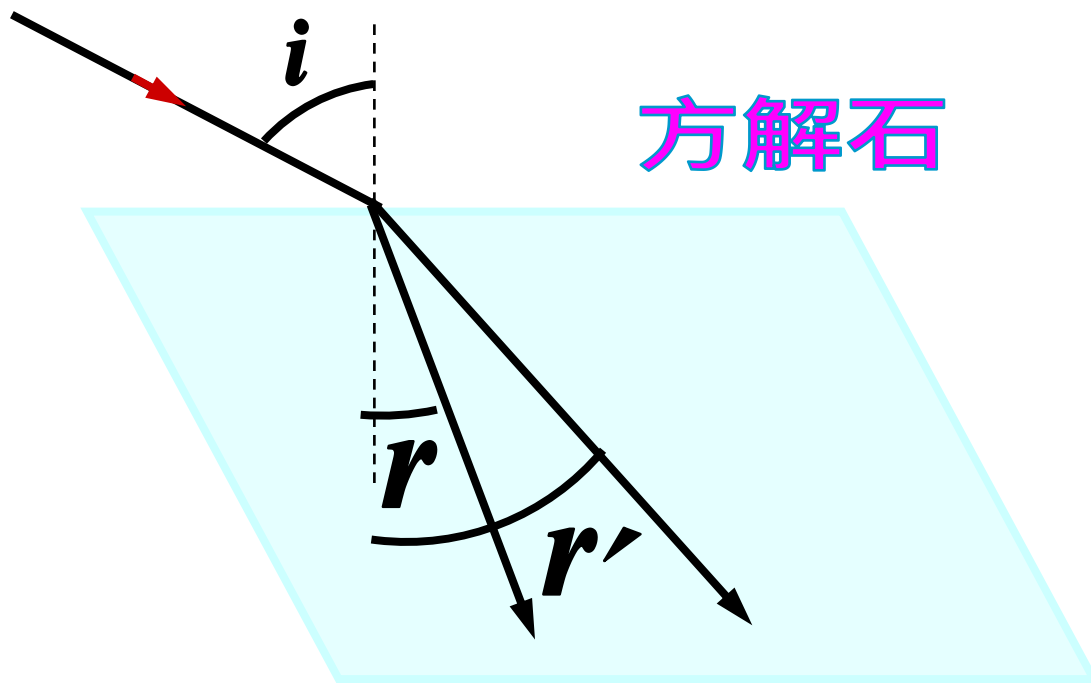


11-15 晶体的双折射

——产生线偏振光的方法之三

一、双折射现象

一束光进入光学各向异性晶体(如方解石)后产生两条折射光束的现象，称为双折射现象。



方解石晶体（化学成分 CaCO_3 ）。

易裂开，形成的光滑表面——解理面。

其天然晶体外形呈平行六面体，每个面都是平行四边形。

双折射晶体中的 两条折射光线

- 一条遵守折射定律

折射线在入射面内;

折射率不随入射方向变化.

称为 寻常光或 **O光**

(ordinary light)

- 另一条不遵守折射定律

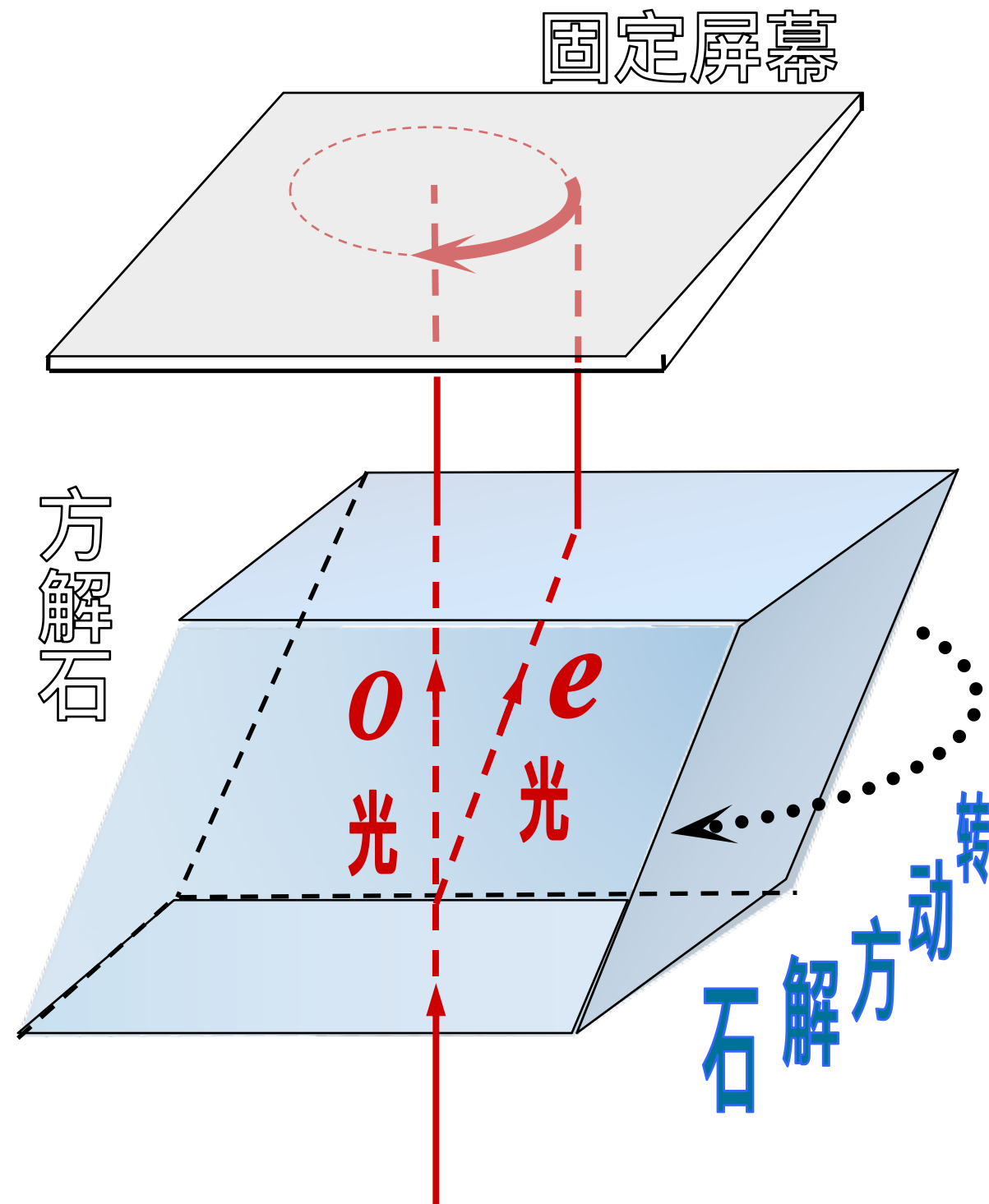
$$\frac{\sin i}{\sin r} \neq \text{常数}$$

折射线一般不在入射面内;

折射率随入射方向而变化.

称为 非寻常光或 **e光**

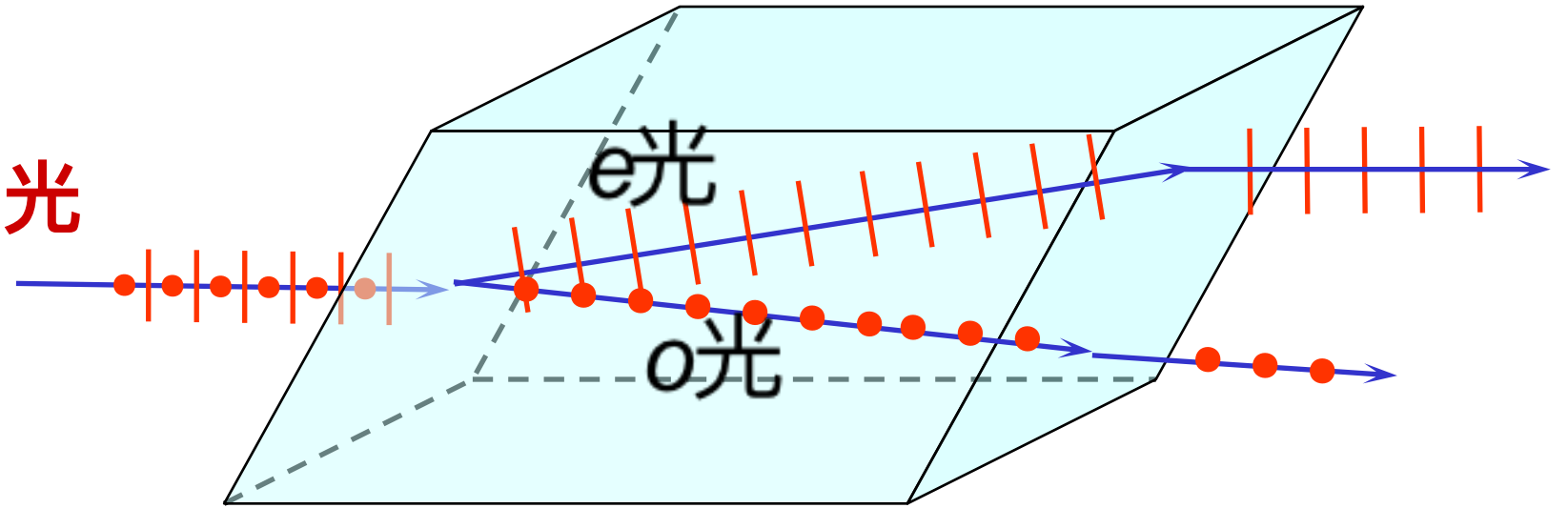
(extraordinray light)



