

Конспект 1

Strim_23_1

Задача № 1 (2484)

Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 16?

Решение

Аналитический подсчёт траекторий

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=0h1m15s

Это задание на подсчёт количества траекторий, то есть способов получить из одного числа другое. У нас есть некий исполнитель, который умеет выполнять только определённые арифметические действия. Например, он может только прибавлять к числу 1 и умножать на 2. Вопрос задачи заключается в следующем: сколько существует программ (способов) получить из числа 1 число 16, используя данные арифметические действия?

Можно делать это различными способами. Добавляя 1, умножая на 2 в различных комбинациях, мы будем получать разные способы получения числа 16 из 1. Как их все посчитать? Понятно, что считать их «в лоб» — слишком долго, и это явно не то, что от нас хотят авторы задания. Нужно решить эту задачу динамически. Динамический подход подразумевает разделение большой сложной задачи на несколько более простых.

Например, вместо поиска количества траекторий от 1 до 16, давайте начнём с чего-то проще: скажем, от 15, от 14, от 13 и так далее. Последовательно, с каждым шагом получая новую информацию, мы сможем вычислить искомое количество траекторий.

Давайте выпишем все числа от 1 до 16:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.

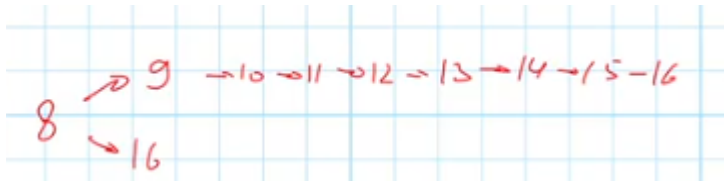
Запишем, какие числа мы можем получить, выполняя доступные арифметические действия (прибавление 1 и умножение на 2), не выполняя действие тогда, когда получается значение больше, чем 16.

Число	+1	*2
1	2	2
2	3	4
3	4	6
4	5	8
5	6	10
6	7	12
7	8	14
8	9	16
9	10	
10	11	
11	12	
12	13	
13	14	
14	15	
15	16	
16		

Теперь, начиная с ближайших к цели чисел, рассчитаем количество возможных траекторий:

- Из 15 в 16 только один способ.
- Из 14 в 15 тоже один способ, следовательно, из 14 в 16 — тоже один.
- Аналогично, из 13 в 16 также только один способ.

Интереснее ситуация с числом 8. Есть два пути: либо идти через 9, либо напрямую в 16. Значит, из 8 в 16 можно попасть двумя способами.

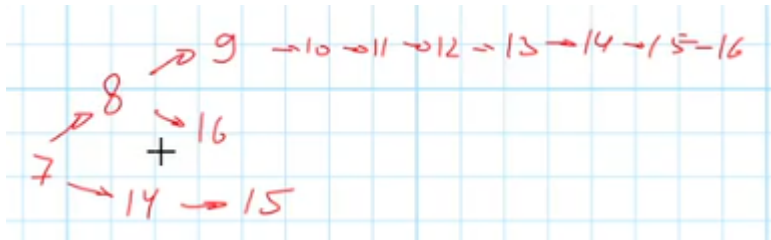


Для числа 7 возможны три пути: через 8 (где было два способа), через 14 (один способ). Итого три способа.

Продолжим аналогично:

- Для 6: три способа через 7 + один через 12 = 4 способа.
- Для 5: четыре через 6 + один через 10 = 5 способов.
- Для 4: пять через 5 + два через 8 = 7 способов.
- Для 3: семь через 4 + четыре через 6 = 11 способов.
- Для 2: одиннадцать через 3 + семь через 4 = 18 способов.
- Наконец, для 1: восемнадцать через 2 + восемнадцать через 2 = 36 способов.

Таким образом, существует 36 различных способов получить число 16 из числа 1, используя только операции прибавления 1 и умножения на 2.

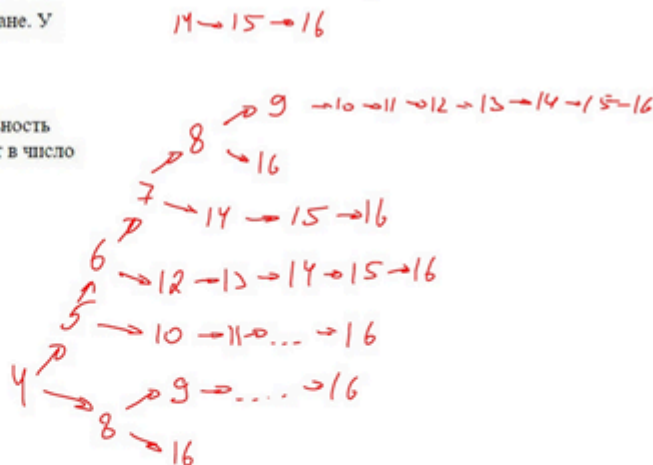


№ 2484) Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Программа для исполнителя Калькулятор — это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 16?

