Конспект к стриму 2

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=2m40s

Для перевода в десятичную систему счисления существует принципиальных способа. Первый способ - это функция «int». Он не универсальный, но является наиболее удобным. «int» - это функция в Python. Она превращает строку в число.

Рассмотрим пример запишем строку 1, 2, 3. То, что это строка мы понимаем из того, что символы записаны в кавычках.

```
'123'
```

При попытке сложить строку с числом мы получим сообщение об ошибке

```
>>>'123'+45
```

TypeError: can only concatenate str (not "int") to str

Но для того, чтобы выполнить операцию мы можем строку превратить в число, используя функцию «int». В кавычках мы записываем $^123^1$, на вход функции подается строка, на выходе мы получаем число , т.е. строка 123 превратилась в десятичное число 123 .

```
>>>int('123')
123
```

Эта функция преобразует не только десятичные числа, но и любые в системе счисления от 2 до 36. Рассмотрим пример. На вход подается строка 10010.

Предполагаем, что это двоичное число, и нам необходимо получить его десятичную запись. Через запятую укажем, что это число должно быть двоичное число, т.е основание системы счисления 2. На выходе мы получим число 18., т.е. эта функция преобразовала строчку, записанную в двоичной системе исчислений, в десятичное число 18. И 10010_2 действительно 18_{10} .

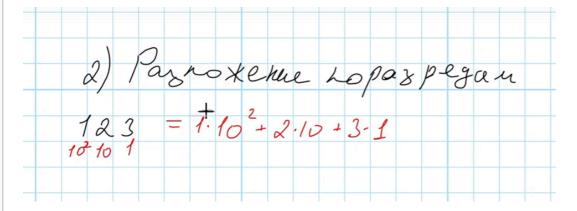
Т.е. через запятую после строковой записи указывается основание системы счисления, в которой записано число, и функция «int», преобразует число этой системы в десятичный вид. Это может быть, любая система. Например, возьмем 'af0c'. Это строковая запись 16-ричного числа.

```
>>>int('af0c', 16)
44812
```

Используя функцию «int» мы получили его десятичную запись. В записи шестнадцатеричных чисел допускается использовать как строчные, так и прописные буквы. Функцию «int» можно использовать для любой системы счисления до 36, т.к. цифирная запись ограничена латинским алфавитом, т.е., все цифры больше 9 записываются латинскими буквами A, B, C, D, E, F и так далее — всего 26 букв, и после того, как алфавит закончится, обозначений цифр нет. Поэтому функция int ограничена основанием 36.

Второй способ. Разложение по разрядам. Он универсальный, т.е. он работает в системах счисления с любым сколь угодно большим основанием, но он требует математической аккуратности.

Рассмотрим пример. Также возьмем число 123. Это десятичное число. Вспомним, что каждый разряд, имеет свой определенный вес. Первая младшая цифра — это количество единиц. Вторая цифра - это количество десятков. Третья — количество сотен, т.е. десятков в квадрате. И, если мы распишем число, т.е. запишем, сколько в числе есть каждого разряда, то мы получим разложение по разрядам.



Просуммировав эту запись, мы получим число123. Разложение по разрядам можно делать не только с десятичной записью числа, но и с любой другой. Например, возьмем двоичное число 10010. 10010 и также разложим его на разряды. Для этого мы также сначала подпишем веса разрядов. В двоичной системе веса разрядов будут кратны степени двойки. Определим из чего состоит наше число. Количество весов в каждом разряде может быть равным единице или нулю. Т.к. умножение на ноль даёт ноль, разряды в которых ноль весов можно не записывать.

