**GIẢI TÍCH II**

**Nội dung:**

**- Chương 1. Hàm nhiều biến**

**1. Đạo hàm riêng**

**2. Đạo hàm của hàm ẩn**

**3. Đạo hàm và vi phân cấp 2**

**4. Cực trị**

**Bc 1.**

**Bc 2.**

**- Chương 2. Tích phân bội**

**1. Tích phân 2 lớp trên miền D là đường thẳng và parabol; miền D là HCN; miền D là tam giác; cách chiếu sang Oy.**

**2. PP đổi biến số, PP đổi tọa độ cực trên hình tròn tâm là gốc O, trên hình tròn tâm ko là gốc O, trên elip chính tắc.**

**3. Tích phân 3 lớp trên tứ diện, trên trụ và trên cầu.**

**- Chương 3. Tích phân đường**

**1. Tích phân đường loại 1 có 4 dạng**

**2. Tích phân đường loại 2 có 3 dạng, CT Green và ĐK để ko phụ thuộc vào đường nối AB.**

**3. Tích phân mặt loại 1 trên 1 mặt và TP mặt loại 2 (CT Ostro)**

**- Chương 4. Hình vi phân**

**- Có 3 dạng.**

**- Chương 5. PTVT**

**1. 5 dạng cấp 1.**

**2. PT cấp 2 hệ số hằng**

**CHƯƠNG 1 HÀM NHIỀU BIẾN**

**A. TÍNH GIỚI HẠN (giảm tải)**

**B. ĐẠO HÀM VÀ VI PHÂN**

**1 ĐẠO HÀM RIÊNG VÀ VI PHÂN TOÀN PHẦN**

**- ĐN: Cho HS Để tính đạo hàm riêng**

**thì ta coi x là ẩn và y là hằng số. Và tương tự, để tính đạo hàm riêng thì ta coi y là ẩn và x là hằng số.**

**VD1. Tính các đạo hàm riêng của hàm**

**G: Coi x là ẩn và y là hằng số, có đạo hàm riêng**

**- Và tương tự, coi y là ẩn và x là hằng số, có nên đạo hàm riêng**

**VD2. Tính các đạo hàm riêng của hàm**

**G: Vì nên coi x là ẩn và y là hằng số, thì đạo hàm riêng**

**- Và tương tự, có**

**VD3. a) Cho hàm Tính các đạo hàm riêng tại điểm (1, 2).**

**G: Coi x là ẩn và y là hằng số là hàm lũy thừa, có đạo hàm riêng**

**- Thay**

**Và tương tự, coi y là ẩn và x là hằng số là hàm mũ,**

**Thay**

**b) Cho HS Tính**

**G: Coi x là ẩn và y là hằng số, có**

**Và tương tự, có**

**- ĐN: Cho hàm Thì vi phân (toàn phần)**

**VD1. Tính vi phân dz, với HS**

**G: Có nên coi x là ẩn và y là hằng số thì đạo hàm riêng**

**Và tương tự, coi y là ẩn và x là hằng số, có**

**- Nên vi phân**

**VD2. Tính vi phân dz, với HS Từ đó, tính dz(3, 4).**

**G: Có đạo hàm riêng**

**Và tương tự, có**

**Nên vi phân**

**- Từ đó, tính dz(3, 4).**

**Thay**

**VD3. a) Tính dz(1, 3), với HS**

**G: Coi x là ẩn và y là hằng số, là hàm mũ, có**

**Thay**

**Và y là ẩn và x là hằng số, là hàm lũy thừa**

**Thay**

**Nên vi phân**

**b) Tính với HS**

**G: Có**

**Và Nên**

**- ĐN: Cho HS Thì để tính đạo hàm riêng**

**thì ta coi x là ẩn và y, z là các hằng số. Tương tự, để tính đạo hàm riêng thì ta coi y là ẩn và x, z là các hằng số. Và**

