

# 火星探测无动力借力飞行轨道研究

张旭辉<sup>1</sup>, 刘竹生<sup>2</sup>

(1. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

**摘 要:** 对无动力情形的借金星引力辅助变轨进行了研究, 并完成了火星探测轨道的设计; 首先使用 Jacobi 积分得到了蒂塞朗准则, 在利用速度矢量图对借力飞行轨道的特性进行分析后, 得到了 Williams 提出的  $C_3$  匹配法, 证明了蒂塞朗准则和  $C_3$  匹配的同源性; 在搜索借力飞行的可行性转移轨道中, 采用  $C_3$  匹配对借金星引力的火星探测轨道进行了仿真, 并对结果进行了分析, 最后使用蒂塞朗准则对  $C_3$  匹配的仿真结果进行了检验。

**关键词:** 引力辅助变轨; 火星探测轨道; 借力飞行; 转移轨道

**中图分类号:** U213.2<sup>1</sup>

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2008)06-1739-08

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2008.06.011

## 0 引言

火星是地球的近邻, 它的特征在很多方面都与地球极为相似。有人认为, 火星的现在就是地球的未来。因而开展火星探测和研究, 对于认识人类居住的地球环境, 特别是认识地球的长期演化过程, 具有十分重要的意义。

到目前为止, 发射了火星探测器的国家只有美国、俄罗斯、日本和欧洲宇航局; 国内的火星探测计划尚处于起步阶段, 初步提出了未来 15~20 年确立以月球和火星为主的深空探测工程研究。随着“嫦娥”一号顺利进入环月轨道并正常工作, 火星探测工程将提前提上日程。

从一个星球发射的航天器飞近另外一个星球, 利用此星球的引力改变轨道, 向另外的目标星球飞去, 这种利用引力的方式有人将其称之为借力飞行或近旁转向技术, 也有人将其称之为引力甩摆或引力辅助轨道转移技术。可更细地划分为: 把探测器非常接近星体的过程叫做飞越 (Flyby) 或近旁转向 (Swingby); 利用近旁转向使探测器产生期望的轨道改变效果叫做引力辅助 (Gravity assist)。

通过近旁转向既可以改变航天器轨道的方向, 还能使航天器加速或减速。对于需要很大能量的行星际探测, 可以在中途通过近旁转向利用某星球的引力获得速度增量, 从而节省一定的燃料。

使用借力飞行方案探测太阳系中的天体, 借力

星体无非就是地球的天然卫星 (月球) 和比所要探测行星离地球更近的太阳系行星。

从火星探测借太阳行星的引力飞行来看, 应用最多的是金星。而金星为深空探测器提供借力源的实例有: 美国的水星探测器 Mariner 10 (水手 10 号) 借金星之引力辅助于 1974 年到达水星; 欧空局的 Galileo (伽利略号) 经过 1 次金星和 2 次地球近旁转向后到达木星; NASA/ESA 的联合项目 Cassini (卡西尼号) 土星探测器经过了两次金星近旁转向于 2004 年 7 月到达土星。金星近旁转向技术的应用主要表现在两个方面:

(1) 利用金星近旁转向技术改变探测器日心轨道的形状和方位, 从而实现特定的探测任务。

(2) 利用金星近旁转向技术增加探测器的日心轨道速度和轨道能量, 从而形成更远的行星际探测轨道。

本文着重研究可供工程应用的借助金星引力来实现火星探测的轨道设计方法。

## 1 引力辅助变轨的基本原理

大多数行星间和行星探测轨道的初步设计基本均从应用圆锥曲线拼接法开始的。在应用这种方法进行轨道设计时, 多体问题被分解为一系列的两体问题。这里使用圆锥曲线拼接法来描述火星探测借力飞行轨道初步设计, 但是对基本理论部分使用多体问题证明, 以说明方法的有效性。

### 1.1 雅可比(JACOBI)积分

雅可比积分描述了限制性三体问题能量转移的约束,它是 Jacobi 在 19 世纪所发现的。两个巨大的质量体进行着两体运动,一个质点在两个大质量体质心的环绕轨道上运动,此质点的状态方程将守恒。

### 1.2 蒂塞朗准则(Tisserand Criterion)

蒂塞朗是 19 世纪著名天文学家,他使用 Jacobi 积分来识别彗星,即在限制性三体问题中,彗星轨道要素满足的某一特定方程在彗星飞越一颗行星前后保持守恒。利用此方程计算两条不同时期观察到的彗星轨道并且结果一样,这可能是同一个彗星在两次观察之间飞越了一颗行星,并通过向前或向后推演轨道来确定猜测是否正确。

