Конспект занятия

Задание 7. 2024-2025. конспект занятия

Задание 7 само по себе не сложное, вычислительное, то есть нужно составить математическое выражение и посчитать.

Начнем с того, что изображения в компьютере хранятся в двух формах – есть 2 способа закодировать изображение:

- растровый способ.
- векторный способ.

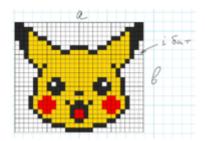
Растровый способ – это когда картинка представляет собой прямоугольник из точек разных цветов. Он является самым распространённым способом кодирования цвета

Векторный способ – это когда картинка представляет собой набор геометрических фигур. Самое интересное, что по своей сути векторная картинка – это текст. То есть, если вы возьмете векторную картинку и посмотрите, что у нее внутри, то увидите определенную XML-разметку, написанную обычным текстом, которую парсят редакторы и превращают ее в картинку.

Мы будем говорить про растровый способ кодирования (про прямоугольник из пикселей).

Итак, как же измеряется размер пиксельной картинки?

У нас есть прямоугольник, в котором есть некая длина A и ширина В. И каждый пиксель в этой картинке занимает одинаковое количество бит, то есть имеет одинаковый размер пикселя – і бит.



Отсюда, чтобы получить размер изображения, нужно перемножить длину на ширину изображения и на размер пискеля в битах.

P-р изображения = A*B*i бит

При этом, размер пикселя, как и в символах, тоже имеет определенный смысл. Мы по размеру символа в битах можем определить, какого размера была кодировка. Примерно из такого же расчета, мы можем определить количество бит. Только используем не символы (как в тексте), а цвета. То есть кодируются цвета.

Чтобы определить количество цветов, нужно 2 возвести в степень і (2^i) .

Например, в старой игровой приставке используется 256 цветов, потому что на каждый цвет идет по 8 бит.

Эта формула работает в обе стороны. То есть, если мы знаем размер пикселя, то можем узнать количество цветов. Например, і = 8 бит, то количество цветов в изображении будет равно 256.

Принцип такой же, как и в 11 задании.

Задание 1 (187)

Какой минимальный объем памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размеров 128 x 128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=5m35s

Решение

Мы знаем, что размер картинки – это длина на ширину на размер одного пикселя. Размер пикселя мы пока не знаем, но видим, что нужно закодировать 256 цветов.

Чтобы закодировать 256 цветов, нам нужно 8 бит. То есть один пиксель будет занимать 8 бит.

Тогда размер всей картинки в битах = $128 \cdot 128 \cdot 8$

Но нам нужно найти ответ в Кбайт. Как известно, 1 Кбайт =1024 Байт $=2^{10}$ Байт =1024 Байт =1024

Чтобы перевести Кбайт в биты, нужно Кбайт умножить на 2^{10} и умножить на 2^3 = 2^{13} бит.

Значит, нам нужно поделить размер картинки на 2^{13} .

$$rac{128 \cdot 128 \cdot 8}{2^{13}} = 16$$
 Кбайт

Ответ: 16

Задание 2 (189)

Рисунок размером 512×256 пикселей занимает памяти 64 Кбайт (без учета сжатия). Найдите максимально возможное количество цветов в палитре изображения.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=8m5s

Решение

Это задача похожа на предыдущую, однако является обратной.

Чтобы узнать ответ на вопрос, нам нужно понять размер одного пикселя в битах. Используем формулу для поиска размера изображения, подставляя известные данные.

$$512 \cdot 256 \cdot i = 64 \cdot 2^{13}$$
 бит

Размер пикселя = размер всей картинки в битах и делим на количество всех пикселей.

$$i=rac{64\cdot 2^{13}}{512\cdot 256}=4$$
 бита

Количество цветов: 4 бита $= 2^4$ цветов = 16 цветов.

Почему 2^4 ? Потому что, когда мы разбирали 11 задание, мы говорили, что в n бит можно закодировать 2^n . То есть, если у вас 4 бита, вы можете использовать 16 кодов максимум.

Ответ: 16

Задание 3 (1823)

Камера делает фотоснимки размером 3200×1800 пикселей. На хранение одного кадра отводится 3 Мбайт. Найдите максимально возможное количество цветов в палитре изображения.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=14m10s

Решение.

Стоит отметить, что кадр – это одна картинка – одно изображение.

Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно узнать, сколько бит занимает один пиксель. Значит, нужно перевести из Мбайт в биты. 1 Мбайт = 1024 Кбайт = 2^{23} бит

$$3200 \cdot 1800 \cdot i = 3 \cdot 2^{23}$$
 бит

$$i = rac{3 \cdot 2^{23}}{3200 \cdot 1800} pprox 4,36$$
 бит - максимальный размер пикселя

> 3*2**23/(3200*1800) 4.369066666666667 Больше размер пикселя быть не может, потому что в таком случае, мы превысим объем в 3 Мбайт.

Допустим, i = 5 бит.

Размер картинки $=rac{3200\cdot 1800\cdot 5}{2^{23}}pprox 3,4$ Мбайт. То есть места для кадра не хватит.

> 3200*1800*5/2**23 3.4332275390625

Тогда берем максимальное целое значение – 4 бита.

i = 4 бита.

Значит, максимальное количество цветов $= 2^4 = 16$ цветов.

Ответ: 16

Задание 4 (5081).

Для хранения произвольного растрового изображения размером 640 x 480 пикселей отведено 230 Кбайт памяти без учета размера заголовка файла. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. При сохранении данные сжимаются, размер итогового файла после сжатия становится на 25% меньше исходного. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=21m

Решение

Условие задачи: «без учета размера заголовка файла» в данном случае никак не влияет на задачу, это пояснение про то, что есть информация только про пиксель. Можно считать это уточнением для параноиков)).

Важно:

- файл сжимается при сохранении на 25%. То есть становится меньше

оригинального изображения на 25%,

- 230 Кбайт отведено для хранения сжатого изображения, потому что сначала оригинальное изображение сжали, а после этого сохранили.
- 230 Кбайт максимальный размер сжатого изображения. Значит, мы не можем использовать данное число для подстановки в формулу, так как она используется для размера оригинального изображения.

Поэтому нам нужно найти размер (объем) оригинального изображения ДО сжатия с помощью пропорции.

Правило: За 100% берем то, с чем сравниваем.

Значит, в данном случае 100% размер будет у исходного оригинального изображения.

Сжатый	Оригинальный
230 K6	Х Кб
100 – 25 = 75%	100%

Сразу переведем в бит.

$$x=\frac{230\cdot 100}{75}$$

Советую в этих задачах считать в самом конце.

Запишем формулу, чтобы найти размер пикселя.

$$640 \cdot 480 \cdot i = \frac{230 \cdot 100 \cdot 2^{13}}{75}$$

$$i = rac{230 \cdot 100 \cdot 2^{13}}{75 \cdot 640 \cdot 480} = 8,17$$
 бит — максимальный размер пикселя.

>>> 230*100*2**13/(75*640*480)

$$i_{max} = 8$$
 бит

Значит, количество цветов $= 2_8 = 256$.

Ответ: 256

Задание 5 (ЕГЭ-2022).

Для хранения сжатого произвольного растрового изображения размером 1024 х 768 пикселей отведено 250 Кбайт памяти без учета размера заголовка файла. Исходный файл изображения больше, чем сжатый, на 40%. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=32m

Решение

Важно: Исходный файл изображения больше, чем сжатый, на 40%. То есть за 100% берем сжатый.

Оригинал	Сжатый
Х Кбайт	250 Кбайт
100+40 = 140%	100 %

$$x=rac{250\cdot 140}{100}$$
 Кбайт $=$ 350 Кбайт

Будь внимателен с составлением пропорции. Иначе выйдет ошибка.

Вот так не правильно:

Оригинал	Сжатый
VC	050 1/6-8-

Допустим, что мы берем за 100% оригинальное изображение, тогда по условию, сжатое изображение 60%.

И здесь уже получается проблема, ведь разница между оригинальным изображением и сжатым не 40%. Но мы попробуем вычислить x.

$$x=rac{250\cdot 100}{60}=416$$
 Кбайт

x = 250*100 : 60 = 416 Кбайт

>> 250*140/100

350.0

·>> 250*100/60

416.666666666667

Цифры очень разные. Поэтому будь внимателен с пропорциями!

Теперь подставим значения в формулу и найдем максимальный размер пикселя.

$$1024 \cdot 768 \cdot i = 25 \cdot 14 \cdot 2^{13}$$

$$i = rac{25 \cdot 14 \cdot 2^{13}}{1024 \cdot 768} = 3,64$$
 бит - максимальный размер пикселя

25*14*2**13/(1024*768) 3.645833333333335

i = 3 бита

Максимальное количество цветов: 8.

Ответ: 8

Как округлять, в большую или меньшую сторону?

