

**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)**

КАФЕДРА ТЕЛЕВИДЕНИЯ И МЕТРОЛОГИИ

2024

Свиньина О. А.

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторной работы по дисциплине
«Физические основы акустики»

[HSN] Гармонический синтез периодических сигналов

Содержание

1. Основы гармонического синтеза.....	3
1.1. Сложение колебаний с кратными частотами.....	3
1.2. Разложение сложных сигналов в ряд Фурье.....	3
1.3. Гармонический синтез сигналов сложной формы.....	5
2. Гармонический синтез периодических сигналов в звуковом редакторе.....	9
2.1. Формирование треугольного сигнала.....	9
2.2. Формирование прямоугольного меандра.....	10
2.3. Формирование пилообразного сигнала.....	11
3. Требования к содержанию отчета.....	12
Список использованных источников.....	13
Приложение 1 Варианты заданий.....	14
Приложение 2 Таблицы для заполнения отчета.....	15

1. Основы гармонического синтеза

1.1. Сложение колебаний с кратными частотами

Пусть имеется несколько простых колебаний с кратными частотами:

$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad x_2(t) = A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2), \quad \dots, \quad x_k(t) = A_k \sin(k\omega t + \varphi_k),$$

где A_k — амплитуда k -го компонента; ω_k — круговая k -го компонента; φ_k — начальная фаза k -го компонента [1].

Если в число слагаемых компонентов входит некоторая постоянная составляющая A_0 , тогда колебание, получаемое в результате сложения, можно записать в виде

$$x(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + A_k \sin(k\omega t + \varphi_k), \text{ или}$$

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k\omega t + \varphi_k). \quad (1)$$

Французский математик Ж. Б. Фурье (1768–1830) и его последователи доказали, что при определенных значениях амплитуд и фаз слагаемых компонентов уравнение (1) может соответствовать любому периодическому колебанию с периодом $T = 2\pi/\omega$. Иными словами, любую периодическую функцию, в случае ее соответствия некоторым математическим условиям, можно представить в виде суммы простейших колебаний, называемых **собственными частотами**.

Учитывая тригонометрическое соотношение $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$, ряд Фурье можно представить следующим образом:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)), \quad (2)$$

где $a_k = A_k \cos \varphi_k$, $b_k = A_k \sin(\varphi_k)$. Периодическое колебание, представленное в виде уравнения (2), называют **тригонометрическим рядом Фурье**.

1.2. Разложение сложных сигналов в ряд Фурье

Разложение сложного звука на простейшие составляющие осуществляется с помощью преобразования Фурье.

Любая периодическая функция $f(t) = f(t + nT)$, где T — период колебаний, n — целое число, удовлетворяющая в пределах периода условиям Дирихле (функция ограничена, кусочно-непрерывна и имеет на протяжении периода конечное число экстремальных значений), может быть представлена в виде **ряда Фурье**, т. е. в виде суммы простейших гармонических колебаний [2–4]:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_0 t). \quad (3)$$

Любая собственная частота колебаний выше первой, самой низкой (основной) частоты $\omega_0 = 2\pi f_0$, называется **обертоном**. Обертоны, частоты которых относятся к частоте основного тона как целые числа, называются **гармониками**. Составляющую, имеющую самую низкую частоту колебаний ω_0 (наибольший период $T = 2\pi/\omega_0$), называют колебанием основной частоты, (основным тоном) или **первой гармоникой**. Колебание с частотой $2\omega_0$ (периодом $T_2 = T/2$, равным половине основного периода), называют **второй гармоникой**.

Колебание с частотой $3\omega_0$ (с периодом $T_3 = T/3$, равным $1/3$ основного периода), называют **третьей гармоникой** и т. д.

Амплитуды этих составляющих, называемые также **коэффициентами Фурье**, определяются следующими формулами [2–4]

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt, \quad a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(k\omega_0 t) dt. \quad (4)$$

Коэффициент $A_0 = a_0/2$ является постоянной величиной, выражающей среднее значение функции $f(t)$ за период. Иными словами, A_0 представляет собой постоянную составляющую сигнала, который описывается функцией $f(t)$. Таким образом, все остальные коэффициенты Фурье представляют собой его переменные составляющие.

Ряд Фурье может быть записан и в другой форме [2–4]:

$$f(t) = A_0 + \sum_{-\infty}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k), \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \arctg\left(\frac{b_k}{a_k}\right), \quad (5)$$

где A_k — амплитуды гармоник; φ_k — начальные фазы гармоник. Как видно из формулы (5), любой сложный периодический звуковой сигнал может быть представлен в виде суммы простых гармонических сигналов с соответствующими амплитудами и фазами. Такая форма записи оказывается очень удобной при проведении анализа и обработки.

Разложение сложного сигнала на простейшие составляющие называют **спектральным разложением** или **спектральным анализом**. Совокупность гармоник, из которых состоит сигнал $f(t)$, называют **спектром**. Совокупность амплитуд гармоник A_k называют **спектром амплитуд**, совокупность начальных фаз гармоник φ_k — **спектром фаз**.