**- Và vi phân**

**VD4. a) Tính vi phân df, biết HS Từ đó, tính**

**G: Coi x là ẩn và y, z là các hằng số, đạo hàm riêng**

**Và tương tự, vì các đạo hàm riêng**

**Nên vi phân**

**- Từ đó, tính**

**Thay**

**b) C4. Tính df của HS**

**G: Có**

**Và**

**Nên**

**c) Cho hàm Tính**

**G: Coi x là ẩn và y, z là các hằng số, thì**

**Tương tự có**

**Thay vào**

**VD5. a) Tính của HS**

**G: Có**

**Và**

**Nên**

**b) Tính với HS**

**G: Có**

**Và**

**Nên**

**c) Cho hàm Tính**

**G: Có**

**Tương tự, có**

**Nên**

**VD6. Tính vi phân du, biết HS**

**- Từ đó, tính**

**G: Có Coi x là ẩn, y và z là các hằng số, thì**

**Tương tự, có**

**Nên vi phân**

**- Tính Thay Nên**

**Bài tập**

**B2. Tính các đạo hàm riêng và vi phân toàn phần**

**C1.**

**G: Có**

**- Coi x là ẩn và y là hằng số, thì**

**Và tương tự có**

**Nên vi phân**

**C2. Từ đó, tính dz(2, 1).**

**G: Có**

**Và**

**Nên vi phân**

**- Từ đó, tính dz(2, 1).**

**Thay suy ra**

**C3. Từ đó, tính**

**G: Coi x là ẩn và y, z là các hằng số, thì**

**Và tương tự có**

**Và**

**Nên vi phân**

**- Từ đó, tính**

**Thay suy ra**

**3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM ẨN**

**- Hàm tường minh**

**- Hàm ẩn: ...**

**- ĐL1: Cho HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**Thì đạo hàm**

**VD1. Tính biết HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**Tính biết**

**G: Đặt**

**- Nên đạo hàm**

**- Tính biết**

**Thay**

**VD2. Tính biết HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**Tính biết**

**G: Đặt**

**- Nên**

**- Tính biết**

**Thay**

**VD3. Cho HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**- Tính và biết**

**G: Đặt Nên**

**Vậy**

**- Tính biết Thay**

**- ĐL2: Cho HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**Thì**

**Và**

**VD1. C5. Cho HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**Tính vi phân dz.**

**G: Đặt**

**Nên**

**Vậy vi phân**

**VD2. C4. Cho**

**Tính dz. Từ đó, tính dz(1, -3), biết**

**G: Đặt**

**Nên**

**Vậy vi phân**

**- Từ đó, tính dz(1, -3), biết**

**Thay**

**VD3. a) Tính dz, biết HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**Tính biết**

**G: Đặt**

**Nên**

**Nên**

**- Tính biết**

**Thay**

**Nên**

**d) Tính biết HS là hàm ẩn xác định bởi PT**

**G: Đặt**

**Nên**

**Vậy**

**VD4. Tìm vi phân dz, biết là hàm ẩn được cho bởi PT**

**G: Đặt Nên Suy ra**

**Nên vi phân**

**VD5. Tìm vi phân dz, biết**

**G: Đặt Nên**

**Suy ra**

**Nên vi phân**

**b) Tìm dz, biết HS**

**VD6. Tìm vi phân dz, biết**

**- Từ đó, tính biết**

**G: Đặt**

**Suy ra**

**Nên vi phân**

**- Từ đó, tính biết**

**- Thay**

**Bài tập**

**B4. Tính biết là hàm ẩn xác định bởi PT**

**C1.**

**Từ đó tính biết**

**G: Có**

**- Đặt**

**Nên coi x là ẩn và y là hằng số, vì nên**

**- Tương tự, có Vậy**

**- Tính biết**

**Vì thay**

**C2. Từ đó, tính biết**

**G: Ta có**

**Nên**

**Vậy**

**- Vì nên thay vào**

**C3. Từ đó tính biết**

**G: Đặt**

**B5. Tính dz, biết là hàm ẩn xác định bởi PT**

**C1.**

**G: Có Đặt**

**Vì nên Nên**

**Tương tự có**

**Vậy vi phân**

**C2. Từ đó, tính dz(0, 1), biết**

**G: Đặt**

**Nên**

**Và vi phân**

**- Từ đó, tính dz(0, 1), biết**

**- Vì thay**

**C3.**

**G: Đặt**

**Nên coi x là ẩn và y, z là hằng số thì**

**Vậy**

**Và**

**Vậy vi phân**

**5. ĐẠO HÀM RIÊNG CẤP 2**

**- ĐN: Cho HS Thì**

**VD1. Tính các đạo hàm riêng cấp 2 của HS**

**G: Coi x là ẩn và y là hằng số, thì có**

**Nên**

**NX: Có**

**- NX: (Bổ đề Svac) Cho hàm số Thì**

**- Nên ta chỉ cần tính 3 đạo hàm riêng cấp 2 là**

**b) C3. Tính các đạo hàm riêng cấp 2 tại điểm (0, 1) của HS**

**G: Có**

**Và**

**Nên**

**Thay**

**- Và**

**Và**

**c) Tính các đạo hàm riêng cấp 2 tại điểm (1, 2) của HS**

**G: Vì nên**

**Vì nên**

**Thay**

**- ĐN: Cho hàm số Thì**

**VD2. a) C1. Cho HS Chứng minh**

**G: Có**

**Và Nên**

**Tương tự,**

**Vậy**

**b) Cho HS Chứng minh**

**G: Có**

**Nên**

**- Tương tự, có**

**Nên**

**Bài tập**

**B7. Đạo hàm riêng cấp 2**

**C2. Tính các đạo hàm riêng cấp 2 của HS**

**G: Có**

**Và**

**- Vì**

**- Và**

**- Và**

**6. VI PHÂN CẤP 2**

**- ĐN: Cho hàm số Thì vi phân cấp 2**

**Nên vi phân**

**VD1. Tính vi phân biết HS**

**G: Có coi x là ẩn và y là hằng số**

**Nên**

**Vậy vi phân cấp 2**

**VD2. C3. Tính vi phân biết HS**

**G: Có**

**Nên**

**Vậy vi phân**

**b) Tìm vi phân cấp 2 của**

**G: Coi x là ẩn và y là hằng số thì**

**Nên**

**Nên vi phân**

**c) Tìm biết**

**VD3. Tính vi phân cấp 2 của HS**

**G: Có**

**Và**

**- Vì**

**- Và**

**- Và**

**Nên vi phân**

**Bài tập**

**B12. Tính biết**

**C1.**

**G: Có**

**Nên**

**Nên vi phân**

**C2.**

**G: Có nên**

**Nên**

**Nên**

**D. CỰC TRỊ CỦA HÀM NHIỀU BIẾN**

**- ĐN điểm dừng: Cho HS Điểm gọi là điểm dừng nếu**

**- TC: ĐK cần. Nếu HS đạt cực trị tại điểm thì là điểm dừng.**

**- PP: ĐK đủ. Giả sử là điểm dừng của HS Tính**

**\* Nếu là C Đ.**

**\* Nếu là C Tiểu.**

**\* Nếu ko là điểm cực trị.**

**VD1. Tìm cực trị của HS**

**G: Bước 1. Tìm điểm dừng. Giải hệ**

**Thay vào PT sau**

**- Bước 2. TH1. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng ko là cực trị.**

**- TH2. