

15_DZ_3_1

Задача № 1 (755)

(Уровень: Базовый)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 34) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 51))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h0m0s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Важно обратить внимание на корректную расстановку скобок в выражении для соблюдения порядка выполнения логических операций. Первым действием выполняется логическое умножение («and»), затем импликация.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы будет выведен список числовых значений, наименьшее из которых является ответом на задачу. Если программа не выводит результат в указанном изначально диапазоне, необходимо расширить его границы.

```
# заданная логическая функция
def f(x, a):
    return (x%a==0) <= ((x%a==0) <= ((x%34==0) and (x%51==0)))
# перебор для поиска тождественно истинного значения функции
for a in range(1, 1000):
    if all(f(x, a)==1 for x in range(1, 10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

102

204

306
408
510
612
714
816
918

Ответ: 102

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_2

Задача №2 (1127)

(Уровень: Базовый)

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 7) \wedge (\text{ДЕЛ}(240, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(780, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h2m25s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Отрицание делимости числа A запишем, как $(a \% x != 0)$.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения. В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, наименьшее из которых является ответом на задачу.

```
# заданная логическая функция
def f(x, a):
    return (a%7==0) and ((240%x==0) <= ((a%x!=0) <= (780%x!=0)))
# перебор для поиска тождественно истинного значения функции
for a in range(1,1000):
    if all(f(x,a)==1 for x in range(1,10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

420

840

Ответ: 420

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_3

Задача № 3 (4986)

(Уровень: Базовый)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [50; 70]$.

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee (\text{ДЕЛ}(x, 23) \rightarrow \neg(x \in B))$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h4m0s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Принадлежность числа « x » отрезку $B = [50; 70]$ запишем с помощью неравенства, отрицание зададим с помощью функции `not`, заключив всё это отрицание в скобки, т.к. оно является частью импликации и должно иметь приоритет.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, наибольшее из которых является ответом на задачу.

```
# заданная логическая функция
def f(x, a):
    return (x%a==0) or ((x%23==0) <= (not (50<=x<=70)))
# перебор для поиска тождественно истинного значения функции
for a in range(1, 100):
    if all(f(x, a)==1 for x in range(1, 10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

1

3

Ответ: 69

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_4

Задача № 4 (8503)

Апробация 17.05 (Уровень: Базовый)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 52 \neq 0) \wedge (x \& 36 = 0)) \rightarrow \neg (x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h5m45s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Отрицание $(x \& A = 0)$ запишем, как $(x \& a \neq 0)$

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы должен быть выведен достаточно большой список числовых значений, наименьшее из которых является ответом на задачу.

```
# заданная логическая функция
def f(x,a):
    return ((x&52!=0) and (x&36==0)) <= (x&a!=0)
# перебор для поиска тождественно истинного значения функции
for a in range(100):
    if all(f(x,a)==1 for x in range(10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

```
16
17
18
...
...
```

15_DZ_3_5

Задача №5 (8952)

Джобс 02.06.2023 (Уровень: Базовый)

(Е. Джобс) Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$. Найдите минимальное значение A , при котором значение выражения $(x \& 103 = 0) \wedge (x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении x .

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h7m15s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Важно обратить внимание на корректную расстановку скобок в выражении для соблюдения порядка выполнения логических операций. Первым действием выполняется логическое умножение («and»), затем импликация.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, минимальное из которых является ответом на задачу.

```
# заданная логическая функция
def f(x, a):
    return ((x & 103 == 0) and (x & 94 != 0)) <= (x & a != 0)
# перебор для поиска тождественно истинного значения
for a in range(1, 100):
    if all(f(x, a) == 1 for x in range(1, 10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

24

25

...

...

95

Ответ: 24

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_6

Задание №6 (407)

(Уровень: Базовый)

Определите наибольшее натуральное число A , при котором выражение

$$(x \neq 4) \vee ((x \leq 35 \rightarrow (x \leq A = 0)))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h8m30s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, наибольшее из которых является ответом на задачу.

```
# заданная логическая функция
def f(x,a):
    return (x!=4) or ((x<=35) <= (x<=a))
# перебор для поиска тождественно истинного значения
for a in range(1,100):
    if all(f(x,a)==1 for x in range(1,10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

2

8

10

...

...

50

56

58

Ответ: 58

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_7

Задание № 7(1773)

(Уровень: Базовый)

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение $(x < A) \wedge (y < A) \wedge (x \cdot y > 1200)$

тождественно ложно, т.е. принимает значение 0 при любых целых положительных x и y ?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h9m50s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую три параметра « x », « y » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Далее осуществляем перебор в диапазоне предполагаемого искомого числа для получения ложного значения выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, наибольшее из которых является ответом на задачу.

```
# заданная логическая функция
def f(x, y, a):
    return (x < a) and (y < a) and (x * y > 1200)
# перебор для поиска тождественно ложного значения
for a in range(600):
    if all(f(x, y, a) == 0 for x in range(1, 600) for y in range(1, 600)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

0
1
2
...
...
35

Ответ: 35

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_8

Задание №8 (17678)

Пересдача 04.07.24 (Уровень: Базовый)

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A формула

$$(x+y \leq 24) \vee (y \leq x-2) \vee (y \geq A)$$

тождественно истинно (т.е. принимает значение 1) при любых целых положительных x и y .

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h11m55s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую три параметра « x », « y » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Далее осуществляем перебор в диапазоне предполагаемого искомого числа для получения истинного значения выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, наибольшее из которых является ответом на задачу

```
# заданная логическая функция
def f(x, y, a):
    return (x+y<=24) or (y<=x-2) or (y>=a)
# перебор для поиска тождественно истинного значения
for a in range(100):
    if all(f(x, y, a)==1 for x in range(1, 100) for y in range(1, 100)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

```
0
1
...
...
12
```

