辐射转移

1

Radiation Type	radio	IR	Optical	UV	X-ray	γ-ray
λ Å	10^7-10^9	10^4-10^6	10^3-10^4	10^2-10^3	$10^{-1}-10^2$	$10^{-2}-10^{-1}$
ν Hz	10^9-10^{12}	$10^{12}-10^{15}$	$10^{14}-10^{15}$	$10^{15}-10^{16}$	$10^{17}-10^{19}$	$>10^{20}$

$$E=h\nu=h\frac{c}{\lambda}=\frac{1240\mathrm{eV}\cdot\mathrm{nm}}{\lambda}=1000\mathrm{eV}$$

对于 X-ray，$\lambda=1.24\mathrm{nm}$.

2

单位时间单位面积单位立体角单位频率上接收的能量：

$$I=\frac{dE}{dAdtd\Omega d\nu}$$

均匀：辐射场的流量与位置无关。各向同性：辐射源在每个方向上的辐射的能量相同。 量纲：$\mathrm{erg}\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{ster}^{-1}\cdot\mathrm{Hz}^{-1}$

辐射场中每一点的净流量为0，则可以认为辐射场是均匀各向同性的。

3

对于辐射流量：

$$E_{tot}=\int Fdl=F\cdot 4\pi r^2=\mathrm{const}$$
$$\Rightarrow F=\frac{\mathrm{const}}{r^2}$$

对于辐射能量密度：

$$u_\nu\equiv\frac{dE}{dVd\Omega d\nu}=\frac{4\pi}{c}J_\nu$$
$$\text{where } J_\nu\equiv\frac{1}{4\pi}\int I_\nu d\Omega=\frac{F}{4\pi}$$

4

$$dE_1=I_{\nu1}dA_1dtd\Omega_1d\nu_1=dE_2=I_{\nu2}dA_2dtd\Omega_2d\nu_2$$

其中$d\Omega_1$是dA_2对应的立体角，$d\Omega_2$是dA_1对应的立体角，且$d\nu_1=d\nu_2$

$$\Rightarrow I_{\nu1}\frac{dA_2}{R^2}\cdot dA_1dtd\nu_1=I_{\nu2}\frac{dA_1}{R^2}dA_2dtd\nu_2$$
$$\Rightarrow I_{\nu1}=I_{\nu2}\rightleftharpoons\frac{dI}{ds}=0$$

5

吸收和散射：

$$\frac{dI_\nu}{ds}=-\alpha_\nu I_\nu+j_\nu$$

发射系数：单位时间单位体积单位立体角单位频率上增加的能量

$$j_\nu=\frac{dE}{dtdVd\Omega d\nu}\,(\mathrm{erg}\cdot\mathrm{s}^{-1}\mathrm{cm}^{-3}\mathrm{str}^{-1}\mathrm{Hz}^{-1})$$

吸收系数：

$$dI_\nu \equiv -\alpha_\nu I_\nu dS \, (\mathrm{cm}^{-1})$$

6

$$d\tau_\nu \equiv \alpha_\nu ds$$

与介质的密度，opacity有关。

$\tau > 1$时是光学厚的，$\tau < 1$时光学薄的。

7

$$< \tau_\nu > \equiv \alpha_\nu l_\nu = 1, \text{即平均自由程对应的光深为1}$$
$$\Rightarrow \alpha_\nu = \frac{1}{l_\nu}$$

8

$$\tau_\nu = \alpha_\nu \cdot \rho \cdot R_* = 10^{11}$$
$$P = e^{-\tau_\nu}$$

9

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu$$
$$\Rightarrow \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu$$
$$\text{源函数的定义为：} S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}$$
$$\text{该方程的形式解为：} I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu$$

第一项表示入射辐射在介质中衰减的结果，第二项表示介质发射对辐射流量密度的贡献。

10

对于光薄的介质：

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \simeq S_\nu \tau_\nu$$
$$= \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \alpha_\nu l = j_\nu l$$

考虑到$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}$，在$\tau_\nu \to 0$时，$S_\nu \to \infty$，因此说光深为0是不对的。

11

物质处于热平衡时发出的辐射为热辐射。 黑体辐射还要求辐射场是光学厚的，即出射的光子需经过充分碰撞。

12

高能级为2，低能级为1，则爱因斯坦系数分为自发发射(A_{21})，受激发射(B_{21})和吸收(B_{12}) 由能量守恒：

$$n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \bar{J} = n_1 B_{12} \bar{J}$$
$$\bar{J} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{n1}{n2}\frac{B12}{B21} - 1}$$

