

第三章 课后思考题(一)

1. 运输问题模型是一个特殊的线性规划模型, 请你总结它的特殊之处。
2. 表上作业法迄今为止是解决运输问题最快的算法, 它是单纯形法的特殊情形, 称为运输单纯形法。请你说明它和单纯形法的区别和联系, 同时说明它为什么具有很高的效率。
3. 运输问题总存在最优解, 那么它是否总存在最优基可行解? 为什么?
4. 运输问题的基变量个数总是 $m+n-1$ 吗?
5. 在闭回路的每列每行中有恰有两个变量, 为什么?
6. 如何判定平衡运输问题的技术矩阵 A 的秩为 $m+n-1$ 。
7. 供不应求的运输问题转化为平衡问题时, 需要引入一个虚拟的产地, 请解释这个虚拟产地的经济学意义。
8. 你能否说明位势法计算检验数的原理及其经济学含义。
9. 请说明在使用表上作业法过程中, 为什么处于闭回路上的基变量数一定为偶数个?
10. 用位势法计算检验数时, 总令 $u_i=0$, 可否取 $u_i=1$, 结果如何?
11. 如何在求解运输问题中避免退化?

第三章 运输问题基本作业题(二)

1. 使用西北角法、Vogel 法给出如下运输问题的初始基可行解

销地 供地 \	B1	B2	B3	B4	产量
A1	12	8	7	4	500
A2	4	10	3	2	600
A3	1	9	8	12	400
需求量	200	700	300	300	

2. 使用表上作业法求解上述运输问题 (初始基可行解使用最小元素法)

3. 请画出下表空格(1, 1)和(1, 4)的闭回路

	100	50	
120			70
		80	90

第三章 运输问题进阶作业题(三)

3. 已知运输问题的产销平衡表、单位运价表及最优调运方案分别见表 2 和表 3。

表 2: 产销平衡表及最优调运方案

	销地 B1	销地 B2	销地 B3	销地 B4	产量
产地 A1		5		10	15
产地 A2		10	15		25
产地 A3	5				5
销量	5	15	15	10	

表 3: 单位运价表

	销地 B1	销地 B2	销地 B3	销地 B4
产地 A1	10	1	20	11
产地 A2	12	7	9	20
产地 A3	2	14	16	18

(1) 从 $A_2 \rightarrow B_2$ 的单位运价 C_{22} 在什么范围内变化时, 上述最优调运方案不变?

(2) $A_2 \rightarrow B_4$ 的单位运价 C_{24} 变为何值时, 有无穷多最优调运方案。

4. 试分析分别发生下列情况时, 运输问题的最优调运方案及总运价有何变化.

- (a) 单位运价表第 i 行的每个 c_{ij} 都加上一个常数 l ;
- (b) 单位运价表第 j 列的每个 c_{ij} 都加上一个常数 l ;
- (c) 单位运价表所有 c_{ij} 都乘上一个常数 l 。

5. 甲、乙、丙三个城市每年分别需要煤炭 320、250、350 吨, 由 A、B 两处煤矿负责供应。已知煤炭年供应量为 A——400 万吨, B——450 万吨。由煤矿至各城市的单位运价(万元/万吨)。见下表

	甲	乙	丙
A	15	18	22
B	21	25	16

由于需大于供，经研究平衡决定，甲城市供应量可减少 0~30 万吨，乙城市需要量应全部满足，丙城市供应量不少于 270 万吨。试求将供应量分配完又使总运费为最低的调运方案。

6. 证明平衡运输问题模型的 $m+n$ 个约束条件线性相关，同时说明模型的基变量个数为 $m+n-1$ 。
7. 证明平衡运输问题模型一定存在基可行解，且总存在最优基可行解。
8. 解释运输问题对偶问题的经济含义。

第三章 运输问题选做题

1. (建模题) 市场四个季度对某产品的需求情况是 2500, 4500, 5500, 3500。工人正常上班生产单位产品的费用为 5000，由加班生产的费用为 6500，已知每季度正常生产的产量为 3000，加班可增加产量为 1500。未销售出的产品可直接转化为库存，每季度单位产品的库存成本为 200。问如何安排生产使得满足市场需求，又使得生产费用最小。请转化为运输问题模型，不要求求解。
2. (建模题) 为确保飞行的安全，飞机上的发动机每半年必须强迫更换进行大修。某维修厂估计某种型号战斗机从下一个半年算起的今后三年内每半年发动机的更换需要量分别为：100, 70, 80, 120, 150, 140。更换发动机时可以换上新的，也可以用经过大修的旧的发动机。已知每台发动机的购置费为 10 万元，而旧的发动机的维修有两种方式：快修，每台 2 万元，半年交货(即本期拆下来送修的需下批才能用上)；慢修每台 1 万元，但需一年交货(即本期拆下来送修的需下下批才能用上)。设该厂新接受该项发动机更换维修任务，又知这种型号战斗机三年后将退役，退役后这种发动机将报废。问在今后三年的每半年内，该厂为满足维修需要新购、送去快修和送去慢修的发动机各多少，使总的维修费用为最省？请转化为运输问题模型，不要求求解。
3. 考虑问题

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\
 & \text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (1 \leq i \leq m) \\
 & \sum_{i=1}^m P_{ij} x_{ij} = b_j \quad (1 \leq j \leq n, P_{ij} > 0) \\
 & x_{ij} \geq 0 \quad (1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n)
 \end{aligned}$$

，试推广运输问题的算法来解这个问题。

4. 证明从一个非基变量所处的格出发，只能找到一个且只能找到一个闭回路。