

Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Факультет общей и прикладной физики

Вопрос по выбору в 4 семестре
(Общая физика: оптика)

Модовый состав лазерного излучения

Работу выполнил:
Иванов Кирилл, 625 группа

г. Долгопрудный
2018 год

1. Введение

Лазер — источник квазимонохроматического и узконаправленного высококогерентного потока излучения, работающий за счёт квантово-механического эффекта вынужденного (индуцированного) излучения.

Главными элементами лазера являются **оптический резонатор** и расположенная в нём **активная среда**, способная усиливать проходящее через неё излучение.

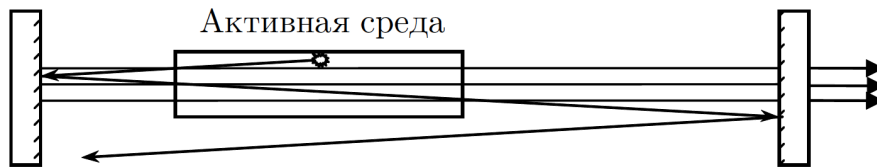


Рис. 1: Схема лазера

1.1 Квантово-механическое введение

В силу выхода квантовой физики и связанных с ней явлений за рамки нашего курса мы не будем подробно останавливаться на квантово-механических принципах работы лазера.

Если вкратце, то из-за **спонтанного** (самопроизвольного) излучения электронами фотонов с энергией $E = \hbar\omega$ появившиеся частицы света возбуждают атомы, заставляя их переходить на следующий энергетический уровень $E_1 = E_0 + \hbar\omega$. После взаимодействия других фотонов с уже возбужденными электронами происходит **вынужденное** излучение, после чего атом возвращается в основное состояние. В результате этих процессов возникает электромагнитная волна с частотой $\omega = \frac{E_1 - E_0}{\hbar}$, которая усиливается за счёт взаимодействия с активной средой.

Конечно, нужно понимать, что в реальности такие волны являются не монохроматическими с бесконечно узкой линией поглощения/излучения ω , а обладают конечной шириной $\Delta\omega$, которая называется шириной спектра усиления активной среды лазера (**спектра генерации**). Она определяется из квантовых и иных характеристик атомов и активной среды.

Вывод показывает, что зависимость интенсивности излучения от частоты имеет форму гауссовой функции со спектром в интервале $\omega \pm \Delta\omega$.

1.2 Роль резонатора

Простейший резонатор представляет собой **интерферометр Фабри–Перо**, состоящий из двух плоских зеркал с высокими коэффициентами отражения, размещённых параллельно друг другу на фиксированном расстоянии. Благодаря наличию активной среды, в резонаторе многократно усиливаются волны, распространяющиеся вдоль оси системы и набирающие за один полный проход резонатора фазу, кратную 2π (т.е. на оптической длине резонатора укладывается целое число полуволен, в системе при этом образуются **стоячие волны**). Таким образом, резонатор обеспечивает создание положительной обратной связи в лазере и превращает его в

генератор излучения. Также в резонаторе происходит накопление энергии излучения и отбор узких резонансных линий из спектра излучения, рождающегося в среде. Одно из зеркал резонатора обычно имеет несколько меньший коэффициент отражения, что позволяет выпускать через него часть излучения в виде узконаправленного высокомонохроматического пучка.

2. Модовый состав лазерного излучения

Модами называют стационарные типы колебаний электромагнитного поля в резонаторе, различающиеся частотой и пространственным распределением амплитуды поля.

Рассмотрим моды в открытом резонаторе Фабри–Перо с плоскими зеркалами, расстояние между которыми равно L . Будем считать, для простоты, что активная среда заполняет весь резонатор и имеет показатель преломления $n = 1$.

2.1 Продольные моды

Будем рассматривать **продольные моды**, т.е. волны, бегущие вдоль оси системы (пусть это будет x). В результате отражения от зеркал мы получаем стоячие волны (см. рис. 2). Они задаются формулой $E \propto \sin \omega t \sin kx$.

