

## . Разбор домашней работы №2

### 15\_DZ\_4\_1

#### Задача № 1 (1013)

На числовой прямой даны два промежутка:  $P=[23;45)$  и  $Q=[34;56]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(x \notin A) \vee (x \notin P) \wedge (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h0m0s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h0m0s)

#### Решение

Обратим внимание, что у промежутка  $P$  здесь выколота правая точка.

```
def f(x):
    P = 23<=x<45
    Q = 34<=x<=56
# переменные a1 и a2 будут задаваться глобально
    A = a1<=x<=a2
    return not A or (not P and Q)
# составляем список чисел y, которые будут проверяться
d = [y for x in (23,45,34,56) for y in (x,x+0.01,x-0.01)]
# список для сохранения длин подходящих отрезков
m = []
for a1 in d:
    for a2 in d:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in d):
            m.append(a2-a1)
print(max(m))
```

Результат работы программы

11

Ответ: 11

**15\_DZ\_4\_2****Задача №2 (1223)**

Апробация 27.04

На числовой прямой даны два отрезка:  $B=[25;40]$  и  $C=[12;33]$  Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что логическое выражение  $((x \in B) \rightarrow (x \in A)) \wedge (\neg(x \in C) \vee (x \in A))$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h3m10s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h3m10s)

*Решение*

```
def f(x):
    B = 25<=x<=40
    C = 12<=x<=33
    A = a1<=x<=a2
    return (B <= A) and (not C or A)
# составляем список чисел y, которые будут проверяться
d = [y for x in (25,40,12,33) for y in (x,x+0.01,x-0.01)]
# список для сохранения длин подходящих отрезков
m = []
for a1 in d:
    for a2 in d:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in d):
            m.append(a2-a1)
print(min(m))
```

Результат работы программы:

28

Ответ: 28

**15\_DZ\_4\_3****Задача № 3 (1320)**

На числовой прямой даны три отрезка:  $P=[10,25]$ ,  $Q=[15,30]$  и  $R=[25,40]$ . Какова максимальная длина отрезка  $A$ , при котором формула:

$((x \in Q) \rightarrow (x \notin R)) \wedge (x \in A) \wedge (x \notin P)$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ ?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h5m15s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h5m15s)

### Решение

```
def f(x):
    P = 10<=x<=25
    Q = 15<=x<=30
    R = 25<=x<=40
    A = a1<=x<=a2
    # высказывание (not R) заключим в скобки для корректной работы программы
    return (Q <= (not R)) and A and not P
# составляем список чисел y, которые будут проверяться
d = [y for x in (10,25,15,30,25,40) for y in (x,x-0.01,x+0.01)]
# список для сохранения длин подходящих отрезков
m = []
for a1 in d:
    for a2 in d:
        # т.к. по условию высказывание должно быть тождественно ложно, f(x)==0
        if a2>=a1 and all(f(x)==0 for x in d):
            m.append(a2-a1)
print(max(m))
```

Результат работы программы:  
20

Ответ: 20

Telegram: @fast\_ege

## 15\_DZ\_4\_4

### Задача № 4 (17528)

Основная волна 07.06.24

На числовой прямой даны два отрезка:  $P=[15;40]$  и  $Q=[21;63]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , для которого логическое выражение  $(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$  истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h7m55s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h7m55s)

*Решение:*

```
def f(x):  
    P = 15<=x<=40  
    Q = 21<=x<=63  
    A = a1<=x<=a2  
    return P <= ((Q and not A) <= (not P))  
# составляем список чисел y, которые будут проверяться  
d = [y for x in (15,40,21,63) for y in (x,x+0.01,x-0.01)]  
# список для сохранения длин подходящих отрезков  
m = []  
for a1 in d:  
    for a2 in d:  
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in d):  
            m.append(a2-a1)  
print(min(m))
```

Результат работы программы:

19

Ответ: 19

Telegram: @fast\_ege

## 15\_DZ\_4\_5

### Задача №5 (15330)

Досрочная волна 2024

На числовой прямой даны два отрезка:  $B=[24;90]$  и  $C=[47;115]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , для которого логическое выражение  $(x \in C) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in B)) \rightarrow \neg(x \in C))$  истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h10m5s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h10m5s)

*Решение*

```
def f(x):  
    B = 24<=x<=90  
    C = 47<=x<=115  
    A = a1<=x<=a2
```

```

    return C <= ((not A and B) <= (not C))
# составляем список чисел y, которые будут проверяться
d = [y for x in (24,90,47,115) for y in (x,x-0.01,x+0.01)]
# список для сохранения длин подходящих отрезков
m = []
for a1 in d:
    for a2 in d:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in d):
            m.append(a2-a1)
print(min(m))

```

Результат работы программы:

43

Ответ: 43

Telegram: @fast\_ege

## 15\_DZ\_4\_6

### Задание №6 (5923)

На числовой прямой даны три отрезка:  $P=[5,280]$ ,  $Q=[295,400]$  и  $R=[375,450]$ .

