



# **Проектная работа по курсу ВАРКТ**



# Основные сведения о команде.

- I. Название команды: “*Insight*”
- II. Группа: М8О-109Б-23
- III. Состав команды:

1. Велиев Рауф - лидер команды, ответственный по распределению информации, отчет, видео-отчет.

2. Юнусов Руслан - ответственный за составление математической и физической модели, историк миссии, создатель презентации.

3. Юсупов Артем - ответственный за создание космического аппарата и реализацию полёта в игре Kerbal Space Program.



# Цель и задачи работы.

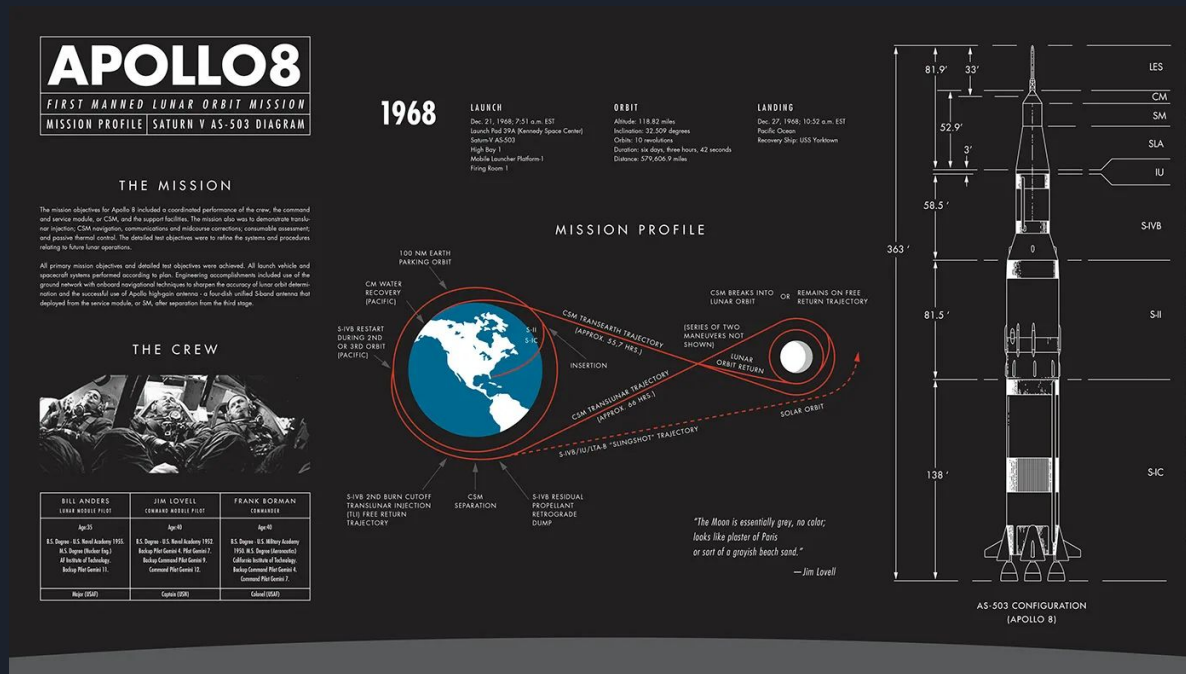
**Цель** - смоделировать полет ракеты “Аполлон-8” в программе Kerbal Space Program.

## Задачи:

1. Изучить информацию о миссии “Аполлон - 8”;
2. Провести расчеты и создать математическую и физическую модели;
3. На основе автопилотируемых программ совершить полёт в KSP;
4. Построив графики, сравнить полученные программой и предполагаемые математической моделью данные полёта;
5. Подвести итоги по проделанной работе.

# Глава 1: Описание миссии

Миссия Аполлон-8 была важным историческим событием, она является восьмым пилотируемым полетом американской лунной программы "Аполлон". Миссия состояла в том, чтобы доставить людей на орбиту Луны и вернуть их на Землю.



# Ракета - носитель



Аполлон-8 был запущен 21 декабря 1968 года на ракете **Сатурн-5**



## Характеристики ракеты-носителя Сатурн -

### 5

- Высота трех ступеней - 85,7 метров
- Максимальный диаметр - 13 метров
- Размах по стабилизаторам - 18 метров
- Сухой вес ракеты - 245 тонн
- Стартовый вес - 2728,5 тонн
- Полезная нагрузка на орбите 500 км - 120 тонн
- Полезная нагрузка на параболической орбите - 45 тонн

# Экипаж корабля

Экипаж миссии состоял из трех астронавтов:  
командира Фрэнка Бормана, пилота модуля  
командного и сервисного Джеймса Ловелла и  
пилота лунного модуля Уильяма Андерса





# Коротко о миссии

Целью миссии **Аполлон-8** было выполнить мягкую посадку на Луну, но вместо этого было принято решение осуществить орбитальный полет вокруг Луны. Это было обусловлено техническими проблемами с разработкой лунного модуля, который был не готов к полету.

