ТЕОРЕМА 3*. *Если функция, определенная на отрезке, ограничена на нем и имеет конечное множество точек разрыва, то она имеет на этом отрезке обобщенную первообразную*

Доказательство. Если функция f ограничена на отрезке $[a, b]$ и имеет конечное множество точек разрыва, то она, согласно критерию интегрируемости Лебега (см. п. 23.10*), интегрируема на этом отрезке, следовательно, имеет смысл функция

$$F(x) = \int_a^x f(x)\,dt,$$

задаваемая этой формулой для всех $x \in [a, b]$. В силу теоремы 1 п. 25.1, функция F непрерывна на отрезке $[a, b]$, а в силу теоремы 2 п. 25.2, для всех точек $x \in [a, b]$, в которых функция f непрерывна (т.е. во всех точках отрезка $[a, b]$ кроме конечного их множества), выполняется условие

$$F'(x) = f(x)$$

Таким образом, функция F является обобщенной первообразной для функции f. $\square$

ТЕОРЕМА 4*. *Пусть функция f, определенная на отрезке, ограницена на нем и множество точке ее разрыва конечное. Если функция Φ являетя какой-либо обобщенной первообразной функции f на этом отрезке, то справедлива формула Ньютона-Лейбница*

$$\int_a^b f(x)\,dx = \text{ф}(b) - \text{ф}(a).$$

Доказательство этой теоремы проводится аналогично доказательству теоремы 4, если только под первообразными понимать обобщенные первообразные.

Покажем теперь, что формула Ньютона-Лейбнца имеет место и лишь при предположении существования обобщенной первообразной у интрегрируемой функции f, т.е. при условии существования обобщенной первообразной для справедливости формулы Ньютона-Лейбница, не нудно требовать конечности множества точке разрыва фунции f (напомним, однако, что конечность множетва точек разрыва использовалось при доказательству существования обобщенной первообразной, иначе говоря, конечность мно