考虑玻尔兹曼分布：

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{\Delta E/kT}$$

将上式与普朗克方程结合即可得到三个系数之间的关系：

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\begin{cases} g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \\ A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{21} \end{cases}$$

13

因为不考虑受激辐射的情况下无法直接导出普朗克公式。

14

普朗克公式：

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

高频近似：$h\nu \gg kT$

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-h\nu/kT}$$

低频近似：$h\nu \ll kT$

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{kT}{h\nu} = \frac{2\nu^2}{c^2}kT$$

15

Wien定律的适用范围有$h\nu \gg kT$，当$T \to \infty$时，已经不在Wien定律的适用范围内了。

16

亮温度：将谱的最高点当作黑体谱的最高点进行拟合。$I_\nu = B_\nu T_b$

色温度：将得到的流量对黑体谱进行拟合得到的温度。

由$\mathrm{Stefan-Boltzmann}$定律：$F = \sigma T_{\mathrm{eff}}^4$得到的温度是有效温度。

17

$$j_\nu = \alpha_\nu B(T)$$

在同样的温度下，物体热辐射的发射系数和吸收系数之比都相等，且都等于该温度下黑体的单色辐射强度。

18

由辐射转移方程：

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1-e^{-\tau_\nu})$$

当$\tau_\nu \gg 1$时：

$$I_\nu = S_\nu = B_\nu(T), \text{黑体辐射}$$

当$\tau_\nu \ll 1$时：

$$I_\nu = \tau_\nu S_\nu = \tau_\nu B_\nu(T)$$

19

若$T_e > T_c$，产生发射线

若$T_e < T_c$，产生吸收线

20

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu(I_\nu - B_\nu) - \sigma_\nu(I_\nu - J_\nu) = -(\alpha_\nu + \sigma_\nu)(I_\nu - S_\nu)$$
$$\text{其中}S_\nu \equiv \frac{\alpha_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu}$$

21

$$l_*^2 = \frac{l^2}{\epsilon} \Rightarrow l_* = \frac{l}{\sqrt{\epsilon}} \approx [\alpha_\nu(\alpha_\nu + \sigma_\nu)]^{-1/2}$$
$$\tau_* = \sqrt{\tau_a(\tau_a + \tau_s)},\ \tau_a = \alpha_\nu l,\ \tau_s = \sigma_\nu l$$

22

$$\kappa_R = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\alpha\nu + \sigma\nu} \frac{\partial B\nu}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}$$

$$F(z) = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa_R} \frac{\partial T}{\partial z}$$

辐射场

1

$$\begin{cases} I = E_1^2 + E_2^2 = E_0^2 \\ Q = E_1^2 - E_2^2 = E_0^2 \cos 2\beta \cos 2\chi \\ U = E_0^2 \cos 2\beta \sin 2\chi \\ V = E_0^2 \sin 2\beta \end{cases} \begin{cases} \epsilon_0 = \sqrt{I} \\ \sin 2\beta = \frac{V}{I} \\ \tan 2\chi = \frac{U}{Q} \\ I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \end{cases}$$
$$\chi\text{偏振面方位角，}\beta\text{和椭率有关的参量}$$

2

相速度：$v_{ph} = \frac{\omega}{R}$，群速度：$v_{group} = \frac{d\omega}{dR}$

$$\begin{aligned} &\text{对于平面波解：} \\ &\begin{cases} \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E_0} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} \\ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B_0} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} \end{cases} \\ &\text{由麦克斯韦方程的推论：} \\ &\begin{cases} \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \Rightarrow i\vec{k} \times \boldsymbol{E} = \frac{i\omega}{c}\boldsymbol{B} \\ \nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \Rightarrow i\vec{k} \times \boldsymbol{B} = -\frac{i\omega}{c}\boldsymbol{E} \end{cases} \\ &\Rightarrow \omega^2 = c^2 k^2 \Rightarrow c = \frac{\omega}{k} \\ &\Rightarrow \omega d\omega = c^2 k dk \Rightarrow c = \frac{d\omega}{dk} \end{aligned}$$