Спектр сигнала, представленного рядом Фурье в тригонометрической форме, можно изобразить графически. В системе координат A_k и $\omega = k\omega_0$ (или k) спектр есть совокупность дискретных точек, так как каждому значению $k\omega_0$ (или k) соответствует одно определенное значение A_k . График, состоящий из отдельных точек, не совсем удобен. Поэтому амплитуды гармоник изображают вертикальными (спектральными) линиями соответствующей длины, перпендикулярными оси частот.

График зависимости амплитуд гармоник A_k от частоты ω или от номера гармоник k называют **амплитудно-частотным спектром (АЧС)** сигнала. График зависимости начальных фаз гармоник φ_k от частоты ω или от номера гармоник k называют **фазочастотным спектром (ФЧС)** сигнала. АЧС и ФЧС периодических сигналов — дискретные (линейные). Это означает, что они состоят из равноотстоящих друг от друга спектральных линий (гармоник). Из выражения (5) видно, что АЧС периодических сигналов всегда положительный, а ФЧС — знакопеременный, поскольку коэффициент ряда связан с нечетной функцией $\sin(k\omega_0 t)$ [3].

На практике далеко не все функции являются периодическими. К числу непериодических сигналов относятся одиночные импульсы различной формы, а также совокупности конечного числа одиночных импульсов. Чтобы получить возможность раскладывать непериодическую функцию $f(t)$ в ряд Фурье, можно воспользоваться следующим допущением. Как правило, при рассмотрении некоторой сложной непериодической функции нас не интересуют ее значения на всей области определения; нам достаточно рассматривать функцию лишь на определенном конечном интервале $[t_1, t_2]$ для некоторых t_1 и t_2 . В этом случае функцию можно рассматривать как периодическую, с периодом $T = t_2 - t_1$. Для ее разложения в ряд Фурье на интервале $[t_1, t_2]$ мы можем искусственно представить $f(t)$ в виде некоторой периодической функции $f'(t)$, полученной путем повторения значений функции $f(t)$ из рассматриваемого интервала. После этой

процедуры непериодическая функция $f(t)$ превращается в периодическую $f'(t)$, которая может быть разложена в ряд Фурье.

Если сигнал содержит в своем спектре только гармоники, т. е. только составляющие, частоты которых находятся в кратном соотношении с фундаментальной частотой колебаний, то их сумма **является периодическим процессом**. Подобный периодический звуковой сигнал при прослушивании дает четкое ощущение высоты тона. При этом субъективно ощущаемая высота звука соответствует наименьшему общему кратному частот гармоник, т. е. фундаментальной частоте.

Если сигнал содержит в своем спектре составляющие, не находящиеся в кратном соотношении (например, 107, 300 и 723 Гц), то их сумма **не является периодическим процессом**. При прослушивании подобного звукового сигнала, как правило, не формируется четкого ощущения высоты тона, а окраска звучания часто характеризуется слушателями как резкая и неприятная.

1.3. Гармонический синтез сигналов сложной формы

Возможна также обратная операция — конструирование любого сложного звука по его гармоническим составляющим, называемая **синтезом Фурье** или **аддитивным синтезом**, т. е. синтезом, основанным на принципе сложения. Другими словами, возможен синтез сложного звука из простейших синусоидальных тонов, частоты, амплитуды и фазы которых изменяются во времени по строго определенным законам. Такой вид аддитивного синтеза называется **гармоническим**.

Для точного воспроизведения звучания заданного музыкального инструмента требуется очень большое (теоретически бесконечно большое) число исходных колебаний. Чем меньше исходных колебаний, тем сильнее отличается синтезированный звук от звучания имитируемого инструмента. На практике оказывается, что даже при использовании 10–20 исходных колебаний получаемое звучание лишь в основном напоминает звучание реального музыкального инструмента. Однако, при распознавании некоторых характерных признаков звучания того или иного музыкального инструмента, в сознании прослушивающего произойдет подмена фактического звучания на воображаемое, и на проявляющиеся в дальнейшем неточности синтеза слуховой анализатор будет реагировать значительно слабее.

Рассмотрим примеры формирования детерминированных сигналов сложной формы методом гармонического синтеза.

Синтез треугольного сигнала

Треугольное колебание — это периодическая, кусочно-линейная, непрерывная действительная функция, которая линейно нарастает в течение первой половины периода и линейно убывает в течение второй половины периода с той же скоростью. Аналитически треугольный сигнал может быть описан выражением [5]

$$x_{\text{тр}}(t) = \frac{4A}{T} \left| \left(t - \frac{T}{4} \right) \% T - \frac{T}{2} \right| - A, \quad (6)$$

где A — амплитуда колебания; $T = 2\pi/\omega_0$ — период колебания, с; ω_0 — круговая частота колебания, рад/с; $\%$ — операция деления по модулю (вычисление остатка от деления одного числа на другое).

Для аппроксимации треугольного колебания с помощью гармонического синтеза необходимо просуммировать нечетные гармоники основной частоты колебания ω , умножив каждую вторую нечетную гармонику на -1 , что соответствует изменению ее фазы на π рад (рис. 1, а). Амплитуды гармоник, участвующих в формировании колебания, должны убывать обратно пропорционально квадрату номера гармоники k (рис. 1, б). Математически синтез треугольного колебания можно описать с помощью выражения [1,5]

$$x_{\text{тр}_\Phi}(t) = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(-1)^i}{k_i^2} \sin(k_i \omega_0 t), \quad (7)$$

где A — амплитуда сигнала; N — количество гармоник, используемых для выполнения синтеза; i — номер компонента, участвующего в синтезе, который связан с номером гармоники k выражением $k_i = 2i + 1$ (каждая нечетная гармоника).

