

小推力火星探测器发射时机搜索方法

岳晓奎, 刘 伟

(西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072)

摘要:利用微分进化(DE)算法对小推力火星探测器发射时机进行搜索。首先建立了动力学方程,推导出最优化模型,然后使用两种策略采用DE算法与间接法相结合的方式对火星探测器发射机会进行了搜索,最后进行了仿真分析。研究结果表明:使用DE算法结合间接法的方式能够搜索到最优的发射机会;同时,针对所采用的发动机模型,小推力火星探测器发射机会是一个区域,存在多种满足条件的发射机会,探测器的燃料消耗与飞行时间是此消彼长的关系,在实际应用中需要综合考虑飞行时间和燃料消耗对发射机会进行选择。

关键词:微分进化算法;小推力;发射机会;间接法

中图分类号:V412.41 **文献标识码:**A **文章编号:**1000-8829(2011)04-0116-05

Searching Algorithm for Low-Thrust Launch Opportunity for Mars Explorer

YUE Xiao-kui, LIU Wei

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The problem of search for low-thrust launch opportunity for mars explorer using differential evolution (DE) algorithm is presented. The dynamic model is presented, and then optimal control theory is applied to produce a boundary value problem. The launch opportunities are searched based on the combination of differential evolution algorithm and indirect method using two strategies. Simulation result shows that the optimal launch opportunity can be found based on the combination of DE algorithm and indirect method. The launch opportunities are piece of time areas. In practice, the fly time and fuel consumption need to be considered when choosing the proper launch opportunity.

Key words: differential evolution algorithm; low-thrust; launch opportunity; indirect method

发射时机的选择是空间探测任务和设计中很重要的环节。深空探测中,星际轨道要满足诸多约束,如发射能量、飞行时间、发射时间段、总的能量消耗等,这些约束与探测器的研制成本、复杂性密切相关。等高线法是发射时机搜索的经典方法,但是如果用于小推力轨道的发射机会搜索,计算过程异常复杂,而且,由于发动机模型不确定,推力大小、比冲不确定,发动机开关策略也不确定,导致小推力轨道异常复杂,等高线法不再适合,也没有统一的方法进行搜索。国内崔平远、尚海滨和栾恩杰使用了一种基于形状的方法对发射机

会快速搜索进行了研究^[1],此方法虽然有效降低了搜索难度,但是并没有保证搜索到的轨道是最佳的,而且仅限于二维情况。国外 Petropoulos 等人也使用了基于形状的方法进行了小推力轨道的搜索^[2]。笔者依据微分进化(DE)算法强大的全局搜索能力,对小推力火星探测器发射机会进行搜索。

1 问题描述

本方法中,发动机模型采用功率恒定比冲、推力可变的发动机模型,推力大小可表示为

$$T = \frac{2\eta P}{c} = \frac{2\eta P}{g_0 I_{sp}} \quad (1)$$

式中, P 为发动机输入功率; η 为发动机工作效率; c 为工质相对于探测器的喷流速度; g_0 为海平面重力加速度; I_{sp} 为发动机比冲。

在日心 J2000 坐标系下,建立探测器的轨道动力学模型

收稿日期:2010-05-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10772145);新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-06-0886)

作者简介:岳晓奎(1970—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为飞行器动力学与控制、卫星定位导航及组合导航;刘伟(1984—),男,硕士研究生,主要研究方向为飞行器动力学与控制。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + a\mathbf{u} \end{cases} \quad (2)$$

式中, \mathbf{r} 、 \mathbf{v} 为飞行器的位置、速度矢量; μ 为太阳引力常数; a 为推力加速度幅值; \mathbf{u} 为推力方向。

发射机会搜索时, 一般以时间最短或燃料最省作为性能指标。发动机功率不变, 推力可变, 设定性能指标如下

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t a^2 dt \quad (3)$$

则终端质量可推导如下

$$m_f = \frac{\eta P m_0}{J m_0 + \eta P} \quad (4)$$

定义燃料消耗比

$$\delta_m = \frac{\Delta m}{m_0} \times 100\% = \frac{1}{1 + \eta P / (J m_0)} \times 100\% \quad (5)$$