Значение разряда	1	0	0	1	0
Вес разряда	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	20

$$10010_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 = 1.2^4 + 1.2^1 = 16 + 2 = 18_{10}$$

Это десятичное выражение является десятичной записью числа. Его значение равно 18, и это число совпадает с результатом работы функции «int»

Рассмотрим, 16-тиричную запись afc016 подпишем веса разрядов. Вес каждого разряда, это степень 16. Вспомним, что в системах счисления с основанием больше, чем 10, для обозначения цифр превышающих 9 используются буквы латинского алфавита. Так в 16-ричной системе счисления для 10, 11, 12, 13, 14, 15 используются соответственно буквы A, B, C, D, F. Таким образом разложение на разряды это числа будет выглядеть следующим образом:

Значение разряда	а	f	0	С
Вес разряда	16 ³	16 ²	16 ¹	16 ⁰

$$af0c_{16} = 10 \cdot 16^3 + 15 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 44812_{10}$$

Разряд, в котором стоит ноль, мы записывать не будем. Результат этого выражения 44812. Это и есть десятичная запись числа. Она совпадает с полученным ранее с помощью функции «int» значением

Главное преимущество этого способа состоит в том, что его можно использовать для систем с основанием больше, чем 36.

Задача № 1 (6744)

(ЕГЭ-2023) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 23:

$$7 \times 38596_{23} + 14 \times 36_{23} + 61 \times 7_{23}$$

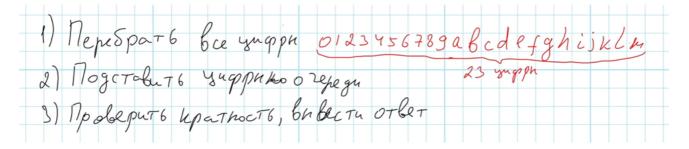
В записи чисел переменной х обозначена неизвестная цифра из алфавита 23ричной системы счисления. Определите наименьшее значение х, при котором значение данного арифметического выражения кратно 22. Для найденного значения х вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 22 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-

205546952 456241184?t=15m25s

Решение

Для решения задачи будет необходимо перебрать все 23-ричной системы цифры. Цифрами этой системы счисления являются цифры от 0 до 9 и латинские буквы в таком количестве, чтобы общее количество цифр было 23 штуки. Далее нам нужно будет подставить цифры по очереди, проверить кратность и вывести ответ.



Для перебора цифр мы будем использовать цикл «for», который будет перебирать цифры числа по очереди. Для выполнения второго шага для решения задачи нам необходимо каждую цифру числа подставить в заданное выражение, так как в цикле «for» мы задали строку, необходимо преобразовать символы этой строки в числа.

Для этого удобно использовать специальный инструмент Python f-строку. Рассмотрим, как она работает. Создадим переменную «а», которую будем считать значением выражения. Запишем с помощью функции «int» выражение из трёх слагаемых, соответствующее заданному. При этом на место значения «х» нам нужно, чтобы подставлялась цифра из строки заданной в цикле, чтобы из строки автоматически последовательно подставлялись цифры по порядку 0, 1, 2, 3...и т.д.. Для этого выполним следующие действия: в скобках функции «int» перед кавычками, обозначающими начало строки, добавим букву f. После этого обычная строка становится f-строкой. Внутри такой строки можно подставлять значения из каких-либо переменных. Мы используем переменную х для перебора значений из строки, состоящей из цифр нашей 23-ричной системы счисления. Переменная х подставляется внутри строкового

представления. Если мы обозначим запись, как f-строку и обернем $\ll x \gg в$ фигурные скобки, указав тем самым, что x является переменной, то в цикле, вместо x будут по очереди подставляться цифры от x0 до x1.

```
for x in '0123456789abcdefghijklm':
    print(f'7{x}38596')
```

Результат работы такой записи будет выглядеть следующим образом:

```
7038596
7138596
7238596
7338596
7438596
7538596
7638596
7738596
7838596
7938596
7a38596
7b38596
7c38596
7d38596
7e38596
7f38596
7q38596
7h38596
7i38596
7 | 38596
7k38596
7138596
7m38596
```

Применим f-строку для решения этой задачи, включив ее в выражение суммы слагаемых с использованием функции «int» Это выражение, сосчитанное в цикле, даст нам различные десятичные значения с разными числовыми значениями «x». Из этих выражений выберем только те, у которых значение кратно 22.

