

线性规划的对偶理论

——参数规划

运筹学研究所
哈尔滨工业大学经济与管理学院

参数规划的目的

- 参数规划是进行长期战略规划的重要手段，而灵敏度分析则是应对市场、技术变化而采取的及时举措。参数规划统揽全局、灵敏度分析注重局部补救。
- 灵敏度分析是参数规划的基础，参数规划是灵敏度分析的拓广。
- 资源、产品市场风云变幻，价格瞬息万变，但生产结构相对比较固定，因而参数规划侧重于分析资源向量和价值向量。

$$\max z(\lambda) = (2+2\lambda)x_1 + (3+\lambda)x_2$$

例

$$s.t. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 5x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

令 $\lambda = 0$ 求得最优单纯形表

			2	3	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	3	1	0	$1/2$	01	$-1/5$
0	x_4	4	0	0	-2	1	$4/5$
3	x_2	3	0	1	0	0	$1/5$
$c_j - z_j$			0	0	-1	0	$-1/5$

将参数反映到最优单纯形表中去

			$2+2\lambda$	$3+\lambda$	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$2+2\lambda$	x_1	3	1	0	$1/2$	0	$-1/5$
0	x_4	4	0	0	-2	1	$4/5$
$3+\lambda$	x_2	3	0	1	0	0	$1/5$
$c_j - z_j$			0	0	$-1-\lambda$	0	$-\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\lambda$

讨论：

1. 什么情况下最优基不改变? ($-1 \leq \lambda \leq 1$)
2. 什么情况下最优基改变? ($\lambda < -1$ 或 $\lambda > 1$)

小结：

1. 根据原规划，写出对偶规划
2. 根据对偶问题，判定原问题有最优解、无解、有无穷大解
3. 由原问题的最优解得到对偶问题的最优解
4. 计算影子价格和隐含成本
5. 会使用对偶单纯形法
6. 能进行敏感性分析
7. 会解参数规划