由式(5)可看出, 燃料消耗比与两个因素密切相关: 性能指标 J 和输入功率 P , 若要降低燃料消耗, 就要使性能指标最小, 并且提高推进器的输入功率; 在输入功率不变情况下, 就要减小性能指标。

在飞行过程中, 定义中间过程性能指标函数

$$J_t = \frac{1}{2} \int_0^t a^2 dt \quad (6)$$

此时所剩质量表示为

$$m_t = \frac{\eta P m_0}{J_t m_0 + \eta P} \quad (7)$$

那么推力变化可表示如下

$$T_t = m_t a_t = \frac{\eta P m_0 a_t}{J_t m_0 + \eta P} \quad (8)$$

比冲变化表示如下

$$I_{sp} = \frac{2\eta P}{T_t g_0} = \frac{2(J_t m_0 + \eta P)}{m_0 g_0 a_t} \quad (9)$$

可知, 所有的参数都与推力加速度密切相关, 应用变分法理论或极小值原理, 可以得到推力加速度的表达式。具体推导过程如下。

首先, 定义哈密顿函数

$$H = \boldsymbol{\lambda}^T \dot{\mathbf{x}} + \frac{a^2}{2} \quad (10)$$

式中, $\boldsymbol{\lambda}$ 为协态变量矢量; \mathbf{x} 为状态变量矢量。则由

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad \frac{\partial H}{\partial a} = 0 \quad (11)$$

可得到协态变量和推力加速度的关系

$$\mathbf{u} = -\frac{\boldsymbol{\lambda}_v}{\|\boldsymbol{\lambda}_v\|}, \quad a = \|\boldsymbol{\lambda}_v\| \quad (12)$$

正则方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = -\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \end{cases} \quad (13)$$

具体表达如下

万方数据

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4 \\ \dot{x}_2 = x_5 \\ \dot{x}_3 = x_6 \\ \dot{x}_4 = -\frac{\mu x_1}{r^3} + a u_1 \\ \dot{x}_5 = -\frac{\mu x_2}{r^3} + a u_2 \\ \dot{x}_6 = -\frac{\mu x_3}{r^3} + a u_3 \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = \frac{\mu}{r^3} [\lambda_4 (r^2 - 3x_1^2) - 3x_1 x_2 \lambda_5 - 3x_1 x_3 \lambda_6] \\ \dot{\lambda}_2 = \frac{\mu}{r^3} [\lambda_5 (r^2 - 3x_2^2) - 3x_1 x_2 \lambda_4 - 3x_2 x_3 \lambda_6] \\ \dot{\lambda}_3 = \frac{\mu}{r^3} [\lambda_6 (r^2 - 3x_3^2) - 3x_1 x_3 \lambda_4 - 3x_2 x_3 \lambda_5] \\ \dot{\lambda}_4 = -\lambda_1 \\ \dot{\lambda}_5 = -\lambda_2 \\ \dot{\lambda}_6 = -\lambda_3 \end{cases} \quad (14)$$

状态 \mathbf{x} 各分量分别表示日心 J2000 坐标系下 3 个位置坐标和 3 个相应的速度坐标。协态变量各分量与状态变量相对应。 r 为探测器距日心距离, μ 为太阳引力系数。

探测器在终端需满足一定约束, 对于发射机会搜索问题, 本探测器的终端状态与火星此刻状态相同。定义约束函数如下

$$\varphi(\mathbf{x}_f) = \|\mathbf{x}_f - \mathbf{c}_f\| \quad (15)$$

式中, \mathbf{c}_f 为终端火星状态, 当探测器与火星交会时, 要求约束函数值为 0。

对于协态变量终值, 还应满足横截条件

$$TC = H_f - \boldsymbol{\lambda}_f^T \dot{\mathbf{c}}_f = 0 \quad (16)$$

由上可得

$$TC = \boldsymbol{\lambda}_f^T (\dot{\mathbf{x}}_f - \dot{\mathbf{c}}_f) + \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{v_f}\|^2}{2} = 0 \quad (17)$$

