего из ближайших уровней в зависимости от способа кодирования.

В ИКМ используется **равномерное (однородное) квантование**, т. е. разбиение диапазона значений отсчетов сигнала на отрезки равной длины и замена этих значений на ближайший уровень квантования x_q .

Для квантования в двоичном коде диапазон изменения сигнала от минимального значения x_{min} до максимального значения x_{max} делится на 2^n уровней квантования, где n — разрядность квантования. Величина получившегося интервала между уровнями Δ , называемого **шагом квантования**, рассчитывается в соответствии с выражением:

$$\Delta = \frac{x_{max} - x_{min}}{2^n} \quad (2)$$

Каждому уровню присваивается n -разрядный двоичный код — номер уровня, записанный двоичным числом. Таким образом, после дискретизации и квантования аналоговый сигнал представляется в виде цифрового сигнала, т. е. последовательности двоичных чисел, соответствующих значениям сигнала в определенные моменты времени.

При выполнении операции квантования из-за округления значений отсчетов до одного из двух ближайших к ним уровней квантования в звуковом сигнале возникают **ошибки квантования**. Величина ошибки квантования изменяется в пределах от 0 до Δ при округлении до ближайшего снизу уровня квантования. Если же делать округление до ближайшего уровня сверху или снизу, то величина ошибки будет изменяться в диапазоне $[-\Delta/2; \Delta/2]$.

Чем больше частота дискретизации и разрядность квантования звукового сигнала, тем более качественным будет звучание оцифрованного сигнала. Примеры дискретного синусоидального сигнала, квантованного с разрядностью **3**, **4** и **8 бит**, приведены на рис. 5, 6 и 7 соответственно.

Самое низкое качество оцифрованного звукового сигнала, соответствующее качеству телефонной связи, получается при использовании частоты дискретизации **8 кГц** и разрядности квантования **8 бит**. Для получения довольно качественной записи достаточно использовать разрядность квантования **16 бит**, однако, для расширения динамического диапазона и повышения качества звукозаписи используется разрядность **24** или **32 бита**.

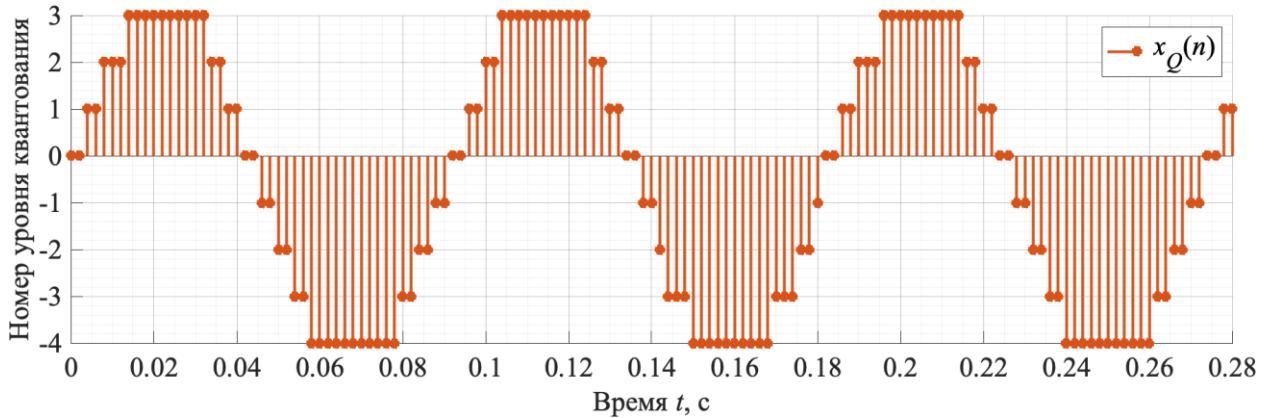


Рис. 5. Дискретный синусоидальный сигнал $x_Q(n)$, квантованный с разрядностью 3 бита (8 уровней) квантования, $F_s = 500$ Гц.

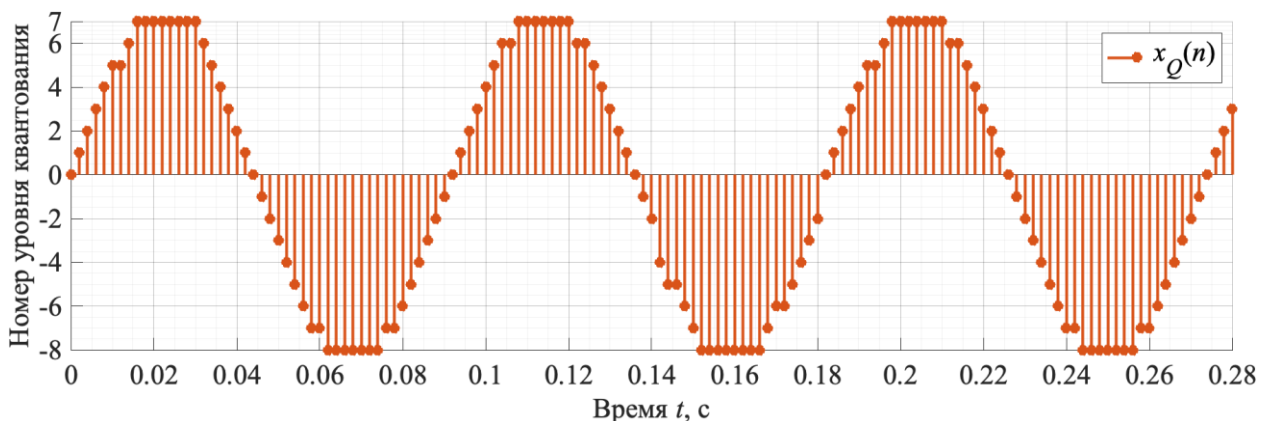


Рис. 6. Дискретный синусоидальный сигнал $x_Q(n)$, квантованный с разрядностью 4 бита (16 уровней) квантования, $F_s = 500$ Гц.

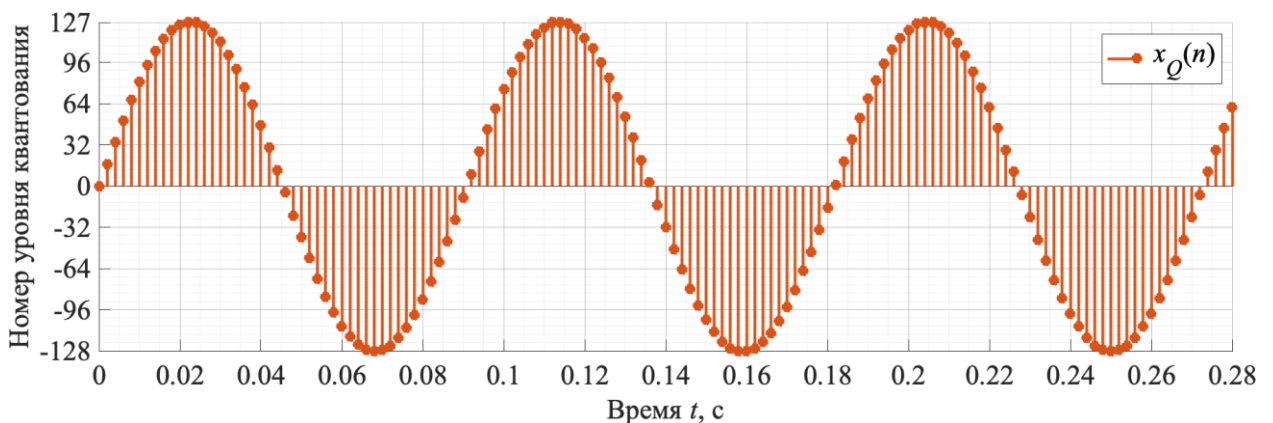


Рис. 7. Дискретный синусоидальный сигнал $x_Q(n)$, квантованный с разрядностью 8 бит (256 уровней) квантования, $F_s = 500$ Гц.

Необходимо помнить, что чем выше качество цифрового звука, тем больше информационный объем звукового файла. Оценить информационный объем аудиофайла V можно следующим образом:

$$V = T \cdot F_s \cdot k, \quad (3)$$

где T , с — общая длительность звучания; F_s , Гц — частота дискретизации; k , бит — разрядность квантования.

Например, при длительности звучания, равной **1 минуте** и среднем качестве звука (**16 бит, 24 кГц**):

$$V = 60 \cdot 24000 \cdot 16 = 23\,040\,000 \text{ бит} = 2\,880\,000 \text{ байт} = 2812,5 \text{ Кбайт} = 2,75 \text{ Мбайт}.$$

При кодировании стереофонического звукового сигнала процесс дискретизации производится отдельно и независимо для левого и правого каналов, что, соответственно, увеличивает объем звукового файла в два раза по сравнению с монофоническим.

1.2. Помехоустойчивое кодирование

Помехоустойчивое кодирование позволяет при воспроизведении сигнала выявить и устранить (или снизить частоту их появления) ошибки чтения с носителя. Для этого в процессе записи к отсчетам, полученным на выходе АЦП, добавляется искусственная избыточность (контрольные биты), которая впоследствии помогает восстановить поврежденный отсчет. В устройствах записи звука обычно используется комбинация из двух или трех помехоустойчивых кодов. Если же выбранный уровень избыточности кодирования не позволяет восстановить правильное значение отсчета, то производится его замена с помощью интерполяции, чтобы исключить появление скачкообразного изменения уровня сигнала (щелчка).

Для лучшей защиты от пакетных ошибок, вызванных повреждениями носителя информации (царапины на компакт-диске, загибы магнитной ленты) также применяется **перемежение**, т. е. перемешивание символов передаваемой последовательности на передающей стороне и восстановление исходного порядка следования символов на приемной стороне.

К полезному звуковому сигналу также добавляются вспомогательные данные, которые облегчают последующее декодирование. Это могут быть сигналы временного кода, служебные сигналы, сигналы синхронизации.

1.3. Цифро-аналоговое преобразование

Для выполнения обработки цифрового звукового сигнала аналоговыми устройствами и последующего воспроизведения его через акустические системы, необходимо преобразовать его обратно в аналоговую форму, т. е. в электрический сигнал. Эту функцию выполняет цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП). Процесс преобразования цифрового сигнала в аналоговый выполняется в несколько этапов:

- декодер ЦАП преобразует последовательность чисел в дискретный квантованный сигнал;
- из дискретных отсчетов формируется непрерывный во времени ступенчатый сигнал;
- окончательное восстановление сигнала производится путем сглаживания ступенчатого сигнала с помощью аналогового фильтра нижних частот.

На рис. 8, 9 и 10 представлены исходный непрерывный синусоидальный сигнал $x_{IN}(t)$ с частотой **11 Гц** и амплитудой, изменяющейся в диапазоне $[-1;1]$, а также примеры сигналов, получаемых на различных этапах выполнения процедуры цифро-аналогового преобразования:

- непрерывный сигнал $x_{OUT}(t)$, полученный в ЦАП из последовательности отсчетов, квантованных с разрядностью **3, 4** или **8 бит** соответственно;
- непрерывный аналоговый сигнал $x_{FILT}(t)$ на выходе ЦАП, прошедший процедуру сглаживания с помощью фильтра низких частот.

Несложно заметить, что повышение разрядности квантования, а также частоты дискретизации, позволяет значительно улучшить качество аналого-цифрового и цифро-аналогового преобразования, и, тем самым, повысить качество записи, передачи и воспроизведения различной звуковой информации.

