Syntax natürlicher Sprachen

Vorlesung 10: Getypte Merkmalstrukturen und Unifikation

A. Wisiorek
Folien: Martin Schmitt

Centrum für Informations- und Sprachverarbeitung,
Ludwig-Maximilians-Universität München

10.01.2023

Einsatzbereiche von Unifikation

- Logik-Programmierung (z. B. Prolog)
- Pattern Matching (z. B. in funktionalen Programmiersprachen)
- Typinferenz (vor allem funktionale Programmiersprachen wie Haskell, Scala, etc. Eingeschränkt aber z. B. auch C#)
- Merkmalstrukturen (zur Beschreibung komplexer Objekte, z. B. grammatischer Merkmale)

Getypte Merkmalstrukturen

Carpenter, Bob (1992). *The Logic of Typed Feature Structures*. Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science. Cambridge University Press.

1. Formale Grundlagen

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen

2. *Implementierung
   - *Merkmalstrukturen
   - *Unifikation

1.1. Merkmalstrukturen

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen

2. **Implementierung*
   - **Merkmalstrukturen*
   - **Unifikation*

Typen

Definition (Type, $\sqsubseteq$)

Sei **Type** eine endliche Menge von Typen mit **Vererbungshierarchie** $\sqsubseteq$.

Wenn für $A, B \in$ **Type** gilt, dass $A \sqsubseteq B$, dann

- *erbt B* Informationen von *A*.
- ist *A* Obertyp von *B*. (Alle *A*-Attribute sind auch *B*-Attribute.)
- *A subsumiert B* (*B* wird von *A* subsumiert).
- ist *A* „allgemeiner oder gleich“ *B*.
- ist *B* „spezieller oder gleich“ *A*.

Vererbung

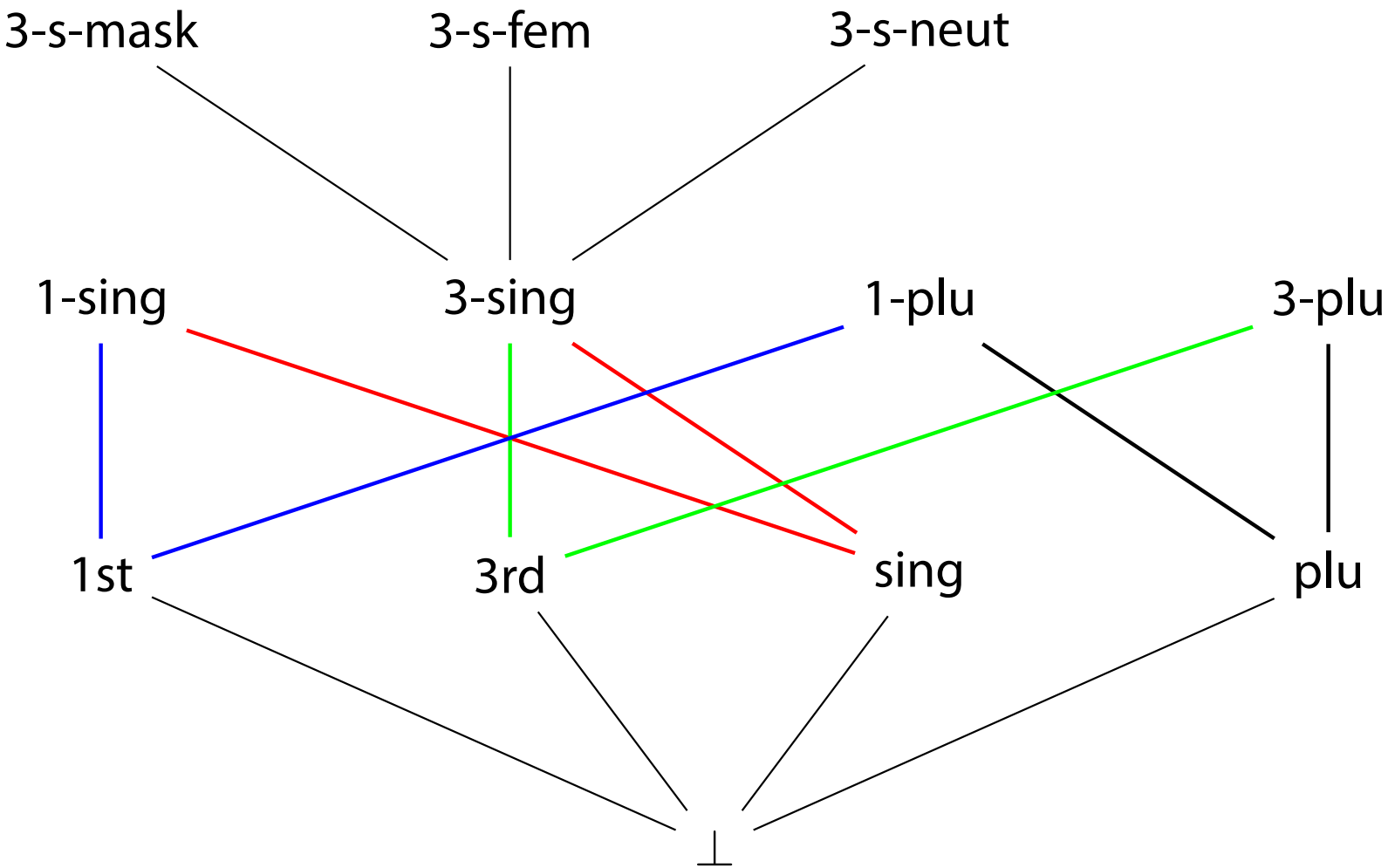
Eigenschaften von Type, $\sqsubseteq$

- wohldefinierte Unifikationsoperation
- transitiv ($\forall A, B, C \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq C \implies A \sqsubseteq C$)
- reflexiv ($\forall A \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq A$)
- antisymmetrisch ($\forall A, B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B \wedge B \sqsubseteq A \implies A = B$) (keine Vererbungsschleifen)