Для этого нам нужно проверить остаток от деления. Т.е. если у суммы, представляющей собой данное в задаче выражение, остаток от деления на 22 равен 0, это означает, что она делится на 22. Т.к. нам нужно указать в ответе результат деления на 22 подходящего значения выражения, выведем в ответе значение цифра обозначенной в выражении «х» и результат деления на 22 полученного выражения. В результате работы программы мы получим значения 0 и т. Это две цифры, при которых это условие выполняется. Т.к. нам нужно указать наименьшее значение «х», это будет число 0.

```
for x in '0123456789abcdefghijklm':
    a = int(f'7{x}38596',23) + int(f'14{x}36',23) + int(f'61{x}7',23)
    if a%22==0:
        print(x, a//22)
```

 $\begin{array}{cccc} 0 & 47163321 \\ m & 53600216 \end{array}$

Ответ: 0

Задача №2 (5486)

(А. Богданов) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 19.

$$55 \times 36_{19} + \times 2724_{19}$$

В записи чисел переменной х обозначена неизвестная цифра из алфавита 19ричной системы счисления. Определите наименьшее значение х, при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения х вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=32m10s

Решение

Данная задача похожа не предыдущую, но следует обратить внимание на то, что во втором числе выражения «х» стоит на первом месте, поэтому необходимо учесть условие, что он не может являться нулём. Т.к. число не может начинаться с 0.

В остальном решение будет точно такое же. Первым шагом нам нужно перебрать все цифры 19-ти речной системы, для этого н напишем цикл «for», указав строку из цифр от 0 до 9 и букв a, b, c, d, e, f, g, h, i.

Найдем значение данного выражения, запишем его, сосчитаем в переменную а. Для этого используем «int» и f - строку. Во втором слагаемом в f — строке удалим ноль, т.к. он не может быть старшим разрядом второго числа, получим десятичное значение. Если значение кратно 11, то выведем на экран цифру, при которой это произошло, а также частное отделение выражения на 11. В ответе получим два числа. Т.к. требуется определить наименьшее значение x, ответ будет цифра 6.

```
for x in '123456789abcdefghi':
    a = int(f'55{x}36',19) + int(f'{x}2724',19)
    if a%11==0:
        print(x, a // 11)
6 135122
```

h 265804

Ответ: 6

Задача № 3 (5495)

(В. Шубинкин) Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 22 и 13.

В записи чисел переменными х и у обозначены неизвестные значащие цифры из алфавитов 22-ричной и 13-ричной систем счисления. Определите значения х, у, при которых значение данного арифметического выражения кратно 57. Для найденных значений х, у вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 57 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать х, у не единственным образом, возьмите ту пару, в которой сумма значений х и у меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=42m45s

Решение

Т.к. в этой задаче рассматривается выражение с числами в двух различных системах счисления, нам нужно будет организовать перебор из двух разных наборов цифр, соответствующих заданным в задаче системам счисления с основанием 22 и основанием 13. Для этого мы будем использовать двойной цикл «for», аналогично тому, как использовали при решении задач задания 8.

Т.к. число в первом слагаемом начинается с «х», строку для этой переменной мы начнем с 1. Для более удобного и безошибочного указания символов строки для больших систем счисления удобно использовать срезы. Для этого нужно указать все буквы алфавита, а затем после завершения строки указать срез на необходимое количество символов. Этот прием оставит от этой строки только первые 23 символа.

```
'123456789abcdefghijklmnopqrstuvwxyz'[:23]
```