蒂塞朗准则则应用到引力辅助轨道设计中时,设计过程将与彗星识别的过程相反。从发射行星到借力行星并且从借力行星到目标行星的计算可以使用 Lambert 定理完成,而识别这些轨道的可行性将需要使用蒂塞朗准则。

### 1.3 引力辅助变轨的基本特性

图 1 给出了典型的行星引力辅助变轨的两种视角图像(行星中心视角和日心视角)。

图中 SOI(sphere of influence)表示行星的影响球;上标“-”和“+”分别表示探测器飞越行星前后的量; $V_{rel}$ 是探测器相对于行星的速度; $V_{rel}^-$ 表示探测器相对于行星从无穷远处靠近行星的速度; $V_p$ 表示行星的日心速度; $V_{s/c}$ 表示探测器的日心速度; $\delta$ 表示探测器速度相对行星的矢量在探测器整个近旁转向其间转过的角度; $\gamma$ 表示探测器的飞行路径角; $\beta$ 表示个初始相对速度角(相对于借力行星); $\Delta V_{ga}$ 表示由于引力辅助影响改变的探测器日心速度;探测器相对于行星的轨道是一条双曲线,这是因为探测器相对于行星的速度大于行星的逃逸速度<sup>[1]</sup>。

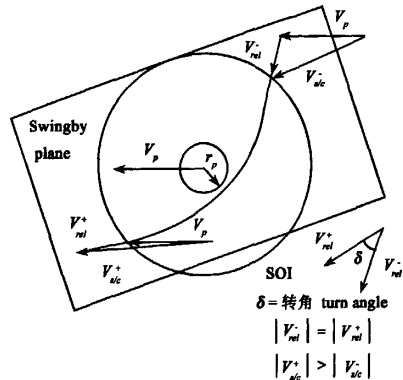
由图 1 中(b)得

$$V_{rel}^2 = V_{s/c}^2 + V_p^2 - 2V_{s/c}V_p\cos A \quad (1)$$

行星相对于太阳运动的轨道可以被近似为一个圆形轨道,此时行星相对于日心的速度大小为

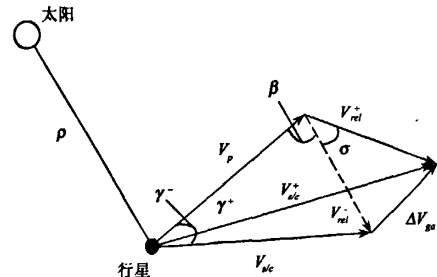
$$V_p = \sqrt{\frac{GM_s}{a}} \quad (2)$$

探测器的日心轨道可以认为是一条两体圆锥曲线,由二体能量方程得到探测器进入行星影响球的日心速度大小为



(a) 行星视角

(a) Planetary perspective



(b) 日心视角

(b) Heliocentric perspective

图 1 引力辅助变轨视角图

Fig.1 Gravity assisted orbital transfer perspective

$$V_{s/c}^- = \sqrt{\frac{2GM_s}{\rho} - \frac{GM_s}{a_1}} \quad (3)$$

在平面轨道中,角 A 将简化为探测器的飞行路径角  $\gamma^-$ ,如图 1 中(b),对于一般情况,角 A 是  $\gamma^-$  和探测器轨道平面相对于行星轨道平面的倾角  $i^-$  的函数

$$\cos A = \cos \gamma^- \cos i^- \quad (4)$$

$$\cos \gamma = \frac{\sqrt{GM_s a^- (1 - (e^-)^2)}}{V_{s/c} r_1} \quad (5)$$

经推导可以看出

$$|v_{rel}^-| = |v_{rel}^+| \quad (6)$$

这意味着探测器相对于借力行星的速度  $V_{rel}$  在近旁转向前后的大小没有改变,这个性质由双曲线轨道的对称性也可得出,因此等式(6)是确定搜索到的近旁转向轨道是否可行的重要标志。

利用矢量分析法和双曲线轨道特点对近旁转向轨道进行分析,由轨道积分得

$$\cos \theta = \frac{p}{re} - \frac{1}{e} \quad (7)$$

推导可得近旁转向转角公式

$$\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{1}{1 + \frac{r_{p1} V_{\infty}^2}{u_p}} \quad (8)$$

其中  $\delta$  为转角,  $|v_{rel}^-| = |v_{rel}^+| = |v_{\infty}|$ ,  $r_{p1}$  是近旁转向的近拱点半径,  $u_p$  为行星的引力常数。

对于给定行星( $u_p$  为已知), 公式(8)揭示了  $\delta$  与  $V_{\infty}$  和  $r_{p1}$  之间的关系(见图2), 即增大  $V_{\infty}$  (或  $V_{rel}^-$ ) 将导致转角  $\delta$  相应的减小; 减小  $r_{p1}$  将使转角  $\delta$  相应的增大; 然而, 行星的特性(更实际的是大气的范围)限制了最小的  $r_{p1}$ , 同时也限制了最大转角  $\delta$ 。