3

该探测器的时间分辨率为：$10\mu s$

$$\Delta T = \frac{1}{\Delta\omega} = \frac{1}{10\text{MHz}} = 1.0 \times 10^{-7}\text{s} < 10\mu\text{s}\text{，因此不能分辨。}$$

4

天体辐射出各个方向的辐射，因此平均来看是无偏振的。

5

对于单色波，100%偏振，因此有$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$，因此只有三个独立分量。

6

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I - V - \sqrt{Q^2 + U^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{Q^2 + U^2} \\ Q \\ U \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix}$$
$$\text{等式左边是一般的斯托克斯参数，右边第一项是无偏振项，第二项是线偏振，第三项是圆偏振。}$$

7

考虑偏振完全随机，因此偏振项为0：

$$\begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

8

辐射谱与$E(t)$满足傅里叶变换关系：

$$E(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}E(t)e^{-i\omega t}dt,\ \Delta\omega=\frac{1}{T}$$

9

正交关系

10

Poynting vector：

$$S=\frac{1}{4\pi}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$$

运动电荷（非相对论 + 相对论）的辐射

11

韧致辐射(Bremstrung)，磁场中的回旋辐射(Cyclotron)和同步辐射(Synchrotron)，沿弯曲磁力线的curvatureradiation，相对论性电子的逆康普顿散射(IC)，粒子速度超过介质中光速的切伦科夫辐射(Cherenkov)，原子、分子中的跃迁辐射。

$$\text{加速机制}\begin{cases}\text{外场作用：韧致辐射，回旋辐射和同步辐射，curavtureradiation}\\ \text{碰撞过程：带电粒子碰撞(free}-\text{freeemission)，相对论性电子(IC)}\end{cases}$$

因为电子质量小，电荷相同的情况下易加速到较高的速度，因此辐射最强。

12

麦克斯韦方程组：

$$\begin{cases}\nabla\cdot\boldsymbol{E}=4\pi\rho\\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0\\ \nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\\ \nabla\times\boldsymbol{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\vec{j}\end{cases},\begin{cases}\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{E}=-\nabla\phi-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}\\ \nabla\cdot\boldsymbol{A}+\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}=0\,(\text{洛伦兹规范})\end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\nabla^2\boldsymbol{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2}=-\frac{4\pi}{c}\vec{j}\\ \nabla^2\boldsymbol{\phi}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=-4\pi\rho\end{cases}\text{解得：}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\phi=\int\frac{\rho(\vec{r'},t^2)}{\hat{r}}dt'\\ \boldsymbol{A}=\int\frac{\vec{j}(\vec{r'},t^2)}{\hat{r}}dt'\end{cases}$$

其中$t_r\equiv t-\frac{\hat{r}}{c}$，代表辐射传递到观测点的时间 定义电量修正因子：$k=1-\vec{n}\cdot\vec{\beta}$

单个带电粒子的有效电量为：$\tilde{q}=\frac{q}{k}$

则单个带电粒子产生的推迟势为：

$$\begin{cases}\phi=\left[\frac{q}{kR}\right]\\ \boldsymbol{A}=\left[\frac{q\vec{v}}{ckR}\right]\end{cases}$$

单个粒子的电场和磁场强度为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{E} = \frac{q}{c}\left[\frac{\vec{n}}{k^3 R} \times ((\vec{n}-\vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}})\right] \\ \boldsymbol{B} = [\vec{n} \times \boldsymbol{E}(\vec{r}, t)] \end{cases}$$

推迟势描述的是传递到观测者的结果。产生辐射场必须有带电粒子做加速运动。

13

坡印廷矢量：

$$\boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} = \frac{c}{4\pi}|\boldsymbol{E}|^2\vec{n}$$

则功率的变化率：

$$dp = \boldsymbol{S} \cdot d\vec{\sigma} = (\boldsymbol{S} \cdot \vec{n}) r^2 d\Omega$$

因此功率的角分布为：

$$\frac{dp(t)}{d\Omega} = (\boldsymbol{S} \cdot \vec{n}) r^2 = \frac{c}{4\pi} r^2 |\boldsymbol{E}|^2$$

考虑到参考系的变化：

$$\begin{aligned} dt' &= dt + \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}}{c} dt' \Rightarrow \frac{dt}{dt'} = k \\ \frac{dp(t')}{d\Omega} &= \frac{dp(t)}{d\Omega}\frac{dt}{dt'} = \frac{q^2}{4\pi c k^5}|\vec{n} \times ((\vec{n}-\vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}})| \end{aligned}$$