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng là điểm CĐ và**

**VD2. C6. Tìm cực trị của HS**

**G: Bước 1. Tìm điểm dừng. Có**

**- Bước 2. TH1. Nếu điểm dừng**

**Nên điểm dừng ko là điểm cực trị.**

**- TH2. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng là điểm C Tiểu và**

**- TH3. Xét điểm dừng**

**Nên ko là điểm cực trị.**

**- TH4. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng là điểm CĐ và**

**- Chú ý: Đặt ĐKXĐ: …**

**VD3. Tìm cực trị của HS**

**G: ĐK:**

**Bước 1. Tìm điểm dừng. Có Thay vào PT dưới được**

**- Bước 2. Thay điểm dừng vào**

**Nên điểm dừng là điểm C Tiểu và**

**VD4. a) C5. Tìm cực trị của HS**

**G: ĐK: Bước 1. Tìm điểm dừng. Có**

**- Bước 2. TH1. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng là C Tiểu và**

**- TH2. Xét diểm dừng**

**Nên điểm dừng là C Tiểu và**

**VD5. Tìm cực trị của HS**

**G: Có**

**Nên điểm dừng là**

**- Mà**

**Nên điểm dừng là cực tiểu và**

**VD6. Tìm cực trị của HS**

**G: Bước 1. Tìm điểm dừng. ĐK:**

**- Giải hệ**

**- Bước 2. TH1. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng là điểm cực tiểu và**

**- TH2. Xét điểm dừng**

**Nên điểm dừng là điểm cực tiểu và**

**VD7. Tìm cực trị của HS**

**G: Bước 1. Tìm điểm dừng. Giải hệ**

**Nên là điểm dừng.**

**- Bước 2. Tính**

**Nên điểm dừng ko là cực trị.**

**VD8. Tìm cực trị của HS**

**G: Có**

**- TH1. Nếu là điểm dừng. Và**

**Nên điểm dừng (0, 0) ko là cực trị.**

**- TH2. Nếu là điểm dừng. Và**

**là C Tiểu và**

**- TH3. Nếu**

**- TH4. Nếu**

**b) Tìm cực trị của**

**G: ĐK: Bước 1. Tìm điểm dừng. Có**

**c)**

**G: Có**

**Bài tập**

**B1. Tìm cực trị của các hàm**

**C1.**

**G: Có**

**Nên điểm dừng là**

**- Mà**

**Nên điểm dừng là cực tiểu và**

**C2.**

**G: Bước 1. Tìm điểm dừng. Có**

**Nên**

**Nên có 2 điểm dừng là**

**TH1. Nếu Vì**

**Nên ko là cực trị.**

**TH2. Xét điểm dừng Suy ra**

**Nên là điểm CT.**

**C3.**

**G: Bước 1. ĐK: Xét hệ**

**- Thế PT đầu vào PT sau, được Nên điểm dừng**

**Bước 2. Vì**

**Nên Vậy điểm dừng là cực tiểu và**

**C4.**

**G: Có …**

**CHƯƠNG 2 TÍCH PHÂN BỘI**

**A. TÍCH PHÂN KÉP**

**1. ĐỊNH NGHĨA**

**- ĐN: Cho HS Xét tích phân kép (tích phân bội 2) có dạng**

**với miền thì**

**C1. Tính**

****

**G: Xét PT Vẽ miền Chiếu miền D xuống thẳng trục Nên**

**VD1. C7. Tính**

****

**G: Có Xét PT Vẽ miền Chiếu D thẳng xuống trục Ox. Nên miền Vậy**

**VD2. C8. Tính**

****

**G: Vẽ miền Chiếu thẳng D xuống trục Ox. Nên miền Vậy**

**VD3. a) Tính**

****

**G: Có PT Vẽ miền**

**Chiếu D thẳng xuống trục Ox. Nên miền Vậy**

**b) Tính**

****

**G: Có PT Vẽ miền Chiếu miền D thẳng xuống Ox Nên**

**c) Tính**



**G: Có Xét PT Vẽ miền Chiếu miền D thẳng xuống trục Nên**

**d) Tính**

**e) Tính**

**f) Tính**

**Bài tập**

**B1. Tính các tích phân**

**C1. Tính**

****

**G: Xét PT Vẽ miền Chiếu miền D xuống thẳng trục Nên**

**C2. Tính**

****

**G: Xét PT**

**2. Tích phân trên HCN**

**- ĐL: Nếu thì**

**VD1. Tính**

****

**G: Có**

**b) Tính**

**- Chú ý:**

**G: NX miền có dạng HCN có các cạnh // Ox, Oy nên tách**

**VD2. a) Tính**

**G: a) Tách**

**b) Tính**

**G: …**

**c) Tính**

**G: ...**

**- Ox2.**

****

**VD3. C10. Tính**

**G: Có Vẽ miền thẳng xuống trục Ox. Tách với Nên**

**b) Tính**

****

**G: Vẽ miền**

**- Có Chiếu miền D thẳng xuống trục Ox được Nên**

**c) Tính**

****

**G: ...**

**Bài tập**

**C3. Tính**

****

**G: Vẽ miền Xét PT Chiếu miền D xuống trục**

**3. THEO Oy**

**VD1. Tính**

****

**G: Vẽ miền**

**- Có PT Nên Chiếu miền D thẳng xuống trục Tách với Nên**

****

**Cách 2. Chiếu D sang ngang trục**

**- Có Chiếu miền D sang ngang trục Oy có (tính từ trái sang phải) Nên**

**VD2. a) Tính**

****

**G: Vẽ miền Có PT**

**- NX: Nếu chiếu miền D xuống trục Ox thì ta phải tách**

**- Nên chiếu D sang ngang trục Oy được Có Tính từ trái sang phải được Nên**

**b) Tính**

****

**G: …**

**c) Tính**

****

**- NX: Nếu tức f là hàm chẵn đối với ẩn x và miền đối xứng nhau qua trục Oy thì**

**- Nếu tức f là hàm lẻ đối với ẩn x thì**

**VD1. Tính**

**G: Vì hàm là hàm lẻ đối với ẩn x nên**



**VD2. C9. Tính**

**G: Cho Vẽ miền Nhận thấy miền đối xứng nhau qua trục Oy và là hàm chẵn đối với ẩn x nên**

**với**

**NX: Nếu chiếu miền thẳng xuống trục Ox thì với Nên**

**Khá là phức tạp.**



**- Giải tiếp VD2. Nhưng nếu ta chiếu sang ngang trục Oy, có thì Nên**

****

**b) Tính**

**G: Chiếu sang ngang trục Oy được ...**

**Bài tập**

**C4. Tính**

****

**G: Vẽ miền Có PT**

**- NX: Nếu chiếu miền D xuống trục Ox thì ta phải tách**

**- Nên chiếu D sang ngang trục Oy được Có Tính từ trái sang phải được Nên**

**C5. Tính**

****

**G: …**

**C6. Tính**

****

**G: Chiếu sang ngang trục Oy được ...**

**c) Tính**

**G: ...**

**5. PP ĐỔI BIẾN SỐ**

**- ĐL: Xét Đặt Đặt định thức Thì**

**VD1. Tính**

****

**G: Đặt**

**Và miền là HCN có các cạnh // với 2 trục Ou, Ov nên**

****

**VD2. Tính**

**-NX: Miền D là hbh (HCN) có các cạnh ko // với các trục Ox, Oy nên nếu tính trực tiếp, ví dụ chiếu xuống trục Ox thì phải tách D thành 3 phần, khá là phức tạp. Nếu sử dụng đổi biến, ta có thể đưa D thành miền D’ có dạng HCN có các cạnh // với 2 trục.**