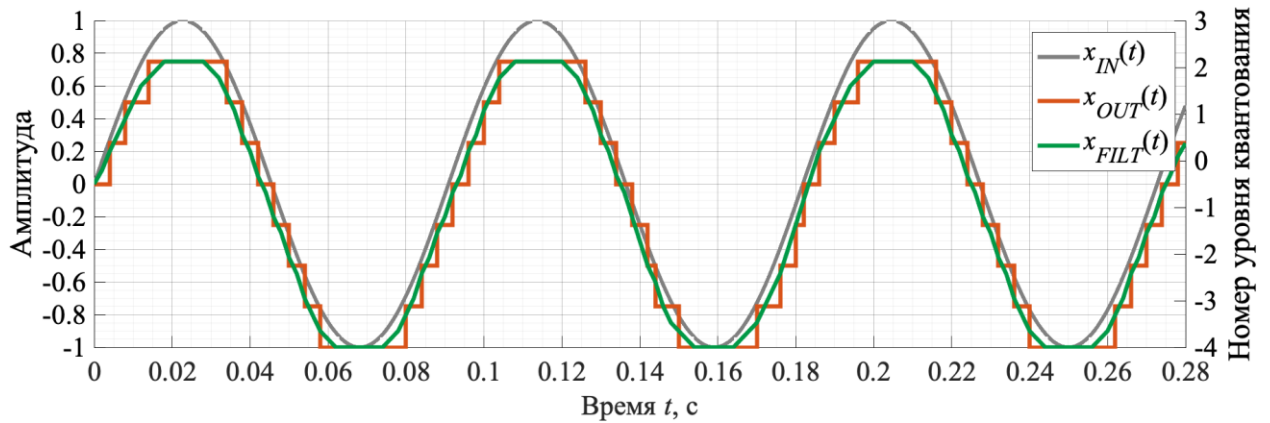


Рис. 8. Сигнал $x_{IN}(t)$; сигнал $x_{OUT}(t)$, полученный в ЦАП из сигнала $x_Q(t)$, квантованного с разрядностью 3 бита; сигнал $x_{FILT}(t)$ на выходе ЦАП; $F_d = 500$ Гц.

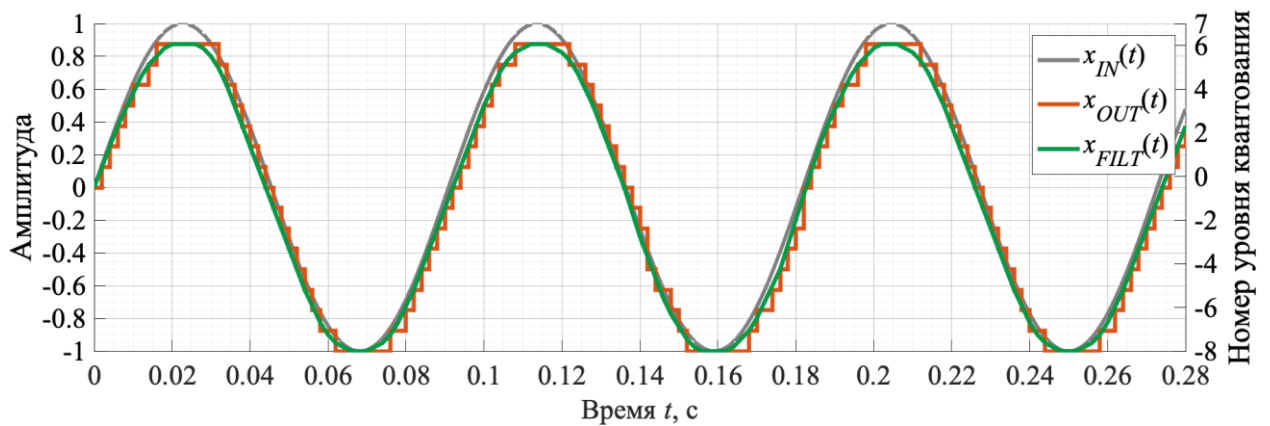


Рис. 9. Сигнал $x_{IN}(t)$; сигнал $x_{OUT}(t)$, полученный в ЦАП из сигнала $x_Q(t)$, квантованного с разрядностью 4 бита; сигнал $x_{OUT FILTERED}(t)$ на выходе ЦАП; $F_d = 500$ Гц.

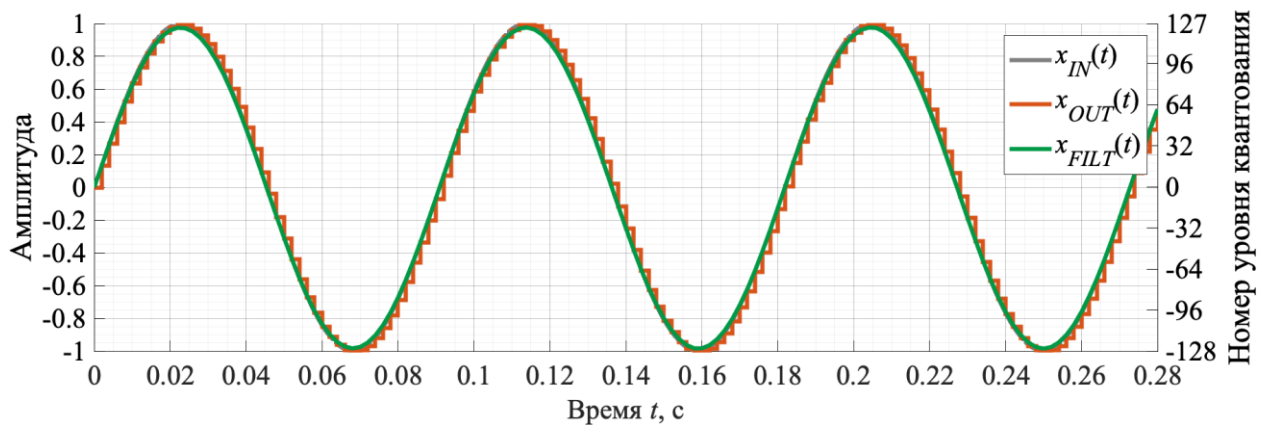


Рис. 10. Сигнал $x_{IN}(t)$; сигнал $x_{OUT}(t)$, полученный в ЦАП из сигнала $x_Q(t)$, квантованного с разрядностью 8 бит; сигнал $x_{OUT FILTERED}(t)$ на выходе ЦАП; $F_d = 500$ Гц.

2. Основы работы со звуковым редактором

Звуковой редактор (аудиоредактор или волновой редактор) — программа для редактирования звуковой информации в цифровом представлении (цифровой звукозаписи). Звуковой редактор является основным программным компонентом цифровой звуковой рабочей станции.

Звуковые редакторы используются для записи музыкальных композиций, подготовки фонограмм для радио, теле и интернет-вещания, озвучивания фильмов и компьютерных игр, реставрации старых фонограмм (предварительно оцифрованных), акустического анализа речи. Звуковые редакторы профессионально используются звукорежиссерами.

Функции звуковых редакторов могут отличаться в зависимости от их предназначения. Самые простые из них, например, свободно распространяемые, имеют ограниченные возможности по редактированию звука и минимальное количество поддерживаемых аудиоформатов. Профессиональное программное обеспечение может включать многодорожечную запись, поддержку профессиональных звуковых карт, синхронизацию звукового сигнала с видео, расширенный набор аудиоформатов, огромное количество звуковых эффектов, как внутренних, так и подключаемых дополнительно в виде плагинов.

Отображение звукового сигнала

Звуковые данные графически представляются в виде **сигналограммы** (англ. *waveform*) — последовательности отсчетов, которые объединены одной огибающей, соответствующей амплитуде звукового сигнала. Окно программы с графическим изображением такой сигналограммы называется **звуковой дорожкой** (англ. *audio track*). Обычно редакторы позволяют изменять масштаб отображения дорожки, с возможностью менять как временное разрешение (горизонтальная ось), так и разрешение амплитуды звука (вертикальная ось). Наиболее продвинутые редакторы позволяют просматривать и изменять данные с точностью до одного отсчета.

Также возможно представление звуковой дорожки в виде **спектрограммы** (англ. *spectrogram*). В таком случае по вертикальной оси откладывается частота сигнала в Герцах, а интенсивностью или цветом отображается амплитуда сигнала. Подобное представление сигнала удобно для определения провала в частотном диапазоне, например для выявления последствий выполнения процедуры сжатия цифровых аудиоданных.

Запись и воспроизведение

Первые звуковые редакторы поддерживали запись, редактирование и воспроизведение только одной стереофонической звуковой дорожки (англ. *stereo track*), то есть содержали два монофонические дорожки (англ. *mono track*) с сигналами левого и правого каналов фонограммы. Развитие персональных компьютеров (ПК) позволило производить одновременную запись сразу с нескольких входов многоканальной звуковой карты. Такие редакторы называются многодорожечными. При последующем воспроизведении в таком редакторе возможно сведение нескольких звуковых дорожек в одну монофоническую или стереофоническую дорожку, или создавать многоканальную фонограмму, например, с целью подготовки сопровождения к кинофильму с объемным звуком. Также одной из функций может быть подготовка и запись фонограммы на компакт-диск.

В основном в звуковых редакторах запись ведется без сжатия аудиоданных, для сохранения максимального качества звука. Однако, существуют программы, позволяющие производить запись с выполнением сжатия «на лету», для экономии места на носителе информации или устранения лишних операций.

Помимо возможности записи с внешних источников, как правило, в аудиоредакторе имеется встроенный генератор простейших тонов (синусоидальной, прямоугольной или пилообразной формы), различных видов шума (например, белого или розового) и тишины.

Преобразование звука

Основное предназначение звукового редактора — это преобразование аудиосигнала. Большинство видов преобразований звука пришли из эры аналоговой звукозаписи, однако, некоторые из них стали возможны только с применением цифрового представления аудиоданных.

Наиболее распространенными видами преобразований являются:

- регулирование уровня;
- усиление;
- изменение динамического диапазона;
- микширование (сведение нескольких звуковых сигналов в один);
- нормирование (процесс выравнивания громкости звукового сигнала относительно какого-либо опорного уровня);
- панорамирование (процесс размещения источников звука в виртуальном акустическом пространстве при формировании стереофонического сигнала);
- применение звуковых эффектов;
- фильтрация звукового сигнала;
- применение графических и параметрических эквалайзеров для изменения амплитудно-частотной характеристики звукового сигнала;
- реставрация звукового сигнала (шумоподавление, подавление щелчков в записях с пластинок, устранение помех, и др.);
- изменение высоты тона и/или длительности звучания.

Как правило, функции звукового редактора возможно расширить, благодаря использованию дополнительно подключаемых модулей — **плагинов** (англ. *plugin*). Они могут содержать один или несколько эффектов и превосходить по качеству обработки или количеству настраиваемых параметров встроенные инструменты обработки.

Анализ звукового сигнала

Для анализа звука могут применяться различные средства, например:

- анализатор спектра (англ. *spectrum analyzer, frequency analyzer*);
- измеритель уровня звука (англ. *level meter*);
- анализатор фазы (англ. *phase analyzer*);
- стереогониометр (англ. *goniometer*) — инструмент, позволяющий оценить ширину стереопанорамы.