Космический корабль **Аполлон-8** отправился в траекторию полета к Луне, совершил 10 оборотов вокруг орбиты спутника, уделяя первостепенное внимание местам будущих лунных посадок. Во время полета астронавты совершили историческое событие - они стали первыми людьми, которые увидели темную сторону Луны.

После этого **Аполлон-8** совершил успешное возвращение на Землю. Капсула с астронавтами приземлилась в океане, где их подобрала спасательная команда.

Миссия **Аполлон-8** сыграла важную роль в развитии программы "Аполлон". Она позволила проверить системы корабля, протестировать возможность полета вокруг Луны и оценить потенциальные риски и проблемы перед пилотируемой посадкой на Луну.



# Глава 2: Математическая модель

## Описание взлета с планеты

Ресурс полёта ракеты будем возмём за  $\Delta v$  - характеристическую скорость орбитального маневра. Этот ресурс довольно просто рассчитать из формулы Циолковского (которая определяет скорость, которую развивает летательный аппарат под воздействием тяги ракетного двигателя, неизменной по направлению,

$$\Delta v = v_e \ln\left(\frac{M_0}{M_p}\right) = v_e \ln\left(1 + \frac{M_T}{M_p}\right) \text{ сил):}$$

, где  $M_T$  - масса топлива,  $M_p$  - масса ракеты без топлива,  $M_0$  - масса ракеты с топливом,  $v_e$  - скорость истечения продуктов сгорания из сопла ракетного двигателя.

Предположим, что масса ракеты во время взлёта будет падать по следующему закону:

$m(t) = m_0 - \alpha \cdot t$ , где  $m_0$  - начальная масса объекта,  $\alpha$  - потраченное топливо,  $t$  - прошедшее время.

# Продолжение вычислений

Поиск математического описания проблемы не составляет труда – в его основе все тот же второй закон Ньютона.  $F_{\text{тяги}} - F_{\text{тяж}} - F_{\text{сопр}} = ma$ , где  $F_{\text{сопр}} = kv^2$

Мы можем увидеть, как ракета моментально набирает большую скорость. Поэтому,  $F_{\text{сопр}}$  можно пренебречь.

Тогда  $F_{\text{сопр}} = kv^2$ , и уравнение для скорости в проекции на вертикальную ось выглядит следующим образом

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_{\text{тяги}} - m(t)g - kv^2}{m(t)}$$

Первая полученная система дифференциальных (уравнения (1), (2) находятся в

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_{\text{тяги}} - m(t)g - 0,5cS\rho_0 \cdot \exp(-\beta h) \cdot v^2}{m(t)}; \quad (1)$$

системе) уравнений выглядит так

$$\frac{dh}{dt} = v(t); \quad (2)$$

# Промежуточные итоги

В итоге всех вычислений получим систему, поясняющую во время взлёта с Земли в какой позиции находится запущенная ракета (уравнения (1), (2), (3), (4), (5), (6) находятся в одной системе):

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{F_{\text{тяги}}(t) \cdot \sin(\alpha(t)) - m(t)g - 0,5cS\rho_0 \cdot \exp(-\beta h) \cdot v^2 \cdot \sin(\alpha(t))}{m(t)}; \quad (1)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{F_{\text{тяги}}(t) \cdot \cos(\alpha(t)) - 0,5cS\rho_0 \cdot \exp(-\beta h) \cdot v^2 \cdot \cos(\alpha(t))}{m(t)}; \quad (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = v_y(t); \quad (3)$$