火星的终端状态可通过 JPL 星历获取, 而对于 $\dot{\mathbf{c}}_{t_f}$, 由于火星主要受太阳引力的影响, 在发射机会搜索中, 可以忽略各种摄动影响, 对火星运动进行粗略建模, 即

$$\dot{\mathbf{c}}: \begin{cases} \dot{\mathbf{c}}_r = \mathbf{c}_v \\ \dot{\mathbf{c}}_v = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{c}_r \end{cases} \quad (18)$$

2 DE 算法在小推力发射机会搜索中的应用

DE 基本算法可解决无约束优化问题^[3], 将上述约束与横截条件转换成 DE 算法中的适应度函数

$$f = w_1 \|x_{ij} - c_{ij}\| + w_2 |TC| \quad (19)$$

式中, w_1, w_2 为权重系数, 当探测器满足终端约束和横截条件时, 适应度值为 0。

上面介绍的优化模型在实际应用中, 由于协态变量没有确定的物理意义, 而正则方程的收敛性对协态变量初值非常敏感, 因此, 需寻找一种方法能大致确定协态变量初值的范围, 或是得到其估值。

在推力加速度不受限情况下, 协态变量初值的估计可通过推力方向角、方向角导数、推力加速度幅值的初值求得。具体推导过程可参考相关文献[4], 下面仅给出推导出的结果。

推导过程中需要借助一球坐标系(e_r, e_θ, e_ϕ), 该坐标系与 J2000 坐标系关系如图 1 所示, 原点设在探测器质心上。在此坐标系中, 推力方向角定义如图 2 所示。 α 为俯仰控制角; γ 为偏航控制角。

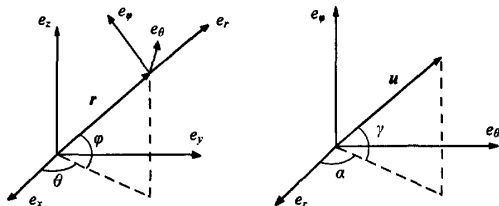


图 1 球坐标系和 J2000 坐标系 图 2 推力方向角

设转换矩阵为 ACT , 则得协态变量初值如下

$$\lambda_0 = ACT [\alpha, \dot{\alpha}, \gamma, \dot{\gamma}, a, \lambda_\theta]^T \quad (20)$$

一般情况下, λ_θ 设为 0。这样搜索变量就减少一个, 再加上发射时间、飞行时间和对应于质量的协态变量, 共 8 个搜索变量。当加速度幅值不受限时, 不考虑质量的协态变量, 搜索变量降为 7 个。

在使用搜索算法时, 采取两种策略:

① 参照等高线法, 将发射时间区间划分为好多段, 将每一段的初始时刻作为发射时刻, 飞行时间自由, 使用搜索算法进行搜索, 这样搜索变量就减少了一个。

② 划分多段的一个缺点是计算次数大大增加, 为了快速进行发射机会搜索, 第 2 种策略就是利用 DE 算法的全局搜索优点, 在整个时间区间搜索发射机会。

使用 DE 算法进行轨道搜索的主要流程如图 3 所示。首先随机产生一组种群个体, 计算每个个体的适应度值, 适应度值的计算如图 4 所示。如果有一个个体的适应度值满足终值条件, 则算法结束, 否则执行变异、交叉操作。然后将候选个体与父代个体的适应度值一一进行比较, 选择适应度值小的进入下一代, 然后判断是否满足终值条件, 是则结束, 否则继续变异、交叉等, 直到满足终值条件。

