

Московский физико-технический университет  
Факультет общей и прикладной физики  
Учебная программа  
«Квантовая теория поля, теория струн и математическая физика»

II семестр 2016-2017 учебного года

Домашнее задание №3:

## **Взаимодействия элементарных частиц и их свойства**

Автор:

Иванов Кирилл, 625 группа

г. Долгопрудный  
20 апреля 2017 года

## 1 Задача №1

$$p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p} \quad (1)$$

Введём инвариантную массу:

$$M_{inv}^2 = \left( \sum E_i \right)^2 - \left( \sum p_i \right)^2 \quad (2)$$

Обозначим энергию налетающего протона за  $E$ , его массу за  $m$  и импульс за  $p$ , а аналогичные параметры частиц после реакции за  $E_i, p_i$  соответственно,  $i = 1, 2, 3, 4$ . Энергию покоя протона обозначим  $E_0 = mc^2$ . Принимая скорость света  $c = 1$ , запишем инвариантную массу в лабораторной системе отсчёта:

$$M_{inv_{до}}^2 = (E + E_0)^2 - p^2 = M_{inv_{после}}^2 = \left( \sum_{i=1}^4 E_i \right)^2 - \left( \sum_{i=1}^4 p_i \right)^2 \quad (3)$$

Так как мы ищем минимальную энергию, то возьмём  $\left( \sum_{i=1}^4 p_i \right)^2 = 0 \Rightarrow M_{inv_{после}}^2 = \left( \sum_{i=1}^4 E_i \right)^2 = 16m^2$ . Воспользуемся формулой энергии релятивистской частицы  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ :

$$M_{inv_{до}}^2 = E^2 + 2mE + m^2 - p^2 = p^2 + m^2 + 2mE + m^2 - p^2 = 2mE + 2m^2;$$

$$2mE_{min} + 2m^2 = 16m^2 \Rightarrow E_{min} = 7m.$$

Зная массу протона  $m = 940 \text{ MeV}/c^2$ , находим  $E \approx 6,6 \text{ GeV}$ .

Ответ:  $E_{min} \approx 6,6 \text{ GeV}$

## 2 Задача №2

Для заряженного пиона возможен распад на электрон и электронное антинейтрино (и их «антикомбинацию»):

$$\begin{cases} \pi^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e \\ \pi^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e \end{cases} \quad (4)$$

Действительно, здесь выполняется как закон сохранения знакового числа, так и закон сохранения лептонного числа (т.к. у пи-мезона  $L = 0$ ), а у электрона и электронного антинейтрино (и их «антикомбинации») лептонные числа противоположны.

Возможно также превращение нейтрально заряженного пиона в два гамма-кванта:

$$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma \quad (5)$$

## 3 Задача №3

Эти адроны разделены на две логические группы.

1) Барионы состоят из 3 кварков:

Барионы	$p$	$n$	$\Lambda$	$\Sigma^+$	$\Sigma^-$	$\Sigma^0$	$\Xi^+$	$\Xi^-$	$\Xi^0$
Состав	$uud$	$ddu$	$uds$	$uus$	$dds$	$uds$	$usc$	$dss$	$uss$

2) Вторая логическая группа — мезоны, состоящие из 2 кварков:

Мезоны	$\pi^+$	$\pi^-$	$\pi^0$	$K^+$	$K^-$	$K^0$	$\eta$
Состав	$u\bar{d}$	$d\bar{u}$	$\frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$u\bar{s}$	$d\bar{s}$	$\frac{d\bar{s} - s\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$\frac{u\bar{u} + d\bar{d} - s\bar{s}}{\sqrt{6}}$

Здесь чертой сверху обозначен антикварк.

## 4 Задача №4

У нас произошло превращение:

$$s \longrightarrow u + W^- \quad (6)$$

При этом возможно дальнейший распад бозона  $W^-$  на электрон и электронное антинейтрино.