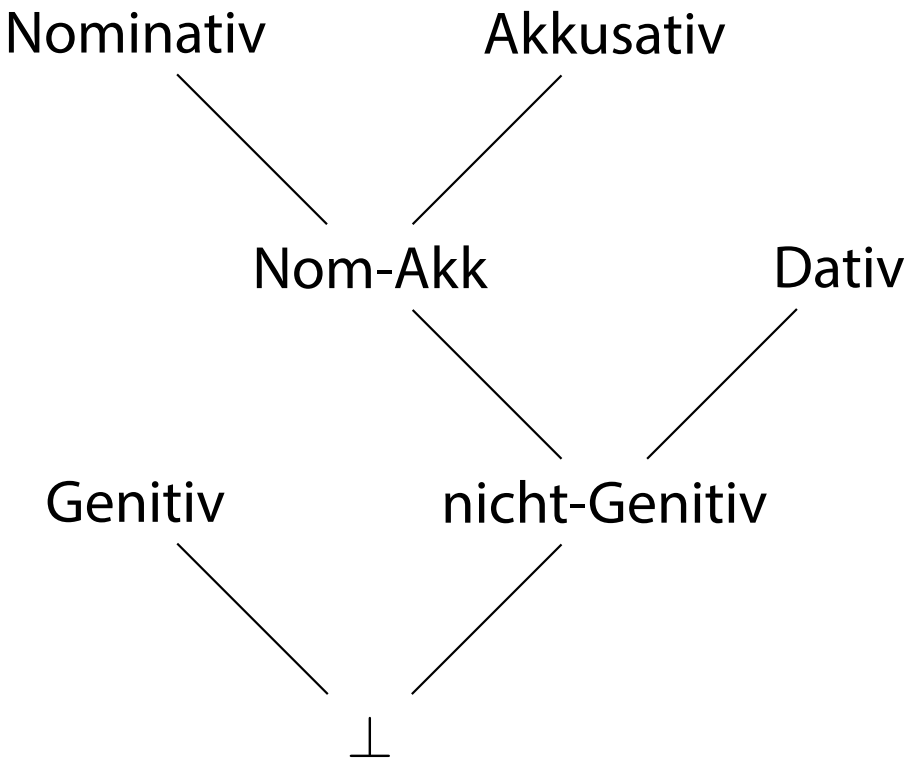
  $\Rightarrow$ *partielle Ordnung* (d. h. nicht alle Elemente von **Type** müssen miteinander vergleichbar sein)
- Existenz eines eindeutigen allgemeinsten Typs ($\exists_1 A \in \textbf{Type}.\ \forall B \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq B$)

  $\Rightarrow \bot$ definiert als kleinstes Element von **Type** bzgl. $\sqsubseteq$

Beispiel: Typhierarchie



Noch ein Beispiel: Typhierarchie



Vgl. z. B. die Paradigmen:

der Hund, des **Hundes**, dem Hund, den Hund

das Buch, des **Buches**, dem Buch, **das** Buch

Merkmale

Definition (Feat)

Sei **Feat** eine *endliche* Menge von Merkmalen (engl. *features*).

(Ohne weitere Anforderungen an Struktur oder Eigenschaften)

Beispiel

$\mathbf{Feat} = \{\text{GEN}, \text{CASE}, \text{NUM}, \text{AGR}, \text{PER}, \text{MOOD}, \text{CAT}, \text{TENSE}\}$

Merkmalstrukturen

Definition

Eine Merkmalstruktur über **Type** und **Feat** ist definiert als Tupel $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ mit:

- Q : endliche Menge von Knoten (Einträge)
- $\bar{q} \in Q$: Wurzelknoten
- $\theta : Q \to$ **Type** : totale Typisierungsfunktion
- $\delta :$ **Feat** $\times Q \to Q$: partielle Merkmal-Wert-Funktion

Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Merkmalstrukturen.

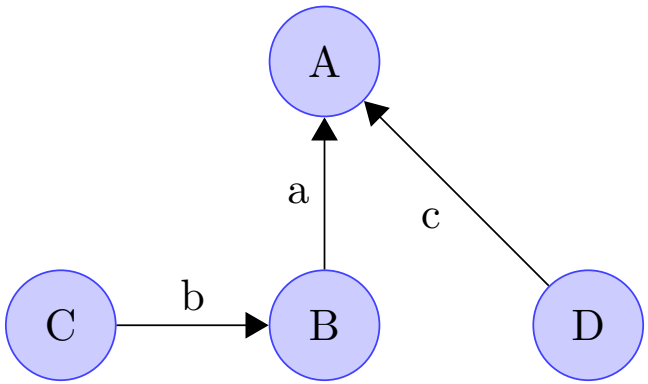
$$\begin{bmatrix} \text{CAT} & N \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{CASE} & Nom \\ \text{NUM} & Pl \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Visualisierung als Graph I

Beschrifteter Graph

Ein *beschrifteter* Graph ist definiert als Tupel $G = (V, E, l_V, l_E, L_V, L_E)$ mit

- V : Menge der Knoten (engl. *vertices*)
- $E \subseteq V \times V$: Menge der Kanten (engl. *edges*)
- $l_V : V \to L_V$: Beschriftungsfunktion für Knoten (engl. *label*)
- $l_E : E \to L_E$: Beschriftungsfunktion für Kanten
- L_X : Menge von Beschriftungen für X



Visualisierung als Graph II

Visualisierung

Der Graph zu einer Merkmalstruktur $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ ist gegeben durch:

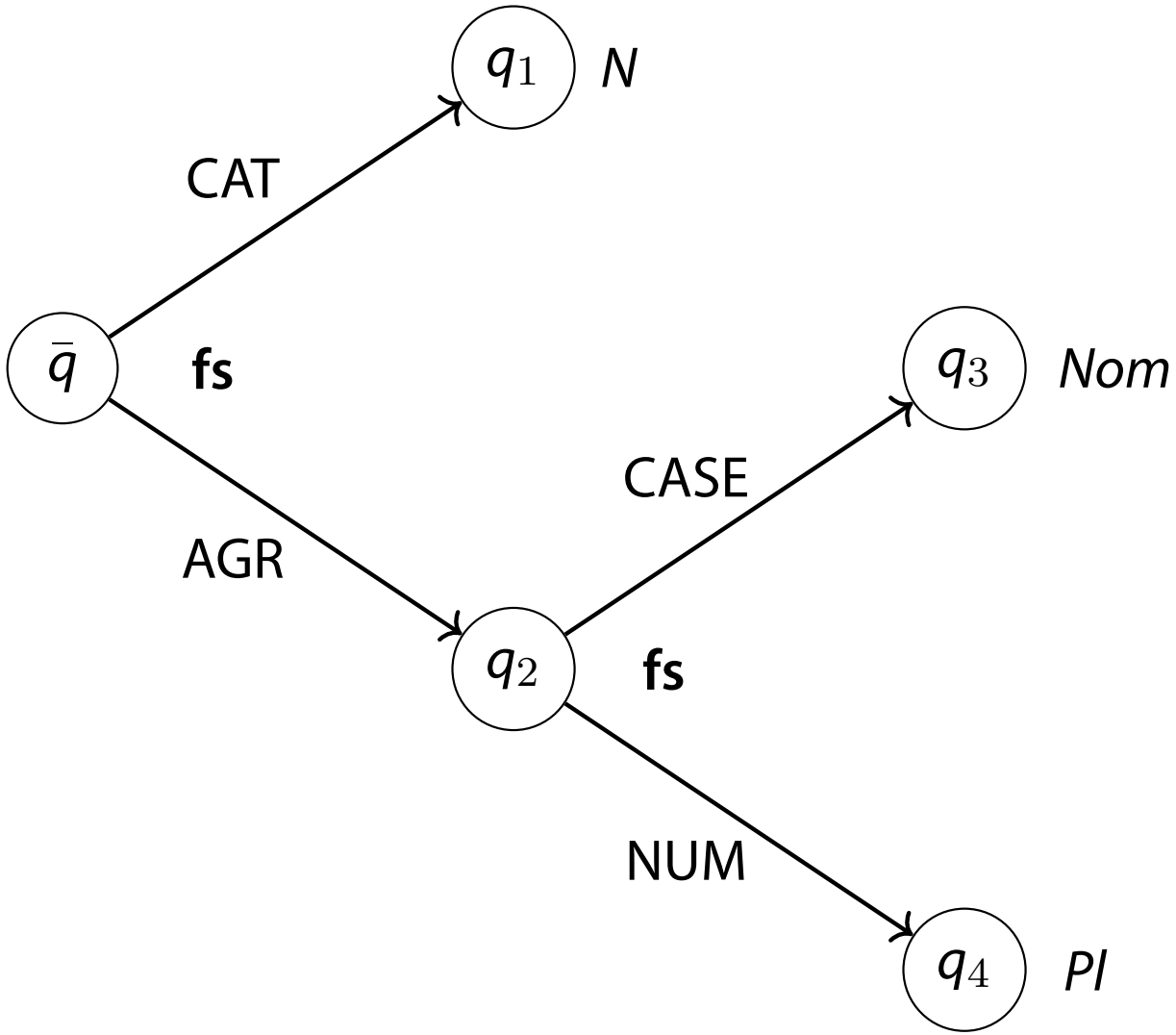
- $V := Q$
- $E := \{(q_1, q_2) \mid \exists f.\, \delta(f, q_1) = q_2\}$
- $L_V :=$ **Type**; $l_V := \theta$
- $L_E :=$ **Feat**; $l_E(q_1, q_2) := \{f \mid \delta(f, q_1) = q_2\}$

Anmerkung

Zur Vereinfachung werden einelementige Mengen ohne Mengenklammern geschrieben.

Also a statt $\{a\}$.

Beispiel: Graphdarstellung



Variablen

Variablen

- **Var** sei eine abzählbar unendliche Menge von Variablen.
- Häufig wird **Var** $= \mathbb{N}$ benutzt.
- Es gibt aber auch andere Möglichkeiten;
  z. B. im NLTK: ASCII-Identifier (`?x`, `?y`, ...)

Definition (Zuweisungsfunktion, Valuation)

Eine Zuweisung α : **Var** $\rightarrow \mathcal{F}$ ist eine totale Funktion, die alle Variablen an Merkmalstrukturen (Knoten, Einträge) bindet.

Reentrance

Reentrance (dt. *Wiedereintritt*)

Durch das Aufstellen von Bedingungen (s. später) können Variablen an verschiedene Teile von Merkmalstrukturen gebunden werden. *Diese müssen gleich sein.*

Beispiel

$$\begin{bmatrix} \text{ORTH} & \textit{folgt} \\ \text{SYN} & \begin{bmatrix} \text{SBJ} & \boxed{1} \\ \text{OBJ} & \boxed{2} \end{bmatrix} \\ \text{SEM} & \begin{bmatrix} \text{AGT} & \boxed{1} \\ \text{PAT} & \boxed{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \text{ORTH} & \textit{folgt} \\ \text{SYN} & \begin{bmatrix} \text{SBJ} & \boxed{1}\textit{Hund} \\ \text{OBJ} & \boxed{2}\textit{Katze} \end{bmatrix} \\ \text{SEM} & \begin{bmatrix} \text{AGT} & \boxed{1} \\ \text{PAT} & \boxed{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

1.2. Subsumption

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. **Implementierung*
   - **Merkmalstrukturen*
   - **Unifikation*

Subsumption

Erweiterung auf Merkmalstrukturen

$F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$ subsumiert $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$, genau dann wenn es eine totale Funktion $h : Q \to Q'$ gibt, sodass:

- $h(\bar{q}) = \bar{q}'$
- $\theta(q) \sqsubseteq \theta'(h(q))$ für alle $q \in Q$
- $h(\delta(f, q)) = \delta'(f, h(q))$ für alle $q \in Q$ und $f \in$ **Feat**, für die $\delta(f, q)$ definiert ist