$$m(t) = m_0 - \alpha \cdot t; \quad (4)$$

$$F_{\text{тяги}}(t) = F_{\text{тяги}0} + \varepsilon \cdot t; \quad (5)$$

$$\alpha(t) = \beta t; \quad (6)$$



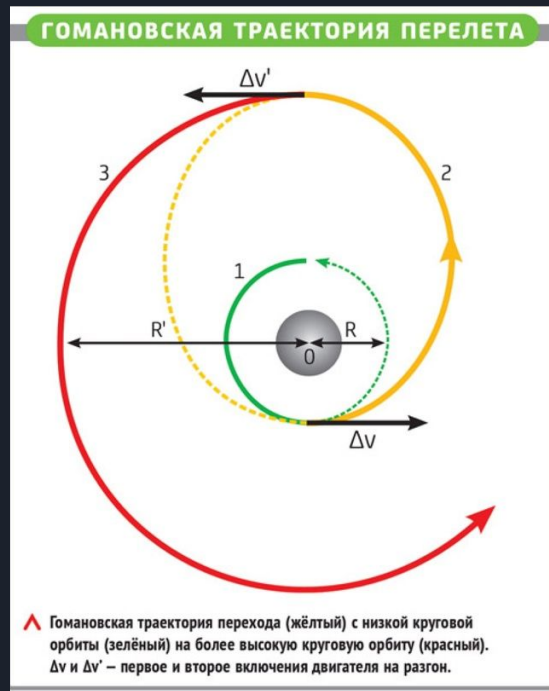
## Переход на орбиту Луны при помощи Гомановского перелёта

Гомановская траектория - эллиптическая орбита, используемая для перехода между двумя другими орбитами, обычно находящимися в одной плоскости. В простейшем случае она пересекает эти две орбиты в апоцентре и перигентре. Орбитальный маневр для перехода включает в себя два импульса работы двигателя на разгон — для входа на Гомановскую траекторию и для схода с неё. Названа в честь немецкого ученого Вальтера Гомана. Двух-импульсный перелёт траектории является самым эффективным и экономным по количеству используемого топлива, поэтому именно он будет использоваться для перехода с орбиты Земли на орбиту Луны.

# Гомановский перелёт

Изначально, в некоторой точке начальной круговой орбиты (1) с помощью мгновенно отработавшего двигателя космический аппарат приобретает первый импульс скорости  $\Delta V$ , направленный по касательной к орбите, и переходит на эллиптическую орбиту (2) с перицентром, совпадающим с точкой подачи первого импульса скорости.

Величина импульса скорости выбирается такой, чтобы в апоцентре (2). Необходим такой импульс скорости, чтобы эллиптическая орбита (2) соприкасалась с круговой орбитой планеты (орбита 3), где подается второй импульс скорости  $\Delta V'$  по касательной к орбите. В результате маневров аппарат достигает круговой орбиты необходимой планеты.



# Вычисления

Для использования Гомановского перелета нам нужно узнать орбитальную скорость космического аппарата. Для этого будем использовать следующую формулу:  $v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$ , где  $\mu$  – гравитационный параметр,  $r$  – расстояние между кораблем и Землей,  $a$  – длина большой полуоси орбиты.

Тогда величина  $\Delta V$ , на которую ракета должна ускориться в перицентре,

равна  $\Delta V = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left( \sqrt{\frac{2r_2}{r_1+r_2}} - 1 \right)$ , а  $\Delta V'$  равно  $\Delta V' = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1+r_2}} \right)$

Суммарное приращение, необходимое для перехода с орбиты на орбиту, можно представить в виде:  $\Delta V_{\text{сум.}} = \Delta V + \Delta V'$

# Промежуточные итоги

Итак, можно сделать вывод, что система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left( \sqrt{\frac{2\bar{r}}{\bar{r}+1}} - 1 \right)$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{\bar{r}+1}} \right)$$

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\bar{r} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\Delta m = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V}{I}} \right)$$