Нужно всегда смотреть на контекст — это граница верхняя или нижняя? Если это верхняя граница, как в данной задаче (не больше, чем), тогда округляем вниз. Если это нижняя граница — не меньше, чем, тогда округляем в большую сторону.

Когда мы ищем количество цветом, мы работаем с оригинальным изображением, так как в сжатом изображении убрана часть информации.

Задание 6 (5441)

Для хранения произвольного растрового изображения размером 640 x 192 пикселя отведено 150 Кбайт памяти без учета размера заголовка файла. При кодировании каждого пикселя используется 2 бита для определения степени

прозрачности и одинаковое количество бит для указания его цвета. Коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов (без учета степени прозрачности) можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=41m45s

Пояснение

В пикселе не обязательно содержится только цвет. Посмотри на значок, отмеченный красным.



Какой он формы: прямоугольный или круглый? Наверняка ты ответишь, что значок круглый. Но на самом деле этот значок прямоугольный! Как и другие значки на рисунке.

Дело в том, что вокруг основного рисунка расположены прозрачные пиксели. Изза этого мы воспринимаем этот значок как круг.

И эта информация о прозрачности хранится вместе с цветом. Например, если взять формат png, там, условно, 24 бита на цвет, 8 на прозрачность. Получается, 4 байта на точку.

Решение

Из условия: «При кодировании каждого пикселя используется 2 бита для определения степени прозрачности» - это значит, что в пикселе 2 бит отводится на прозрачность.

Мы понимаем, что в пикселе есть не только цвет, но и 2 бита на прозрачность, которые нужно будет отделить.

Сначала нам нужно найти размер одного пикселя.

$$i = rac{150 \cdot 2^{13}}{640 \cdot 192} = 10$$
 бит

10 бит – 2 бит прозрачности = 8 бит цвета

Максимальное количество цветов: $2^8 = 256$ цветов

Ответ: 256

Задание 7 (5444) - измененное Алексеем на стриме

Для хранения произвольного растрового изображения размером 360х768 пикселей отведено 405 Кбайт памяти без учета размера заголовка файла. При кодировании цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, при этом для каждых трех бит цвета дописывается дополнительный бит контроля четности. Коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=45m50s

Решение

Начнем с того, что найдем размер пикселя.

$$i=rac{405\cdot 2^{13}}{360\cdot 768}=12$$
 бит

Поясним условие из задачи: «для каждых трех бит цвета дописывается дополнительный бит контроля четности». Если взять биты, то получается цвет, цвет, цвет, четность. То есть в нашем пикселе отношение цвета к четности 3 к 1, что означает 4 части (3 части на цвет, одна на четность).



То есть у нас есть 3 части цвета и одна часть четности.

По такому же принципу: если пиксель занимает 12 бит, то поделив этот размер на 4 части, получается 3 бита на четность и 9 бит отводится на цвет.

Значит, максимальное количество цветов, которое можно записать — это $2^9 = 512$ цветов.

Ответ: 512

Задание 8 (1851)

Автоматическая фотокамера каждую секунду создает растровое изображение, содержащее 2^{16} = 65536 цветов. Размер изображения — 640 x 480 пикселей. Все полученные изображения и коды пикселей внутри одного изображения записываются подряд, никакая дополнительная информация не сохраняется, данные не сжимаются. Сколько Мбайт нужно выделить для хранения всех изображений, полученных за 128 секунд? В ответе запишите только целое число — количество Мбайт, единицу измерения указывать не нужно.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h4m10s

Решение

Найдем размер пикселя. По условию задачи у нас 2^{16} цветов, значит размер пикселя = 16 бит.

Тогда размер одного изображения: 640 · 480 · 16 бит

Теперь наша задача — найти количество этих изображений. Из условия задачи: «Автоматическая фотокамера каждую секунду создает растровое изображение». Также нам известно время: 128 секунд. Получается, что всего у нас 128 изображений.

Чтобы найти ответ на задачу, нам нужно перемножить размер одного изображения на количество всех изображений. И перевести в Мбайт (поделить на 2^{23}).

$$rac{128 \cdot 640 \cdot 480 \cdot 16}{2^{23}} = 75$$
 Мбайт

Ответ: 75

Задание 9 (7449) ЕГЭ-2024

Ссылка на видео-разбор с таймкодом:

Прибор автоматической фиксации нарушений правил дорожного движения делает фотографии размером 1024 x 960 пикселей, используя палитру из 8192 цветов. Для передачи снимки группируются в пакеты по несколько штук и передаются в центр обработки информации со скоростью 1 474 560 бит/с. Каково максимально возможное количество снимков в одном пакете, если на передачу одного пакета отводится не более 280 с.?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h8m10s

Решение

Используется $8192=2^{13}$ цветов, значит пиксель занимает 13 бит.