Beispiel

$$\bar{q}\begin{bmatrix} q_1 & \text{CAT} & N \end{bmatrix} \sqsubseteq \bar{q}'\begin{bmatrix} q_1' & \text{CAT} & N \\ q_2' & \text{GEN} & \mathit{mask} \end{bmatrix}$$

$$h(\bar{q}) = \bar{q}' \; h(q_1) = q_1'$$

1.3. Unifikation

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. **Implementierung*
   - **Merkmalstrukturen*
   - **Unifikation*

Unifikation I

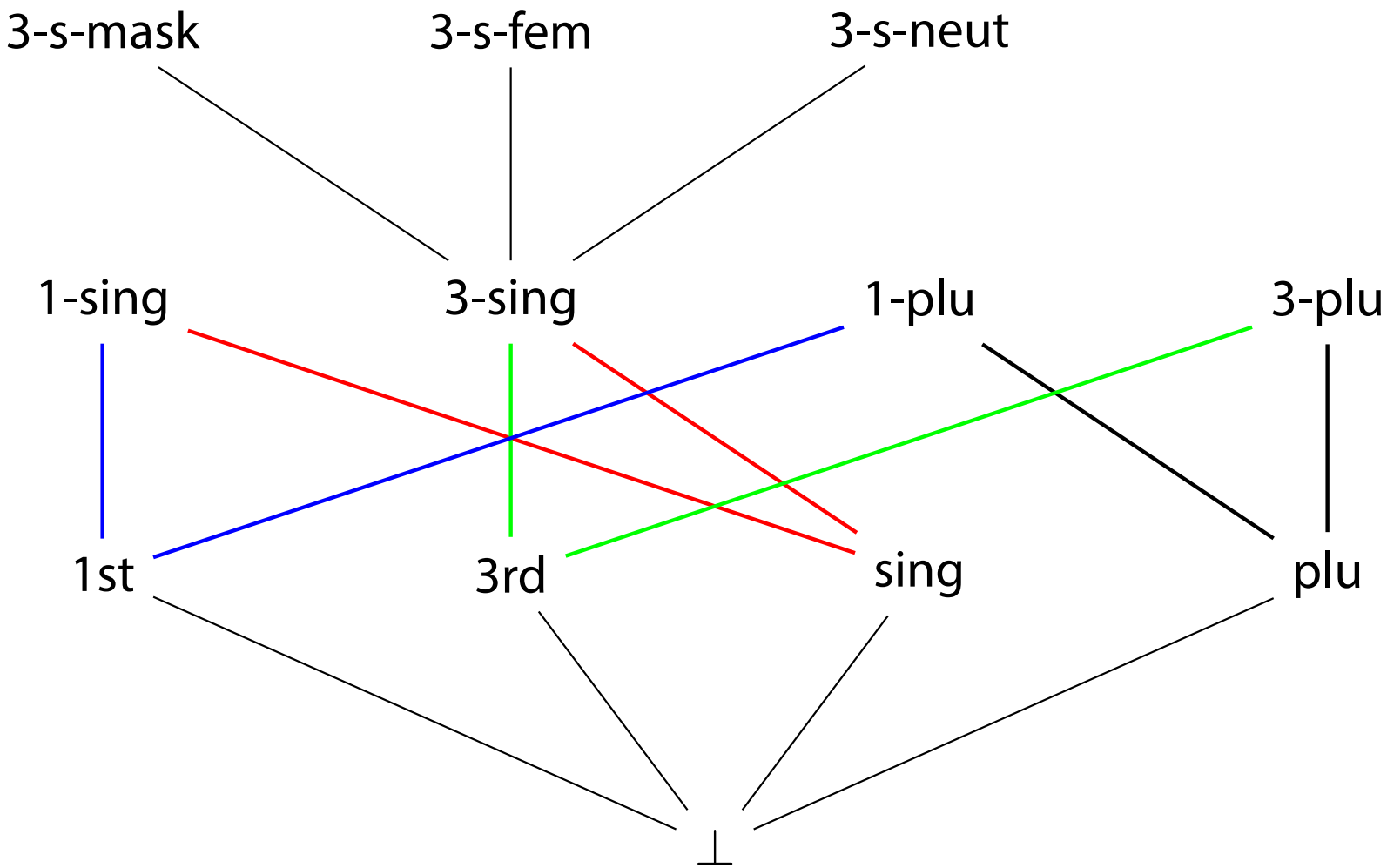
Unifikation ($\sqcup$) für Typen

- Das Ergebnis der Unifikation zweier Typen $A, B \in \textbf{Type}$ ist ihre kleinste obere Schranke in **Type** bzgl. $\sqsubseteq$.
- Diese kann auch undefiniert sein (Typen unifizieren nicht).
- $A \sqcup B = C \iff A \sqsubseteq C$ und $B \sqsubseteq C$ und

$$\forall D \in \textbf{Type}.\ A \sqsubseteq D \wedge B \sqsubseteq D \implies C \sqsubseteq D$$

(Vgl. Mengenvereinigung und Untermengenbeziehung)

