

Задание 4. 2024-2025. дз. №1

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 64 на 128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 128 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h0m0s

Решение

Кодируем 128 цветов. Для того, чтобы каждый получил свой двоичный код, нам нужно минимум 7 бит на пиксель.

Тогда размер всего изображения: количество всего пикселей умножить на размер каждого пикселя и поделить на 2^{13} для того, чтобы узнать ответ в килобайтах. 1 кбайт = 2^{13} бит.

$$\frac{64 \cdot 128 \cdot 7}{2^{13}} = 7 \text{ Кбайт}$$

Ответ: 7

```
>>> 64*128*7/2
```

$$\begin{array}{l} 128 \text{ цветов} \rightarrow 7 \text{ бит} \\ 64 \cdot 128 \cdot 7 \text{ бит} \\ \hline 2^{13} \end{array}$$

Задание 4. 2024-2025. дз. №2

Рисунок размером 512 на 256 пикселей занимает в памяти 80 Кбайт (без учёта сжатия). Найдите максимально возможное количество цветов в палитре изображения.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h1m25s

Решение

Сначала нам нужно найти размер одного пикселя. Обозначим его как i . И составим уравнение.

$$512 \cdot 256 \cdot i \text{ бит} = 80 \text{ кбайт} = 80 \cdot 2^{13}$$

$$\frac{80 \cdot 2^{13}}{512 \cdot 256}$$

$80 \cdot 2^{13} / (512 \cdot 256)$
5.0

$$i = 5 \text{ бит}$$

Значит максимально возможное количество цветов в палитре изображения $2^5 = 32$ цвета.

Ответ: 32

$$512 \cdot 256 \cdot i \text{ бит} = 80 \cdot 2^{13} \text{ бит}$$
$$i = \frac{80 \cdot 2^{13}}{512 \cdot 256} = 5 \text{ бит} \rightarrow 32 \text{ цвета}$$

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. № 3

Изображение размером 315x3072 пикселей сохраняется в памяти компьютера. Для его хранения выделяется не более 735 Кбайт без учёта заголовка файла.

Все пиксели кодируются одинаковым количеством бит и записываются в файл один за другим. Какое максимальное количество цветов может использоваться для хранения такого изображения?

В ответе запишите только число.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h3m5s

Решение

Сначала нам нужно найти размер одного пикселя. Обозначим его как i . И составим уравнение.

$$315 \cdot 3072 \cdot i \text{ бит} \leq 735 \cdot 2^{13} \text{ (1 кбайт} = 2^{13} \text{ бит)}$$

$$i \leq \frac{735 \cdot 2^{13}}{315 \cdot 3072}$$

$$\frac{735 \cdot 2^{13}}{315 \cdot 3072}$$
$$6.222222222222222$$

$$i \leq 6,2 \text{ бит}$$

$$i_{\max} = 6 \text{ бит}$$

Значит максимально возможное количество цветов в палитре изображения $2^6 = 64$ цвета

Ответ: 64

в ответе запишите только число.

$$315 \cdot 3072 \cdot i \text{ бит} \leq 735 \cdot 2^{13}$$
$$i \leq \frac{735 \cdot 2^{13}}{315 \cdot 3072}$$
$$i \leq 6,2 \text{ бит}$$
$$i_{\max} = 6 \text{ бит} \rightarrow 64 \text{ цвета}$$

Задание 4. 2024-2025. дз. №4

Для хранения произвольного сжатого растрового изображения размером 486x720 пикселей отведено 80 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. После сохранения информации о пикселях изображение сжимается. Размер итогового файла после сжатия на 15% меньше исходного. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

В ответе запишите только число.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h4m55s

Решение

Прежде чем найти ответ на вопрос, нам нужно понять, сколько занимает изображение ДО сжатия, то есть оригинальное изображение. Потому что формулу, которую мы используем можно применять только к несжатому изображению. Составим пропорцию.

Оригинал	Сжатый
100%	100 - 15 = 85 % (по условию)

$$X = \frac{80 \cdot 100}{85} \text{ Кбайт (занимает оригинальное изображение)}$$

Теперь применяем формулу.

$$486 \cdot 720 \cdot i \text{ бит} \leq \frac{80 \cdot 100 \cdot 2^{13}}{85} \text{ (такое максимальное количество бит может быть у оригинального изображения)}$$

$$i \leq \frac{80 \cdot 100 \cdot 2^{13}}{85 \cdot 486 \cdot 720}$$

```
>>> 80*100*2**13/(85*486*720)
2.203394389305791
```

$$i \leq 2,2 \text{ бита}$$

$$i_{\max} = 2 \text{ бита}$$

$2^2 = 4$ цвета максимум может использоваться в палитре.