当方解石晶体旋转时,
o光不动, e光围绕o光旋转

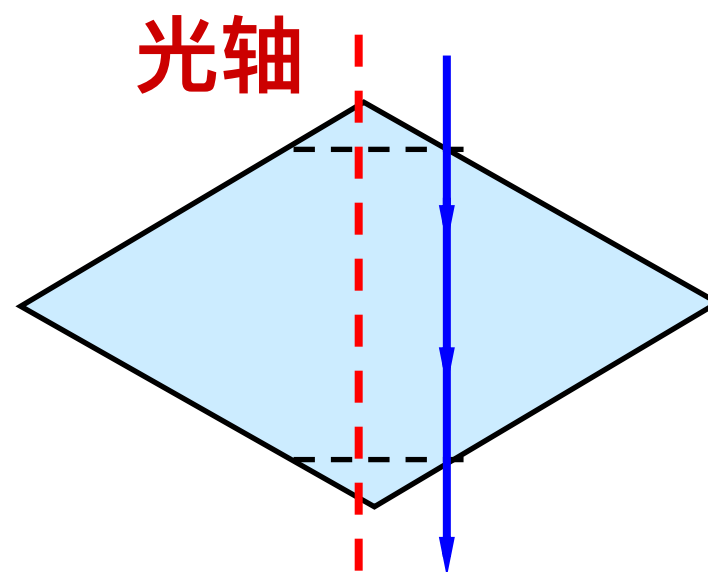
若用偏振器检验：

o光和e光都是线偏振光



二.晶体的光轴、主截面、主平面

1. 光轴---晶体内的一个特殊方向，光沿此方向传播时不发生双折射现象。



注意：

光轴是一个特殊的方向。

凡平行于此方向的直线
均为光轴。

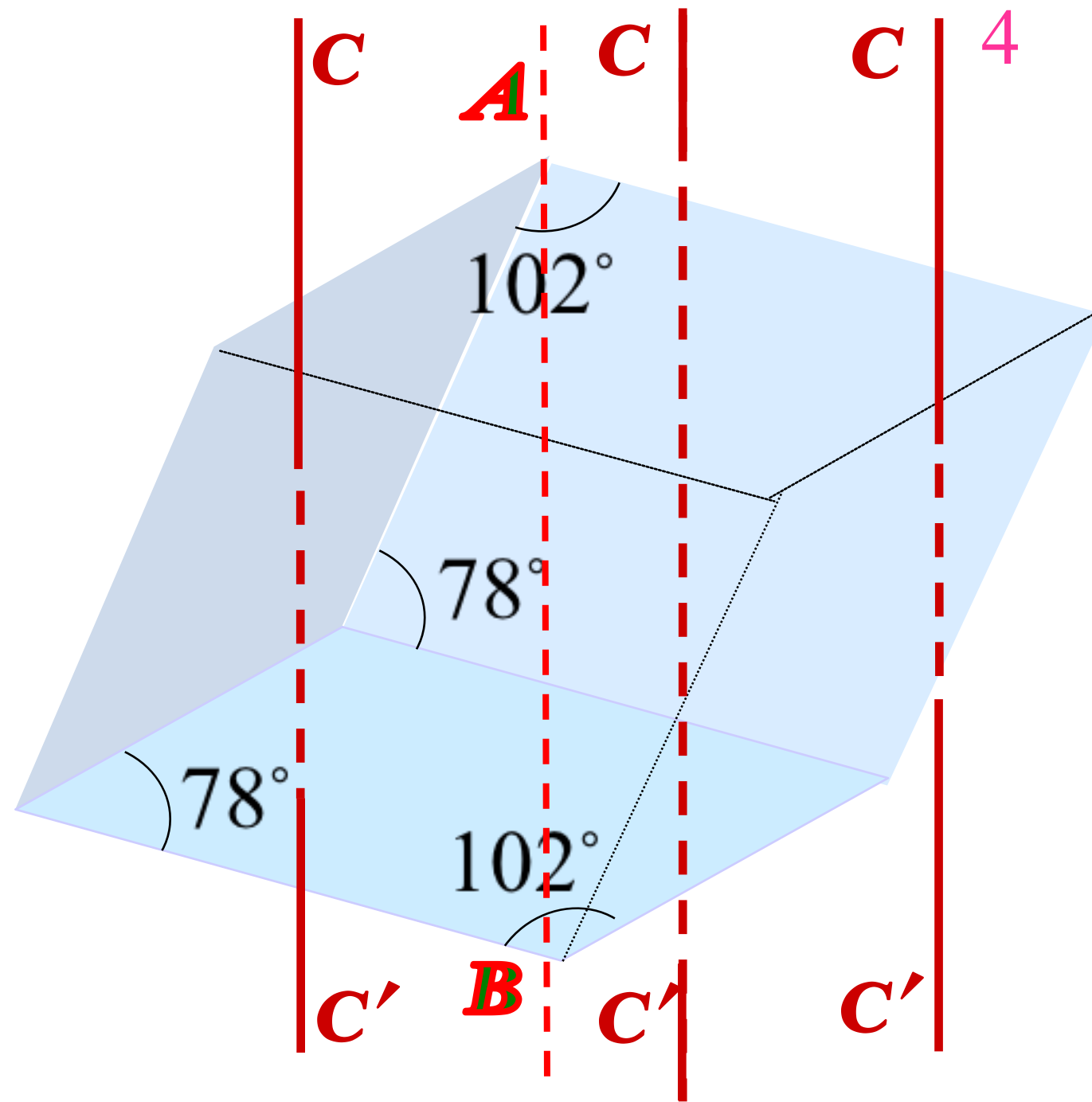
单轴晶体

如方解石、石英、冰

双轴晶体

云母、硫磺等

仅讨论单轴晶体

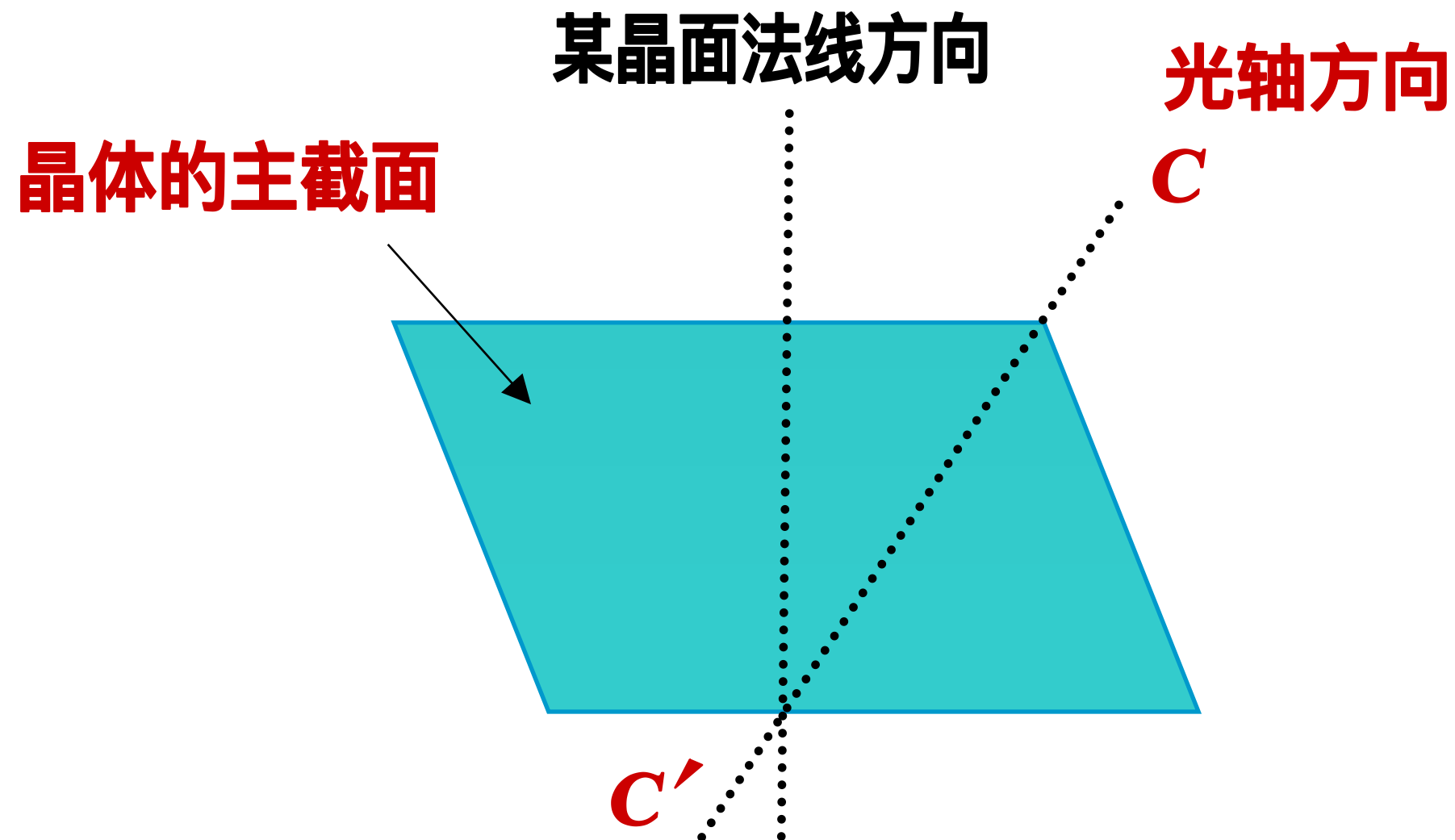


单轴晶体

2.主截面

5

由晶体光轴及晶体表面法线所构成的平面叫做晶体的主截面。



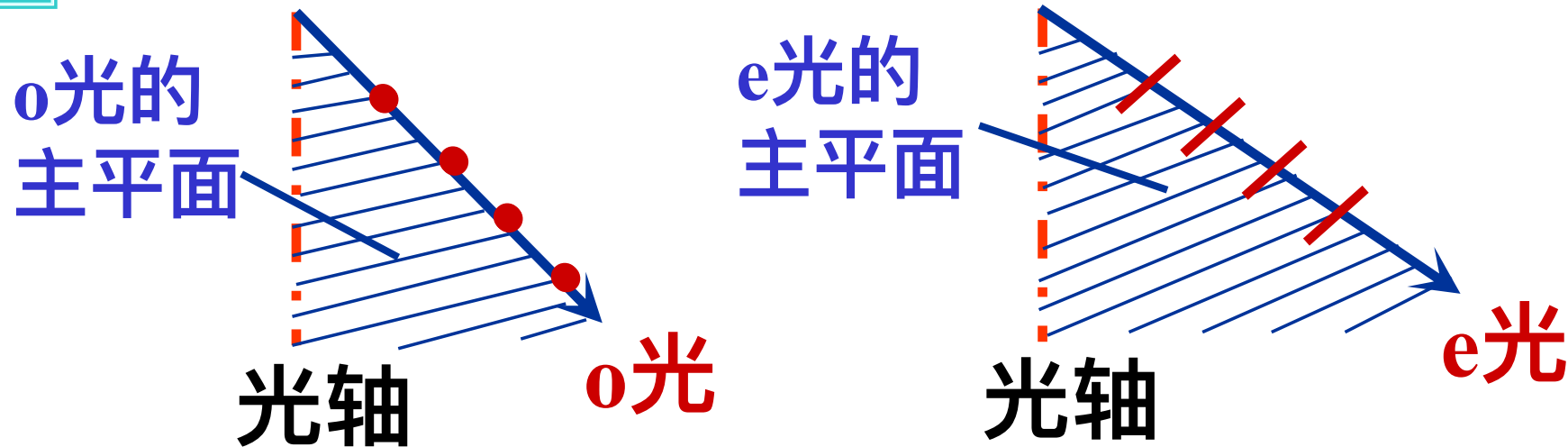
3. 主平面

6

晶体中某光线和晶体光轴所决定的平面，叫做**该光线的主平面**。

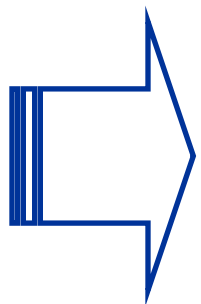
注意：

o光与e光都有各自的主平面



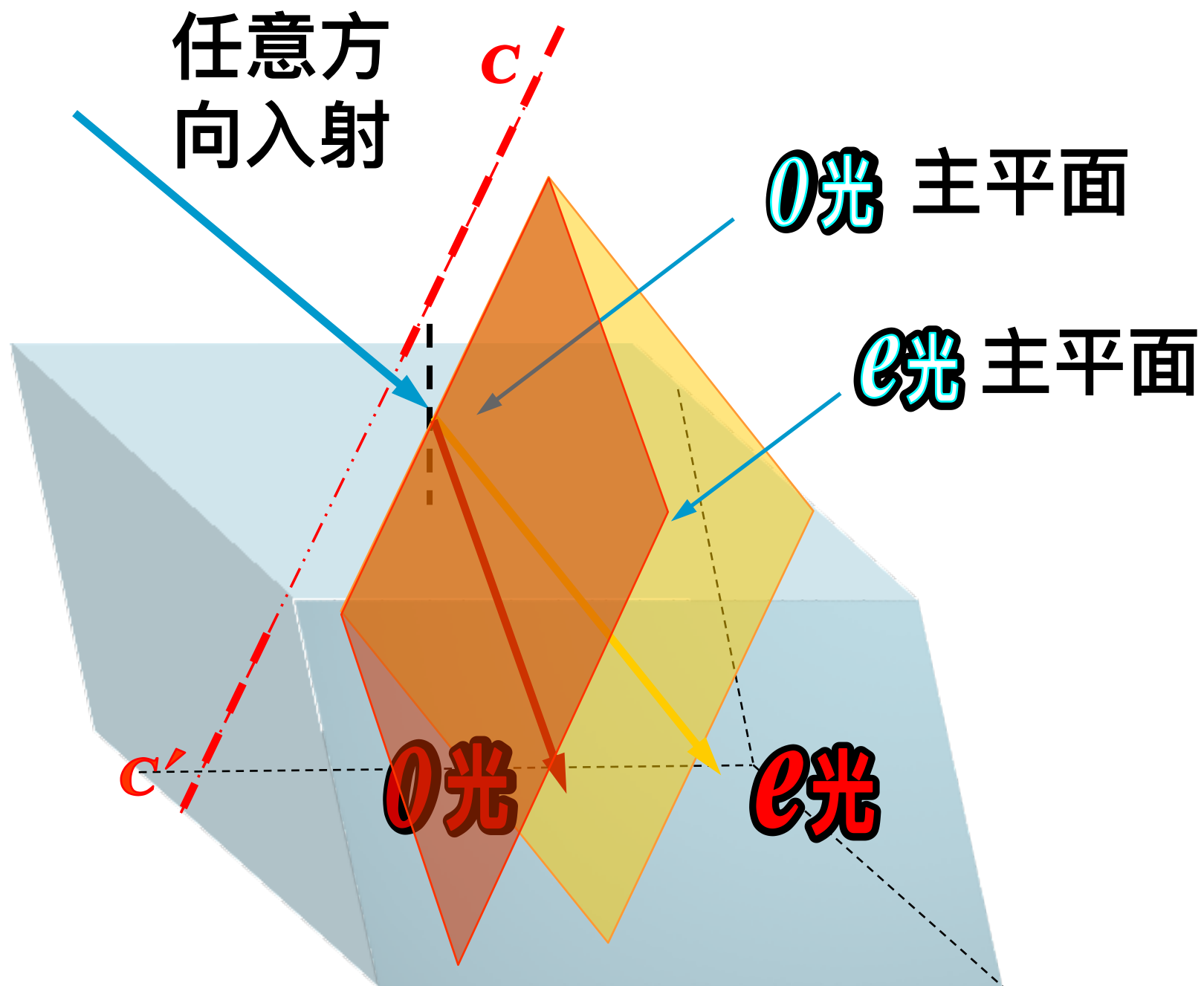
实验表明：

o光 光振动垂直其主平面；
e光 光振动在其主平面内。

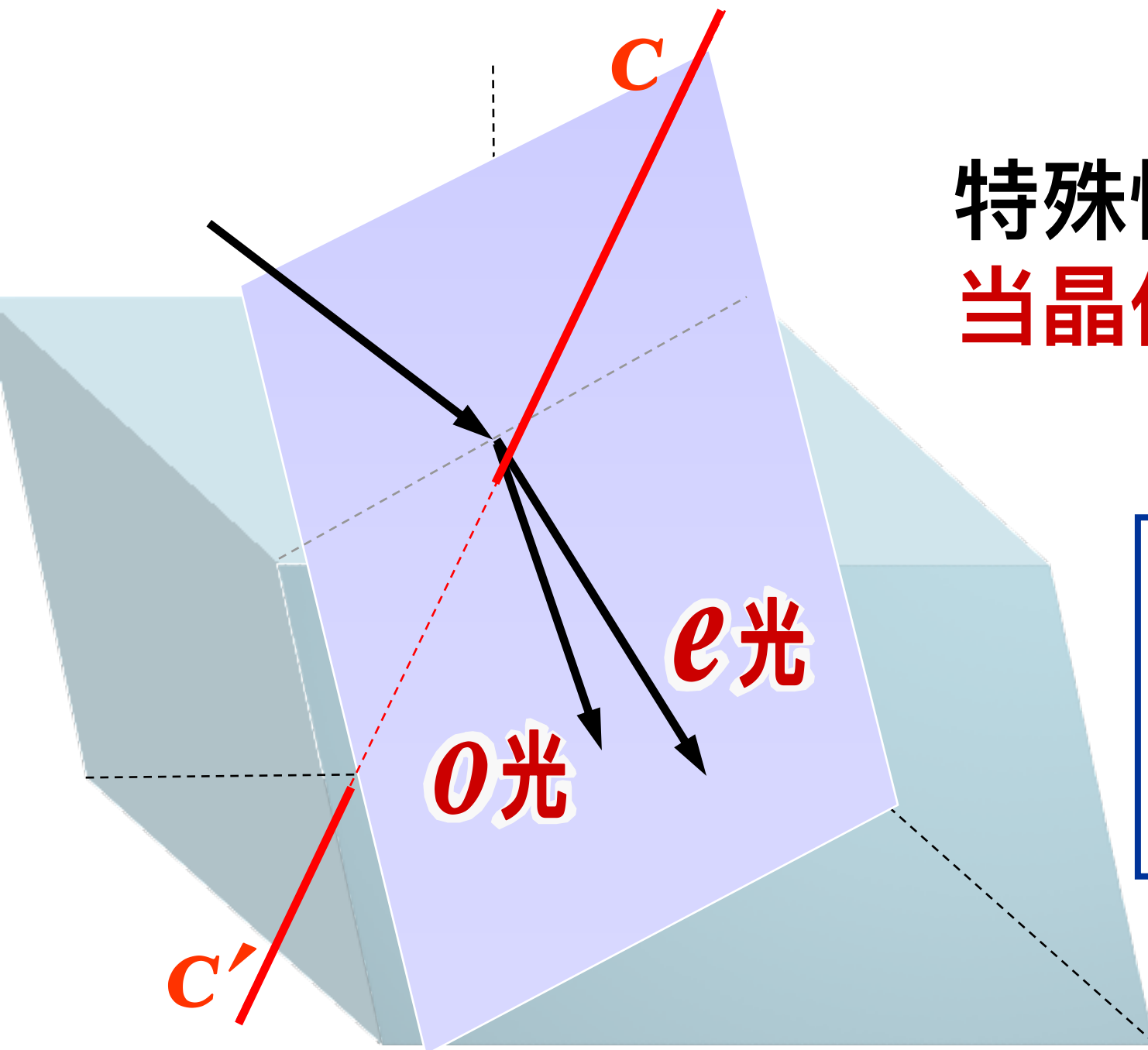


o光 光振动与光轴垂直。
e光 光振动与光轴共面。

e光传播方向改变，其振动方向和光轴方向夹角也随之变化。



一般情况下o光和e光这两个主平面并不重合



特殊情况：
当晶体光轴在入射面内时

o光主平面
e光主平面
入射面（主截面）

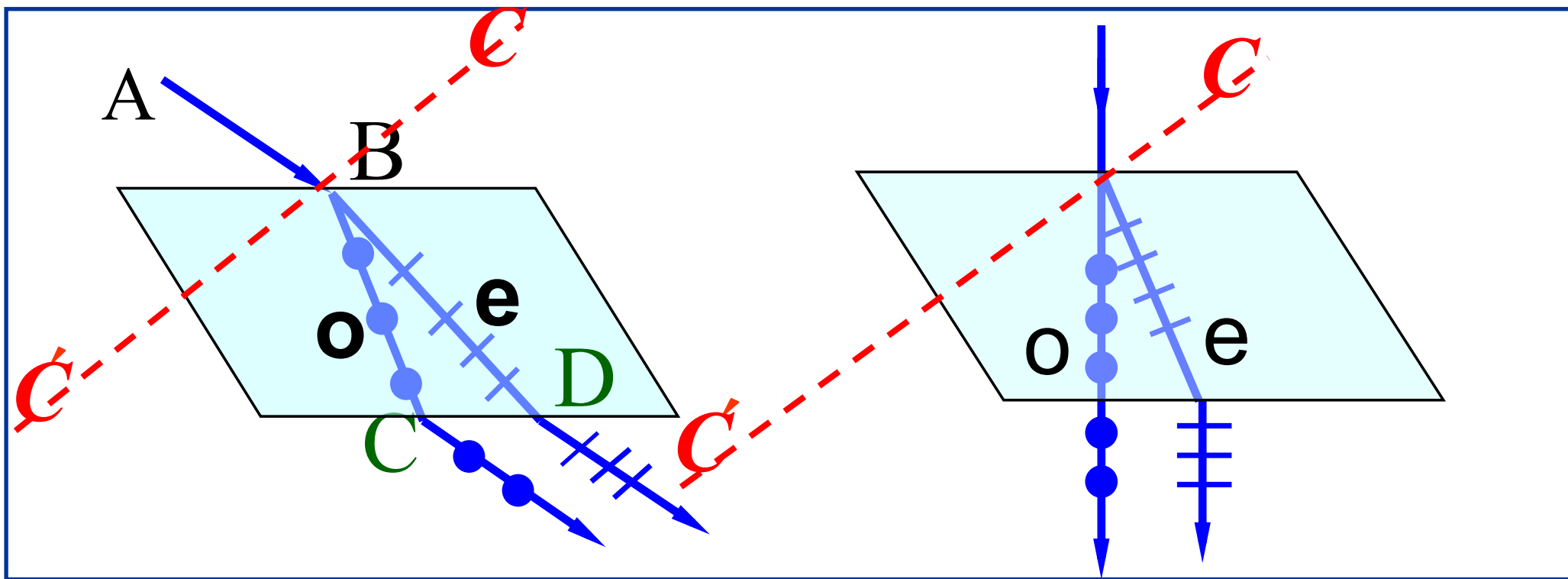
共面

o光 光振动垂直于它的主平面
e光 光振动在它的主平面内

两光振动 互相垂直

当光轴在入射面内时，o 光与 e 光的主平面及入射面重合，**o 光和 e 光的光振动即互相垂直。**

主要讨论此种特殊情况



三. o光和e光在双折射晶体中的传播

10

用惠更斯作图法确定单轴晶体中 o光和e光的传播方向

注意: 双折射的本质是 **传播速度的各向异性**

o光传播速度---各向同性

e光传播速度---各向异性

两个实验结果:

● **沿光轴方向**

e光速度等于o光速度 即等于 v_o

● **垂直光轴方向**

e光 与o光速度差别最大

此方向e光的速度 记做 v_e

两个实验结果：

● 沿光轴方向

e光速度等于o光速度 即等于 v_o 。

● 垂直光轴方向

e光 与o光速度差别最大

此方向e光的速度 记做 v_e

2. 晶体的主折射率 正晶体与负晶体

定义：

$$n_o = \frac{c}{v_o} \quad n_e = \frac{c}{v_e}$$

称 n_o , n_e 为晶体的主折射率。

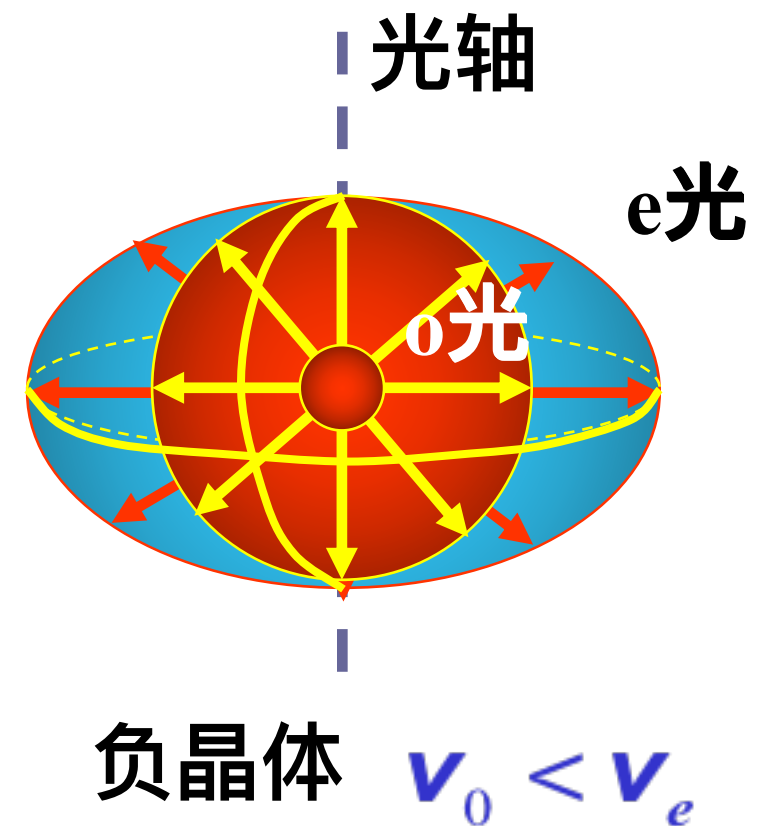
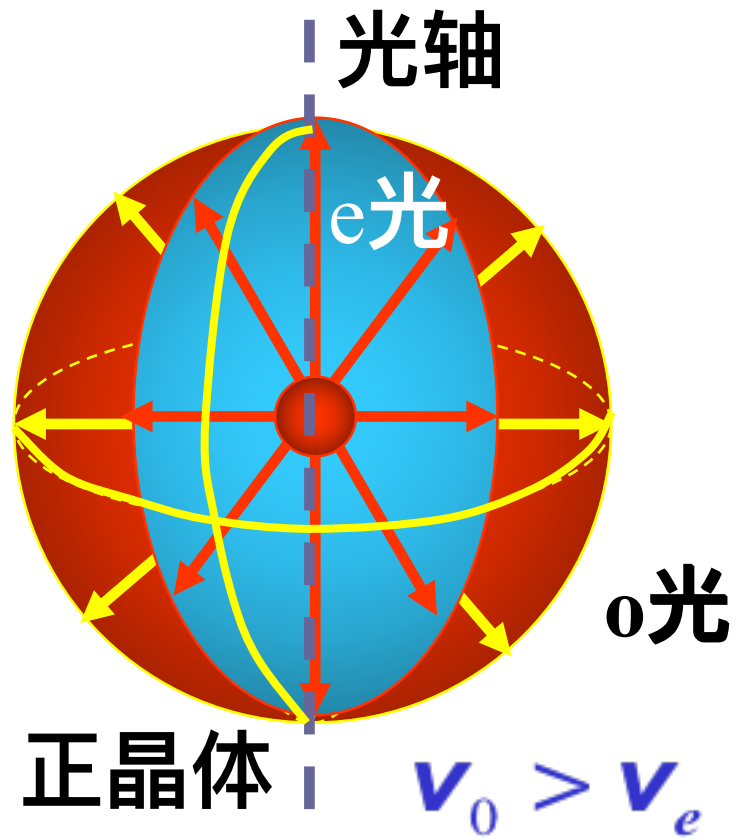
正晶体-- $v_o > v_e \quad n_o < n_e$

负晶体-- $v_o < v_e \quad n_o > n_e$

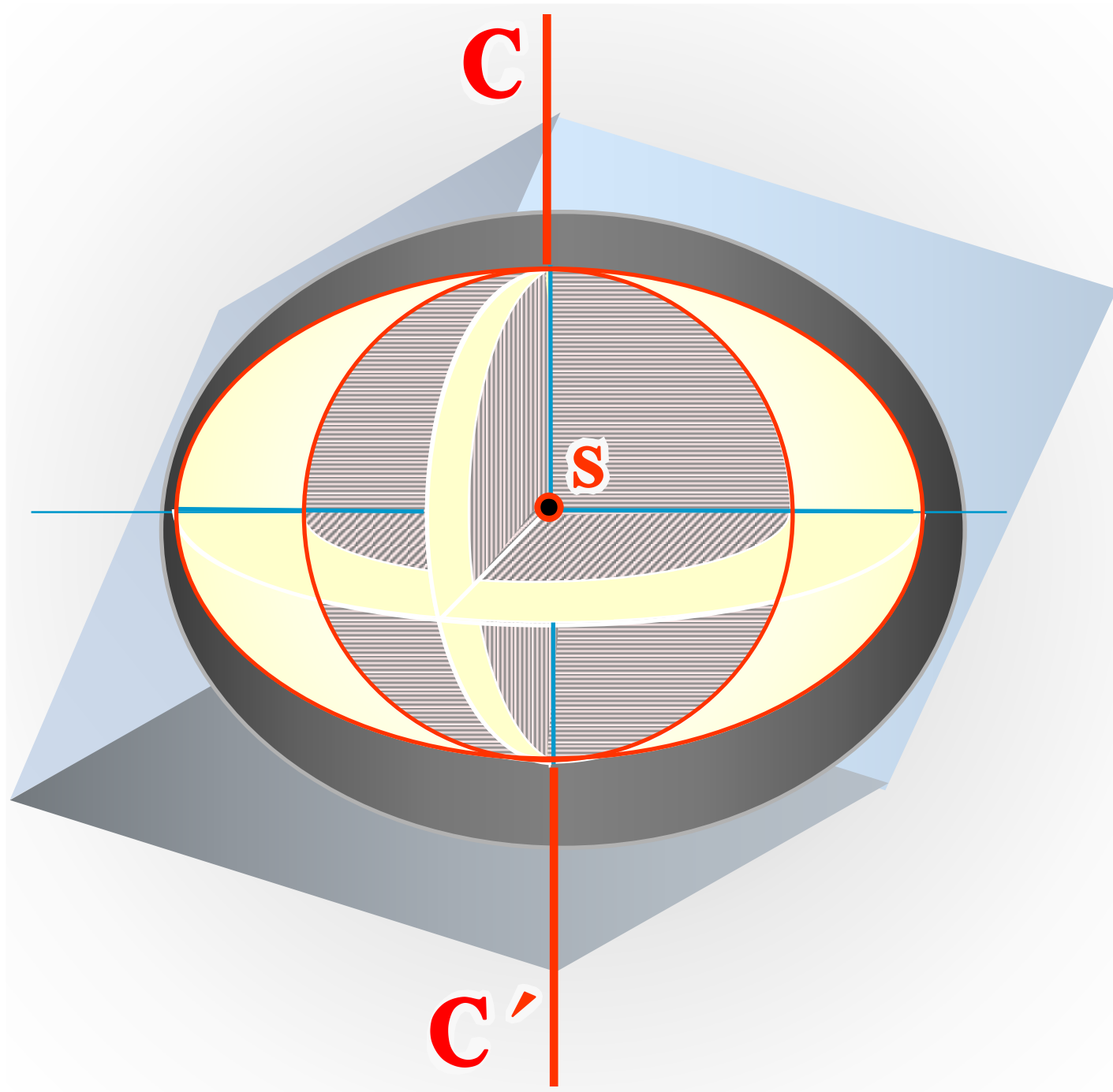
正晶体如石英、碳、冰。

负晶体如方解石、红宝石

晶体中的子波波面:



假设方解石内有一单色点光源 S 负晶体



在方解石内

O 光 波速

各向相等

波面是球面

e 光 波速

在光轴方向等于 O 光波速

在其它方向大于 O 光波速

在垂直光轴方向波速最大

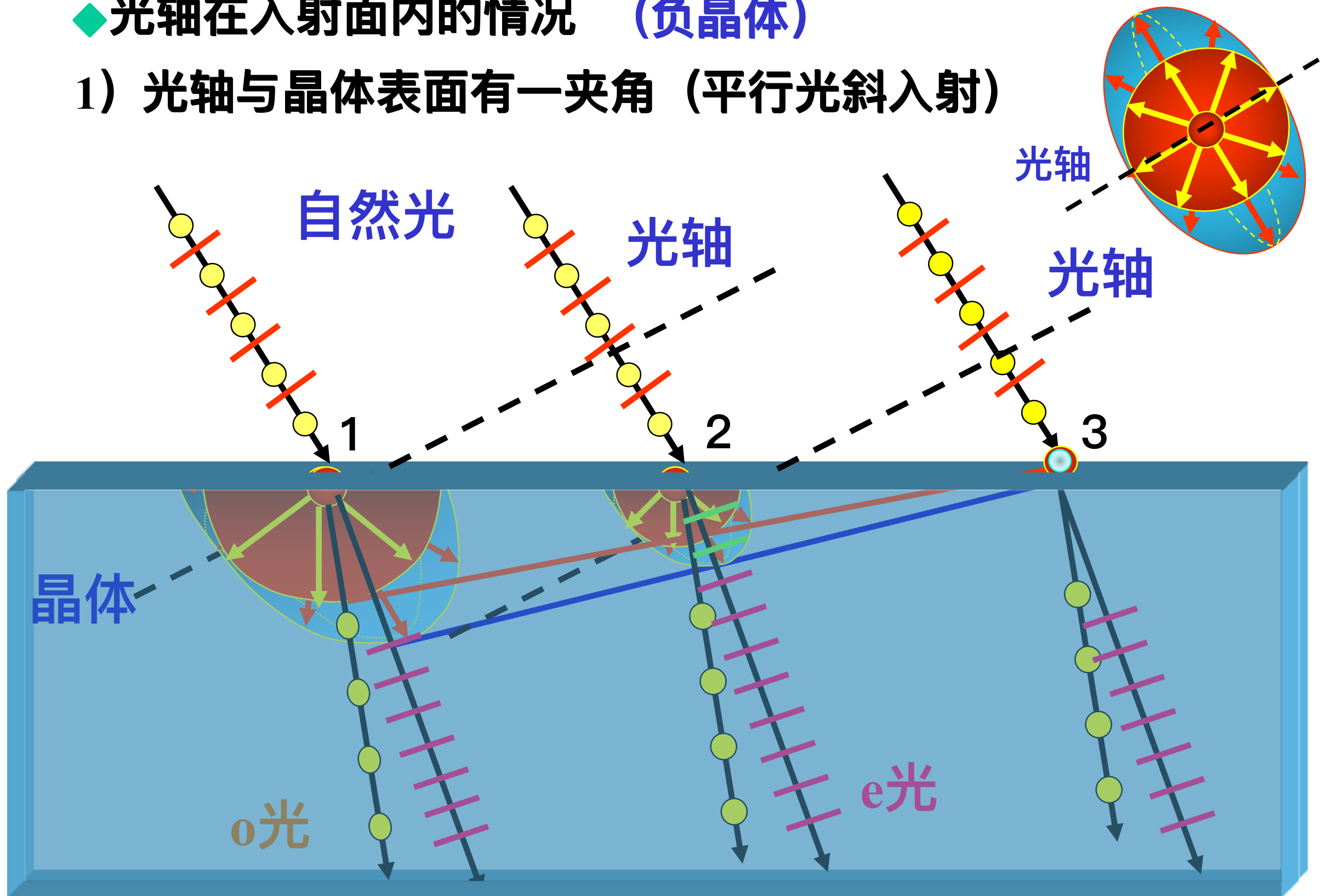
波面是椭圆回旋面

回旋轴向为光轴方向

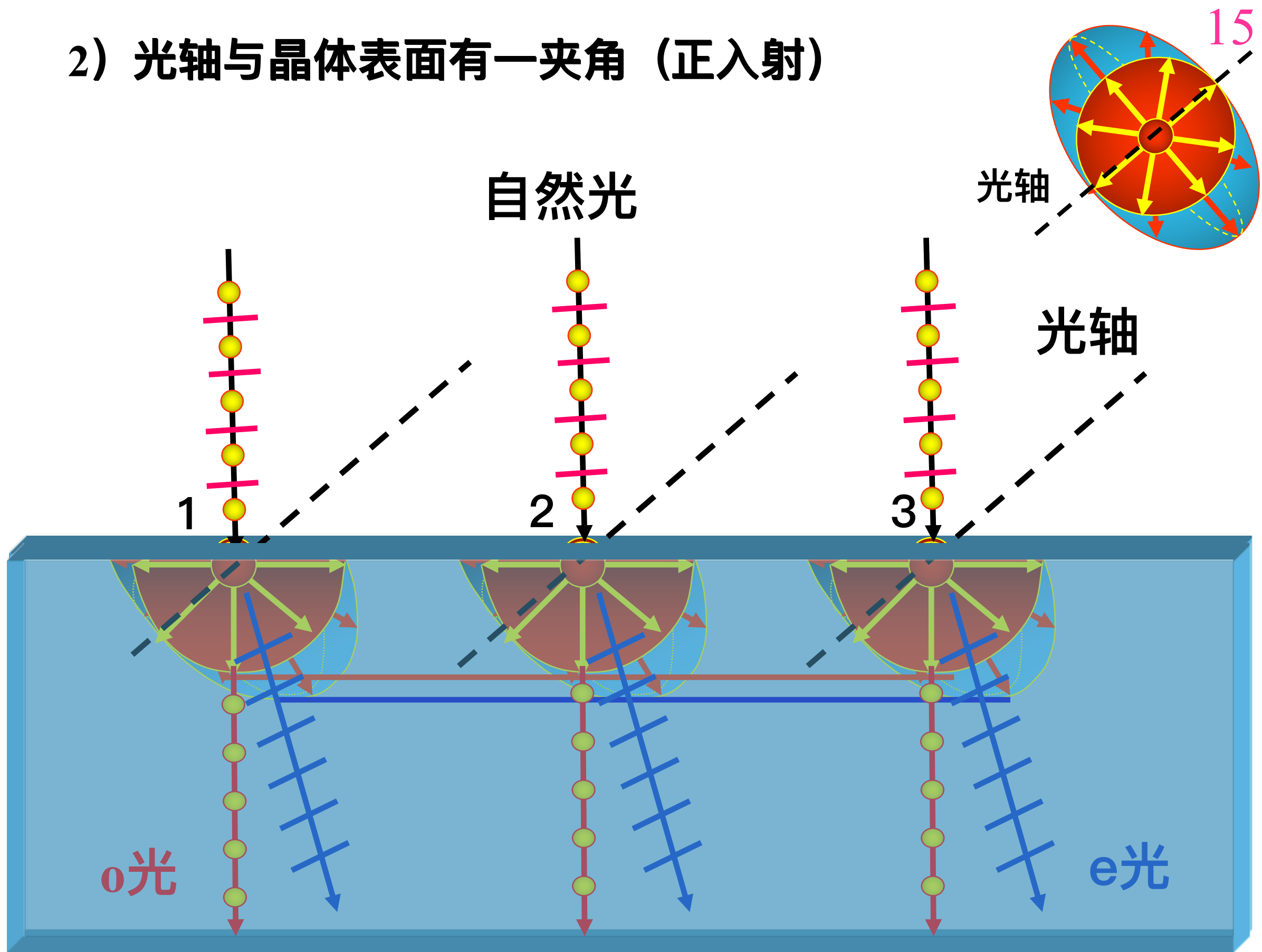
3. 用惠更斯作图法说明双折射现象

◆ 光轴在入射面内的情况 (负晶体)

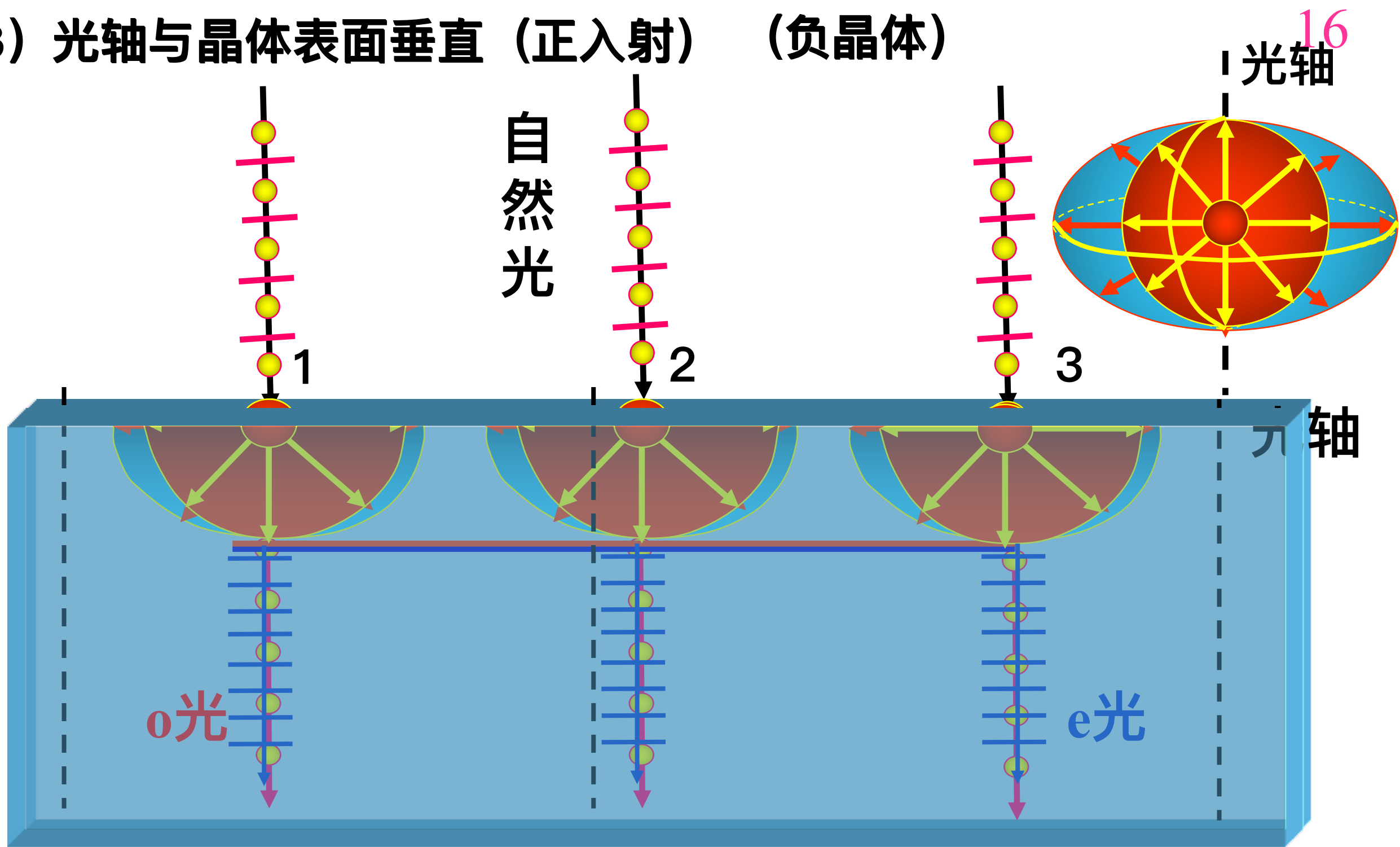
1) 光轴与晶体表面有一夹角 (平行光斜入射)



2) 光轴与晶体表面有一夹角（正入射）

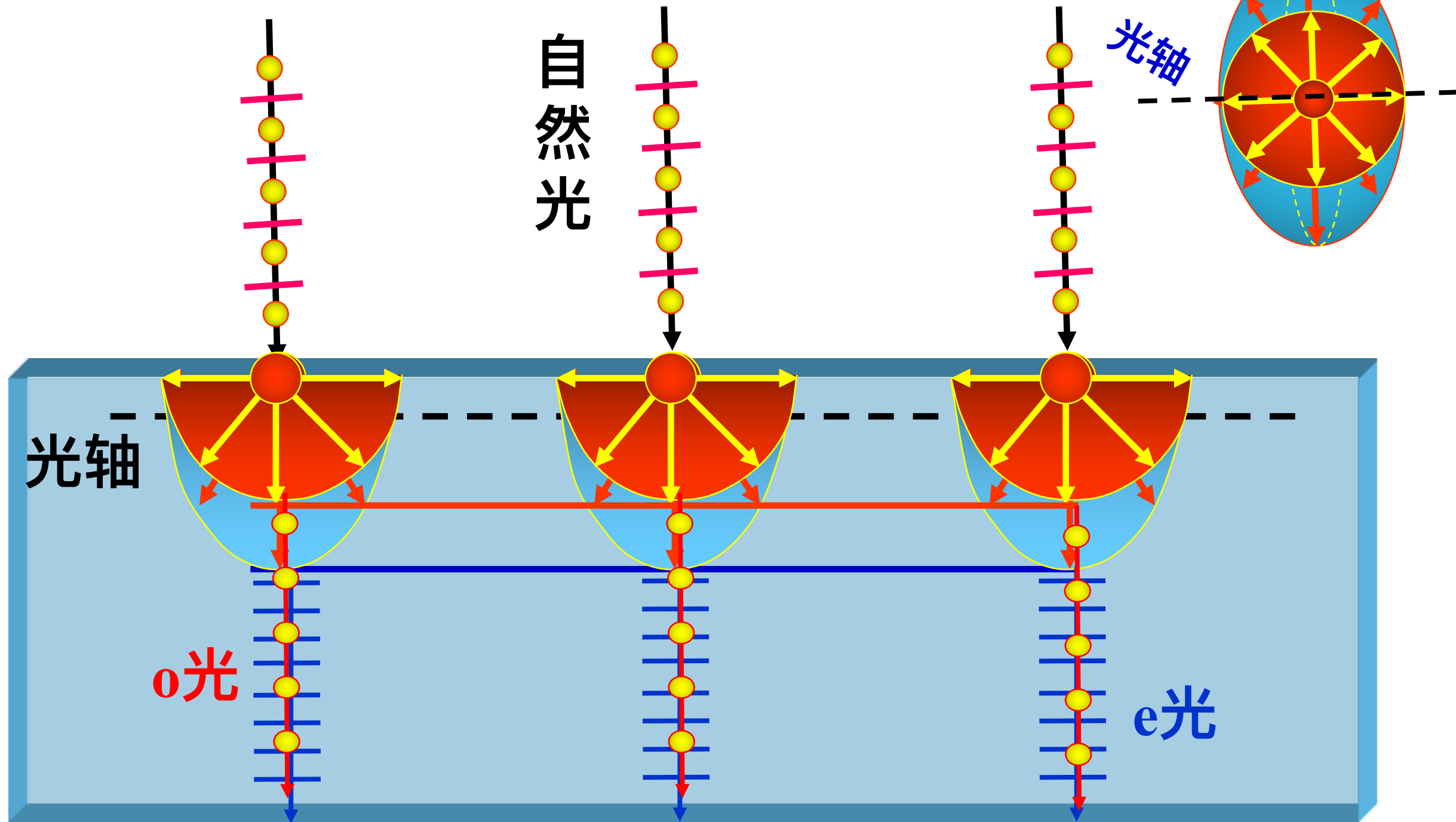


3) 光轴与晶体表面垂直 (正入射) (负晶体)



结论：沿光轴方向入射 $v_o = v_e$ $n_o = n_e$ 无双折射

4) 光轴与晶体表面平行 (正入射) (负晶体)

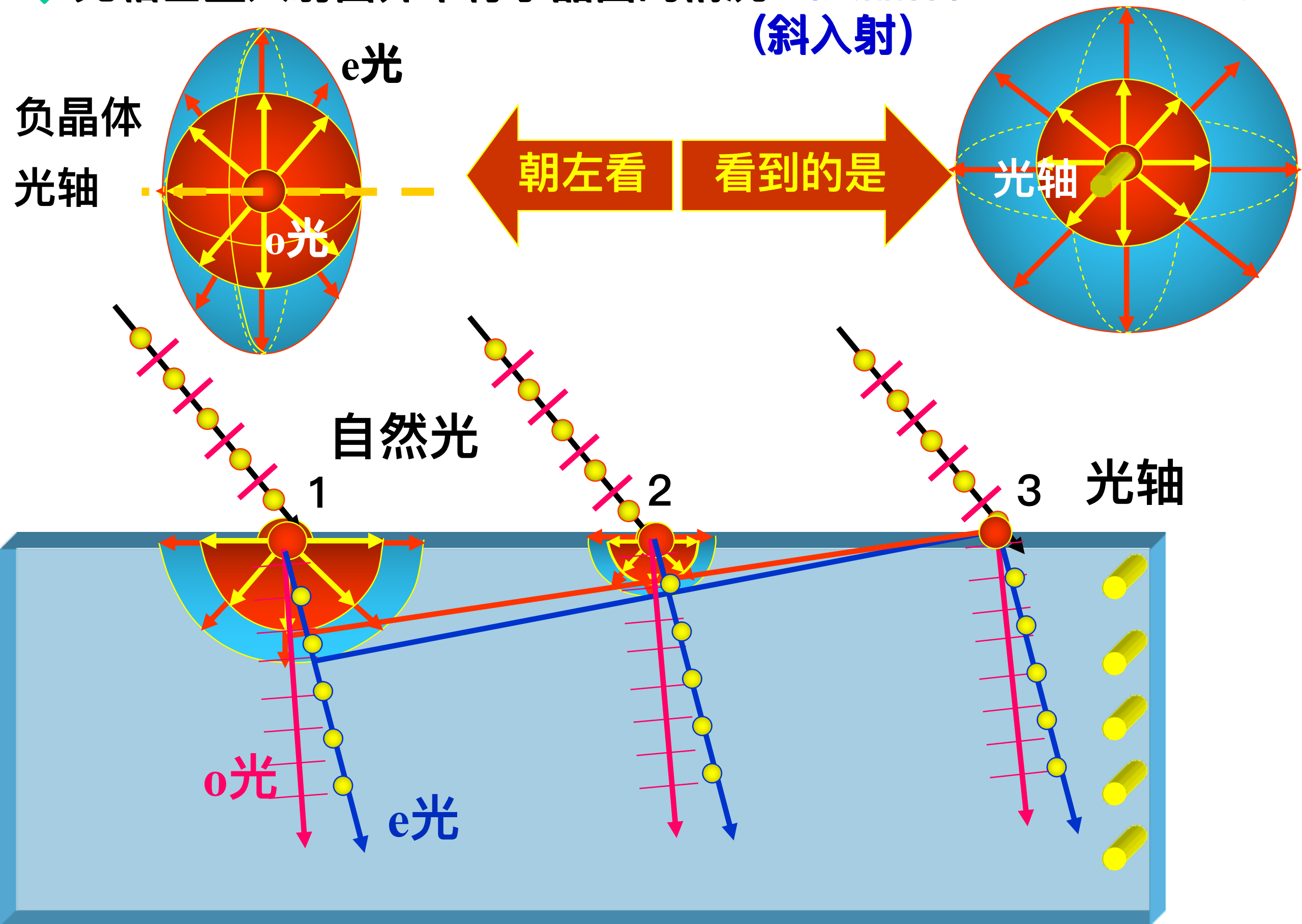


o光和e光传播方向相同 但 速度大小不同

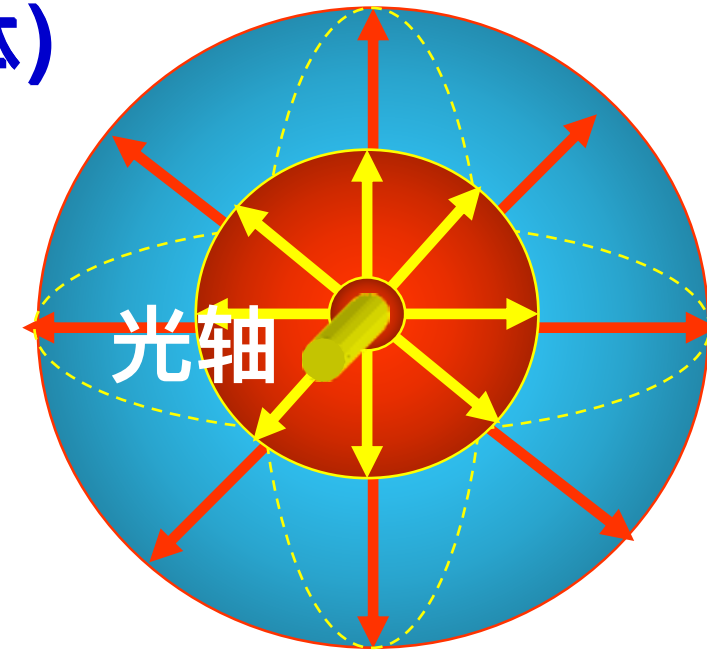
结论: $\mathbf{v}_o \neq \mathbf{v}_e$ $n_o \neq n_e$ 有双折射。

◆ 光轴垂直入射面并平行于晶面的情况 (负晶体)
(斜入射)

18

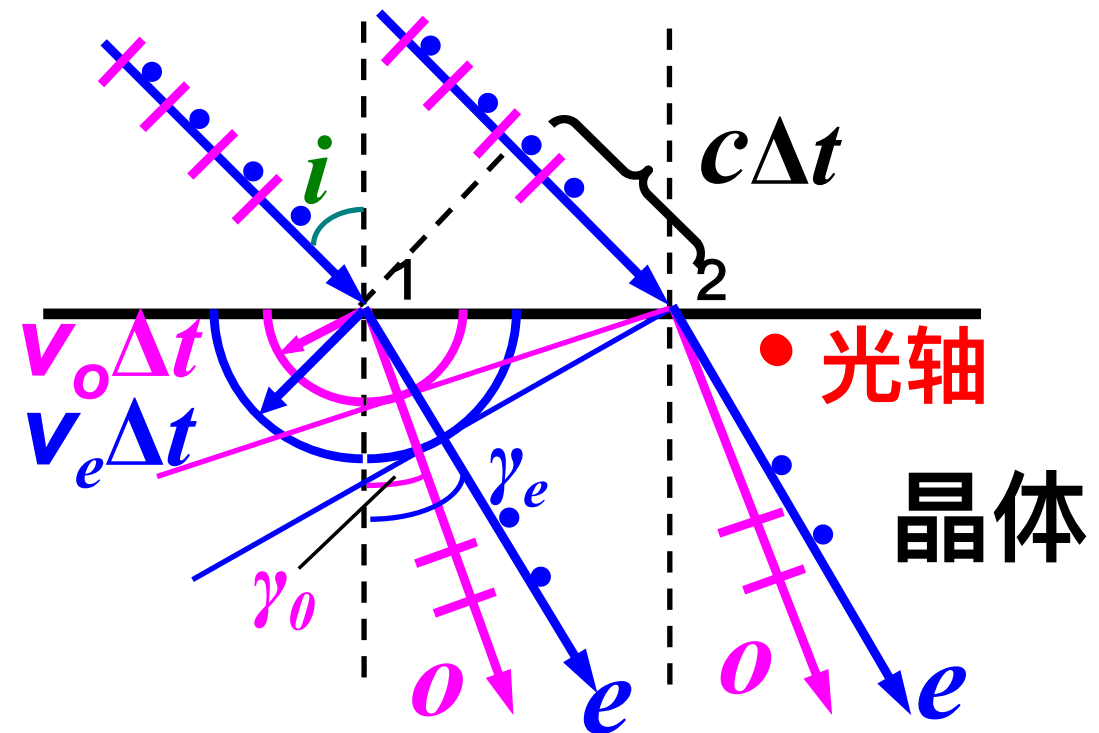


◆ 光轴垂直入射面并平行于晶面的情况（负晶体）
（斜入射）



$$\frac{\sin i}{\sin \gamma_o} = \frac{c\Delta t / S_{12}}{v_o\Delta t / S_{12}} = \frac{c\Delta t}{v_o\Delta t} = n_o$$

$$\frac{\sin i}{\sin \gamma_e} = \frac{c\Delta t / S_{12}}{v_e\Delta t / S_{12}} = \frac{c\Delta t}{v_e\Delta t} = n_e$$