При $N \rightarrow \infty$ ряд Фурье, описываемый выражением (7), сходится к треугольному колебанию, однако, довольно близкая аппроксимация треугольного сигнала может быть получена уже при сложении первых трех нечетных гармоник основной частоты (рис. 1, в).

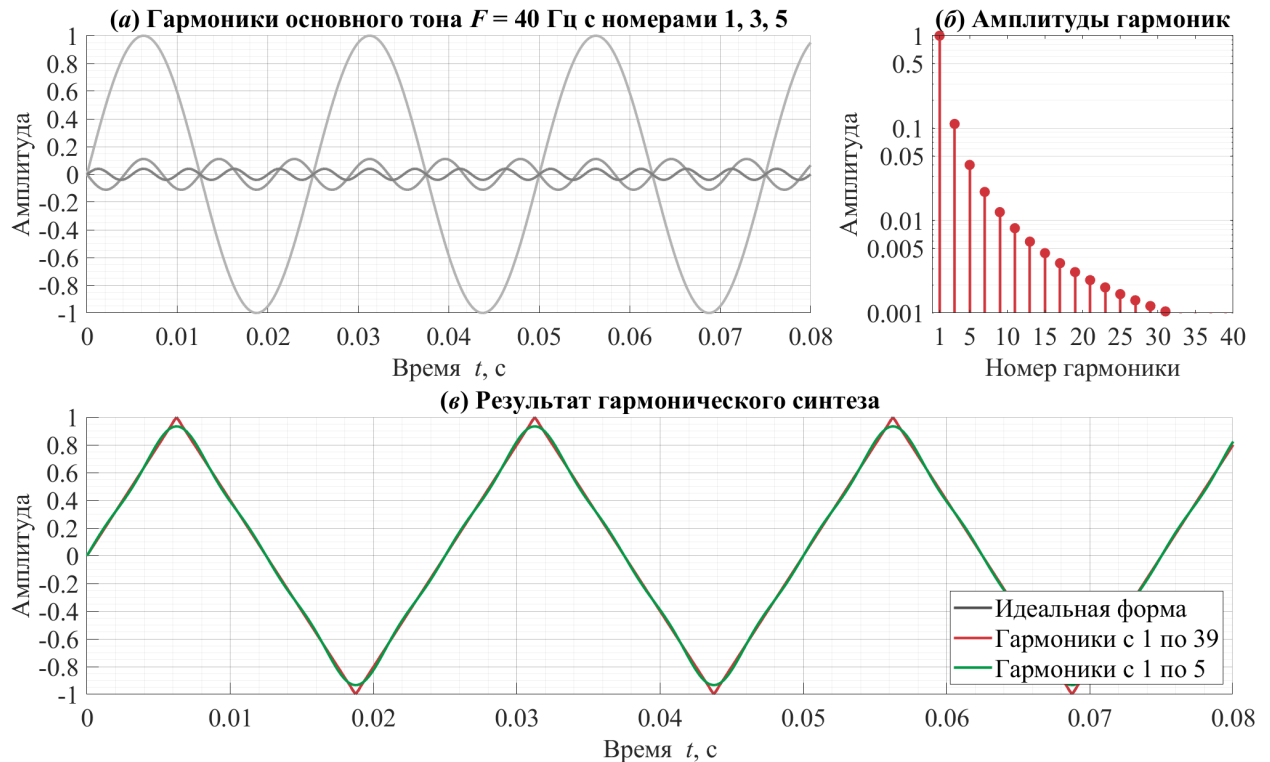


Рис. 1. Простые гармонические колебания, участвующие в формировании треугольного колебания (а); зависимость амплитуды компонентов сложного сигнала от номера гармоники (б); идеальное треугольное колебание и результат его гармонического синтеза (в).

Синтез прямоугольного меандра

Периодическая последовательность прямоугольных импульсов представляет собой сигнал, амплитуда которого периодически изменяется между своими минимальным и максимальным значениями, и характеризуется длительностью импульса t_n ; длительностью паузы t_p ; периодом повторения T ; частотой повторения $f = 1/T$; скважностью импульсов $Q = T/t_n$; коэффициентом заполнения $K = t_n/T = 1/Q$.

Периодическую последовательность прямоугольных импульсов, у которой длительность импульсов t_n равна длительности паузы t_p ($Q = 2$), называют **меандром** [2]. Меандр может быть знакопеременным (двухполярным) или однополярным. У идеального меандра переход от минимального значения амплитуды к максимальному и обратно осуществляется мгновенно. Соответствующим выбором начала отсчета времени меандр можно представить в виде четной или нечетной функции: при отсчете времени от середины импульса, функция является четной относительно $t = 0$.