Ответ: 4.

Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

В ответе запишите только число.

Сжатый

85%

80 Кб

$$X = \frac{80 \cdot 100}{85} \text{ Кб}$$

Оригинал

100%

X Кб

$$486 \cdot 720 \cdot i_{\text{бит}} \leq \frac{80 \cdot 100 \cdot 2^{13}}{85} \text{ бит}$$

$$i \leq \frac{80 \cdot 100 \cdot 2^{13}}{85 \cdot 486 \cdot 720}$$

$$i \leq 2,2 \text{ бит}$$

$$i_{\max} = 2 \text{ бит} \rightarrow 4 \text{ цвета}$$

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. №5

Для хранения сжатого произвольного растрового изображения размером 640 на 256 пикселей отведено 170 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. Файл оригинального изображения больше сжатого на 35%. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h8m0s

Решение

Сначала нам нужно узнать размер оригинального изображения До сжатия с помощью пропорции.

Будь внимателен, ведь в задаче за 100% берется сжатое изображение, потому что за 100% берется то, с чем сравнивается (сравнивается со сжатым).

Оригинал	Сжатый
100 п. 35 —	100%

$$X = \frac{135 \cdot 170}{100} \text{ (размер сжатого изображения в Кбайт)}$$

$$640 \cdot 256 \cdot i \text{ бит} \leq \frac{135 \cdot 170 \cdot 2^{13}}{100}$$

$$i \text{ бит} \leq \frac{135 \cdot 170 \cdot 2^{13}}{100 \cdot 640 \cdot 256}$$

```
>>> 135*170*2**13/(100*640*256)
11.475
```

$$i \leq 11,475$$

$$i_{\max} = 11 \text{ бит}$$

211 = 2048 - Максимальное количество цветов.

Ответ: 2048

в изображении?

Оригинал	Сжатый	
135%	100%	
X КБ	170 КБ	
$X = \frac{135 \cdot 170}{100} \text{ КБ}$		$640 \cdot 256 \cdot i \text{ бит} \leq \frac{135 \cdot 170 \cdot 2^{13}}{100} \text{ бит}$ $i \leq \frac{135 \cdot 170 \cdot 2^{13}}{100 \cdot 640 \cdot 256}$ $i \leq 11,465 \text{ бит}$ $i_{\max} = 11 \text{ бит} \Rightarrow 2048 \text{ цветов}$

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. №6

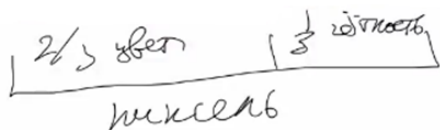
Для хранения произвольного растрового изображения размером 480 на 768 пикселей отведено 405 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. При

кодировании цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, при этом для каждой двух бит цвета дописывается дополнительный бит контроля чётности. Коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h11m0s

Решение

Условие задачи нам говорит, что, если взять условный пиксель, то в нем получается две трети – это цвет, и одна треть – это четность (то есть дополнительные биты). То есть в пикселе на каждые 2 бита цвета приходится один бит четности. Размер пикселя поделен на биты цвета и дополнительные биты.



Наша задача – найти размер одного пикселя.

$$i = \frac{405 \cdot 2^{13}}{480 \cdot 768}$$

```
>>> 405*2**13/(480*768)
9.0
```

$i = 9$ бит – размер пикселя

Вспомним, что пиксель разбит на 3 части. 2 из них – цвет. Одна – четность.

Из этого выходит, что 6 бит – это цвет, 3 бита – четность.

Максимальное количество цветов = 64 цвета.

Ответ: 64.

цветов можно использовать в изображении?