123456789abcdefghijklmn

Обратите внимание на то, что если в числе несколько переменных при использовании f-строки, даже если они стоят рядом, каждую из них необходимо заключать в фигурные скобки. В остальном задача имеет аналогичное решение. Т.к. в ответе требуется указать значения «х» и «у», подходящих для выполнения условий для выражения, из полученных пар выбираем ту, в которой сумма значений х и у будет меньшей. Заметим, что от перемены циклов местами результат решения задачи не поменяется.

```
for x in '123456789abcdefghijkl':
    for y in '0123456789abc':
        a = int(f'{x}23{x}5',22) - int(f'67{y}9{y}',13)
        if a%57==0:
            print(x, y, a // 57)
```

Ответ: 77

Задача № 4 (7061)

(М. Ишимов) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 17.

$$7x589y_{17} + EExy9AC_{17}$$

В записи чисел переменными x и y обозначена неизвестные цифры из алфавита 17-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 13 при любом значении y. Для найденного x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 13 при y=3 и yкажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=56m25s

Решение

Код для решения задачи аналогичен решению предыдущих задач. Важно еще раз обратить внимание на то, что каждая из переменных указанных в записи числа буквами при использовании f-строки заключается в фигурные скобки.

Проанализировав полученный ответ обратим внимание на то, что переменная «х» во всех парах равняется 9, а «у» меняется от 0 до g, и при любом значении «у», значение заданного выражения кратно 13. Результатом работы нашей программы является частное от отделения суммы этих значений выражений, а так как нам по условию необходим результат при у равном 3 в ответ пойдет число 28406992.

```
for x in '0123456789abcdefg':
    for y in '0123456789abcdefg':
        a = int(f'7{x}589{y}',17) + int(f'ee{x}{y}9ac',17)
        if a%13==0:
            print(x, y, a//13)
```

Ответ: 28406992

Примечание Джобса: если не подключать аналитическое рассуждение, то чтобы не проверять визуально (анализируя вывод) результаты работы программы, нужно сделать проверку «для всех у». Например, это можно сделать так

```
for x in '0123456789abcdefg':
    for y in '0123456789abcdefg':
        a = int(f'7{x}589{y}',17) + int(f'ee{x}{y}9ac',17)
        # если для какого-то значения у значение суммы некратно 17
        if a%13 != 0:
            # обрываем перебор
            break
# если не прерывали перебор, то все значения у подходят
else:
        # выводим значение по условию задачи
        a = int(f'7{x}5893',17) + int(f'ee{x}39ac',17)
        print(x, a//13)
9 28406992
```

При аналитическом решении, скорее всего, значение у не будет влиять на кратность..

Задача № 5 (5704)

(Информатик-БУ) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 130.

$$23 \times 32_{130} + 3 \times 253_{130}$$

В записи чисел переменной х обозначена неизвестная цифра из алфавита 130ричной системы счисления. Определите наименьшее значение х, при котором значение данного арифметического выражения кратно 23. Для найденного значения х вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 23 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=1h4m15s

Решение

По смыслу эта задача похожа на предыдущую, система счисления указанная в условии такова, что функцию «int» мы использовать не сможем и будем использовать второй способ, заключающийся в разложении по разрядам.

Для решения этой задачи мы будем перебирать числовые значения цифры «х», т.е. ее десятичные значения в нашем случае от 0 до 129. А затем распишем по разрядам каждое слагаемое и сложим.

Для перебора значений будем использовать метод «range». т.к. в данной задаче мы используем перебор не для подстановки символов из строки в строку, а для подстановки чисел в числовое выражение. Используя запись range(130), мы получим числа от 0 до 129. Далее сосчитаем значение этого выражения, расписав его по разрядам. Веса каждого разряда числа, на примере первого слагаемого, будут выглядеть следующим образом:

Значение разряда	2	3	×	3	2
Вес разряда	130 ⁴	130 ³	130 ²	130 ¹	13 ⁰⁰

Записав слагаемые выражения, расписанные по разрядам с учетом весов каждого разряда, в результате вычисления суммы получим десятичную запись числа и проверим её на кратность 23. Если условие будет выполнятся, выведем значение цифры, и значение выражения, поделенное на 23.

