I

a. Informatica - Cyber Security
b. Nee.

1.

1. $n = 60 \cdot 10^6$

2. $n^2 = 60 \cdot 10^6$
$n = \sqrt{60 \cdot 10^6}$

3. $n^3 = 60 \cdot 10^6$
$n = \sqrt[3]{60 \cdot 10^6}$

4. $n! = 60 \cdot 10^6$

$n! \cdot n = 60 \cdot 10^6 \cdot n$

$\frac{n! \cdot n}{n!} = \frac{60 \cdot 10^6 \cdot n}{n!}$

$n = \frac{60 \cdot 10^6 \cdot n}{n!}$

5. $n \ln n = 60 \cdot 10^6$

$\ln n = \frac{60 \cdot 10^6}{n}$

$n = e^{\frac{60 \cdot 10^6}{n}}$

6. $n \lg n = 60 \cdot 10^6$
$\lg n = \frac{60 \cdot 10^6}{n}$

$$n = 2^{\frac{60 \cdot 10^6}{n}}$$

7. $2^n = 60 \cdot 10^6$

$$n = \lg(60 \cdot 10^6)$$

8. $\sqrt[n]{n} = 60 \cdot 10^6$

$$\sqrt{n} = \frac{60 \cdot 10^6}{n}$$

$$n = \left(\frac{60 \cdot 10^6}{n}\right)^2$$

9. $n^{100} = 60 \cdot 10^6$

$$n = \sqrt[100]{60 \cdot 10^6}$$

10. $4^n = 60 \cdot 10^6$

$$n = \log_4 (60 \cdot 10^6)$$

2.

1. $\log(n^2) = \log(n) + \log(n)$
$= 2\log(n)$

$f(n) \in O(\lg(n))$ omdat als we $c = 2$ nemen en $n_0 \geq 0$ dan is $2\log(n) \geq 2\log(n)$

$g(n) \in O(\lg(n))$ omdat als we $c = 1$ nemen en $n_0 \geq 0$ dan is $\log(n) \geq \log(n)$

$g(n) \in O(f(n))$ en $f(n) \in O(g(n))$

2. $f(n) \in O(g(n))$
3. $f(n) \in O(g(n))$ en $g(n) \in O(f(n))$
4. $g(n) \in O(f(n))$
5. $g(n) \in O(f(n))$
6. $g(n) \in O(f(n))$
7. $g(n) \in O(f(n))$
8. $f(n) \in O(g(n))$

3.

1. $O(n)$
2. $O(n^5)$
3. $O(2^n)$
4. $O(n^2)$
5. $O(n \ln(n))$
6. $O(\sqrt{n})$
7. $O(n!)$
8. $O(e^n)$
9. $O(\ln(\ln(n)))$

Gesorteerd van groot naar klein:

7 - 8 - 3 - 2 - 4 - 5 - 1 - 6 - 9

4. Algoritme:

```
input: n
t ← 0
s ← 0

while s <= n do
    t ← t + (1/s)
    s ← s + 1
```

$c_1 = 1$

$c_2 = 1$

$c_3 = n+1$

$c_4 = 1$

$c_5 = 1$

$$c = 1 + 1 + (n+1) \cdot (1+1)$$
$$= 2 + 2n + 2$$
$$= 2n + 4$$

$$f(n) = 2n + 4$$

$f(n) \in O(n)$ want bij $c = 3$ en $n_0 = 5$ is $f(n) \leq 3n$

5 Algoritme:

```
input: n

if n = 0 do
    return 1
else do
    return n · f(n-1)
```

$c_1 = 1$

$c_2 = 1$

$c_3 = n$

$c_4 = n$

$$c = 1 + 1 + 2n$$
$$= 2n + 1$$

$f(n) = 2n + 2$

$f(n) \in O(n)$ want als we $c=3$ nemen en $n_0 = 3$ dan is $f(n) \leq 3n$

6.

1. De while loop loopt precies $n-1$ keer dus de functie voor dit algoritme is:

$$f(n) = 3(n-1) + 2$$
$$= 3n - 3 + 2$$
$$= 3n - 1$$

$f(n) \in O(n)$ want als we $c=3$ nemen en $n_0 = 0$ dan is $f(n) \leq 3n$

2. Algoritme:

```
input: n
s ← 0                      c1 = 1
i ← 0                      c2 = 1
while i < n do             c3 = n-1
    j ← 0                  c4 = 1
    while j < n do         c5 = n-1
        s ← s+1            c6 = 1
        j ← j+1            c7 = 1
    i ← i+1                c8 = 1
```

Als we de 1'tjes negeren zien we

$f(n) \approx (n-1)(n-1)$

$\approx n^2$

$f(n) \in O(n^2)$ omdat als we $c = 2$ nemen en $n_0 = 3$ dan $f(n) \leq n^2$

3.

```
s ← 0
i ← 0
while i < n do
    j ← 0
    while j < n · n do
        s ← s
```

Dit is hetzelfde algoritme alleen de tweede while loop itereert $n^2 - 1$ keer in plaats van $n - 1$ keer.

$$
\begin{aligned}
f(n) &= 3 + (n-1) \cdot (2n^2 - 1) \\
&= 3 + 3n^3 - 2n^2 - n + 1 \\
&= 3n^3 - 2n^2 - n + 4
\end{aligned}
$$

$f(n) \in O(n^3)$ omdat als we $c = 3$ nemen en $n_0 = 1$ dan $f(n) \leq n^3$

4. Dit algoritme is met $n > 1$ oneindig omdat de tweede while loop nooit stopt.

~~4.~~ 3.

```
s ← 0
i ← 0
while i < n do
    j ← 0
    while j < i do
        k ← 0
        while k < j do
            s ← s + 1
            k ← k + 1
        j ← j + 1
    i ← i + 1
```

$c_1 = 1$
$c_2 = 1$
$c_3 = n-1$
$c_4 = 1$
$c_5 = \cancel{i-1}\ n!$
$c_6 = 1$
$c_7 = \cancel{j-1}\ n!$
$c_8 = 1$
$c_9 = 1$
$c_{10} = 1$
$c_{11} = 1$

~~$f(n) = 1 + 1 + ((n-1) \cdot (1 + (i-1) \cdot (1 + (j-1) \cdot 1 + 1) + 1) + 1))$~~

~~We kunnen de 1'tjes weglaten voor het berekenen van de $O(n)$.~~

~~$f(n) = n!$~~

5. De tweede while loop loopt $1+2+3+4+5+\ldots+n$ keer. Dit is $\frac{n(n+1)}{2}$ keer. De derde while loop doet hetzelfde dus de totale functie loopt:

$$f(n) \approx \frac{n\left(\frac{n(n+1)}{2} + 1\right)}{2} \text{ keer}$$

$$= \frac{n\left(\frac{n^2+n}{2} + 1\right)}{2}$$

$$= \frac{n + \frac{n^3+n^2}{2}}{2}$$

~~De~~ ~~gron~~

$f(n) \in O(n^3)$ want als we $c = 2$ nemen en $n_0 = 5$ dan is $f(n) \leq 2n^3$