在这种情况下，对 e 光也可以用折射定律。

例. 用方解石割成一个正三角形棱镜，其光轴与棱镜的棱边平行 20
行，亦即与棱镜的正三角形横截面垂直。如图所示。今有一束
自然光入射于棱镜，为使棱镜内的 e 光折射线平行于棱镜的底
边，该入射光的入射角 i 应为多少？并在图中画出 o 光的光
路。已知 $n_e = 1.49$ （主折射率）， $n_o = 1.66$ 。

解： 本题对于 e 光仍满足折射定律

$$\sin i = n_e \sin \gamma_e$$

因 e 光在棱镜内折射线与底边平行，故 $\gamma_e = 30^\circ$

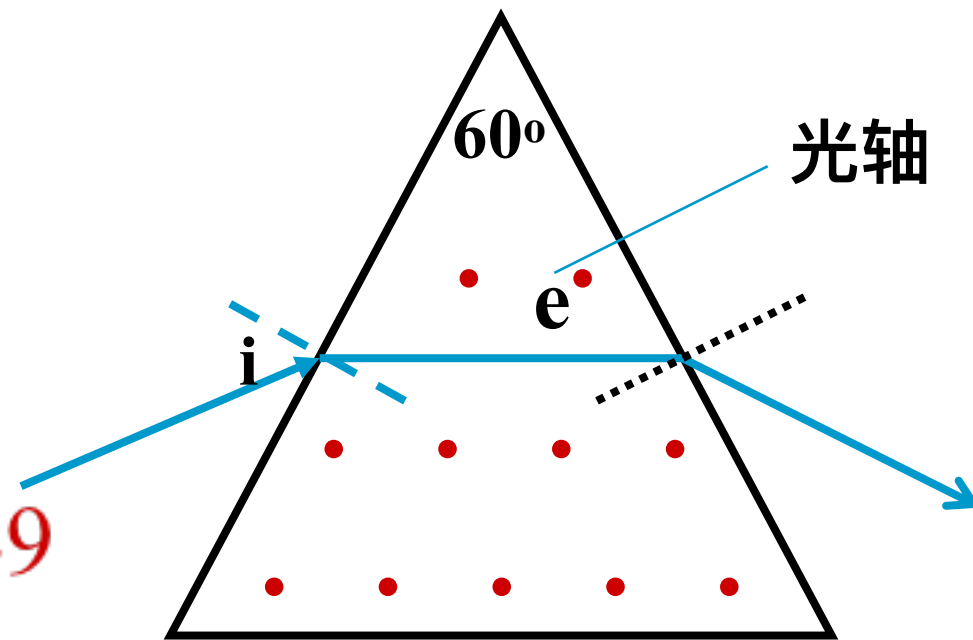
$$\sin i = n_e \sin 30^\circ = 1.49 \times 0.5 = 0.745$$

入射角 $i = 48^\circ 10'$

又 $\sin i = n_o \sin \gamma_o$

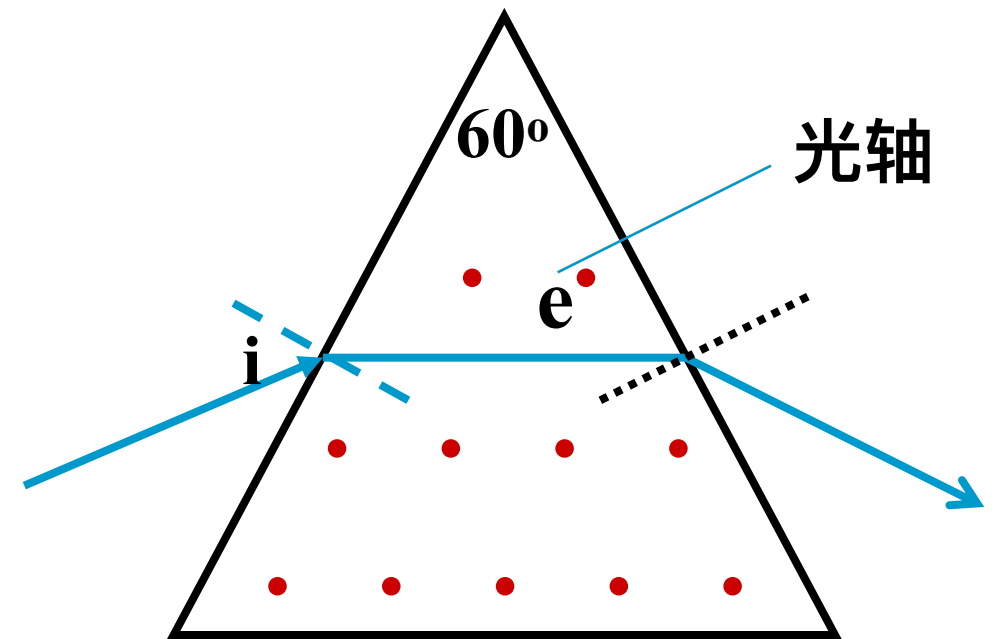
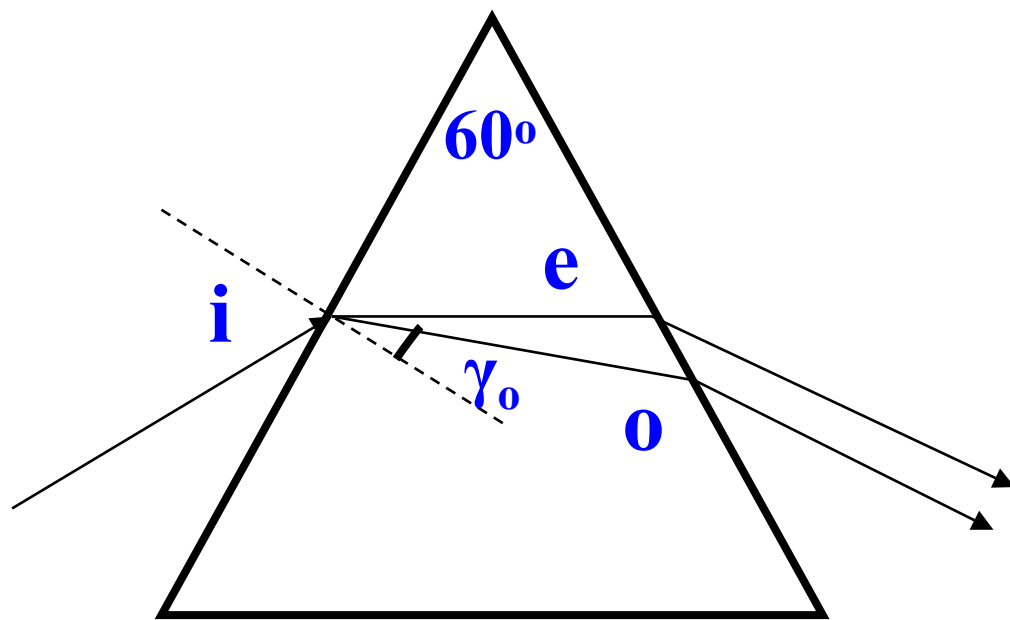
$$\therefore \sin \gamma_o = \frac{\sin i}{n_o} = \frac{\sin 48^\circ 10'}{1.66} = 0.449$$

故 o 光折射角 $\gamma_o = 26^\circ 40'$



$$\gamma_e = 30^\circ$$

$$\gamma_o = 26^\circ 40'$$



四.波片 (晶片)

22

波片: 从单轴晶体切下来的厚度均匀的薄片, 其表面与晶体的光轴平行。

线偏振光垂直入射到波片上, 经过波片后, o光和e光产生光程差。

光程差:

$$\delta = (n_o - n_e)d$$

(负晶体)

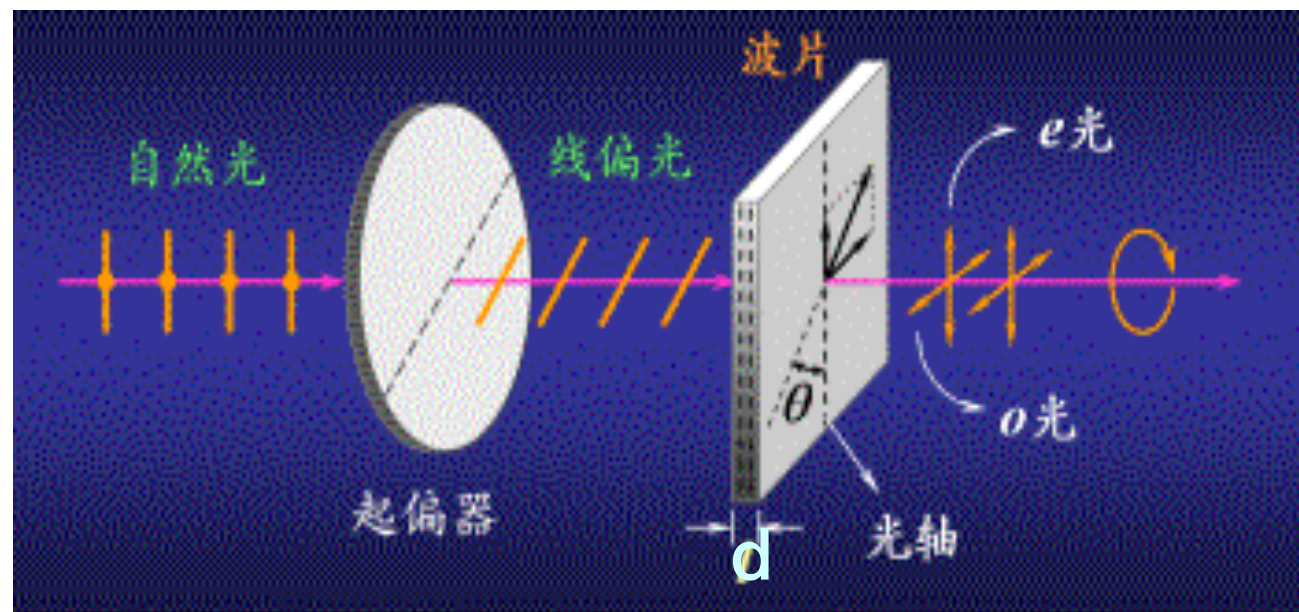
相位差:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

1. 四分之一波片 ($\lambda/4$ 片)

晶片厚度满足 $(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}$ 或 $(n_o - n_e)d = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$

相位差: $\Delta\varphi = \pi/2$ 或 $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi/2$



2. 二分之一 波片 ($\lambda/2$ 片)

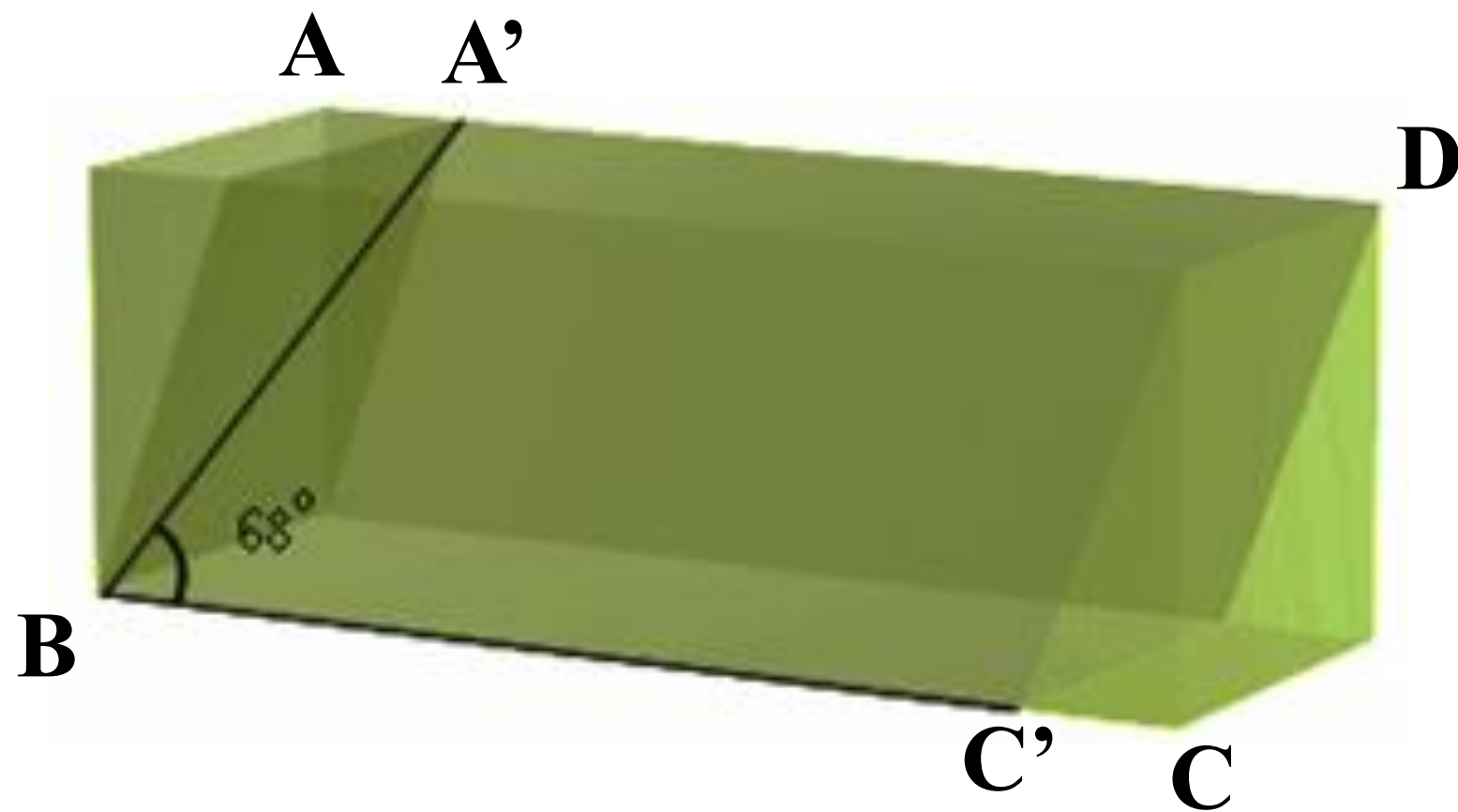
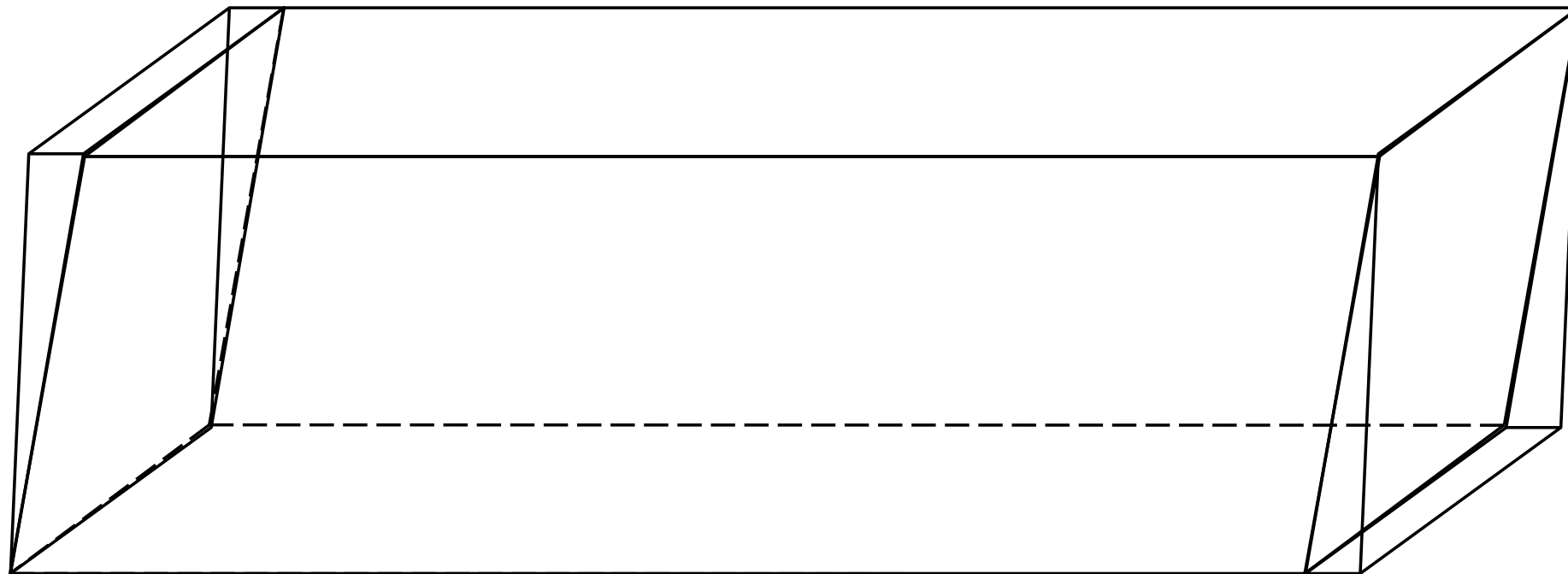
23

晶片厚度满足 $(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2}$ 或 $(n_o - n_e)d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$
 $\Delta\varphi = \pi$ 或 $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$

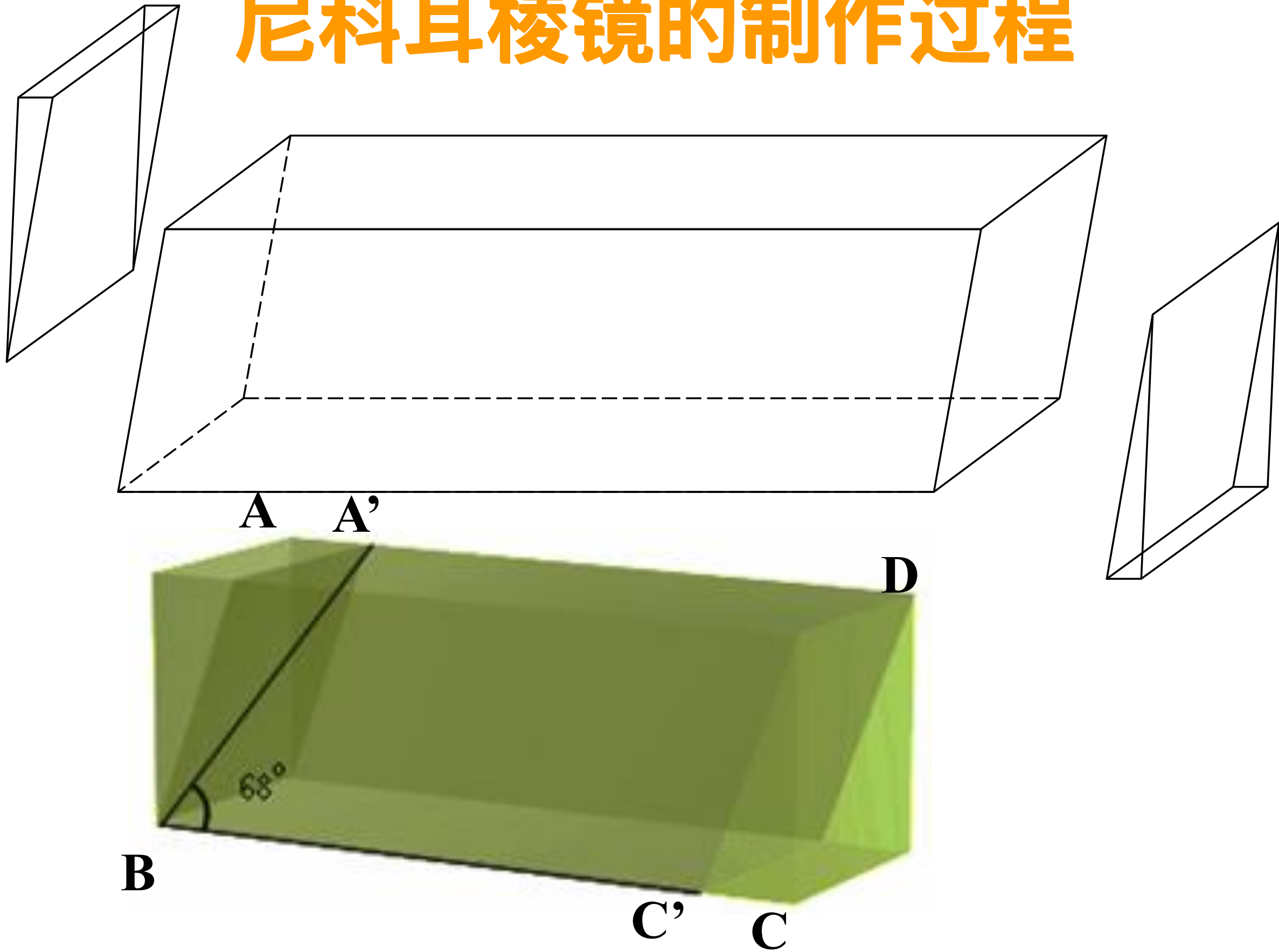
注意: $\lambda/2$ 波片 $\lambda/4$ 波片 必须指明波长