	+1	*2	Ком-во траекторий
1	2	2	$18+18=36$
2	3	4	$11+7=18$
3	4	6	$7+4=11$
4	5	8	$5+2=7$
5	6	10	$4+1=5$
6	7	12	$3+1=4$
7	8	14	$2+1=3$
8	9	16	$1+1=2$
9	10		1
10	11		1
11	12		1
12	13		1
13	14		1
14	15		1
15	16		1
16			



Уязвимым местом этого способа является сложная арифметическая составляющая. Необходимо тщательно производить вычисления, избегая ошибок и спешки. Поэтому желательно автоматизировать данный процесс, чтобы минимизировать участие человека в выполнении этих расчётов.

Подсчет траекторий в таблице.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=0h15m20s

Шаг 1: Подготовка таблицы

Начнем с создания таблицы, где каждая строка соответствует одному из чисел в диапазоне от 1 до 16. Таблица будет содержать три столбца:

- Первый столбец – числа от 1 до 16.
- Второй и третий столбцы – возможные значения, которые могут быть получены из текущего числа при помощи одной из двух команд ("Прибавить 1" или "Умножить на 2").

	A	B	C
1		+1	*2
2	1	2	2
3	2	3	4
4	3	4	6
5	4	5	8
6	5	6	10
7	6	7	12
8	7	8	14
9	8	9	16
10	9	10	
11	10	11	
12	11	12	
13	12	13	
14	13	14	
15	14	15	
16	15	16	
17	16		
18	0		

Область, включающую в себя столбцы D,E,F, выделим особым цветом. В ней будет подсчитываться количество способов достижения данного числа.

Шаг 3: Заполнение таблицы

Заполним первую строку таблицы значением 1, так как это наша стартовая точка. Затем установим для числа 16 начальное значение равное 1, потому что это конечная цель программы.

Теперь для каждого числа от 1 до 15 нужно подсчитать количество способов получения итогового числа. Это делается следующим образом:

- Если текущее число можно увеличить на 1 или удвоить, чтобы получить следующее число, то добавляем путь к этому следующему числу.
- Для каждого следующего числа, которое можно достичь из текущего, суммируем количество путей, ведущих к этим числам.
- В крайнем столбце будем складывать полученные количества последовательностей.

	A	B	C	D	E	F
1		+1	*2			
2	1	2	2			0
3	2	3	4			0
4	3	4	6			0
5	4	5	8			0
6	5	6	10			0
7	6	7	12			0
8	7	8	14			0
9	8	9	16			0
10	9	10				0
11	10	11				0
12	11	12				0
13	12	13				0
14	13	14				0
15	14	15				0
16	15	16				=D16+E16
17	16					1
18	0					0

Шаг 4: Использование функции ВПР

Чтобы автоматизировать этот процесс расчета, мы используем функцию ВПР в Excel. Эта функция позволяет находить значение в определенном диапазоне ячеек и возвращать соответствующее значение из другой колонки. В нашем случае, функция ВПР будет использоваться для определения количества путей достижения каждого числа от 1 до 16.

Алгоритм работы функции ВПР

1. Определение диапазона поиска: первая колонка таблицы, содержащая числа от 1 до 16. Диапазон обозначаем как A:F, где A соответствует первой колонке, а F - последней.
2. Выбор ячейки результата: нужная ячейка в колонке, где записывается количество траекторий из данного числа до 16.
3. Запись формулы: D2 =ВПР(B2;\$A:\$F;6;0)

Где:

- B2 – искомое число – число, для которого мы ищем количество траекторий.
- \$A:\$F – диапазон поиска – диапазон ячеек, в котором будет осуществлен поиск.
- 6 – номер столбца с результатом - это номер столбца в диапазоне поиска, в котором находится нужное нам значение. Поскольку количество траекторий хранится в шестом столбце, этот параметр равен 6.
- 0 - указывает на тип поиска. В нашем случае требуется точный поиск, поэтому данный параметр равен ЛОЖЬ или 0.

Чтобы суммировать количество путей для каждого числа, начиная с меньших значений и двигаясь вверх по таблице, воспользуемся функцией автозаполнения. Для этого необходимо, чтобы ссылки на ячейки (номер строки и диапазон поиска) являлись абсолютными, для этого добавим знак \$ перед буквой столбца и номером строки. Это предотвратит изменение этих ссылок при копировании формулы.

Корректировки для пустых ячеек: чтобы функция ВПР() работала корректно, особенно в случаях, когда искомое значение отсутствует в таблице, рекомендуется добавить дополнительную строку с нулевыми значениями. Это гарантирует, что пустые ячейки будут заполнены нулями, а не ошибками #Н/Д.

	A	B	C	D	E	F
1		+1	*2			
2	1	2	2	18	18	36
3	2	3	4	11	7	18
4	3	4	6	7	4	11
5	4	5	8	5	2	7
6	5	6	10	4	1	5
7	6	7	12	3	1	4
8	7	8	14	2	1	3
9	8	9	16	1	1	2
10	9	10		1	0	1
11	10	11		1	0	1
12	11	12		1	0	1
13	12	13		1	0	1
14	13	14		1	0	1
15	14	15		1	0	1
16	15	16		=ВПР(B16;\$A:\$F;6;0)	0	1
17	16					1
18	0					0

После того как таблица полностью заполнена, последнее значение в крайнем правом столбце укажет на количество программ, которые способны преобразовать число 1 в число 16.

Таким образом, мы получили количество траекторий для каждого числа вплоть до 16. Таблица выполнила все расчеты самостоятельно. Как видно, число траекторий, начинающихся с единицы, составляет ровно 36.