Обратим внимание, что «16», «39», «62», «85» и «108» — это цифры в системе счисления с основанием 130. Из полученной последовательности значений «х» выберем наименьшее значение. Для этого выражения и условий задачи наименьшим значением «х» будет число 16.

Ответ: 16

Функция для разложения по разрядам для перевода чисел в десятичную систему счисления.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241184?t=1h16m40s

Напишем свою функцию разложения по разрядам. Для работы такой функции нужно в нее передать два параметра: значение цифр в десятичном виде и основание системы, из которой переводится число. Для написания функции рассмотрим следующий пример. Пусть основание системы счисления n=5. Назовем список «а» и зададим в нем цифры, из которых состоит наше число. Веса разрядов для числа распределятся по знакомой нам уже схеме. Развернем наш список наоборот. При этом значения весов разрядов не поменяются, но теперь индекс каждого элемент нашего списка и степень основания системы счисления (вес разряда) будут совпадать.

Напишем функцию, которая нам позволит выполнять эти действия автоматически

```
def cc10(a,n):
    # разворот списка цифр числа
    a = a[::-1]
    # переменная для поразрядной суммы
    s = 0
    # перебор порядковых номеров элементов, т.е в range() мы указываем
    # количество элементов для их перебора
    for i in range( len(a)):
        #последовательно добавляем слагаемые из поразрядной записи числа
        s = s + a[i]*n**i
        #возвращаем десятичное значение числа, полученное в результате работы
        #функции
        return s
```

Второй способ решения задачи с помощью функции def cc10(a, n)

```
#перевод с помощью функции

def cc10(a,n):
    a = a[::-1]
    s = 0
    for i in range(len(a)):
        s = s + a[i]*n**i
    return s

for x in range(130):
    a = cc10([2,3,x,3,2],130) + cc10([3,x,2,5,3],130)
    if a%23==0:
        print(x,a/23)
```

Ответ: 16

Задание № 6 (6897)

(П. Финкель) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с различными основаниями:

$$34x5_{58} + 12x7_{61} + x456_{67} - x5y7_{72}$$

В записи чисел x (x > 0) и у обозначают неизвестные цифры из алфавита соответствующей системы счисления. Определите все пары (x, y), при которых значение данного арифметического выражения положительно и кратно 363. В ответе запишите сумму всех найденных значений x и y.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=1h27m10s

Решение

Обратим внимание, что «х» находится в нескольких числах с разными основаниями систем счисления. В подобным случаях нужно брать такие значения для наборов цифр, т.е. чтобы цифра присутствовала гарантированно во всех системах, которые присутствуют в заданном числовом выражении. Т.к. «у» у нас используется только в одном числе с основанием системы 72, мы возьмем его от 0 до 71, а для «х» будем ориентироваться на основание самой маленькой системы счисления, т.е. 58, чтобы гарантировано цифра присутствовала во всех система счисления. Т.к. в одном из чисел «х» находится на первой позиции мы должны исключить 0. Таким образом для «х» будут использоваться значения от 1 до 57. Выясним для решения задачи, какие из полученных значений положительны и кратны 363, и затем сосчитаем сумму «х» и «у» таких чисел.

Задание № 7(7269)

В записи числа $5x27y32y_{57}$ символы x и y обозначают некоторые цифры из алфавита системы счисления c основанием b7. Определите такие значения c и d9, при которых приведённое число кратно d96, а число d97 имеет наибольшее возможное значение. В ответе запишите значение числа d97 в десятичной системе d97 счисления.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=1h36m55s

Решение

Для решение данной задачи будем использовать функцию.

```
def ccl0(a,n):
    a = a[::-1]
    s = 0
    for i in range(len(a)):
        s = s + a[i] * n**i
    return s

# перебираем все значения для х и у цифр чисел системы с основанием 57

for x in range(57):
    for y in range(57):
        # для подсчета значений выражения вызываем функцию ccl0(a,n)
        a = ccl0([5,x,2,7,y,3,2,y],57)
        # проверяем условие задачи
        if a%56==0:
            print(ccl0([x,y],57))
```

2843 2928

В результате работы программы мы получим список из значений чисел «ху» по основанию 57 в десятичной системе счисления. Самое большое из этих чисел будет являться ответом на вопрос задачи.