**Giải. Đặt**

**Và miền là HCN có các cạnh // với 2 trục Ou, Ov nên**

**b) Tính bằng cách đặt**

**G: Đặt**

**Và miền là HCN có các cạnh // với 2 trục nên**

**c) Tính**

**bằng cách đổi biến**

**G: Đặt Và Coi u là trục hoành Ox và v là trục tung Oy. Hoặc ta biến đổi**

**Nên**

****

**Bài tập**

**Bài 3. Đổi biến số**

1. **C1. Tính**

**G: Đặt**

**Và miền là HCN có các cạnh // với 2 trục Ou, Ov nên**

**6. TÍCH PHÂN TRÊN HÌNH TRÒN VÀ PP ĐỔI TỌA ĐỘ CỰC**

**- Tọa độ cực. Trên mp Oxy, cho điểm Khi đó đặt Khi đó cặp gọi là tọa độ cực của điểm M.**

**- ĐL: Xét Đặt Nên Thì**

****

**VD1. Tính**

**G: Vẽ**

**- Đặt Vì và nên Vậy**

**- Chú ý: Nếu đường thẳng hệ số góc. Gọi góc**

****

**b) Tính**

**G: Vẽ miền Đặt (dùng kết hợp hình vẽ)**

**- Nên đặt Vì và nên Vậy**

****

**VD2. C5. Tính**

**G: Vẽ miền**

**- Đặt Vì và Vậy**

**với Áp dụng TPTP, đặt**

**Nên**

****

**b) Tính**

**G: Vẽ**

**miền**

**- Đặt Nên Nên**

****

**VD3. Tính**

**G: Có**

**- Đặt Vì Và Thay vào PT miền Vậy**

**- Chú ý: Nếu**

**Nếu**

**Nếu**

****

**VD4. a) Tính**

**G: a) Vẽ miền**

**- Đặt Nên Nên khi Nên (dựa vào hình vẽ)**

**- Tìm cận của r dựa vào PT của miền D: Và thay vào PT Vậy miền**

**c) Tính**

**d) Tính**

**e) Tính**

**Bài tập**

****

1. **C2.**

**G: …**

****

1. **C4.**

**G: …**

****

**b)\* Tính**

**G: Vẽ**

**- Gọi N là giao điểm của 2 đường tròn**

**- Đặt Vì Và thay vào PT Nên Vậy**

**c) \*C3. Tính**

****

**G: Vẽ**

**- Gọi N, P là giao điểm của 2 đường tròn**

**- Đặt Vì Và thay vào PT Nên Vậy**

**\* TÍCH PHÂN TRÊN ELIP VÀ PP TỌA ĐỘ CỰC SUY RỘNG**

**- ĐL: Xét với miền Đặt Nên**

****

**VD1. a) Tính**

**G: Đặt Vì nên**

**b)\* Tính**

**G: Có đặt Nên**

**c) C6. Tính**

****

**G: Có miền Chuyển sang tọa độ cực suy rộng, đặt Vì**

**- Tìm cận của r dựa vào PT của miền Vì nên**

**d) Tính**

**G: Có miền Chuyển sang tọa độ cực suy rộng, đặt Vì**

**- Tìm cận của r dựa vào PT của miền**

**B. TÍCH PHÂN 3 LỚP**

**1. ĐN**

**- ĐN: Xét với thì**

**- HQ: Nếu thì**

****

**VD1. Tính**

**với V: tứ diện vuông OABC với A(2, 0, 0); B(0, 2, 0); C(0, 0, 2).**

**G: Thay vào**

**- Có miền Chiếu miền D thẳng xuống trục Ox được**

**Và Nên**

****

**VD2. a) Tính**

**với V: lăng trụ đứng OAB. O’A’B’; O(0, 0, 0); A(3, 0, 0); B(0, 3, 0); O’(0, 0, 2).**

**- Oxy: // (Oxy).**

**G: Có miền Chiếu miền D thẳng xuống Ox thì**

**Và Nên**

****

**b) Tính**

**G: Thay vào Nên miền**

**Vẽ miền Chiếu thẳng miền D xuống trục Ox được**

**- Và miền Nên**

**Bài tập**

1. **B1. Tính**

****

**G: Thay vào PT Nên miền Vẽ Chiếu D thẳng xuống trục Ox**

**- Tìm cận của z dựa vào PT của miền Nên**

****

1. **B2. Tính**

**G: …**

**2. TỌA ĐỘ TRỤ**

**- ĐL: Đặt**

**Nếu**

****

**VD1. a) Tính**

**G: Vì miền**

**- Vẽ Chuyển sang tọa độ cực (trong không gian Oxyz, tọa độ cực gọi là tọa độ trụ). Đặt Vì**

**- Và miền Nên**

****

**b) Tính**

**G: Có miền**

**- Chuyển sang tọa độ trụ (trong không gian Oxyz) Đặt**

**- Và miền Nên**

**Và Nên**

****

**VD3. Tính**

**G: Có miền**

**- Đặt Vì**

**- Tìm cận của r dựa vào PT của miền Và Thay vào PT miền Vậy**

**b) Tính**

****

**G: Có miền Chuyển sang tọa độ trụ trong kgian Oxyz, đặt**

**- Vì Và dựa vào PT của miền D: Nên Từ PT miền Vậy**

****

**VD1. Tính**

**G: Có miền**

**Đặt**

**- Có Và**

**Và Nên**

****

**b) Tính**

**G: G: Có**

**Đặt**

**Và**

**e) Tính**

**Bài tập**

****

1. **B3. Tính**

**G: …**

**b) Tính**

**G: Có**

**Đặt**

**Và**

**Nên Vậy**

****

1. **B4. Tính**

**G: …**

**3. MIỀN LẤY TÍCH PHÂN V LÀ HÌNH CẦU VÀ PP ĐỔI BIẾN TỌA ĐỘ CẦU**

**- ĐL: Xét Đặt (Chú ý: là góc giữa 2 vecto nên là góc giữa vecto Oz và đường thẳng OM nên ) Nên**

**VD2. Tính**

****

**G: Có miền là phần nằm giữa 2 hình cầu cùng tâm O là cầu (O, R = 2) và cầu (O, R = 3). Đặt Có PT miền Nên**

1. **B6. Tính**

**G: Có miền nằm ở giữa 2 hình cầu đồng tâm O và có các bán kính lần lượt là 1 và 2. Đặt Vì miền Nên**

1. **B5. Tính**

**G: Miền Đặt Vì miền Và**

**Bài tập**

1. **B6. Tính**

**G: …**

**b)\* Tính**

**G: Có miền Đặt**

**Vì miền Và Nên**

**CHƯƠNG III TÍCH PHÂN ĐƯỜNG – MẶT**

**Bài 1 Tích phân đường loại 1**

**1. ĐN**

***- ĐN: Xét tích phân đường loại 1***

***với là 1 đường cong trong Nếu thì***

1. **C3. Tính là biên của tam giác OAB với**

**Giải: Có**

**- Xét Có PT Nên**

**- Xét Gọi PT Nên**

**- Xét Gọi PT**

**Vậy**

**b) Tính**

**G: Có Nên**

1. **C2. Tính là đoạn nối gốc với**

**Giải: Gọi PT Nên**

**Bài tập**

1. **C1. Tính là cung**

**G: Có**

**2. TC**

**- ĐN: *Xét tích phân đường loại 1***

***với là 1 đường cong trong Nếu thì***

1. **Tính**

**Giải: Có Nên**

**- Chú ý: Nếu**

1. **Tính**

**G: Có Nên**

**b)\* Tính**

**Giải: Vì Do tính chất đối xứng nên**

**Bài tập**

1. **C4. Tính**

**G: G: Có Nên**

***- Xét tích phân đường loại 1***

***với là 1 đường cong trong Nếu thì***

1. ***Tính***

**G: Có Nên**

**Bài tập**

1. ***C5. Tính***

**G: Có Nên**

***- ĐN: Xét tích phân đường loại 1***

***với là 1 đường cong trong Nếu thì***

1. **Tính**

**Giải: Đặt Nên**

**b) Tính**

**G: Đặt Nên**

**Bài tập**

1. **C7. Tính**

**Giải: Đặt Nên**

**Bài 2 Tích phân đường loại 2**

**1. ĐN**

***- ĐN: Xét tích phân đường loại 2***

***với là 1 đường cong trong Nếu hoặc thì***

1. **Tính**

**Giải: Gọi PT Nên**

**b) Tính**

**G: Có**

**Có Nên**

**Và Nên**

**Bài tập**

1. ***C1. Tính***

**G: Có Nên**

***- ĐN: Xét tích phân đường loại 2***

***với là 1 đường cong trong Nếu hoặc thì***

**- Chú ý: Nếu**

1. **C9. Tính**

**Giải: Có Nên**

**- Chú ý: Nếu**

**b) Tính**

**G: Đặt Nên**

**Bài tập**

1. **C2. Tính**

**G: Có Nên**

1. **C4. Tính**

**Giải: Có Nên**

***- ĐN: Xét tích phân đường loại 2***

***với là 1 đường cong trong Nếu hoặc thì***

1. ***Tính*  là đoạn nối**

**Giải: Có Nên**

**b) Tính**

**Giải: Có Nên**

**Bài tập**

1. ***C11. Tính*  là đoạn nối**

**Giải: Có Nên**

**2. CÔNG THỨC GREEN về tích phân đường loại 2 trên đường cong kín**

***- Quy ước về chiều quay dương: Chiều quay dương là chiều ngược chiều quay của kim đồng hồ. Tức là chiều từ Ox sang Oy.***