	A	B	C	D	E	F
1		+1	*2			
2	1	2	2	18	18	36
3	2	3	4	11	7	18
4	3	4	6	7	4	11
5	4	5	8	5	2	7
6	5	6	10	4	1	5
7	6	7	12	3	1	4
8	7	8	14	2	1	3
9	8	9	16	1	1	2
10	9	10		1	0	1
11	10	11		1	0	1
12	11	12		1	0	1
13	12	13		1	0	1
14	13	14		1	0	1
15	14	15		1	0	1
16	15	16		1	0	1
17	16					1
18	0					0

Ответ: 36

Задача №2 (2495)

Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2
3. Умножить на 4

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 17?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=0h30m25s

Решение

Так как сразу перейти от 1 к 17 невозможно, начнём с последовательного анализа возможных путей через меньшие числа. Посчитаем количество способов достижения каждого числа от 1 до 17. Создадим таблицу, где будем записывать возможные результаты применения каждой команды к каждому числу. Начнём с чисел от 1 до 17:

$B2 = A2 + 1$
 $C2 = A2 * 2$
 $D2 = A2 * 4$

	A	B	C	D
1		+1	*2	*4
2	1	2	2	4
3	2	3	4	8
4	3	4	6	12
5	4	5	8	16
6	5	6	10	
7	6	7	12	
8	7	8	14	
9	8	9	16	
10	9	10		
11	10	11		
12	11	12		
13	12	13		
14	13	14		
15	14	15		
16	15	16		
17	16	17		
18	17			
19	0			

Такая таблица получается после удаления значений, больших 17, так как траектории в них нас не интересуют.

Теперь определим количество различных путей, ведущих от каждого числа к 17.

Теперь наша цель – определить, сколько различных путей можно пройти от каждого числа до числа 17. Количество таких путей будем записывать в отдельные ячейки. Например, мы считаем пути от числа 2, от числа 4, от числа 10 и так далее. В другой колонке суммируем полученные результаты, чтобы понять общее количество путей от данного числа до 17.

Процесс подсчёта прост: берём суммы значений из трёх соседних ячеек и записываем результат. Когда дойдём до числа 17, поставим 1, так как это начальное значение. Добавим ещё одну строку с

нулевым значением, чтобы формула работала корректно.

Далее используем функцию ВПР (), которая автоматически просчитает количество путей до каждого числа. В ячейку E2 запишем формулу:

=ВПР(B2;\$A:\$H;8;0), где:

Значение из B2 – количество траекторий из этого числа, которое надо посмотреть во всей таблице, т.е. в диапазоне \$A:\$H . Притом, это количество надо взять, из столбца H. Это по порядку столбец №8. 0Параметр — это просто точный поиск.

Указав нужные параметры, мы можем "протянуть" формулу вниз, и она сама заполнит все строки.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		+1	*2	*4				
2	1	2	2	4	\$H;8;0)	23	8	54
3	2	3	4	8	13	8	2	23
4	3	4	6	12	8	4	1	13
5	4	5	8	16	5	2	1	8
6	5	6	10		4	1	0	5
7	6	7	12		3	1	0	4
8	7	8	14		2	1	0	3
9	8	9	16		1	1	0	2
10	9	10			1	0	0	1
11	10	11			1	0	0	1
12	11	12			1	0	0	1
13	12	13			1	0	0	1
14	13	14			1	0	0	1
15	14	15			1	0	0	1
16	15	16			1	0	0	1
17	16	17			1	0	0	1
18	17							1
19	0							0

В итоге, когда мы дотащим формулу до числа 1, увидим итоговый результат: 54. Это означает, что существует 54 различных пути от числа 1 до числа 17 при использовании указанных операций.

Ответ: 54

Задача № 3 (445)

Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 21 и при этом траектория вычислений не содержит число 10?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=0h40m55s

Решение

Поскольку переход от 1 к 21 одним шагом невозможен, нужно рассмотреть все возможные пути через промежуточные значения. Однако, учитывая условие, что число 10 не должно встречаться среди промежуточных результатов, мы должны исключать все программы, содержащие это число.

Начнем с создания таблицы, которая покажет, какие числа можно получить, применяя каждую команду к числам от 1 до 21. Т.к. Траектория не должна содержать число 10. Важно учитывать лишь те последовательности действий, которые исключают попадание в эту цифру. Если число 10 встречается, такая последовательность не соответствует нашим требованиям. Следовательно, необходимо исключить её из рассмотрения.

Требуется сформировать диапазон значений от 1 до 21. Для каждого значения применяем операцию сложения единицы и последующего удвоения результата. Все значения, превышающие 21, подлежат удалению, поскольку они не имеют смысла в данном контексте.

	A	B	C
1		+1	*2
2	1	2	2
3	2	3	4
4	3	4	6
5	4	5	8
6	5	6	10
7	6	7	12
8	7	8	14
9	8	9	16
10	9	10	18
11	10	11	20
12	11	12	
13	12	13	
14	13	14	
15	14	15	
16	15	16	
17	16	17	
18	17	18	
19	18	19	
20	19	20	
21	20	21	
22	21		

Далее рассчитаем количество возможных траекторий для каждой пары чисел. Для этого суммируются соответствующие им значения. Например, для чисел 2 и 4 результат будет равен 6.

Аналогично поступаем со всеми остальными числами.