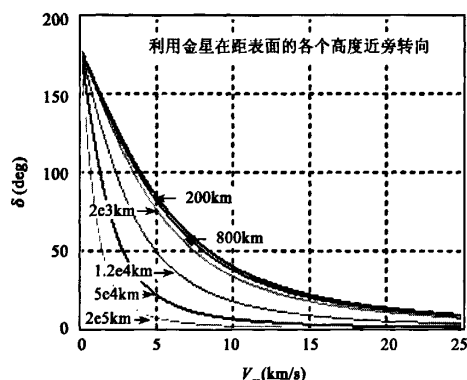


图2 金星借力转角、 $V_{\infty}$ 、近拱点距离之间关系

Fig.2 Relationship between Venus gravity assisted angle,  $V_{\infty}$  and periapsis distance

图3揭示了利用金星、火星、地球、木星借力飞行时转角和  $V_{\infty}$  之间的关系, 从图中可以清晰地看出, 即使当  $V_{\infty}$  很大时, 木星近旁转向的效果仍很明显; 另一方面, 在利用火星借力飞行时, 大的  $V_{\infty}$  产生了一个很小的转角, 这是由于它的质量较小的缘故。因此为了利用火星借力产生一个明显的效果(大的转角), 探测器相对于火星的速度  $V_{\infty}$  不能过大。

从图1中可以得出速度矢量间的关系:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_{i/c} &= \vec{V}_p + \vec{V}_{rel}^- \\ \vec{V}_{i/c}^+ &= \vec{V}_p + \vec{V}_{rel}^+ \\ \Delta \vec{V}_{ga} &= \vec{V}_{i/c}^+ - \vec{V}_{i/c}^- = \vec{V}_{rel}^+ - \vec{V}_{rel}^- \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

在大多数引力辅助应用中, 已知  $\vec{V}^-$ 、相遇时间和  $\vec{V}_p$ , 对于一个给定的近拱点距离, 需要确定的是  $\vec{V}^+$ ; 而对于一个所要达到的  $\vec{V}^+$ , 需要确定的是近

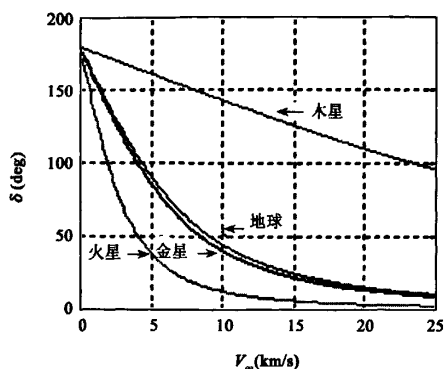


图3  $H = 200\text{km}$  时, 不同行星借力  $\delta$  与  $V_{\infty}$  的关系图

Fig.3 Relationship between different  $\delta$  and  $V_{\infty}$  at  $H = 200\text{km}$

旁转向近拱点距离。若矢量  $\vec{V}^-$  可确定, 即可求得  $\vec{V}^+$  的大小和角度  $\gamma$ 。应用余弦定理得

$$V_{rel}^2 = V_{i/c}^2 + V_p^2 - 2V_{i/c}V_p \cos \gamma \quad (10)$$

将上式与式(1)比较, (10)是(1)的平面情况下的特例。

由图1中(b)应用正弦定理

$$\sin \beta = \frac{V_{i/c}}{V_{\infty}} \sin \gamma^- \quad (11)$$

如果给定近旁转向近拱点距离  $r_{p1}$ , 可以从等式(8)计算转角  $\delta$ , 这时应用余弦定理, 得

$$(V_{i/c}^+)^2 = V_p^2 + V_{\infty}^2 - 2V_pV_{\infty} \cos(\beta + \delta) \quad (12)$$

使用正弦定律, 可由下面式子确定  $\gamma^+$

$$\sin \gamma^+ = \frac{V_{\infty}}{V_{i/c}^+} \sin(\beta + \delta) \quad (13)$$

如果  $\beta + \delta < \pi$ , 这时  $\gamma^+$  和  $\gamma^-$  同号, 否则反号。因为探测器与借力行星相遇时探测器日心距已知, 可以确定出日心轨道的  $V_{i/c}^+$  和  $r^+$ 。

