

13-23 在单缝夫琅禾费衍射实验中, 波长为 λ 的单色光的第三级亮条纹与 $\lambda' = 630 \text{ nm}$ 的单色光的第二级亮条纹恰好重合, 试计算 λ 的数值.

解: 由亮条纹中心公式: $x = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{a} f$

$$\Rightarrow 7 \frac{\lambda}{a} f = 5 \frac{\lambda'}{a} f$$

$$\lambda = \frac{5}{7} \lambda' = 450 \text{ nm}.$$

13-24 为了测定一光栅的光栅常量, 用波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 的 He-Na 激光器光源垂直照射光栅. 已知第一级亮条纹出现在 30° 的方向上, 问这光栅常数有多大? 这光栅的 1 cm 内有多少条缝? 第二级亮条纹是否可能出现? 为什么?

解: (1) $d \sin \theta = k \lambda$.

$$\Rightarrow d = \frac{k \lambda}{\sin \theta} = 1.2656 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

$$(2) \quad n = \frac{1}{d} = \frac{10^{-2}}{1.2656 \times 10^{-6}} = 7901$$

(3) $k=2$ 时

$$\sin \theta' = \frac{k \lambda}{d} = 1 \quad \theta' = \frac{\pi}{2} \quad \text{屏上不可能出现}$$

13-25 用波长为 λ 的单色平行红光垂直照射在光栅常量 $d = 2.00 \mu\text{m}$ 的光栅上, 用焦距 $f = 0.500 \text{ m}$ 的透镜将光聚在屏上, 测得夫琅禾费衍射花样的第一级谱线与透镜主焦点的距离 $l = 0.1667 \text{ m}$, 求该入射的红光波长为多少?

解: 由红光入射方向, $\varphi = \arctan \frac{l}{f} = 18.43^\circ$

$$d \sin \theta = k \lambda, \quad k=1$$

$$\lambda = d \sin \theta = 632.57 \text{ nm}.$$

13-26 用波长为 632.8 nm 的单色光垂直照射一光栅, 已知该光栅的缝宽 $a = 0.012 \text{ mm}$, 不透光部分的宽度 $b = 0.029 \text{ mm}$, 求: (1) 单缝衍射花样的中央明纹角宽度; (2) 单缝衍射花样中央明纹宽度内能看到的明条纹数目; (3) 若 $a = b = 0.006 \text{ mm}$, 则能看到哪几级干涉明条纹?

解: (1) $\theta = 2 \cdot \frac{\lambda}{a} = 2 \cdot \frac{632.8 \times 10^{-9}}{0.012 \times 10^{-3}} = 0.1055 \text{ rad} \approx 6^\circ$

(2) 第一次缺级出现在 $k = \frac{a+b}{a} = \frac{0.41}{0.12} \approx 3.4$

取 $k=3$. 能观察到 $2k+1=7$ 条明条纹

(3) $\sin\theta \in (-1, 1)$.

$$k_{\max} = \frac{d \sin\theta_{\max}}{\lambda} < \frac{0.012 \times 10^{-3}}{632.8 \times 10^{-9}} = 18.96 \quad \text{取 } k_{\max} = 18.$$

$$\text{缺级 } k' = \pm k \cdot \frac{d}{a} = \pm 2k.$$

可以看见中央明, $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \pm 9, \pm 11, \pm 13, \pm 15, \pm 17$, 共 19 条明纹

13-27 试设计一平面透射光栅, 当用平行光垂直照射时, 可以在衍射角 $\varphi = 30^\circ$ 方向上观察到 600 nm 的第二级主极大. 却看不到 400 nm 的第三级主极大.

解: $\varphi = 30^\circ$ 600 nm 有主极大. 400 nm 干涉条纹缺极 (且第三级只能是第一次缺极)

$$\begin{cases} d \sin \varphi = 2\lambda_1 \\ \frac{d}{a} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 2.4 \mu\text{m} \\ a = 0.8 \mu\text{m} \end{cases}$$

13-28 在迎面驶来的汽车上, 两盏前灯相距 120 cm, 试问在夜间汽车离人远的地方, 眼睛才可以分辨出这两盏灯? 假设夜间人眼瞳孔直径为 5.0 mm, 而入射光波长 $\lambda = 550 \text{ nm}$, 又假设这个距离只取决于眼睛的圆形瞳孔处的衍射效应.

解: 由瑞利判据,

$$\frac{d}{f} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad d = 1.2 \text{ m} \quad \lambda = 550 \text{ nm} \quad D = 5.0 \text{ mm}$$

$$f = \frac{d D}{1.22 \lambda} = \frac{1.2 \times 5 \times 10^{-3}}{1.22 \times 550 \times 10^{-9}} = 8.94 \text{ km}$$