在非相对论情况下：

$$\begin{aligned} &\vec{\beta} = 0, k = 0: \\ &\frac{dp(t')}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c^2}|\vec{n} \times (\vec{n} \times \dot{\vec{\beta}})| \\ &\theta\text{表示}\dot{\vec{\beta}}\text{与}\vec{n}\text{之间的夹角，则：} \\ &\frac{dp(t')}{d\Omega} = \frac{q\dot{v}^2}{4\pi c^3}\sin^2(\theta) \end{aligned}$$

非相对论性粒子的辐射分布沿加速度方向对称，辐射的角分布很宽。
极端相对论性粒子的辐射具有beaming效应，辐射分布在小角度内。

$$\begin{gathered} \text{Larmor公式：} \\ P = \frac{2q^3\dot{v}^2}{3c^3} \end{gathered}$$

14

非相对论性粒子的总功率可以用Larmor公式表示：

$$P = \frac{2q^3\dot{v}^2}{3c^3} \Rightarrow \frac{2\ddot{d}^2}{3c^3}(\text{偶极近似})$$

相对论性粒子的总功率可以通过洛伦兹变换得到：

$$P = \frac{2q^3}{3c^3}\vec{a'} \cdot \vec{a'} = \frac{2q^2}{3c^3}({a'_{\perp}}^2 + {a'_{\parallel}}^2) = \frac{2q^2}{3c^3}\gamma^4(a_{\perp}^2 + \gamma^2 a_{\parallel}^2)$$

最明显的不同在于非相对论性粒子的总功率与速度没有关系，
而相对论性粒子的总功率随速度的增加而剧增。

15

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\Omega} &= \frac{c}{4\pi} r^2 |\boldsymbol{E}|^2 \\ \Rightarrow \frac{dW}{d\Omega} &= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp}{d\Omega}dt = \frac{c}{4\pi} r^2 \int_{-\infty}^{\infty} E(t)^2 dt \end{aligned}$$

利用Parseval定理

$$\int_{-\infty}^{\infty} E^2(t)dt = 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} E^2(\omega)d\omega$$

$$W(\omega) = \int_0^\pi cr^2 \frac{\ddot{d}^2 \sin^2(\theta)}{c^4 r^2} \cdot 2\pi \sin\theta d\theta = \frac{8\pi}{3c^3}\ddot{d}^2(\omega)$$

对于偶极辐射：

$$w(\omega) = \frac{8\pi}{3c^3}\omega^4 d^2(\omega)$$

16

辐射强度$S \propto E^2$，速度场中，$E \propto 1/r^2$， 因此强度在无穷远处为0。 辐射场$E \propto 1/r$，辐射场在无穷远处不为0，因此有能量损失。

17

速度场的电场矢量：

$$\boldsymbol{E}(\vec{r},t) = \frac{q(\vec{n}-\vec{\beta})}{R^2}\text{，在}\vec{n}\text{和}\vec{\beta}\text{定义的平面上}$$

辐射场的电场矢量：

$$\boldsymbol{E}(\vec{r},t) = \frac{q}{cR}\left[\vec{n}\times(\vec{n}\times\dot{\vec{\beta}})\right]\text{，在}\vec{n}\text{和}\dot{\vec{\beta}}\text{定义的平面上}$$

18

根据洛伦兹变换：

$$\begin{cases} dW = \gamma dW' \\ dt = \gamma dt' \end{cases} \Rightarrow \frac{dW}{dt} = \frac{\gamma dW'}{\gamma dt'} = \frac{dW'}{dt'}$$

19

电子群的尺度远大于电子运动的尺度，可以用远场近似

20

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \sin^2\Theta = \frac{1}{2}r_0^2(1+\cos^2\theta)$$
$$\Pi = \frac{1-\cos^2\theta}{1+\cos^2\theta}$$

在$\theta = \frac{\pi}{2}$，即电子振动方向垂直于入射光的震动平面时，变为偏振度为100%。

21

辐射能来自于电子损失的能量，因此相当于一个力对电子做功，这个力便是辐射反作用力。

$$F_{\text{rad}} = \frac{2e^2\ddot{u}}{3c^3} = m\tau\ddot{u}$$

辐射反作用力远小于电子受到的加速度的力

22

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{1}{2}\Gamma t}\cos(\omega_0 t)$$

$$\begin{aligned}\Gamma \equiv \omega_0 t^2 = \frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3} &\approx 10^{-2}s^{-1}, \Rightarrow \tau = 100s \\ &\approx 3\times10^{-16}s^{-1}, \Rightarrow \tau = 3.6\times10^{15}s\end{aligned}$$