从图1(b)中可以看出, 为了使  $V_{i/c}^+$  最大(也就是说使日心能最大), 可以调整  $V_{rel}^+$  和  $V_p$  之间的夹角  $\beta + \delta$  使其等于  $\pi$ 。一种情况是:  $r_{p1}$  大小的约束限制了转角  $\delta$ , 以至于  $\beta + \delta$  的最大值小于  $\pi$ , 这时  $V_{rel}^+$  的最大值将是既要满足  $r_{p1}$  约束, 探测器近旁转向时又要尽可能的接近行星表面时的值; 另一种情况是: 探测器近旁转向时的最小半径导致了  $\beta + \delta > \pi$ , 这时  $V_{rel}^+$  的最大值将发生在一个较高的飞跃半径上。

一个令人感兴趣的优化问题是: 对于给定的近拱点半径  $r_{p1}$ , 使  $\Delta V_{ga}$  最大化。从图1(b)可以看出(应用正弦定律)

$$\Delta V_{ga} = 2V_{\infty} \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (14)$$

将式(8)代入上式后求关于  $V_{\infty}$  的微分,并且令表达式等于零,得到以下结论:最大的  $\Delta V_{ga}$  值和  $V_{\infty}$  相等,并且它们都等于  $\sqrt{u_p/r_{p1}}$ , 这个值是近拱点的环绕速度大小。

将  $V_{\infty}$  代入式(8)和(14)后,得

$$(\Delta V_{ga})_{\max} = V_{\infty} = \sqrt{\frac{u_p}{r_{p1}}} \quad (15)$$

和

$$\delta = 60^\circ \quad (16)$$

引力辅助变轨是由探测器与行星相遇之间的一系列轨道拼接而成,其主要的问题是寻找使入口速度  $v_{\infty}$  等于出口速度  $v_{\infty}$  的轨道,这个问题就是著名的  $C_3$  匹配,在 Williams 和 Patel 的文献[2,3]中有详细的叙述,通过定义  $C_3 = v_{\infty}^2$  可以看出,  $C_3$  是两倍双曲线轨道单位质量的动能,为了确保  $v_{\infty}$  的转角小于最大转角,还需要一个额外的转角作为检查。

## 2 火星探测借力飞行轨道设计

借金星引力飞行探测火星的轨道设计过程分三步:(1)地球-金星轨道段;(2)金星-火星轨道段;(3)能量( $C_3$ )匹配。即可详细解释为在借金星引力的火星探测方案中,可以把探测器的轨道分成两段,第一段是地球-金星的转移轨道,通过地球-金星转移轨道的 Pork-chop 等高线<sup>[3]</sup>,可以获取发射能量要求的地球发射时间和对应到达金星的时间,以及到达金星的能量。第二段金星-火星的转移轨道段,取前一段到达金星的时间作为第二段的初始时间,然后将火星轨道周期分成等份,求取每一份末段点的时刻,作为到达火星的时间,然后通过求解朗伯(Lambert)问题得到探测器飞出金星的能量和到达火星的速度。如果探测器飞出金星的能量和探测器到达火星的能量相匹配,那么就可以得到从地球经金星借力到达火星的完整轨道,如果不能匹配,那么需要另外寻找发射机会。

Pork-chop 图是以发射时间和到达时间为坐标的所需发射能量的等高线图。对于一个发射时间段来说,这个能量等高线图由无数条直接转移轨道(如 Earth-Venus, Earth-Jupiter 等)构成。图上的每一点都是求解相应的 Lambert 问题得到的。通过绘制的 Pork-chop 图可以寻找发射行星和借力星体、借力星体和目标星体之间可行性轨道<sup>[4-8]</sup>。

### 2.1 地球-金星轨道段

为了完成地球-金星的轨道设计,首先要寻找地球到金星的发射时机,此时机可以由地球-金星的 Pork-chop 图得到<sup>[9,10]</sup>。图 4 和图 5 分别给出了 2022~2023 年地球-金星发射与到达的 Pork-chop 图。图中横坐标表示从地球发射的时间,纵坐标表示到达金星的时间,金星的星历选用 JPL 的 DE405 星历。

图 4 中,等高线表示从地球发射探测器所需要的能量。从能量等高线图可以看出在等高线的两个谷底处是发射探测器的最佳时机,因所需的发射能量最少。在 2022 年 10 月-2023 年 10 月这段时间内,从地球发射探测器到金星的最佳时间主要集中在 2023 年 4 月到 6 月。在此期间发射探测器所需的能量(两倍单位质量动能)大约为  $10(\text{km/s})^2$  左右。

图 5 表示了 2022 年 10 月-2023 年 10 月这段时间内,从地球发射探测器到达金星的到达 Pork-chop 图,由此图可以得到从地球到金星的到达能量,等高线表示到达金星所具有的能量(这里表示探测器飞越金星时的能量等高线)。此能量将被用来设计近旁转向期间轨道和下一段的日心轨道,也就是说,这个能量是用于下一轨道匹配的目标能量。

