

Московский физико-технический университет
Факультет общей и прикладной физики
Учебная программа
«Квантовая теория поля, теория струн и математическая физика»

II семестр 2016-2017 учебного года

Домашнее задание №3:

Взаимодействия элементарных частиц и их свойства

Автор:

Иванов Кирилл, 625 группа

г. Долгопрудный
20 апреля 2017 года

1 Задача №1

$$p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p} \quad (1)$$

Введём инвариантную массу:

$$M_{inv}^2 = \left(\sum E_i \right)^2 - \left(\sum p_i \right)^2 \quad (2)$$

Обозначим энергию налетающего протона за E , его массу за m и импульс за p , а аналогичные параметры частиц после реакции за E_i, p_i соответственно, $i = 1, 2, 3, 4$. Энергию покоя протона обозначим $E_0 = mc^2$. Принимая скорость света $c = 1$, запишем инвариантную массу в лабораторной системе отсчёта:

$$M_{inv_{до}}^2 = (E + E_0)^2 - p^2 = M_{inv_{после}}^2 = \left(\sum_{i=1}^4 E_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^4 p_i \right)^2 \quad (3)$$

Так как мы ищем минимальную энергию, то возьмём $\left(\sum_{i=1}^4 p_i \right)^2 = 0 \Rightarrow M_{inv_{после}}^2 = \left(\sum_{i=1}^4 E_i \right)^2 = 16m^2$. Воспользуемся формулой энергии релятивистской частицы $E = \sqrt{p^2 + m^2}$:

$$M_{inv_{до}}^2 = E^2 + 2mE + m^2 - p^2 = p^2 + m^2 + 2mE + m^2 - p^2 = 2mE + 2m^2;$$

$$2mE_{min} + 2m^2 = 16m^2 \Rightarrow E_{min} = 7m.$$

Зная массу протона $m = 940 \text{ MeV}/c^2$, находим $E \approx 6,6 \text{ GeV}$.

Ответ: $E_{min} \approx 6,6 \text{ GeV}$

2 Задача №2

Для заряженного пиона возможен распад на электрон и электронное антинейтрино (и их «антикомбинацию»):

$$\begin{cases} \pi^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e \\ \pi^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e \end{cases} \quad (4)$$

Действительно, здесь выполняется как закон сохранения знакового числа, так и закон сохранения лептонного числа (т.к. у пи-мезона $L = 0$), а у электрона и электронного антинейтрино (и их «антикомбинации») лептонные числа противоположны.

Возможно также превращение нейтрально заряженного пиона в два гамма-кванта:

$$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma \quad (5)$$

3 Задача №3

Эти адроны разделены на две логические группы.

1) Барионы состоят из 3 кварков:

Барионы	p	n	Λ	Σ^+	Σ^-	Σ^0	Ξ^+	Ξ^-	Ξ^0
Состав	uud	ddu	uds	uus	dds	uds	usc	dss	uss

2) Вторая логическая группа — мезоны, состоящие из 2 кварков:

Мезоны	π^+	π^-	π^0	K^+	K^-	K^0	η
Состав	$u\bar{d}$	$d\bar{u}$	$\frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$u\bar{s}$	$d\bar{s}$	$\frac{d\bar{s} - s\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$\frac{u\bar{u} + d\bar{d} - s\bar{s}}{\sqrt{6}}$

Здесь чертой сверху обозначен антикварк.

4 Задача №4

У нас произошло превращение:

$$s \longrightarrow u + W^- \quad (6)$$

При этом возможно дальнейший распад бозона W^- на электрон и электронное антинейтрино.

Σ^- состоит из кварков dds , а нейтрон — из ddu . Рассмотрим нашу реакцию:

$$\Sigma^- \longrightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$$

Из вышесказанного нетрудно заметить, что на более глубинном уровне происходит превращение s -кварка сигма-гипериона в u -кварк нейтрона согласно (6), а затем происходит распад бозона W^- , т.е.

$$(6) \Leftrightarrow dds \longrightarrow ddu + W^- \longrightarrow ddu + e^- + \bar{\nu}_e \quad (7)$$

Поэтому такая реакция возможна.

Напротив, Σ^+ состоит из uus кварков, и если s превращается в u , то uu не превращается в dd , поэтому данная реакция невозможна, хотя W^+ -бозон и может превратиться в позитрон и электронное нейтрино.

5 Задача №5

Фермионы — элементарные частицы с *полуцелым* спином, а **бозоны** — с *целым*.

- У кварков спин равен $\frac{1}{2}\hbar \Rightarrow$ **d -частица — фермион.**
- Атом водорода состоит из просто-напросто одного протона, спин которого $\frac{1}{2}\hbar \Rightarrow$ **он тоже фермион.**
- Если $N = Z$, т.е. в ядре одинаковое число нейтронов и протонов, то ядро будет обладать нулевым спином \Rightarrow **оно будет бозоном.** Однако в обратном случае ($N \neq Z$) спин будет ненулевым, но неизвестно, целым или нецелым (по-разному в конкретных случаях). **Тогда ядро может является как бозоном, так и фермионом.**
- Атом водорода H_2 состоит из двух фермионов со спином $\frac{1}{2}\hbar$. По правилу сложения спинов такая молекула может обладать как нулевым, так и единичным спинами (такие молекулы называются *параводород* и *ортоводород* соответственно). Получаем, что в обоих случаях такие молекулы являются **бозонами.**

6 Задача №6

$$\mu^- \longrightarrow e^- + e^+ + e^- \quad (8)$$

В данной реакции не выполняется закон сохранения лептонных чисел. Несмотря на обозначение у, например, отрицательного мюона и электрона одинакового числа $L = +1$, эксперименты показывают, что должны выполняться законы сохранения различных лептонных чисел для каждого поколения лептонов, и $L_e \neq L_\mu$.

И хотя последние наблюдения показывают, что возможно нарушение данного правила для нейтрино (например, превращение электронного в мюонное), экспериментально не было обнаружено реакций с нарушением правила для остальных лептонов (таких, как в нашей реакции (8)).

7 Задача №7

С помощью формул энергии и импульса релятивистской частицы найдем скорость электрона:

$$p^2 = E^2/c^2 - m^2c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 \quad (9)$$

где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ — релятивистский множитель. Решим это уравнение.

$$\begin{aligned} \left(\frac{E^2}{c^2} - m^2c^2 \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) &= m^2v^2, \\ \left(\frac{E^2}{c^2} - m^2c^2 \right) - v^2 \frac{E^2}{c^4} + v^2 m^2 &= m^2v^2, \\ v^2 E^2 &= E^2c^2 - m^2c^6, \\ v &= \sqrt{c^2 - \frac{m^2c^6}{E^2}} = c \sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{E^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставив значение $m = 0,51 \text{ MeV}/c^2$ мы получаем $v = c \sqrt{1 - \left(\frac{0,51}{50000}\right)^2} = \frac{99999999989596}{100000000000000}c$.

Тогда такой электрон пролетает $s = 17 \text{ км}$ за время $\tau = \frac{s}{v} \approx 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ с}$. Тогда за время $T = 12 \text{ ч} = 43200 \text{ с}$ он совершит $N = \frac{T}{\tau} \approx 7,6 \cdot 10^8$ раз.

Ответ: $N \approx 7,6 \cdot 10^8$ раз