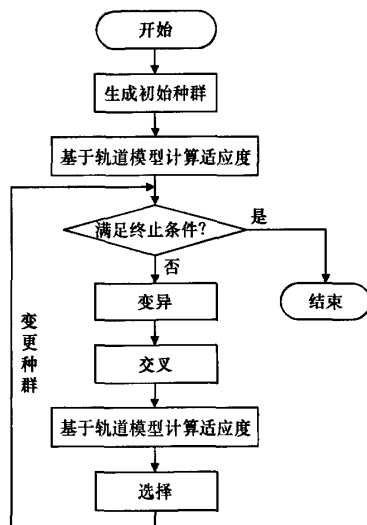


图 3 DE 算法流程

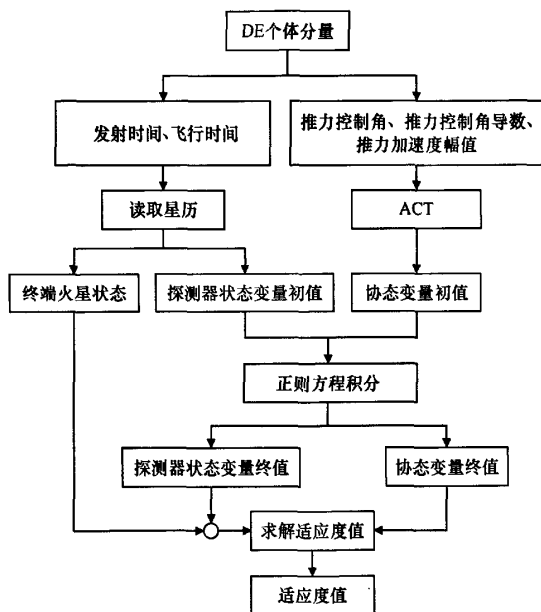


图 4 适应度值计算流程图

基于以上策略, 结合 DE 算法和传统间接法的搜索算法的具体流程如下:

① 根据不同探测任务的要求, 比如总的速度增量最小、发射时间最短或发射能量最小等, 定义相应的目标函数 J ;

② 利用间接法定义发射机会搜索的约束条件和横截条件;

③ 将上述的约束条件和横截条件转换为 DE 算法的适应度函数 f ;

④ 选择 DE 算法搜索的参数, 并设定搜索的终止

条件,采用该算法搜索,得到最优的发射机会。

3 发射机会搜索仿真算例与结果分析

为了验证上述发射时机搜索方法,进行必要的仿真分析。搜索区间设为 2011 年 1 月 1 日~2012 年 8 月 10 日,发射区间为 600 天。初始相关参数如下:探测器初始质量 $m_0=1000\text{ kg}$;发动机输入功率 $P=10\text{ kW}$;发动机工作效率 $\eta=1$;DE 参数中,种群规模 $N_p=70$,变异因子 $F=0.7$,交叉因子 $C_r=0.7$,DE 优化策略为 DE/local-to-best/1/bin,最大迭代次数为 1300,约束因子为 1×10^{-4} ;适应度函数权重系数, $w_1=1, w_2=1$ 。

(1) 算例 1。

推力加速度自由时,将 600 天划分为 30 段,每一段的起始点作为发射日期,设权重因子 w_2 为 0,仿真结果如表 1 所示。

表 1 算例 1 仿真结果

发射日期/d	飞行时间/d	燃料消耗比/%	适应度值
0	659.8	5.063	0.03787
20	670.1	3.888	0.03556
40	936.2	2.058	0.01491
60	671.2	2.719	0.03637
80	610.9	4.025	0.03355
100	604.4	3.41	0.03434
120	577.8	2.738	0.04821
140	566.1	3.354	0.03514
160	524	4.161	0.03637
180	683.3	3.009	0.02123
200	449.4	6.443	0.04358
220	686.6	3.812	0.001178
240	490.5	4.729	8.216e-005
260	418.1	6.649	8.907e-005
280	362	10.08	7.947e-005
300	309.2	15.62	1.687e-005
320	257.3	26.02	9.963e-005
340	205.4	43.74	8.691e-005
360	154	67.57	8.556e-005
380	114.6	84.02	0.05563
400	2279	0.9964	0.1024
420	98.17	80.71	0.5333
440	58.14	84.82	0.7571
460	58.14	87.04	0.8924
480	1106	2.541	0.04362
500	58.14	91.81	1.235
520	58.14	96.11	1.357
540	365.3	78.61	0.9255
560	204.4	97.68	1.149
580	919.8	1.823	0.07869