Использование технологии MIDI

Некоторые звуковые редакторы могут использоваться совместно с синтезаторами, поддерживающими интерфейс **MIDI**, для создания и редактирования образцов звуков. С помощью интерфейса **MIDI** образцы звуков могут перемещаться из памяти синтезатора в звуковой редактор и обратно. Также возможно включать воспроизведение звука в редакторе по команде, посылаемой через интерфейс **MIDI**.

2.1. Звуковой редактор Audacity

В рамках лабораторной работы исследование тональных звуковых сигналов выполняется с помощью бесплатного, свободно распространяемого (на условиях **GNU General Public License**) кроссплатформенного звукового редактора **Audacity** [2].

Данный звуковой редактор работает под управлением операционных систем: **Microsoft Windows, Linux, macOS, FreeBSD** и других.

Редактор **Audacity** обеспечивает выполнение следующих функций:

- импорт и экспорт файлов форматов **WAV, MP3** (с использованием внешнего пакета кодеков **LAME MP3, Vorbis, FLAC** и других форматов;

- запись с микрофона, линейного входа и других источников;
- запись с одновременным прослушиванием имеющихся дорожек;
- запись до 16 каналов одновременно (при использовании многоканальной звуковой карты);
- обработка звуковых сигналов с использованием обширных библиотек эффектов и расширений как в комплекте поставки, так и устанавливаемых отдельно;
- контроль уровня записи и воспроизведения;
- устранение шумов и помех, присутствующих в звуковом сигнале;
- выполнение частотного анализа звукового сигнала;
- сведение дорожек с разными качественными характеристиками с автоматическим преобразованием к заданным характеристикам проекта в режиме реального времени.

Программа переведена на многие языки мира, в том числе на русский. В комплекте с программой поставляется электронная документация [3].

2.2. Форматы представления времени в звуковом редакторе Audacity

В звуковом редакторе **Audacity** возможно использование различных форматов представления времени (рис. 11). Формат представления времени выбирается пользователем в зависимости от типа выполняемых работ:

- при обработке самого звукового сигнала удобно использовать привычные форматы, например: «**секунды**» (**seconds**), «**00ч : 00мин : 00с**» (**hh:mm:ss**) или «**00ч : 00мин : 00с + 000мс**» (**hh:mm:ss + milliseconds**);
- при подготовке звукового сопровождения к видеосигналу удобно использовать форматы представления времени, согласованные с характеристиками стандартов передачи телевизионных и видеосигналов, например: «**00ч : 00мин : 00с + PAL кадры (25 кадров/с)**» (**hh:mm:ss + PAL frames (25 fps)**) или «**кадры киноплёнки (24 кадра/с)**» (**film frames (24 fps)**);
- при подготовке звукового сигнала для записи на носитель удобно использовать формат представления времени, согласованный со стандартами цифровой записи сигналов, например, на звуковой компакт-диск (**CDDA — Compact Disc Digital Audio**): «**кадры CCDA (75 кадров/с)**» (**CDDA frames (75 fps)**).

```
seconds
seconds + milliseconds
hh:mm:ss
dd:hh:mm:ss
hh:mm:ss + hundredths
✓ hh:mm:ss + milliseconds
hh:mm:ss + samples
samples
hh:mm:ss + film frames (24 fps)
film frames (24 fps)
hh:mm:ss + NTSC drop frames
hh:mm:ss + NTSC non-drop frames
NTSC frames
hh:mm:ss + PAL frames (25 fps)
PAL frames (25 fps)
hh:mm:ss + CDDA frames (75 fps)
CDDA frames (75 fps)
bar:beat
bar:beat:tick
```

Рис. 11. Список форматов представления времени в звуковом редакторе Audacity.

При проведении измерений временных параметров звукового сигнала, например периода, для повышения точности измерений рекомендуется использовать формат представления времени в отсчетах цифрового звукового сигнала. При этом длительность звукового сигнала T в секундах будет связана с количеством отсчетов N через период дискретизации T_d (см. выражение (1)) соотношением:

$$T = T_d \cdot N. \quad (4)$$

Если значение частоты дискретизации составляет **48 кГц** (данное значение используется в **Audacity** по умолчанию), то период дискретизации звукового сигнала составит:

$$T_d = 1/48000 = 2,08 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

Тогда, если длительность некоторого временного отрезка составляет $N = 101$ отсчет, то длительность данного отрезка в секундах составит:

$$101 \cdot 2,08 \cdot 10^{-5} = 0,0021 \text{ с} = 2,1 \text{ мс.}$$

2.3. Создание тонального звукового сигнала

Запустите ПО **Audacity**. В новом проекте создайте монофоническую дорожку с помощью пункта меню **Tracks — Add New — Mono track**, или нажав клавиши **Ctrl+Shift+N** (рис. 12).

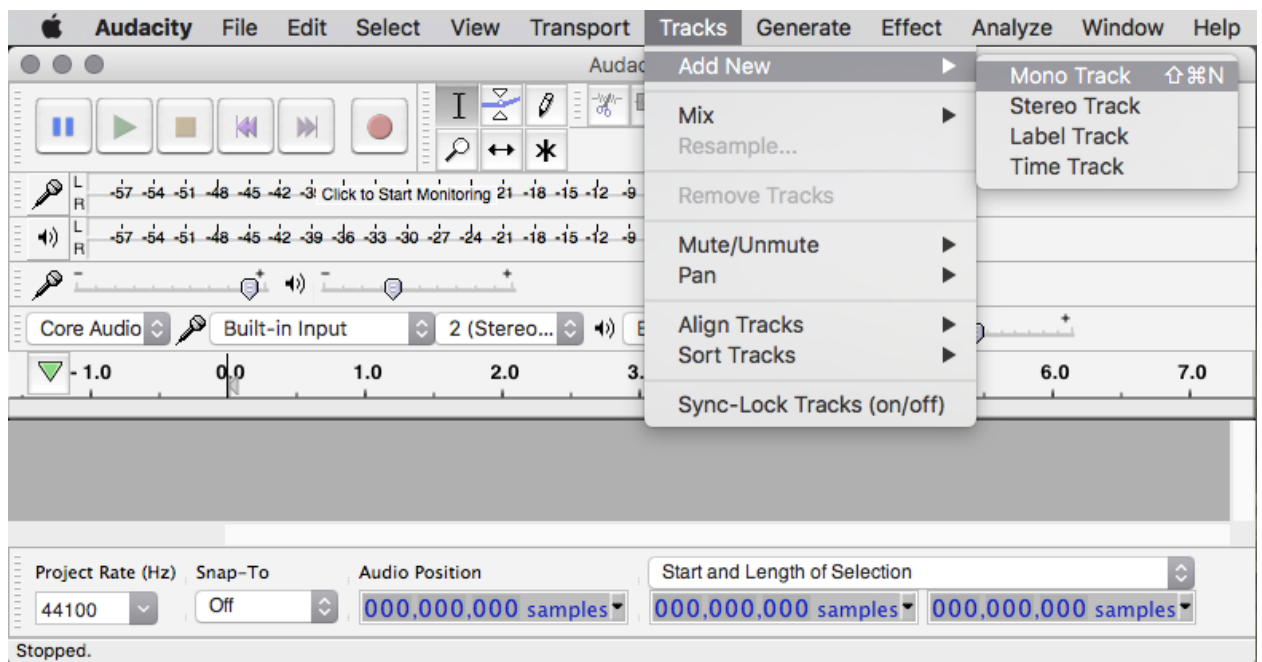


Рис. 12. Создание монофонической звуковой дорожки в звуковом редакторе Audacity.

Для создания **тонального сигнала** выберите пункт меню **Generate — Tone** (рис. 13). В диалоговом окне создания тонального сигнала введите параметры:

- **Waveform** — форма тонального сигнала: синусоидальная; прямоугольная; пилообразная; прямоугольная без эффекта наложения спектра;
- **Frequency (Hz)** — частота тонального сигнала, Гц;
- **Amplitude (0–1)** — амплитуда сигнала (от 0 до 1);
- **Duration** — длительность сигнала.

Нажмите кнопку **Ok** или клавишу **Enter**.

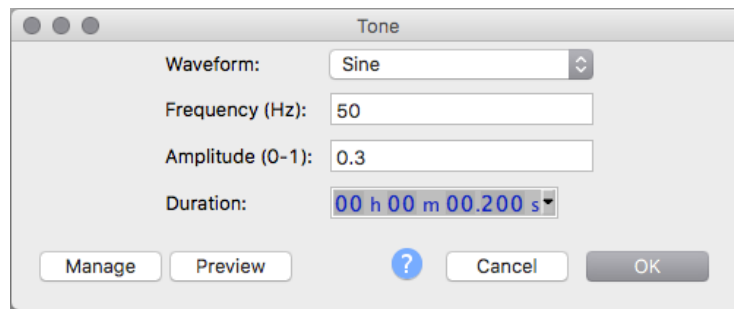


Рис. 13. Окно генератора тональных сигналов звукового редактора Audacity.

2.4. Сведение нескольких звуковых дорожек в единый звуковой сигнал

Для формирования сложного звукового сигнала из нескольких тональных сигналов необходимо выполнить операцию сведения отдельных звуковых дорожек, содержащих тональные сигналы, в единый звуковой сигнал, расположенный на новой звуковой дорожке. Операция сведения соответствует математической операции суммирования синусоидальных сигналов.

Перед выполнением операции сведения, удерживая клавишу **Shift**, последовательно выделите курсором звуковые дорожки, которые должны войти в сложный звуковой сигнал. Если необходимо свести все звуковые дорожки, имеющиеся в текущем проекте, для их выделения выберите пункт меню **Select — All** или нажмите клавиши **Ctrl+A**.

Для сведения дорожек выберите пункт меню **Track — Mix — Mix and Render to New Track** или нажмите клавиши **Ctrl+Shift+M** (рис. 14).

В результате выполнения операции **Mix and Render to New Track** будет создана новая звуковая дорожка, содержащая результирующий (суммарный) сигнал (рис. 15).

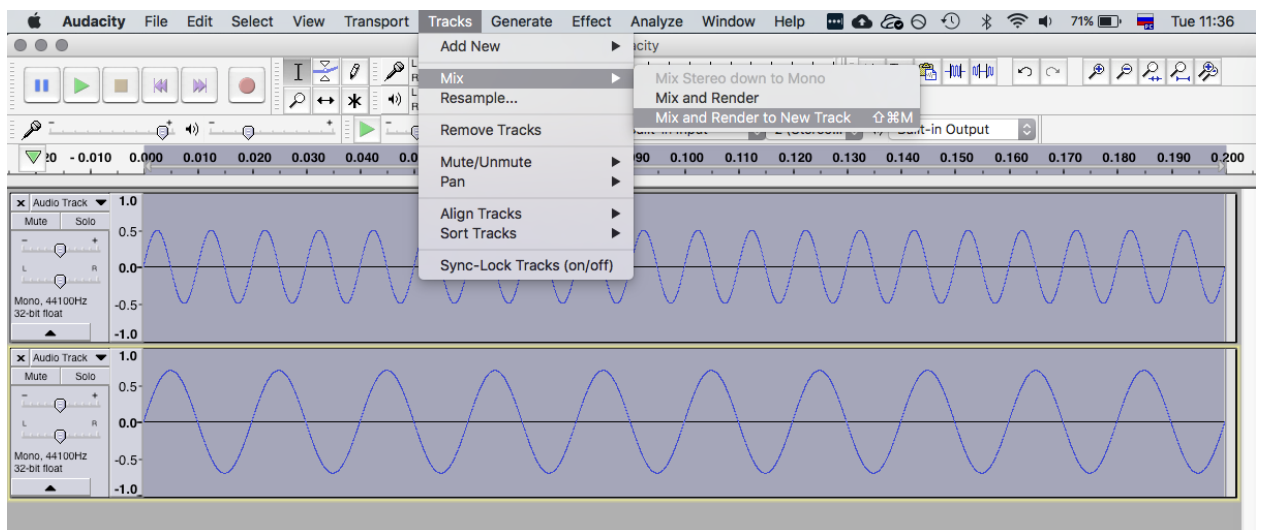


Рис. 14. Сведение двух звуковых дорожек с тональными сигналами с частотой 100 Гц и 50 Гц в одну в звуковом редакторе Audacity.

