

Assignment 9

1.

a:

$$\text{GCD}(2145, 903) = 3$$

| | | |
|-----------|-------------------------------|---|
| 2145, 903 | $339 = 2145 - (2 \times 903)$ | $3 = 8 \times 2145 - 17 \times 903$ $3 = -3 \times 903 + 8 \times (2145 - (2 \times 903))$ |
| 903, 339 | $225 = 903 - (2 \times 339)$ | $3 = -3 \times 903 + 8 \times 339$ $3 = 2 \times 339 - 3 \times (903 - (2 \times 339))$ |
| 339, 225 | $114 = 339 - (1 \times 225)$ | $3 = 2 \times 339 - 3 \times 225$ $3 = -1 \times 225 + 2 \times (339 - (1 \times 225))$ |
| 225, 114 | $111 = 225 - (1 \times 114)$ | $3 = -1 \times 225 + 2 \times 114$ $3 = 1 \times 114 - 1 \times (225 - (1 \times 114))$ |
| 114, 111 | $3 = 114 - (1 \times 111)$ | $3 = 1 \times 114 - 1 \times 111$ $3 = 0 \times 111 + 1 \times (114 - (1 \times 111))$ |
| 111, 3 | $0 = 111 - (37 \times 3)$ | $3 = 0 \times 111 + 1 \times 3$ |

b:

Nee, de GCD van 2145 en 903 is niet 1 en deze getallen zijn dus niet relatief priem.

c:

$$\text{GCD}(1269, 137) = 1$$

| | | |
|-----------|----------------------------|--|
| 1269, 137 | $36 = 1269 - 9 \times 137$ | $1 = -19 \times 1269 + 176 \times 137$ $1 = 5 \times 137 - 19 \times (1269 - 9 \times 137)$ |
| 137, 36 | $29 = 137 - 3 \times 36$ | $1 = 5 \times 137 - 19 \times 36$ $1 = -4 \times 36 + 5 \times (137 - 3 \times 36)$ |
| 36, 29 | $7 = 36 - 1 \times 29$ | $1 = -4 \times 36 + 5 \times 29$ $1 = 1 \times 29 - 4 \times (36 - 1 \times 29)$ |
| 29, 7 | $1 = 29 - 4 \times 7$ | $1 = 1 \times 29 - 4 \times 7$ $1 = 0 \times 7 + 1 \times (29 - 4 \times 7)$ |
| 7, 1 | $0 = 7 - 7 \times 1$ | $1 = 0 \times 7 + 1 \times 1$ |

d:

Ja, de GCD van 1269 en 137 is 1 dus deze getallen zijn relatief priem.

e:

$$\text{Zie c, } \text{GCD}(1269, 137) = 1 = -19 \times 1269 + 176 \times 137$$

f:

?

2.

a:

Nee, $21 + 2 = 23$, 23 is geen element van Z_{21} .

b:

Nee, $2 - 3 = -1$, -1 is geen element van de verzameling.

c:

Ja, het neutrale element is $1/1$ (1), inverteren werkt door het element te vermenigvuldigen met hetzelfde element alleen dan de deler en noemer omgekeerd.

Stel we willen:

$$5/7 \times a' = a' \times 5/7 = 1$$

Dan $a' = 7/5$ want:

$$5/7 \times 7/5 = 1$$

d:

Ja, het neutrale element is 1. Inverteren werkt door het element te vermenigvuldigen met het element maal -1. Dus:

Stel, we willen:

$$-1 \times a' = a' \times -1 = 1$$

Dan $a' = -1 \times -1 = 1$ en 1 is een element van de set.

e:

?