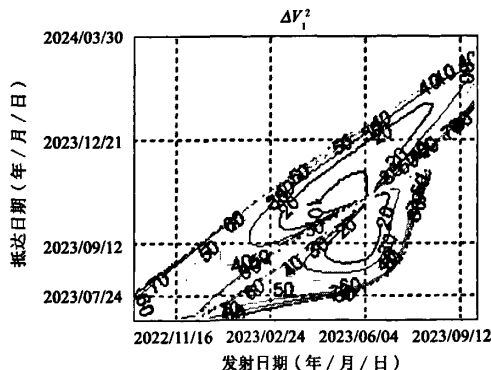


图 4 地球-金星的发射 Pork-chop 图

Fig.4 Pork-chop graph of Earth-to-Venus launching

从上图 4 与图 5 可以看出能量等高线是沿着某一轴不严格对称的,这也证实了短程和长程的能量是非严格对称的。现有火箭的运载能力是有限的,因此这里选用图 4 中满足现有火箭运载能力的部分发射窗口来进行轨道设计。

### 2.2 金星-火星轨道段

假设探测器进入天体影响球和飞出影响球是同一时刻,将地球-金星轨道段得到的到达金星的日期确定为金星-火星轨道段的发射日期,通过查金星星

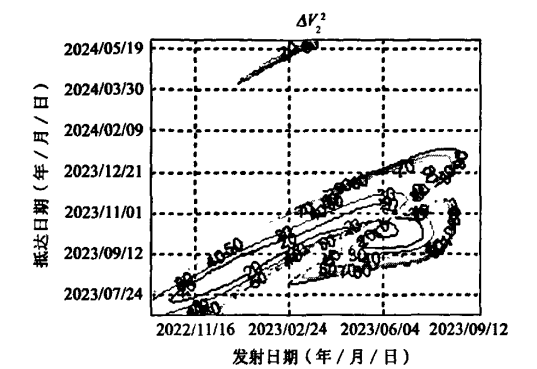


图 5 地球-金星的到达 Pork-chop 图

Fig.5 Pork-chop graph of Earth-to-Venus arriving

历可以得到此时金星的位置<sup>[11]</sup>。为了设计这段轨道还需要知道到达火星的日期和探测器的飞行时间,对于这段轨道的设计可以通过求解 Lambert 问题来实现:为了搜索可行的金星-火星轨道,将火星的轨道周期  $N$  等分,对每一个从金星出发的日期,将对应  $N$  个抵达火星的日期以及飞出金星时的能量,根据现有运载火箭的运载能力,人为加入发射能量约束(小于  $35(\text{km/s})^2$ ),最终得到从金星出发时刻的  $C_3$  曲线图(见图 6)。从中可以看出,从金星出发的最佳日期为 2023 年 08 月 12 日-2024 年 03 月 06 日。

2.3 能量 ( $C_3$ ) 匹配

需要将前面两节设计的两段轨道拼接起来才能形成完整的借力飞行轨道,这里采用能量匹配 ( $C_3$  匹配) 来完成<sup>[12]</sup>。

$C_3$  匹配:飞入金星的能量(目标  $C_3$ ) 与飞出金星的能量 ( $C_3$  曲线)匹配。反应在图 8 中可以描述为,如果飞入借力天体(金星)的能量(目标  $C_3$ ) 与

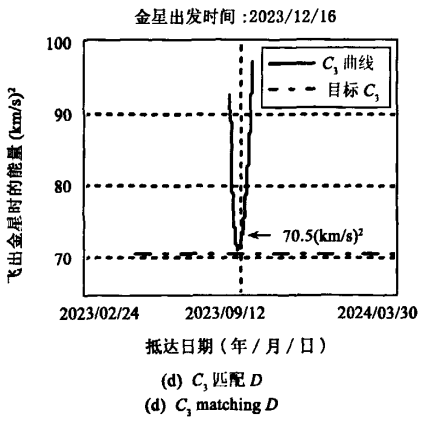
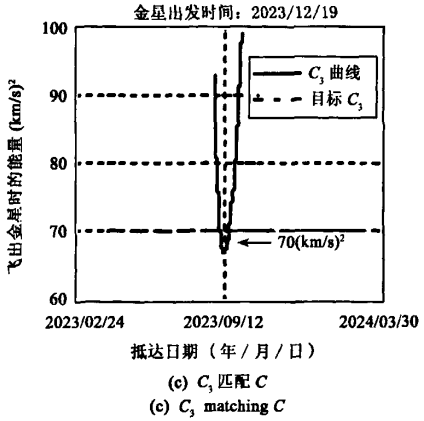
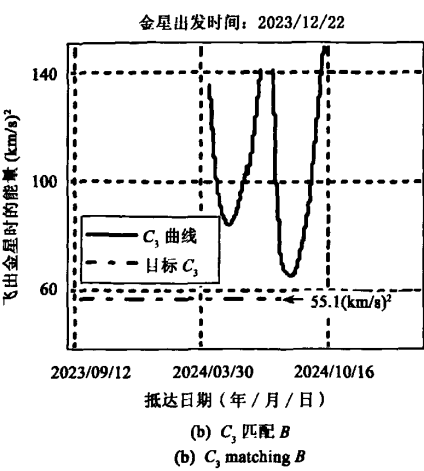