仿真分析:从表中数据可看出发射日期在 220~380 之间时,探测器满足终端约束。燃料消耗比与飞行时间的关系、飞行时间与发射时间的关系如图 5、图 6 所示,可看出在此发射区间内,发射日期越晚,飞行时间越短,而燃料消耗比越大。由图给定发射日期,可

估计飞行时间和燃料消耗比的大小。

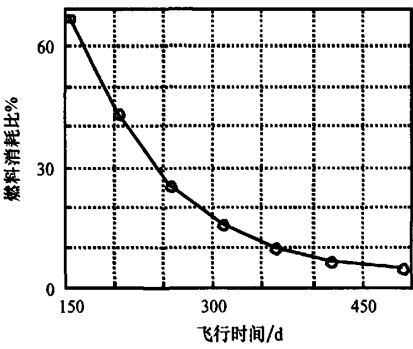


图 5 燃料消耗比与飞行时间关系

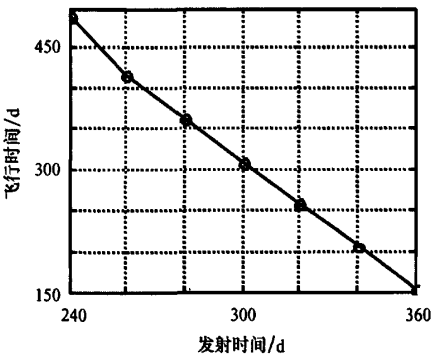


图 6 飞行时间与发射时机关系

(2) 算例 2。

如果将发射日期定于 220~380 之间,并且考虑横截条件,将权重因子 w_2 设为 1,使用 DE 算法加间接法求解可得到如表 2 所示结果。

表 2 算例 2 仿真结果

发射日期/d	飞行时间/d	燃料消耗比/%	适应度值
229.4	603.7	3.982	0.00009016
235.8	514.0	4.423	0.0002094
240.5	488.0	4.770	0.000449
245.8	450.3	5.255	0.007134
258.3	423.2	6.454	0.001170
263.8	406.9	7.124	0.001536
264.7	404.3	7.243	0.00158
269.9	389.6	7.997	0.001961
273.9	378.7	8.660	0.002309
275.0	374.5	8.817	0.004258
282.1	356.3	10.49	0.003273
287.4	342.1	11.57	0.004041

仿真分析:如果设定适应度值小于 10^{-2} 的轨道为满足条件的轨道,从表中,可看出有很多条轨道满足条件,而且与算例 1 相比,能够得到相同的结论。

(3) 算例 3。

DE 算法具有强大的全局搜索能力。算例 1 把发

射时间设为固定值,算例 2 是发射时间在小区间的搜索,在本算例中,把搜索区间定义为整个 600 天内,并与间接法结合。仿真多次后,结果都收敛到一个点附近。如表 3 所示。

表 3 算例 3 仿真结果

发射日期/d	飞行时间/d	燃料消耗比/%	适应度值	迭代次数
228.5	624.5	3.941	$<1 \times 10^{-4}$	1300

将算例 2 和算例 3 中的结果代入图 5 中,得到图 7。可见使用了横截条件后,相同飞行时间,消耗燃料比基本不变。这说明当飞行时间一定时,采用最优控制的小推力探测器,即使不考虑横截条件,应用 DE 算法也能搜索到最优轨迹。

