# Le Canard et le Loup (Gilles)

## Daniel DIA, 2nde (LFLV)

*Problématique personnelle: Comment compliquer un problème qui semble être extrêmement simple au départ?*

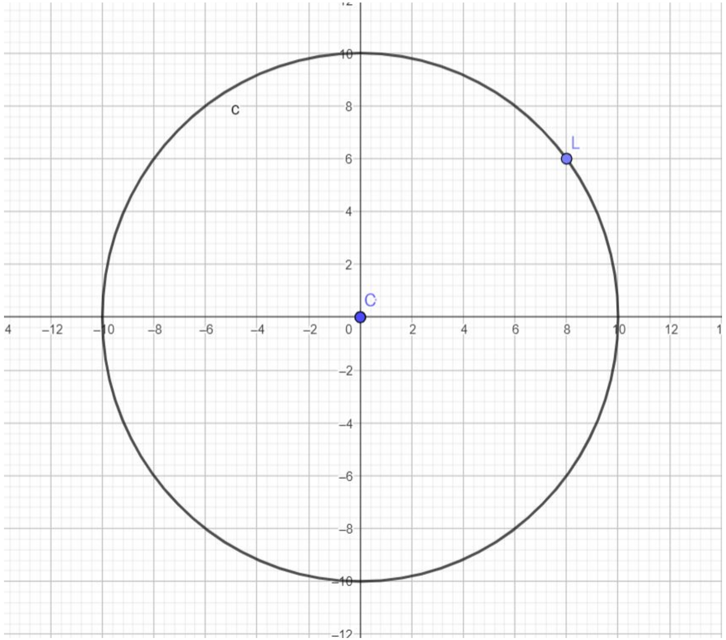
# Introduction

# Situation Initiale

Un canard se trouve au centre d'une mare circulaire de 10m de rayon et un loup au bord.

Assumptions initiales:

- Le canard ne peut s'envoler que du bord de la mare et le loup ne sait pas nager.
- Les deux animaux se déplacent toujours à vitesse constante et ne se fatiguent jamais.

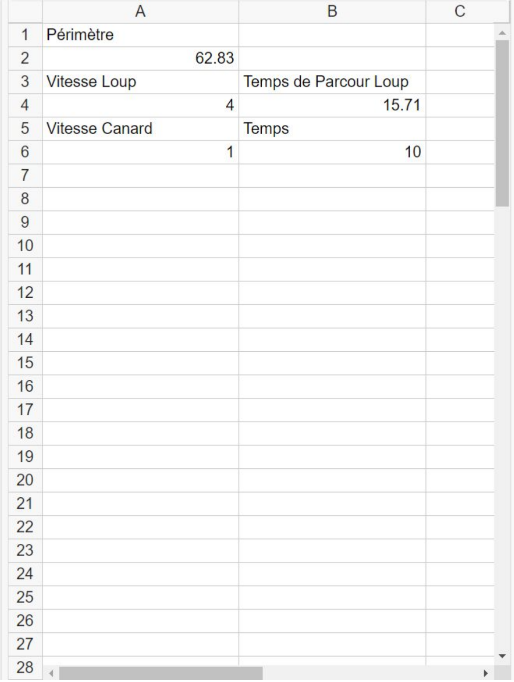


# Problème: Si le canard nage à 1m/s et le loup court à 4m/s le pourra-t-il s'échapper?

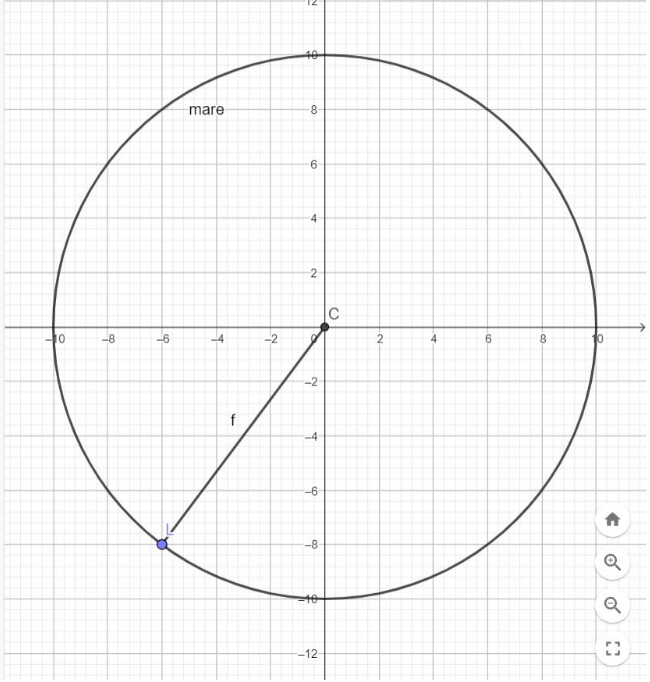
## Définitions et Informations Banales Initiales

