

文章编号 :1006-1630(2001)05-0006-04

土星探测器飞行动力学与轨道计算

刘曙远

(深圳大学 师范学院, 广东 深圳 518060)

摘 要 根据牛顿第二定律和万有引力定律,建立了空间探测器的运动微分方程,并以土星探测器为例,利用精确的数值积分方法对其轨道进行了设计和计算。在土星探测器的轨道设计和计算中,充分利用了有关天体的引力机动,有目的地使探测器飞过一系列行星来增加探测器的能量,从而大大降低了探测器的发射条件。

关键词 土星探测器;轨道计算;飞行动力学;轨道设计

中图分类号 :V412.4⁺¹ **文献标识码** :A

Flying Dynamics and Orbit Computation of Saturnian Explorer

LIU Shu-yuan

(Teachers College of Shenzhen University, Shenzhen Guangdong 518060, China)

Abstract This paper establishes the differential equations of motion of space explorer according to the Newton's Laws of Motion and the universal gravitation, computes the flying orbit of Saturnian explorer, taking the Saturnian explorer as the computational example and using accurate numerical integration method. In the design and computation of orbit of Saturnian explorer, the author fully utilizes the gravitational force of some celestial bodies, thus reducing greatly the launching conditions.

Keywords Saturn detector; Orbit calculation; Flight dynamics; Orbit design

0 引言

土星作为太阳系中极富神秘色彩的行星,长期以来一直吸引着各国科学家的目光。土星在有一个彩色光环系统环绕着的同时,还有好些卫星环绕其飞行。研究这些光环和卫星,有助于了解形成这些太阳系行星的物质成分以及进化情况。此外,土星探测所得资料将有助于建立行星际大气的科学模型,对了解地球自身大气进化很重要。尤其是土星的最大卫星——“泰坦”,其赤道半径为 5 150 km,相当于一颗小卫星。其大气化学成

分比较复杂,与早期的地球大气极其相似,对其大气进行分析,不仅能了解这些奇特物体的形状、状态与形成,同时也能对地球的早期历史有所了解。因此,土星探测将给人类的科学研究带来大量的信息。但是,要对土星及其周围环境进行探测,必须首先研究土星探测器的轨道设计与轨道计算。

为此本文从航天动力学角度出发,探讨了土星探测器飞行轨道的设计和计算问题。

1 轨道的初步设计

土星探测器轨道的初步设计仍然采用拼接圆锥曲线法^[1,2]。拼接圆锥曲线法是分析地月飞行轨道和行星际飞行轨道中常用的一种近似分析法。其基本思想是引入引力作用球的概念,将多

收稿日期 2000-10-06 修回日期 2001-03-02

作者简介:刘曙远(1948-),男,副教授,研究领域:空间飞行器动力学、结构力学。

体问题化为二体问题。本文将土星探测器飞行轨道分割成三段,即出发行星引力作用球的部分(逃逸轨道)、太阳引力作用球内的部分(日心过渡轨道)和目标行星引力作用球内的部分(遭遇和俘获轨道)。

由于行星引力作用球远小于太阳引力作用球,所以逃逸轨道和遭遇与俘获轨道的飞行路程和飞行时间,比日心过渡轨道的飞行路程和飞行时间要小得多。因此,在本文土星探测器飞行轨道的初步设计中,首要任务是确定日心过渡轨道,确定日心场速度 v_1 ,求得两个极坐标系的速度分量,即径向速度 v_r 和切向速度分量 v_τ 以及探测器在 $t=0$ 时刻的发射状态 l_0, i_0, s_0 。然后根据选定的日心轨道来确定逃逸双曲线轨道和遭遇双曲线轨道。

2 轨道精确数值积分

2.1 数学模型的建立

精确计算土星探测器的飞行轨道,必须将问题作为多体系统来考虑,即采用同时考虑太阳等行星对探测器的影响的数值积分分析法。探测器作行星际飞行,太阳起主要的作用,因此它建立以太阳中心为原点的惯性坐标系(忽略太阳本身的摄动)。由于海王星、冥王星离地球较远,对探测器的影响较小,因而不考虑。