Для ячейки, соответствующей значению 21, введём значение "1", чтобы корректно выполнялся расчёт. Для корректной работы функции ВПР() добавим ячейку с нулевым значением .

Используем функцию ВПР(), чтобы определить количество траекторий для каждого числа.

Формула в ячейке D2:

=ВПР(B2;\$A:\$F;6;0)

Аргументы функции:

- Первое число,
- Таблица с количеством траекторий,
- Номер строки с результатом (в данном случае – 6),
- Логическое значение "0" для точного совпадения.

После применения этой функции к диапазону данных получаем количество траекторий для всех чисел от 1 до 21.

F11							=D11+E11
	A	B	C	D	E	F	
1		+1	*2				
2	1	2	2	30	30	60	
3	2	3	4	18	12	30	
4	3	4	6	12	6	18	
5	4	5	8	8	4	12	
6	5	6	10	6	2	8	
7	6	7	12	5	1	6	
8	7	8	14	4	1	5	
9	8	9	16	3	1	4	
10	9	10	18	2	1	3	
11	10	11	20	1	1	2	
12	11	12		1	0	1	
13	12	13		1	0	1	
14	13	14		1	0	1	
15	14	15		1	0	1	
16	15	16		1	0	1	
17	16	17		1	0	1	
18	17	18		1	0	1	
19	18	19		1	0	1	
20	19	20		1	0	1	
21	20	21		1	0	1	
22	21					1	
23	0					0	

Однако следует учесть, что число 10 должно быть исключено из расчётов. Поскольку из числа 1 в число 10 существует две траектории, мы их игнорируем, устанавливая значение "0".

D21						
	A	B	C	D	E	F
1		+1	*2			
2	1	2	2	16	16	32
3	2	3	4	10	6	16
4	3	4	6	6	4	10
5	4	5	8	4	2	6
6	5	6	10	4	0	4
7	6	7	12	3	1	4
8	7	8	14	2	1	3
9	8	9	16	1	1	2
10	9	10	18	0	1	1
11	10	11	20	1	1	0
12	11	12		1	0	1
13	12	13		1	0	1
14	13	14		1	0	1
15	14	15		1	0	1
16	15	16		1	0	1
17	16	17		1	0	1
18	17	18		1	0	1
19	18	19		1	0	1
20	19	20		1	0	1
21	20	21		1	0	1
22	21					1
23	0					0

После этого общее количество траекторий уменьшается до 32, так как все траектории, проходящие через число 10, были аннулированы.

Ответ: 32

Задача № 4 (448)

У исполнителя Калькулятор есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 2

Сколько разных чисел на отрезке [34, 59] может быть получено из числа 1 с помощью программ, состоящих из 6 команд?

Чтобы решить данную задачу, удобно разбить её на несколько этапов. Сначала найдём количество программ, которые из числа 1 переходят в число 7, затем — количество программ, которые из числа 7 переходят в число 12. После этого сможем объединить полученные результаты. Рассмотрим, сколько существует программ, позволяющих из числа 1 достичь числа 7. Эти программы состоят из команд "прибавить 1" и "прибавить 2". Выполним следующие шаги:

1. Создадим таблицу, где будем хранить количество программ для каждого числа от 1 до 7.

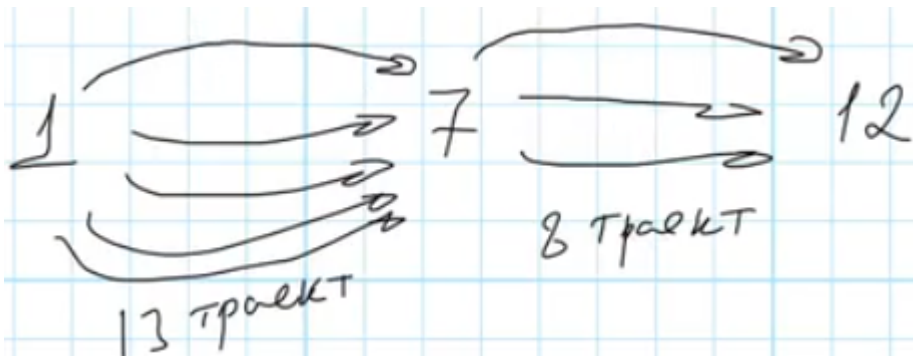
	A	B	C	D
1		+1	+2	
2	1	2	3	13
3	2	3	4	8
4	3	4	5	5
5	4	5	6	3
6	5	6	7	2
7	6	7		1
8	7			1

Количество программ, переводящих число 1 в число 7, равно 13.

Теперь рассмотрим, сколько существует программ, позволяющих из числа 7 достичь числа 12. Аналогично предыдущему этапу, создадим таблицу и заполним её значениями:

	+1	+2	
7	8	9	8
8	9	10	5
9	10	11	3
10	11	12	2
11	12		1
12			1

Теперь, зная количество программ для перехода из 1 в 7 и из 7 в 12, можем найти общее количество программ, представляющих интерес.



По принципу комбинаторики общее количество программ будет равно произведению количеств программ на каждом этапе:

Общее количество программ = $8 \times 13 = 104$

Второй способ решения.

Траектории, содержащие число 11 (в Libre Office Calc): https://vk.com/video-205546952_456241272?t=0h56m55s

Чем отличается работа в LibreOffice?