***- Công thức Green* về tích phân đường loại 2 trên đường cong kín*. Xét tích phân đường loại 2***

***với là 1 đường cong kín. Thì***

***với là miền có biên là***

****

1. **C12. Tính đi từ**

**Giải: Đặt**

**Vì miền lấy tích phân là 1 đường con kín nên áp dụng CT Green được**

**với D là miền có biên là**

**- Đổi sang tọa độ cực, đặt**

**- Vì**

**Và Nên**

**b) Tính**

****

**G: Đặt**

**Vì miền lấy tích phân là 1 đường con kín nên áp dụng CT Green được**

**Gọi PT**

1. **C8. Tính**

**Giải: Đặt Vì miền lấy tích phân là 1 đường con kín nên áp dụng CT Green được**

**Chuyển sang tọa độ cực suy rộng, đặt Nên**

****

1. **Tính**

**G: Đặt**

**Vì miền lấy tích phân là 1 đường con kín nên áp dụng CT Green được**

****

**b) Tính**

**G:**

1. **Tính với**

**a) b)**

**G:**

1. **Tính**

**b) Tính**

**c)**

**d)**

**e) Tính**

**f)**

**Bài tập**

1. **C3. Tính**

**Giải:**

****

1. **C5. Tính là biên của tam giác LMN;**

**Giải: Có**

****

1. **C6. Tính**

**G: ...**

***- Hệ quả Green. (ĐK để tích phân đường loại 2 ko phụ thuộc vào đường lấy tích phân) Xét tích phân đường loại 2***

***với là 1 đường cong nối Nếu***

***thì tích phân I ko phụ thuộc vào đường cong L nối Nên ta có thể chọn là đường gấp khúc AMB với AM // Ox và MB // Oy.***

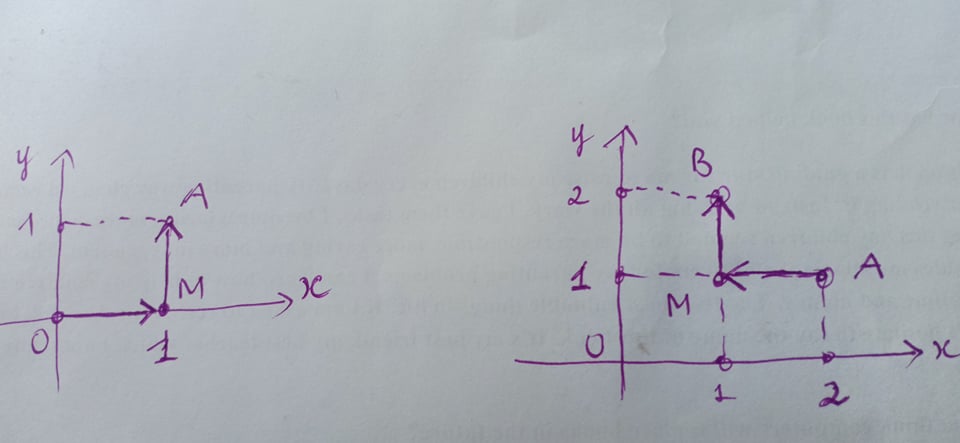
1. **C10. Tính**

**Giải: Có**

**Nên tích phân I ko phụ thuộc vào đường cong nối O(0, 0) đến A(1, 1). Nên theo hệ quả của Green, ta chọn L là đường gấp khúc OMA với M(0, 1); OM // Ox, MA // Oy. Nên**

**Xét Vì PT Nên**

**Xét Vì PT Nên**

****

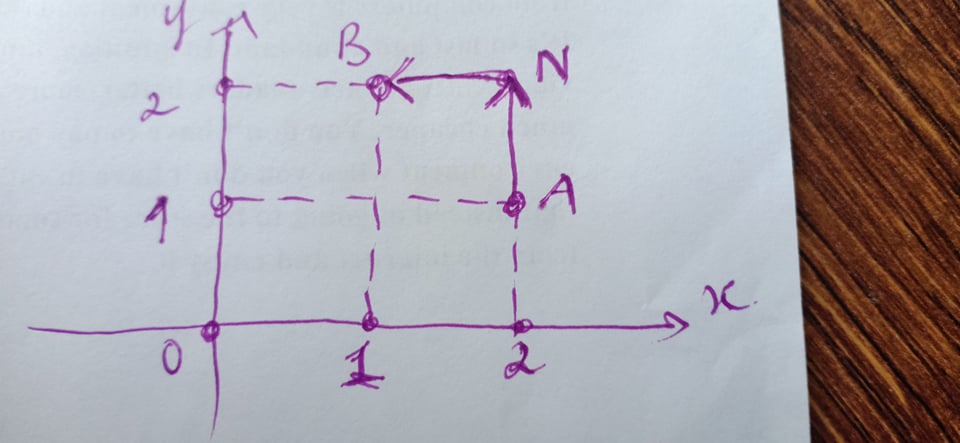
**b) Tính**

**G: Có**

**Nên tích phân I ko phụ thuộc vào đường cong nối A(2, 1) đến B(1, 2). Nên theo hệ quả của Green, ta chọn L là đường gấp khúc AMB với M(1, 1); AM // Ox, MB // Oy. Nên**

**Xét Có Nên**

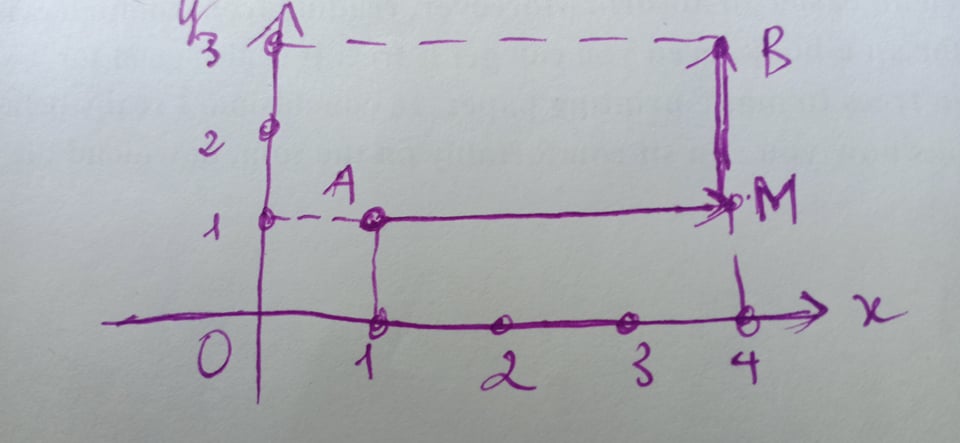
**Xét Có Nên**

****

**c) Tính**

**G: ...**

**Bài tập**

****

1. ***C7. Tính***

**Giải: Có**

**Nên tích phân I ko phụ thuộc vào đường cong nối A(1, 1) đến B(4, 3). Nên theo hệ quả của Green, ta chọn L là đường gấp khúc AMB với M(1, 3). Nên**

**Xét Có**

**BÀI 3 TÍCH PHÂN MẶT LOẠI 1**

**1. ĐN**

**- Xét**

**trên mặt cong Thì và**

1. **C6. Tính với**

**G: Có**

**Và miền**

**- Vẽ miền D. Nên**

1. **C5.**

**G: Xét mặt**

**Nên**

**Chuyển sang tọa độ cực: Đặt**

**Nên**

1. **C4.**

**G: Có Nên**

**Chuyển sang tọa độ cực: Đặt**

**Nên**

**b) Tính với**

**c) Tính**

**d) với**

**e) với**

**Bài tập**

1. **C1.**

**G: Có Nên**

**Chuyển sang tọa độ cực. Đặt**

**Nên**

1. **C2.**

**G: Có Vì Nên**

1. **C3. với**

**G: Có Và**

**BÀI 4 TÍCH PHÂN MẶT LOẠI 2**

**- Công thức Ostro. Xét**

**trên mặt cong kín là biên của miền Thì**

1. **Tính**

**G: Đặt Áp dụng CT Ostro, được**

**với Đổi sang tọa độ trụ, đặt Nên**

**b) C5. Tính**

**G: Đặt Áp dụng CT Ostro, được**

**với Đổi sang tọa độ trụ, đặt Nên**

**Bài tập**

1. **C4. Tính**

**G: Đặt Áp dụng CT Ostro, được**

**với Đổi sang tọa độ trụ, đặt Nên**

**Luyện tập**

1. **Tính**
2. **Tính**
3. **Tính với**
4. **Tính**
5. **với**
6. **với**
7. **Tính**

