

DZ_19-21_prog1

Задача №№1-3 (17752)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 54.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 54 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 53$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h0m0s

19. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20. Найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от s , m . В ней определяем:

- Если значение s больше или равно 54, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от двух вызовов функции:
 - о Первый вызов: $f(s + 2, m - 1)$.
 - о Второй вызов: $f(s * 2, m - 1)$.
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 1 до 53, для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу и получаем, что такие значения — 25 и 26. Поскольку нам нужно минимальное значение, выбираем 25.

Для двадцатого задания: нужно найти два наименьших значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы получаем значения 13, 23 и 24, из которых наименьшие — 13 и 23.

Двадцать первое задание: нужно найти значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу и получаем

значения 21 и 22. Наименьшее значение — 21.

```
def f(s,m):
    if s>=54: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(s+2,m-1),f(s*2,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

print(19, [s for s in range(1,54) if f(s,2)])
print(20, [s for s in range(1,54) if not f(s,1) and f(s,3)])
print(21, [s for s in range(1,54) if not f(s,2) and f(s,4)])
```

Ответ:

19. 25

20. 13 23

21. 21

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog2

Задача №№4-6 (17638)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня либо увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 39.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 39 камней или больше. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 38$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h3m15s

19. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от s , m . В ней определяем:

- Если значение s больше или равно 39, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от трех вызовов функции:
 - о Первый вызов: $f(s + 1, m - 1)$.
 - о Второй вызов: $f(s + 3, m - 1)$.

о Третий вызов: $f(s * 2, m - 1)$.

Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 1 до 38, для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу и получаем значение 19.

Для двадцатого задания: нужно найти два значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы получаем значения 16 и 18.

Двадцать первое задание: нужно найти значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу и получаем значения 15 и 17. Наименьшее значение — 15.

```
def f(s, m):
    if s >= 39: return m % 2 == 0
    if m == 0: return 0
    h = [f(s + 1, m - 1), f(s + 3, m - 1), f(s * 2, m - 1)]
    return any(h) if (m - 1) % 2 == 0 else all(h)

print(19, [s for s in range(1, 39) if f(s, 2)])
print(20, [s for s in range(1, 39) if not f(s, 1) and f(s, 3)])
print(21, [s for s in range(1, 39) if not f(s, 2) and f(s, 4)])
```

Ответ:

19. 19

20. 16 18

21. 15

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog3

Задача №7-9 (19120)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может: убрать из кучи от 1 до 5 (включительно) камней или уменьшить количество камней в куче в пять раз (количество камней, полученное при делении, округляется до меньшего). Например, из кучи в 20 камней за один ход можно получить кучу из 19, 18, 17, 16, 15 или 4 камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не более 12.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 12 или меньше камней. В начальный момент в куче было S камней, $S \geq 20$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h6m00s

19. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20. Найдите минимальное и максимальное значение S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

21. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от s , m . В ней определяем:

- Если значение s меньше или равно 12, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от шести вызовов функции:
 - о Первый вызов: $f(s - 1, m - 1)$.
 - о Второй вызов: $f(s - 2, m - 1)$.
 - о Третий вызов: $f(s - 3, m - 1)$.
 - о Четвертый вызов: $f(s - 4, m - 1)$.
 - о Пятый вызов: $f(s - 5, m - 1)$.
 - о Шестой вызов: $f(s // 5, m - 1)$ – уменьшаем количество камней в куче в 5 раз, при этом округляя до целого в меньшую сторону.
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 20 до 999 (берем с запасом), для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу и получаем значение 65.

Для двадцатого задания: нужно найти два значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы получаем значения 66 и 329.

Двадцать первое задание: нужно найти значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу и получаем значения 71 и 330. Наименьшее значение — 71.

```
def f(s,m):  
    if s<=12: return m%2==0  
    if m==0: return 0  
    h = [f(s-1,m-1), f(s-2,m-1), f(s-3,m-1), f(s-4,m-1), f(s-5,m-1), f(s//5,m-1)]  
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)  
  
print(19, [s for s in range(20,1000) if f(s,2)])  
print(20, [s for s in range(20,1000) if not f(s,1) and f(s,3)])  
print(21, [s for s in range(20,1000) if not f(s,2) and f(s,4)])
```

Ответ:

19. 65

20. 66 329

21. 71

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog4

Задача №№10-12 (17976)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может: убрать из кучи три камня или убрать из кучи пять камней или уменьшить количество камней в куче в два раза (количество камней, полученное при делении, округляется до меньшего). Например, из кучи в 20 камней за один

ход можно получить кучу из 17, 15 или 10 камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не более 17.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 17 или меньше камней. В начальный момент в куче было S камней, $S \geq 18$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h9m30s

19. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20. Найдите наименьшее и наибольшее значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

21. Найдите максимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от s , m . В ней определяем:

- Если значение s меньше или равно 17, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от трех вызовов функции:
 - о Первый вызов: $f(s - 3, m - 1)$.
 - о Второй вызов: $f(s - 5, m - 1)$.
 - о Третий вызов: $f(s // 5, m - 1)$ – уменьшаем количество камней в куче в 2 раза, при этом округляя до целого в меньшую сторону.
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 18 до 999 (берем с запасом), для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу и получаем значения 36, 37, 38. Минимальное значение – 36, указываем его в ответе на задачу.