Какова наименьшая длина отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h12m15s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h12m15s)

*Решение*

```

def f(x):
    P = 5<=x<=280
    Q = 295<=x<=400
    R = 375<=x<=450
    A = a1<=x<=a2
    return (Q <= P) or ((not A)<=R)
# составляем список чисел y, которые будут проверяться
d = [y for x in (5,280,295,400,375,450) for y in (x,x+0.0001,x-0.0001)]
# список для сохранения длин подходящих отрезков
m = []
for a1 in d:
    for a2 in d:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in d):
            m.append(a2-a1)
print(min(m))

```

Результат работы программы:

79.99990000000003

Полученное в результате работы программы нецелое число объясняется тем, что  $A$  является полуинтервалом, у которого выколота одна точка, поэтому получается не целое число, которое требуется округлить до ближайшего целого числа.

Ответ: 80

Telegram: @fast\_ege

## 15\_DZ\_4\_7

### Задание № 7(4283)

Элементами множеств  $A$ ,  $P$ ,  $Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{1, 3, 4, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}$   $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$  Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ). Определите наименьшее возможное произведение элементов в множестве  $A$ .

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h15m45s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h15m45s)

#### Решение

Для решения задачи необходимо определить наименьшее множество  $A$ , потому что в  $A$  будут только натуральные числа, и чем их меньше, тем меньше будет их произведение. Определив наименьшее множество, перемножим все его элементы между собой и получим ответ.

```
# создадим пустое множество A
a = set()

def f(x):
    P = x in {1, 3, 4, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21}
    Q = x in {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}
    A = x in a
    return (P <= A) or ((not A) <= (not Q))

#Переберем числа x от 1 до 100, если каком-то числе функция оказывается #равной нулю,
следует это число добавить к множеству A
for x in range(1, 100):
    if f(x) == 0:
```

```
a.add(x)
print(a)
```

Результат работы программы:

{9, 3, 21, 15}

Т.к. в этих четырех числах выражение ложно, они принадлежат минимальному множеству А. Перемножив эти числа получаем ответ.

Ответ: 8505

Telegram: @fast\_ege

## 15\_DZ\_4\_8

### Задание №8 (3156)

Элементами множеств А, Р и Q являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$  и  $Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ . Известно, что выражение

$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x. Определите наибольшее возможное количество элементов множества А

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h18m50s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h18m50s)

*Решение*

Так как требуется определить наибольшее множество, в котором выражение истинно, нужно заполнить это множество числами и, перебрав все элементы этого множества, удалить из него те, которые дают ноль. Затем вывести оставшиеся в множестве А значения.

```
# создадим множество А из некоторого количества натуральных чисел
a = set(range(1,100))
def f(x):
    P = x in {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20}
    Q = x in {5,10,15,20,25,30,35,40,45,50}
    A = x in a
    return (A <= P) and (Q <= (not A))
#если в числе x функция f(x)==0, то мы удаляем это число из множества А
for x in range(1,100):
    if f(x)==0:
        a.remove(x)
print(a)
```

Результат работы программы:

{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18}

Ответ: 8

Telegram: @fast\_ege

## 15\_DZ\_4\_9

### Задание №9(6836)

Пусть  $P$  – множество всех 16-битовых цепочек, начинающихся с 01,  $Q$  – множество всех 16-битовых цепочек, оканчивающихся на 1, а  $A$  – некоторое множество произвольных 16-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество  $A$ , при котором для любой 16-битовой цепочки  $x$  истинно выражение

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in A))$$

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h21m5s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h21m5s)

#### Решение

```
#подключим библиотеку itertools
from itertools import *
# создадим пустое множество A
a = set()
# сформируем множества P и Q из элементов являющихся строками
# множество P состоит из строк начинающихся на '01'
# множество Q состоит из строк оканчивающихся на '1'
def f(x):
    P = x[0]+x[1]=='01'
    Q = x[-1]=='1'
    A = x in a
    return Q <= (P or A)
# переберем 16-битовые цепочки
for x in product('01',repeat=16):
    s = ''.join(x)
#если функция данной цепочки равна 0, то мы добавляем ее к множеству A
    if f(s)==0:
        a.add(s)
print(len(a))
```

Результат работы программы:

24576

Ответ: 24576

Telegram: @fast\_ege



**Задание №10 (1370)**

На числовой прямой даны два отрезка:  $P=[20;85]$  и  $Q=[30;65]$ . Сколько отрезков  $A$  ненулевой длины существует таких, что логическое выражение

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Примечание:  $A = [a; b]$ , где  $a$  и  $b$  – целые числа.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: [https://vk.com/video-205546952\\_456241199?t=0h25m5s](https://vk.com/video-205546952_456241199?t=0h25m5s)

*Решение*

Обратим внимание, что здесь у отрезка целые границы по примечанию к условию задачи.

```
def f(x):
    P = 20<=x<=85
    Q = 30<=x<=65
    A = a1<=x<=a2
    return (P==Q) <= (not A)

d = [y for x in range(1,100) for y in (x,x+0.01,x-0.01)]
# счётчик для подсчета подходящих отрезков
k = 0
# проверим функцию на числах принадлежащих отрезку A
for a1 in range(1,100):
    for a2 in range(1,100):
# «a2>a1» - т.к. отрезки ненулевой длины по условию
        if a2>a1 and all(f(x)==1 for x in d):
            k += 1
print(k)
```

Результат работы программы:

235

**Ответ : 235**

Telegram: @fast\_ege