$\Sigma^-$  состоит из кварков  $dds$ , а нейтрон — из  $ddu$ . Рассмотрим нашу реакцию:

$$\Sigma^- \longrightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$$

Из вышесказанного нетрудно заметить, что на более глубинном уровне происходит превращение  $s$ -кварка сигма-гипериона в  $u$ -кварк нейтрона согласно (6), а затем происходит распад бозона  $W^-$ , т.е.

$$(6) \Leftrightarrow dds \longrightarrow ddu + W^- \longrightarrow ddu + e^- + \bar{\nu}_e \quad (7)$$

Поэтому такая реакция возможна.

Напротив,  $\Sigma^+$  состоит из  $uus$  кварков, и если  $s$  превращается в  $u$ , то  $uu$  не превращается в  $dd$ , поэтому данная реакция невозможна, хотя  $W^+$ -бозон и может превратиться в позитрон и электронное нейтрино.

## 5 Задача №5

**Фермионы** — элементарные частицы с *полуцелым* спином, а **бозоны** — с *целым*.

- У кварков спин равен  $\frac{1}{2}\hbar \Rightarrow$   **$d$ -частица — фермион.**
- Атом водорода состоит из просто-напросто одного протона, спин которого  $\frac{1}{2}\hbar \Rightarrow$  **он тоже фермион.**
- Если  $N = Z$ , т.е. в ядре одинаковое число нейтронов и протонов, то ядро будет обладать нулевым спином  $\Rightarrow$  **оно будет бозоном.** Однако в обратном случае ( $N \neq Z$ ) спин будет ненулевым, но неизвестно, целым или нецелым (по-разному в конкретных случаях). **Тогда ядро может является как бозоном, так и фермионом.**
- Атом водорода  $H_2$  состоит из двух фермионов со спином  $\frac{1}{2}\hbar$ . По правилу сложения спинов такая молекула может обладать как нулевым, так и единичным спинами (такие молекулы называются *параводород* и *ортоводород* соответственно). Получаем, что в обоих случаях такие молекулы являются **бозонами.**

## 6 Задача №6

$$\mu^- \longrightarrow e^- + e^+ + e^- \quad (8)$$

В данной реакции не выполняется закон сохранения лептонных чисел. Несмотря на обозначение  $\mu$ , например, отрицательного мюона и электрона одинакового числа  $L = +1$ , эксперименты показывают, что должны выполняться законы сохранения различных лептонных чисел для каждого поколения лептонов, и  $L_e \neq L_\mu$ .

И хотя последние наблюдения показывают, что возможно нарушение данного правила для нейтрино (например, превращение электронного в мюонное), экспериментально не было обнаружено реакций с нарушением правила для остальных лептонов (таких, как в нашей реакции (8)).

## 7 Задача №7

С помощью формул энергии и импульса релятивистской частицы найдем скорость электрона:

$$p^2 = E^2/c^2 - m^2c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 \quad (9)$$

где  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  — релятивистский множитель. Решим это уравнение.

$$\begin{aligned} \left( \frac{E^2}{c^2} - m^2c^2 \right) \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) &= m^2v^2, \\ \left( \frac{E^2}{c^2} - m^2c^2 \right) - v^2 \frac{E^2}{c^4} + v^2 m^2 &= m^2v^2, \\ v^2 E^2 &= E^2c^2 - m^2c^6, \\ v &= \sqrt{c^2 - \frac{m^2c^6}{E^2}} = c \sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{E^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставив значение  $m = 0,51 \text{ MeV}/c^2$  мы получаем  $v = c \sqrt{1 - \left(\frac{0,51}{50000}\right)^2} = \frac{99999999989596}{100000000000000}c$ .

Тогда такой электрон пролетает  $s = 17 \text{ км}$  за время  $\tau = \frac{s}{v} \approx 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ с}$ . Тогда за время  $T = 12 \text{ ч} = 43200 \text{ с}$  он совершит  $N = \frac{T}{\tau} \approx 7,6 \cdot 10^8 \text{ раз}$ .

Ответ:  $N \approx 7,6 \cdot 10^8 \text{ раз}$