在本文中,作者通过选取探测器的发射时间,控制探测器与天王星、水星的相对位置关系,可使天王星在探测器的遭遇和俘获轨道段、水星在探测器的逃逸轨道段的引力摄动忽略不计。因此探测器被认为只受太阳、金星、地球、月球、火星、木星、土星的引力作用。现以太阳中心为坐标原点,以原点指向初始时刻地球位置的射线为极轴,建立极坐标系,并将上述各天体相对于太阳的矢径依次记为 r_1, r_2, \dots, r_6 ,探测器的矢径用 r 表示,探测器相对于各天体的位置矢径为

$$r_{i7} = r - r_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

因此探测器的运动微分方程可导出为

$$\ddot{r} = -\mu_0 \frac{1}{r^2} - \sum_{j=1}^6 \mu_j \frac{r}{r_{j7}^3} -$$

$$\sum_{j=1}^6 \mu_j \left(\frac{1}{r_j^3} - \frac{r}{r_{j7}^3} \right) \cdot r_j \cos(\theta_j - \theta) \quad (1a)$$

$$\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = - \sum_{j=1}^6 \mu_j \left(\frac{1}{r_j^3} - \frac{r}{r_{j7}^3} \right) r_j \sin(\theta_j - \theta) \quad (1b)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} &= f_1(t, r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}) = \dot{r}^2 - \mu_0 \frac{1}{r^2} - \sum_{j=1}^6 \mu_j \frac{r}{r_{j7}^3} - \sum_{j=1}^6 \mu_j \left(\frac{1}{r_j^3} - \frac{r}{r_{j7}^3} \right) \cdot r_j \cos(\theta_j - \theta) \\ \ddot{\theta} &= f_2(t, r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}) = -\frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r} - \sum_{j=1}^6 \mu_j \left(\frac{1}{r_j^3} - \frac{r}{r_{j7}^3} \right) \cdot r_j \sin(\theta_j - \theta) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

现令 $R = \dot{r}, \phi = \dot{\theta}$, 则可得到如下一阶常微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \dot{R} &= f_1(t, r, \theta, R, \phi) \\ R(t_0) &= \dot{r}_0 \\ \dot{\phi} &= f_2(t, r, \theta, R, \phi) \\ \phi(t_0) &= \dot{\theta}_0 \\ \dot{r} &= R \\ r(t_0) &= r_0 \\ \dot{\theta} &= \phi \\ \theta(t_0) &= \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

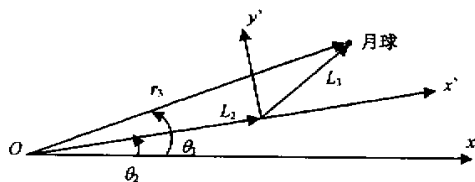


图1 月球相对于太阳和地球的位置关系图

计算 r_j 时分为两种情形:

a. 当 $j \neq 3$ 时, $r_j = L_j, \theta_j = \phi_j + \omega_j t, L_j$ 为各行星的轨道半径, ϕ_j 为 $t=0$ 时各天体的初始角度, ω_j 为各行星的轨道平均角速度。

b. 当 $j=3$ 时, 计算月球的位置矢径 r_3 。由于 (r_3, θ_3) 给出的是月球相对地球的位置, 所以应

转化为相对极点(太阳)的坐标参数

$$r_3 = \sqrt{(l_2 + x')^2 + y'^2}$$

$$\theta_3 = \theta_2 + \arctan \frac{y'}{x' + l_2}$$

式中的 x' 和 y' 分别由图 1 给出

$$x' = l_3 \cos(\theta_3 + \omega_3 t)$$

$$y' = l_3 \sin(\theta_3 + \omega_3 t)$$

对于探测器与各天体相对距离 r_{j7} 的计算, 由于 $r_{j7} = r - r_j$, 所以有

$$\left. \begin{aligned} x_{j7} &= r \cos \theta - r_j \cos \theta_j \\ r_{j7} &= r \sin \theta - r_j \sin \theta_j \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.2 轨道的数值积分算法