Ответ: 12

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_9

Задание №9(9545)

Джобс 14.06.23 (Уровень: Базовый)

Обозначим $\text{ДЕЛ}(x, d)$ утверждение «Натуральное число x делится без остатка на натуральное число d ». Укажите максимальное число A , при котором выражение $(\text{ДЕЛ}(x, 10) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 26) \wedge (x \geq 300)) \rightarrow (A \leq x)$ тождественно истинно.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h13m5s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Важно обратить внимание на корректную расстановку скобок в выражении для соблюдения порядка выполнения логических операций. Первым действием выполняется логическое умножение («and»), затем импликация.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, максимальное из которых является ответом на задачу. При этом, т.к. в задаче требуется указать максимальное число, при котором заданное выражение тождественно истинно, необходимо убедиться, что выбранного диапазона достаточно для получения правильного ответа.

```
# заданная логическая функция
def f(x, a):
    return ((x%10==0) and (x%26==0) and (x>=300)) <= (a<=x)
# перебор для поиска тождественно истинного значения
for a in range(1, 1000):
    if all(f(x, a) == 1 for x in range(1, 10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

```
0
1
...
...
390
```

Ответ: 390

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_10

Задание №10 (1126)

(Уровень: Базовый)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Сколько существует натуральных значений A на отрезке $[1;1000]$, при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h15m20s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение логического выражения. Важно обратить внимание на корректную расстановку скобок в выражении для соблюдения порядка выполнения логических операций. Первым действием выполняется логическое умножение («and»), затем импликация.

Далее, осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для получения тождественно истинного выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, общее количество которых является ответом на задачу

```
# заданная логическая функция
def f(x, a):
    return (a%35==0) and ((730%x==0) <= ((a%x!=0) <= (110%x!=0)))
# перебор для поиска тождественно истинного значения
for a in range(1, 1001):
    if all(f(x, a) == 1 for x in range(1, 100000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

70
140
210
280
350
420
490
560
630
700
770
840
910

15_DZ_3_11**Задача № 11(5880)**

Данов2301 (Уровень: Средний)

([А.Богданов](#)) Обозначим через $\text{ТРЕУГ}(n,m,k)$ утверждение «существует невырожденный треугольник с длинами сторон n , m и k ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ТРЕУГ}(A,5,x) \rightarrow ((\text{МАКС}(x,11) \leq 19) \equiv \neg \text{ТРЕУГ}(23,13,x))$$

тождественно истине (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Примечание. $\text{МАКС}(a, b) = a$, если $a > b$ и $\text{МАКС}(a, b) = b$, если $a \leq b$.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h17m25s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, для проверки существования треугольника с заданными сторонами n , m , k . Треугольник существует тогда и только тогда, когда сумма любых двух его сторон больше третьей стороны

Другими словами, необходимым и достаточным условием существования треугольника является выполнение следующих неравенств:

$n+m>k$, $n+k>m$, $k+m>n$, ($m>0$, $n>0$, $k>0$), где m , n и k - длины сторон треугольника.

Далее, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение заданного логического выражения. Важно обратить внимание на корректную расстановку скобок в выражении для соблюдения порядка выполнения логических операций. В задании присутствует эквиваленция, как и все её содержимое, каждую из отдельных ее частей необходимо заключить в скобки.

Далее осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для тождественности выражения.

В результате работы программы должен быть выведен список числовых значений, максимальное из которых является ответом на задачу.

```
#функция, которая проверяет существование треугольника со сторонами n,m,k
def tr(n,m,k):
    return n+m>k and n+k>m and m+k>n
# заданная логическая функция
def f(x,a):
    return tr(a,5,x) <= ((max(x,11) <= 19) == (not tr(23,13,x)))
for a in range(1,100):
    if all(f(x,a)==1 for x in range(1,10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

1
2
3
4
5
6
24
25
26
27
28
29
30
31

Ответ: 31

Telegram: @fast_ege

15_DZ_3_12

Задача № 12(7005)

(Уровень: Средний)

Обозначим через УГОЛ(a, b, c) утверждение «значения чисел a, b, c являются углами невырожденного треугольника». Для какого наименьшего натурального числа A формула:

$$\text{УГОЛ}(37, A, x+45) \equiv \text{УГОЛ}(A, x, 90) \wedge \neg(A+23 < 120)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241197?t=0h20m25s

Решение

Первым шагом, создадим функцию, для проверки суммы углов треугольника. Т.к. сумма углов в треугольнике равняется 180 градусам должно выполняться условие:

$a+b+c=180$, где a , b и c – величины углов треугольника.

Далее, создадим функцию, принимающую параметры « x » и « a » и возвращающую значение заданного логического выражения. Важно обратить внимание на корректную расстановку скобок в выражении для соблюдения порядка выполнения логических операций. Операция логического умножения должна выполняться перед операцией эквивалентности, поэтому необходимо заключить подвыражение с операцией «and» в скобки.

Осуществляем перебор чисел в диапазоне предполагаемого искомого значения для тождественности выражения.

В результате работы будут выведены два числа, меньшее из которых является ответом на задачу.

```
#функция, которая проверяет сумму углов треугольника
def ug(a,b,c):
    return a+b+c==180
# заданная логическая функция
def f(x,a):
    return ug(37,a,x+45) == (ug(a,x,90) and not (a+23<120))
# перебор для поиска тождественно истинного значения
for a in range(1,100):
    if all(f(x,a)==1 for x in range(1,10000)):
        print(a)
```

Результат работы программы:

98

99

Ответ: 98

Telegram: @fast_ege