Есть один небольшой нюанс, который необходимо учитывать при работе в LibreOffice. Давайте создадим новый лист и решим ту же самую задачу другим методом. Идея заключается в следующем: нам нужно вычислить количество всех возможных комбинаций чисел от 1 до 12 без наложения дополнительных условий.

Шаг первый

Попробуем начать с простого подсчета. Сначала сложим 1 и 2. Все значения, превышающие 12, удаляем, поскольку они нам не нужны. Важно отметить, что это относится к особенностям LibreOffice.

	A	B	C
1		+1	+2
2	1	2	3
3	2	3	4
4	3	4	5
5	4	5	6
6	5	6	7
7	6	7	8
8	7	8	9
9	8	9	10
10	9	10	11
11	10	11	12
12	11	12	0
13	12	0	0
14	0		

Заполнение пустых ячеек

Теперь важный момент: пустые ячейки необходимо заполнить нулями. Это специфическая особенность LibreOffice: для корректной работы функции ВПР() требуется вручную ввести нули в соответствующие ячейки. После заполнения можно продолжать работу как обычно.

Примечание от Джобса: можно добавить один процесс с пустой ячейкой, для которой определить время выполнения равное 0. Тогда LibreOffice будет искать во всем диапазоне, включая новую строку, так как в ней есть хотя бы одна заполненная ячейка.

Подсчет количества траекторий

На этом этапе мы будем считать количество траекторий из заданных чисел. Для этого достаточно просуммировать два значения: одно соответствует числу, которое стоит перед текущим, второе – количеству траекторий, связанных с предыдущими числами. Формула проста: складываем оба значения.

Работа с числом 12

Для числа 12 добавляем единицу, так как существует ровно одна программа, которая ведет из 12 в 12. Также не забываем добавить ноль. Далее записывается формула аналогично тому, как она выглядит в Excel, используя функцию ВПР(). Указываем следующую ячейку с номером, выбираем диапазон таблицы и не пугаемся большими значениями, которые могут появиться в процессе расчетов в LibreOffice.

Выбор столбца с количеством траекторий

Выбираем столбец с номерами траекторий – это шестой столбец. Добавляем ноль, и у нас формируется итоговая формула. Если открыть формулу, видно, что числовые значения исчезают, и

результат становится правильным. Применяя абсолютные ссылки (\$), протягиваем формулу вправо, и получаем значение.

	A	B	C	D	E	F
1		+1	+2			
2	1	2	3	89	55	144
3	2	3	4	55	34	89
4	3	4	5	34	21	55
5	4	5	6	21	13	34
6	5	6	7	13	8	21
7	6	7	8	8	5	13
8	7	8	9	5	3	8
9	8	9	10	3	2	5
10	9	10	11	2	1	3
11	10	11	12	1	1	2
12	11	12	0	1	0	1
13	12	0	0	0	0	1
14	0					0

Итоговый результат

Получается, что общее количество траекторий равно 144. Написав это значение рядом, можно увидеть, что именно столько вариантов существует. Однако, если исключить варианты без использования числа 7, получится всего 40 комбинаций. Это легко проверить, заменив число 7 на ноль.

	A	B	C	D	E	F
1		+1	+2			
2	1	2	3	25	15	40
3	2	3	4	15	10	25
4	3	4	5	10	5	15
5	4	5	6	5	5	10
6	5	6	7	5	0	5
7	6	7	8	0	5	5
8	7	8	9	5	3	0
9	8	9	10	3	2	5
10	9	10	11	2	1	3
11	10	11	12	1	1	2
12	11	12	0	1	0	1
13	12	0	0	0	0	1
14	0					0
15						

Таким образом, разница между общим количеством комбинаций и теми, где отсутствует число 7, составляет 104 комбинации, включающие число 7.

Всего	144
Без числа 7	40
	104

Ответ: 104

Задача №5 (449)

Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 33 и при этом траектория вычислений содержит число 16 и не содержит числа 30?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=1h2m55s

Решение

Для решения данной задачи удобно разделить её на две части: сначала посчитаем количество программ, которые переводят число 2 в число 16, а затем — количество программ, переводящих число 16 в число 33, избегая числа 30. После этого найдем общее количество программ путем комбинирования полученных результатов.

Создадим таблицу, где будем отслеживать количество программ для каждого числа от 2 до 16. Применяем команды "прибавить 1" и "умножить на 2". Используя функцию ВПР(), мы можем определить общее количество траекторий от числа 2 до числа 16.

Для ячейки D2 формула будет выглядеть так:

=ВПР(B2;\$A:\$F;6;0)

	A	B	C	D	E	F
1		+1	*2			
2	2	3	4	11	7	18
3	3	4	6	7	4	11
4	4	5	8	5	2	7
5	5	6	10	4	1	5
6	6	7	12	3	1	4
7	7	8	14	2	1	3
8	8	9	16	1	1	2
9	9	10		1	0	1
10	10	11		1	0	1
11	11	12		1	0	1
12	12	13		1	0	1
13	13	14		1	0	1
14	14	15		1	0	1
15	15	16		1	0	1
16	16					1
17	0					0

Таким образом, количество программ, переводящих число 2 в число 16, равно 18.