Прямоугольный меандр широко используется в радиотехнике и электронике, в том числе для представления и передачи цифровых данных. Аналитически меандр может быть описан выражением [5]

$$x_{\text{пр}}(t) = A[2(2\lfloor ft \rfloor - \lfloor 2ft \rfloor) + 1], \quad (8)$$

где A — амплитуда сигнала; $f = \omega/2\pi$ — частота сигнала, Гц; $T = 2\pi/\omega_0$ — период колебания, с; ω_0 — круговая частота колебания, рад/с; $\lfloor \cdot \rfloor$ — математическая операция округления до ближайшего меньшего целого числа.

Для аппроксимации прямоугольного меандра с помощью гармонического синтеза необходимо просуммировать нечетные гармоники основной частоты колебания ω (рис. 2, а). Амплитуды гармоник, участвующих в формировании колебания, должны убывать обратно пропорционально номеру гармоники k (рис. 2, б). Математически синтез прямоугольного меандра можно описать с помощью выражения [2,5]

$$x_{\text{пр}_\Phi}(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin[(2k-1)\omega_0 t]}{2k-1}, \quad (9)$$

где A — амплитуда сигнала; N — количество гармоник, используемых для выполнения синтеза; k — номер гармоники; ω_0 — круговая частота колебания, рад/с.

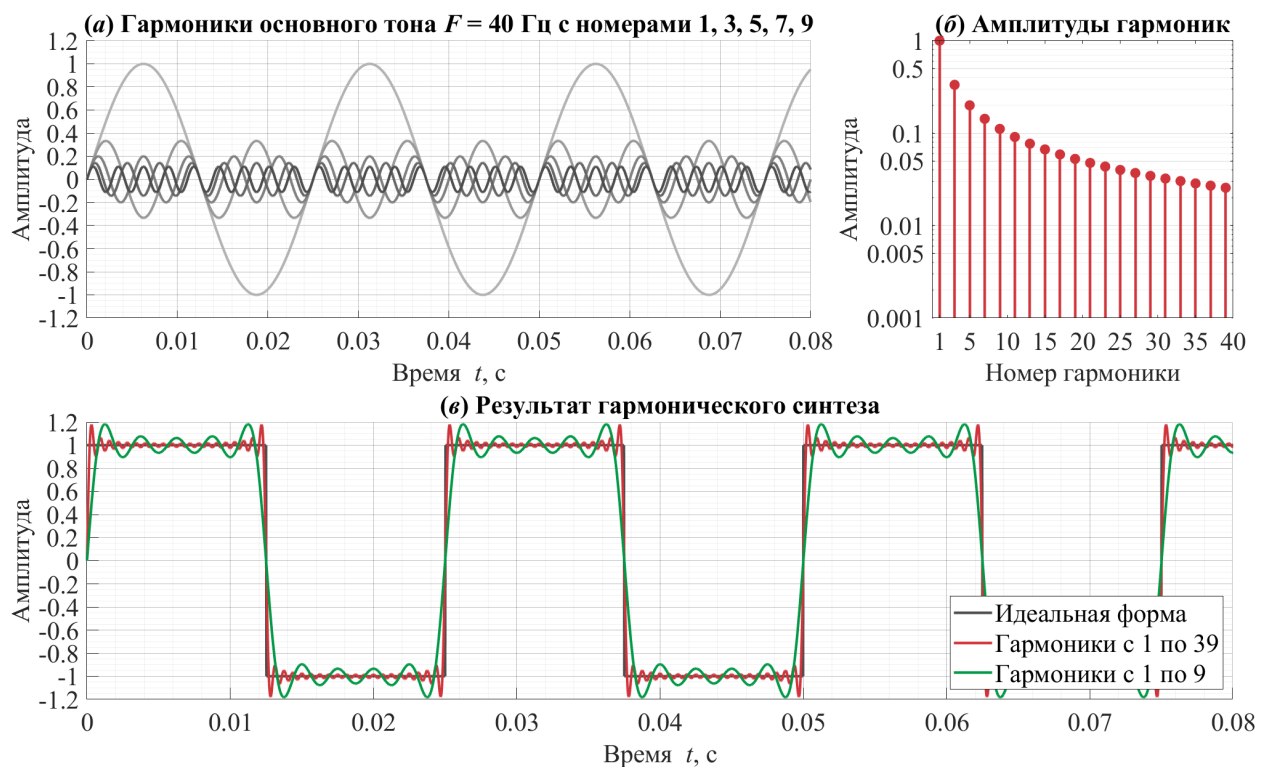


Рис. 2. Простые гармонические колебания, участвующие в формировании прямоугольных импульсов (а); зависимость амплитуды компонентов сложного сигнала от номера гармоники (б); идеальный прямоугольный импульс и результат его гармонического синтеза (в).

С увеличением числа суммируемых гармоник N , сумма ряда (9) приближается к функции $x_{\text{пр}}(t)$ всюду, кроме точек разрыва функции, где образуются выбросы. При $N \rightarrow \infty$ величина этого выброса равна 1,184, то есть сумма ряда отличается от заданной функции на 18% (явление Гиббса) [2,6]. Таким образом, использование малого числа гармоник для выполнения синтеза приводит к появлению существенных переходных искажений в получаемом сигнале, связанных с ограничением полосы частот. График на рис. 2, в, показывает, что даже при синтезе сложного сигнала с использованием 20 гармоник основной частоты форма сигнала заметно отличается от идеальной.

