1. $[0,1]$上的一个实值连续函数序列$\{f_n\}$，使$f_1(x)\geq f_2(x)\geq\cdots\geq 0$.

且若有连续函数f适合$f_n(x)\geq f(x)\geq 0$. $(n=1,2\ldots)$

则$f=0$. 但$\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)\,dx\neq 0$.

用长度之和为$1/2$的一串开区间覆盖$[0,1]$中有理点，

K表示未被覆盖的点.

令$f_n(x)=(1-d(x,K))^n \quad n=1,2\ldots$

于是有$f_1(x)\geq f_2(x)\geq\cdots\geq 0$.

此外. $x\in K$时. $f_n(x)=1$. 而$m(K)\geq 1/2$.

故有$\int_0^1 f_n(x)\,dx\geq\frac{1}{2}$.

对于f，有理点，$0\leq f(q)\leq f_n(q)$.

$1-d(q,K)<1$.

由f连续. $f(x)=0$.

2. (L)-可积，但不(R)-可积的有界函数

$$f(x)=\begin{cases}1 & x\in\mathbb{Q}\\ 0 & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}.\end{cases}$$

3. 广义(R)-可积而不(L)-可积.

① $$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$$

其 $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx=\frac{\pi}{2}$.　　(R)-可积

但 $\int_0^{+\infty}|f(x)|\,dx=+\infty$.

$|f|$ 在 $[0,+\infty)$ 非(L)-可积

故 f 非(L)-可积

②. 在(0,1)上.

$$f(x)=\begin{cases}2n+1 & \frac{1}{2n+2}<x<\frac{1}{2n+1}\\ -(2n+2) & \frac{1}{2n+3}\leq x\leq\frac{1}{2n+2}\end{cases}$$

$\int_0^1 f(x)\,dx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)(2n+2)}$　　(R)-可积

但 $\int_0^1|f(x)|\,dx=+\infty$.　非(L)-可积