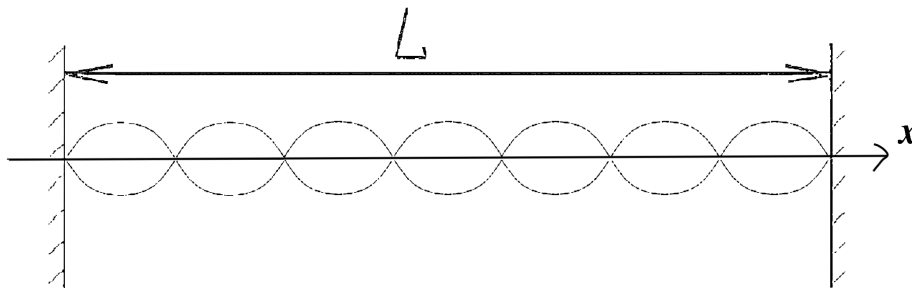


Рис. 2: Стоячие волны в плоскопараллельном резонаторе Фабри–Перо

В случае металлических (проводящих) зеркал, электрическое поле на них (т.е. на границе системы, в точках $x = 0, x = L$) обращается в ноль. Из этого условия и формулы выше мы получаем $\sin kx = 0 \Rightarrow kL = \pi m$, где m , конечно же, пробегает значения $m = 1, 2, 3, \dots$. Подставляя волновое число $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, мы получаем условие на длину волны:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{m} \quad (1)$$

Тогда нетрудно найти частоты, удовлетворяющие (1). Так как частота световой волны $\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{c}{\lambda}$, получаем

$$\omega_m = m \frac{\pi c}{L} \quad (2)$$

Таким образом, мы получаем, что из всей ширины спектра генераций резонатор выделяет дискретный набор узких спектральных линий ω_m , соответствующих колебаниям продольных мод. Эти частоты также называются **собственными**.

2.2 Ширина спектральных линий

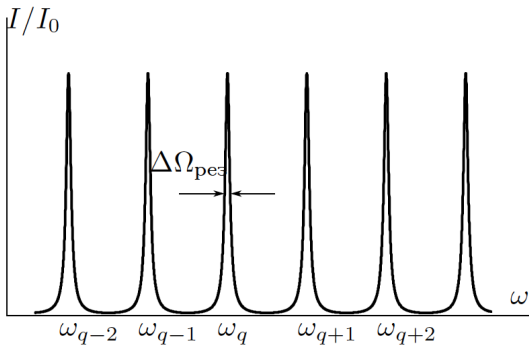


Рис. 3: Спектральная ширина собственных частот

Важно заметить, что эти линии не являются монохроматическими, а содержат в себе узкий спектр в интервале $\omega_m \pm \Delta\Omega$, где полуширина резонансного пика $\Delta\Omega$ согласно теории колебаний определяется через добротность системы: $\Delta\Omega \sim \frac{\omega_m}{Q}$.

В силу определения добротности резонатора Фабри-Перо, мы получаем

$$Q \sim \frac{2\pi L}{\lambda} \frac{1}{1-\rho} \Rightarrow \Delta\Omega \sim \frac{\omega_m}{Q} \quad (3)$$

График распределения интенсивности мод от частоты представлен на рис. 3. Заметим, что ввиду наличия усиления в активной среде, реальная ширина генерируемых лазером спектральных линий может быть и значительно меньше полученной нами ширины линии пропускания резонатора.

Обратим внимание на то, что из-за квантово-механических эффектов существует такое понятие как **уровень потерь**. Помещая полученные нами спектральные линии под гауссову кривую, упомянутую в пункте 1.1, мы оставляем лишь те из них, которые больше этого уровня (рис. 4).