图 6  $C_3$  曲线图

Fig.6  $C_3$  graph

飞出借力天体的能量 ( $C_3$  曲线)有交点,那么表明存在满足匹配条件的无机动轨道;如果没有交点,表明在给定时间段内,针对此借力天体,不存在无机动的

借力飞行轨道。

使用能量约束(发射能量小于  $35(\text{km/s})^2$ )、发射日期约束(2022 年 10 月 - 2023 年 10 月)和与火星交会时相对速度小于  $10\text{km/s}$ ,可以得到 40 多组  $C_3$  曲线 ( $N = T_{\text{火星}}/3\text{day}$ ),图 6 绘出了几组典型的仿真图像,(a)、(b)中  $C_3$  曲线中是两条类抛物线,而(c)、(d)中  $C_3$  曲线中是一条类抛物线。如果在 Pork-chop 图 5 中沿某一横坐标做垂线,有的发射时刻,对应着 4 个不同抵达时刻但能量相同的点,而有的发射时刻对应 2 个能量相同点,这是造成  $C_3$  曲线有的是两条类抛物线,有的是一条的原因。需要注意的是  $C_3$  曲线是加入各种约束后得到的,而 Pork-chop 图却是没有加入约束得到的,这就会造成对大部分同一出发时刻的同一出发能量(目标  $C_3$ ),从 Pork-chop 图看和  $C_3$  曲线图看交点个数的原因。如果所加约束更加严格,  $C_3$  曲线将退化为只有一半的类抛物线,这时一个目标  $C_3$  将和  $C_3$  曲线只有唯一交点,此交点对应的轨道即为拼接后得到的完整借力飞行轨道。图 7 为火星探测以金星借力轨道设计的流程图。

3 算例

利用第 2 部分设计的可行性轨道,并从中搜索

最省能量的无动力借金星引力火星探测轨道,其相关设计参数如表 1 所示。

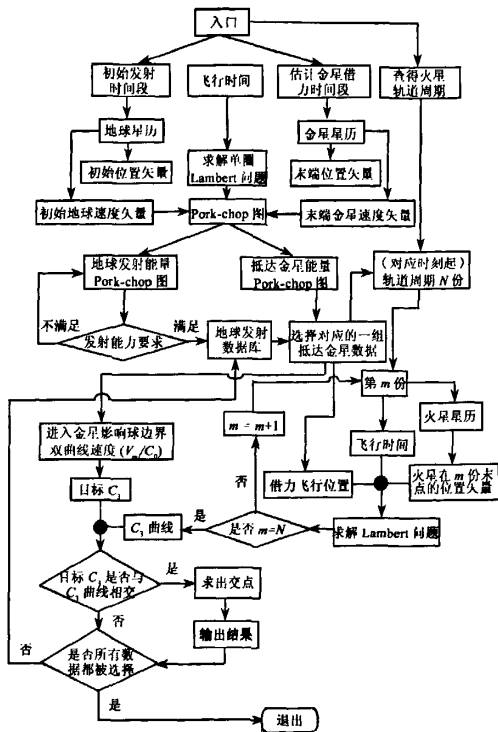


图 7 借金星引力探测火星的示意图

Fig.7 Graph of Venus gravity assisted orbit

表 1 最省能量火星探测金星借力轨道设计参数

Table 1 Energy optimal Venus gravity assisted orbit design parameters

		地球出发		金星借力		抵达火星
日期		2023/07/04		2023/12/25		2024/07/16
日心	大小	25.2228		借力前	借力后	20.3814
	矢量	X : 25.2228 Y : 4.9536 Z : -1.5758	X : -10.970 Y : -35.520 Z : 1.094	X : 1.815 Y : -40.111 Z : -3.891	X : -5.7923 Y : 19.4228 Z : 2.1462	
相对	大小	3.9094		7.7294		5.8595
	矢量	X : -3.4730 Y : -0.8581 Z : -1.5758	X : -7.589 Y : -0.489 Z : 1.380	X : 4.5656 Y : -5.0800 Z : -3.6050	X : 1.1772 Y : -5.5534 Z : 1.4519	
发射能量 $(\text{km/s})^2$		15.2811		/		/
飞行时间 (day)				378		
总 $\Delta V$ 大小 $(\text{km/s})$				9.7689		
转角 $\delta$ (deg)		/		128.4815		/
近拱点半径 $(r_p, \text{km})$		/		6045.7		/
近旁转向速度增量 $(\Delta V_{gs}, \text{km/s})$		/		13.9225		/