2/3 цвет | 1/3 прозрачность

миксель

$$i = \frac{4096 \cdot 2}{120 \cdot 768} \text{ бит}$$
$$i = 9 \text{ бит} \rightarrow 6 \text{ бит цвет} \rightarrow 64 \text{ цвета}$$

3 бита прозрачность

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. 7

Для хранения произвольного растрового изображения размером 1024 на 120 пикселей отведено 210 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. При кодировании каждого пикселя используется 7 бит для определения степени прозрачности и одинаковое количество бит для указания его цвета. Коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов (без учета степени прозрачности) можно использовать в изображении?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h13m50s

Решение

Из условия задачи: «При кодировании каждого пикселя используется 7 бит для определения степени прозрачности», то есть 7 бит на прозрачность – это дополнительная информация о прозрачности точки.

Прежде всего, мы должны узнать размер одного пикселя.

$$i = \frac{210 \cdot 2^{13}}{1024 \cdot 120}$$

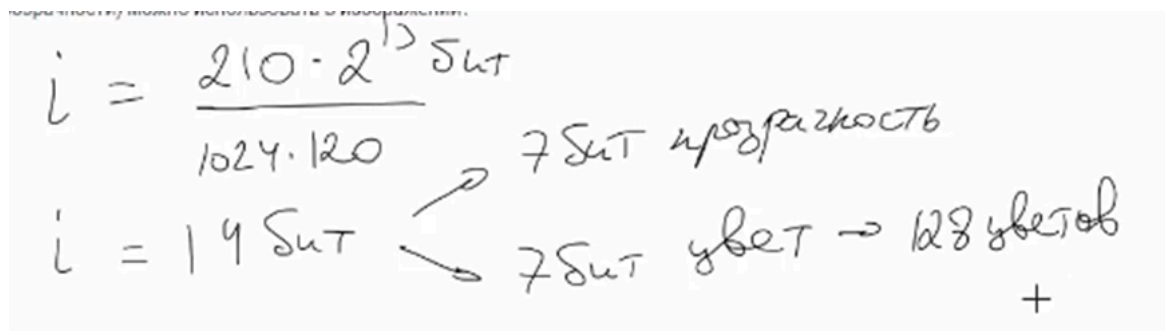
```
>>> 210*2**13/(1024*120)
14.0
```

$$i = 14 \text{ бит}$$

Из них по условию 7 бит – это четность (прозрачность). Значит, цвет занимает 7 бит.

Значит в палитре 128 цветов.

Ответ: 128


$$i = \frac{210 \cdot 2^{10}}{1024 \cdot 120}$$
$$i = 19 \text{ бит}$$

7 бит прозрачность
7 бит цвет → 128 цветов
+

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. 8

Сколько секунд потребуется обычному модему, передающему сообщения со скоростью 65 536 бит/с, чтобы передать цветное растровое изображение размером 1024 на 768 пикселей, при условии, что цвет каждого пикселя кодируется 3 байтами?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h15m50s

Решение

Общий объем изображения: $1024 \cdot 768 \cdot 3 \cdot 8$ (Сразу переводим в биты. В одном байте 8 бит.)

Скорость передачи: 65536 бит в секунду.

Для того, чтобы найти время, нам нужно объем изображения разделить на скорость.

$$t = \frac{1024 \cdot 768 \cdot 3 \cdot 8}{65536} = 288 \text{ секунд}$$

```
>>> 1024*768*24/65536  
288.0
```

Ответ: 288

$$V = 1024 \cdot 768 \cdot 3 \cdot 8 \text{ бит}$$

$$\delta = 65536 \text{ бит}$$

$$t = \frac{1024 \cdot 768 \cdot 24}{65536}$$

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. 9

Прибор автоматической фиксации нарушений правил дорожного движения делает цветные фотографии размером 1024×768 пикселей, используя палитру из 4096 цветов. Снимки сохраняются в памяти камеры, группируются в пакеты по несколько штук, а затем передаются в центр обработки информации со скоростью передачи данных 1 310 720 бит/с. Каково максимально возможное количество снимков в одном пакете, если на передачу одного пакета отводится не более 300 секунд?

В ответе запишите целое число.

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h17m30s

Решение

Начинаем с нахождения максимального объема пакета.

$$V_{\text{пакета}} = 1310720 \text{ бит/с} \cdot 300 \text{ с}$$

Далее считаем, чему равен один пиксель. У нас 4096 цветов, значит, чтобы их закодировать, нам нужно 12 бит.

$$\text{Тогда объем изображения} = 1024 \cdot 768 \cdot 12 \text{ бит}$$

Для того, чтобы найти максимальное количество снимков в пакете, нам нужно максимальный объем пакета поделить на объем одного изображения.

$$\frac{1.310.720 \cdot 300}{1024 \cdot 768 \cdot 12} = 41,6 \text{ максимальное количество снимков.}$$

>>> 1_310_720*300/(1024*768*12)
41.666666666666664

Так как количество должно быть целое, то ответ будет 41.