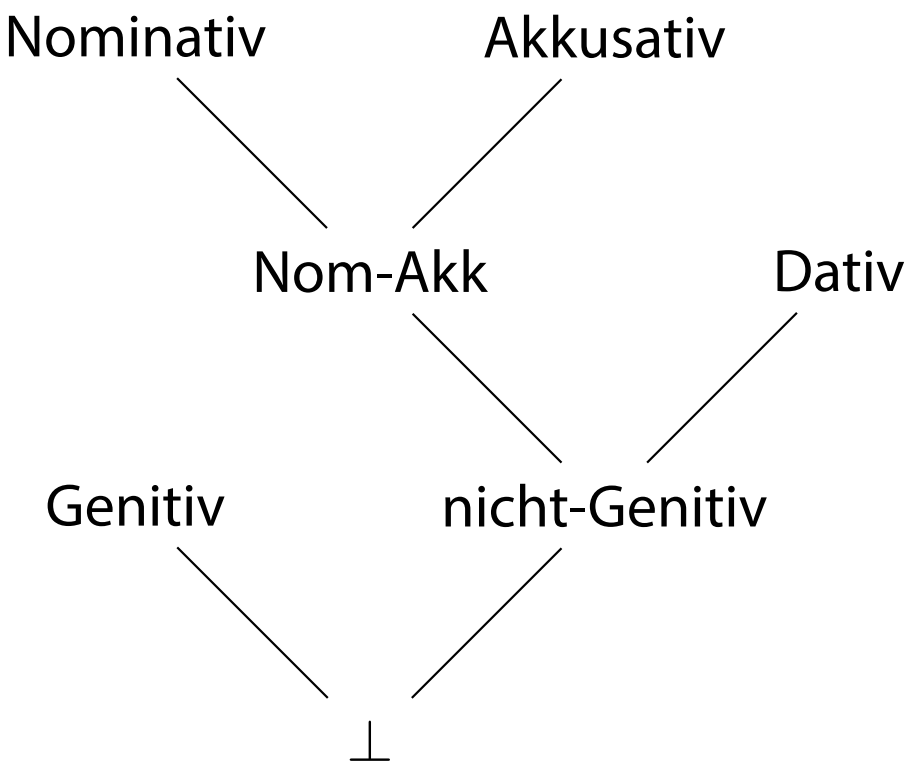
Beispiel: Typunifikation



1st ⊔ plu = 1-plu

sing ⊔ 3-s-mask = 3-s-mask

Noch ein Beispiel: Typunifikation



nicht-Genitiv ⊔ Nominativ = Nominativ

Nom-Akk ⊔ Dativ = *undefiniert*

Unifikation II

Unifikation ($\sqcup$) für Merkmalstrukturen

- Idee: Unifikation ebenfalls kleinste obere Schranke bzgl. der Subsumptionsrelation $\sqsubseteq$ auf Merkmalstrukturen
- Algorithmus in zwei Schritten:
  1. Identifiziere korrespondierende (äquivalente) Knoten
  2. Unifiziere deren Typen

Formale Definition: Identifikation (Schritt 1)

Für Merkmalstrukturen $F = (Q, \bar{q}, \theta, \delta)$, $F' = (Q', \bar{q}', \theta', \delta')$ mit $Q \cap Q' = \emptyset$ sei die *Äquivalenzrelation* $\equiv$ wie folgt definiert:

- $\bar{q} \equiv \bar{q}'$
- $\delta(f, q) \equiv \delta'(f, q')$ wenn beide Seiten definiert und $q \equiv q'$

Formale Definition: Typunifikation (Schritt 2)

Die Unifikation von F und F' ist dann wie folgt definiert:

$$F \sqcup F' = \left((Q \cup Q')/_{\equiv}, [\bar{q}]_{\equiv}, \theta^{\equiv}, \delta^{\equiv}\right)$$

mit

$$\theta^{\equiv}([q]_{\equiv}) = \bigsqcup \{(\theta \cup \theta')(q') \mid q' \equiv q\}$$

und

$$\delta^{\equiv}(f, [q]_{\equiv}) = \begin{cases} [(\delta \cup \delta')(f, q)]_{\equiv} & \text{falls } (\delta \cup \delta')(f, q) \text{ definiert} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Notation (für $\equiv$ Äquivalenzrelation über X)

- $[x]_{\equiv} = \{y \in X \mid y \equiv x\}$
- $X/_{\equiv} = \{[x]_{\equiv} \mid x \in X\}$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1\begin{bmatrix} q_2\ \text{CAT} & N \\ q_3\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_4\ \text{NUM} & Sg \\ q_5\ \text{CAS} & nicht\text{-}Gen \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad q_6\begin{bmatrix} q_7\ \text{ORTH} & Hund \\ q_8\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_9\ \text{NUM} & Sg \\ q_{10}\ \text{CAS} & Nom \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

1. Identifikation korrespondierender Knoten
   - $q_1 \equiv q_6$ (Initialisierung)
   - Nach 1 Schritt mit δ:
     - $q_3 \equiv q_8$
   - Nach 2 Schritten mit δ:
     - $q_4 \equiv q_9$
     - $q_5 \equiv q_{10}$

Beispiel: (Formale) Unifikation

$$q_1\begin{bmatrix} q_2\ \text{CAT} & N \\ q_3\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_4\ \text{NUM} & Sg \\ q_5\ \text{CAS} & nicht\text{-}Gen \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad q_6\begin{bmatrix} q_7\ \text{ORTH} & Hund \\ q_8\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} q_9\ \text{NUM} & Sg \\ q_{10}\ \text{CAS} & Nom \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2. Typunifikation
   - $Q_U = \{\{q_1, q_6\}, \{q_2\}, \{q_7\}, \{q_3, q_8\}, \{q_4, q_9\}, \{q_5, q_{10}\}\}$
   - $\bar{q}_U = \{q_1, q_6\}$
   - $\theta^{\equiv}(\{q_2\}) = N$, $\theta^{\equiv}(\{q_7\}) = Hund$, $\theta^{\equiv}(\{q_3, q_8\}) = \textbf{fs}$, $\theta^{\equiv}(\{q_4, q_9\}) = Sg$, $\theta^{\equiv}(\{q_5, q_{10}\}) = Nom$, $\theta^{\equiv}(\{q_1, q_6\}) = \textbf{fs}$
   - $\delta(\text{CAT}, \{q_1, q_6\}) = \{q_2\}$, $\delta(\text{ORTH}, \{q_1, q_6\}) = \{q_7\}$, ...

Theoretische Resultate

Lemma

Wenn $F \sqcup F'$ definiert ist, dann ist $F \sqcup F' \in \mathcal{F}$ eine Merkmalstruktur.

Theorem

$F \sqcup F'$ ist die *kleinste obere Schranke* von F und F' in $(\mathcal{F}, \sqsubseteq)$, falls F und F' eine obere Schranke haben.