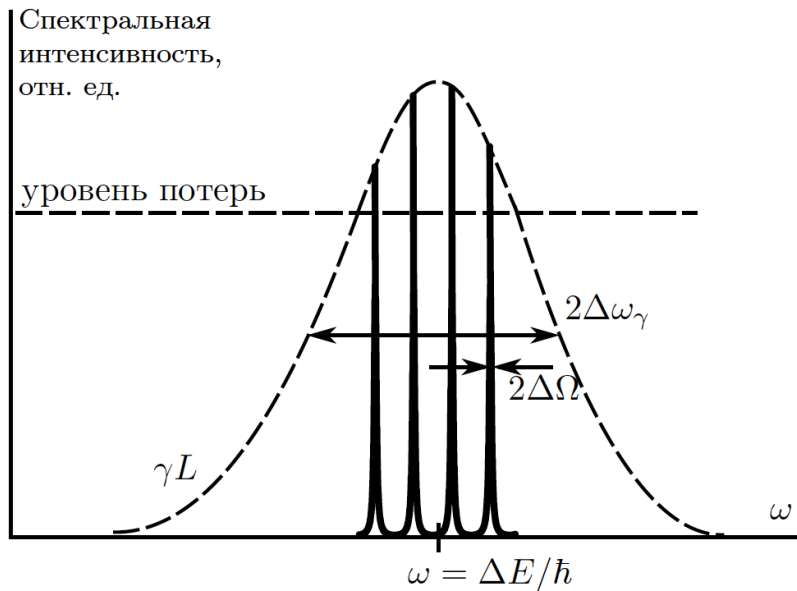


Рис. 4: Многомодовый спектр излучения лазера

Такой спектр излучения лазера достаточно типичен и называется **многомодовым**. Количество генерируемых мод зависит от соотношения усиления и потерь. Если усиление лишь немного выше уровня потерь, то возможна ситуация, когда будет возбуждена только центральная линия и режим работы лазера будет **одномодовым**. Также одномодовый режим можно получить и иначе, о чем пойдет речь в дальнейшем.

3. Экспериментальный подсчет числа мод

Используем результаты выполненной в семестре **лабораторной работы № 4.5.2 («Интерференция лазерного излучения»)** для экспериментальной оценки числа продольных мод в гелий-неоновом лазере с длиной резонатора порядка $0,2 \div 1$ м и средней длиной волны $\lambda = 632,8$ нм.

Не вдаваясь в подробности лабораторной работы, объясним ее краткую суть (в части, интересной для нашего рассмотрения). С помощью экспериментальной установки мы расщепляем лазерное излучение и затем создаем между двумя полученными лучами геометрическую разность хода. Изучая зависимость видности интерференционной картины, которая задается формулой

$$V_2 = \frac{1}{N} \frac{\sin \frac{\pi l}{2L} N}{\sin \frac{\pi l}{2L}}, \quad (4)$$

от разности хода l , мы находим базу интерферометра L как расстояние $2L$ между двумя главными максимумами картины. Из полученных в лабораторной данных построим график зависимости видности от разности хода.