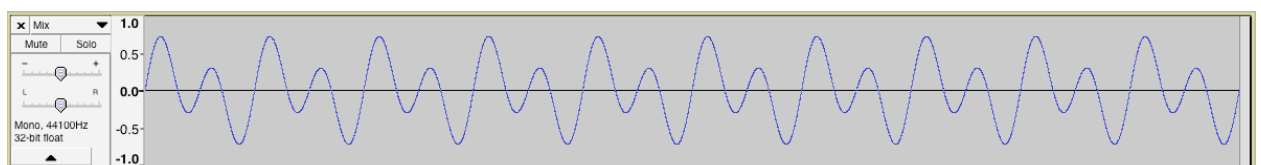


Рис. 15. Дорожка, содержащая сложный звуковой сигнал, полученный в результате сведения.

2.5. Прослушивание звуковых сигналов с помощью звукового редактора Audacity

Подключите к компьютеру устройство воспроизведения звука (акустическую систему или головные телефоны).

В ПО **Audacity** обновите список подключенных к ПК звуковых устройств с помощью пункта меню **Transport — Rescan Audio Devices**. На панели управления устройствами ввода/вывода **Device Toolbar** выберите подключенное устройство воспроизведения в качестве основного устройства вывода для ПО **Audacity**.

С помощью пункта меню **Transport — Cursor to — Project Start** установите курсор в начало временной оси проекта/звуковой дорожки.

Для запуска воспроизведения звукового сигнала нажмите кнопку **Play** на панели **Transport Toolbar** или клавишу «пробел». Измените уровень воспроизведения звукового сигнала с помощью регулятора **Playback Volume** на панели **Audacity Mixer Toolbar** таким образом, чтобы устройство воспроизведения создавало комфортный для Вас уровень громкости звука. По умолчанию в ПО **Audacity** всегда установлен уровень воспроизведения, равный **1** или **100%**. Дополнительно уровень воспроизведения звукового сигнала можно изменить в настройках драйвера звуковой карты, либо с помощью регулятора уровня на устройстве воспроизведения (при наличии).

Для временной приостановки воспроизведения нажмите кнопку **Pause** на панели **Transport Toolbar** или клавишу **P**. При этом курсор будет установлен на отметке временной оси, соответствующей моменту приостановки воспроизведения.

Для завершения воспроизведения нажмите кнопку **Stop** на панели **Transport Toolbar** или клавишу «пробел». При этом курсор будет установлен на отметку временной оси, на которой он находился до начала воспроизведения.

Если проект **Audacity** содержит несколько звуковых дорожек, то для прослушивания только звукового сигнала только с одной из них необходимо нажать кнопку **Solo**, находящуюся на панели управления нужной дорожкой. При этом все остальные дорожки будут отключены, что соответствует нажатию кнопки **Mute** на панели управления каждой из дорожек. Для одновременного прослушивания звуковых сигналов нескольких дорожек, включите нужные дорожки с помощью кнопок **Mute**.

3. Колебательные процессы

3.1. Общие характеристики колебательных процессов

Колебательным процессом называется процесс перемещения твердых, жидких или газообразных тел, при котором они совершают движения (колебания), полностью или частично повторяющиеся во времени. При таких процессах, как правило, прослеживаются определенные закономерности, которые могут быть описаны математически.

Колебания подразделяют на простые и сложные.

Простыми (гармоническими или однокомпонентными) называют колебания, протекающие по синусоидальному закону. Они могут быть описаны уравнением

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5)$$

где x — амплитуда колебаний; ω — круговая (циклическая) частота; φ_0 — начальная фаза; t — время, в течение которого рассматривается колебательный процесс [4].

Амплитуда колебаний — величина, характеризующая максимальное отклонение какого-либо параметра от состояния покоя. Этим параметром может быть перемещение (в метрах), скорость (в метрах в секунду), давление (в паскалях) и т. д. В акустике часто используется понятие размаха колебания, под которым понимают максимальное изменение параметра между его наименьшим и наибольшим значениями в течение одного периода. Для простого колебания размах равен удвоенной амплитуде. Он измеряется в тех же единицах, что и амплитуда.

Круговая частота измеряется в радианах в секунду и представляет собой скорость изменения фазы колебания (угловую скорость):

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d(2\pi f t + \varphi_0)}{dt} = 2\pi f, \quad (6)$$

где $\varphi = \omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний; f — частота колебаний [4].

Фаза колебания определяет положение колеблющегося тела в данный момент времени t и измеряется в радианах или градусах. Для перевода градусов в радианы используют формулу $\varphi = 2\pi\varphi_0/360^\circ$.

Частота колебаний представляет собой число колебаний, совершаемых телом за секунду, измеряется в герцах (Гц).

В акустике широко применяется другой параметр, характеризующий колебательный процесс, — **период колебания** T . Это отрезок времени, в течение которого происходит полный цикл движения, он измеряется в секундах. Связь между периодом и частотой колебаний выражается соотношением

$$T = \frac{1}{f}. \quad (7)$$

Сложные колебания — это колебания, в состав которых входят два или более неравных по частоте гармонических колебания. Такие колебания образуются, как правило, в музыкальных инструментах при формировании звуков. Они могут быть периодическими или непериодическими.

Периодическими называют колебания, компоненты которых находятся в кратных частотных отношениях. Периодическое сложное колебание в общем виде можно описать уравнением

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} x_{0k} \sin(k\omega t + \varphi_{0k}), \quad (8)$$

где x_{0k} — амплитуда k -й гармоники; φ_{0k} — начальная фаза k -й гармоники.

Низший по частоте компонент сложного периодического колебания называют **основным тоном** или **первой гармоникой**, а высшие по частоте — **обертонами** или **высшими гармониками**.

Сложное колебание, в состав которого входят два или более простых колебания с частотами, кратными некоторому общему числу (наибольшему общему делителю), также будет периодическим. Его иногда называют **квазипериодическим**.

Непериодическими называют колебания, которые не могут быть описаны периодической функцией $f(t) = f(t + T)$. К числу непериодических относят колебания в виде одиночных импульсов ($T = \infty$) или описываемые кривыми, не имеющими, определенного периода. В общем виде непериодические сложные колебания могут быть описаны уравнением

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} x_{0k} \sin(\omega_k t + \varphi_{0k}), \quad (9)$$

где x_{0k} — амплитуда k -го компонента; ω_k — круговая k -го компонента; φ_{0k} — начальная фаза k -го компонента [4].

Амплитуды компонентов непериодических колебаний могут изменяться во времени. Частным случаем колебаний с изменяющейся во времени амплитудой будут **затухающие** колебания. Затухающие колебания с неизменяющимся периодом называют **условно периодическими** или просто затухающими.

Непериодические колебания с отношением частот компонентов, близким к кратным, называют **почти периодическими**. Примером почти периодических колебаний могут служить колебания струн фортепиано.

К числу квазипериодических колебаний относят также амплитудно- или частотно-модулированные колебания с модулируемой (несущей) частотой, не кратной модулирующей частоте. Такие колебания широко используются в музыкальной практике при получении амплитудного или частотного вибрато.

Компоненты непериодического звукового колебания называют **частичными тонами**. Низший по частоте компонент называют **основным тоном**, а второй и следующий за ним тоны высших частот — **обертонами**. Явление не кратности частот обертонов основному тону при непериодических (почти периодических) колебаниях называют **негармоничностью** обертонов.

3.2. Принцип суперпозиции волн

Из линейности уравнений акустики относительно давления, скорости частиц и т. п. следует важное свойство волн, называемое **принципом суперпозиции**, который состоит в том, что в линейной среде звуковые волны, проходя через данную точку среды, создают результирующее колебание, равное геометрической сумме колебаний, вызванных каждой волной в отдельности: каждая свободная волна распространяется независимо от всех остальных и звуковое поле в каждой точке — это просто сумма полей составляющих свободных волн. Каждая молекула воздуха в таком звуковом поле участвует одновременно в нескольких колебательных процессах: если, например, одна звуковая волна вызывает ее максимальное смещение в одну сторону, а в это время другая звуковая волна — смещение в противоположную, то данная молекула среды останется на месте, т. е. не будет сдвигаться из своего положения равновесия.

В результате суперпозиции создается сложное звуковое поле; звуковые волны распространяются через среду независимо, как бы проходят друг через друга. В общем случае результат сложения зависит от соотношения амплитуд, частот и фаз составляющих звуковых волн. Для скалярных характеристик волны (например, для звукового давления)

суммирование алгебраическое, для векторных (скорость, ускорение частиц) — векторное [5,6].

Следует отметить, что принцип линейного сложения волн действует только при малых амплитудах (в линейной среде). Для звуков большой амплитуды принцип суперпозиции неприменим.

Сложение волн от двух или нескольких когерентных источников, при котором образуется устойчивое пространственное распределение амплитуды и фазы результирующей волны, называется **пространственной интерференцией**. Под **когерентностью** понимается согласованное по времени протекание колебательных процессов, которое приводит к созданию звуковых волн, одинаковых по направлению, по частоте и имеющих постоянный сдвиг фаз во времени [6].

При интерференции двух когерентных гармонических волн в разных точках пространства образуется устойчивая **интерференционная картина**, состоящая из чередующихся максимумов и минимумов. Если волны имеют одинаковые амплитуды, то в тех точках, где две пришедшие волны имеют амплитуды в одинаковой фазе, будет сложение колебаний и точки среды будут колебаться с максимальной суммарной амплитудой (конструктивная интерференция); в тех точках, где встречаются две волны с противоположно направленными смещениями (разность фаз равна $\pi/2$ или 180°), образуется нуль суммарной амплитуды (деструктивная интерференция).

Если волны **некогерентны** и разность фаз между ними быстро и беспорядочно меняется, то в этом случае интерференционная картина, т. е. расположение максимумов и минимумов, размывается, среднее значение амплитуды результирующей волны выравнивается в разных точках пространства, при этом происходит сложение потоков энергии (интенсивностей) составляющих волн (а не их амплитуд) [6].

3.3. Сложение колебаний

Формируемые музыкальными инструментами звуковые колебания в большинстве случаев можно рассматривать как результат сложения (суперпозиции) отдельных простых гармонических колебаний.

Получаемые суммарные колебания характеризуются, как правило, вполне определенными собственными параметрами: частотой, амплитудой, начальной фазой. Рассмотрим некоторые характерные случаи сложения колебаний (предполагая, что колебания формируются в определенной точке пространства).

