9-3 设容器的体积为 V, 内储质量为 m_1 和 m_2 的两种不同的单原子理想气体. 此混合气体处于平衡状态时内能相等, 均为 E, 求这两种气体分子的平均速率 $\overline{v}_1$ 和 $\overline{v}_2$ 之比.

解: $\bar{v} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$

$$E = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT.$$

$$\frac{\overline{v_1}}{\overline{v_2}} = \frac{\sqrt{\dfrac{8 \cdot EM_1}{\pi M_1} \cdot \dfrac{1}{m_1} \cdot \dfrac{2}{i}}}{\sqrt{\dfrac{8 \cdot EM_2}{\pi M_2} \cdot \dfrac{1}{m_2} \cdot \dfrac{2}{i}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

9-5 设氢气的温度为 300°C, 求速率在 3 000m · s^{-1} 到 3 010 m · s^{-1} 之间的分子数与速率在 v_p 到 $v_p + 10\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 之间的分子数之比, 其中 v_p 为最概然速率.

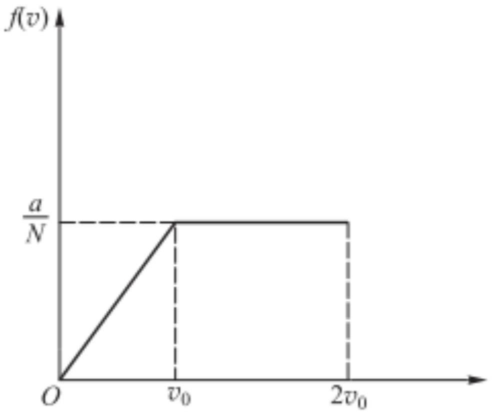
解: $v_p = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{2\times 8.31\times 573}{2\times 10^{-3}}} = 2182\ \text{m/s}$

$$\frac{\int_{v_1}^{v_2} dN}{\int_{v_p}^{v_p+10} dN} = \frac{N\cdot\int_{3000}^{3010} f(v)\,dv}{N\int_{v_p}^{v_p+10} f(v)\,dv} = \frac{\int_{3000}^{3010}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\cdot 4\pi v^2\,dv}{\int_{2182}^{2192}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\cdot 4\pi v^2\,dv} \xlongequal{(其中\ \frac{2kT}{m}=v_p^2)} \frac{\int_{3000}^{3010} e^{-\frac{v^2}{v_p^2}}\cdot v^2\,dv.}{\int_{2182}^{2192} e^{-\frac{v^2}{v_p}}\cdot v^2\,dv.}$$

考虑到该积分结果不是初等函数, 且 $v \gg \Delta v$. 因此取 $dv = \Delta v$. $v \approx v_{下限}$

$$\therefore 比例 = \frac{e^{-\frac{v_0^2}{v_p^2}}\cdot v_0^2}{e^{-\frac{v_p^2}{v_p^2}}\cdot v_p^2} = 0.776$$

9-6 N 个假想的气体分子, 其速率分布如题图 9-6 所示, 当 $v > 2v_0$ 时, 粒子数为零. (1) 求常数 a; (2) 求速率在 $1.5v_0 \sim 2.0v_0$ 之间的分子数; (3) 求分子的平均速率.



题图 9-6

(1) $v_0 \cdot \frac{a}{N} \cdot \frac{1}{2} + (2v_0 - v_0) \cdot \frac{a}{N} = \frac{3}{2} v_0 \cdot \frac{a}{N} = 1$

$\Rightarrow a = \frac{2N}{3v_0}$

(2) $\int_{v_1}^{v_2} dN = \int_{v_1}^{v_2} \cdot N \cdot f(v)\, dv$

$= N \int_{1.5v_0}^{2v_0} \cdot \frac{a}{N}\, dv$

$= 0.5 v_0 a = \frac{N}{3}$

(3) $\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v)\, dv$

$= \int_0^{v_0} \cdot v \cdot \frac{a}{Nv_0} \cdot v\, dv. + \int_{v_0}^{2v_0} \cdot v \cdot \frac{a}{N}\, dv$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{v_0^2} \cdot \frac{1}{3} v^3 \Big|_0^{v_0} + \frac{2}{3v_0} \cdot \frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^{2v_0}$

$= \frac{2}{9} v_0 + v_0 = \frac{11}{9} v_0$

9-13 质量为 50.0 g, 温度为 18.0 °C 的氦气, 装在容积为 10.0 L 的密闭容中, 容器以 $v = 200\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 的速率作匀速直线运动, 若容器突然停止时, 定向运动的动能全部转化为分子热运动动能. 刚平衡后氦气的温度和压强各增大多少?

解: 由转化:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\sum \bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2} kT \cdot n.$$

$$\Delta T = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{\frac{m}{M} \cdot N_A} \frac{v^2}{k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{M}{R} \cdot v^2 = \frac{4 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^4}{3 \times 8.31} = 6.418\,K.$$

又由: $pV = \frac{m}{M} RT$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{V} \Delta T = \frac{50}{4} \cdot \frac{8.31}{10 \cdot 10^{-3}} \cdot 6.418 = 6.67 \times 10^4\ Pa.$$

9-15 一能量为 10^{12} eV 的宇宙射线粒子, 射入一氖管中, 氖管中含有氖气 0.1 mol, 如果宇宙射线粒子的能量全部被氖气分子所吸收, 问氖气温度升高多少度?

解: 氖气. 稀有气体, 单原子分子. $i=3$.

$$E = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT.$$

$$\Delta T = \frac{2\frac{M}{m} \cdot E}{iR} = \frac{2 \times 10^{12} \cdot 1.6 \times 10^{-19}}{3 \cdot 8.31 \cdot 0.1} = 1.28 \times 10^{-7}\ K.$$

9-18 设氮气分子的有效直径为 10^{-10} m. (1) 求氮气分子在标准状态下的碰撞频率; (2) 若温度不变, 气压降到 1.33×10^{-1} Pa, 求碰撞频率.

解: (1) $\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v}$ $\qquad M = 28\times10^{-3}$ kg/mol

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013\times10^{5}}{1.38\times10^{-23}\cdot 273} = 2.69\times10^{25} \text{（个/m}^3\text{)}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8\times8.31\times273}{\pi\cdot 28\times10^{-3}}} = 454 \text{ m/s}$$

$$\bar{z} = \sqrt{2}\cdot\pi\cdot10^{-20}\cdot 2.69\times10^{25}\cdot 454 = 5.43\times10^{8} \text{（次/s)}$$

(2) $$\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2\cdot\frac{p}{kT}\cdot\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$\bar{z}' = \frac{p'}{p}\cdot\bar{z} = \frac{1.33\times10^{-1}}{1.013\times10^{5}}\cdot 5.43\times10^{8} = 7.13\times10^{2} \text{（次/s)}$$

9-20 球形容器的直径分别为: (1) 0.01 m; (2) 0.1 m; (3) 1 m. 问在 0 °C 时压强各为何值时, 才使空气分子彼此不发生碰撞 (设空气分子的直径为 3×10^{-10} m)?

解: 不碰撞临界条件 $\bar{\lambda} = l$.

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow p_1 = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \cdot l_1} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 273}{\sqrt{2}\pi \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{-2}} = 0.94 \text{ Pa}.$$

T 不变. $\bar{\lambda} \propto \frac{1}{p}$ $\Rightarrow$ $p_2 = \frac{l_1}{l_2} p_1 = 9.42 \times 10^{-2}$ Pa

$$p_3 = \frac{l_1}{l_3} p_1 = 9.42 \times 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{p_2}{p_1}$$