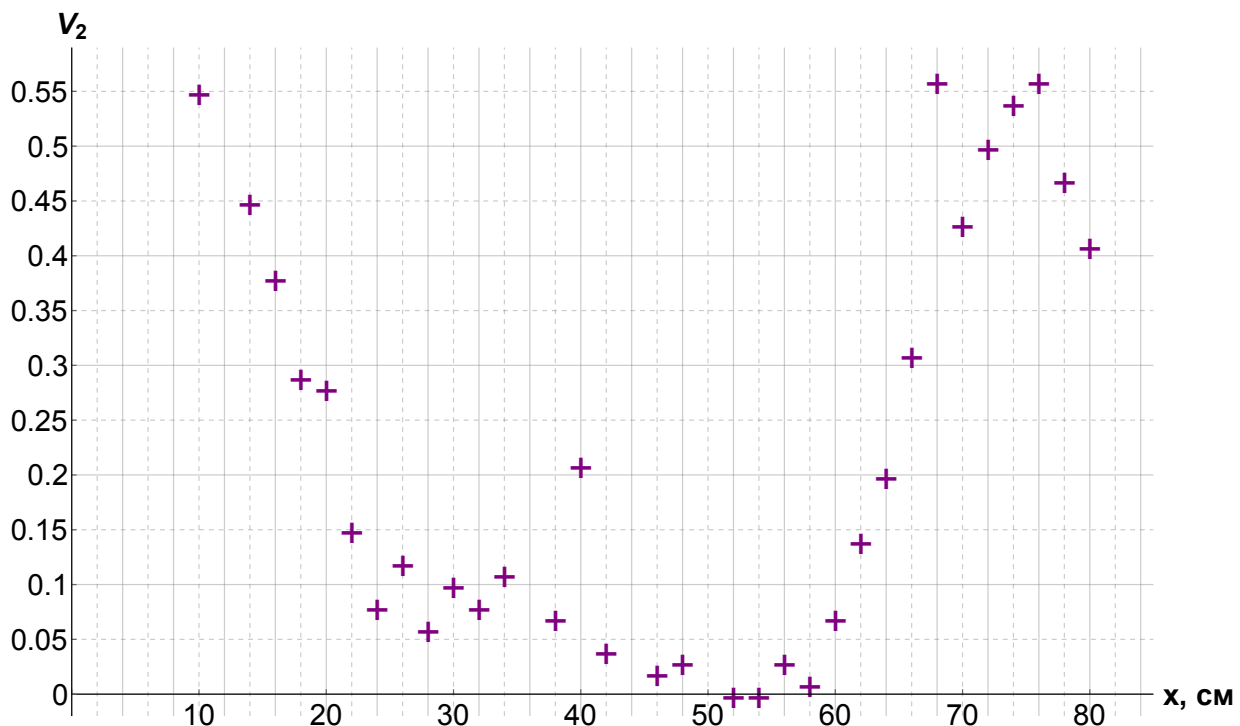


Рис. 5: Экспериментальный график видности интерференционной картины лазера

Видно, что у нас наблюдается 2 максимума по краям области измерения и некоторые колебания в промежуточной области. А именно, максимумы в области $x_1 \approx (10 \pm 2)$ см и в области $x_2 \approx (75 \pm 2)$ см, откуда получаем следующий результат:

$$L = \frac{1}{2}(x_2 - x_1) = (32,5 \pm 1,4) \text{ см}$$

Отсюда нетрудно получить и значение $\Delta\nu$ — расстояние между модами.

$$\Delta\nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c}{2L} \approx (4,6 \pm 0,2) \cdot 10^8 \text{ Гц} \quad (5)$$

Кроме того, при уменьшении видности картины в 2 раза мы можем замерить соответствующую координату $l_{1/2}$ и подсчитать время когерентности $\tau_k = l_{1/2}/c$. Тогда из принципа неопределённости $\tau_k \Delta f \sim 1$ мы можем получить ширину спектра генерации $\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$. С учетом более точного анализа кривых, определяемых (4), можно уточнить формулу для Δf и получить интересующую нас формулу подсчета числа мод в виде

$$\Delta f \approx 0,6 \frac{c}{l_{1/2}}, \quad N \approx 1 + \frac{\Delta f}{\Delta\nu} = 1 + 1,2 \frac{L}{l_{1/2}} \quad (6)$$

Оценим $l_{1/2} \approx 18 - 10 = 8 \pm 2$ см, откуда по формуле (6) получаем

$$\Delta f = 0,6 \frac{c}{l_{1/2}} \approx (22,5 \pm 5,6) \cdot 10^8 \text{ Гц}$$

Тогда для числа генерируемых лазером продольных мод можно провести оценку:

$$N \approx 1 + 1,2 \frac{L}{l_{1/2}} \approx 6 \pm 1$$

Такой результат вполне соотносится со типовыми показателями многомодовых гелий-неоновых лазеров.

Попробуем проверить, кстати, как соотносятся расстояние между модами $\Delta\omega_m = 2\pi\Delta\nu_m \approx 28,9 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ и ширина резонансного пика. Оценив добротность системы по формуле (3) и частоту резонансного пика из (2) (полагая $m \sim 10^7$ для лазеров такого типа), мы получаем

$$Q \simeq 3,2 \cdot 10^8, \quad \omega_m \simeq 2,9 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1} \Rightarrow \Delta\Omega \simeq 10^8 \text{ с}^{-1}$$

Видно, что исследуемые частоты отличаются на порядок. Все полученные величины хорошо соответствуют стандартным техническим характеристикам лазеров.

4. Селекция продольных мод

Зададимся вопросом селекции продольных мод, т.е. установлением **одномодового** режима работы лазера.