23

Γ是谱线的半高全宽，谱线窄说明Γ小，即持续时间长。

24

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_T \rightleftharpoons \omega \gg \omega_0 \\ \sigma = \sigma_T \left(\frac{\omega}{\omega 0}\right)^4 \rightleftharpoons \omega \ll \omega_0 \end{cases}$$

25

角度在$1/\gamma$内的beaming。

26

$$dt = \gamma(1 - \beta\mu)dt'$$

其中$\mu = \cos\theta$

27

$$\frac{I_\nu}{\nu^3} = const$$
$$\Rightarrow I_\nu = I'_\nu \left(\frac{\nu^3}{\nu'^3}\right)$$

28

$$\tau = \frac{l\alpha_\nu}{\sin\theta} = \frac{l}{\nu\sin\theta}\nu\alpha_\nu = \tau'$$

因此光深是洛伦兹不变量。

等离子体效应

29

法拉第效应指的是偏振光在磁场中传播时，偏振角发生变化的现象。
这是由磁场会使得电子的运动发生变化所导致的

$$\Delta\theta = \frac{2\pi e^3}{m^2c^2\omega^2}\int_0^l nB_\parallel ds$$

这个效应与等离子体的数密度有关，也与磁场强度有关。 利用这个效应可以测量磁场。

30

等离子体频率：

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi ne^2}{m}$$

Larmor频率：

$$\omega_L = \frac{eB_0}{mc}$$

31

切伦科夫(Cherenkov)辐射指的是带电粒子在介质中传播速度超过光速产生的辐射。 要求这种介质的折射率$n > 1$。

32

辐射的传播方向和粒子的运动方向之间满足：

$$\cos\theta_c = \frac{u}{v} = \frac{c}{nv}$$

因此，粒子的速度越大，辐射的传播方向偏离粒子的传播方向越大。

33

$$n_r \equiv \sqrt{1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}} < 1$$

34

频率大于等离子体震动的辐射会往前传播， 频率小于振动频率的辐射会被吸收。
由于低频的辐射被吸收，因此导致能量转移的辐射都是高频的。

35

画一个波包

36

测量不同频率辐射到达的时间间隔(dispersionmeasure)。

$$\frac{dt_p}{d\omega} = -\frac{4\pi e^2}{cm\omega^2}\int_0^d n ds$$

37

变小？

38

在没有磁场的情况下：

$$\Delta\theta = 0$$

在磁场为$\boldsymbol{B}$的情况下：

$$\Delta\theta = \frac{2\pi e^3}{m^2c^2\omega^2}\int_0^l nB_{\parallel} ds$$

39

测量银盘中的脉冲星，通过time delay和rotation measure测量银盘中的电子密度和磁场。

40

粒子的运动速度不能超过真空中的光速，但在介质中可以。

$$n_r > 1$$
$$v > \frac{c}{n_r}$$

41

$\omega < \omega_p$时，Beaming效应被抑制，从而使同步辐射失效。

韧致辐射

1

在等离子体中带电粒子发生碰撞，产生加速度而产生的辐射，free − free emission。 若是电子 −
电子或者离子 − 离子碰撞不会产生偶极辐射。

2

impact parameter： b，电子速度：v

$$\nu_{\max} = \frac{v}{2\pi b}$$

3

冈特因子(Gaunt factor)：

$$g_{ff} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

?