**b)**

**Luyện tập**

1. **Viết PT pháp tuyến và tiếp diện của mặt cong**
2. **Viết PT pháp tuyến và tiếp diện của đường cong**
3. **Tính độ cong của đường**

**CHƯƠNG 5 HÌNH HỌC VI PHÂN**

**1. PHÁP TUYẾN VÀ TIẾP DIỆN CỦA MẶT CONG**

**- ĐN: Cho mặt cong và điểm Thì**

**\* PT tiếp diện tại M (tiếp: tiếp xúc, chạm vào nhau, diện: mặt, mặt phẳng tiếp diện: mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại M) là**

**\* PT pháp tuyến tại M (pháp: vuông góc như VTPT, tuyến: tuyến tính, đường thẳng pháp tuyến: đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tiếp diện, ví dụ như mặt cầu, tiếp diện tại M là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm M thuộc mặt cầu nên tiếp diện tại M thuộc mặt cầu là mặt phẳng vuông góc với bán kính OM tại M, còn pháp tuyến là đường thẳng vgoc với mặt phẳng tiếp diện tại M nên pháp tuyến của mặt cầu tại M chính là bán kính OM) là**

1. **C5. Viết PT pháp tuyến và tiếp diện của mặt cong**

**G: Có**

**Nên PT pháp tuyến tại M là**

**và PT tiếp diện tại M là**

1. **C6. Viết PT pháp tuyến và tiếp diện của mặt cong**

**G: Có mặt cong**

**Nên PT pháp tuyến tại A là**

**và PT tiếp diện tại A là**

**Bài tập**

1. **Viết PT pháp tuyến và tiếp diện của mặt cong**

**G: Có mặt cong**

**Nên PT pháp tuyến tại A là**

**và PT tiếp diện tại A là**

**2. TIẾP TUYẾN VÀ PHÁP DIỆN CỦA ĐƯỜNG CONG**

**- ĐN: Cho đường cong và điểm Thì PT tiếp tuyến tại M là**

**và PT pháp diện tại M là**

1. **Viết PT tiếp tuyến và pháp diện của đường cong**

**G: Có**

**Thay vào PT Nên PT tiếp tuyến tại M là**

**và PT pháp diện tại M là**

**G: Thay vào PT đường cong**

**Nên PT tiếp tuyến tại M là**

**và PT pháp diện tại M là**

1. **C3.**

**G: Thay vào PT đường cong**

**Nên PT tiếp tuyến tại M là Và PT pháp diện tại M là**

**Bài tập**

1. **Viết PT tiếp tuyến và pháp diện của đường cong**

**G: Có**

**Nên PT tiếp tuyến tại M là**

**và PT pháp diện tại M là**

**3. ĐỘ CONG CỦA ĐƯỜNG CONG**

**- ĐN: Cho đường cong Thì độ cong**

**- Nếu đường cong**

**- Nếu đường cong**

1. **C5. Tính độ cong của đường**

**G: Có Nên độ cong**

1. **C8.**

**G: Có Nên độ cong**

**G: Có**

1. **C4.**

**G: Có Nên độ cong**

1. **C6.**

**G: Có Nên độ cong**

1. **C7.**

**G: Có Nên độ cong**

**G: Có Nên độ cong**

**Bài tập**

1. **Tính độ cong của đường**

**G: Có Nên độ cong**

**G: Có Nên độ cong**

**G: Có Nên độ cong**

**G: Có Nên độ cong**

**CHƯƠNG 4 PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN**

**A. PT VI PHÂN CẤP 1**

**1. PT TÁCH BIẾN**

**- ĐN: là PT có dạng**

**với HS là HS cần tìm.  
- PP giải: Lấy tích phân 2 vế, ta được**

1. **a) Giải PT**

**G: TH1. Nếu Thay vào PT**

**- TH2. Nếu Chia cả 2 vế của PT cho được**

**Đây là PT tách biến, lấy tích phân 2 vế được**

**- Vì**

**b) Giải PT**

**G: TH1. Nếu Thay vào PT được (TM).**

**- TH2. Nếu Chia 2 vế cho được**

**Ta được PT tách biến. Tích phân 2 vế, được**

**- Chú ý: Xét PT dạng**

**- PP giải: Đặt Thay vào được Mà Thay vào được**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được Đây là PT tách biến và ta lấy tích phân 2 vế, được …**

1. **Giải PT**

**G: Có Đặt Thay vào PT được Thay Vì nên chuyển vế được**

**- Đây là PT tách biến, lấy tích phân 2 vế được**

**- Thay**

1. **Giải PT**

**G: Đặt và Nên Viết**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được**

**Tích phân 2 vế được**

**- Thay**

1. **C4. Giải PT**

**G: Đặt Thay vào được Mà**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được Đây là PT tách biến, lấy tích phân 2 vế được**

**- Thay**

**c) Giải PT**

**G: …**

**d) Giải PT**

**G: Đặt Thay được Viết Vì chuyển vế được**

**- Đây là PT tách biến, lấy tích phân 2 vế được**

**Thay**

**e)**

**Bài tập**

1. **C1. Giải PT**

**G: TH1. Nếu Thay vào PT TM.**

**- TH2. Nếu chia cả 2 vế cho được**

**- Đây là PT tách biến. Lấy tích phân 2 vế, được**

1. **C2. Giải PT**

**G: Có Đặt Thay được Viết Vì Đây là PT tách biến và ta tích phân 2 vế, được**

**Thay**

1. **C3. Giải PT**

**G: Đặt và Thay vào được Viết Vì**

**- Đây là PT tách biến, lấy tích phân 2 vế được …**

**2. PT ĐẲNG CẤP**

**- ĐN: là PT có dạng**

**VD. Xét PT**

**Đây là 1 PT dạng đẳng cấp.**

**- PP giải: Đặt và từ đề bài có Thay vào được Vì**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được Đây là PT tách biến, ta lấy tích phân 2 vế …**

1. **Giải PT**

**G: Đây là PT đẳng cấp dạng Đặt và từ đề bài có Nên Thay vào được**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được Đây là PT dạng tách biến, lấy tích phân 2 vế được**

1. **C3. Giải PT**

**G: Có**

**- Đây là PT đẳng cấp. Đặt Và Thay vào được**

**- Thay**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu thì chuyển vế được Đây là PT tách biến. Lấy tích phân 2 vế được**

**- Thay**

**- Cách 2. Xét Đặt Nên**

1. **C4. Giải PT**

**G: Vì nên đây là PT đẳng cấp. Đặt Và nên Thay**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được Đây là PT tách biến, tích phân 2 vế được**