- On a le rayon du cercle R et la vitesse du canard de 1 m/s
- Le temps pris pour parcourir le rayon R est alors $R/v = 10/1 = 10$ s
- De même, la vitesse du loup est de 4 m/s
- La circonférence du cercle est $2\pi R = 2 \times \pi \times 10 = 20\pi$ m $= 62.83$ m
- Ainsi, $20\pi/4 = 5\pi$ s $= 15.71$ s serait le temps de parcours complet du cercle (par le loup évidemment)

# Cas banal: Le Loup est absolument bête et il est un embarras évolutionnaire



| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Périmètre | | |
| 2 | 62.83 | | |
| 3 | Vitesse Loup | Temps de Parcour Loup | |
| 4 | 4 | 15.71 | |
| 5 | Vitesse Canard | Temps | |
| 6 | 1 | 10 | |




- Tloup = 15.71 secondes (approx.)
- Tcanard = 10 secondes
- Tcanard < Tloup
- **Conclusion: le canard pourra échapper (cependant, c’est un cas particulier)**

# Cas intéressant: Le Loup N’EST PAS absolument bête et il N’EST PAS un embarras évolutionnaire

## Cas intéressant: Le Loup n’est pas bête

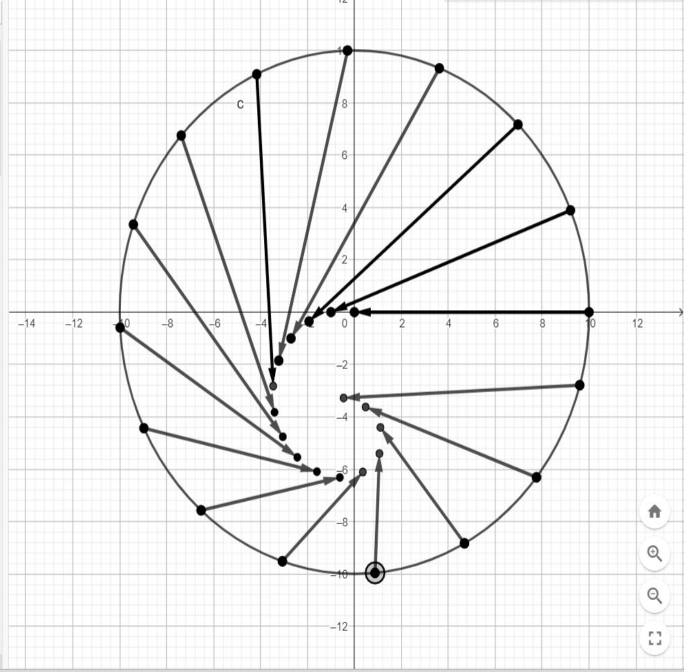
Que doit alors faire le canard afin d’echapper au loup qui ne tourne plus comme un idiot?

- Stratégie 1: Aller dans la **direction contraire du loup** et s’échapper.

- Stratégie 2: **Essayer d’avoir la même vitesse angulaire** que le loup pour pouvoir faire un tour rapide et s’échapper.