Теперь перейдем ко второй части задачи — посчитаем количество программ, переводящих число 16 в число 33, избегая числа 30. Для этого используем ту же методику, что и ранее:

	+1	*2			
16	17	32	1	1	2
17	18		1	0	1
18	19		1	0	1
19	20		1	0	1
20	21		1	0	1
21	22		1	0	1
22	23		1	0	1
23	24		1	0	1
24	25		1	0	1
25	26		1	0	1
26	27		1	0	1
27	28		1	0	1
28	29		1	0	1
29	30		1	0	1
30	31		1	0	1
31	32		1	0	1
32	33		1	0	1
33					1
0					0

Посчитаем количество программ, избегая числа 30:

	+1	*2			
16	17	32	0	1	1
17	18		0	0	0
18	19		0	0	0
19	20		0	0	0
20	21		0	0	0
21	22		0	0	0
22	23		0	0	0
23	24		0	0	0
24	25		0	0	0
25	26		0	0	0
26	27		0	0	0
27	28		0	0	0
28	29		0	0	0
29	30		0	0	0
30	31		1	0	0
31	32		1	0	1
32	33		1	0	1
33					1
0					0

Как видно, единственная программа, ведущая из 16 в 33 и обходящая число 30, состоит в переходе от 16 к 32, а затем к 33.

Теперь, когда у нас есть количество программ для обоих этапов, мы можем найти общее количество программ, удовлетворяющих всем условиям задачи. Оно будет равно произведению количеств программ на каждом этапе:

Общее количество программ = $18 \times 1 = 18$ Общее количество программ = $18 \times 1 = 18$

Ответ: 18

Задание №6 (7940)

У исполнителя имеются три команды, которые обозначены латинскими буквами:

А. Вычти 1

В. Вычти 6

С. Найди целую часть от деления на 2

Первая команда уменьшает число на экране на 1, вторая команда уменьшает это число на 6, третья команда делит число нацело на 2. Программа для исполнителя – это последовательность команд.

Сколько существует таких программ, которые исходное число 34 преобразуют в число 6, и при этом траектория вычислений содержит числа 19 и 29 и не содержит числа 24?

Решение

Задача заключается в построении траектории, проходящей через точки 19 и 29, начиная с значения 34. Процесс должен быть разделен на несколько этапов:

1. Переход от значения 34 к значению 29;
2. Включение в маршрут точки 19, минуя значение 24;
3. Завершение пути на конечном значении 6.

Комбинация этих этапов позволяет создать требуемую траекторию, начинающуюся с 34, проходящую через 19 и 29 (с исключением 24) и заканчивающуюся на 6. Для выполнения данной задачи в Excel необходимо воспользоваться функцией целочисленного деления.

На первом этапе осуществляется переход от 34 к 29. Этот процесс реализуется следующим образом: 34, 33, 29. Затем применяется операция целочисленного деления на 2 для получения целой части числа. Однако поскольку все промежуточные значения меньше 29, эта операция не применима, так как она может привести к отклонению от заданной цели. Также операции "минус 6" и "разделить на 2" недопустимы, так как они могут существенно уменьшить значение. Единственным доступным методом остается последовательное вычитание единицы. Следовательно, на данном этапе существует единственная возможная траектория.

	A	B	C	D	E
1		-1	-6	//2	
2	34	33			1
3	33	32			1
4	32	31			1
5	31	30			1
6	30	29			1
7	29				1
8					

Второй этап включает переход от 29 к 19. Деление на 2 на этом этапе также неприменимо, так как результат будет слишком малым числом (например, 14), что приведет к пропуску точки 19. Поэтому единственным возможным действием на этом этапе остается последовательное вычитание единицы. Соответственно, здесь также существует только одна возможная траектория.

Существуют две возможные траектории: одна через 24 и другая напрямую в 19. Рассматривая более широкий диапазон значений, можно выявить следующие варианты:

- От 25 до 20: 2 траектории через 25 и 1 через 20, всего 3 траектории.
- От 26 до 21: 3 траектории через 26 и 1 через 21, всего 4 траектории.
- От 27 до 22: 4 траектории через 27 и 1 через 22, всего 5 траекторий.
- От 28 до 23: 5 траекторий через 28 и 1 через 23, всего 6 траекторий.

Т.к. траектория не должна содержать 4. Поставим в соответствующую ячейку 0.

Таким образом, общее количество возможных траекторий от 29 до 19 составляет 5.

G	H	I	J	K
	-1	-6	//2	
29	28	23		5
28	27	22		4
27	26	21		3
26	25	20		2
25	24	19		1
24	23			0
23	22			1
22	21			1
21	20			1
20	19			1
19				1

Последний этап требует перехода от 19 к конечному числу 6. При делении 19 пополам получаем 10, что представляет собой целую часть числа. Исключив все значения меньше 6, мы обнаруживаем, что значение 24 отсутствует во всем диапазоне. Необходимо добавить нулевую строку для корректного использования функции ВПР(). Указав числовое значение и соответствующий диапазон данных, функция возвращает 23 траектории от 19 до 6.