Сложение двух простых колебаний с одинаковыми частотами и различными начальными фазами и амплитудами

Пусть два колебания описываются уравнениями

$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad x_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Результирующее колебание можно представить выражением [4]

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (10)$$

где A — амплитуда суммарного колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}, \quad (11)$$

φ_0 — начальная фаза суммарного колебания:

$$\varphi_0 = \arctg \left[\frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \right]. \quad (12)$$

Таким образом, в результате сложения двух простых гармонических колебаний одинаковой частоты получается простое гармоническое колебание той же частоты, но с другой амплитудой x_0 и начальной фазой ϕ_0 (рис. 16). Амплитуда результирующего колебания зависит от амплитуд и начальных фаз исходных колебаний. В случае равенства частот двух (или нескольких) исходных простых колебаний в результате их сложения получается также простое колебание.

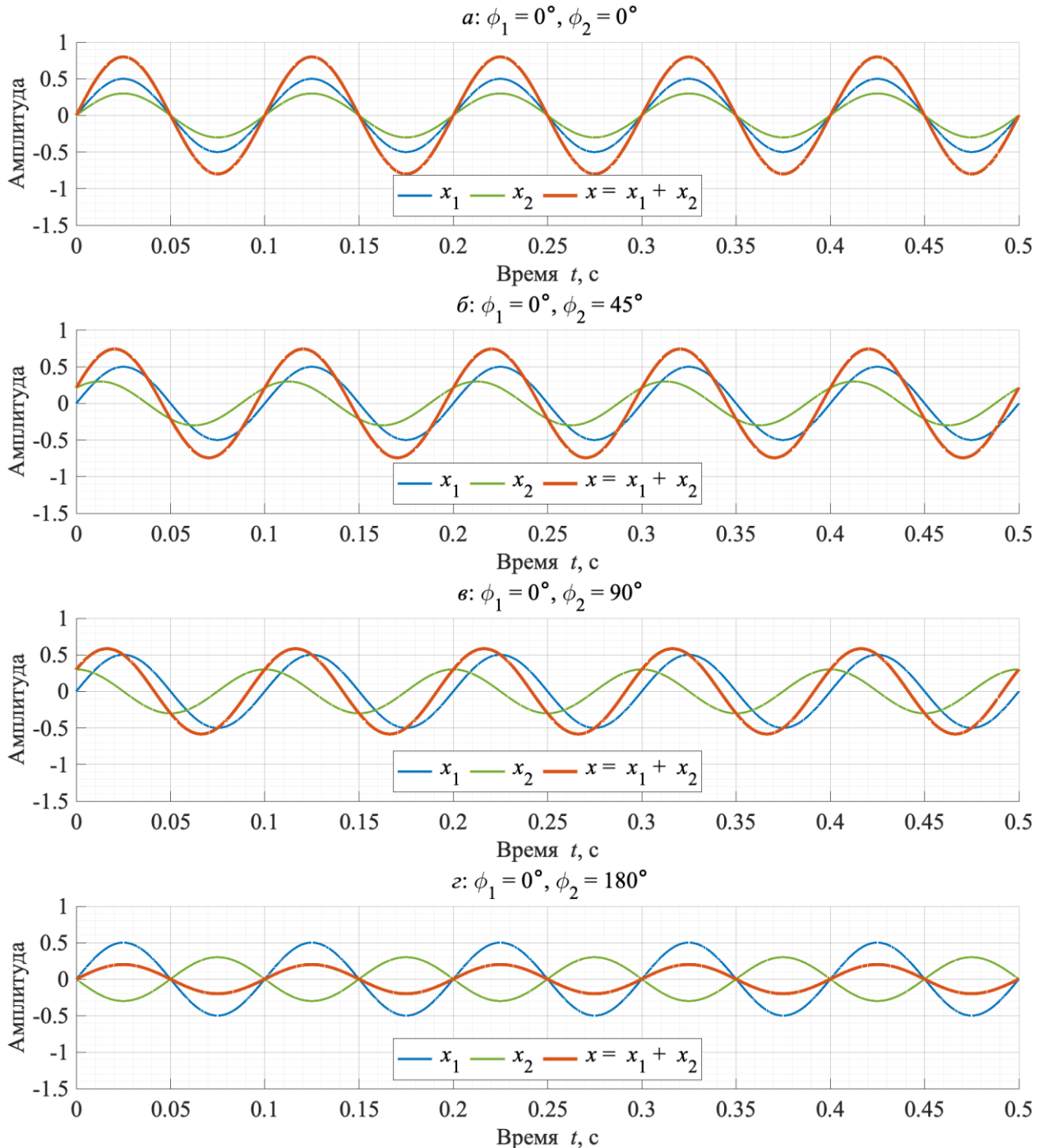


Рис. 16. Сложение двух простых колебаний с одинаковыми частотами 10 Гц, амплитудами $A_1 = 0,5$ и $A_2 = 0,3$ и различными начальными фазами ϕ_1 и ϕ_2 .

Сложение двух простых колебаний с различными амплитудами, частотами и начальными фазами

Помимо пространственной интерференции, возникающей при распространении двух когерентных гармонических волн, в результате суперпозиции двух простых гармонических

волн с различными частотами, распространяющихся в одном направлении, может также возникать так называемая **временная интерференция**.

Пусть два колебания описываются уравнениями

$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1), \quad x_2(t) = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Введя обозначение $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$, получим

$$x_2(t) = A_2 \sin(\omega_1 t + \Delta\omega t + \varphi_2). \quad (13)$$

После сложения исходных колебаний с учетом выражения (8) и тригонометрических преобразований уравнение суммарного колебания примет вид [4]:

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_1 t + \Delta\omega t + \varphi_2) = A(t) \sin(\omega_1 t + \varphi_0(t)), \quad (14)$$

где A — амплитуда суммарного колебания:

$$A(t) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \Delta\omega t)}, \quad (15)$$

φ_0 — начальная фаза суммарного колебания:

$$\varphi_0(t) = \operatorname{arctg} \left[\frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin(\Delta\omega t + \varphi_2)}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos(\Delta\omega t + \varphi_2)} \right]. \quad (16)$$

Поскольку частоты двух исходных колебаний различны, за начальный момент времени можно принять такой, когда $\varphi_1 = \varphi_2$. В этом случае уравнение амплитуды колебаний примет вид

$$A(t) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\omega t)}. \quad (17)$$

Выражение (17) показывает, что в результате сложения двух простых колебаний с различными, но близкими частотами и различными амплитудами получается суммарное колебание с частотой, более или менее равной первоначальной, и амплитудой, изменяющейся по величине от суммы до разности амплитуд исходных колебаний, и частотой, равной разности частот исходных колебаний. Процесс изменения амплитуды двух или более незначительно отличающихся по частоте колебаний называется **биениями**.

Если амплитуды и простых колебаний будут одинаковы: $A_1 = A_2$, а начальные фазы φ_1 и φ_2 в этих волнах будут равными нулю, то выражение (14) можно упростить [7]:

$$\begin{aligned} x &= A_1(\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)) = 2A_1 \cos \left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} t \right] \sin \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} t \right] = \\ &= A(t) \sin \omega_{\text{cp}} t, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$A(t) = 2A_1 \cos \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right), \quad (19)$$

и

$$\omega_{\text{cp}} = \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}. \quad (20)$$

Вследствие того, что частоты складываемых колебаний близки, происходит периодическое изменение разности фаз данных колебаний от 0 до 180 градусов, и они складываются соответственно то в фазе, то в противофазе, образуя максимумы и минимумы амплитуды суммарного колебания. Таким образом, суммарное колебание, имеющее частоту $\omega_{\text{ср}}$, оказывается амплитудно-модулированным во времени очень медленно меняющейся огибающей с частотой $(\omega_1 - \omega_2)/2$. Амплитуда результирующего колебания изменяется по величине от 0 до максимального значения $2A_1$ (рис. 17).

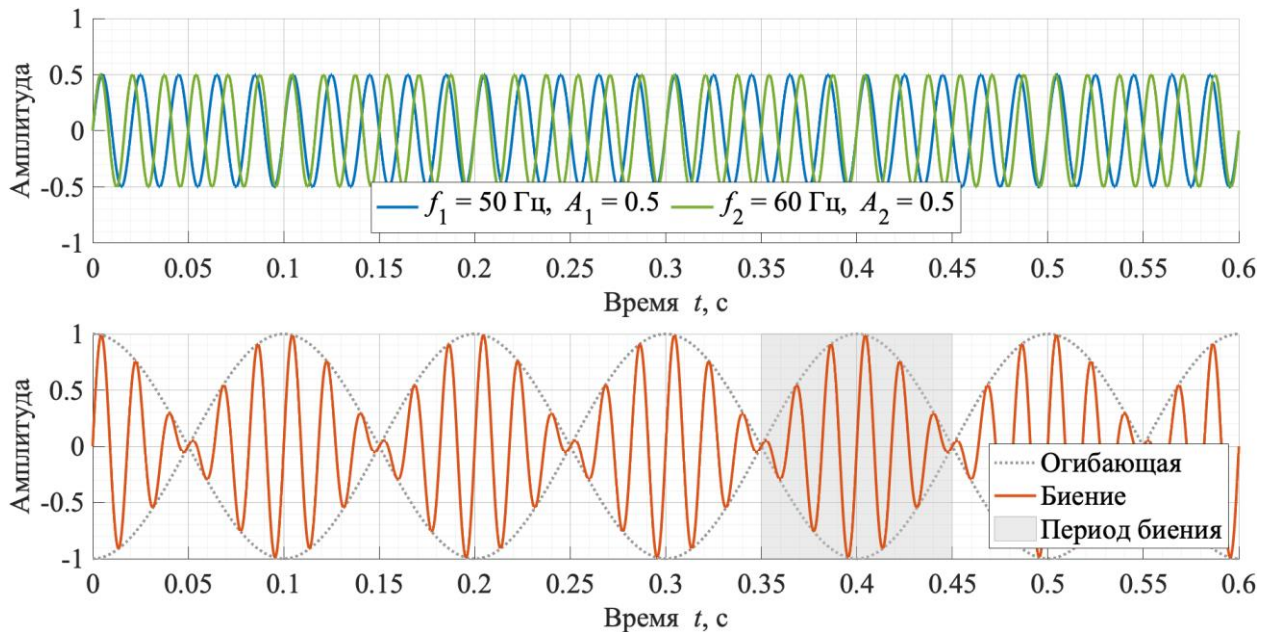


Рис. 17. Два близких по частоте простых колебания с одинаковой амплитудой (а) и биение, образованное в результате их сложения (б).

Период изменения амплитудной огибающей равен [4,7]

$$T_6 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{f_6}. \quad (21)$$

Частота изменения амплитудной огибающей f_6 называется **частотой биения**. Частота биения равна разности частот образующих его простых колебаний:

$$f_6 = |f_1 - f_2|. \quad (22)$$

Спад амплитуды результирующего колебания до нуля возможен лишь при $A_1 = A_2$ и угле $\Delta\omega t = 180^\circ$. При неравенстве амплитуд $A_1 \neq A_2$ амплитуда результирующего колебания ни при каких значениях $\Delta\omega t$ не будет равна нулю (рис. 18). Чем больше разница амплитуды исходных колебаний, тем слабее биения. Кроме того, различие амплитуд простых колебаний приводит к некоторой угловой модуляции, т. е. будет наблюдаться периодическое изменение мгновенного значения частоты результирующего колебания. В случае звуковых колебаний возникновение угловой модуляции вместе с образуемыми биениями несколько оживляет звук, делая его более приятным [4].