五. 偏振棱镜

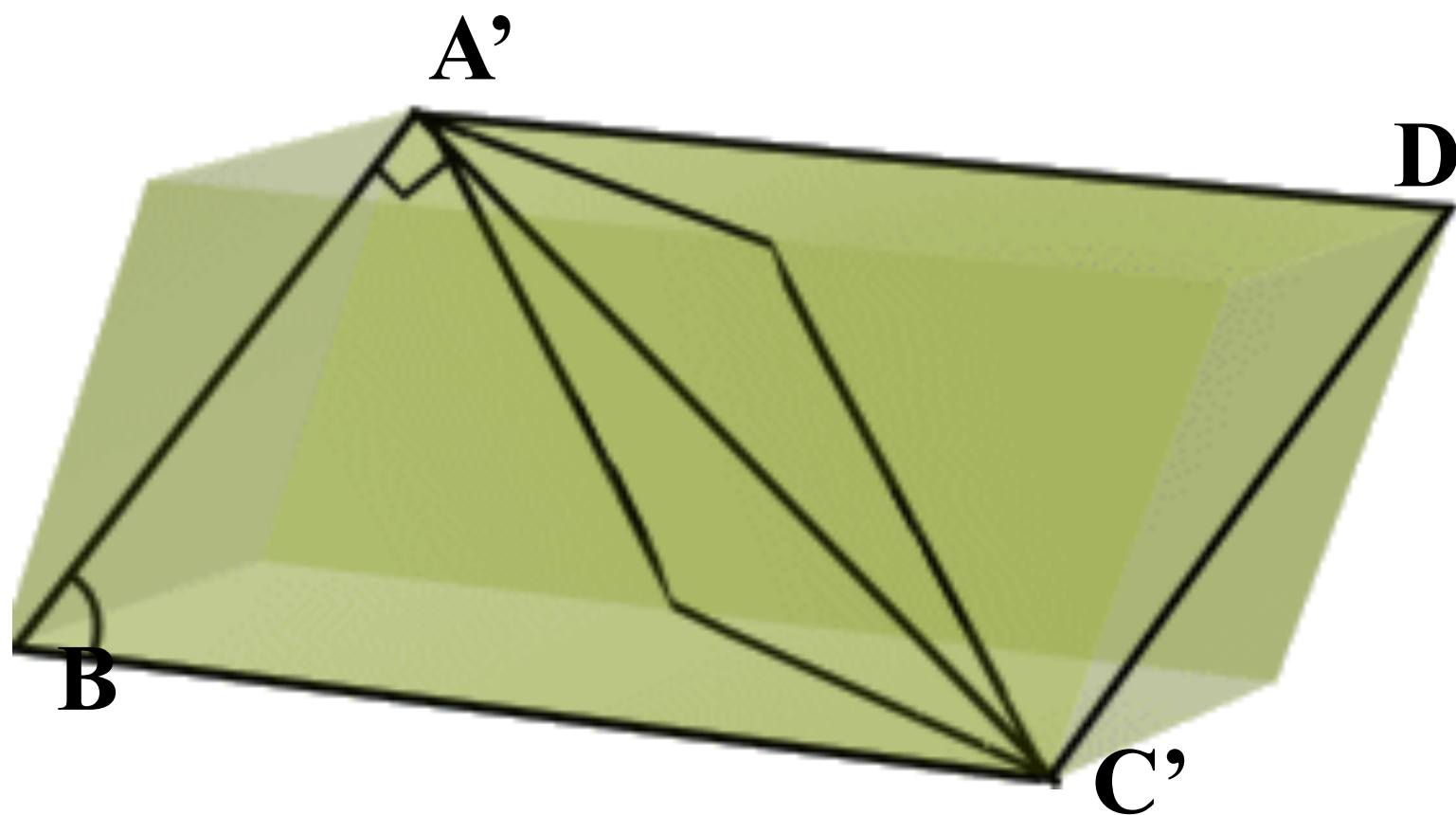
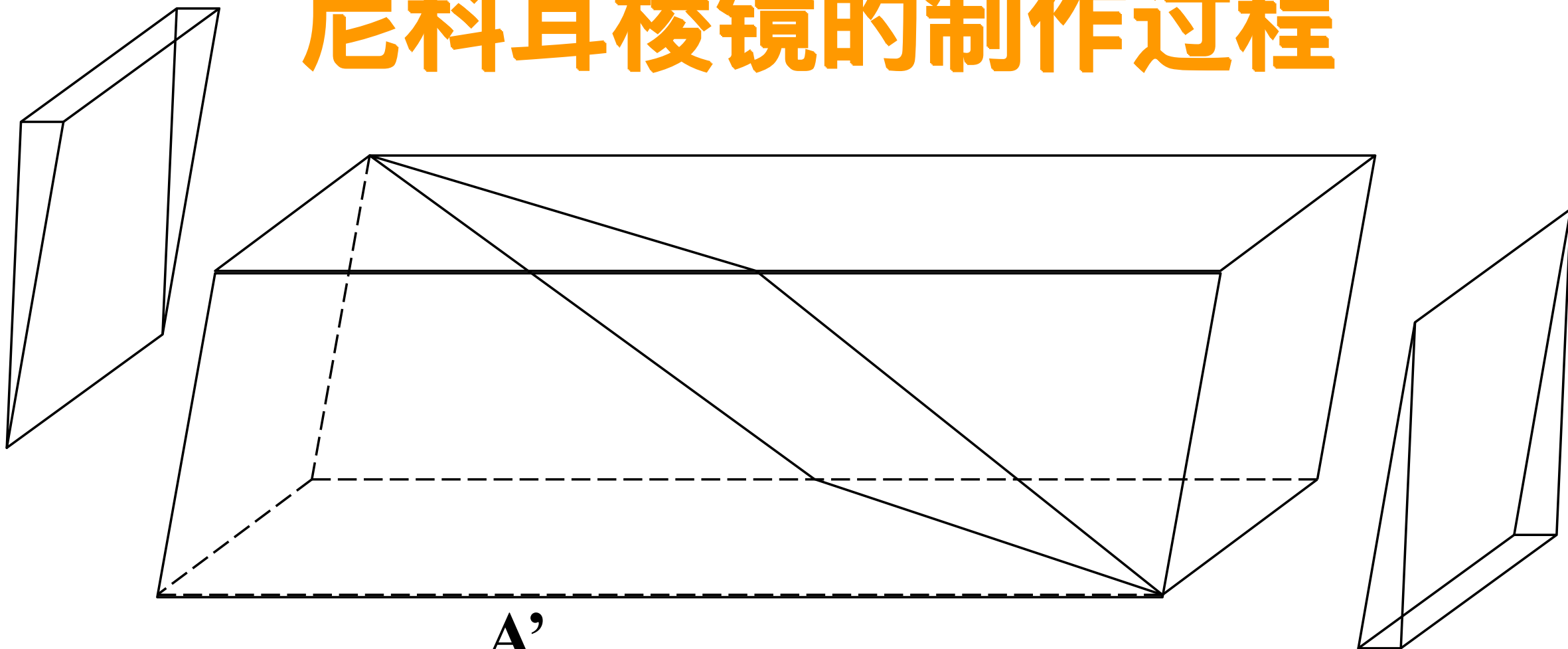
1) 尼科尔棱镜 (W·Nicol 1928年)