Синтез пилообразного сигнала

Пилообразные сигналы наиболее часто используются в устройствах развертки изображения — в осциллографах, мониторах, телевизорах, широтно-импульсных модуляторах, аналого-цифровых преобразователях, и пр.

Пилообразная функция аналитически может быть описана выражением [5]

$$x_{\text{пил}}(t) = 2A \left(\frac{t}{T} - \left[\frac{1}{2} + \frac{t}{T} \right] \right), \quad (10)$$

где A — амплитуда сигнала; $f = \omega/2\pi$ — частота сигнала, Гц; $T = 2\pi/\omega_0$ — период колебания, с; ω_0 — круговая частота колебания, рад/с; $[]$ — математическая операция округления до ближайшего меньшего целого числа.

Для аппроксимации пилообразного сигнала с помощью гармонического синтеза необходимо просуммировать как нечетные, так и четные гармоники основной частоты колебания ω_0 , умножив каждую четную гармонику на -1 , что соответствует изменению ее фазы на π рад (рис. 3, а). Амплитуды гармоник, участвующих в формировании колебания, должны убывать обратно пропорционально номеру гармоники k (рис. 3, б). Математически синтез прямоугольного меандра можно описать с помощью выражения [2,5]

$$x_{\text{пил}_\Phi}(t) = \frac{2A}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{(-1)^k}{k} \sin(k\omega_0 t), \quad (11)$$

где A — амплитуда сигнала; N — количество гармоник, используемых для выполнения синтеза; k — номер гармоники; ω_0 — круговая частота колебания, рад/с.

С увеличением числа суммируемых гармоник N форма синтезируемого сигнала все более приближается к функции $x_{\text{пил}}(t)$, однако, аналогично случаю синтеза сигнала меандра, в точках разрыва функции образуются выбросы, превышающие величину скачков значений функции $x_{\text{пил}}(t)$ на 18% (рис. 3, в) [6].

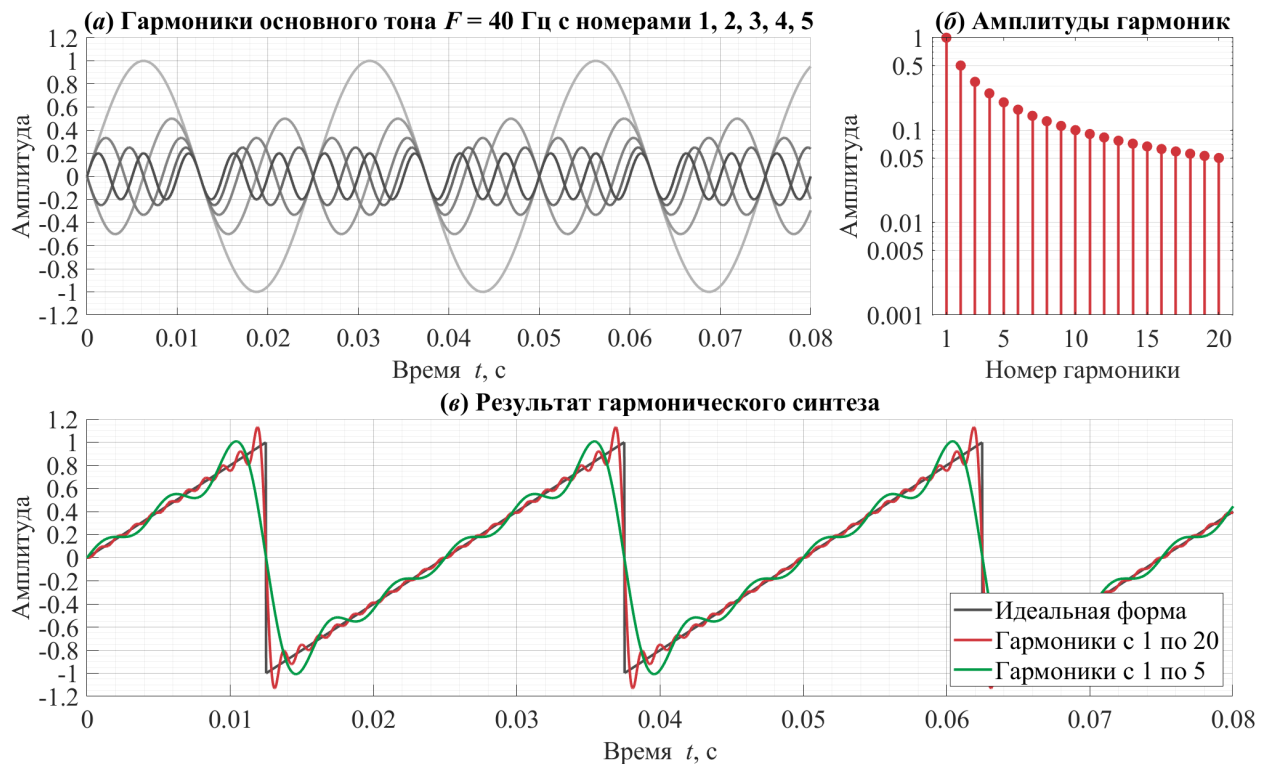


Рис. 3. Простые гармонические колебания, участвующие в формировании пилообразного колебания (а); зависимость амплитуды компонентов сложного сигнала от номера гармоники (б); идеальное пилообразное колебание и результат его гармонического синтеза (в).

