KLASSISK FYSIK

INLÄMNINGSUPPGIFT 2, EM.

February 16, 2018

Kiar Fatah
KTH

Beräkna effektutvecklingen i resistorn R_4 i kretsen nedan.

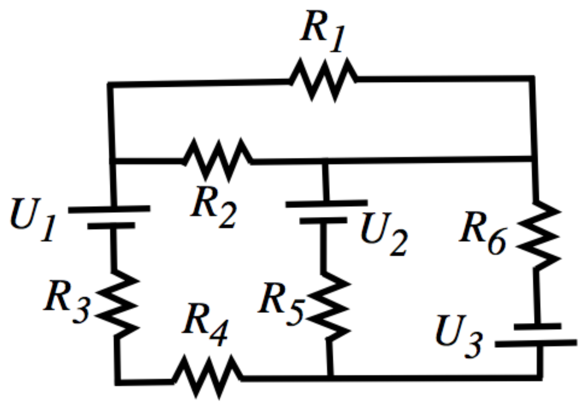

Figure 1

Givet: $R_1 = 100 + 10 * 4\Omega = 140\Omega$, $R_2 = 400 + 40 * 4\Omega = 560\Omega$, $R_3 = 50 + 10 * 4\Omega = 90\Omega$, $R_4 = 150 + 30 * 4\Omega = 270\Omega$, $R_5 = 200 + 20 * 4\Omega = 280\Omega$, $R_6 = 300 + 30 * 4\Omega = 420\Omega$, $U_1 = 40 + 14\text{V} = 54\text{V}$, $U_2 = 30 + 14\text{V} = 44\text{V}$, $U_3 = 10 + 14\text{V} = 24\text{V}$.

Lösning:

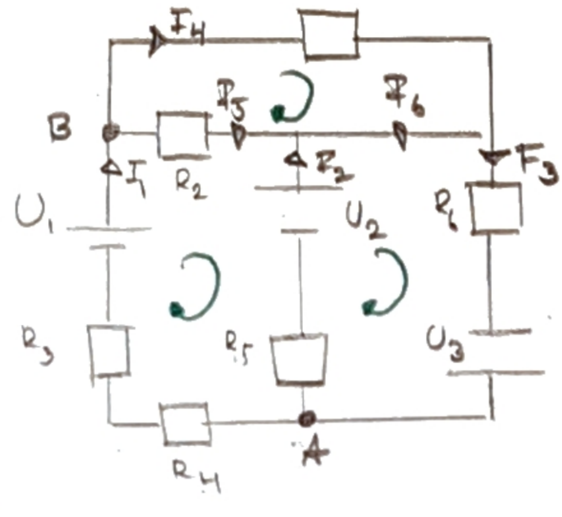

Figure 2

Vi vet från föreläsningarna och övningarna att vi kan tillämpa Kirchhoffs lagar för att lösa kretsar. Vi inleder uppgiften först med att rita en liknande krets och anta hur strömmarna färdas genom krets. Nu tillämpar vi Kirchhoffs strömlag i noderna A och B:

$$I_3 - I_2 - I_1 = 0. \tag{1}$$

Respektive

$$I_1 - I_5 - I_4 = 0. \tag{2}$$

Vi tillämpar nu Kirchhoffs spänningslag i hänsyn till de gröna slingorna som har ritats ut i figur 2:

$$-I_1R_4 - I_1R_3 + U_1 - I_5R_2 - U_2 + I_2R_5 = 0. \tag{3}$$

$$-I_3R_6 + U_3 - I_2R_5 + U_2 = 0. \tag{4}$$

$$-I_4R_1 + I_5R_2 = 0. \tag{5}$$

För att lösa ut variablerna i ekvationerna använder vi oss av wolframalpha.com:

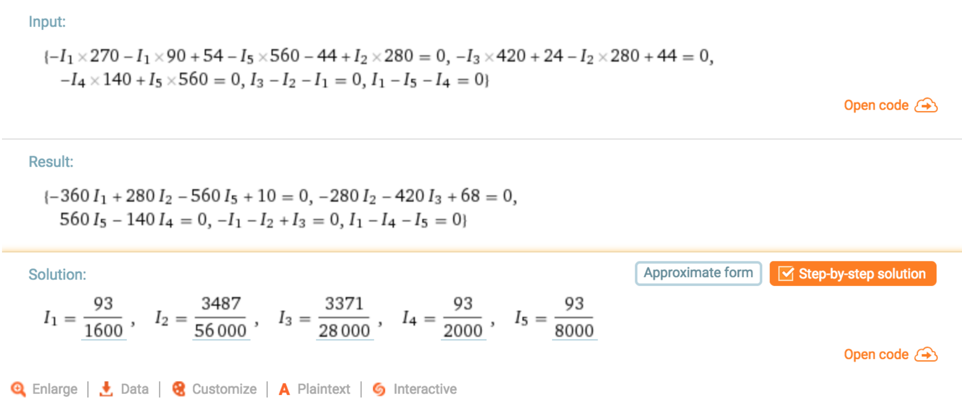

Figure 3: Alla strömmar som löses ut med hjälp av wolframalpha har enheten Ampere.

Vi vet från figuren att strömmen som färdas igenom R_4 är I_1, vi får då:

$$(\frac{93}{1600}\text{A})^2 * 270\Omega = 0.912\text{W}. \tag{6}$$

Svar: Effekten som utvecklas i R_4 är 0.91 W.

En ström I går genom en lång rak ledare som ändrar riktning med 90° (se figur nedan). Beräkna magnetfältet till storlek och riktning i den röda punkten i figuren?

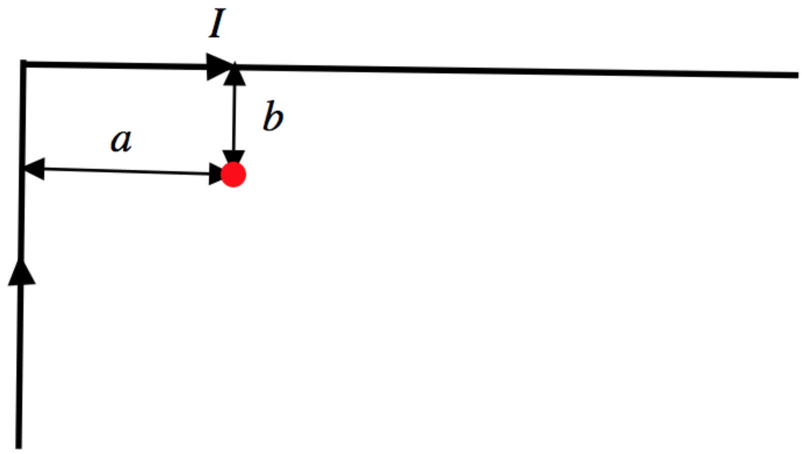

Figure 4

Givet: $I = 20 + 10 * 4\text{A} = 60\text{A}$, $a = 20 + 14\text{cm} = 0.34\text{m}$, $b = 10 + 4\text{cm} = 0.14\text{m}$.

Lösning: Vi antar att en "lång rak ledare" innebär att längden av ledaren är mycket större i jämförelse med längderna av a och b. Ifall vi ritar ut magnetfältet inser vi att vi kan tillämpa superpositionsprincipen enligt följande (Vi får riktningen av magnetfältet genom högerhandsregeln) :

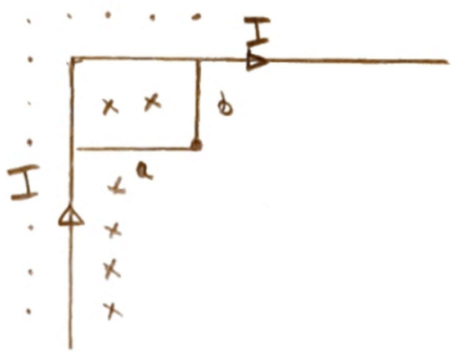

Figure 5

$$B_1 + B_2 = B_t. \tag{7}$$

Där B_1 motsvarar magnetfältet från ledaren där elen färdas rakt upp och B_2 motsvarar magnetfältet från elen som färdas åt höger.