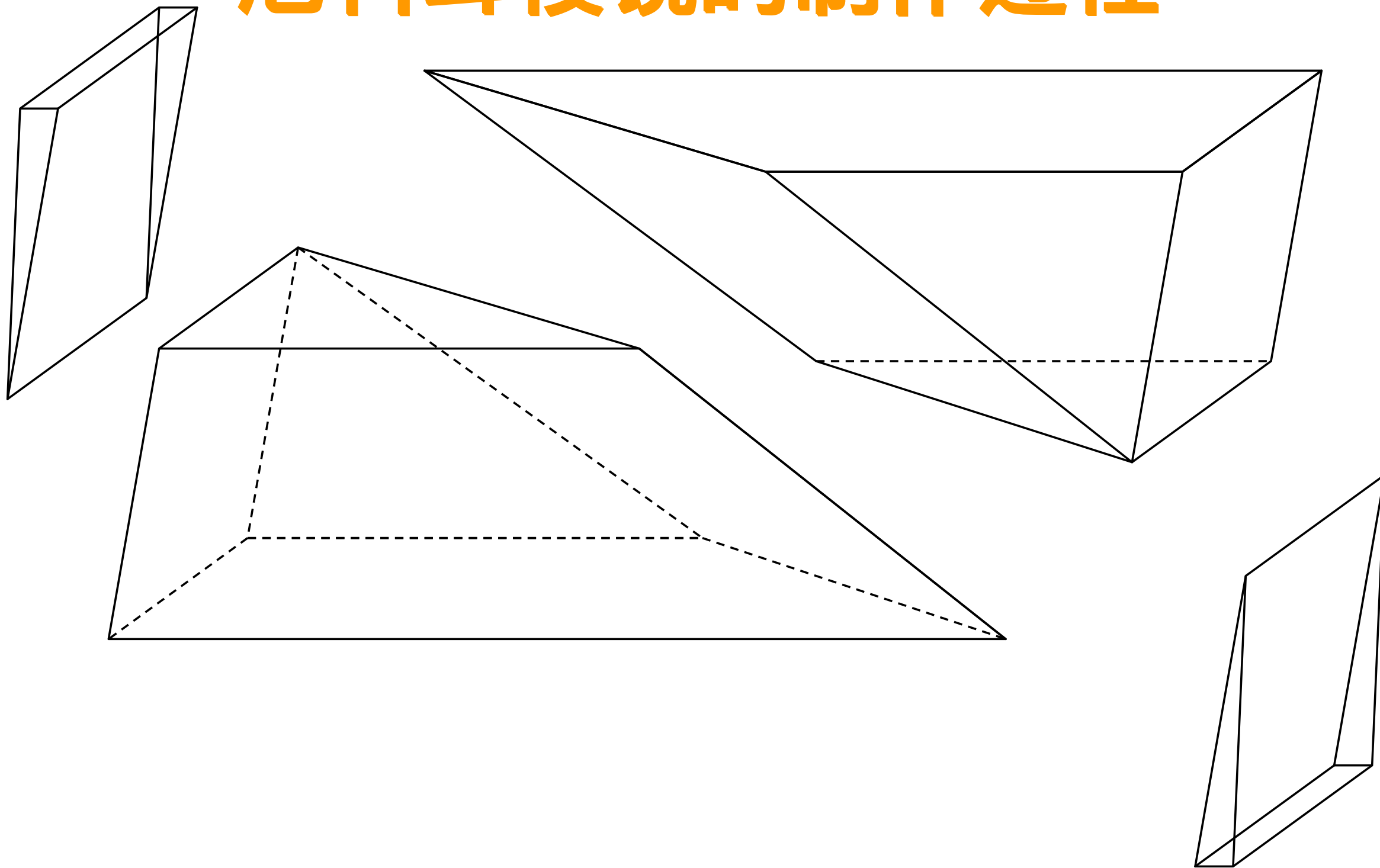
尼科耳棱镜的制作过程



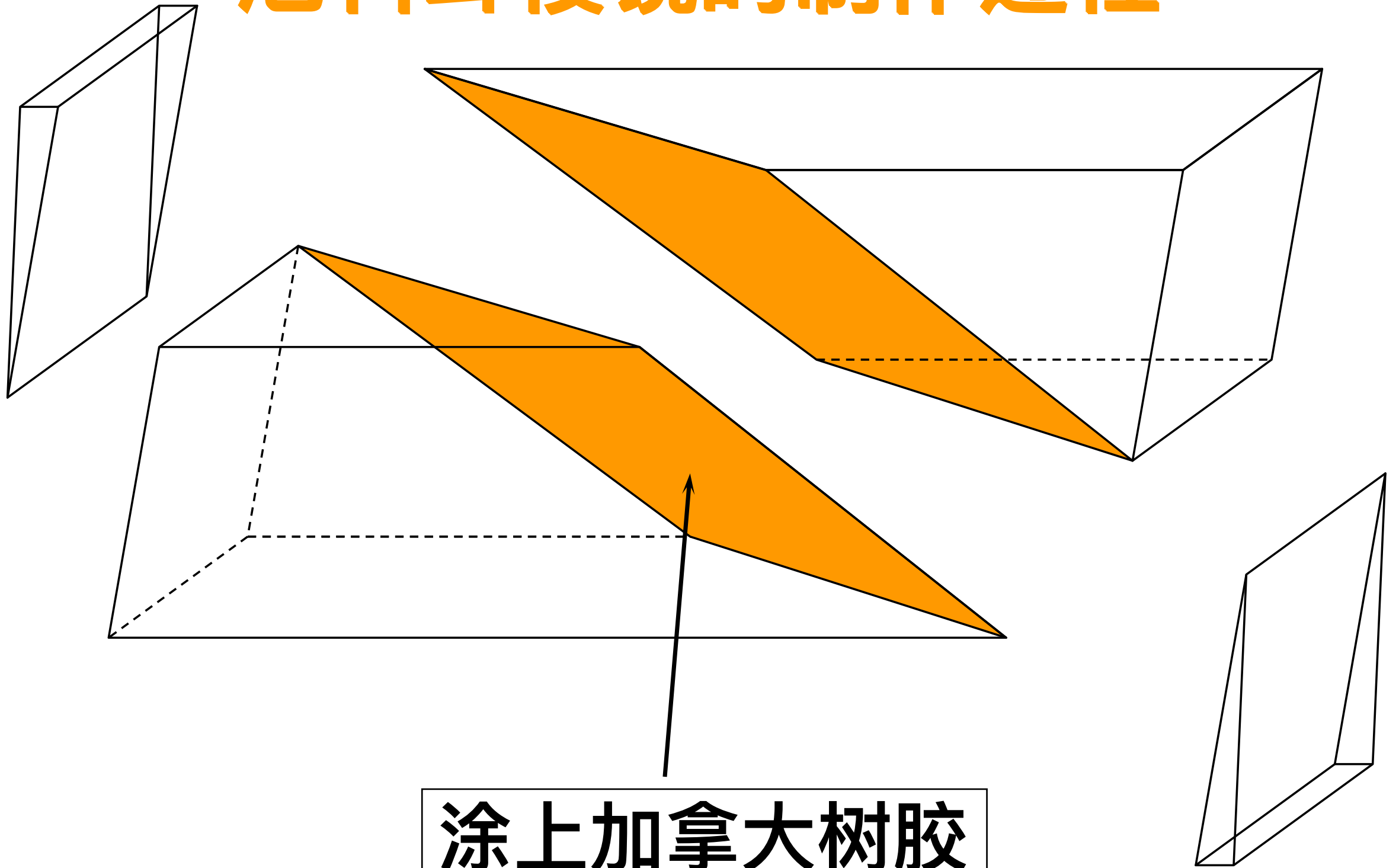
尼科耳棱镜的制作过程



尼科耳棱镜的制作过程

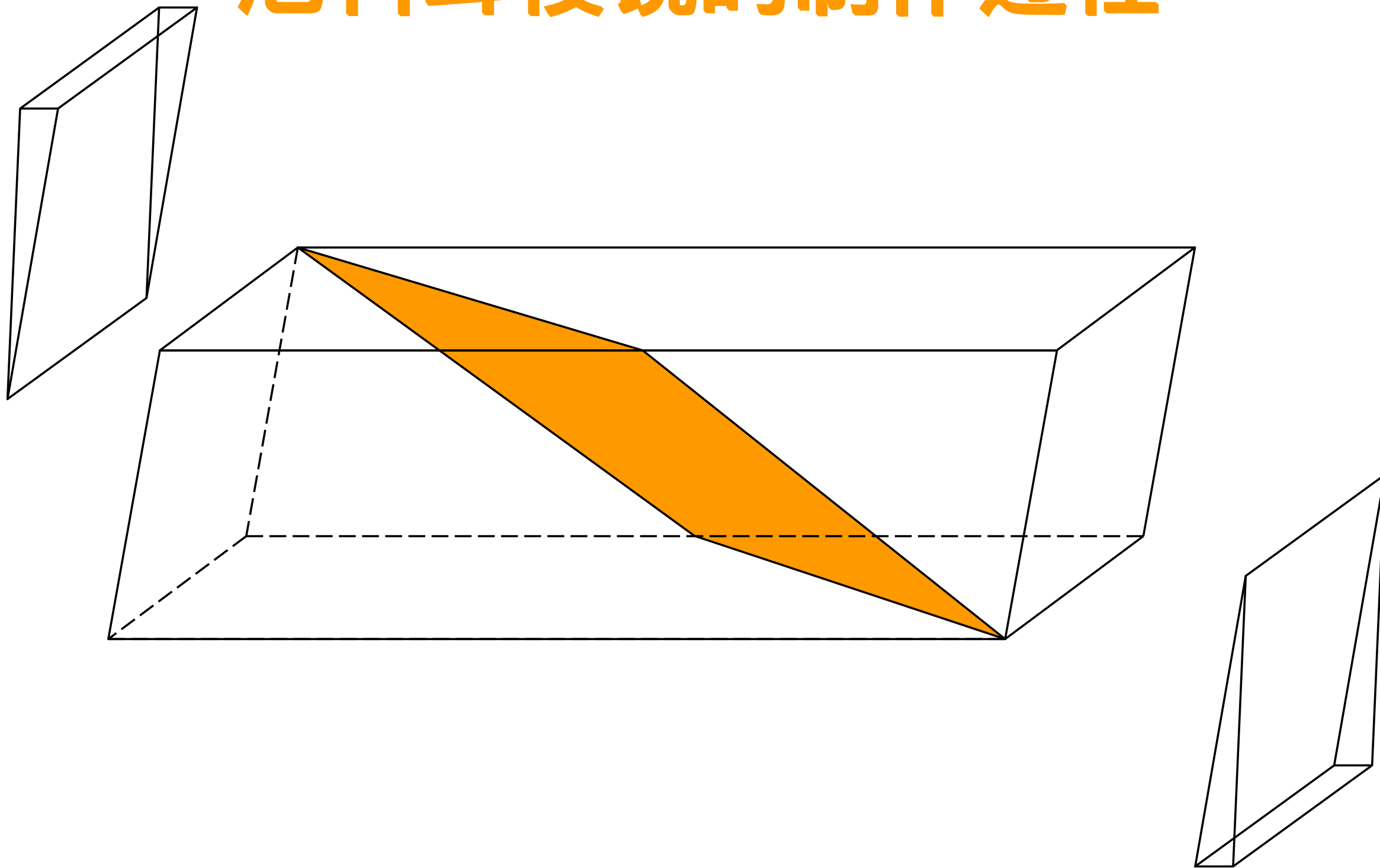


尼科耳棱镜的制作过程



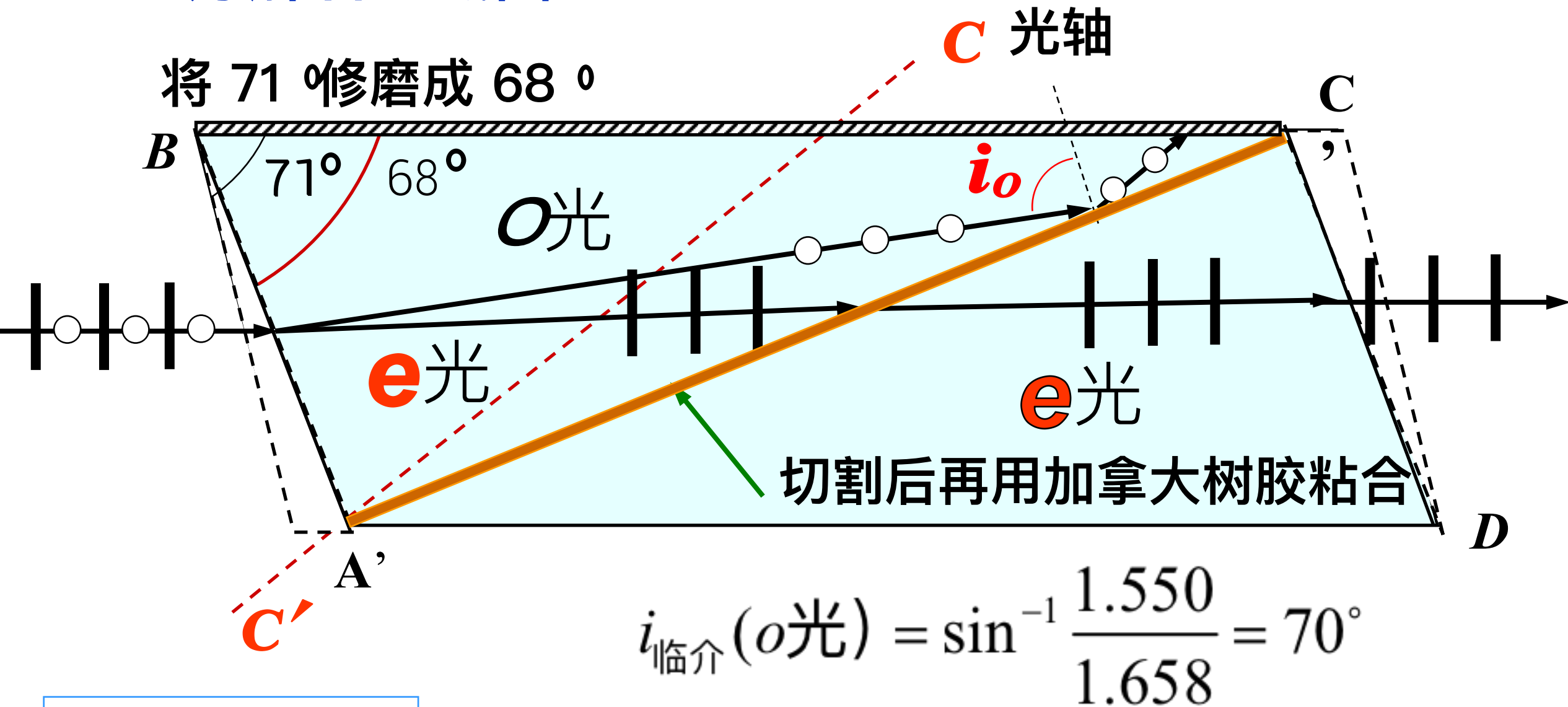
涂上加拿大树胶

尼科耳棱镜的制作过程



方解石主截面

将 71° 修磨成 68°



$$i_{\text{临界}}(o\text{光}) = \sin^{-1} \frac{1.550}{1.658} = 70^\circ$$

$$n_{\text{胶}} = 1.55$$

$$n_o = 1.658$$

$$n_e = 1.486$$

对于 o 光

$$n_o > n_{\text{胶}}$$

产生全反射

被涂黑的器壁吸收

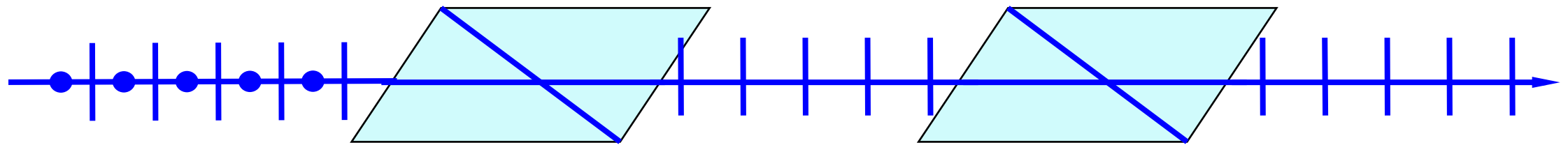
对于 e 光

$$n_e < n_{\text{胶}}$$

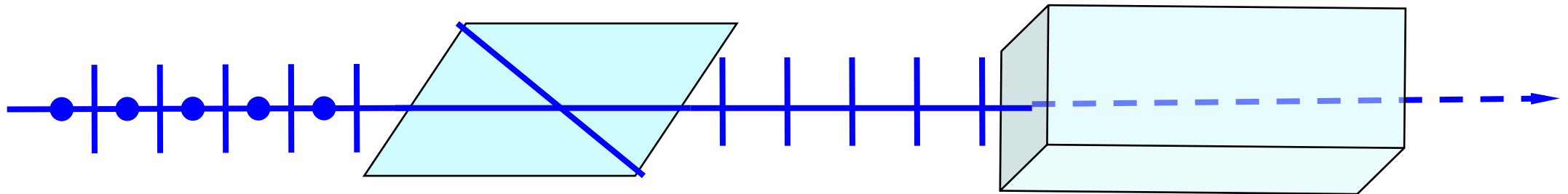
不产生全反射

可以透过，则获得偏振光。

尼科耳棱镜可用于起偏和检偏



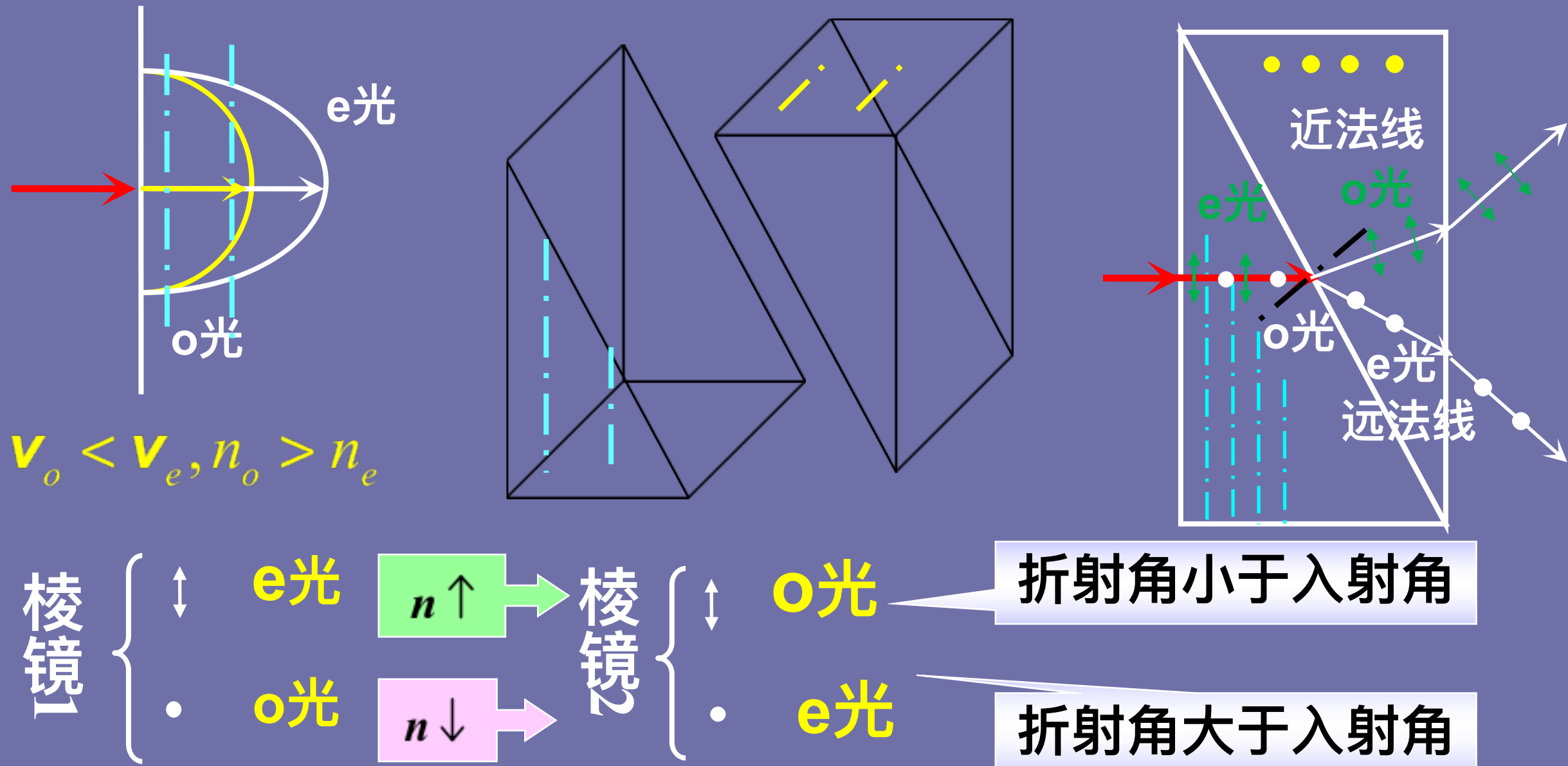
$$\alpha = 0^\circ$$



$$\alpha = 90^\circ$$

2) 沃拉斯顿棱镜 (Wollaston)

- 由两块方解石直角棱镜组成
- 两棱镜的光轴相互垂直
- 棱镜1中o光进入棱镜2中时，变为e光；
棱镜1中e光进入棱镜2时，变为o光



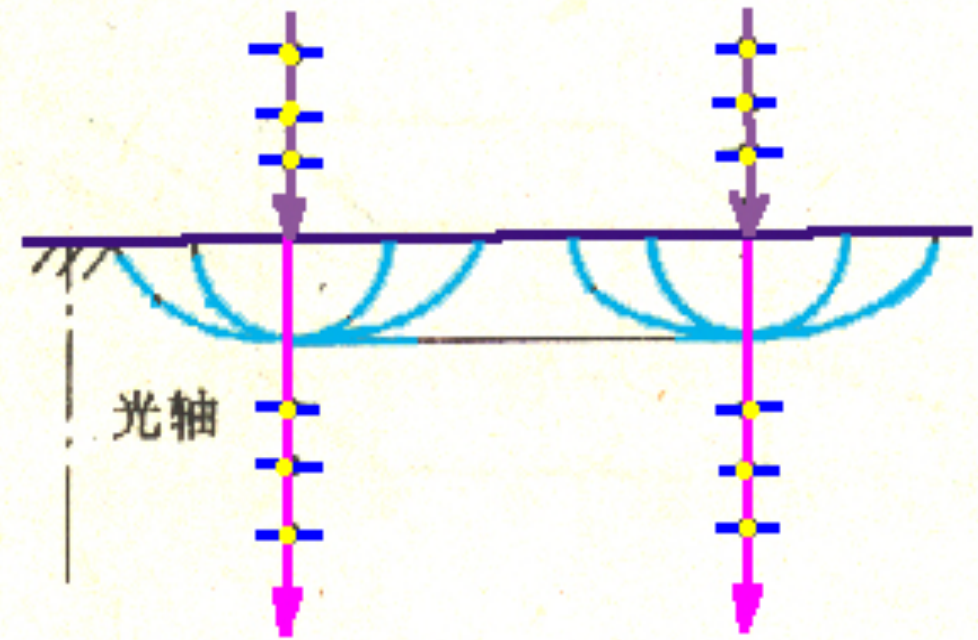
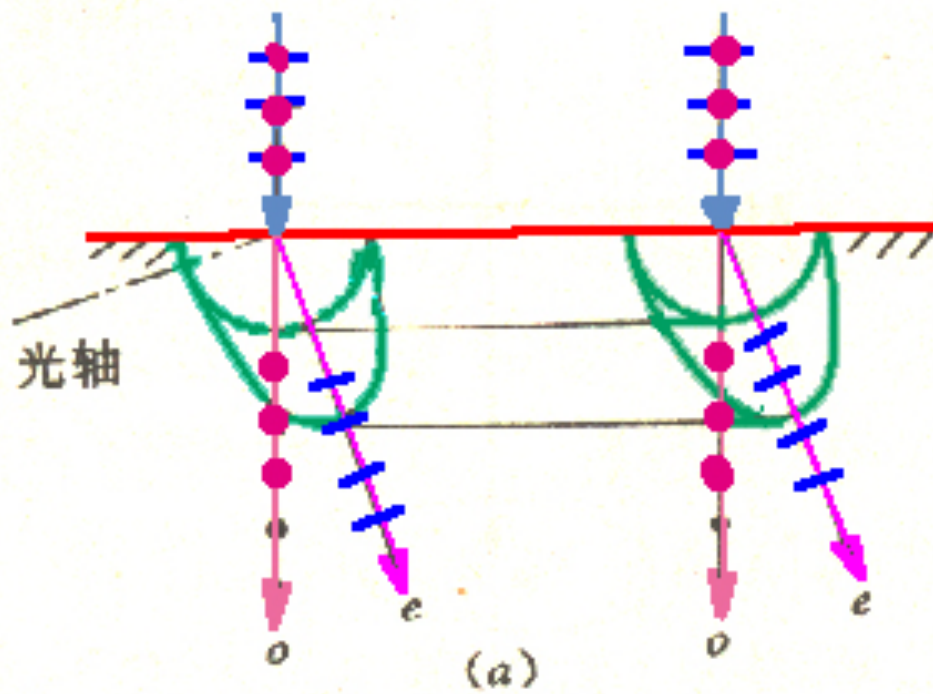
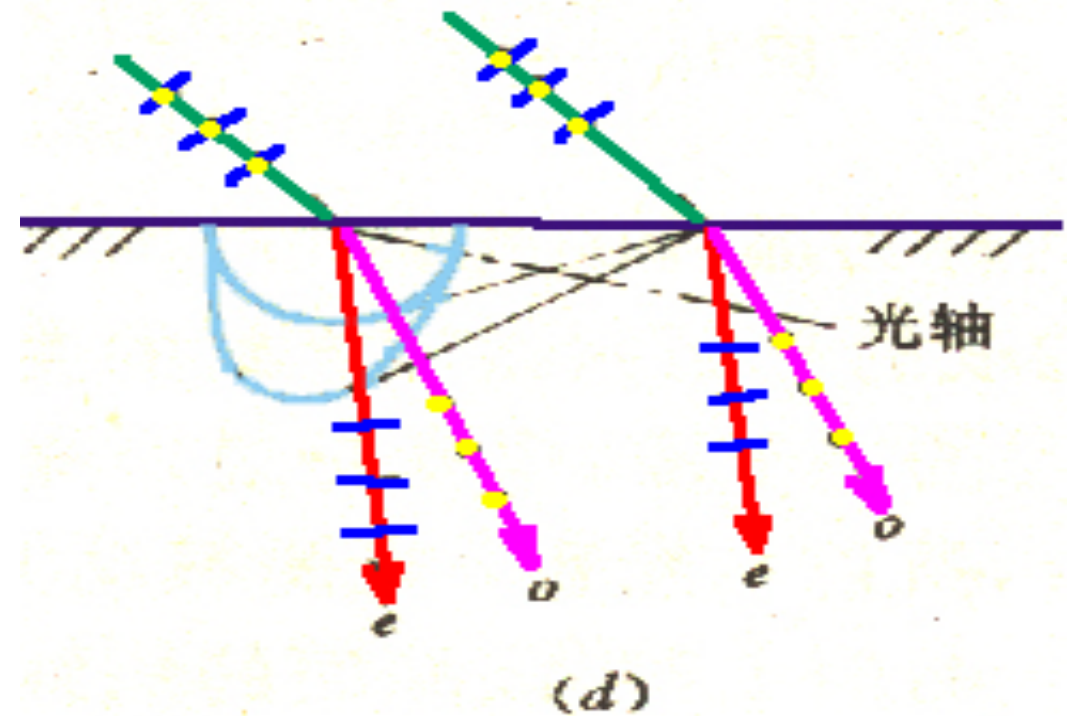
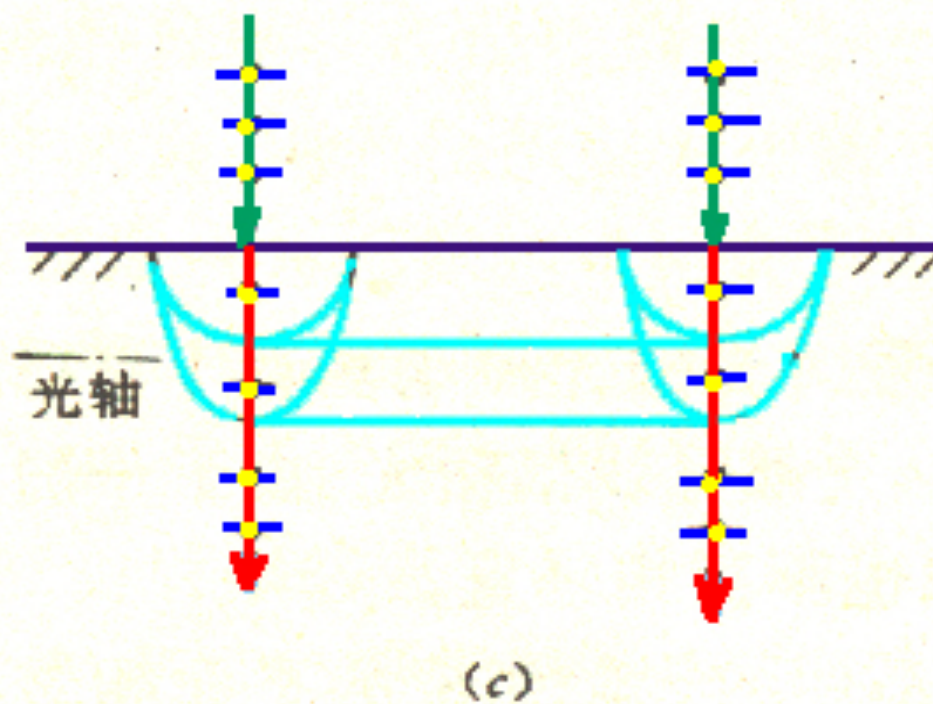


图 (b)：光沿光轴传播时，不发生双折射.e 光, o 光传播方向与传播速度相同.



图(c) 光轴平行于晶体表面时: e光, o 光传播方向相同,但速度不同, 有双折射。

11-16 椭圆偏振光和圆偏振光 偏振光的干涉³⁴

一.椭圆偏振光和圆偏振光的形成

复习：两同频率相互垂直的简谐运动的合成

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{10})$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{20})$$

$$\text{令 } \Delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10}$$

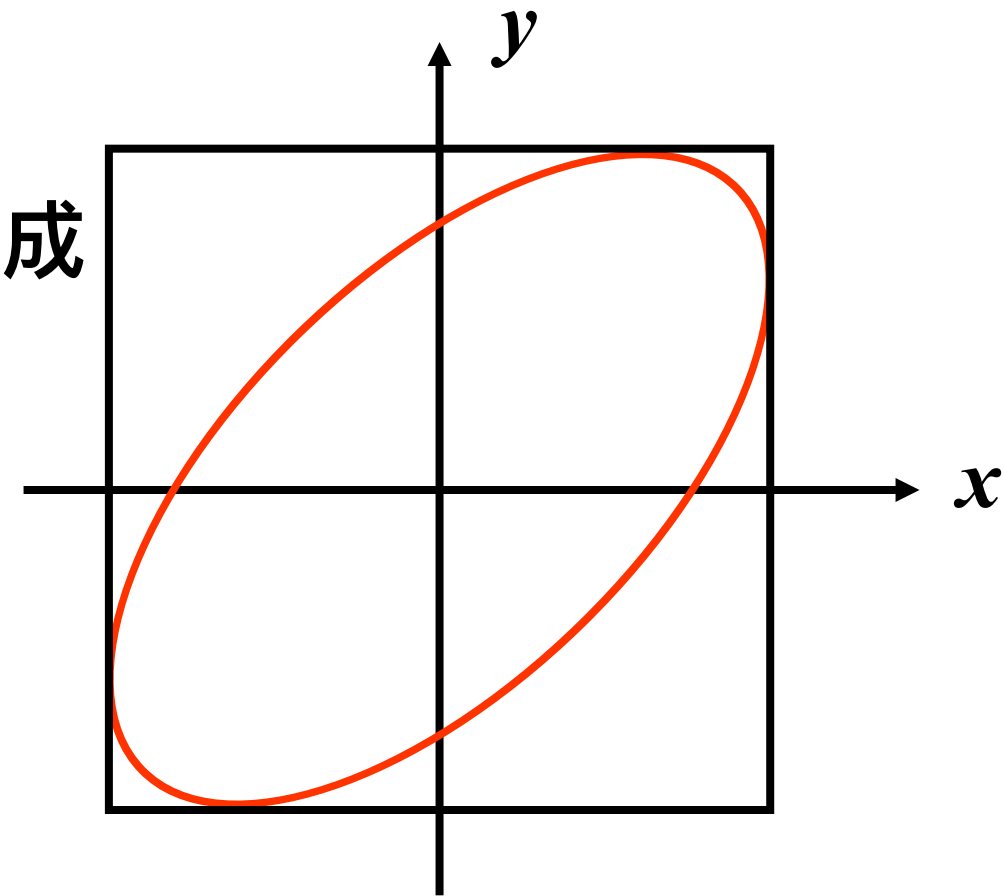
$$\Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi$$

-----一般结果是椭圆

质点沿顺时针方向运动（右旋）

$$\left. \begin{array}{l} -\pi < \Delta\varphi < 0 \\ \text{或 } \pi < \Delta\varphi < 2\pi \end{array} \right\}$$

质点沿逆时针方向运动（左旋）



$$\text{令 } \Delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10}$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi$$

讨论: (两个同频率且相互垂直的线偏振光的合成)

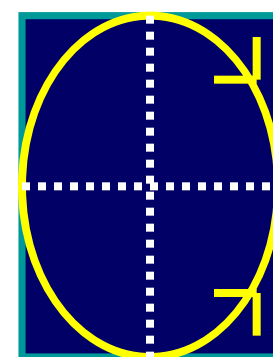
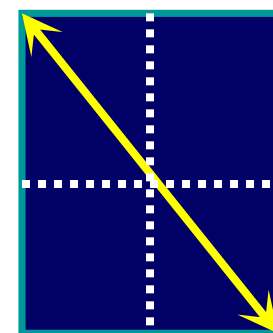
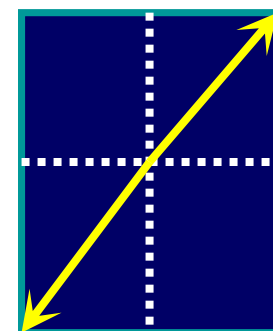
$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 0 \\ \Delta\varphi = \pi \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{x}{A_1} = \frac{y}{A_2} \\ -\frac{x}{A_1} = \frac{y}{A_2} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{直线运动} \\ \text{(线偏振光)} \end{array}$$

($\Delta\varphi = K\pi$ 时, 为线偏振光)

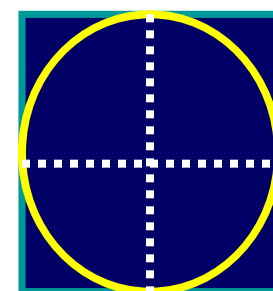
$$(2) \quad \Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2} \quad \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

正椭圆
(椭圆偏振光)

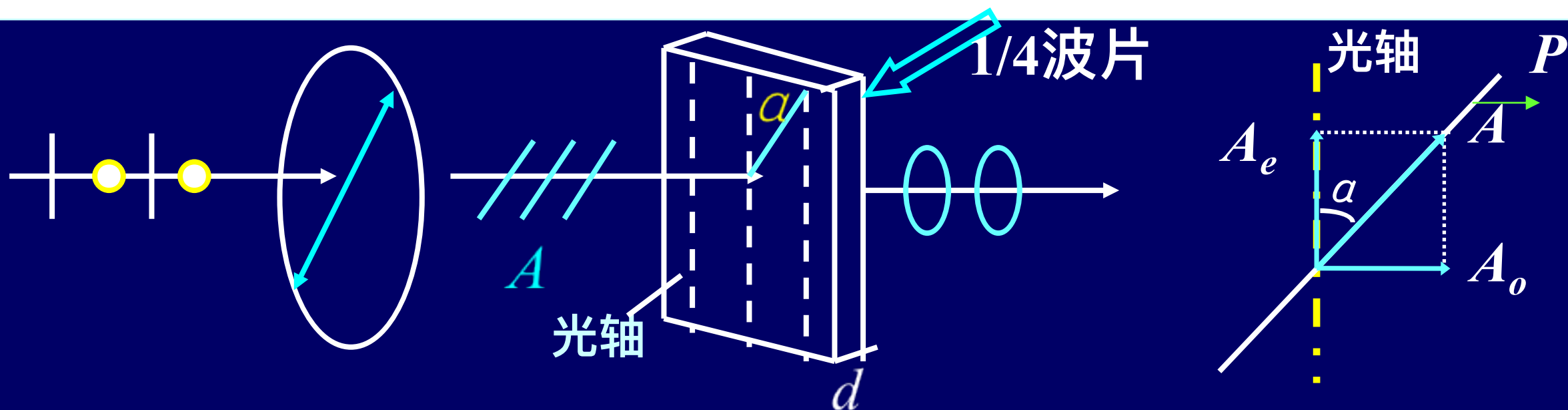
当 $A_1 = A_2 = A$ 则 $x^2 + y^2 = A^2$ 变成圆
(圆偏振光)



$$\begin{array}{l} +\frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \end{array}$$