本文采用标准的四阶龙格-库塔法求解, 推导的计算公式如下:

$$K_1 = f_1(t_i, r_i, \theta_i, R_i, \phi_i)$$

$$K_2 = f_1(t_i + 0.5h, r_i + 0.5h \times M_1, \theta_i + 0.5h \times N_1, R_i + 0.5h \times K_1, \phi_i + 0.5h \times Q_1)$$

$$K_3 = f_1\left(t_i + \frac{h}{2}, r_i + \frac{h}{2}, R_i + \frac{h^2}{4}, \theta_i + \frac{h}{2}, \phi_i + \frac{h^2}{4}Q_1, R_i + \frac{h}{2}K_2, \phi_i + \frac{h}{2}Q_2\right)$$

$$K_4 = f_1(t_i + h, r_i + hR_i + 0.5h^2 \times K_2, \theta_i + h\phi_i + 0.5h^2 \times Q_2, R_i + hK_3, \phi_i + hQ_3)$$

$$R_{i+1} = R_i + h \times (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \times 6$$

$$r_{i+1} = r_i + hR_i + h^2 \times (K_1 + K_2 + K_3) \times 6$$

$$Q_1 = f_2(t_i, r_i, \theta_i, R_i, \phi_{i1})$$

$$Q_2 = f_2(t_i + 0.5h, r_i + 0.5h \times M_1, \theta_i + 0.5h \times N_1, R_i + 0.5h \times K_1, \phi_i + 0.5h \times Q_1)$$

$$Q_3 = f_1\left(t_i + \frac{h}{2}, r_i + \frac{h}{2}R_i + \frac{h^2}{4}K_1, \theta_i + \frac{h}{2}\phi_i + \frac{h^2}{4}Q_1, R_i + \frac{h}{2}K_2, \phi_i + \frac{h}{2}Q_2\right)$$

$$\phi_i + \frac{h}{2}Q_2)$$

$$Q_4 = f_1(t_i + 0.5h, r_i + hR_i + 0.5h^2 \times K_2, \theta_i + h\phi_i + 0.5h^2 \times Q_2, R_i + hK_3, \phi_i + hQ_3)$$

$$\phi_{i+1} = \phi_i + h \times (Q_1 + 2Q_2 + 2Q_3 + Q_4) \times 6$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i + h\phi_i + h^2 \times (Q_1 + Q_2 + Q_3) \times 6$$

以上各式中, $M_1 = r_i$; $M_2 = r_i + 0.5h \times K_1$; $M_3 = r_i + 0.5h \times K_2$; $M_4 = r_i + 0.5h \times K_3$; $r_{i+1} = r_i + h \times (M_1 + 2M_2 + 2M_3 + M_4) \times 6$; $N_1 = \theta_i$; $N_2 = \theta_i + 0.5h \times Q_1$; $N_3 = \theta_i + 0.5h \times Q_2$; $N_4 = \theta_i + 0.5h \times Q_3$; $\phi_{i+1} = \phi_i + h \times (N_1 + 2N_2 + 2N_3 + N_4) \times 6$ 。

2.3 轨道的数值积分实现

本文用 C 语言编程计算。该程序由 5 个具有独立功能的子程序和一个主调程序构成。

a. 主程序(main) 其功能为调用各子程序, 从全局控制整个程序的运行。

b. Input 函数 以数组形式从数据文件中读入有关参数和初值。

c. Place 函数 该函数通过地址传输, 得到数据文件 A_1 中的数据, 求得 t 时刻各天体的位置参数, 并将其放在二维数组 A_2 中。

d. Place1 函数 由 A_2 中的数据, 计算 t 时刻探测器与各天体的相对距离(存入 A_3 中)。

e. f_1, f_2 函数 其作用是计算下列两式的值:

$$\dot{l}_1 = -\frac{A[0][3]}{l^2} + l \times s_1 \times s_1 - \sum_{j=1}^6 \frac{A[j][3] \times l}{(A[j][0])^3} - \sum_{j=1}^6 \left\{ A[j][3] \times A[j][0] \times \cos(A[j][1] - s) \times \left[\frac{1}{(A[j][0])^3} - \frac{1}{(A[j][1])^3} \right] \right\}$$

$$\dot{s}_1 = -\frac{2 \times l_1 \times s_1}{l} - \sum_{j=1}^6 A[j][3] \times \left[\frac{1}{(A[j][0])^3} - \frac{1}{(A[j][1])^3} \right] \times$$