Ответ: 41

в ответе запишите целое число.

$$\begin{aligned} V_{\text{пакета}} &= 1310720 \text{ бит/с} \cdot 300 \text{ с} \\ 4096 \text{ пакетов} &\Rightarrow 125 \text{ Мб} \\ V_{\text{изобр}} &= 1024 \cdot 768 \cdot 125 \text{ Мб} \\ \frac{1310720 \cdot 300}{1024 \cdot 768 \cdot 12} &= 41,6 \text{ снимков} \end{aligned}$$

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. 10

Прибор автоматической фиксации нарушений правил дорожного движения делает цветные фотографии размером 1280×1024 пикселей. Снимки сохраняются в памяти камеры, группируются в пакеты по 39 штук, затем передаются в центр обработки информации со скоростью передачи данных $1\,966\,080$ бит/с. Каково максимально возможное количество цветов в палитре изображения, если на передачу одного пакета отводится не более 280 секунд?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h20m30s

Условие

Найдем максимальный объем пакета: $1966080 \text{ бит/с} \cdot 280 \text{ с}$

Так как мы знаем, что в одном пакете 39 фотографий, значит, мы можем узнать максимальный объем одного изображения.

$$V_{\text{изображения}} = \frac{1966080 \cdot 280}{39}$$

$$\text{Максимальный размер пикселя} = 1280 \cdot 1024 \cdot i \leq \frac{1.966.080 \cdot 280}{39}$$

$$i \leq \frac{1.966.080 \cdot 280}{1280 \cdot 1024 \cdot 39}$$

$$1966080 \cdot 280 / (39 \cdot 1280 \cdot 1024)$$

$$10.76923076923077$$

$$i \leq 10,76 \text{ бит}$$

$$i_{\max} = 10 \text{ бит}$$

Значит, максимальное количество цветов, которое мы можем записать в 10 бит равно 1024.

Ответ: 1024

$$V_{\text{камера}} = 1966080 \text{ Б/с} \cdot 280 \text{ с}$$

$$V_{\text{изобр}} = \frac{1966080 \cdot 280 \text{ Бит}}{39}$$

$$1280 \cdot 1024 \cdot i \leq \frac{1966080 \cdot 280}{39}$$

$$i \leq \frac{1966080 \cdot 280}{39 \cdot 1280 \cdot 1024}$$

$$i \leq 10,76 \text{ Бит}$$

$$i_{\max} = 10 \text{ Бит} \rightarrow 1024 \text{ цвета}$$

Telegram: @fast_ege

Задание 4. 2024-2025. дз. 11

В информационной системе хранятся изображения размером 2048×1536 пк. При кодировании используется алгоритм сжатия изображений, позволяющий уменьшить размер памяти для хранения одного изображения в среднем в 4 раза по сравнению с независимым кодированием каждого пикселя. Каждое изображение дополняется служебной информацией, которая занимает 128 Кбайт. Для хранения 32 изображений потребовалось 16 Мбайт. Сколько цветов использовано в палитре каждого изображения?

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h23m30s

Решение

Чтобы решить эту задачу, нам нужно начать с конца.

Найдем размер одного изображения: $16 \text{ Мб} : 32 = 0,5 \text{ Мб}$

Переведем в Килобайты: $0,5 \cdot 1024 = 512 \text{ Кбайт}$

512 Кбайт – это сжатое изображение и заголовок.

Мбайт. Сколько цветов использовано в палитре каждого изображения?

$16 \text{ Мб} : 32 = 0,5 \text{ Мб} = 512 \text{ Кб}$
сж. изобр заголовок (128 Кб)

Отсюда понимаем, что размер сжатого изображения занимает: $512 - 128 = 384 \text{ Кбайта}$

При этом, по условию задачи, это изображение в 4 раза меньше, чем до сжатия. То есть оригинальное изображение в 4 раза больше.

Размер оригинального изображения: $384 \cdot 4 = 1536 \text{ Кбайт}$

Найдем, сколько должно уходить на 1 пиксель в оригинальном изображении:

$$2048 \cdot 1536 \cdot i = 1536 \cdot 2^{13}$$

$$i = \frac{2^{13}}{2048} = 4 \text{ бита}$$

Значит, максимальное количество цветов, используемое в палитре, будет равно 16.