Für Beweise siehe (**Carpenter:Log-TyFeat**).

1.4. Bedingungen

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen
2. **Implementierung*
   - **Merkmalstrukturen*
   - **Unifikation*

Bedingungen I

Pfade

- Sequenzen von Merkmalen werden *Pfade* genannt.
- **Path** $=$ **Feat*** sei die Menge aller Pfade.
- Für $p \in$ **Path**, $F \in \mathcal{F}$ sei $F@p$ der Knoten in F, den man am Ende von Pfad p erhält.

Beispiele

- AGR–NUM
- SYN–SBJ–AGR–NUM
- ORTH
- ε (der leere Pfad)

Bedingungen II

Definition (Beschreibung Desc)

Die Menge der Beschreibungen über **Type** und **Feat** sei die kleinste Menge, die folgende Bedingungen erfüllt:

- $A \in$ **Desc**, für alle $A \in$ **Type**
- $p : d \in$ **Desc**, für $p \in$ **Path**, $d \in$ **Desc**
- $x \in$ **Desc**, für alle $x \in$ **Var**
- $d \wedge e \in$ **Desc**, für $d, e \in$ **Desc**

Beispiel

- AGR–NUM : *Sg*
- SYN–SBJ : $\boxed{1} \wedge$ SEM–AGT : $\boxed{1}$

Bedingungen III

Erfülltheit

Die Erfülltheitsrelation $\models^{\alpha}$ zwischen Merkmalstrukturen und Beschreibungen ist gegeben durch:

- Für $A \in \textbf{Type}$, $F \models^{\alpha} A \iff A \sqsubseteq \theta(\bar{q})$
- $F \models^{\alpha} p : d \iff F@p \models^{\alpha} d$
- Für $x \in \textbf{Var}$, $F \models^{\alpha} x \iff \alpha(x) = F$
- $F \models^{\alpha} d \wedge e \iff F \models^{\alpha} d$ und $F \models^{\alpha} e$

Erfülltheit: Beispiel

Sei *F* eine Merkmalstruktur.

$$F = \begin{bmatrix} \text{CAT} & \boxed{1}N \\ \text{POS} & \boxed{2} \\ \text{AGR} & \begin{bmatrix} \text{NUM} & Sg \\ \text{CAS} & Nominativ \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\alpha(\boxed{1}) = \alpha(\boxed{2})$$

Welche Beschreibungen aus Desc erfüllt *F*?

- $F \models^{\alpha} N$? — Nein!
- $F \models^{\alpha} \text{CAT} : N$? — Ja!
- $F \models^{\alpha} \text{AGR–CAS} : \textit{nicht-Genitiv}$? — Ja!

  Denn: $\textit{nicht-Genitiv} \sqsubseteq \textit{Nominativ}$
- $F \models^{\alpha} \text{POS} : N$? — Ja!

Beschreibungen als Merkmalstrukturen

MGSat (allgemeinster Erfüller)

Zu jeder *konsistenten* (widerspruchsfreien) Beschreibung $d \in$ **Desc** gibt es eine Merkmalstruktur $MGSat(d) \in \mathcal{F}$ mit der Eigenschaft

$$\forall F \in \mathcal{F}.\, F \models d \iff MGSat(d) \sqsubseteq F$$

Konstruktion

- Für $A \in$ **Type**: $MGSat(A) = \left[\mathrm{A}\right]$
- $MGSat(f_1 f_2 \ldots f_n : d) = \left[f_1 \quad \left[f_2 \quad \ldots \left[f_n \quad MGSat(d)\right]\right]\right]$
- Wenn **Var** $= \mathbb{N}$, dann $MGSat(1) = \left[\boxed{1}\right]$
- $MGSat(d \wedge e) = MGSat(d) \sqcup MGSat(e)$

Bedingungsprüfung per Unifikation: Beispiel

Grammatikregel mit Constraint

`NP[CAS=?y] →DET[GEN=?x,CAS=?y] N[GEN=?x]`

Bedingungen als Beschreibungen

- type : *NP* ∧ CAS : $\boxed{2}$
- type : *DET* ∧ GEN : $\boxed{1}$ ∧ CAS : $\boxed{2}$
- type : *N* ∧ GEN : $\boxed{1}$

Bedingungen als Merkmalstrukturen

$$\begin{bmatrix} \text{type} & \textit{NP} \\ \text{CAS} & \boxed{2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \text{type} & \textit{DET} \\ \text{GEN} & \boxed{1} \\ \text{CAS} & \boxed{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{type} & \textit{N} \\ \text{GEN} & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