För att beräkna magnetfältet delar vi in ledarna i två skilda koordinatsystem så att vi beräknar enskild bidrag från båda ledare. Nu för att beräkna magnetfältet för enskild ledare måste vi ta med bidraget från hela ledaren och vi vet från föreläsningarna och övningarna att vi ska tillämpa Biot–Savarts lag, vi får enligt figur 6 och 7 två skilda koordinatsystem(För att hantera integralerna hänvisar vi till sida 1550 i kursboken "University Physics" skriven av Young och Freeman):

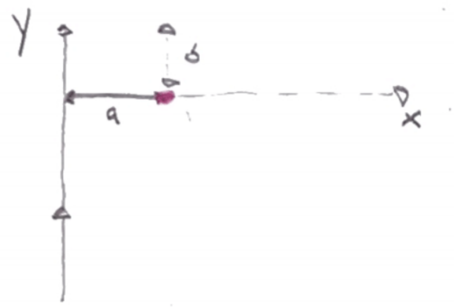

Figure 6: Detta är ekvivalent till ledaren där I färdas åt uppåt.

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{a_0 dx}{\sqrt[2]{(x^2+a_0^2)^3}} = \frac{a_o \mu_0 I}{4\pi}[\frac{1}{a_0^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a_0^2}}]_{x_1}^{x_2}. \tag{8}$$

$$B_1 = \lim_{R\to\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-R}^{b} \frac{a dy}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \lim_{R\to\infty} \frac{0.34\text{m} * 4\pi * 10^{-7}(\text{H/m}) * 60\text{A}}{4\pi}[\frac{1}{(0.34\text{m})^2}\frac{y}{\sqrt{y^2+(0.34\text{m})^2}}]_{-R}^{0.14}. \tag{9}$$

Med hjälp av envariabelanalys inser vi att detta är ekvivalent till:

$$\frac{0.34\text{m} * 4\pi * 10^{-7}(\text{H/m}) * 60\text{A}}{4\pi}((\frac{1}{(0.34\text{m})^2}\frac{0.14\text{m}}{\sqrt{(0.14\text{m})^2+(0.34\text{m})^2}})+(\frac{1}{(0.34\text{m})^2})) = 2.436*10^{-5}\text{T}. \tag{10}$$

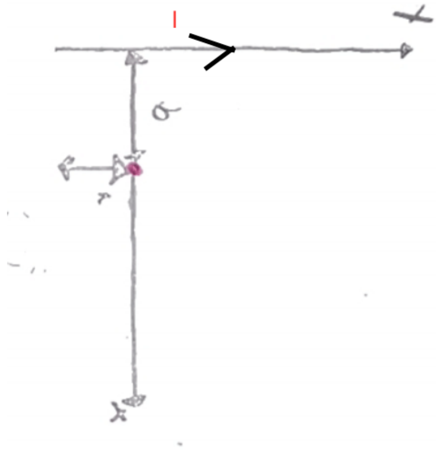

Figure 7: Detta är ekvivalent till ledaren där I färdas åt höger.

$$B_2 = \lim_{R\to\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^{R} \frac{b\,dy}{(b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \lim_{R\to\infty} \frac{0.14\text{m} * 4\pi * 10^{-7}(\text{H/m}) * 60\text{A}}{4\pi} [\frac{1}{(0.14\text{m})^2} \frac{y}{\sqrt{y^2+(0.14\text{m})^2}}]_{-0.34}^{R}. \tag{11}$$

Om vi utvecklar får vi:

$$\frac{0.14\text{m} * 4\pi * 10^{-7}(\text{H/m}) * 60\text{A}}{4\pi}((\frac{1}{(0.14\text{m})^2}) - (\frac{1}{(0.14\text{m})^2}\frac{-0.34}{\sqrt{(-0.34)^2+((0.14\text{m})^2}})) = 8.2486 * 10^{-5}\text{T}. \tag{12}$$

Alltså har vi B_2 och B_1 Adderar vi ihop dessa får vi att $B_t = 1.068 * 10^{-4}$T.

Svar: Magnetfältet i den röda punkten motsvarar $1.07 * 10^{-4}$T och den går in i pappret.