

Assignment 8

1.

a:

Als 7 vrienden besluiten te samenzweren, hebben ze al $128 - 16 = 112$ bits van de key. De laatste zestien bits van de key moeten ze nog raden. Het laatste stuk heeft: $2^{16} = 65536$ mogelijke combinaties. Dit is er van uitgaande dat ze weten op welke plek elk stukje key moet. Als ze ook niet weten in welke volgorde ze de stukjes key moeten zetten dan moeten ze dat ook nog proberen, er zijn 8 stukjes key dus $8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1$ mogelijke combinaties.

Als we alles bij elkaar optellen zijn er dus:

$8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 * 65536 = 2642411520$ mogelijkheden die ze moeten proberen.

2

a:

$1000 \bmod 7 = 6$

Als je vanaf Vrijdag, zes dagen vooruit rekt dan kom je uit op een Donderdag.

b:

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

...

De rij laatste getallen (2 – 4 – 8 – 6) herhaalt zich elke keer.

$1893 \bmod 4 = 1$ dus het laatste getal is een 2.

3

a:

\mathbb{Z}_{10}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8
3	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7
4	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6
5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5
6	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4
7	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3
8	0	8	6	4	2	0	8	6	4	2
9	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

b:

?

c:

?

4

A = 4 D = 3

B = 2 E = 3

C = 4

5

a:

$$75 = 3 * 5^2$$

$$210 = 2 * 3 * 5 * 7$$

$$\text{GCD} = 3 * 5 = 15$$

b:

$$66 = 2^1 * 3^1 * 5^0 * 7^0 * 11^1$$

$$135 = 2^0 * 3^3 * 5^1 * 7^0 * 11^0$$

$$\text{GCD} = 2^0 * 3^1 * 5^0 * 7^0 * 11^0$$

c:

Per priemgetal vergelijken we bij de twee getallen in de $\text{gcd}(x, y)$ en nemen we de kleinste macht dus als:

$$X = 2^2 \dots$$

$$Y = 2^3 \dots$$

Dan:

$$\text{Gcd}(x, y) = 2^2 * \dots$$

Dit doen we per 'gefactoriseerd' priemgetal.

Voorbeeld:

$$X = 2^3 * 3^0 * 5^7 \dots$$

$$Y = 2^0 * 3^0 * 5^3 \dots$$

$$\text{Gcd}(x, y) = 2^0 * 3^0 * 5^3 \dots$$

Want:

$$0 < 3,$$

$$0 = 0,$$

$$3 < 7$$