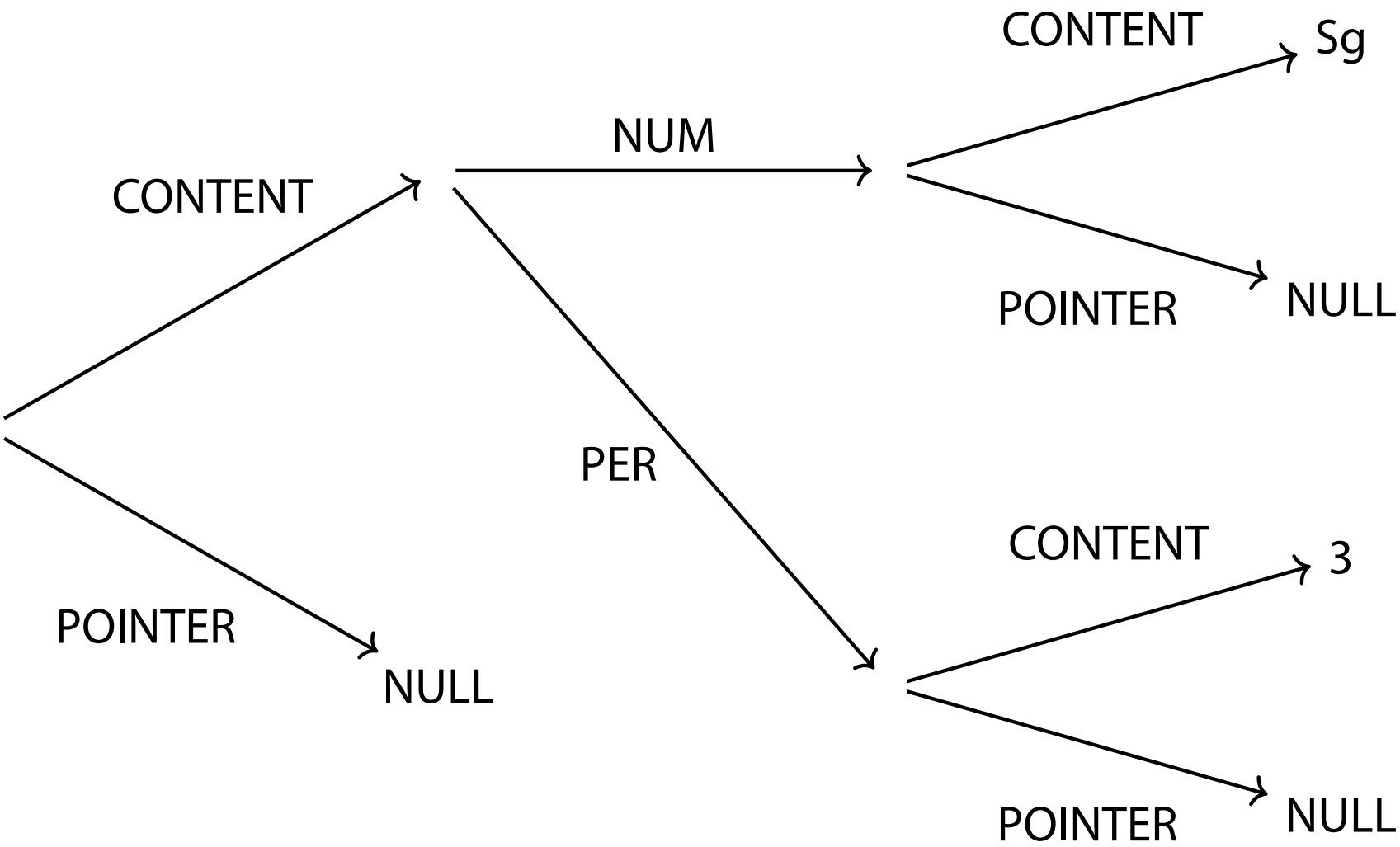
2. *Implementierung

2.1. *Merkmalstrukturen

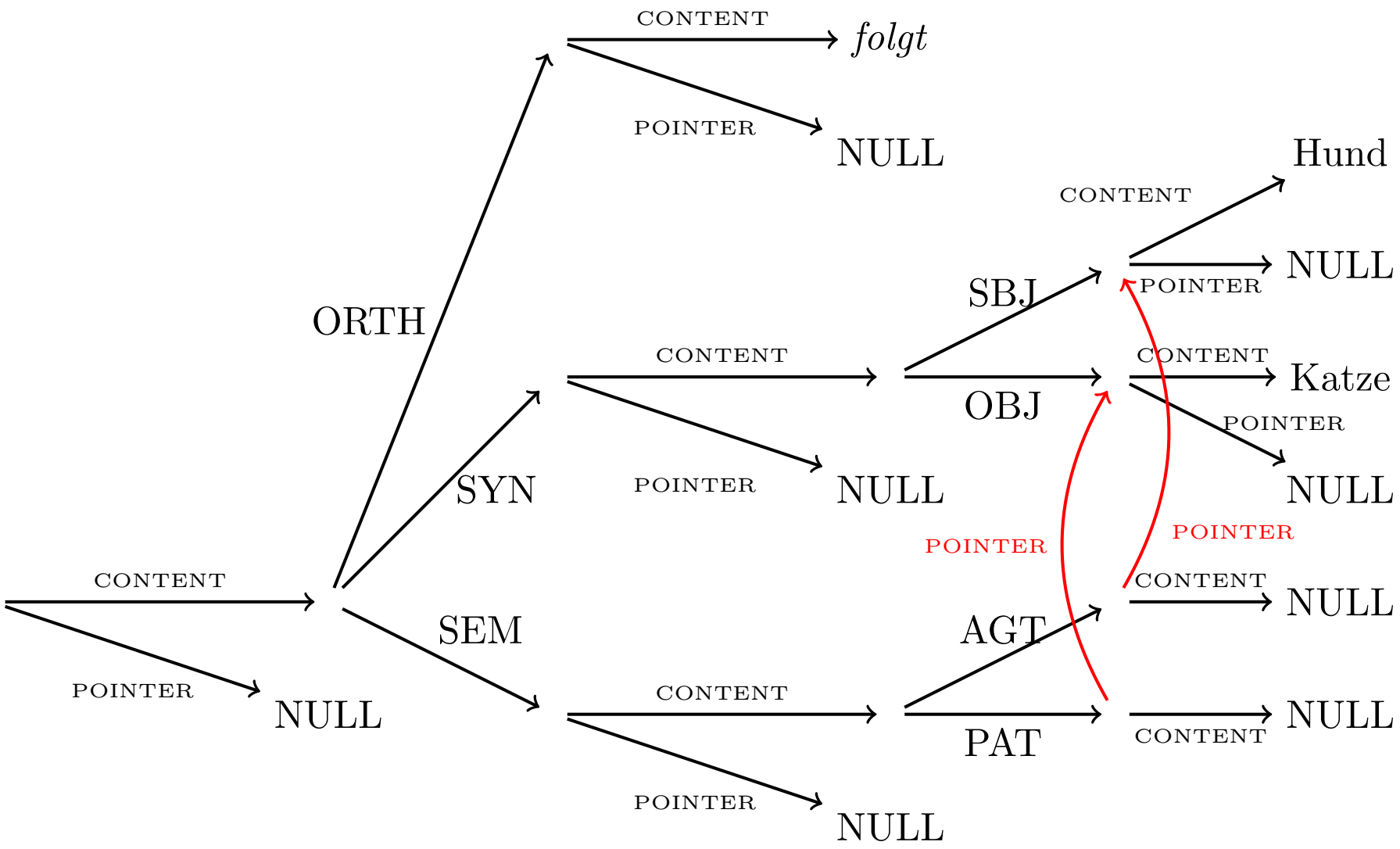
1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen

2. *Implementierung
   - *Merkmalstrukturen
   - *Unifikation

Merkmalstrukturen: Implementierung mit Zeigern



Reentrance (Wiedereintritt)



2.2. *Unifikation

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen

2. *Implementierung
   - *Merkmalstrukturen
   - *Unifikation

Unifikationsalgorithmus

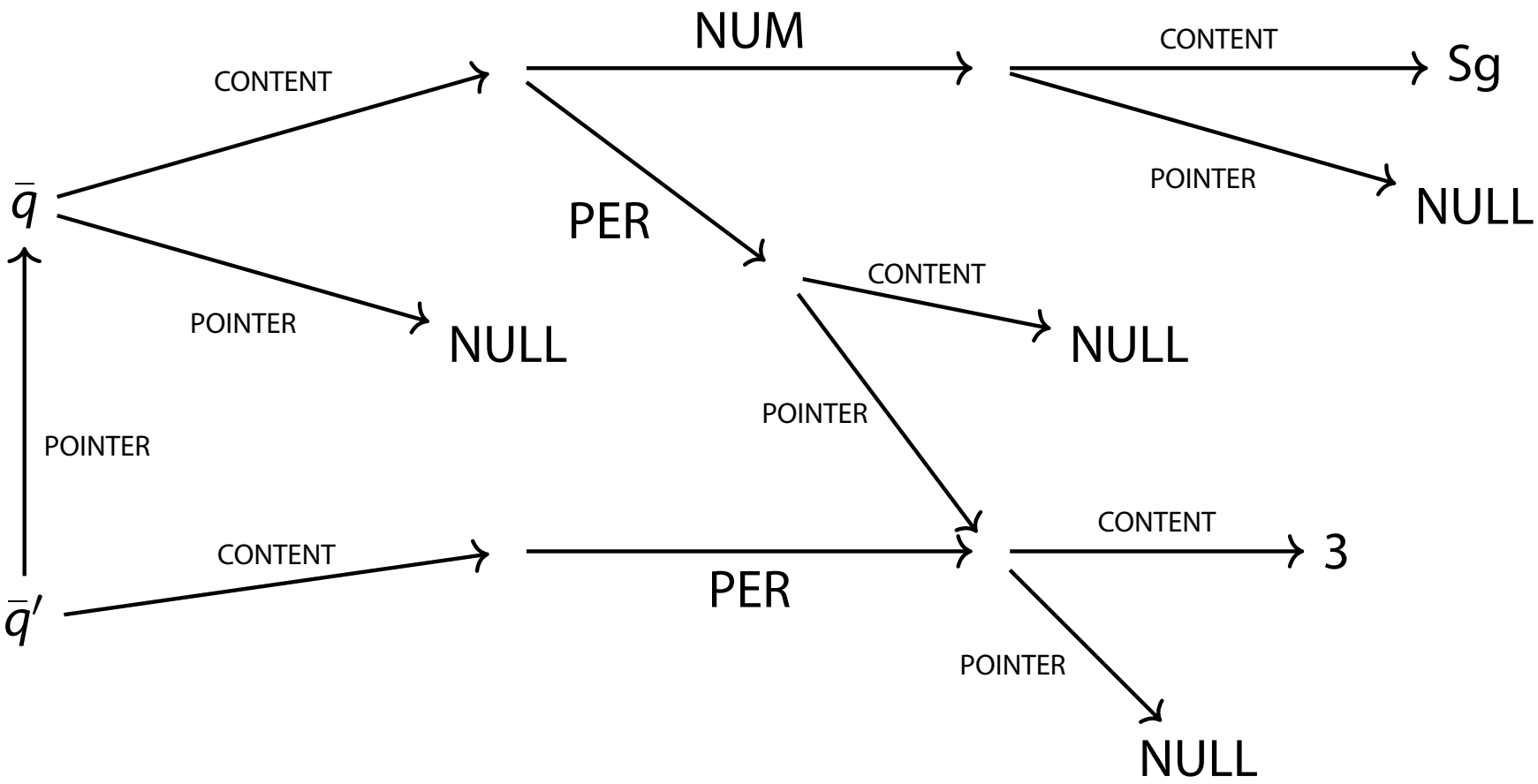
```
function unify(f1-orig, f2-orig)
    f1 ← deref(f1-orig)                          ▷ Verfolgen von .pointer
    f2 ← deref(f2-orig)
    if f1, f2 ∈ Type then
        return unifyValues(f1, f2)               ▷ z. B. per Typhierarchie
    if f1, f2 ∈ 𝓕 then
        for all feat2 ∈ f2 do
            feat1 ← erstelle oder finde entsprechendes Feature in f1
            if unify(feat1, feat2) = failure then
                return failure
        return f1
    …
```

Unifikationsalgorithmus II

```
function unify(f1-orig, f2-orig)
    ...
    if f1 ∈ ContPoint ∧ f1.content is NULL then
        f1.pointer ← f2
        return f2
    if f2 ∈ ContPoint ∧ f2.content is NULL then
        f2.pointer ← f1
        return f1
    if f1, f2 ∈ ContPoint then
        f2.pointer ← f1
        return unify(f1.content, f2.content)
    return failure                          ▷ Kein Fall vorher hat zugetroffen
```

Unifikation: Implementierung mit Zeigern

$$\begin{bmatrix} \text{NUM} & Sg \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} \text{PER} & 3 \end{bmatrix}$$



Rückblick auf heutige Themen

1. Formale Grundlagen
   - Merkmalstrukturen
   - Subsumption
   - Unifikation
   - Bedingungen

2. **Implementierung*
   - **Merkmalstrukturen*
   - **Unifikation*