

$\alpha +_F = \{A \in R : F \vdash \alpha \rightarrow A\} .$

```
result :=  $\alpha$ ;  
while (changes to result) do  
  for each  $\beta \rightarrow \gamma$  in F do  
    begin  
      if  $\beta \subseteq \text{result}$  then result := result  $\cup \gamma$   
    end
```

Demostración de $\alpha +_F \subseteq \text{result}$

Sup que $\alpha +_F = \alpha$. En este caso el algoritmo se inicializa con α , por lo tanto esta parte se cumple trivialmente, ya que del algoritmo nunca estamos eliminado elementos del conjunto result.

Sup que $\alpha +_F \neq \alpha$. Tomemos un subconjunto δ de $\alpha +_F$ tal que $\delta \neq \alpha$ y tal que $\alpha \rightarrow \delta \in F$

Por definición de $\alpha +_F$ sabemos que existe ese δ donde δ puede ser solo un atributo de R o un conjunto de atributos.

Entonces hasta ahora tengo que $\alpha \rightarrow \delta$ es DF en F por lo que el algoritmo para calcular result tendremos la DF $\alpha \rightarrow \delta$. Es decir $\alpha \subseteq \text{result}$ y se cumple que $\alpha \rightarrow \delta \in F$ por lo visto anteriormente. Esto implica entonces que podemos extender result a result $\cup \delta$.

Ahora pueden pasar dos cosas:

Que no podamos encontrar más δ en $\alpha +_F$ en cuyo caso el algoritmo termina y tenemos que $\alpha +_F \subseteq \text{result}$ que es lo que queríamos probar.

O que podamos seguir encontrando δ tales que $\alpha \rightarrow \delta \in F$ & $\delta \neq \alpha$ en cuyo caso haríamos lo mismo que hicimos anteriormente.

Conclusión: Por cada $\delta \in \alpha +_F$ & $\alpha \rightarrow \delta \in F$ que encontremos por definición de $\alpha +_F$ siempre nuestro algoritmo encontrará esa DF por lo que extenderá result por cada δ que encontremos y con esto tenemos que $\alpha +_F \subseteq \text{result}$.

Que pasa si $\alpha +_F$ solo tiene un δ tal que $\alpha \rightarrow \delta \in F$ pero que existe un atributo k en $\alpha +_F$ que no está en δ ?

O existe la DF $\alpha \rightarrow k \in F$ lo cual contradice la pregunta o ese $k \in \delta$ lo que también contradice la pregunta. Ya que por definición de $\alpha +_F$ k se deriva de α o existe la DF combinada tales que δ es un conjunto de varias DF con solo un atributo combinadas y entre ellas está $\alpha \rightarrow k$ que forma parte de la combinación para formar $\alpha \rightarrow \delta$.