Тогда одно изображение занимает 1024-960-13 бит

Сколько изображений может быть в пакете?

Пакет передается за 280 секунд со скоростью 1 474 560 бит,сек.

Значит максимальный размер пакета будет 1474560.280 бит.

Чтобы узнать количество изображений берем максимальный размер пакета и делим его на размер одного изображения.

$$\frac{1474560 \cdot 280}{1024 \cdot 960 \cdot 13}$$
|>>>|\frac{1}{2} \frac{474}{32.30769230769231}

Мы получили верхнюю границу, значит максимальное целое количество 32 снимка.

Задание 10 (7544) ЕГЭ-2024

Прибор автоматической фиксации нарушений правил дорожного движения делает цветные фотографии размером 1280×960 пикселей. Снимки сохраняются в памяти камеры, группируются в пакеты по 24 шт., затем передаются в центр обработки информации со скоростью передачи данных 1 392 640 бит/с. Каково максимальное возможное количество цветов в палитре изображения, если на передачу одного пакета отводится не более 180 секунд?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h25m55s

Решение

Здесь дано разрешение картинки и известно сколько снимков в пакете. И необходимо найди максимальное количество цветов в палитре.

Поэтому применим действия для решения предыдущей задачи в обратном порядке: поделим максимальный размер пакета на количество изображений. Это максимальный размер одного изображения.

$$\frac{1392640 \cdot 180}{24} = 1280 \cdot 960 \cdot i$$

Исходя из этого мы можем найти максимальный размер пикселя.

$$i = rac{1392640 \cdot 180}{24 \cdot 1280 \cdot 960} \ | \stackrel{>>>}{|_{8.5}^{1_392_640*180/(24*1280*960)}}$$

Это верхняя граница, значит один пиксель занимает максимально 8 бит. Или может принимать 256 цветов.

Задание 11 (191)

После преобразования растрового графического файла его объем уменьшился в 1,5 раза. Определите наибольшее количество цветов, которое могло быть в

палитре первоначально, если после преобразования было получено растровое изображение того же разрешения в 16-цветной палитре?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h21m10s

Решение

Составим таблицу

Было	Стало
Х Кбайт	Х/1.5 Кбайт
? бит на пиксель	4 бита на пиксель (16=2**4 цветов)

То есть как у нас изменилась картинка, так изменился и размер точки.

Чтобы найти размер точки, который был изначально, составим пропорцию.

$$?=rac{x\cdot 4}{rac{x}{1,5}}=rac{x\cdot 4\cdot 1,5}{x}=6$$
 бит

Что логично – в полтора раза уменьшился размер картинки и в полтора же раза изменился размер точки.

Значит изначально было 64 цвета.

Задание 12 (192)

После преобразования растрового 256-цветного графического файла в 4-цветный формат его размер уменьшился на 18 Кбайт. Каков был размер исходного файла в Кбайтах?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h25m55s

Было	Стало
Х Кбайт	(Х - 18) Кбайт

То есть размер точки стал в 4 раза меньше.

Кбайты в биты переводить не нужно, так как мы не занимаемся прямыми вычислениями, а составляем пропорцию.

Прим.Джобса: главное, чтобы в числителях была одна размерность, и в знаменателях была тоже одна размерность. Например Кбайт/бит = Кбайт/бит Если каждая точка (в битах) стала в 4 раза меньше, значит вся картинка (в битах) станет в 4 раза меньше.

Поэтому мы можем сказать, что X = 4*(X-18)

$$X = 4X - 72$$

$$3X = 72$$

$$X = 24$$

Задание 13 (1840)

Для хранения в информационной системе документы сканируются с разрешением 600 ррі и цветовой системой, содержащей $2^{24} = 16~777~216$ цветов. Методы сжатия изображений не используются. Средний размер отсканированного документа составляет 12 Мбайт. В целях экономии было решено перейти на разрешение 300 ррі и цветовую систему, содержащую 256 цветов. Сколько Мбайт будет составлять средний размер документа, отсканированного с изменёнными параметрами?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h41m10s

Пояснение что такое ррі

ррі – количество точек на дюйм. Например, размер листа A4 8х11 дюймов. Чтобы узнать, сколько пикселей он будет занимать, нужно определить. с каким разрешением будет произведено сканирование. Например, если сканировать с

разрешением 100 ppi, то на каждый дюйм будем приходиться 100 пикселей. Значит наш лист 8x11 дюймов будет содержать 800x1100 пикселей. Если отсканируем тот же лист с разрешением 200 ppi, то получим 1600x2200 пикселей.