$$\frac{A[j \mathbf{I} 0]}{l} \times \sin(A[j \mathbf{I} 1] - s)$$

f. Solve 函数 根据龙格-库塔法迭代求解。

3 算例与计算结果

本文采用探测器在距离地面高度为 200 km 的停泊轨道发射方案,采用这种方案可提高飞行轨道的精确性和飞行的可靠性。发射初速度取文献 [1] 中拼接圆锥曲线法的近似计算结果。日心场速度 $v_1 = 26.945 \text{ km/s}$, $\eta_1 = 82.2^\circ$, 分解成两个极坐标系的速度分量,径向速度 $v_r = 3.16 \times 10^5 \text{ km/d}$,切向速度分量 $v_\tau = 1.54 \times 10^{-2} \text{ km/d}$, 所以,探测器在 $t = 0$ 时刻的发射状态为 $l_0 = 1.496 \text{ 08 km}$, $\dot{l}_0 = 3.16 \times 10^5 \text{ km/d}$, $\dot{s}_0 = 1.54 \times 10^{-2} \text{ rad/d}$, $s_0 = 0$ 。

为了尽量地利用天体的引力机动,本文有目的地使探测器飞过一系列行星,以增加探测器的能量。本文的整个日心转移轨道(包括加速轨道)分为四段:

a. 地球 1→金星 2 轨道段,探测器经过一段转移轨道与金星相遇,飞越金星,实现第一次加速。

b. 金星 2→机动 3→金星 4 轨道段(金星 2 与金星 4 并不在同一位置),经过第一次加速,探测器进入一条新的日心转移轨道,经过一段时间,再一次与金星相遇,并从金星附近飞过,探测器的日心速度大小、方向都发生了变化。

c. 金星 4→地球 5 轨道段,经过两次有目的地使探测器飞越金星,实现了两次加速。计算结果表明,此时探测器的能量还增加得不够,再一次让探测器与地球相遇,实现第三次加速。

d. 地球 5→土星 6 轨道段,这是本次航行的最终目的,经过多次加速,探测器获取了足够的能量,并调整好方向,以较快的速度奔向土星。

为了被土星俘获,当探测器飞到离土星最近时,即在双曲线顶点进行减速,减速的方向与探测器原来的速度方向相反,需要减少的速度 Δv 的大小根据探测器是进入绕土星的圆形轨道还是椭圆形轨道而定。

在计算过程中,每一段日心转移轨道的出发行星、目标行星的位置、时间已由前面的分析大体

确定。这样,各段日心转移轨道的基本三角形和飞行时间都为已知。在确定了各段日心转移轨道的初、末速度大小、方向及轨道参数后,就可以计算进入各个影响球的双曲线轨道。经过这样的计算,整个探测器的飞行轨道就可以确定了。本文计算的土星探测器的飞行轨道如图 2 所示。

4 结论

本文提出了一种采用停泊轨道的发射方案,计算了从地球飞向土星的探测器的飞行轨道。文中将整个日心转移轨道分为四段,用精确的数值积分法对其轨道进行了计算和分析。

在计算中,作者充分地利用了有关天体的引力机动,从而使燃料大为节省。仿真计算结果表明,文中的计算方法和计算机程序切实可行、精确且可靠,对航天工程的实际应用具有一定的参考价值。

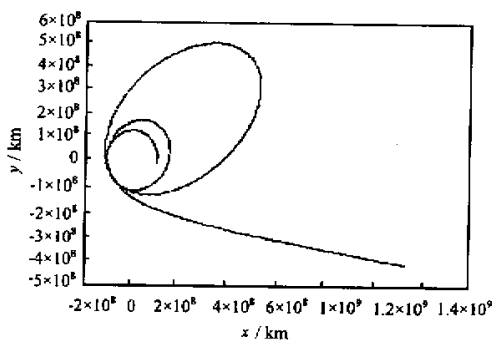


图 2 土星探测器的飞行轨道平面图

参考文献

- [1] 杨嘉墀,范剑峰,余明生,等.航天器轨道动力学与控制[M].北京:宇航出版社,1995.
- [2] 任宣.航天飞行器轨道动力学[M].北京:国防科技大学出版社,1987.
- [3] Amario L A, Byrnes D V. Interplanetary trajectory design for the Galileo mission[R]. AIAA 21st Aerospace Sciences Meeting, 1983.
- [4] Hlroki Yokota, Torn Tanabe. Generation of trajectories by multiple planetary swingbys[R]. IAF-83-326.
- [5] Donald van Zelm Wadsworth. A new analytic method for rapid computation of earth-moon trajectories[R]. AIAA Paper No. 65-514.