Ответ: 3182

Задание № 8(2724)

В какой системе счисления выполняется равенство $13_{\rm X} \cdot 31_{\rm X} = 423_{\rm X}$? В ответе укажите число – основание системы счисления.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=1h43m5s

Решение

В данной задаче в отличие от всех предыдущих неизвестным значением является не цифра числа, а основание системы. Заметим, что максимальной цифрой этого уравнения является цифра 4, следовательно, основание системы счисления не может быть меньше 5, т.к. в тех, которые меньше, цифры 4 нет. Учитывая это условие, разложим по разрядам каждое число с учетом весов разрядов в системе счисления с основанием «х», и получим уравнение, в котором «х» будет являться искомым значением основания системы счисления.

$$13x = 1 \cdot x + 3$$
$$31x = 3 \cdot x + 1$$
$$423x = 4 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 3$$

Переберем в программе возможные варианты х от 5 до 19, верхнюю границу мы определим произвольно. При этом, сосчитаем левую и правую части уравнения отдельно. Сравним полученные значения левой и правой частей уравнения, и в тех случаях, когда они окажутся равны, значение х будет корнем уравнения и, следовательно, основанием системы счисления для чисел заданного уравнения.

```
# перевод каждой части уравнения в десятичный вид

a = (x+3)*(3*x+1)

b = 3 + 2*x + 4*x**2

if a==b:

print(x)
```

Второй вариант решения задачи с использованием функции int()

```
#перевод через int
for x in range(5,20):
    a = int('13',x) * int('31',x)
    b = int('423',x)
    if a==b:
        print(x)
```

Ответ: 8

Задание № 9(6122)

В системе счисления с основанием р выполняется равенство 4x46+xx17=y386y. Буквами x и y обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием р. Определите значение числа xy_p и запишите это значение в десятичной системе счисления.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=1h50m30s

Решение

В этой задаче неизвестно основание системы, и есть неизвестные цифры «х» «у». Рассмотрим, какие значения основания системы мы будем перебирать значения. Т.к. в цифрах максимальная цифра 8, то значение основания системы счисления «р» будет не меньше 9. Перебор «х» будет осуществляться от 1 до «р», не включая «р». «у» так же будет перебираться от 1 до «р», не включая «р».

Для решения используем в программе функцию и напишем тройной цикл, в котором будет проверяться заданное равенство, и, если оно выполняется, выводить на экран значение этого выражения.

Задание №10 (6220)

(А. Богданов) Требуется подобрать основания систем счисления р и q ($\max(q,p)$ < 100), так чтобы выполнялось равенство $ABC_p=BCD_q$ где цифры A, B, C, D имеют те же значения, что и в шестнадцатеричной системе счисления. Если есть несколько вариантов решения задачи, выберите тот, где значение р наибольшее. В ответе укажите десятичное представление любого из чисел для найденных р и q.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241184?t=1h56m30s

Решение

В этой задаче будет использоваться перебор значений «р» и «q», при том они могут быть достаточно большими, т.е. функцию «int» здесь использовать будет недопустимо. Проанализировав выражение, увидим, что «р» может быть от 13 до 100, q может быть от 14 до 100. Т.к. цифры A, B, C, D обозначают в десятичной системе соответственно 10, 11, 12, 13, 14.

$$A B C_p = B C D_q$$

10 11 12 11 12 13

```
for p in range(13,100):
    for q in range(14,100):
        a = 12*1 + 11*p + 10*p**2
        b = 13*1 + 12*q + 11*q**2
        if a==b:
            print(p,q,a)
```

Telegram: @fast_ege