4

$$dP \propto v^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \propto n_e n_i$$

5

$$\epsilon_\nu^{ff} \propto n_e n_i T^{-1/2} \exp(-h\nu/kT)$$

6

在低频处水平，在高频处迅速下降，形成$\text{cut}-\text{off}$。 自由 $-$ 自由吸收指的是自由电子吸收辐射。

$$\begin{aligned} &\alpha_\nu \propto n_e n_i \nu^{-3}(1-e^{-h\nu/kT}\bar{g_{ff}}) \\ \Rightarrow &\begin{cases} \alpha_\nu \propto \nu^{-3}, h\nu \gg kT \\ \alpha_\nu \propto T^{-3/2} n_e n_i Z^2 \nu^{-2} \propto T^{-3/2}\nu^{-2} \end{cases} \end{aligned}$$

7

低频部分由于自吸收 $\propto \nu^2$，高频部分由于截断 $\propto e^{-h\nu/kT}$ 频率的典型值为：$\nu = \frac{kT}{h}$

8

因为恒星的n_e, n_i都比HII区的数值大。

9

可以通过截止频率估算温度，总能谱 $\propto T^{-1/2} n_e^2$，用来估算电子密度。

同步辐射

1

同步辐射(Synchrotron)总功率：

$$P = \frac{2}{3} r_0^2 c \beta_\perp^2 \gamma^2 B^2$$

回旋辐射(Cyclotron)总功率：

$$P = \frac{2e^2\dot{v}^2}{3c^3}$$

最大的区别在于同步辐射与粒子的运动速度有关，而回旋辐射只与加速度有关。

2

同步辐射的峰值频率：

$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^3\omega_B \sin\alpha$$
$$\nu_c = \frac{3}{4\pi}\gamma^3\omega_B \sin\alpha$$

3

同步辐射的角分布具有beaming效应，产生的谱是连续谱
回旋辐射的角分布是各向同性，产生的谱是集中在ω_B上的单色谱

4

$$\Pi(\omega) = \frac{P_\perp(\omega) - P_\parallel(\omega)}{P_\perp(\omega) + P_\parallel(\omega)} = \frac{G(x)}{F(x)}$$

其中$x \equiv \omega/\omega_c$

5

$$P(\omega) \propto \omega^{-\frac{p-1}{2}}$$
$$\Pi(\omega) = \frac{p+1}{p+7/3}$$

6

同步辐射自吸收指的是光子与磁场中的电子作用被吸收的过程。吸收系数：

$$\alpha_\nu \propto \nu^{-\frac{p+2}{4}}$$

因此主要作用在低频

7

由于同步辐射的beaming效应，接收到的电场强度是周期为$2\pi/\omega_{\mathrm{B}}$的脉冲，脉冲的展宽为：

$$\Delta t_A = \frac{1}{\gamma^3\omega_B \sin\alpha}$$

因此辐射频率峰值远大于ω_B

8

?

9

单个电子的同步辐射谱为：

$$P(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B\sin\alpha}{4\pi mc^2}F(x)$$
$$\begin{cases} F(x) \sim \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma(1/3)}\left(\frac{x}{2}\right)^{1/3}, x \ll 1 \\ F(x) \sim \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} e^{-x}x^{1/2}, x \gg 1 \end{cases}$$

10

磁场不对电子做功，磁场只提供加速的机制

11

$$\frac{d}{dt}(\gamma mc^2) = -P \Rightarrow \dot{\gamma} = -\frac{P}{mc^2} = -A\beta^2\gamma^2 \approx -A\gamma^2$$
$$\frac{d\gamma}{\gamma^2} = -Adt \Rightarrow \gamma = \frac{\gamma_0}{1 + A\gamma_0 t}$$
$$\gamma = \gamma_0/2 \Rightarrow t_{1/2} = \left(\frac{2e^4}{3m^3c^5}\gamma_0 B_\perp^2\right)^{-1}$$

12

垂直？

13

$s = 0.75 \Rightarrow p = -0.5 \Rightarrow \Pi = 3/11$

14

速度增加，回旋辐射在基波的倍频处产生谐波，这个效应随v/c的增加而增加
对于相对论性粒子，产生大量的谐波因此看上去像“连续谱”

15

利用修正后的基尔霍夫(Kirchhoff)定律：

$$\alpha_\nu = \frac{j_\nu}{B_\nu(T)}$$

16

幂律电子集体的同步辐射的功率谱：

$$I_\nu \propto \begin{cases} \nu^{5/2}，低频 \\ \nu^{-(p-1)/2}，高频 \end{cases}$$

这是由于低频的同步辐射自吸收较强

17

同步辐射在高频和低频部分都是幂律分布：

$$P \propto \begin{cases} \nu^{5/2}，低频 \\ \nu^{-(p-1)/2}，高频 \end{cases}$$

对于热的韧致辐射，在低频是幂律谱，高频处存在截断：

$$P \propto \begin{cases} \nu^2，h\nu \ll kT \\ e^{-h\nu/kT}，h\nu \gg kT \end{cases}$$