При сложении двух простых колебаний с существенно различными частотами происходит процесс наложения высокой частоты на низкую (рис. 19).

Таким образом, биение представляет собой частный случай амплитудной модуляции.

При получении биений путем сложения периодических, но не синусоидальных сигналов близких частот возникает биение в виде сложного суммарного колебания с амплитудой, изменяющейся по сложному периодическому закону (рис. 20) [8].

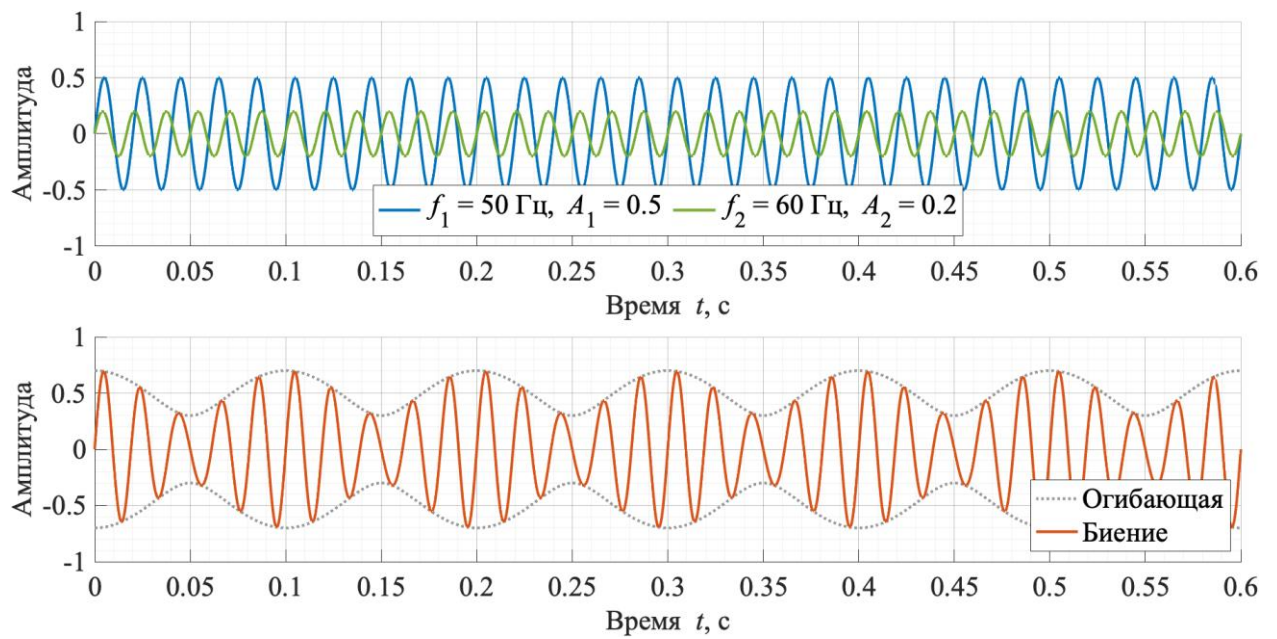


Рис. 18. Два близких по частоте простых колебания с различной амплитудой (а) и неполное биение, образованное в результате их сложения (б).

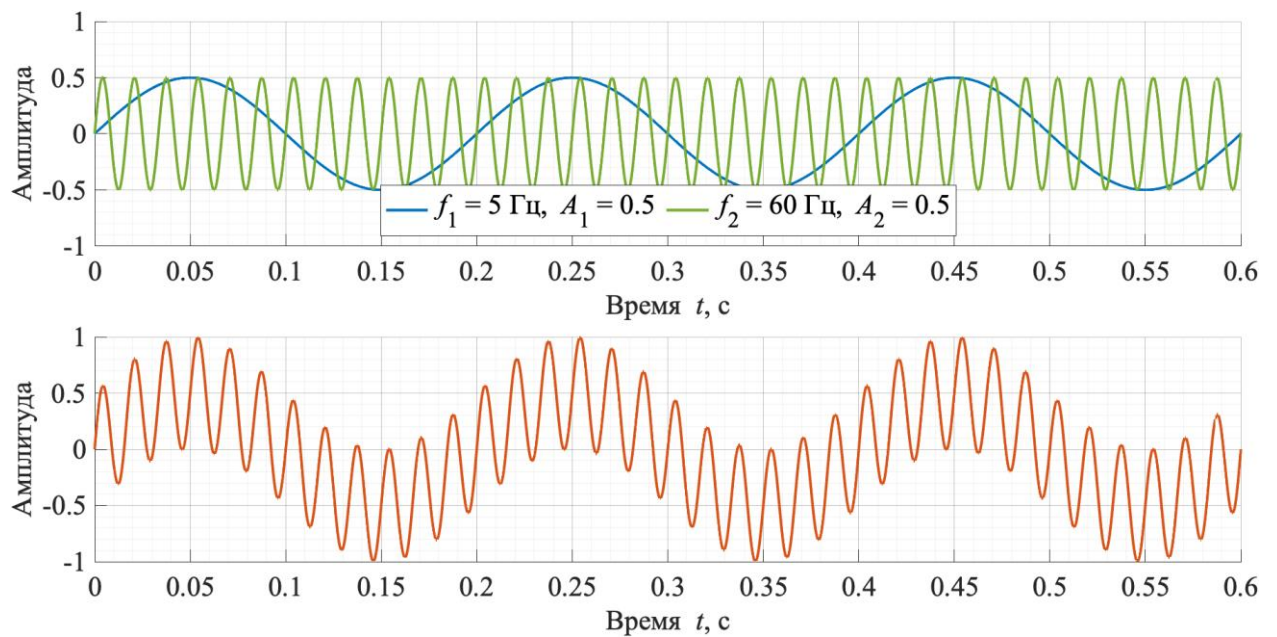


Рис. 19. Два существенно отличающихся по частоте простых колебания (а) и колебание, образованное в результате их сложения (б).

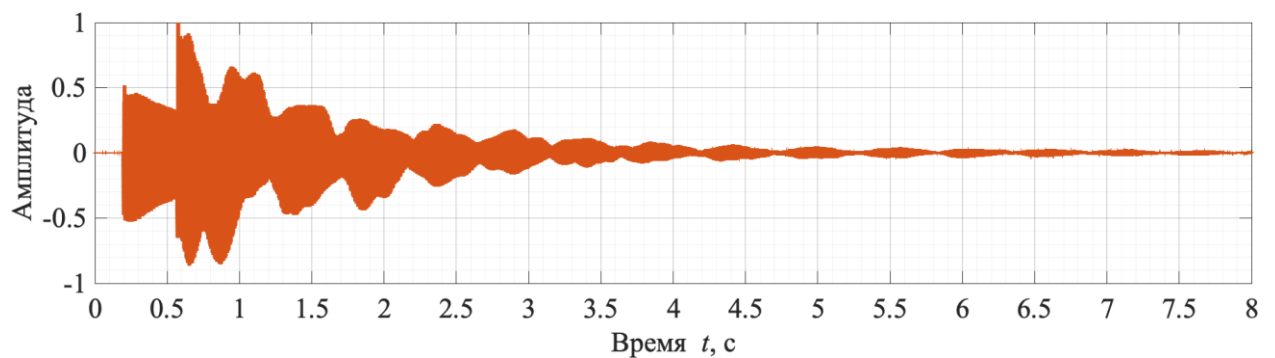


Рис. 20. Биение, формируемое при одновременном звучании двух струн гитары, настроенных на близкие частоты.

4. Математическое моделирование сложения колебаний

В рамках данной лабораторной работы необходимо выполнить математическое моделирование следующих случаев сложения колебаний:

- сложение двух простых колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами с целью получения биений;
- сложение двух простых колебаний с различными амплитудами и частотами.

Моделирование осуществляется с помощью математического редактора **SMath Studio** (Прил. 1) [9].

4.1. Сложение простых колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами

На основании табл. П1 (Прил. 2) определите значения частот f_1, f_2 , Гц, и амплитуды A_1 простых колебаний, соответствующих Вашему варианту задания. Занесите значения в табл. П2 (Прил. 3) отчета.

С помощью математического редактора **SMath Studio** по заданным значениям частот рассчитайте:

- периоды простых колебаний T_1, T_2 , с;
- частоту биения, образованного в результате сложения простых колебаний, $f_{б1}$, Гц (см. выражение (22));
- период биения, образованного в результате сложения простых колебаний, $T_{б1}$, с (см. выражение (21));
- максимальное значение амплитуды сложного колебания в соответствии с выражением $A_{б1\max} = 2A_1$.

Результаты расчета занесите в табл. П2 (Прил. 3) отчета.

Рассчитайте зависимость амплитуд простых колебаний x_1, x_2 от времени в соответствии с выражением:

$$x(n) = A \cdot \sin(2\pi f t(n)), \quad (23)$$

где A — амплитуда простого колебания; f — частота простого колебания; $t(n)$ — вектор времени, состоящий из M отчетов, следующих с шагом Δt :

$$t(n) = 0, \Delta t, 2 \cdot \Delta t, \dots, (M - 2) \cdot \Delta t, (M - 1) \cdot \Delta t, T, \quad (24)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, M - 2, M - 1, M$ — номер отсчета в последовательности; $t_1 = M \cdot \Delta t$ — общая длительность вектора времени, с.

Для выполнения расчетов в рамках лабораторной работы примите $M = 1000$; тогда $\Delta t = 0,001 \cdot t_1$, с. Общую длительность вектора времени t_1 , соответствующую Вашему варианту задания, определите по табл. П2 (Прил. 3) отчета.

По результатам расчета постройте на одной координатной плоскости графики зависимостей амплитуд простых колебаний x_1, x_2 от времени для интервала длительностью t_1 , с. На графике подпишите оси; отобразите легенду. Зафиксируйте в отчет полученный график.

Рассчитайте зависимость амплитуды сложного колебания $x_{б1}$, образованного сложением двух простых колебаний x_1, x_2 , — биения частот f_1 и f_2 , — от времени в соответствии с выражением:

$$x_{б1}(n) = 2A_1 \cos \left[\frac{2\pi(f_1 - f_2)}{2} t(n) \right] \sin \left[\frac{2\pi(f_1 + f_2)}{2} t(n) \right]. \quad (25)$$

Расчет выполните аналогично предыдущему для $M = 1000$ точек на временном интервале $[0; t_1]$, следующих с шагом $\Delta t_1 = 0,001 \cdot t_1$, с.

По результатам расчета постройте на отдельной координатной плоскости график зависимости амплитуды сигнала $x_6(t)$ от времени для интервала длительностью t_1 , с. На графике подпишите оси; отобразите легенду. Зафиксируйте в отчет полученный график.

Пример программы для выполнения расчетов в математическом редакторе **SMath Studio** приведен на рис. П1 и П2 (Прил. 1). Примеры графиков зависимостей амплитуд простых колебаний и биения, образованного их сложением, представлены на рис. П3 и П4 (Прил. 1).

4.2. Сложение простых колебаний с различными амплитудами, частотами и начальными фазами

На основании табл. П1 (Прил. 2) определите значения частот f_3, f_4 , Гц, и амплитуды A_3, A_4 простых колебаний, соответствующих Вашему варианту задания. Занесите значения в табл. П2 (Прил. 3) отчета.