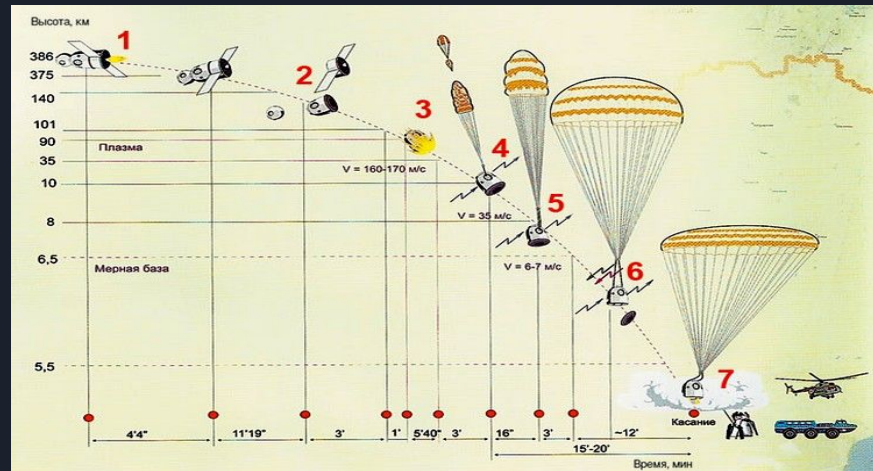
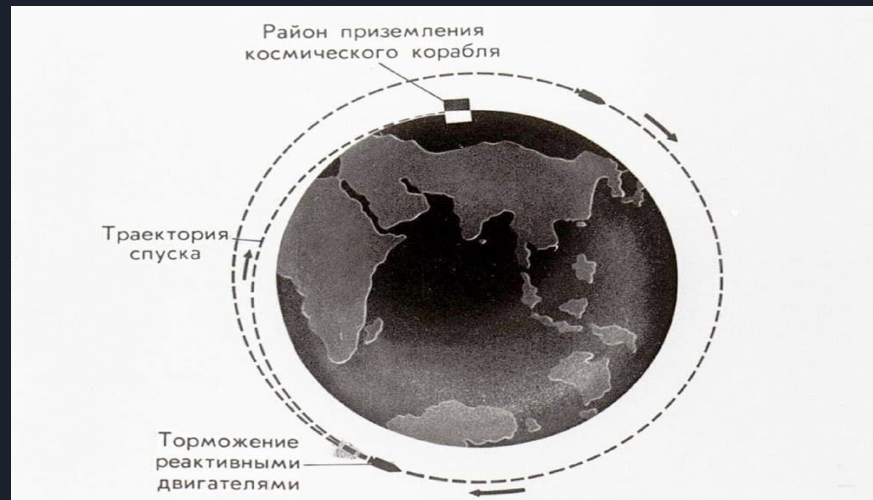
$$e_{\text{опб}} = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}$$

$$t_{12} = \pi \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\mu^{\frac{1}{2}}}$$

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

# Посадка на землю

Процесс посадки КА на поверхность Земли будет осуществляться после того, как скорость КА опустится ниже 1-ой космической. Этой скорости мы достигнем при помощи двигателя. Процесс посадки состоит из 2 этапов. Первый - свободное падение в атмосфере земли. Второй - торможение с помощью парашютов.





# Вычисления

Для Процесса посадки косм. аппарата используем второй закон Ньютона:  $F_{тяж} - F_{сопр} = ma$ , при  $F_{сопр} = kv^2$ .

Учитываем, что масса корабля меняться в процессе посадки не будет.

Система уравнений выглядит следующим образом:

Где  $r$  – радиус орбиты,  $v_0$  – начальная скорость вращения по орбите

$$\frac{dv_y}{dt} = g - \frac{0,5cS\rho_0(-\beta h) \cdot v^2 \cdot \sin(\alpha(t))}{m}; \quad (1)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{v_0}{t} - \frac{0,5cS\rho_0(-\beta h) \cdot v^2 \cdot \cos(\alpha(t))}{m}; \quad (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = v_y(t); \quad (3)$$

$$\alpha(t) = \beta t; \quad (4)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}; \quad (5)$$



# Промежуточные итоги

Система  
уравнений для  
следующего  
этапа посадки  
выглядит  
следующим  
образом:

$$\frac{dv_y}{dt} = v_1 + g - \frac{0,5cS\rho_0(-\beta h) \cdot v_y}{m}; \quad (1)$$

где  $v_1$  – скорость сразу после раскрытия парашютов

$$v_x = 0; \quad (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = v_y(t); \quad (3)$$

# Глава 3. Описание полёта в KSP

## 3.1 Подготовка и настройка автопилота

Прежде всего, полёт был реализован с использованием MechJeb, который предоставляет автопилотические возможности в KSP. Первоочередной задачей была настройка автопилота для взлета. Была установлена опция в MechJeb для оптимального распределения тяги двигателей, что способствует эффективному взлету.

## 3.2 Автопилот на выходе на орбиту

Следующим этапом был автоматизированный выход на орбиту Земли. MechJeb автоматически рассчитывал и выполнял необходимые маневры для достижения орбиты.

## 3.3 Навигация к Луне

После выхода на орбиту Земли, Луна была выбрана в качестве цели, и встроенный планировщик маневров в MechJeb был настроен на выполнение маневра перемещения к Луне.