Для двадцатого задания: нужно найти наименьшее и наибольшее значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы получаем список значений, из которых минимальное 39 и максимальное – 77.

Двадцать первое задание: нужно найти максимальное значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу и получаем список значений, максимальное из которых равно 80.

```
def f(s,m):
    if s<=17: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(s-3,m-1),f(s-5,m-1),f(s//2,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

print(19,[s for s in range(18,1000) if f(s,2)])
print(20,[s for s in range(18,1000) if not f(s,1) and f(s,3)])
print(21,[s for s in range(18,1000) if not f(s,2) and f(s,4)])
```

Ответ:

19. 36

20. 39 77

21. 80

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog5

Задача №№13-15 (4200)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 231. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 231 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 213$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h12m25s

19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20. Известно, что Петя имеет выигрышную стратегию.

Укажите минимальное и максимальное значения при которых:

- Петя не может победить первым ходом
- при любом ходе Вани Петя побеждает своим вторым ходом.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите минимальное из них.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от a , b , m . В ней определяем:

- Если значение $a + b$ (две кучи камней в сумме) больше или равно 231, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от четырех вызовов функции:
 - о Первый вызов: $f(a + 1, b, m - 1)$.
 - о Второй вызов: $f(a, b + 1, m - 1)$.
 - о Третий вызов: $f(a * 2, b, m - 1)$ – увеличиваем первую кучу камней вдвое.
 - о Четвертый вызов: $f(a, b * 2, m - 1)$ – увеличиваем вторую кучу камней вдвое.
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно обязательно all поменять на any для того, чтобы учитывать не во всех ходах противника, а в одном из ходов. Нужно найти все значения s от 1 до 213, для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу (указав

значение $a = 17$) и получаем список значений. Минимальное значение – 54, указываем его в ответе на задачу.

Для двадцатого задания возвращаем обратно all: нужно найти наименьшее и наибольшее значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие `if not f(s,1) and f(s,3)`. После запуска программы ($a = 17$) получаем два значения, из которых минимальное 98 и максимальное – 106.

Двадцать первое задание: нужно найти минимальное значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу (указано, что $a = 17$) и получаем значения 97, 105, минимальное из которых равно 97.

```
def f(a,b,m):
    if a+b>=231: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(a+1,b,m-1), f(a,b+1,m-1), f(a*2,b,m-1), f(a,b*2,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

#all->any
print(19, [s for s in range(1,214) if f(17,s,2)])
print(20, [s for s in range(1,214) if not f(17,s,1) and f(17,s,3)])
print(21, [s for s in range(1,214) if not f(17,s,2) and f(17,s,4)])
```

Ответ:

19. 54

20. 98 106

21. 97

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog6

Задание №№16-18 (4269)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один или два камня или увеличить количество камней в одной из куч на количество камней в другой куче. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать (10, 5). Тогда за один ход можно получить любую из шести позиций: (11, 5), (12, 5), (15, 5), (10, 6), (10, 7), (10, 15). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 150. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в обеих кучах в сумме стало 150 или больше камней.

В начальный момент в первой куче был 61 камень, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 88$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h16m05s

19. Найдите значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, при которой он побеждает своим первым ходом.

20. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от a , b , m . В ней определяем:

- Если значение $a + b$ (суммарное количество камней в двух кучах) больше или равно 150, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.

- Если $m == 0$, возвращаем 0.

- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от шести вызовов функции:

- о Первый вызов: $f(a + 1, b, m - 1)$.

- о Второй вызов: $f(a, b + 1, m - 1)$.

- о Третий вызов: $f(a + 2, b, m - 1)$.

- о Четвертый вызов: $f(a, b + 2, m - 1)$.

- о Пятый вызов: $f(a + b, b, m - 1)$.

- о Шестой вызов: $f(a, b + a, m - 1)$

- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 1 до 88, для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу (указав количество камней в первой куче, $a = 61$) и получаем значение – 27, указываем его в ответе на задачу.