# Stratégie 1: Aller dans la direction contraire du loup

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | temps (en s) | positions canard | positions du loup | vecteur | distance | deplacement canard |
| 2–3 | 0 | (0, 0) | (10, 0) | $\begin{pmatrix}-10\\0\end{pmatrix}$ | 10 | $\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ |
| 4–5 | 1 | (-1, 0) | (9.21, 3.89) | $\begin{pmatrix}-10.21\\-3.89\end{pmatrix}$ | 10.93 | $\begin{pmatrix}-0.93\\-0.36\end{pmatrix}$ |
| 6–8 | 2 | (-1.93, -0.36) | (6.97, 7.17) | $\begin{pmatrix}-8.9\\-7.53\end{pmatrix}$ | 11.66 | $\begin{pmatrix}-0.76\\-0.65\end{pmatrix}$ |
| 9–10 | 3 | (-2.7, -1) | (3.62, 9.32) | $\begin{pmatrix}-6.32\\-10.32\end{pmatrix}$ | 12.1 | $\begin{pmatrix}-0.52\\-0.85\end{pmatrix}$ |
| 11–13 | 4 | (-3.22, -1.85) | (-0.29, 10) | $\begin{pmatrix}-2.93\\-11.85\end{pmatrix}$ | 12.21 | $\begin{pmatrix}-0.24\\-0.97\end{pmatrix}$ |
| 14–15 | 5 | (-3.46, -2.83) | (-4.16, 9.09) | $\begin{pmatrix}0.7\\-11.92\end{pmatrix}$ | 11.94 | (0.06, -1) |
| 16–17 | 6 | (-3.4, -3.82) | (-7.38, 6.75) | $\begin{pmatrix}3.98\\-10.57\end{pmatrix}$ | 11.3 | $\begin{pmatrix}0.35\\-0.94\end{pmatrix}$ |
| 18–20 | 7 | (-3.05, -4.76) | (-9.42, 3.35) | $\begin{pmatrix}6.37\\-8.11\end{pmatrix}$ | 10.31 | $\begin{pmatrix}0.62\\-0.79\end{pmatrix}$ |
| 21–22 | 8 | (-2.43, -5.55) | (-9.98, -0.59) | $\begin{pmatrix}7.55\\-4.96\end{pmatrix}$ | 9.03 | (0.84, -0.55) |
| 23–24 | 9 | (-1.6, -6.09) | (-8.97, -4.43) | $\begin{pmatrix}7.37\\-1.66\end{pmatrix}$ | 7.56 | $\begin{pmatrix}0.98\\-0.22\end{pmatrix}$ |
| 25–26 | 10 | (-0.62, -6.31) | (-6.53, -7.57) | $\begin{pmatrix}5.91\\1.26\end{pmatrix}$ | 6.04 | $\begin{pmatrix}0.98\\0.21\end{pmatrix}$ |
| 27–28 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | (3.43 [illegible] | [illegible] | (0.71 [illegible] |




- Au début, la stratégie marche: la distance augmente de 10 progressivement vers 12.21
- Mais, cela ne marche pas longtemps, puisque la distance va éventuellement baisser jusqu'à 6.04 et moins.

**Conclusion: cela ne marche pas!**

Stratégie 2: Même vitesse angulaire que le loup

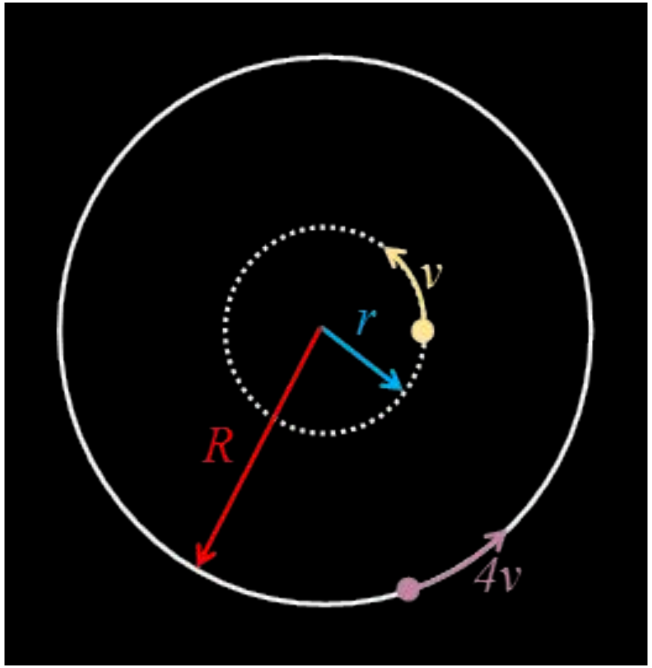
Cela va marcher cette fois (fin je pense)

Il est clair que les premières stratégies ne fonctionnent pas!

En effet, **il existe un cercle contenu dans le lac sur lequel la vitesse angulaire du canard sera identique à celle du loup**.