**- Vì**

**nên thay vào được**

**.**

1. **C6. Giải PT**

**G: Có**

**Đây là PT đẳng cấp và đặt Và Nên**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được**

**Thay**

1. **a) Giải**

**b) Giải**

**c) Giải**

**d)**

**Bài tập**

1. **C1. Giải PT**

**Giải: Có là PT đẳng cấp. Đặt Mà**

**Thay vào**

**- Vì Đây là PT tách biến và lấy tích phân 2 vế được**

1. **C2. Giải PT**

**G: Chia 2 vế cho x, được là PT đẳng cấp. Đặt và**

**Thay vào, được**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế**

**Đây là PT tách biến, tích phân 2 vế được**

**- Chú ý:**

**Nên**

1. **C5. Giải**

**G: Có Đây là PT đẳng cấp, đặt và từ đề bài Nên Mà**

**- TH1. Nếu**

**- TH2. Nếu Chuyển vế được**

**Đây là tách biến, lấy tích phân 2 vế được**

**Thay**

**3. PT TUYẾN TÍNH**

**- ĐN: là PT có dạng**

**- Công thức nghiệm:**

1. **Giải PT**

**G: Đây là PT tuyến tính với Thay vào công thức nghiệm, được**

**- Xét Đổi biến đặt Thay vào nghiệm là**

1. **C4. Giải PT**

**G: Có**

**- Đây là PT tuyến tính với Nên công thức nghiệm**

**- Vì**

1. **C5. Giải PT**

**G: Có**

**- Đây là PT tuyến tính với Nên công thức nghiệm**

**- Xét TPTP đặt Nên Vậy**

**- Thay**

**b) Giải PT**

**G: Đây là PT tuyến tính với Thay vào công thức nghiệm, được**

**- Xét Đặt Thay vào nghiệm là**

**c) Giải**

**d) C6. Giải**

**G: Đặt Thay vào PT được Đây là PT tuyến tính …**

**Bài tập**

1. **C1. Giải PT**

**G: Đây là PT tuyến tính với Thay vào công thức nghiệm, được**

1. **C2. Giải PT**

**G: Đây là PT tuyến tính với nên theo công thức nghiệm có**

**- Vì nên**

1. **C3. Giải PT**

**G: Đây là PT tuyến tính nên**

**4. PT BECNOULLI**

**- ĐN: là PT có dạng**

**- PP giải: Đưa PT Becnoulli về dạng PT tuyến tính.**

**- TH1. Nếu thay vào PT được**

**- TH2. Nếu Nên chia 2 vế cho tức là nhân cả 2 vế với được**

**- Đặt Thay vào PT**

**- Đây là PT tuyến tính đối với ẩn z.**

1. **Giải PT**

**G: Chia cả 2 vế cho x được**

**- TH1. Nếu Thay vào PT được**

**- TH2. Nếu Chia cả 2 vế cho được**

**Đặt Thay vào PT được**

**- Đây là PT tuyến tính đối với ẩn z với Áp dụng CT nghiệm**

**- Thay**

1. **C3. Giải PT**

**G: Đây là PT dạng Becnoulli**

**- TH1. Xét Thay vào PT**

**- TH2. Xét Chia cả 2 vế cho được**

**Đặt Nên thay vào PT**

**- Đây là PT tuyến tính đối với ẩn z với nên theo công thức nghiệm**

**- Thay**

**- Nên**

1. **C6. Giải PT**

**G: Viết lại PT**

**Đây là PT Becnoulli.**

**- TH1. Nếu thay vào PT được**

**- TH2. Nếu chia cả 2 vế cho được**

**Đặt Thay vào PT được**

**- Đây là PT tuyến tính đối với ẩn z với Thay vào công thức nghiệm**

**- Đặt Dùng TPTP, đặt Nên Thay vào**

**- Vì**

**b) Giải PT dạng Bernoulli sau:**

**G: DK: Có Đây là PT Becnoulli.**

**- Nhân 2 vế với được Đặt Được**

**- Đây là PT tuyến tính với ẩn z nên công thức nghiệm**

**c) C5. Giải**

**G: Coi x là hàm của ẩn y**

**Đây là PT Becnoulli đối với ẩn y.**

**Bài tập**

1. **C1. Giải PT**

**G: Đây là PT Becnuolli. Xét Thay vào được TM.**

**- Xét chia cả 2 vế cho được Đặt Thay vào PT được**

**- Đây là PT tuyến tính ẩn z với Thay vào công thức nghiệm**

**- Xét Đặt Nên**

**- TPTP đặt Nên**

**- Nên**

1. **C2. Giải**

**G: DK: Có Đây là PT Becnoulli.**

**- Nhân 2 vế với y, được Đặt Được**

**- Đây là PT tuyến tính nên công thức nghiệm**

1. **C4. Giải**

**G: Đây là PT Becnoulli. Xét**

**- Xét chia 2 vế cho được**

**Đặt Nên**

**- Đây là PT tuyến tính nên nghiệm**

**Suy ra**

**Vì nên**

**5. PT VI PHÂN TOÀN PHẦN (buổi 2)**

**- ĐN: là PT có dạng**

**trong đó**

**- PP giải : Công thức nghiệm**

**trong đó ta hay chọn nếu hàm Q phức tạp hơn P. Hoặc ngược lại nếu hàm P phức tạp hơn Q thì chọn**

1. **C4. Giải PT**

**G: Đặt**

**Nên đây là PTVP toàn phần. Chọn Vì hàm P phức tạp hơn hàm Q nên**

1. **C3. Giải PT**

**Giải. ĐK:**

**- Đặt**

**Nên đây là PTVP toàn phần. Chọn thì vì hàm Q phức tạp hơn hàm P nên chọn**

1. **a) Giải PT**

**Giải: Đặt**

**Thì Nên đây là PTVP toàn phần.**

**- Chọn Vì hàm P phức tạp hơn hàm Q nên dùng công thức nghiệm**

**- Xét Dùng TPTP, đặt Nên**

**Vậy nghiệm**

**b) Giải**

**Giải: …**

**c) Giải**

**d)**

**Bài tập**

1. **C1. (= 2 cách)**

**G: Đặt Nên đây là PTVP toàn phần. Chọn thì**

**Vì**

**- Cách 2. Giải**

**- Có**

1. **C2. Giải PT**

**G: ĐK:**

**- Đặt Nên đây là PTVP toàn phần. Chọn thì vì hàm Q phức tạp hơn hàm P nên chọn**

**B. PT VI PHÂN CẤP 2**

**1. PT THUẦN NHẤT**

**trong đó vế phải là số 0.**

**- PP giải. Xét PT đặc trưng**

**- TH1. Nếu PT đtr có 2 nghiệm p biệt nghiệm của PT thuần nhất là**

**- TH2. Nếu PT đtr có 1 nghiệm kép nghiệm là**

**- TH3. Nếu PT đtr có nghiệm phức nghiệm là**

1. **Giải PT**

**G: Xét PT đtr Nên nghiệm**

1. **Giải PT**

**G: Xét PT đtr Nên nghiệm**

1. **a) Giải PT**

**G: Xét PT đtr Nên nghiệm**

**b) Giải PT**

**G: - Xét PT đặc trưng Nên nghiệm là**

**- Nên Thay**

**Vậy**

**c) Giải PT**

**Giải. Xét PT đặc trưng Nên nghiệm**

**- Nên Thay vào**

**Vậy nghiệm**

**- VD xét PT dao động của con lắc lò xo với Thì ...**

**2. PT VỚI HỆ SỐ HẰNG**

**trong đó vế phải là HS là các hằng số.**

**- PP giải: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng Xét PT đ trưng**

**- TH1. Nếu PT đ trưng có 2 nghiệm p biệt nghiệm của PT thuần nhất là**

**- TH2. Nếu PT đ trưng có 1 nghiệm kép nghiệm là**

**- TH3. Nếu PT đtr có nghiệm phức nghiệm của PT thuần nhất là**

**- Bước 2. Ta đi tìm 1 nghiệm riêng của PT ban đầu.**

**- TH1. Nếu hệ số tự do ở VP là**

**với bậc của đa thức**

**- Nếu ko là nghiệm của PT đ trưng thì nghiệm riêng**

**với bậc của đa thức bậc**

**- Nếu là nghiệm đơn của PT đ trưng thì nghiệm riêng**

**- Nếu là nghiệm kép của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- KL: Nghiệm tổng quát của PT đầu là**

**với**

**- Chú ý: Phân biệt nghiệm riêng với nghiệm T Quát của PT.**

**\* Giống nhau: Đều là nghiệm của PT, tức là thay vào đều thỏa mãn PT ban đầu.**

**\* Khác nhau: Nghiệm riêng là 1 nghiệm ko chứa các hằng số C, còn nghiệm T Quát là 1 họ nghiệm có chứa các hằng số C, khi ta thay C bởi các số cụ thể như số 1, 2, 3, ... thì nghiệm T Quát trở thành nghiệm riêng của PT ban đầu.**

1. **C10. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng Xét PT đ trưng Nghiệm PT thuần nhất**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì Nên nghiệm riêng**