Ответ: 16

Мбайт. Сколько цветов использовано в палитре каждого изображения?

$16 \text{ Мб} : 32 = 0,5 \text{ Мб} = 512 \text{ Кб}$
сж. изобр заголовок (128 Кб)
 $512 - 128 = 384 \text{ Кб}$
Ориг. изобр $384 \cdot 4 = 1536 \text{ Кб}$
 $2048 \cdot 1536 \cdot i = 1536 \cdot 2^{13}$
 $i = \frac{2^{13}}{2048} = 4 \text{ бита} \rightarrow 16 \text{ цветов}$

Задание 4. 2024-2-

Во время эксперимента автоматическая фотокамера каждые n секунд (n – целое число) делает чёрно-белые снимки с разрешением 320×240 пикселей и использованием 256 оттенков цвета. Известно, что для хранения полученных в течение часа фотографий (без учёта сжатия данных и заголовков файлов) достаточно 27 Мбайт. Определите минимально возможное значение n .

Ссылка на видео-разбор с таймкодом: https://vk.com/video-205546952_456241167?t=0h28m20s

Решение

Перефразируем вопрос, чтобы было понятно, что нам нужно найти: с какой минимальной частотой (с каким минимальным интервалом) нужно делать снимки, чтобы они поместились в 27 Мбайт

256 цветов в палитре – это 8 бит на 1 пиксель.

Отсюда, размер одного кадра = $320 \cdot 240 \cdot 8$ бит

Размер всех кадров = 27 Мбайт

Посчитаем, сколько всего кадров должно поместиться:

$$\frac{27 \cdot 2^{23}}{320 \cdot 240 \cdot 8} = 368,64 \text{ снимка}$$

```
>>> 27*2**23/(320*240*8)
368.64
```

Теперь подумаем, сколько времени должно уходить на снимок за 1 час (1 час = 3600 секундам).

$$\frac{3600}{368,64} = 9,76 \text{ секунд в среднем требуется для того, чтобы сделать снимок.}$$

```
>>> 3600/368.6
9.766684753119913
```

Допустим, мы берем 9 секунд, то за 1 час у нас получается 400 снимков ($3600 : 9$). И это больше, чем мы можем поместить.

Ответ: 10.

256 цветов \rightarrow 8 бит

1 кадр $320 \cdot 240 \cdot 8$ бит

$\frac{27 \cdot 2^{23} \text{ бит}}{320 \cdot 240 \cdot 8} = 368,64 \text{ ГГц}$

$1 \text{ час} = \frac{3600 \text{ с}}{368,64} = 9,7 \text{ с на смену}$

$\rightarrow 10 \text{ с (360 секунд)}$

$\leftarrow 9 \text{ с (324 секунд)}$

Было 400 ppi – это значит, что каждый дюйм по длине и ширине превращается в 400 пикселей.

Стало 100 ppi – 100 пикселей с каждой стороны.

На размер изображения, как известно, влияет размер пикселя.

Было	Стало
400A x 400B	100A x 100B
X бит	6 бит
2 Мб (2048 Кб)	96 Кб

Составим пропорцию.

$$\frac{400A \cdot 400B \cdot x}{100A \cdot 100B \cdot 6} = \frac{2048}{96}$$

$$16 \cdot x \cdot 96 = 6 \cdot 2048$$

$$x = \frac{6 \cdot 2048}{16 \cdot 96}$$

$$6 \cdot 2048 / (16 \cdot 96)$$

8.0

$x = 8$ бит – размер пикселя, который был в изначальном изображении.

Значит, это 256 цветов.

Ответ: 256

можное количество цветов в палитре до оптимизации.

Документ $A \times B$ граймов

Было

$400A \times 400B$ px
X бит
2 Мб (2048 Кб)

Стало

$100A \times 100B$ px
6 бит
96 Кб

$$\frac{400A \cdot 400B \cdot X}{100A \cdot 100B \cdot 6} = \frac{2048}{96}$$
$$16X \cdot 96 = 6 \cdot 2048$$
$$X = \frac{6 \cdot 2048}{16 \cdot 96}$$

$X = 8$ бит \rightarrow 256 цветов