Для двадцатого задания нужно найти наименьшее и наибольшее значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы ($a = 61$) получаем значения, из которых минимальное 9 и максимальное – 26.

Двадцать первое задание: нужно найти значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу (указано, что $a = 61$) и получаем значение 24.

```
def f(a,b,m):
    if a+b>=150: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(a+1,b,m-1), f(a,b+1,m-1), f(a+2,b,m-1), f(a,b+2,m-1), \
        f(a+b,b,m-1), f(a,b+a,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

print(19, [s for s in range(1, 89) if f(61, s, 2)])
print(20, [s for s in range(1, 89) if not f(61, s, 1) and f(61, s, 3)])
print(21, [s for s in range(1, 89) if not f(61, s, 2) and f(61, s, 4)])
```

Ответ:

19. 27

20. 9 26

21. 24

Telegram: @fast_ege

Задание №19-21(13965)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) десять камней или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда произведение количеств камней в кучах становится не менее 541. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой произведение количества камней в кучах будет больше либо равно 541.

В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 90$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h19m50s

19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети.

Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20. Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите наименьшее и наибольшее значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от a , b , m . В ней определяем:

- Если значение $a * b$ (произведение количеств камней в кучах) больше или равно 541, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.

- Если $m == 0$, возвращаем 0.

- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от четырех вызовов функции:

- о Первый вызов: $f(a + 10, b, m - 1)$.
- о Второй вызов: $f(a, b + 10, m - 1)$.
- о Третий вызов: $f(a * 2, b, m - 1)$ – увеличиваем первую кучу камней вдвое.
- о Четвертый вызов: $f(a, b * 2, m - 1)$ – увеличиваем вторую кучу камней вдвое.
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно обязательно all поменять на any для того, чтобы учитывать не во всех ходах противника, а в одном из ходов. Нужно найти все значения s от 1 до 90, для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу (указав значение $a = 6$) и получаем список значений. Минимальное значение – 17, указываем его в ответе на задачу.

Для двадцатого задания возвращаем обратно all : нужно найти наименьшее и наибольшее значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s,1) \text{ and } f(s,3)$. После запуска программы ($a = 6$) получаем значения, из которых минимальное 11 и максимальное – 23.

Двадцать первое задание: нужно найти минимальное значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу (указано, что $a = 6$) и получаем список значений, минимальное из которых равно 6.

```
def f(a,b,m):
    if a*b>=541: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(a+10,b,m-1),f(a,b+10,m-1),f(a*2,b,m-1),f(a,b*2,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

#all->any
print(19,[s for s in range(1,91) if f(6,s,2)])
print(20,[s for s in range(1,91) if not f(6,s,1) and f(6,s,3)])
print(21,[s for s in range(1,91) if not f(6,s,2) and f(6,s,4)])
```

Ответ:

- 19. 17
- 20. 11 23
- 21. 6

Telegram: @fast__ege

DZ_19-21_prog8

Задание №22-24(843)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(5, 9)$, $(3, 9)$, $(6, 8)$, $(6, 5)$. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче – S камней, $S > 10$. Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h23m50s

19. Найдите значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

20. Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Импортируем функцию `ceil` – округление в большую сторону. Пишем `from math import ceil`. Далее напомним рекурсивную функцию `f` от a , b , m . В ней определяем:

- Если значение $a + b$ (суммарное количество камней в кучах) меньше или равно 20, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от четырех вызовов функции:
 - о Первый вызов: $f(a - 1, b, m - 1)$.
 - о Второй вызов: $f(a, b - 1, m - 1)$.
 - о Третий вызов: $f(\text{ceil}(a/2), b, m - 1)$ – уменьшаем количество камней в первой куче в два раза (при этом если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается)
 - о Четвертый вызов: $f(a, \text{ceil}(b/2), m - 1)$ – уменьшаем количество камней во второй куче в два раза (при этом если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается)
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 1 до 999 (берем с запасом), для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу (указав значение $a = 10$) и получаем значение 21, указываем его в ответе на задачу.

Для двадцатого задания нужно найти наименьшее и наибольшее значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы ($a = 10$) получаем значения, из которых минимальное 22 и максимальное - 42.

Двадцать первое задание: нужно найти значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу (указано, что $a = 10$) и получаем 24.

```
from math import ceil

def f(a,b,m):
    if a+b<=20: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(a-1,b,m-1),f(a,b-1,m-1),f(ceil(a/2),b,m-1),f(a,ceil(b/2),m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

print(19,[s for s in range(11,1000) if f(10,s,2)])
print(20,[s for s in range(11,1000) if not f(10,s,1) and f(10,s,3)])
print(21,[s for s in range(11,1000) if not f(10,s,2) and f(10,s,4)])
```

Ответ:

19. 21

20. 22 42

21. 24

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog9

Задание №№25-27(845)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- добавить в кучу один камень;
- увеличить количество камней в куче в два раза;
- увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 60 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник (при этом победа учитывается как ход противника). В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 35$.

19. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

20. Определите сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от s , m . В ней определяем:

- Если значение s от 36 до 60, то это победное значение, и они должны выпадать на четное m , возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.

- Если s больше 60, то оно должно выпадать на нечетное m , чтобы противник проигрывал, то есть возвращаем $m \% 2 != 0$.

- Если $m == 0$, возвращаем 0.

- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от трех вызовов функции:

- о Первый вызов: $f(s + 1, m - 1)$.

- о Второй вызов: $f(s * 2, m - 1)$.

- о Третий вызов: $f(s * 3, m - 1)$.

- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти все значения s от 1 до 35, для которых существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу и получаем значение 34.

Для двадцатого задания нужно определить, сколько существует значений s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие $\text{if not } f(s, 1) \text{ and } f(s, 3)$. После запуска программы получаем значение 33, оно одно, в ответе укажем 1.

Двадцать первое задание: найти минимальное и максимальные значения s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу и получаем значения 11 и 32.

```
def f(s,m):
    if 36<=s<=60: return m%2==0
    if s>60: return m%2!=0
    if m==0: return 0
    h = [f(s+1,m-1),f(s*2,m-1),f(s*3,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

print(19,[s for s in range(1,36) if f(s,2)])
print(20,[s for s in range(1,36) if not f(s,1) and f(s,3)])
print(21,[s for s in range(1,36) if not f(s,2) and f(s,4)])
```

Ответ:

19. 34

20. 1

21. 11 32

Telegram: @fast_ege

DZ_19-21_prog10

Задание №№28-30(6091)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в любую из куч один или три камня либо увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в одной из куч становится не менее 479. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший в одной из куч 479 камней или больше.

В начальный момент в первой куче было 239 камней, во второй куче было S камней; $1 \leq S \leq 478$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241301?t=0h30m55s

19. Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20. Найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение

Напишем рекурсивную функцию f от a , b , m . В ней определяем:

- Если значение $a \geq 479$ или $b \geq 479$, то возвращаем результат выражения $m \% 2 == 0$.
- Если $m == 0$, возвращаем 0.
- В противном случае, определяем значения переменной h , которая зависит от четырех вызовов функции:

- о Первый вызов: $f(a + 1, b, m - 1)$.
- о Второй вызов: $f(a, b + 1, m - 1)$.
- о Третий вызов: $f(a + 3, b, m - 1)$
- о Четвертый вызов: $f(a, b + 3, m - 1)$
- о Пятый вызов: $f(a * 2, b, m - 1)$ – увеличиваем первую кучу камней вдвое.
- о Шестой вызов $f(a, b * 2, m - 1)$ – увеличиваем вторую кучу камней вдвое.
- Далее возвращаем $\text{any}(h)$, если $(m - 1) \% 2 == 0$, иначе — $\text{all}(h)$.

Для девятнадцатого задания нужно найти значение s от 1 до 478, для которого существует стратегия, позволяющая победить за два хода. Мы запускаем программу (указав значение $a = 239$) и получаем значение – 239, указываем его в ответе на задачу.

Для двадцатого задания нужно найти два наименьших значения s , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом. Здесь важно, что Петя не

выигрывает первым, но выигрывает вторым своим ходом (это третий ход игры), поэтому указываем условие `if not f(s,1) and f(s,3)`. После запуска программы ($a = 239$) получаем значения, из которых минимальные 236 и 238.

Двадцать первое задание: нужно найти минимальное значение s , из которого Ваня может выиграть первым или вторым ходом, но не может гарантированно выиграть первым. Запускаем программу (указав, что $a = 239$) и получаем список значений, минимальное из которых равно 235.

```
def f(a,b,m):
    if a>=479 or b>=479: return m%2==0
    if m==0: return 0
    h = [f(a+1,b,m-1),f(a,b+1,m-1),f(a+3,b,m-1),f(a,b+3,m-1),\
        f(a*2,b,m-1),f(a,b*2,m-1)]
    return any(h) if (m-1)%2==0 else all(h)

print(19,[s for s in range(1,479) if f(239,s,2)])
print(20,[s for s in range(1,479) if not f(239,s,1) and f(239,s,3)])
print(21,[s for s in range(1,479) if not f(239,s,2) and f(239,s,4)])
```

Ответ:

19. 239

20. 236 238

21. 235

Telegram: @fast_ege