2. Гармонический синтез периодических сигналов в звуковом редакторе

В рамках данной лабораторной работы с помощью звукового редактора **Audacity** [7,8] необходимо сформировать:

- сигналы треугольного, прямоугольного и пилообразного колебания с помощью встроенного генератора звуковых сигналов;
- сложные колебания, полученные методом гармонического синтеза и аппроксимирующие треугольное, прямоугольное и пилообразное колебание.

Перед началом выполнения работы на основании табл. П1 (Прил. 1) определите значение частоты f , Гц, колебаний, соответствующее Вашему варианту задания.

2.1. Формирование треугольного сигнала

Определите номера k_i первых пяти гармоник ряда Фурье, аппроксимирующего треугольное колебание (см. п. 1.3). Рассчитайте амплитуды A_{ki} и начальные фазы φ_{ki} для каждой гармоники, участвующей в синтезе. Результаты расчета занесите в табл. П2 (Прил. 2).

Запустите звуковой редактор **Audacity**. После запуска звукового редактора автоматически будет создан новый проект.

Откройте диалоговое окно настроек ПО **Audacity** с помощью пункта меню **Edit — Preferences**.

Откройте вкладку **Audio Settings**; в пункте **Quality** установите частоту дискретизации проекта (**Project Sample Rate**) равной 48 кГц.

Откройте вкладку **Tracks** и убедитесь, что включен режим отображения дискретных отсчетов сигнала (**Display samples: Stem plot**). Откройте вкладку **Tracks Behaviors** и включите режим **Advanced vertical zooming**. Закройте диалоговое окно настроек.

Сформируйте шесть монофонических звуковых дорожек.

На первой дорожке с помощью инструмента **Generate — Tone** сформируйте треугольный сигнал (**Waveform: Triangle**); частоту сигнала установите равной f ; амплитуду сигнала установите равной 0,8; длительность сигнала установите равной 10 с.

На остальных пяти дорожках с помощью инструмента **Generate — Tone** сформируйте синусоидальные сигналы с частотами $k_i f$, Гц, и амплитудами A_{ki} .

Выделите дорожки, содержащие сигналы гармоник, имеющих начальную фазу $\varphi_{ki} = \pi$ рад. Инвертируйте сигналы на выделенных звуковых дорожках с помощью пункта меню **Effect — Invert** (операция инвертирования сигнала соответствует умножению его на -1 или изменению начальной фазы сигнала на π рад).

Выделите все пять дорожек, содержащих синусоидальные сигналы. Выполните сведение сигналов отдельных гармоник в один; полученный звуковой сигнал поместите на новую звуковую дорожку.

Рассчитайте коэффициент усиления $a_{тр}$, дБ, в соответствии с выражением

$$a_{тр} = 20 \lg \left(\frac{6,4}{\pi^2} \right). \quad (12)$$

Выделите дорожку, содержащую сигнал суммы пяти гармоник. С помощью пункта меню **Effect — Amplify** запустите диалоговое окно инструмента усиления/ослабления сигнала. Установите значение параметра **Amplification (dB)** равным полученному коэффициенту усиления $a_{тр}$, дБ. Нажмите кнопку **Apply** для выполнения обработки звукового сигнала.

Увеличьте масштаб временной оси звукового редактора таким образом, чтобы на экране отображался временной интервал $[0; 5/f]$ (пять периодов фундаментальной частоты). Зафиксируйте в отчет сигналограммы всех сформированных звуковых дорожек.

Подключите к компьютеру устройство воспроизведения звука (акустическую систему или головные телефоны).

В ПО **Audacity** обновите список подключенных к ПК звуковых устройств с помощью пункта меню **Transport — Rescan Audio Devices**. На панели управления устройствами ввода/вывода **Device Toolbar** выберите подключенное устройство воспроизведения в качестве основного устройства вывода для ПО **Audacity**. Измените уровень воспроизведения звукового сигнала с помощью регулятора **Playback Volume** на панели **Audacity Mixer Toolbar** таким образом, чтобы устройство воспроизведения создавало комфортный для Вас уровень громкости звука.

Прослушайте поочередно:

- синусоидальный сигнал с частотой f , Гц;
- сигнал идеального треугольного колебания с частотой f , Гц;
- сигнал, полученный в результате гармонического синтеза.

По результатам сравнительного прослушивания сформулируйте и обоснуйте теоретически следующие выводы:

1) Отличается ли звучание идеального треугольного колебания от звучания синусоидального сигнала с той же частотой? Как проявляются отличия звучания и чем они обусловлены (при наличии)?

2) Создает ли идеальное треугольное колебания четкое ощущение высоты тона?

3) Отличается ли звучание идеального треугольного колебания от звучания сигнала, полученного в результате гармонического синтеза? Как проявляются отличия звучания и чем они обусловлены (при наличии)?

4) Создает ли сигнал, полученный в результате гармонического синтеза, четкое ощущение высоты тона?