Si le canard attendra le bon moment sur ce cercle et il foncera vers le rivage, il pourra echapper.

Considérons aussi que le canard au début va aller dans la direction opposée au loup (pour maximiser la distance entre les deux).



# Parlons alors du Loup

Nous allons travailler en coordonnées polaires (et en radians).

La vitesse du loup est de **4 m/s**, soit **$4/20\pi$** du cercle

Vitesse angulaire du loup: $4(360°)/20\pi = 4(2\pi)/20\pi =$ **0.4 rad/s**

Et pour chaque moment dans le temps t, nous pouvons avoir l'angle du Loup par rapport à l'origine du repère (le centre du cercle):
**$\theta L(t) = 0.4t$**

De cette manière, on peut aussi obtenir les coordonnées du Loup:
**$xL = R\cos(\theta L(t))$** $= 10\cos(\theta L(t))$
**$yL = R\sin(\theta L(t))$** $= 10\sin(\theta L(t))$

# Parlons ensuite du Canard

Le Canard (afin d'échapper au Loup) devra suivre un algorithme spécifique:

1. En partant du milieu, à condition de rester au rayon $r < 2.5$, le Canard va se rapprocher de son **“cercle de sécurité”** tout en étant plus rapide que le Loup (vitesse angulaire supérieure).
2. Le Canard **dans son “cercle de sécurité”** (de rayon $r = 2.5$) tourne sur le cercle avec la même vitesse angulaire que le Loup
3. Il **tourne** de telle sorte **qu’il soit opposé au Loup** (à $180° = \pi$) et il dévie de son “cercle de sécurité” **en “fonçant” vers le bord**
4. De cette manière, il **fait la course** avec le Loup et parvient à échapper au Loup **en atteignant le bord le premier**.

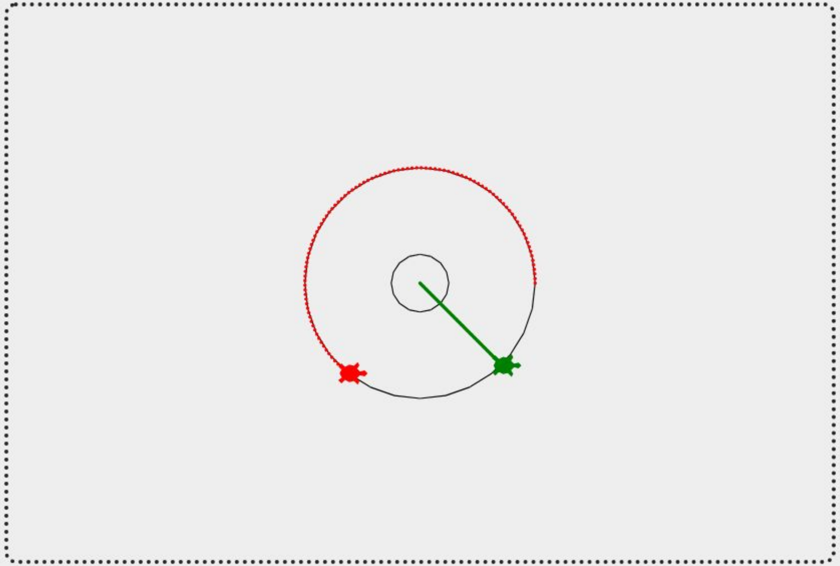
# Quelques Simulations Simples en Python (exemple) et la Conclusion