康普顿散射

1

由能量守恒和动量守恒：

$$\begin{cases} E_{\gamma i} + E_{ei} = E_{\gamma f} + E_{ef} \\ \vec{p_{\gamma i}} = \vec{p_{\gamma f}} + \vec{p_{ef}} \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} (E_{\gamma i} + m_e c^2 + E_{\gamma f})^2 = m^2c^4 + p_{ef}^2 c^2 \\ p_{\gamma i}^2 + p_{\gamma f}^2 - 2p_{\gamma i}p_{\gamma f}\cos\theta = p_{ef}^2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow E_{\gamma f} = \frac{E_{\gamma i}}{1 + \frac{E_{\gamma i}}{mc^2}(1-\cos\theta)}$$

2

逆康普顿散射散射是高能电子将能量传递给光子的过程，在电子静止系中电子的动能为0因此总是康普顿散射。

3

有能量传递？电子能量足够高$h\nu \approx mc^2$？

4

当电子为非相对论的，则是Thomson散射，辐射谱为：

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^4 E_0^2}{8\pi m^2 c^3} \sin^2 \Theta$$

散射截面σ和微分散射截面$d\sigma$为：

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} r_0^2$$
$$d\sigma = r_0^2 \sin^2 \Theta d\Omega$$

其中$r_0 \equiv e^2/mc^2$ 高频光子能量较高会发生康普顿散射

5

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_1} + \frac{\epsilon_1}{\epsilon} - \sin^2 \theta \right)$$

6

在极端相对论情况下：

$$\sigma = \frac{3}{8} \sigma_T x^{-1} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right)$$

7

γ^2倍

8

？

9

逆康普顿散射的总功率：

$$P_{\text{compt}} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \beta^2 U_{ph} \left[1 - \frac{63}{10} \frac{\gamma < \epsilon >^2}{mc^2 < \epsilon >} \right]$$

同步辐射的总功率：

$$P_{\text{synch}} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \beta^2 U_B$$

两者之比为光子能量和磁场能量之比，当光子场能量高于磁场能量时逆康普顿散射占主导

10

只有在$\gamma\epsilon \ll mc^2$的情况下Thomson散射截面有意义

因为要进行参考系变换，因此是$\gamma\epsilon$

11

不在

12

$$s = \frac{p-1}{2}$$

13

光子全都分布在$1/\gamma$大小的锥角内

14

$$y \equiv \begin{pmatrix} \text{average fractional} \\ \text{energy changeper} \\ \text{scattering} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{mean number of} \\ \text{sacttering} \end{pmatrix}$$

15

$$(\Delta\epsilon)_{NR} = \frac{\epsilon}{mc^2}(4kT - \epsilon)$$

16

?

17

对于多次散射的情况，康普顿y参数表示为：

$$y_{NR} = \frac{4kT}{mc^2}\mathrm{Max}(\tau_{\mathrm{es}}, \tau_{\mathrm{es}}^2)$$
$$y_R = 16\left(\frac{kT}{mc^2}\right)^2 \mathrm{Max}(\tau_{\mathrm{es}}, \tau_{\mathrm{es}}^2)$$

因而出射与入射的能量关系为：

$$\epsilon_f = \epsilon_i e^y$$

即出射的是幂律谱

18

$Kompaneets$方程：

$$\frac{\partial n}{\partial t_c} = \left(\frac{kT}{mc^2}\right)\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}[x^4(n' + n + n^2)]$$

适用于非相对论(nonrelativistic)，多次进行的逆康普顿散射

19

$y \ll 1$时，相干散射的贡献较大，在$x \gg x_0$的情况下，产生变形的黑体谱：

$$I_\nu = \frac{B_\nu}{1 + \sqrt{(\kappa_{ff} + \kappa_{es})\kappa_{ff}^{-1}}}$$
$$\Rightarrow I_\nu^{MB} \equiv 2B_\nu\sqrt{\kappa_{ff}/\kappa_{es}}$$

$y \gg 1$时，逆康普顿散射贡献较大，在$x_{coh} \ll 1$时，逆康普顿散射项可被忽略，产生变形的Wien定律：

$$I_\nu^W = \frac{2h\nu^3}{c^2}n = \frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-\alpha}e^{-h\nu/kT}$$