Зафиксируйте результаты оценки звучания и выводы в отчет.

Сохраните созданный проект с помощью пункта меню **File — Save Project As**.

2.2. Формирование прямоугольного меандра

Определите номера k_i первых пяти гармоник ряда Фурье, аппроксимирующего прямоугольное колебание (см. п. 1.3). Рассчитайте амплитуды A_{ki} и начальные фазы φ_{ki} для каждой гармоники, участвующей в синтезе. Результаты расчета занесите в табл. П2 (Прил. 2).

В звуковом редакторе **Audacity** создайте новый проект.

Откройте диалоговое окно настроек ПО **Audacity** с помощью пункта меню **Edit — Preferences**. Откройте вкладку **Audio Settings**; в пункте **Quality** установите частоту дискретизации проекта (**Project Sample Rate**) равной 48 кГц. Закройте диалоговое окно настроек.

Сформируйте шесть монофонических звуковых дорожек.

На первой дорожке с помощью инструмента **Generate — Tone** сформируйте прямоугольный сигнал (**Waveform: Square**); частоту сигнала установите равной f ; амплитуду сигнала установите равной 0,8; длительность сигнала установите равной 10 с.

На остальных пяти дорожках с помощью инструмента **Generate — Tone** сформируйте синусоидальные сигналы с частотами $k_i f$, Гц, и амплитудами A_{ki} .

При необходимости выполните инвертирование сигналов дорожек, содержащих сигналы гармоник, имеющих начальную фазу $\varphi_{ki} = \pi$ рад (см. п. 2.1).

Выделите все пять дорожек, содержащих синусоидальные сигналы. Выполните сведение сигналов отдельных гармоник в один; полученный звуковой сигнал поместите на новую звуковую дорожку.

Рассчитайте коэффициент усиления $a_{\text{пр}}$, дБ, в соответствии с выражением

$$a_{\text{пр}} = 20 \lg \left(\frac{3,2}{\pi} \right). \quad (13)$$

Выделите дорожку, содержащую сигнал суммы пяти гармоник. С помощью пункта меню **Effect — Amplify** выполните усиление звукового сигнала; значение параметра **Amplification (dB)** установите равным $a_{пр}$, дБ.

Увеличьте масштаб временной оси звукового редактора таким образом, чтобы на экране отображался временной интервал $[0; 5/f]$ (пять периодов фундаментальной частоты). Зафиксируйте в отчете сигналограммы всех сформированных звуковых дорожек.

Прослушайте поочередно:

- синусоидальный сигнал с частотой f , Гц;
- сигнал идеального прямоугольного меандра с частотой f , Гц;
- сигнал, полученный в результате гармонического синтеза.

По результатам сравнительного прослушивания сформулируйте и обоснуйте теоретически следующие выводы:

1) Отличается ли звучание идеального прямоугольного меандра от звучания синусоидального сигнала с той же частотой? Как проявляются отличия звучания и чем они обусловлены (при наличии)?

2) Создает ли идеальный прямоугольный меандр четкое ощущение высоты тона?

3) Отличается ли звучание идеального прямоугольного меандра от звучания сигнала, полученного в результате гармонического синтеза? Как проявляются отличия звучания и чем они обусловлены (при наличии)?

4) Создает ли сигнал, полученный в результате гармонического синтеза, четкое ощущение высоты тона?

Зафиксируйте результаты оценки звучания и выводы в отчет.

Сохраните созданный проект с помощью пункта меню **File — Save Project As**.

2.3. Формирование пилообразного сигнала

Определите номера k_i первых пяти гармоник ряда Фурье, аппроксимирующего пилообразное колебание (см. п. 1.3). Рассчитайте амплитуды A_{ki} и начальные фазы φ_{ki} для каждой гармоники, участвующей в синтезе. Результаты расчета занесите в табл. П2 (Прил. 2).

В звуковом редакторе **Audacity** создайте новый проект.

Откройте диалоговое окно настроек ПО **Audacity** с помощью пункта меню **Edit — Preferences**. Откройте вкладку **Audio Settings**; в пункте **Quality** установите частоту дискретизации проекта (**Project Sample Rate**) равной 48 кГц. Закройте диалоговое окно настроек.

Сформируйте шесть монофонических звуковых дорожек.

На первой дорожке с помощью инструмента **Generate — Tone** сформируйте прямоугольный сигнал (**Waveform: Sawtooth**); частоту сигнала установите равной f ; амплитуду сигнала установите равной 0,8; длительность сигнала установите равной 10 с.

На остальных пяти дорожках с помощью инструмента **Generate — Tone** сформируйте синусоидальные сигналы с частотами $k_i f$, Гц, и амплитудами A_{ki} .

При необходимости выполните инвертирование сигналов дорожек, содержащих сигналы гармоник, имеющих начальную фазу $\varphi_{ki} = \pi$ рад (см. п. 2.1).

Выделите все пять дорожек, содержащих синусоидальные сигналы. Выполните сведение сигналов отдельных гармоник в один; полученный звуковой сигнал поместите на новую звуковую дорожку.