Как мы говорили выше, расстояние между модами задается формулой (5). Понятно, что если $\Delta\nu > \Delta f/2$, то у нас останется только одна мода. Этого можно достичь при использовании короткого резонатора с малым значением L . Математически это условие формулируется неравенством

$$L \leq \frac{c}{\Delta f}$$

Например, расчёт для случая, полученного в пункте выше, будет составлять $L \leq 13,3$ см. Однако для многих типов лазера с большей шириной спектра генерации (например, твердотельных) необходимая длина будет слишком мала (миллиметры или даже меньше), что крайне тяжело реализовать на практике. Поэтому мы рассмотрим следующий оптический метод.

4.1 Эталон Фабри-Перо для селекции продольных мод

Обычно селекция продольных мод осуществляется путем размещения внутри резонатора одного или нескольких интерферометров Фабри-Перо, которые состоят из плоскопараллельной пластины из прозрачного материала.

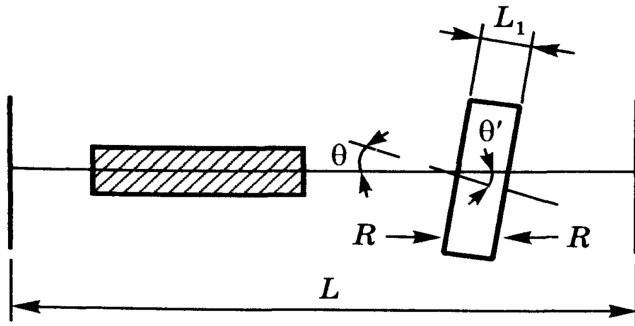


Рис. 6: Схема для селекции продольных мод, использующая эталон Фабри-Перо, работающий на пропускание.

частот $\nu \propto \frac{1}{L}$, то частотные характеристики эталона больше аналогичных для изначального резонатора.

Если теперь наложить на расстояние между модами резонатора $\Delta\nu$ условие, что оно больше полуширины пика эталона $\Delta\nu_c$, то мы получаем следующий результат — пик пропускания эталона оставляет лишь одну моду изначального резонатора, т.е. он селектирует ее. Наглядная картинка представлена на рис. 7.

Рассмотрим случай, когда в резонаторе используется один эталон Фабри-Перо, наклонённый под углом θ к оси резонатора (рис. 6). В соответствии с формулой (2), максимумы этого эталона можно найти как

$$\nu_m = m \frac{c}{2L_1 \cos \theta'}$$

Поскольку L_1 намного меньше длины резонатора L , в этом случае очень небольшого изменения угла θ (и θ') будет достаточно, чтобы настроить максимум пропускания эталона на центральную частоту контура усиления лазера. Понятно также, что т.к. все величины

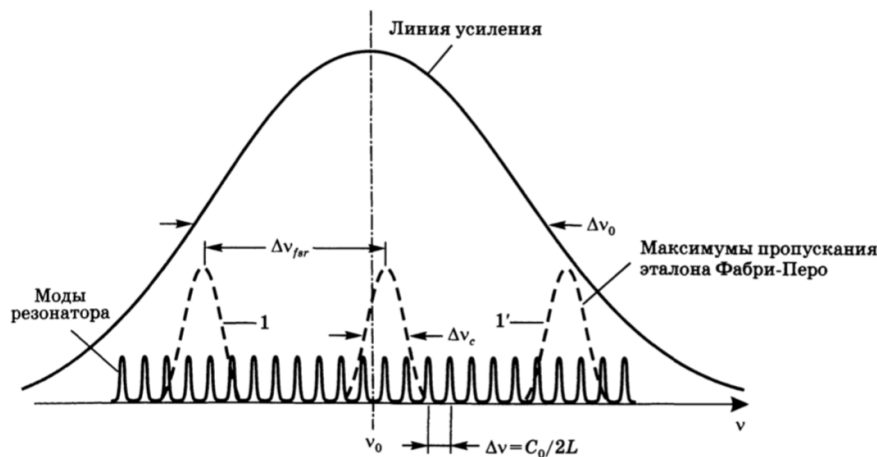


Рис. 7: Экспериментальный график видности интерференционной картины лазера

5. Заключение

Использованная литература

- Звелто «Принципы лазеров
- Лабник