二.自然光生成椭圆偏振光和圆偏振光



振幅: $A_o = A \sin \alpha$ $A_e = A \cos \alpha$

光程差: $(n_o - n_e) d = \frac{\lambda}{4}$

相位差: $\Delta\varphi = \pi/2$ \longrightarrow 正椭圆偏振光 $\alpha = \pi/4$ 时 $\xrightarrow{A_o = A_e}$ 圆偏振光

● 干涉装置及干涉原理

两偏振片中间再放一波片（晶片）就构成偏振光干涉装置

1. 偏振片 p_1 : 产生线偏振光。

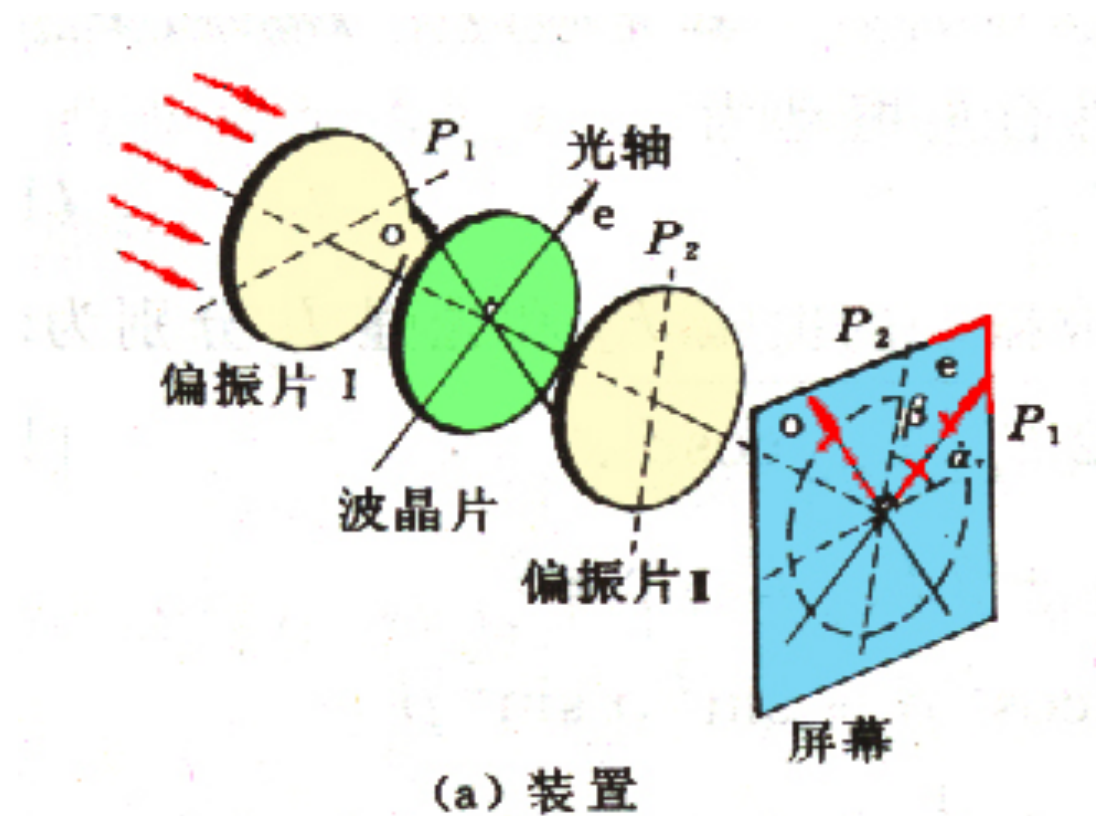
2. 波片:

① 分振动面: 把入射的线偏振光分解为 o光和e光;

② 相位延迟: o光和 e光出射波片时, 产生相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

3. 偏振片 p_2 : 把从波片中出射的 o光和 e光再引到同一方向上来。



干涉装置及干涉原理

经波片后:

$$A_o = A_1 \sin \alpha$$

$$A_e = A_1 \cos \alpha$$

经偏振片 P_2 后:

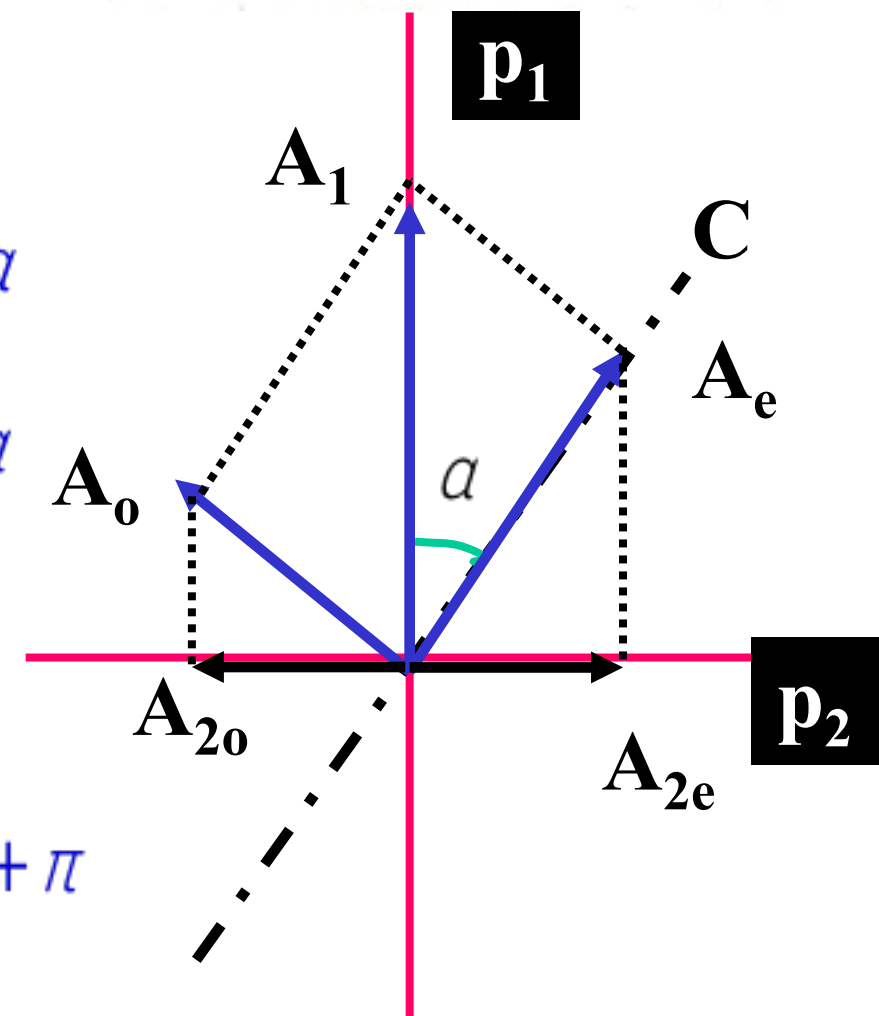
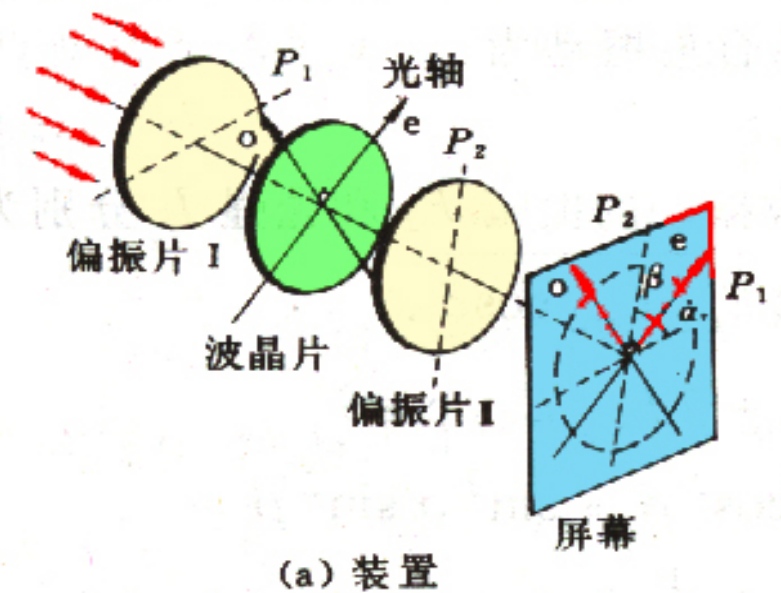
$$A_{2o} = A_o \cos \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$A_{2e} = A_e \sin \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

故在 p_1 、 p_2 正交时 $A_{2o} = A_{2e}$

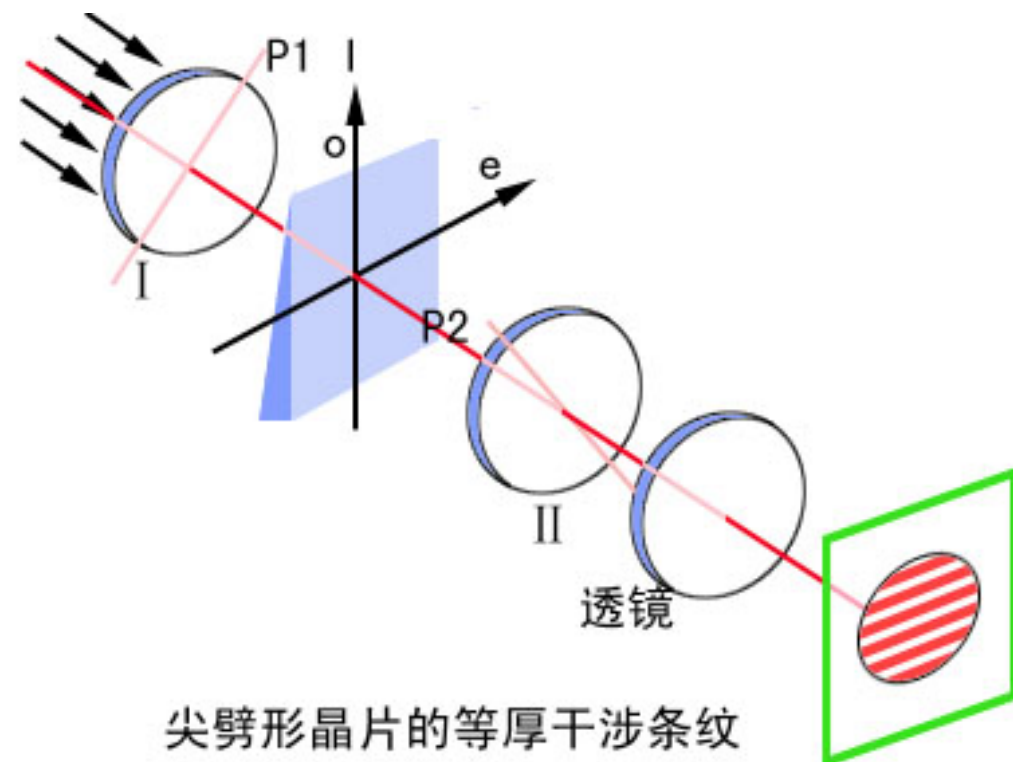
两相干光总的相位差
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d + \pi$$

第二项: 几何投影产生的附加相位差, 与 p_1 和 p_2 的夹角有关。



当 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d + \pi = \begin{cases} 2k\pi & \text{加强} \\ (2k+1)\pi & \text{减弱} \end{cases} \quad k=1,2,\dots$

或 $(n_o - n_e)d = \begin{cases} (2k-1)\frac{\lambda}{2} & \text{加强} \\ k\lambda & \text{减弱} \end{cases} \quad k=1,2,\dots$



尖劈形晶片的等厚干涉条纹

现象观察

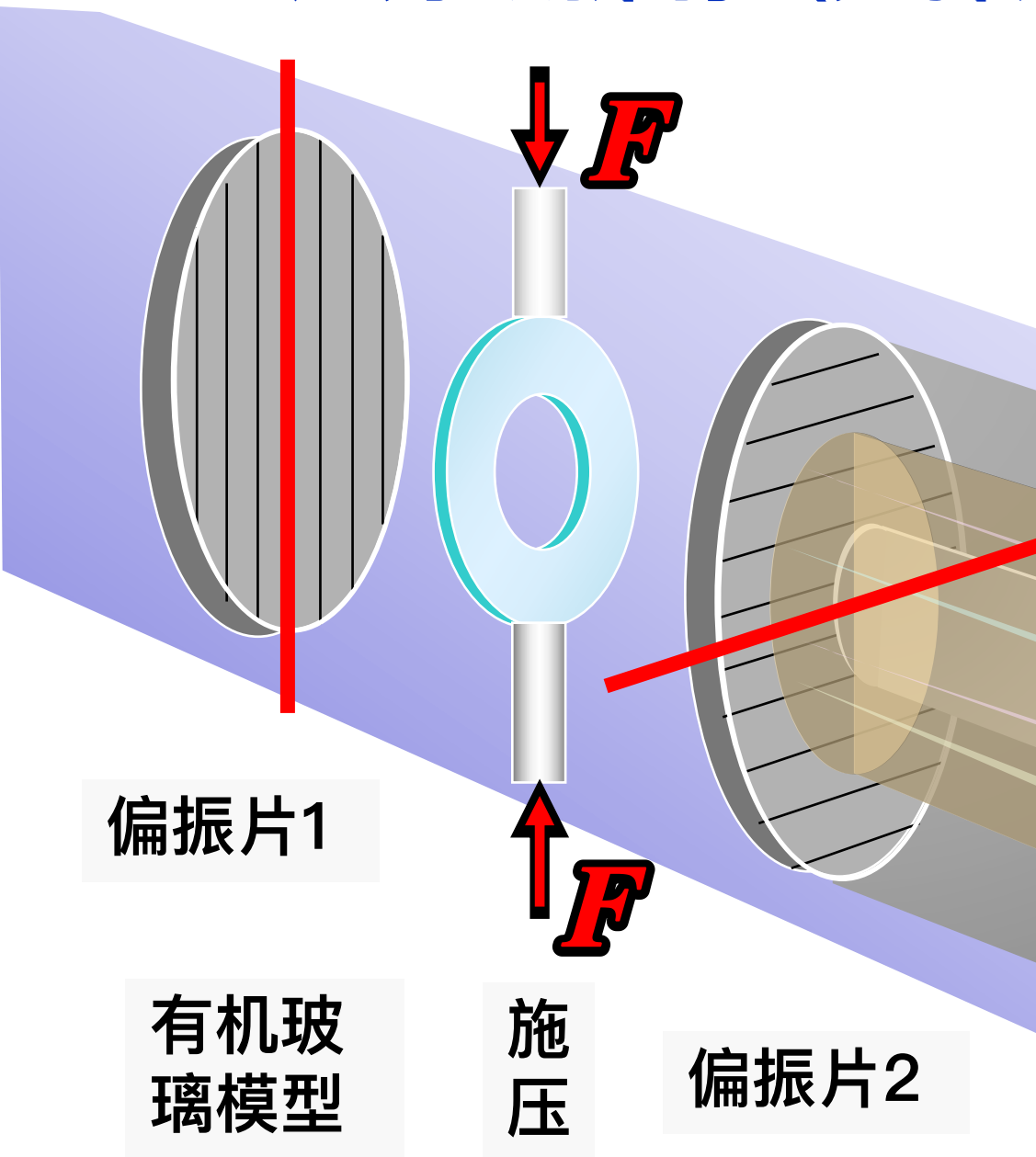
单色光入射

- ① 若晶片**厚度不均匀**，视场出现**干涉条纹**；
- ② 若晶片**厚度均匀**，干涉加强时最亮，反之最暗，并**无干涉条纹**

白光入射

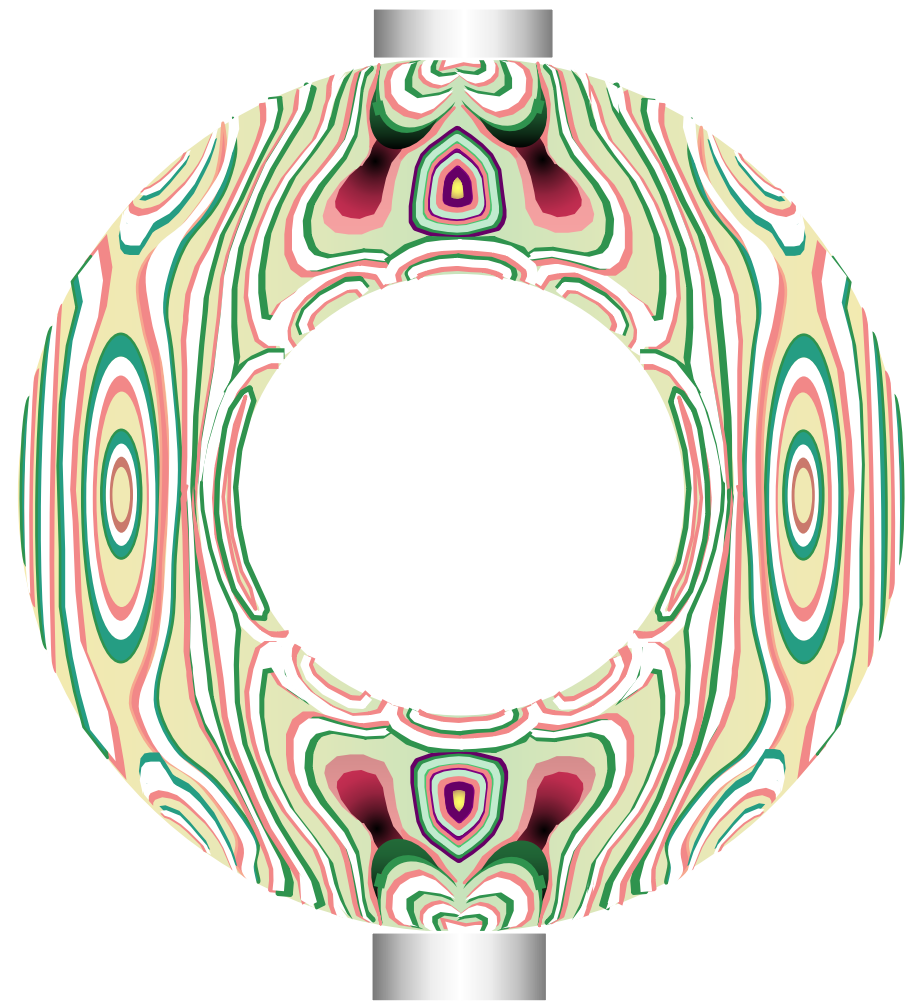
- ① 晶片**厚度均匀**，视场将出现一定的彩色---称为**色偏振**。
- ② 若晶片各处**厚度不同**，则视场中将出现**彩色条纹**。

一. 应力双折射 (光弹效应)