从表 1 中可以看出,近拱点半径  $r_{pl} = 6045.7\text{km}$  小于金星的大气边界半径  $6170\text{km}$ ,这说明在使用以上的设计参数得到的借力飞行轨道,在近旁转向期间,探测器会有段时间在金星的大气层中飞行,为了避免未知大气对探测器造成损坏,可以在搜索可

行性最省能量轨道的过程中,加入近旁转向期间近拱点约束,加入此约束后,重新搜索轨道。约束为:近拱点距高层的高度,  $H > 120\text{km}$ ,转角  $\delta > 90^\circ$ ;通过搜索得到表 2 的轨道设计参数。

表 2 加入约束后最省能量火星探测轨道设计参数

Table 2 Constraint-based energy optimal Mars exploration orbit design parameters

		地球出发	金星借力		抵达火星
日期		2023/07/28	2023/12/31		2024/06/01
日心	大小	25.8178	借力前	借力后	21.8130
			37.1819	40.722	
速度 (km/s)	矢量	$X: 20.0762$	$X: -5.150$	$X: 6.6138$	$X: 8.6025$
		$Y: 16.1464$	$Y: -36.787$	$Y: -39.92$	$Y: 19.843$
		$Z: -1.6730$	$Z: 1.631$	$Z: 4.5806$	$Z: -2.8357$
相对	大小	4.3851	8.1932	8.2045	8.0062
速度 (km/s)	矢量	$X: -4.0137$	$X: -7.6861$	$X: 4.0818$	$X: 3.9299$
		$Y: -0.5666$	$Y: -1.7178$	$Y: -4.850$	$Y: -6.1634$
		$Z: -1.6729$	$Z: 2.2588$	$Z: 5.2083$	$Z: -3.2661$
发射能量 (km/s) <sup>2</sup>		19.2291	/		/
飞行时间 (day)		309(156 + 153)			
总 $\Delta V$ 大小 (km/s)		12.3913			
转角 $\delta$ (deg)		/	99.657		/
近拱点半径 ( $r_p$ km)		/	6341.8		/
近旁转向速度增量 ( $\Delta V_{gs}$ km/s)		/	12.5297		/

从表 2 中可以看出,通过  $H > 120\text{km}$  的约束后得到的轨道,虽然近拱点高度提高到金星大气层以上,但转角大小却也下降了很多,如果使用近拱点距大气层边界高度  $H > 200$ ,转角  $\delta > 120^\circ$  的约束条件是搜索不到满足条件的轨道的;这个关系还可以从图 2 中知道使用无机动近旁转向,既要提高近拱点高度,又要增大转角,是不可能的,而且近拱点高度如果过高,又无法达到节省燃料的目的,不仅这样,转角如果过分减小的话,探测器将有可能在进入借力天体时,与其相撞。

使用 MATLAB 对表 2 中的设计参数进行轨道仿真,最终得到火星探测借金星引力飞行的整个轨道,见图 8。

现应用蒂塞朗准则对已设计的轨道进行检验,可求得近旁转向前后  $C^- = 3627.4$  和  $C^+ = 3629.9$ ,可见  $C^- \approx C^+$ ,这再次说明搜索到的轨道是符合近旁转向要求的。

在这里有一点需要注意:在搜索可行性借力飞行轨道时,同时可以使用蒂塞朗准则来代替  $C_3$  准则进行轨道搜索。由于使用蒂塞朗准则进行轨道搜索

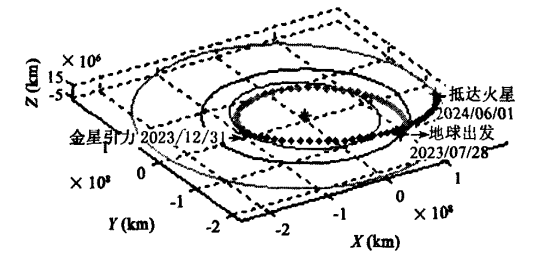


图 8 加入约束后借力飞行轨道三维图像

Fig.8 3-D image constraint-based Venus gravity assisted orbit

时要对近旁转向前后的三个量进行计算,会影响计算量和收敛速度,而在使用  $C_3$  匹配时,只要使用简单的迭代公式就能得出满足匹配条件的到达目标行星的具体时间点。