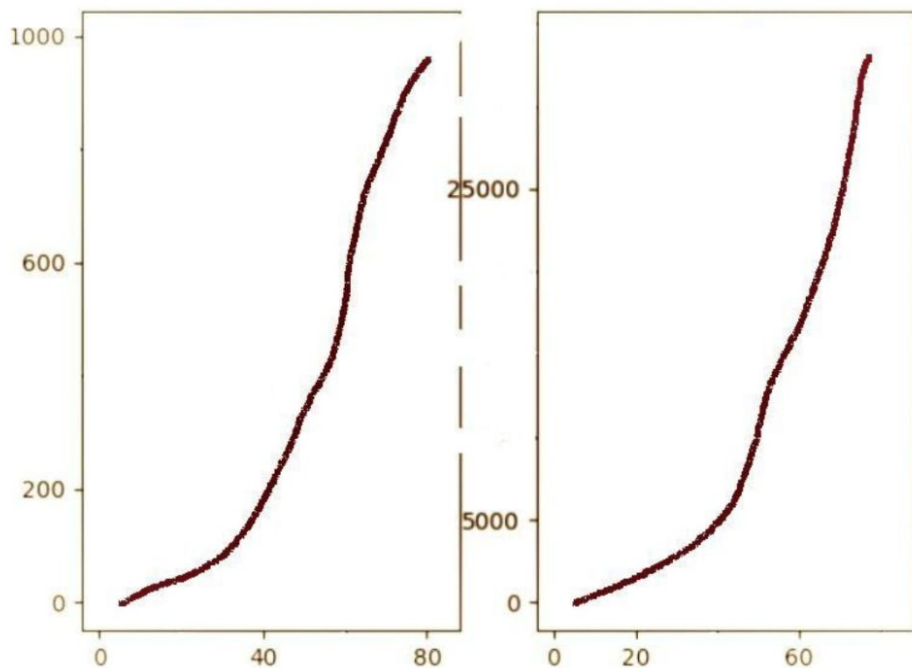
## 3.4 Первичные маневры в орбите Луны

При подлете к Луне возникла необходимость выполнить ряд ключевых маневров. Сначала устанавливался периапсис на высоте 30 км, затем корректировалось наклонение орбиты до 0 градусов. После этого было проведено торможение в точке периапсиса, что привело к успешному выходу на орбиту вокруг Луны.

## 3.5 Орбита вокруг Луны и возвращение на Землю

Совершив 10 оборотов вокруг Луны, был выставлен маневр для возвращения к Земле. MechJeb снова рассчитал и провел необходимые маневры для возвращения к Земле. Завершая полёт, было произведено успешное приземление на поверхности Земли.

## Глава 4. Сравнение графиков



Мат. модель

KSP

Данные и расчёты, использованные для сравнения, приведены в следующей ссылке:

[https://github.com/Kiaxe228/apollon8\\_mission](https://github.com/Kiaxe228/apollon8_mission)

# Используемый код на языке Python

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 speed = []
4 height = []
5 tm = []
6
7 #Берем значения файла с полученным данными во время полета
8 with open('stats.csv') as file_in:
9     ind = 0
10    for line in file_in:
11        if line.strip() == '':
12            continue
13
14        data = line.split(',')
15
16        speed.append(data[1])
17        height.append(data[-3])
18        tm.append(ind)
19
20        ind += 1
21
22 figure = plt.figure()
23 ax1 = figure.add_subplot(1, 2, 1) # создаем график номер 1
24 ax2 = figure.add_subplot(1, 2, 2) # создаем график номер 2
25 ax1.plot(tm[:60], speed[:60]) # график зависимости скорости от времени
26 ax2.plot(tm[:60], height[:60]) # график зависимости высоты от времени
27 plt.show()
```

Этот код позволяет исходя из сохранённых данных произвести сравнение двух полученных графиков: графика математической модели и графика в игре Kerbal Space Program



# Полезные ссылки

Данные полёта github:

[https://github.com/Kiaxa228/apollon8\\_mission](https://github.com/Kiaxa228/apollon8_mission)

Видео полёта в KSP:

<https://www.youtube.com/watch?v=LnTzDOP31jE>



## Глава 5. Итоги работы

В процессе нашей командной работы мы повторили американскую миссию Аполлон-8.

Мы совершили запуск, полёт и приземление аналога космического аппарата, во время которых осознали, насколько непростой в действительности была миссия.

Для обеспечения безопасности миссии мы применили знания и точные формулы для составления и разработки математической и физической моделей.

При помощи программы Kerbal Space Program у нас получилось реализовать симуляцию настоящего полёта, а при помощи мода MechJeb, предназначенного для управления ракетой, наша команда реализовала автоматический полёт до спутника Земли, около которого корабль совершил 10 поворотов вокруг орбиты.

Мы провели слаженную работу с коллективом, командой, научились расставлять приоритеты в предстоящих работах, поняли, как важна работа сообща. Все результаты работы команда “Insight” предоставила в нескольких видах: отчёт, видео-отчёт, github и презентация.



Спасибо за внимание.