С помощью математического редактора **SMath Studio** по заданным значениям частот рассчитайте:

- периоды простых колебаний T_3, T_4 , с;
- частоту неполного биения, образованного в результате сложения простых колебаний, f_{62} , Гц;
- период неполного биения, образованного в результате сложения простых колебаний, T_{62} , с;
- максимальное значение амплитуды сложного колебания в соответствии с выражением $A_{62\text{макс}} = A_3 + A_4$;
- минимальное значение амплитуды сложного колебания в соответствии с выражением $A_{62\text{мин}} = |A_3 - A_4|$.

Результаты расчета занесите в табл. П2 (Прил. 3) отчета.

Рассчитайте зависимость амплитуд простых колебаний x_3, x_4 от времени в соответствии с выражением (23) и зависимость амплитуды сложного колебания x_{62} , образованного сложением двух простых колебаний x_3, x_4 , от времени в соответствии с выражением:

$$x_{62}(n) = A_{62}(n) \sin(2\pi f_3 t(n) + \varphi_{62}(n)), \quad (26)$$

где $A_{62}(n)$ — амплитуда суммарного колебания:

$$A_{62}(n) = \sqrt{A_3^2 + A_4^2 + 2A_3A_4 \cos(2\pi f_{62}t)}, \quad (27)$$

$\varphi_{62}(n)$ — начальная фаза суммарного колебания:

$$\varphi_{62}(n) = \arctg \left[\frac{A_4 \sin(2\pi f_{62}t)}{A_3 + A_4 \cos(2\pi f_{62}t)} \right]. \quad (28)$$

Расчет выполните аналогично п. 5.1 для $M = 1000$ точек на временном интервале $[0; t_2]$, следующих с шагом $\Delta t_2 = 0,001 \cdot t_2$, с.

По результатам расчета постройте на одной координатной плоскости графики зависимостей амплитуд простых колебаний $x_3(t), x_4(t)$ от времени для интервала длительностью t_2 , с, а на другой — график зависимости амплитуды сигнала $x_{62}(t)$ от времени для интервала длительностью t_2 , с. На графиках подпишите оси; отобразите легенду. Зафиксируйте в отчет полученные графики.

5. Сложение тональных звуковых сигналов в звуковом редакторе

В рамках данной лабораторной работы необходимо сформировать:

- сигнал биения, получаемого в результате суперпозиции двух тональных сигналов с одинаковыми амплитудами и близкими частотами;
- сигнал, получаемый в результате суперпозиции двух тональных сигналов с различными амплитудами и частотами.

Работа со звуковыми сигналами осуществляется в звуковом редакторе **Audacity** (см. п. 2).

5.1. Формирование звукового сигнала биения

Запустите звуковой редактор **Audacity**. После запуска звукового редактора автоматически будет создан новый проект.

Откройте диалоговое окно настроек ПО **Audacity** с помощью пункта меню **Edit — Preferences**.

Откройте вкладку **Audio Settings**; в пункте **Quality** установите частоту дискретизации проекта (**Project Sample Rate**) равной 48 кГц.

Откройте вкладку **Tracks** и убедитесь, что включен режим отображения дискретных отсчетов сигнала (**Display samples: Stem plot**). Откройте вкладку **Tracks Behaviors** и включите режим **Advanced vertical zooming**. Закройте диалоговое окно настроек.

В соответствии с методикой, описанной в п. 2.3, сформируйте две звуковые дорожки, содержащие тональные сигналы с частотами f_1, f_2 , Гц, и амплитудой A_1 (табл. П1, Прил. 2). Длительность тональных сигналов установите равной 10 с.

Измеряйте период каждого из сформированных тональных сигналов в соответствии с методикой, описанной ниже.

Увеличьте масштаб временной оси звукового редактора таким образом, чтобы на экране помещались один-два периода сигнала, для которого проводятся измерения. Курсором выделите один период сигнала. Для измерения длительности выделенного отрезка на панели **Selection Toolbar**, расположенной в нижней части окна звукового редактора (рис. 21), нажмите кнопку вызова настроек и выберите опцию **Start and Length of Selection**, которая отображает начало и длительность выделенного временного отрезка. Переключите формат отображения времени в «отсчеты» (**samples**).

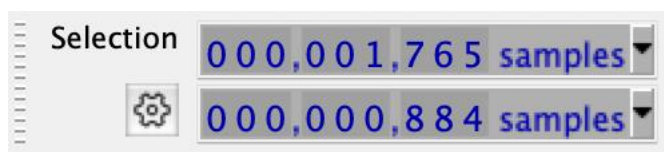


Рис. 21. Панель Selection Toolbar звукового редактора Audacity

Занесите полученное значение длительности выделенного отрезка в соответствующую графу «Период (измерение), отсчеты» табл. П2 (Прил. 3).

Рассчитайте измеренное значение периода сигнала в секундах, используя выражение (4). Результаты расчета занесите в соответствующую графу «Период (измерение), секунды» табл. П2.

В соответствии с методикой, описанной в п. 2.4, выполните сведение двух сформированных тональных сигналов в один; полученный звуковой сигнал поместите на отдельную звуковую дорожку.

Увеличьте масштаб временной оси звукового редактора таким образом, чтобы на экране помещались 6 периодов полученного биения. Зафиксируйте три полученные сигналаграммы в отчет.

По сигналаграмме сигнала биения проведите измерение:

- периода полученного биения (см. п. 3.3);

– максимального абсолютного значения, которое принимает амплитуда сложного сигнала.

По измеренному значению периода биения рассчитайте частоту полученного биения (см. выражение (21). Результаты измерений и расчета занесите в соответствующие графы «Период (измерение), секунды», «Амплитуда (измерение)», «Частота (измерение), Гц» табл. П2.

Прослушайте сформированный сигнал биения. Оцените звучание по следующим критериям:

1) Заметны ли в сложном сигнале составляющие, при сложении которых он был сформирован?

2) Заметно ли на слух периодическое измерение амплитуды сигнала?

3) Создает ли сложный сигнал четкое ощущение высоты тона?

Зафиксируйте результаты оценки звучания в отчет.

Сохраните созданный проект с помощью пункта меню **File — Save Project As**.

5.2. Формирование звукового сигнала путем сложения тональных сигналов с различными частотами и амплитудами

В звуковом редакторе **Audacity** создайте новый проект с помощью пункта меню **File — New** или нажав клавиши **Ctrl+N**.

В соответствии с методикой, описанной в п. 2.3, сформируйте две звуковые дорожки, содержащие тональные сигналы с частотами f_3, f_4 , Гц, и амплитудами A_3, A_4 (табл. П1, Прил. 2). Длительность тональных сигналов установите равной 10 с.

Измеряйте период каждого из сформированных тональных сигналов в соответствии с методикой, описанной в п. 5.1.

В соответствии с методикой, описанной в п. 2.4, выполните сведение двух сформированных тональных сигналов в один; полученный звуковой сигнал поместите на отдельную звуковую дорожку.

Увеличьте масштаб временной оси звукового редактора таким образом, чтобы на экране помещались 6 периодов полученного сложного сигнала. Зафиксируйте три полученные сигналограммы в отчет.

По сигналограмме сигнала биения проведите измерение:

– периода полученного сигнала (см. п. 3.3);

– максимального абсолютного значения, которое принимает амплитуда сложного сигнала;

– максимального абсолютного значения, которое принимает амплитуда сложного сигнала.

Результаты расчета занесите в соответствующие графы «Период (измерение), секунды» и «Амплитуда (измерение)» табл. П2 (Прил. 3).

Прослушайте сформированный сложный сигнал. Оцените звучание по следующим критериям:

1) Заметны ли в сложном сигнале составляющие, при сложении которых он был сформирован?

2) Заметно ли на слух периодическое измерение амплитуды сигнала?

3) Заметно ли на слух периодическое измерение частоты сигнала, возникающее вследствие угловой модуляции (см. п. 3.3)?

4) Создает ли сложный сигнал четкое ощущение высоты тона?

Зафиксируйте результаты оценки звучания в отчет.

Сохраните созданный проект с помощью пункта меню **File — Save Project As**.

6. Анализ результатов исследования

Проанализируйте результаты, полученные в ходе выполнения п. 4–5. Сделайте и обоснуйте теоретически следующие выводы:

1) Соответствуют ли друг другу временные и амплитудные характеристики сложных звуковых сигналов характеристиками сложных колебаний, полученных в результате математического моделирования?

2) Позволяют ли аналитические зависимости, использованные для математического моделирования сложных колебаний, получить верное представление о характеристиках сложных звуковых сигналов?

3) Существуют ли такие начальные условия, при которых аналитические зависимости, описывающие сложение простых колебаний, не будут давать верный результат?

4) Соответствует ли звучание полученных сложных звуковых сигналов теоретически ожидаемому?

7. Требования к содержанию отчета

Содержание отчета:

- 1) ФИО студента; номер учебной группы; номер варианта задания;
- 2) табл. П2 (Прил. 3);
- 3) графики, полученные в ходе выполнения п. 4;
- 4) сигналограммы звуковых сигналов, полученные в ходе выполнения п. 5;
- 5) результаты оценки звучания сформированных звуковых сигналов (п. 5);
- 6) выводы, сформулированные в ходе выполнения анализа полученных результатов (п. 6).

Список использованных источников

1. File:Digital sound recording scheme.png [Электронный ресурс]. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Digital_sound_recording_scheme.png?uselang=ru (дата обращения: 16.03.2024).
2. Audacity ® | Free Audio editor, recorder, music making and more! [Электронный ресурс]. URL: <https://www.audacityteam.org> (дата обращения: 16.03.2024).
3. Audacity Manual [Электронный ресурс]. URL: <https://manual.audacityteam.org/> (дата обращения: 03.09.2020).
4. *Кузнецов, Л. А.* Акустика музыкальных инструментов. Справочник / Л. А. Кузнецов. Москва: Легпромбытиздат, 1989. 368 с.
5. *Исакович, М. А.* Общая акустика. Учебное пособие / М. А. Исакович. Москва: Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1973. 496 с.
6. *Алдошина, И. А.* Музыкальная акустика. Учебник для высших учебных заведений / И. А. Алдошина, Р. Приттс. Санкт-Петербург: Издательство «Композитор — Санкт-Петербург», 2006. 720 с.
7. *Rossing, T. D.* Springer handbook of acoustics / T. D. Rossing. New York : Springer Science & Business Media, 2007. 1182 p.
8. *Иванов, А. С.* Оценка качества акустических сигналов и устройств, используемых для их записи, хранения, передачи и воспроизведения: методические указания к лабораторным работам / А. С. Иванов. Санкт-Петербург: Издательство СПбГУТ, 2012. 44 с.
9. SMath Studio - SMath [Электронный ресурс]. URL: <https://smath.info/ru-RU> (дата обращения: 18.03.2024).
10. Руководство пользователя математической программы SMath Studio [Электронный ресурс]. URL: https://smath.info/docs/SMathStudio_user_tutorial.pdf (дата обращения: 18.03.2024; 17.03.2024).
11. Homepage - SMath Studio Wiki [Электронный ресурс]. URL: <https://smath.com/wiki/> (дата обращения: 17.03.2024).

Математическое моделирование в редакторе Smath Studio

В рамках данной лабораторной работы моделирование процесса сложения простых колебаний осуществляется с помощью бесплатного математического редактора **Smath Studio** [9]. Данный редактор работает под управлением операционных систем **Microsoft Windows** и **GNU/Linux**. Во избежание проблем с установкой программного обеспечения, следуйте инструкциям разработчиков.