**Thay vào PT đầu**

**Nên nghiệm riêng của PT đầu**

**- Vậy nghiệm T Quát của PT đầu**

1. **C12. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng PT dtr là Nghiệm PT thuần nhất là**

**- Bước 2. Tìm 1 nghiệm riêng của PT đầu. Vì Nên**

**Nên nghiệm riêng**

**Nên thay vào PT đầu được**

**- Nên nghiệm riêng của PT đầu là**

**Vậy nghiệm tổng quát của PT đầu là**

1. **C7. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng Xét PT đtr Nghiệm của PT thuần nhất**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì nên Nghiệm riêng**

**- Nên thay vào PT ban đầu được**

**Nên nghiệm riêng của PT đầu**

**- Vậy nghiệm tổng quát của PT đầu là**

**- Chú ý: Nghiệm tổng quát của PT đầu là**

**với**

**b) Giải**

**c)**

**d)**

**e)**

**f)**

**g)**

**- Chú ý: Nếu hệ số tự do ở VP**

**Suy ra**

**- Nếu ko là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- Nếu là nghiệm đơn của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- Nếu là nghiệm kép của PT đtr thì nghiệm riêng**

1. **C5. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng PT đ trưng là Nghiệm của PT thuần nhất**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì Nên nghiệm riêng**

**Nên thay vào PT đầu được**

**Nên nghiệm TQ của PT đầu là**

**- Vì**

1. **C13. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất**

**Bước 2. Tìm nghiệm riêng. Vì**

**Nên**

**Vậy**

**b) Giải PT**

**G: …**

**c) Giải**

**- TH2. Nếu hệ số tự do ở VP**

**- Nếu ko là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

**với bậc của**

**- Nếu là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

1. **C11. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất Xét PT đ tr**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì**

**Nên thay vào PT đầu**

**Vậy nghiệm của PT là**

1. **Giải PT:**

**Giải. Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng Xét PT đ tr là**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì**

**Nên thay vào PT đầu**

**Vậy nghiệm**

**b)**

**c) Giải PT**

**d) Giải**

**e) Giải**

**Bài tập**

1. **C1. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất Xét PT đtr nên nghiệm**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì nên nghiệm riêng**

**Thay vào PT được**

**Vậy nghiệm T Quát**

1. **C3. Giải PT**

**G: Bước1 . Giải PT thuần nhất Xét nên nghiệm**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì nên nghiệm riêng**

**Nên thay vào PT được**

**Vậy nghiệm T Quát là**

1. **C6. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất Xét PT đtr nên nghiệm**

**- Bước 2 . Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì Nên nghiệm riêng**

**Nên thay vào PT ban đầu được**

**Vậy nghiệm T Quát**

**- Và**

1. **C4. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất Xét PT**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì**

**Nên**

**Vậy**

1. **C2. Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng của PT đầu. Vì**

**Nên thay vào PT đầu**

**Vậy**

1. **C8. Giải PT**

**G: Bước 1. Xét PT thuần nhất**

**- Bước 2. Tìm nghiệm riêng. Vì**

**Nên**

**Vậy**

**\* PT VỚI HỆ SỐ HẰNG**

**trong đó vế phải là HS là các hằng số.**

**- PP giải: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng Xét PT đ trưng**

**- TH1. Nếu PT đtr có 2 nghiệm p biệt nghiệm của PT thuần nhất là**

**- TH2. Nếu PT đtr có 1 nghiệm kép nghiệm là**

**- TH3. Nếu PT đtr có nghiệm phức nghiệm của PT thuần nhất là**

**- Bước 2. Ta đi tìm 1 nghiệm riêng của PT ban đầu.**

**- TH1. Nếu hệ số tự do ở VP có dạng**

**với bậc của đa thức**

**- Nếu ko là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

**với bậc của đa thức bậc**

**- Nếu là nghiệm đơn của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- Nếu là nghiệm kép của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- KL: Nghiệm tổng quát của PT đầu là**

**với**

**- Chú ý: Nếu**

**Suy ra**

**- Nếu ko là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- Nếu là nghiệm đơn của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- Nếu là nghiệm kép của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- TH2. Nếu hệ số tự do ở VP**

**- Nếu ko là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

**với bậc**

**- Nếu là nghiệm của PT đtr thì nghiệm riêng**

**- TH2. Nếu hệ số tự do ở VP**

**VD1. Giải PT**

**Thì**

**VD2. Giải PT**

**Thì**

**VD3. Giải PT**

**Thì**

**TH3. HS**

**\* Phương pháp CHỒNG CHẤT NGHIỆM**

1. **C14. Giải PT**

**G: Bước 1. Xét PT thuần nhất tương ứng Xét PT đtr**

**- Bước 2. Có**

**- Xét nên nghiệm riêng**

**- Xét**

**nên nghiệm riêng**

**- Theo PP chồng chất nghiệm thì nghiệm riêng**

**Thay vào PT**

**Vậy nghiệm**

**b) Giải PT**

**G: Bước 1. Giải PT thuần nhất tương ứng Xét PT đtr**

**- Bước 2. Có HS**

**- Xét**

**Nên nghiệm riêng**

**- Xét nên nghiệm riêng**

**Thay vào PT đầu**

**Vậy nghiệm**

**c) Giải PT**

**G: ...**

**Bài tập**

1. **C9. Giải PT**

**G: Xét PT đtr**

**- Có**

**- Xét nên nghiệm riêng**

**- Xét nên nghiệm riêng**

**Vậy nghiệm**