

Beweren en Bewijzen Leertaak 10

7 mei 2017

Opgave 1

1. Stelling: $P \vdash \neg\neg P$

Afkorting(en): Zij $\Sigma = P$

Afleidingsboom:

$$\frac{\frac{}{\Sigma, \neg P \vdash \neg P} hyp \quad \frac{}{\Sigma, \neg P \vdash P} hyp}{\Sigma \vdash \neg\neg P} \neg I$$

2. Stelling: $\neg\neg P \vdash P$

Afkorting(en): Zij $\Sigma = \neg\neg P$

Afleidingsboom:

$$\frac{\frac{}{\Sigma, \neg P \vdash \neg\neg P} hyp \quad \frac{}{\Sigma, \neg P \vdash \neg P} hyp}{\Sigma \vdash P} \neg E^*$$

3. Stelling: $P \rightarrow Q \vdash \neg Q \rightarrow \neg P$

Afkorting(en): Zij $\Sigma = P \rightarrow Q$

Afleidingsboom:

$$\frac{\frac{}{\Sigma, \neg Q, P \vdash \neg Q} hyp \quad \frac{\frac{}{\Sigma, \neg Q, P \vdash P \rightarrow Q} hyp \quad \frac{}{\Sigma, \neg Q, P \vdash P} hyp}{\Sigma, \neg Q, P \vdash Q} \rightarrow E}{\Sigma, \neg Q \vdash \neg P} \neg I$$

$$\frac{\Sigma, \neg Q \vdash \neg P}{\Sigma \vdash \neg Q \rightarrow \neg P} \rightarrow I$$

4. Stelling: $\neg P \wedge \neg Q \vdash \neg(P \vee Q)$

Afkorting(en): Zij $\Sigma = \neg P \wedge \neg Q$

Afleidingsboom:

$$\frac{\frac{}{\Sigma, P \vee Q \vdash P \vee Q} hyp \quad \frac{\frac{\frac{}{\Sigma, P \vee Q, P, \neg P \wedge \neg Q \vdash \neg P \wedge \neg Q} hyp}{\Sigma, P \vee Q, P, \neg P \wedge \neg Q \vdash P} \wedge E1 \quad \frac{}{\Sigma, P \vee Q, P, \neg P \wedge \neg Q \vdash P} hyp}{\Sigma, P \vee Q, P \vdash \neg(\neg P \wedge \neg Q)} \neg I}{\Sigma, P \vee Q \vdash \neg(\neg P \wedge \neg Q)} Tak3 \vee E$$

$$\frac{\Sigma, P \vee Q \vdash \neg(\neg P \wedge \neg Q)}{\Sigma \vdash \neg(P \vee Q)} Tak2 \neg I$$

Waarbij Tak 2 =

$$\frac{}{\Sigma, P \vee Q \vdash \neg P \wedge \neg Q} hyp$$

Waarbij Tak 3 =

$$\frac{\frac{\frac{}{\Sigma, P \vee Q, Q, \neg P \wedge \neg Q \vdash \neg P \wedge \neg Q} hyp}{\Sigma, P \vee Q, Q, \neg P \wedge \neg Q \vdash \neg Q} \wedge E2 \quad \frac{}{\Sigma, P \vee Q, Q, \neg P \wedge \neg Q \vdash Q} hyp}{\Sigma, P \vee Q, Q \vdash \neg(\neg P \wedge \neg Q)} \neg I$$

5. Stelling: $\vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$

Afleidingsboom:

$$\frac{\frac{}{\vdash P \vee \neg P} LEM \quad \frac{\frac{\frac{}{P \vdash Q \vee \neg Q} LEM \quad \frac{\frac{\frac{}{P, Q \vdash Q} hyp}{P, Q \vdash P \rightarrow Q} \rightarrow I}{P, Q \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)} \vee I1}{P \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)} \vee E}{\vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)} Tak3 \vee E$$

Waarbij Tak3 =

$$\frac{\frac{}{\neg P \vdash Q \vee \neg Q} LEM \quad \frac{\frac{\frac{}{\neg P, Q, P \vdash Q} hyp}{\neg P, Q \vdash P \rightarrow Q} \rightarrow I}{\neg P, Q \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)} \vee I1 \quad \frac{\frac{\frac{}{\neg P, \neg Q, Q \vdash P, \neg Q} hyp}{\neg P, \neg Q, Q \vdash P, Q} hyp}{\neg P, \neg Q, Q \vdash P} \neg E}{\frac{\frac{}{\neg P, \neg Q, Q \vdash P} \rightarrow I}{\neg P, \neg Q \vdash P \rightarrow Q} \rightarrow I}{\neg P, \neg Q \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)} \vee I2}{\neg P \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)} \vee E$$

6. Stelling: $\vdash ((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$

Afleidingsboom:

$$\frac{\frac{\frac{}{(P \rightarrow Q) \rightarrow P \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow P} hyp}{(P \rightarrow Q) \rightarrow P \vdash P} hyp \quad \frac{\frac{}{(P \rightarrow Q) \rightarrow P, P \vdash Q} hyp}{(P \rightarrow Q) \rightarrow P \vdash P \rightarrow Q} \rightarrow I}{(P \rightarrow Q) \rightarrow P \vdash P} \rightarrow E$$

Opgave 2

a) Het is mij wel gelukt om het bewijs te vinden van de oude tentamensom.

Opgave 3

- a) Het is mij wel gelukt om het bewijs te vinden voor Taak10_prop001.v.
- b) Het is mij wel gelukt om het bewijs te vinden voor Taak10_prop016.v.
- c) Het is mij wel gelukt om het bewijs te vinden voor Taak10_prop020a.v.
- d) Het is mij wel gelukt om het bewijs te vinden voor Taak10_prop030.v.
- e) Het is mij niet gelukt om het bewijs te vinden voor Taak10_prop107.v.

Opgave 4

- a) Het is mij niet gelukt om het bewijs te vinden voor de kofferpuzzel.

Toelichting: Geen idee waar te beginnen.

- b) In mijn bewijs was het handig geweest als ik het volgende lemma had gehad:

Lemma hulpstelling:

...