Если сравнить количество пикселей в первом и втором случаях, то заметим, что пикселей стало в 4 раза больше (потому что на два увеличилось количество пикселей как по ширине, так и по высоте) при изменении разрешения вдвое.

Решение

Пусть есть бумажка а на b дюймов.

Было 600 ppi (600a x 600b пикселей), пиксель будет занимать 24 бита.

Стало: 300 ppi (300а \times 300b пикселей), пиксель будет занимать 8 бит ($2^8 = 256$)

То есть точек стало в $\frac{600a\cdot 600b}{300a\cdot 300b}=4$ раза меньше, и пиксель стал в 24/8 = 3 раза меньше.

Если средний размер до изменения был 12 Мбайт, то после всех изменений размер станет в 4.3 = 12 раз меньше. Тогда средний размер документа с измененными параметрами будет равен 1 Мбайт.

Задание 14 (6449)

Камера наблюдения делает фотографии и передаёт их по каналу связи в виде сжатых изображений размером 1024×768 пикселей с разрешением 8 битов. Пропускная способность канала позволяет передать ровно 25 фотографий в секунду. Камеру заменили на новую, которая передаёт фотографии размером 1280×960 пикселей с разрешением 24 бита, при этом коэффициент сжатия изображений не изменился. Сколько фотографий сможет полностью передать новая камера за одну секунду, если в полтора раза увеличить пропускную способность канала связи?

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h50m25s

Решение

Так как коэффициент сжатия не меняется, можно считать, что сжатия и не было.

Было	Стало
1 изобр: 1024-786-8 бит	1 изобр: 1286-960-24 бит

Чтобы посчитать, сколько кадров будет передано при измененных параметрах, нужно скорость передачи разделить на размер изображения. В нашем случае данные берем из столбца «стало».

$$1, 5 \cdot \frac{25 \cdot 1024 \cdot 768 \cdot 8}{1286 \cdot 960 \cdot 24} = 8$$

$$|1.5 \times 25 \times 1024 \times 768 \times 8/(1280 \times 960 \times 24)|$$

$$|1.5 \times 25 \times 1024 \times 768 \times 8/(1280 \times 960 \times 24)|$$

Задание 15

Камера снимает видео без звука с частотой 120 кадров в секунду, при этом изображения используют палитру, содержащую 2^{24} цветов. При записи файлов на сервер, полученное видео преобразуют так, что частота кадров уменьшается до 20, а изображение преобразуют в формат, использующий палитру 256 цветов. Другие преобразования и иные методы сжатия не используют. 10 секунд преобразованного видео в среднем занимают 512 Кбайт. Сколько Мбайт в среднем занимает 1 минута исходного видео.

Ссылка на видео-разбор с таймингом: https://vk.com/video-205546952 456241166?t=1h58m30s

Решение

Если частота изменилась с 120 кадров в секунду до 20 кадров в секунду, то видео будет содержать в 6 раз меньше кадров и, соответственно, уменьшится в 6 раз.

Было 2^{24} цветов стало 256 цветов. Обращаем внимание на биты. Значит, было 24 битов на пиксель стало 8 бит. Итого размер каждого бита уменьшился втрое и аналогично изменился размер видео.

Если видео стало в 6 раз меньше из-за изменения частоты кадров и в 3 раза меньше из-за изменения глубины цвета, то суммарно видео стало в 3.6 = 18 раз меньше.

Следовательно, если 10 секунд преобразованного видео занимают 512 Кбайт, то 10 секунд оригинального видео занимают 512·18 Кбайт = $9\cdot1024$ Кбайт = 9 Мбайт

	Было	Стало	Как меняется видео
Частота	120 кадров / сек	20 кадров / сек	В 6 раз меньше
Пиксель	24 бита (224 цветов)	8 бит (256 цветов)	В 3 раза меньше
			В 18 раз меньше
10 сек	512*18 = 1024*9 Кбайт 9 Мбай	512 Кбайт	

Чтобы узнать размер одной минуты домножим размер 10 секундного видео на 6. Итого 60 сек занимают 9*6 = 54 Мбайт

Telegram: @fast_ege