仿真误差分析:从整个仿真结果可以看出,在借力飞行前后,搜索到的轨道,探测器相对于行星的速度存在一定差别,这主要是由于选择的步长(3day)过大而导致的,如果将步长减小,搜索到的速度误差也将会相应的减小;其次选择星历的准确性也是影响此误差的一个因素。

#### 4 结论

本文对借力飞行的基本理论进行了简要分析,从 Jacobi 积分得到了蒂塞朗准则;利用速度矢量图对探测器在近旁转向时的轨道特性进行详尽分析,在此基础上得到了  $C_3$  匹配。可以看出,蒂塞朗准则和  $C_3$  匹配都可用于设计借力飞行轨道,在蒂塞朗准则和  $C_3$  匹配搜索可行性转移轨道中,本文最终选择了  $C_3$  匹配,最后使用蒂塞朗准则对  $C_3$  匹配得到的借力飞行轨道进行了检验。

#### 参考文献:

- [1] Roy A. Orbital Motion, Adam Hilgar Ltd, Bristol, UK, .1992.
- [2] Williams S N. Automated Design of Multiple Encounter Gravity-Assist Trajectories. Master's. School of Aeronautics and Astronautics. Purdue University, West Lafayette, Indiana, August 1990.
- [3] Patel M R. Automated Design of Delta-V Gravity Assist Trajectories for Solar System Exploration. Master's Thesis, School of Aeronautics and Astronautics, Purdue University, West Lafayette, Indiana, August 1993.
- [4] Seergeyevsky A B, Yin N H. Interplanetary Mission Design Handbook, Volume1, Part 1: Earth to Venus Ballistic Mission Opportunities 1991 - 200.
- [5] Bymes D V, Longski J M, Aldrin B. The cyclo orbits between earth and mars[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1993, 30: 334 - 335.
- [6] Sean (Univ of Illinois at Urbana-Champaign), Conway, Bruce A. Optimization of low-thrust interplanetary trajectories using collocation and nonlinear programming tang[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(3): 599 - 604.
- [7] Ross I, Michael. Preliminary Design of Earth-Mars Cyclers Using Solar Sails Stevens, Robert (Department of Aeronautics, Naval Postgraduate School), Advances in the Astronautical Sciences, 2003, 114 (SUPPL): 2073 - 2086.
- [8] Coverstone Carroll V L, Williams S. Optimal low-thrust trajectories using differential inclusion concepts[J]. Journal Of Astronautical Sciences, 1994, 42(4): 379 - 393.
- [9] Tapley B D, et al. Statistic Orbit Determination Theory, Proceedings of NATO Advanced Study Institute in Dynamical Astronomy[M]. Dordrecht: Reidel Publishing Co. 1976.
- [10] Bayer T, Chatterjee A, Dayman B, Klemetson R, Shaw L T, Jr, Spencer D. Launch Vehicles Summary for JPL Mission Planning, Jet Propulsion Laboratory, JPL D - 6936, Rev. C, Pasadena, California, February 1993.
- [11] Bender D F. Modest asteroid or comet flyby mission trajectories, AIAA/AAS astrodynamics conference[C]. AIAA 80 - 1687, Danver, Massachusetts, 1980.
- [12] Cesarone R J. A Gravity Assist Primer[J]. AIAA Student Journal, 1989, 27(1): 16 - 22.



作者简介:张旭辉(1975 - ),男,硕士,高级工程师,主要研究方向为飞行器设计。  
通信地址:北京 9200 信箱 10 分箱 6 号 (100076)  
电话:(010)88530899  
E-mail:zhangxh0215@126.com

## Unpowered Swing-by Flight Orbit Design for Mars Exploration

ZHANG Xu-hui<sup>1</sup>, LIU Zhu-sheng<sup>2</sup>

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology Systems Engineering Division, Beijing 100076, China;

2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** An unpowered Venus gravity assisted orbital transfer strategy for Mars exploration is researched and the Mars exploration orbit is designed. The Tisserand criterion is obtained by the Jacobi integral. According to the velocity vector diagram, the characteristics of swingby orbit are analysed, the  $C_3$  matching method proposed by Williams is gained and the identity of Tisserand criterion and  $C_3$  matching method is proved. In the process of searching feasible transfer orbit of gravity assisted flight, the  $C_3$  matching method is adopted and the results of Mars exploration orbit simulations by Venus gravity assisted flight are gained and analysed. The results of the  $C_3$  matching simulation by Tisserand criterion are validated.

**Key words:** Gravity assisted orbital transfer; Mars exploration orbit; Swingby flight; Transfer orbit