

Московский физико-технический университет
Факультет общей и прикладной физики
Учебная программа
«Квантовая теория поля, теория струн и математическая физика»

II семестр 2016-2017 учебного года

Домашнее задание №2:

Взаимодействия элементарных частиц

Автор:

Иванов Кирилл, 625 группа

г. Долгопрудный
10 апреля 2017 года

1 Задача №1

$$\begin{aligned}\pi^- &\longrightarrow \mu^- + \bar{\nu} \\ \pi^+ &\longrightarrow \mu^+ + \nu\end{aligned}\quad (1)$$

Обозначив импульсы за p_μ, p_π, p_ν , а энергии за E_μ, E_π, E_ν соответственно, запишем законы сохранения энергии и импульса, принимая, что перед началом распада пион покоится $\Rightarrow p_\pi = 0$:

$$\begin{cases} 0 = \mathbf{p}_\mu + \mathbf{p}_\nu \\ E_\pi = E_\mu + E_\nu \\ E_\pi^2 = m_\pi^2 c^4 \\ E_\mu^2 = m_\mu^2 c^4 + p_\mu^2 c^2 \\ E_\nu = p_\nu c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_\pi c^2 = E_\mu + E_\nu \\ E_\mu^2 = m_\mu^2 c^4 + E_\nu^2 \end{cases} \quad (2)$$

Решим эту простую систему:

$$\begin{cases} (E_\mu + E_\nu)(E_\mu - E_\nu) = m_\mu^2 c^4 \\ E_\mu + E_\nu = m_\pi c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_\mu - E_\nu = \frac{m_\mu^2 c^2}{m_\pi} \\ E_\mu + E_\nu = m_\pi c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_\mu = \frac{c^2}{2m_\pi} (m_\mu^2 + m_\pi^2) \\ E_\nu = m_\pi c^2 - E_\mu \end{cases}$$

Подставив значения $m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2, m_\mu = 105 \text{ MeV}/c^2$, находим, что

$$\begin{aligned}E_\mu &= \frac{c^4}{2 \cdot 140} (140^2/c^4 + 105^2/c^4) \approx 109 \text{ MeV}/c^2, \\ E_\nu &\approx 140 - 109 = 31 \text{ MeV}/c^2\end{aligned}$$

Ответ: $E_\mu \approx 109 \text{ MeV}/c^2, E_\nu \approx 31 \text{ MeV}/c^2$

2 Задача 2

$$\begin{aligned}a) \gamma + p &\longrightarrow p + e^- + e^+ \\ b) \gamma + e^- &\longrightarrow e^- + e^- + e^+\end{aligned}\quad (3)$$

а) Известно, что энергия релятивистской частицы $E_r = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$. Для фотона γ , у которого масса равна нулю, $E = pc$. Обозначив массу покоящегося протона за M , получаем, что инвариантная (т.е. та, которая сохраняется) энергия системы в начале равна $E_{i1}^2 = (pc + Mc^2)^2 - (pc)^2$, а затем, в реакции получается покоящийся протон и 2 покоящихся электрона массой m (т.к. мы ищем минимальную энергию, берём покоящиеся частицы), инвариантная энергия которого есть энергия покоя системы: $E_{i2}^2 = (Mc^2 + 2mc^2)^2$. Для осуществления реакции необходимо $E_{i1} > E_{i2}$:

$$\begin{aligned}(E + Mc^2)^2 - E^2 &> (Mc^2 + 2mc^2)^2, \\ E^2 + 2EMc^2 + M^2 c^4 - E^2 &> M^2 c^4 + 4Mmc^4 + 4m^2 c^4, \\ EMc^2 &> 2Mmc^4 + 2m^2 c^4, \\ E &> 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right).\end{aligned}$$

Т.к. $m = 0,5 \text{ MeV}/c^2$, $M = 938 \text{ MeV}/c^2 \Rightarrow E > 1 \text{ MeV}$.

б) Решаем аналогично:

$$\begin{aligned}(E + mc^2)^2 - E^2 &> (3mc^2)^2, \\ E^2 + m^2c^4 + 2Emc^2 - E^2 &> 9m^2c^4 \\ 2Emc^2 &> 8m^2c^4 \\ E &> 4mc^2 \Rightarrow E > 2 \text{ MeV}\end{aligned}$$

Ответ: а) $E_{min} = 1 \text{ MeV}$ б) $E_{min} = 2 \text{ MeV}$

3 Задача 3

$$\gamma + p \longrightarrow p + \mu^+ + \mu^- \quad (4)$$

Обозначив массу покоящегося протона за M , массу мю-мезона за m и энергию фотона за E , решаем такую же задачу:

$$\begin{aligned}(E + Mc^2)^2 - E^2 &> (Mc^2 + 2mc^2)^2, \\ E &> 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right).\end{aligned}$$

Т.к. $m = 105 \text{ MeV}/c^2$, $M = 938 \text{ MeV}/c^2 \Rightarrow E > 233,5 \text{ MeV}$.

Ответ: $E_{min} = 233,5 \text{ MeV}$

4 Задача 4

Лептонное число электрона и мюона, а также соответствующих им нейтрино $L^+(e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu) = +1$, а число их античастиц $L^-(e^+, \bar{\nu}_e, \mu^+, \bar{\nu}_\mu) = -1$. Число нелептонов (таких как p, n, γ и их античастиц) равно 0.

а) $\mu^- + p \longrightarrow e^- + p$:

реакция не идет, так как не выполняется **закон сохранения нуклонного (зарядового) числа** (слева +1, справа 0).

б) $p \longrightarrow e^+ + \gamma$:

реакция не идет, так как не выполняется **закон сохранения лептонного числа** (слева 0, справа -1).

в) $\gamma + p \longrightarrow n + e^+$:

реакция не идет, так как не выполняется **закон сохранения лептонного числа** (слева 0, справа -1).

г) $n + p \longrightarrow \bar{p} + \bar{n} + e^+ + e^+$:

реакция не идет, так как не выполняется **закон сохранения лептонного числа** (слева 0, справа -2).

е) $e^- + p \longrightarrow \bar{\nu} + n$:

реакция не идет, так как не выполняется **закон сохранения нуклонного (зарядового) числа** (слева -1, справа 0).

ф) $p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p}$:

здесь законы сохранения обоих чисел выполнены, т.е. такая реакция возможна.