Рассчитайте коэффициент усиления $a_{пил}$, дБ, в соответствии с выражением

$$a_{пил} = 20 \lg \left(\frac{1,6}{\pi} \right). \quad (14)$$

Выделите дорожку, содержащую сигнал суммы пяти гармоник. С помощью пункта меню **Effect — Amplify** выполните усиление звукового сигнала; значение параметра **Amplification (dB)** установите равным $a_{\text{пил}}$, дБ.

Увеличьте масштаб временной оси звукового редактора таким образом, чтобы на экране отображался временной интервал $[0; 5/f]$ (пять периодов фундаментальной частоты). Зафиксируйте в отчете сигналограммы всех сформированных звуковых дорожек.

Прослушайте поочередно:

- синусоидальный сигнал с частотой f , Гц;
- сигнал идеального пилообразного колебания с частотой f , Гц;
- сигнал, полученный в результате гармонического синтеза.

По результатам сравнительного прослушивания сформулируйте и обоснуйте теоретически следующие выводы:

1) Отличается ли звучание идеального пилообразного колебания от звучания синусоидального сигнала с той же частотой? Как проявляются отличия звучания и чем они обусловлены (при наличии)?

2) Создает ли идеальное пилообразное колебание четкое ощущение высоты тона?

3) Отличается ли звучание идеального пилообразного колебания от звучания сигнала, полученного в результате гармонического синтеза? Как проявляются отличия звучания и чем они обусловлены (при наличии)?

4) Создает ли сигнал, полученный в результате гармонического синтеза, четкое ощущение высоты тона?

Зафиксируйте результаты оценки звучания и выводы в отчет.

Сохраните созданный проект с помощью пункта меню **File — Save Project As**.

3. Требования к содержанию отчета

Содержание отчета:

- 1) ФИО студента; номер учебной группы; номер варианта задания;
- 2) табл. П2 (Прил. 2);
- 3) сигналограммы звуковых сигналов, полученные в ходе выполнения п. 2;
- 4) результаты оценки звучания сформированных звуковых сигналов (п. 2);
- 5) выводы, сформулированные в ходе выполнения сравнительного прослушивания сформированных звуковых сигналов (п. 2).

Список использованных источников

1. *Кузнецов, Л. А.* Акустика музыкальных инструментов. Справочник / Л. А. Кузнецов. Москва: Легпромбытиздат, 1989. 368 с.
2. *Гоноровский, И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы : Учебник для вузов. — 4 изд., перераб. и доп. / И. С. Гоноровский. Москва: Радио и связь, 1986. 512 с.
3. *Курулёв, А. П.* Преобразование спектров сигналов в электрорадиоцепях / А. П. Курулёв. Минск: БГУИР, 2017. 176 с.
4. *Черемисин, А. И.* Фурье-оптика, часть 1. Световые волны и сигналы. Учебное пособие / А. И. Черемисин. Санкт-Петербург: Изд. СПбГУКиТ, 2012. 340 с.
5. Fourier Series -- from Wolfram MathWorld [Электронный ресурс]. URL: <https://mathworld.wolfram.com/topics/FourierSeries.html> (дата обращения: 08.04.2024).
6. Булыгин, В. С. Явление Гиббса [Электронный ресурс]. 2012. 6 с. URL: https://old.mipt.ru/education/chair/physics/S_III/Method_3/G_t_an/BulyginGibbs.pdf (дата обращения: 11.04.2024).
7. Audacity ® | Free Audio editor, recorder, music making and more! [Электронный ресурс]. URL: <https://www.audacityteam.org> (дата обращения: 16.03.2024).
8. Audacity Manual [Электронный ресурс]. URL: <https://manual.audacityteam.org/> (дата обращения: 03.09.2020).

Варианты заданий

Рассчитайте номер варианта задания m в соответствии с выражением:

$$m = 1 + [(A + B + C) \% 30],$$

где: A , B и C — день (ДД), месяц (ММ) и год (ГГГГ) Вашего рождения соответственно;
 $\%$ — операция деления по модулю (вычисление остатка от деления одного числа на другое).

В соответствии с полученным номером варианта задания, по табл. П1 определите параметры простых колебаний.

Таблица П1

Значение фундаментальной частоты колебаний

m	f , Гц	m	f , Гц	m	f , Гц
1	157	11	349	21	73
2	419	12	463	22	127
3	211	13	401	23	233
4	131	14	79	24	311
5	241	15	193	25	59
6	479	16	211	26	317
7	61	17	491	27	173
8	89	18	467	28	109
9	109	19	193	29	173
10	263	20	223	30	163

Таблицы для заполнения отчета

Таблица П2

Параметры простых колебаний, используемых для гармонического синтеза

Тип колебания	Номер звуковой дорожки i	1	2	3	4	5
Треугольное	Номер гармоники k					
	Частота гармоники f_k , Гц					
	Амплитуда гармоники A_k					
	Начальная фаза гармоники φ_k , радиан					
Меандр	Номер гармоники k					
	Частота гармоники f_k , Гц					
	Амплитуда гармоники A_k					
	Начальная фаза гармоники φ_k , радиан					
Пилообразное	Номер гармоники k					
	Частота гармоники f_k , Гц					
	Амплитуда гармоники A_k					
	Начальная фаза гармоники φ_k , радиан					