M	N	O	P	Q	R	S	T
	-1	-6	//2				
19	18	13	9	=ВПР(N2;\$M:\$T;8;0)	5	1	23
18	17	12	9		13	3	1
17	16	11	8		11	1	1
16	15	10	8		9	1	1
15	14	9	7		7	1	1
14	13	8	7		5	1	1
13	12	7	6		3	1	1
12	11	6	6		1	1	1
11	10				1	0	0
10	9				1	0	0
9	8				1	0	0
8	7				1	0	0
7	6				1	0	0
6							
0							

Умножение количества траекторий на предыдущих этапах дает итоговый результат: $1 * 5 * 23 = 115$ траекторий.

Ответ: 115

Задание № 7(7623)

У исполнителя имеются две команды, которые обозначены латинскими буквами:

А. Вычесть 2

В. Найти целую часть от деления на 2

Первая команда уменьшает число на 2, вторая – находит целую часть от деления числа на 2.

Программа для исполнителя – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 38 результатом является число 2, при этом траектория вычислений содержит число 16?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=1h24m45s

Решение

Чтобы перейти из 38 в 2 с обязательным включением числа 16, сначала рассчитаем переход из 38 в 16. Вычтем 2, затем разделим целое число на 2. Выполним операцию вычитания "-2" и найдем целую часть от деления. Все значения меньше 16 отбрасываются. Если значение равно 17, то все его ячейки пусты, значит, невозможно достичь числа 16. Таким образом, из 17 нет путей к числу 16.

СУММ						
=ВПР(B2;\$A:\$F;6;0)						
	A	B	C	D	E	F
1		-2	//2			
2	38	36	19	=\$F;6;0)	0	3
3	37	35	18	1	1	2
4	36	34	18	2	1	3
5	35	33	17	1	0	1
6	34	32	17	2	0	2
7	33	31	16	0	1	1
8	32	30	16	1	1	2
9	31	29		0	0	0
10	30	28		1	0	1
11	29	27		0	0	0
12	28	26		1	0	1
13	27	25		0	0	0
14	26	24		1	0	1
15	25	23		0	0	0
16	24	22		1	0	1
17	23	21		0	0	0
18	22	20		1	0	1
19	21	19		0	0	0
20	20	18		1	0	1
21	19	17		0	0	0
22	18	16		1	0	1
23	17			0	0	0
24	16					1
25	0					0
26						

Теперь подсчитаем количество возможных траекторий из 38 в 16. Выделим два столбца для количества траекторий для каждого числа. В третьем столбике будем считать общее количество. Сумма значений первого и второго столбцов даст нам итоговый результат. Запишем единицу в первый столбик и добавим нуль. Используем функцию ВПР(), чтобы узнать количество траекторий из заданного числа до 16. В итоге получаем три возможные траектории из 38 в 16.

Теперь рассчитаем переходы от 16 к 2. Скопируем часть таблицы и продолжим работу с числами 16 и 15. Обратите внимание, что при достижении значения менее 2 необходимо удалить соответствующие строки.

Затем протягиваем формулу вниз до конца таблицы. В ячейке, соответствующей числу 1, устанавливаем значение "1". Обязательно добавляем "0" в следующую ячейку, чтобы формула корректно выполнялась. Исправляем диапазон значений формулы согласно новому положению таблицы. Растягиваем полученные данные на весь необходимый диапазон ячеек. Таким образом, получаем количество возможных путей перехода от числа 16 к числу 2. Всего таких путей насчитывается 12.

Н	И	Ж	К	Л	М
	-2	//2			
16	14	8	=ВПР(I2;\$H:\$M;6;0)	4	12
15	13	7		6	1
14	12	7		7	1
13	11	6		4	2
12	10	6		5	2
11	9	5		3	1
10	8	5		4	1
9	7	4		1	2
8	6	4		2	2
7	5	3		1	0
6	4	3		2	0
5	3	2		0	1
4	2	2		1	1
3				0	0
2					
0					

Итоговое количество получается $3 \cdot 12 = 36$ Общее количество комбинаций 36 штук.

Ответ: 36

Задание №8 (6778)

(ЕГЭ-2023) У исполнителя Калькулятор имеются три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 2
2. Прибавь 3
3. Умножь на 2

Выполняя первую из них, исполнитель увеличивает число на экране на 2, выполняя вторую – увеличивает на 3, выполняя третью – умножает на 2. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 3 результатом является число 25, и при этом траектория вычислений содержит число 10 и не содержит число 17?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=1h31m35s

Решение

Необходимо найти количество возможных путей перехода от числа 3 к числу 25, учитывая следующие условия:

- Промежуточное значение должно включать число 10.
- Число 17 не должно встречаться ни на одном этапе.

Для начала рассчитаем количество способов перехода от 3 к 10. Рассмотрим возможные операции: сложение чисел 2 и 3, после чего результат умножим на 2. Выполнив данные шаги, получаем

следующее:

$$3 + 2 = 5$$

$$5 + 3 = 8$$

$$8 * 2 = 16$$

Таким образом, мы получили 16 как промежуточное значение. Однако, согласно условиям задачи, необходимо получить 10. Поскольку из 9 невозможно перейти напрямую в 10, все значения выше 10 автоматически исключаются. Подсчитав возможные пути, получаем 5 различных вариантов достижения числа 10.