光弹图像

应力双折射显示的偏振光干涉条纹



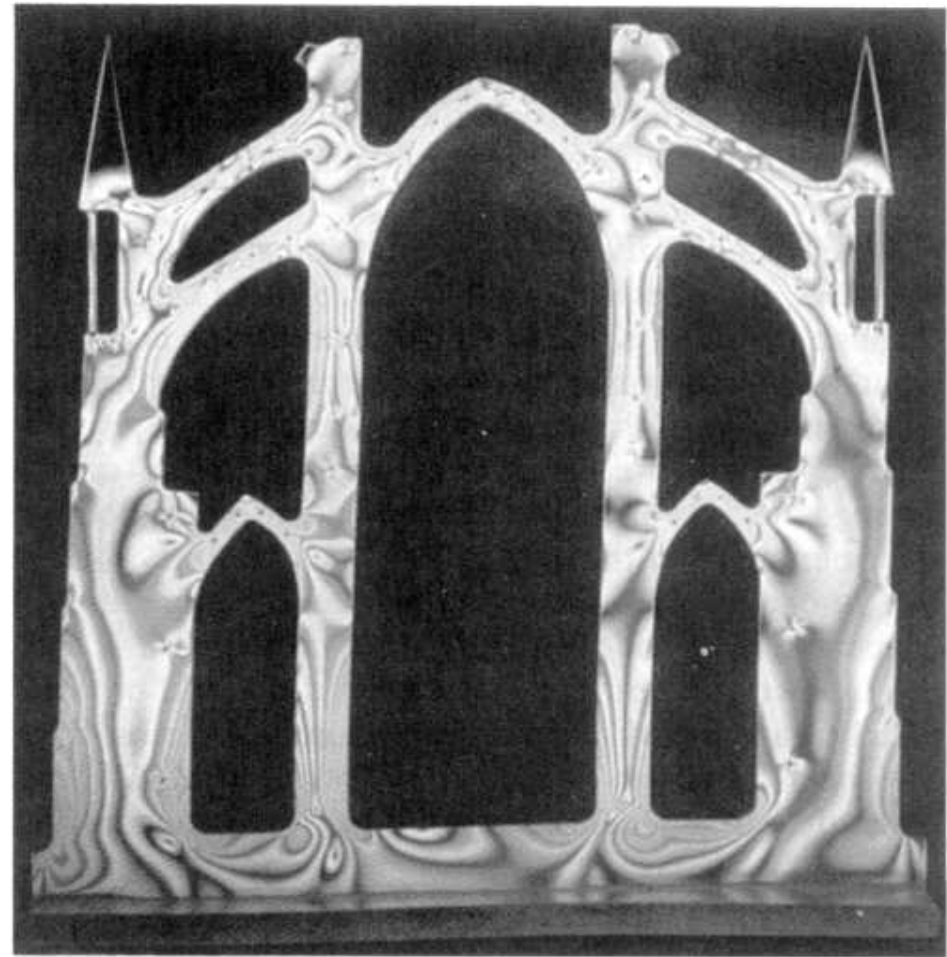
应用

光测弹性仪----利用应力双折射来检查应力分布的仪器

钓钩的光弹图象

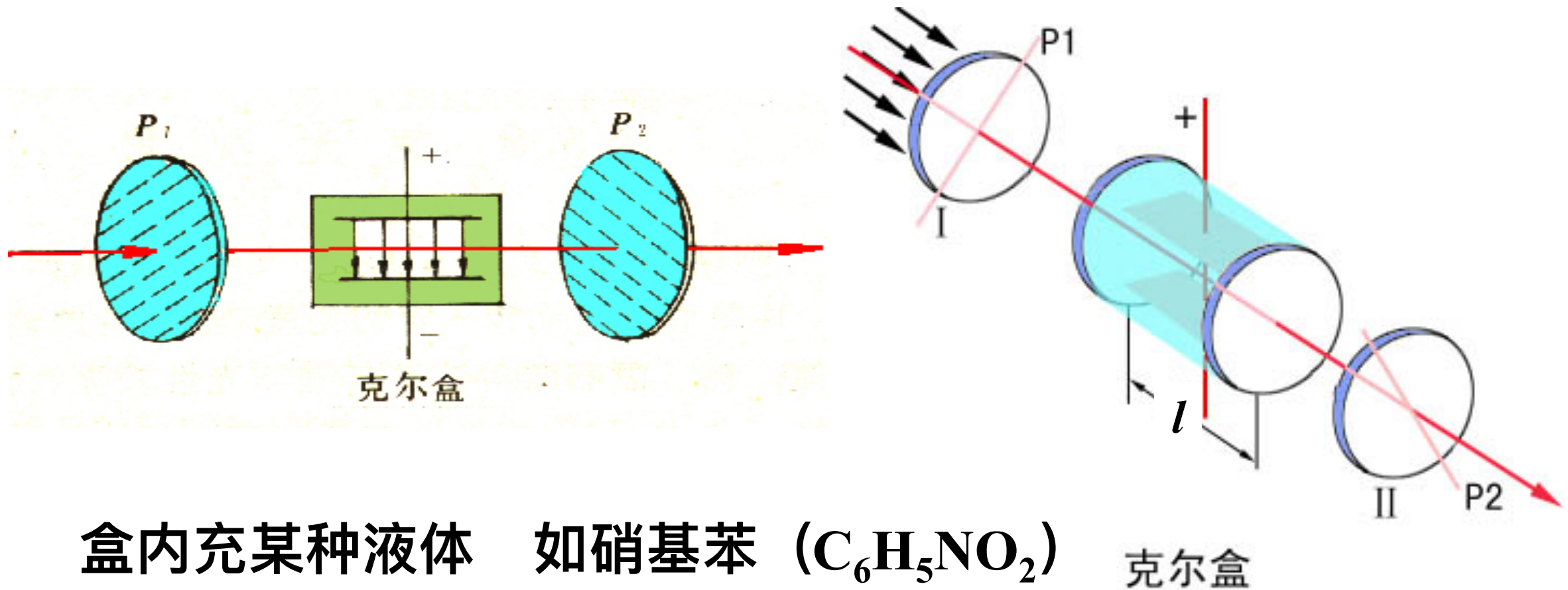


模型的光弹图象



二.克尔效应（电光效应）（1875）

非晶体或液体在强外电场作用下产生的双折射现象。



盒内充某种液体 如硝基苯 ($\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$)

- 不加电场→液体各向同性→ P_2 不透光
- 加电场→液体呈单轴晶体性质

光轴平行电场强度方向→ P_2 透光

主折射率之差与电场强度的关系是：

$$\delta = (n_o - n_e)l = klE^2\lambda = kl\frac{U^2}{d^2}\lambda$$

k — 克尔常数
 U — 电压

电压 U 变化，光程差 δ 随之变化，从而使透过 p_2 的光强也随之变化。

克尔效应的响应时间极短，约为 10^{-9} s

应用：制作电控光开关和光调制器，用于高速摄影、光速测距、激光通信和电视等装置中。

缺点：对硝基苯液体的纯度要求很高

(否则克尔常数下降，响应时间变长)、有毒、液体不便携带等。
近年来逐渐为某些具有电光效应的晶体所代替，如KDP晶体，
(磷酸二氢钾 (KH_2PO_4))。

19-18 旋光现象*

线偏振光通过某些透明物质时，其振动面以光的传播方向为轴线转过一定的角度，这种现象叫旋光现象。

1. 晶体和溶液的旋光性

◆ 对晶体: $\theta = \alpha d$

θ : 振动面旋转角度.

d : 晶体厚度.

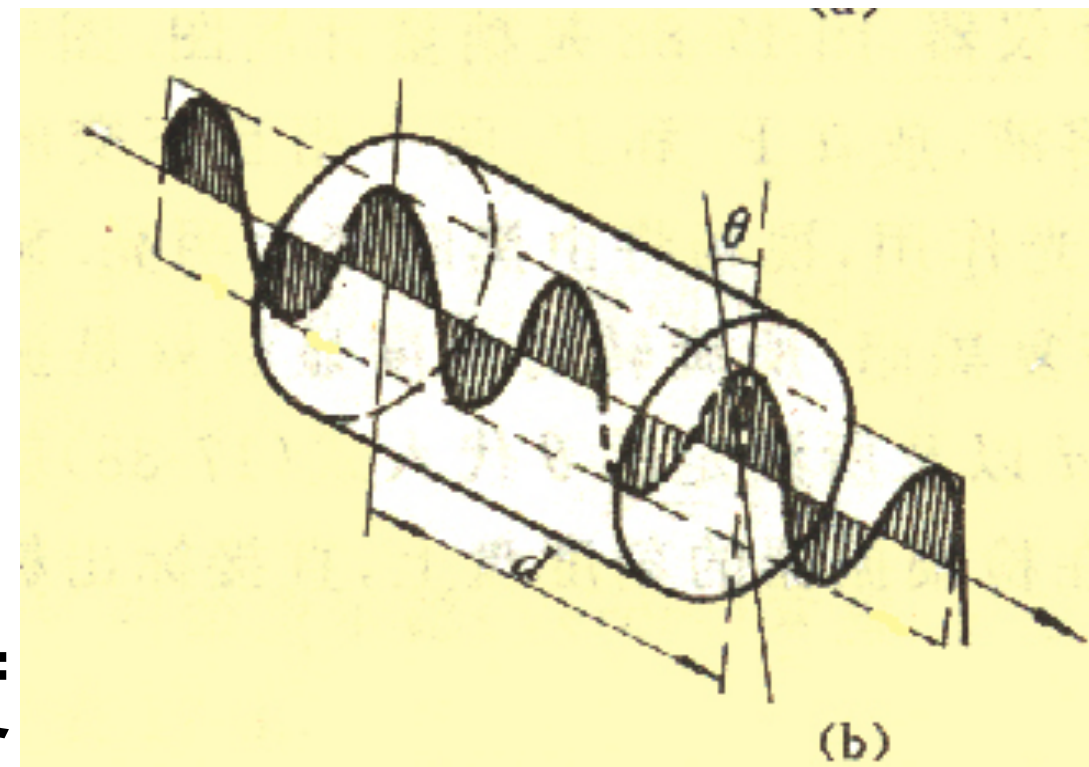
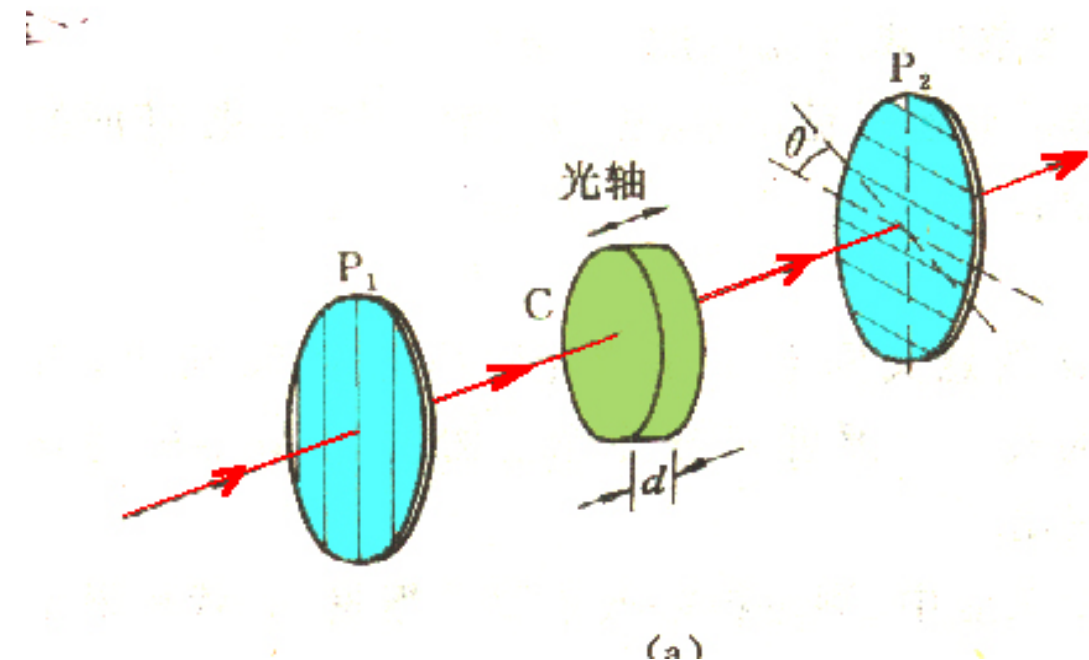
α : 晶体的旋光率.

◆ 对液体: $\theta = \alpha' c d$

c : 溶液浓度.

α' : 旋光率.

应用: 糖量计 测量糖溶液的浓度



2. 磁致旋光

玻璃，二氧化碳，汽油等
处于磁场中

$$\psi = V l B$$

l : 样品长度

B : 磁感应强度

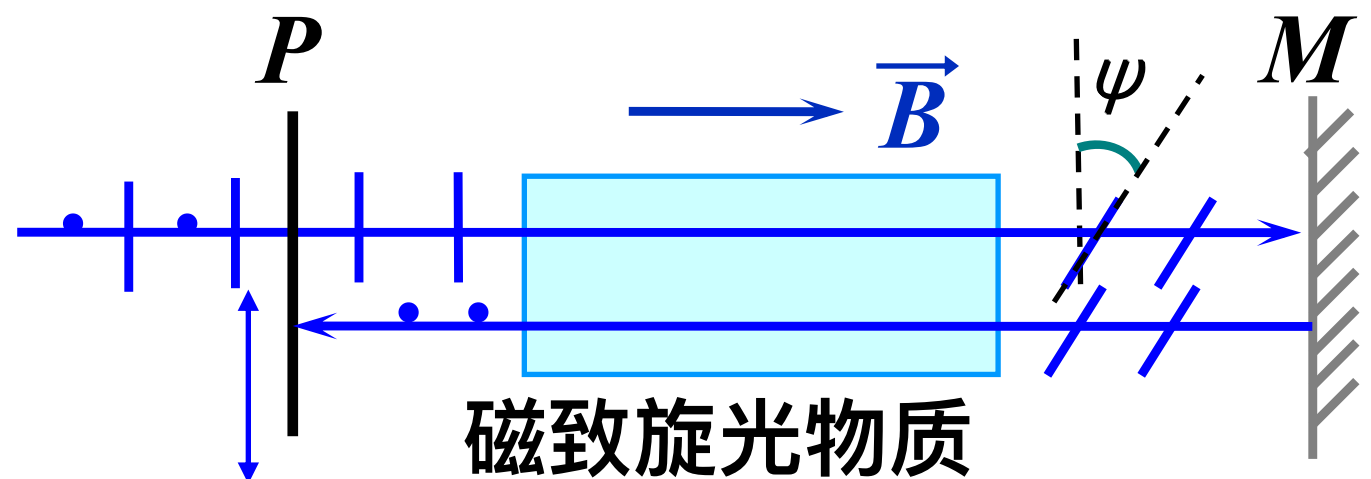
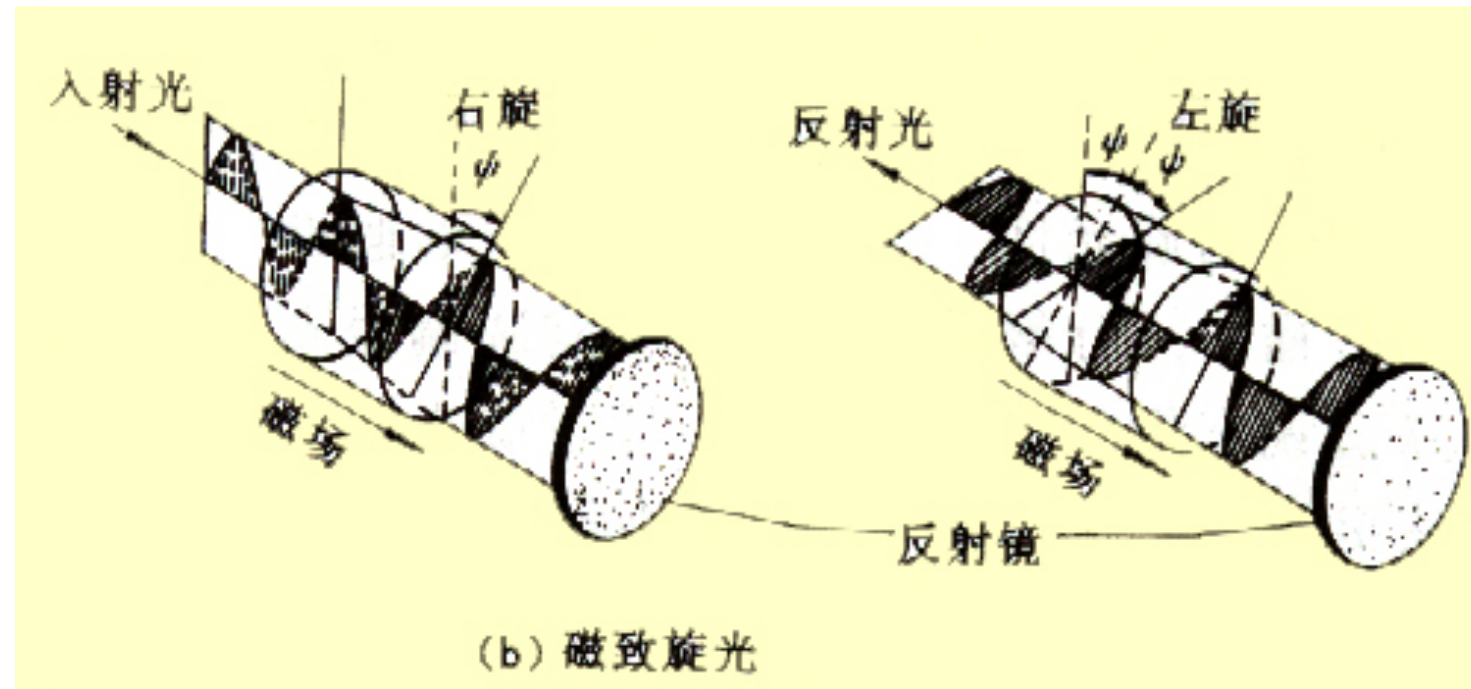
V : 费尔德常数

应用：光隔离器——只
允许光从一个方向通过，
而不能反向通过的**光阀门**

令 $\psi = 45^\circ$,

则 $2\psi = 90^\circ$,

反射光通不过 P



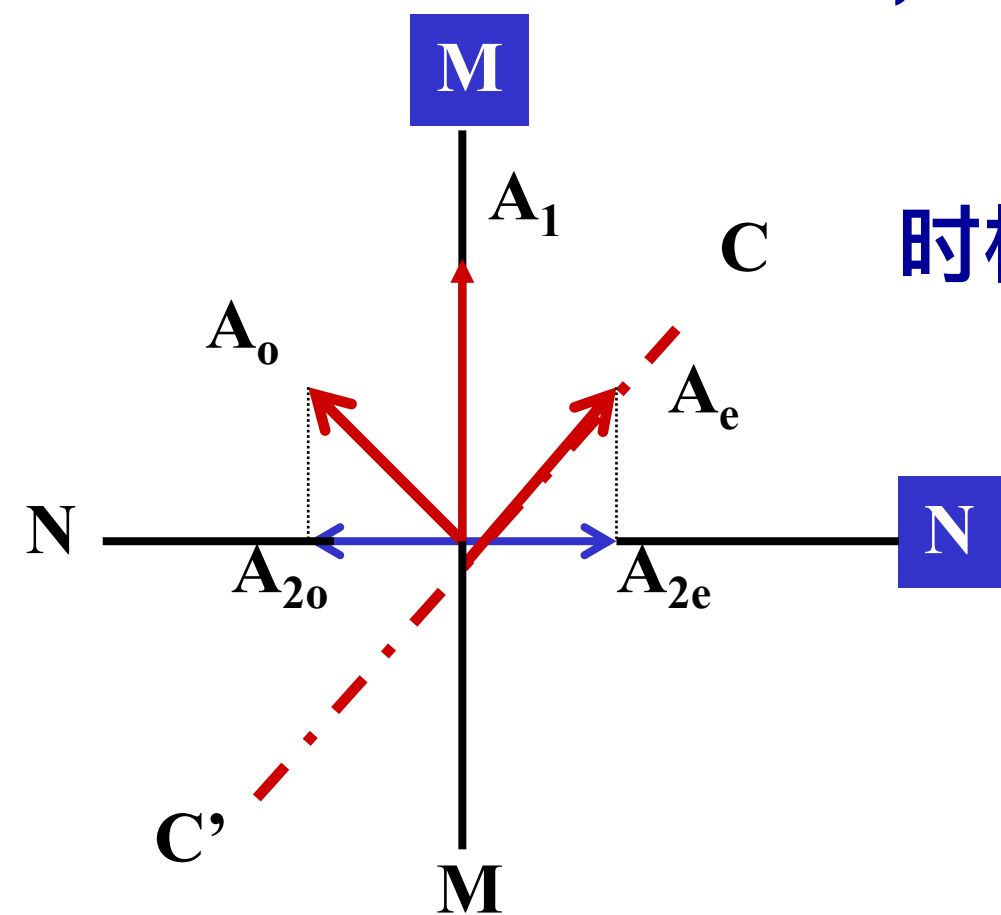
例. 厚 0.025mm 的方解石晶片，表面与光轴平行，放置在两正交偏振片之间。从第一块偏振片射出的线偏振光垂直入射在晶片上，振动方向与晶片光轴方向成 45° 角。试问在透过第二块偏振片的光可见光谱 ($400\sim 700\text{nm}$) 中，缺少那些波长？如果两块偏振片的透振方向互相平行，则透射光中缺少那些波长？假定双折射率 $n_o - n_e = 0.172$ 可看作常量。

解： 第一种情况：两偏振片 M 和 N 正交，晶片光轴 CC' 与 M, N 透光轴成 45° 角，如图。

透过 N 的两相干光位相差为 $(2k+1)\pi$ 时相消，即

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_o - n_e) + \pi = (2k+1)\pi$$

$$\lambda = \frac{d(n_o - n_e)}{k} = \frac{4300}{k}$$

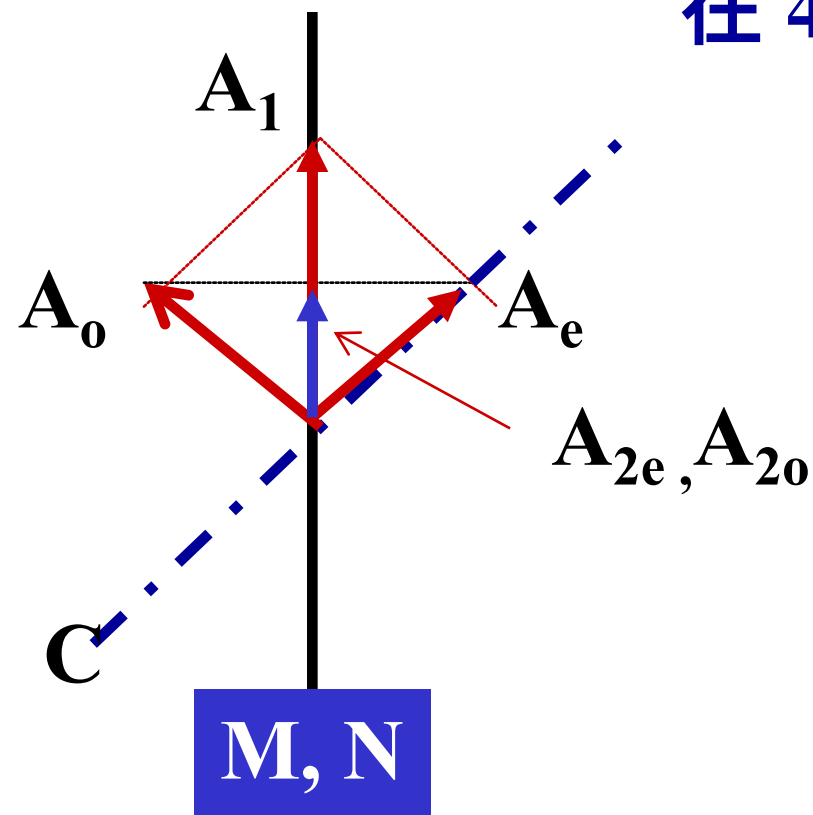


第二种情况：M, N 平行， 透过 N 的两相干光相消时， 有

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_o - n_e) = (2k + 1)\pi$$

$$\therefore \lambda = \frac{2d(n_o - n_e)}{2k + 1} = \frac{4300}{k + 1/2}$$

在 400 ~ 700 nm 的可见光范围内：



$$k = 10 \quad \lambda_{10} = 410nm$$

$$k = 9 \quad \lambda_9 = 453nm$$

$$k = 8 \quad \lambda_8 = 506nm$$

$$k = 7 \quad \lambda_7 = 573nm$$

$$k = 6 \quad \lambda_6 = 662nm$$