# Simulation 1: Cas banal

basthon

Un bac à sable pour Python 3

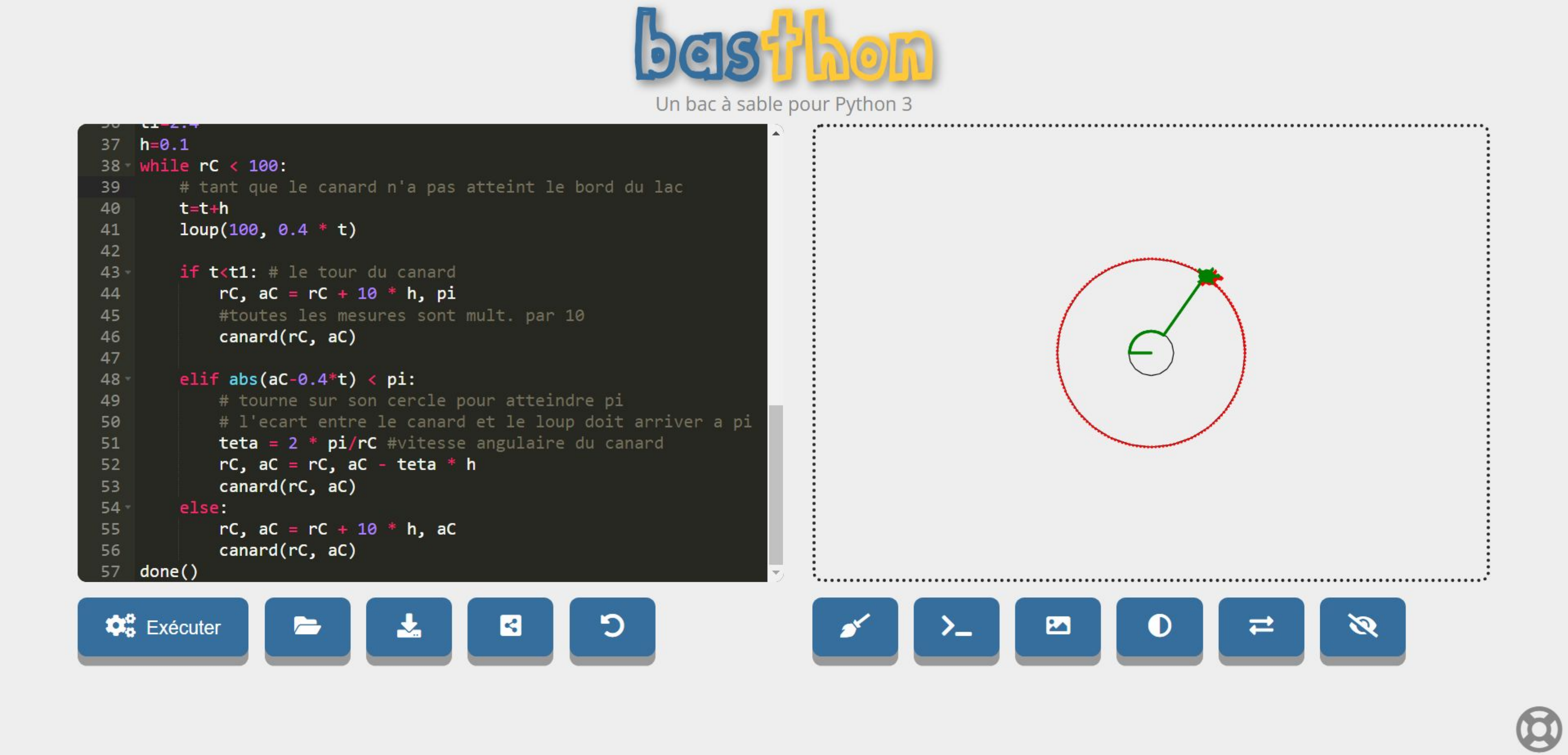
```python
    L.down()
    L.dot(3)

def canard(x,y):
    C.up()
    C.goto(x,y)
    C.color('green')
    C.down()
    C.dot(3)
#programme principal
cercle(10)
cercle(2.5)
L=Turtle()
C=Turtle()
loup(100,0)
canard(0,0)
t=0
while t<10:
    t=t+0.1
    loup(100*cos(0.4*t),100*sin(0.4*t))
    canard(5*t*sqrt(2),-5*t*sqrt(2))
done()
```



Exécuter

Simulation faite sur Python 3 (sur le service Basthon) en utilisant la librairie Turtle (classique) afin de modéliser le cas banal du problème.

# Simulation 2: Cas intéressant




Simulation faite sur Python 3 (sur le service Basthon) en utilisant la librairie Turtle (classique) afin de modéliser le cas intéressant du problème.

# Ouverture

La seconde question adjacente au problème est: Quel est le rapport de vitesse minimal du loup et du canard où le canard peut échapper?

**Malheureusement, pour des raisons de temps et de main-d’œuvre, je n’ai pas pu finaliser cette partie…** Mais, j’imagine que le Canard avec une telle vitesse n’est pas très chanceux.

# Merci pour votre attention!

(espérons que ce n’est pas totalement horrible)