Теперь перейдем ко второй части задачи – переход от 10 к 25. Для этого используем аналогичные операции: прибавляем 2 и 3, затем умножаем результат на 2. После выполнения этих действий, проверяем результаты и исключаем те, которые содержат число 17. Подсчет показывает наличие 18 допустимых путей.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1		1	2	3							1	2	3						
2	3	5	6	6	3	1	1	5		10	12	13	20	8	8	2	18		90
3	4	6	7	8	1	1	1	3		11	13	14	22	8	5	1	14		
4	5	7	8	10	1	1	1	3		12	14	15	24	5	3	0	8		
5	6	8	9		1	0	0	1		13	15	16		3	5	0	8		
6	7	9	10		0	1	0	1		14	16	17		5	0	0	5		
7	8	10			1	0	0	1		15	17	18		0	3	0	3		
8	9				0	0	0	0		16	18	19		3	2	0	5		
9	10							1		17	19	20		2	2	0	0		
10	0							0		18	20	21		2	1	0	3		
11										19	21	22		1	1	0	2		
12										20	22	23		1	1	0	2		
13										21	23	24		1	0	0	1		
14										22	24	25		0	1	0	1		
15										23	25			1	0	0	1		
16										24				0	0	0	0		
17										25							1		
18										0							0		
19																			
20																			

Итак, общее количество путей от 3 к 25, удовлетворяющих всем условиям, составляет $5 * 18 = 90$.

Ответ: 90

Задание №9 (467)

Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 3

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 15, и при этом траектория вычислений содержит числа 4 и 11?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952_456241272?t=1h36m15s

Решение

Предположим, что программа завершается командой "+1", которая увеличивает число на 1.

Следовательно, перед выполнением этой команды должно было быть число 31.

Необходимо найти общее количество различных путей достижения числа 31, а затем добавить к каждому пути завершающую команду "+1". Таким образом, каждая найденная траектория приведет к числу 32, причем предпоследним шагом всегда будет команда "+1".

Однако условие задачи требует, чтобы предпоследней командой была команда "+1". Это означает, что после выполнения этой команды могут следовать дополнительные шаги. Возможны следующие варианты:

- После команды "+1" следует ещё одна команда "+1";
- После команды "+1" следует команда "*2".

Оба этих сценария удовлетворяют условиям задачи, поскольку в каждом случае предпоследней командой будет "+1".

Таким образом, необходимо рассмотреть два возможных значения, предшествующих команде "+1": 31 и 30. Для первого случая получаем 31 (поскольку $31 + 1 = 32$), а для второго – 30 (так как $30 * 2 = 60$).

Рассмотрим оба варианта:

1. Все возможные пути от 5 до 30;
2. Все возможные пути от 5 до 15.

После этого добавляем соответствующие команды для завершения программы (" +1" и "+1" для первого случая; "+1" и "*2" для второго).

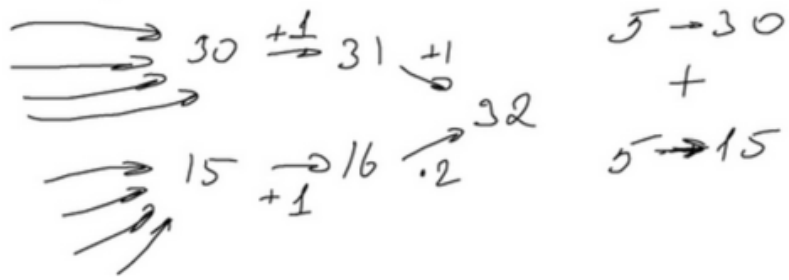
Следовательно, задача сводится к определению количества путей от 5 до 30 и от 5 до 15, а затем суммированию полученных результатов.

Используя метод динамического программирования, находим количество путей от 5 до 30 и от 5 до 15. Результаты складываются, что дает итоговое количество программ, соответствующих заданным условиям.

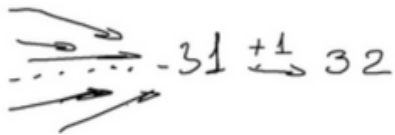
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		+1	*2						+1	*2					
2	5	6	10	17	7	24		5	6	10	3	1	4		28
3	6	7	12	12	5	17		6	7	12	2	1	3		
4	7	8	14	9	3	12		7	8	14	1	1	2		
5	8	9	16	8	1	9		8	9		1	0	1		
6	9	10	18	7	1	8		9	10		1	0	1		
7	10	11	20	6	1	7		10	11		1	0	1		
8	11	12	22	5	1	6		11	12		1	0	1		
9	12	13	24	4	1	5		12	13		1	0	1		
10	13	14	26	3	1	4		13	14		1	0	1		
11	14	15	28	2	1	3		14	15		1	0	1		
12	15	16	30	1	1	2		15					1		
13	16	17		1	0	1		0					0		
14	17	18		1	0	1									
15	18	19		1	0	1									
16	19	20		1	0	1									
17	20	21		1	0	1									
18	21	22		1	0	1									
19	22	23		1	0	1									
20	23	24		1	0	1									
21	24	25		1	0	1									
22	25	26		1	0	1									
23	26	27		1	0	1									
24	27	28		1	0	1									
25	28	29		1	0	1									
26	29	30		1	0	1									
27	30					1									
28	0					0									

В результате расчетов получаем 24 пути от 5 до 30 и 4 пути от 5 до 15. Суммируя эти результаты, получаем 28 возможных программ, в которых предпоследней командой является "+1".

Предыдущие команды



Последние команды



Ответ: 28

Telegram: @fast_ege