Для использования расширенного набора функций при построении графиков рекомендуется также установить плагин **XY Plot Region**. Для установки плагина используйте менеджер расширений **Extensions Manager**, который можно открыть с помощью пункта меню **Tools — Plugins**.

Перед выполнением задания в **Smath Studio** рекомендуется ознакомиться с основами синтаксиса математического редактора [10,11].

На рис. П1 показан пример выполнения расчета в соответствии с методикой, изложенной в п. 5.1. Сначала объявлены переменные, содержащие исходные данные: значения частоты и амплитуды простых колебаний (переменные $F1, F2$ и $A1$ соответственно). Затем выполнен расчет периодов простых колебаний (переменные $T1$ и $T2$), частоты и периода биения (переменные Fb и Tb соответственно).

Далее объявлены: переменная T , содержащая максимальное значение вектора времени; переменная M , значение которой определяет длину вектора времени. Выполнен расчет шага Δt между соседними отсчетами вектора времени, а также расчет мгновенных значений вектора времени t на интервале $[0; T]$.

После формирования вектора времени с помощью цикла поэлементно выполняется расчет массивов $x1, x2, xb1$, содержащих мгновенные значения амплитуды простых синусоидальных колебаний и сложного колебания.

```

F1 := 50      F2 := 60      A1 := 0.5
T1 := 1/F1    T1 = 0.02    T2 := 1/F2    T2 = 0.0167
Fb := |F1 - F2|  Fb = 10    Tb := 1/Fb    Tb = 0.1
T := 6 * Tb     T = 0.6
M := 1000      Δt := T/M    Δt = 0.0006
t := [0, Δt .. T]

for i := 1, i ≤ length(t), i := i + 1
  x1_i := A1 * sin(2 * π * F1 * t_i)

for i := 1, i ≤ length(t), i := i + 1
  x2_i := A1 * sin(2 * π * F2 * t_i)

for i := 1, i ≤ length(t), i := i + 1
  xb1_i := 2 * A1 * cos(2 * π * ((F1 - F2) / 2) * t_i) * sin(2 * π * ((F1 + F2) / 2) * t_i)

```

Рис. П1. Пример расчета мгновенных значений амплитуды колебаний в математическом редакторе Smath Studio

Для построения графиков полученных зависимостей с помощью плагина **XY Plot Region** необходимо сформировать двумерные массивы: в первый столбец каждого массива необходимо записать значения вектора времени, откладываемого по оси абсцисс, а во второй столбец — мгновенные значения амплитуды простого или сложного колебания, откладываемого по оси ординат.

На рис. П2 показан пример поэлементного формирования двумерных массивов $X1$, $X2$, XB , содержащих значения вектора времени t и массивов $x1$, $x2$, $xb1$ соответственно.

На рис. П3 показаны полученные графики зависимостей мгновенного значения амплитуды простых колебаний от времени, на рис. П4 — мгновенного значения амплитуды сложного колебания от времени.

```

for i:=1,i≤length(t),i:=i+1
  X1 i 1 := t i
  X1 i 2 := x1 i
for i:=1,i≤length(t),i:=i+1
  X2 i 1 := t i
  X2 i 2 := x2 i
for i:=1,i≤length(t),i:=i+1
  XB1 i 1 := t i
  XB1 i 2 := xb1 i

```

Рис. П2. Пример поэлементного формирования двумерных массивов в математическом редакторе Smath Studio

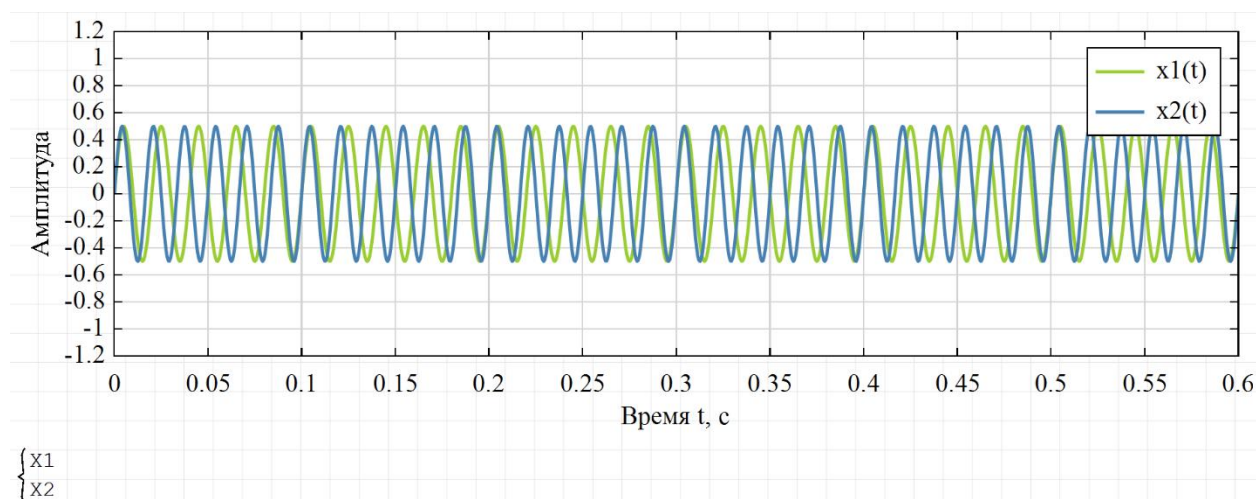


Рис. П3. График зависимости сигнала $x1(n)$ с частотой 50 Гц и сигнала $x2(n)$ с частотой 60 Гц от времени для интервала $[0; 0,6]$ с, полученный с помощью математического редактора Smath Studio и плагина XY Plot Region

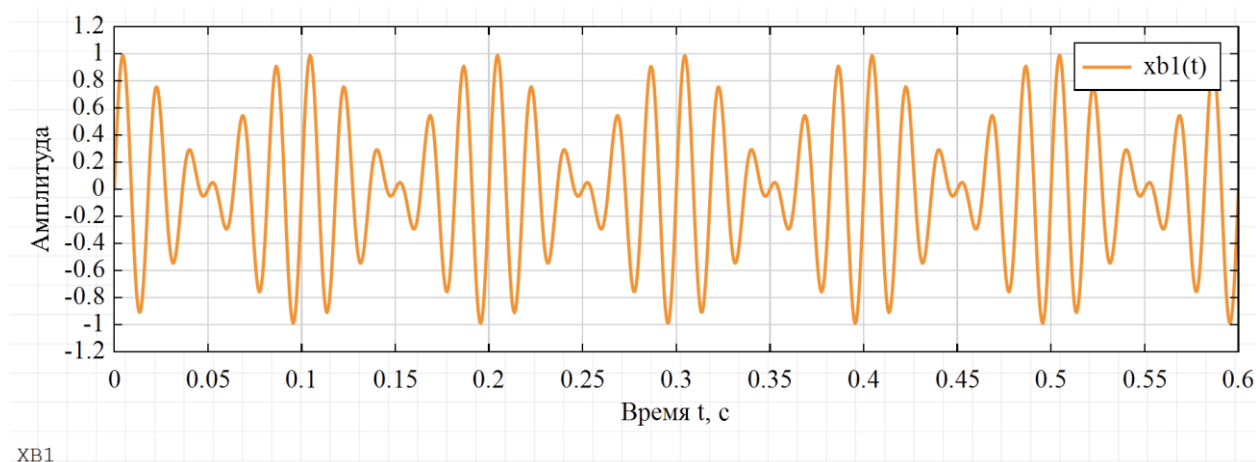


Рис. П4. График зависимости сигнала $xb1(n)$ от времени для интервала $[0; 0,6]$ с, полученный с помощью математического редактора Smath Studio и плагина XY Plot Region.

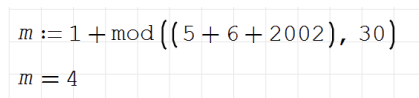
Варианты заданий

Рассчитайте номер варианта задания m в соответствии с выражением:

$$m = 1 + [(A + B + C) \bmod 30],$$

где: A , B и C — день (ДД), месяц (ММ) и год (ГГГГ) Вашего рождения соответственно;
 $a \bmod b$ – операция вычисления остатка от деления числа a на число b (рис. П5).

В соответствии с полученным номером варианта задания, по табл. П1 определите параметры простых колебаний.



$$m := 1 + \bmod((5 + 6 + 2002), 30)$$

$$m = 4$$

Рис. П5. Пример расчета номера варианта задания с помощью математического редактора Smath Studio

Таблица П1

Параметры простых гармонических колебаний

m	f_1 , Гц	f_2 , Гц	A_1	t_1 , с	f_3 , Гц	F_4 , Гц	A_3	A_4	t_2 , с
1	157	151	0.31	0.83	534	511	0.45	0.21	0.22
2	419	407	0.45	0.42	503	519	0.33	0.15	0.31
3	211	198	0.49	0.38	548	517	0.31	0.21	0.16
4	131	125	0.47	0.83	500	510	0.32	0.25	0.5
5	241	234	0.35	0.71	529	546	0.31	0.25	0.29
6	479	478	0.34	5	522	507	0.4	0.15	0.33
7	61	46	0.32	0.33	531	538	0.46	0.18	0.71
8	89	76	0.43	0.38	509	547	0.39	0.15	0.13
9	109	102	0.47	0.71	520	537	0.38	0.25	0.29
10	263	253	0.35	0.5	549	528	0.36	0.19	0.24
11	349	363	0.38	0.36	541	531	0.31	0.21	0.5
12	463	478	0.42	0.33	501	529	0.34	0.25	0.18
13	401	394	0.35	0.71	530	532	0.31	0.24	2.5
14	79	69	0.38	0.5	507	537	0.41	0.15	0.17
15	193	208	0.38	0.33	511	517	0.37	0.19	0.83
16	211	220	0.31	0.56	519	505	0.49	0.2	0.36
17	491	485	0.5	0.83	537	533	0.38	0.24	1.25
18	467	453	0.41	0.36	504	500	0.43	0.15	1.25
19	193	201	0.3	0.63	544	507	0.3	0.25	0.14
20	223	221	0.49	2.5	536	539	0.38	0.22	1.67
21	73	66	0.3	0.71	511	544	0.46	0.23	0.15
22	127	113	0.42	0.36	508	537	0.39	0.18	0.17
23	233	238	0.36	1	547	546	0.46	0.2	5
24	311	315	0.32	1.25	548	513	0.36	0.23	0.14
25	59	63	0.49	1.25	546	525	0.44	0.2	0.24
26	317	308	0.48	0.56	506	539	0.36	0.21	0.15
27	173	165	0.47	0.63	541	536	0.38	0.15	1
28	109	110	0.42	5	530	529	0.3	0.2	5
29	173	159	0.35	0.36	512	510	0.47	0.25	2.5
30	163	148	0.48	0.33	536	523	0.34	0.16	0.38

Таблицы для заполнения отчета

Таблица П2

Параметры исследуемых колебаний

Колебание			x_1	x_2	x_{61}	x_3	x_4	x_{62}
Частота, Гц		расчет						
		измерение	—	—		—	—	
Период (расчет), с								
Период (измерение)		отсчеты						
		с						
Амплитуда	максимальная	расчет						
		измерение	—	—		—	—	
	минимальная	расчет						
		измерение	—	—		—	—	