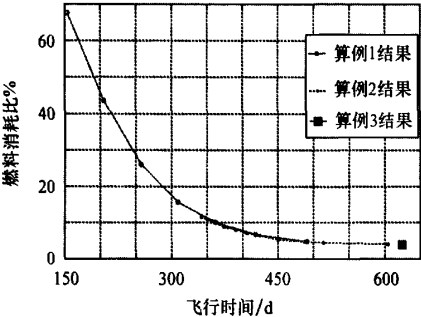


图 7 算例 1~算例 3 中燃料消耗比与飞行时间关系对比图

推力控制角和推力加速度幅值变化如图 8 所示,可见推力的变化是比较缓慢的。

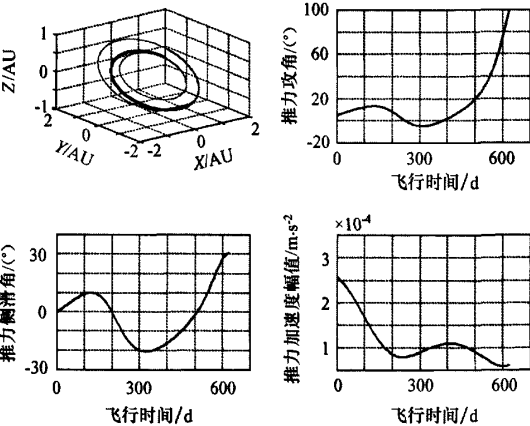


图 8 探测器运行图

仿真分析:与算例 1 和算例 2 相比,算例 3 充分利用了 DE 算法全局搜索能力强的优点,经过充分搜索,算例 3 能够搜索到最优的轨道。当推力加速度幅值不受限时,从 2011 年 8 月 9 日~2012 年 1 月 16 日,都存在发射机会,燃料最优发射机会则出现在 2011 年 8 月 17 日左右,推力加速度的幅值在 $5.0 \times 10^{-5} \sim 3.0 \times$

10^{-4} m/s^2 之间。在实际应用中,发射机会的选择不但要考虑燃料消耗,还需考虑飞行时间。利用图 5 可选择燃料消耗和飞行时间最合适的点,然后通过图 6 可确定发射时间。

4 结论

以上将 DE 算法与间接法相结合对小推力火星探测器发射机会进行了搜索。首先建立了动力学模型,并推导出了最优模型,然后使用了两种策略对发射机会进行了搜索,最后进行了仿真分析。研究结果表明:在本设计采用的发动机模型下,小推力火星探测器发射机会是一个区域,存在多种满足条件的发射机会,探测器的燃料消耗与飞行时间是此消彼长的关系,在实际应用中需要综合考虑飞行时间和燃料消耗对发射机会进行选择。另外,研究结果还说明使用 DE 算法结合间接法的方式能够搜索到最优的发射机会。

参考文献:

[1] 崔平远,尚海滨,栾恩杰. 星际小推力转移任务发射机会的快速搜索方法[J]. 宇航学报,2008,29(1):40-45.

[2] Petropoulos A E, Longuski J M. Shape-based algorithm for automated design of low-thrust, gravity-assist trajectories [J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2004,41(5):787-796.

[3] Price K V, Storn R M, Lampinen J A. Differential evolution: a practical approach to global optimization [M]. New York: Springer,2004,37-134.

[4] Ranieri C L, Ocampo C A. Indirect optimization of spiral trajectories [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006,29(6):1-7.

研华强固型车载电脑荣获 2010 年度中国物流技术装备十大创新产品

中国物流技术协会信息中心与中国物流产品网联合组织了关于“2010 年度中国物流装备行业十大创新产品”的评选活动。研华科技车载电脑凭借其丰富的通信模块,结构坚固高防护 IP 等级,抗震、冲击等,适用于各种恶劣环境的智能终端,获此殊荣。该款电脑作为车联网重要的应用,已经得到了业界以及协会等部门的高度重视,预计未来 5 年,车联网将步入一个真正意义的发展高峰。

获奖产品:研华科技推出 10" 超强固车载计算机 MTC 6/10,通过最高 IP67 及 EN60721-3-5 5M3 震动冲击认证,可承受 100 L/min 的高压水柱,超越 MIL-810F 军规等级。经典“红帽”结构坚固,分集式多频段天线设计,搭配最先进的 CFast 储存装置,适于各种恶劣的环境,是行业领先、真正超强固车载计算机终端。