光学习题课

哈尔滨工业大学

2024.10.21

taoying86@hit.edu.cn

内容总结

一、光的干涉

1.光的干涉：满足**相干条件**的两束光在空间相遇时，形成光强的非均匀的稳定分布。

相干条件： ①振动方向相同　②频率相同　③相位差恒定

2.获得相干光的方法（先分光 再相遇）

- 分波阵面法
  - 杨氏双缝
  - 菲涅耳双面(棱)镜
  - 劳埃镜
- 分振幅法(薄膜干涉)
  - 等厚干涉
    - 劈尖干涉
    - 牛顿环
  - 等倾干涉
- 分振动面法（偏振光的干涉）

3.习题类型：

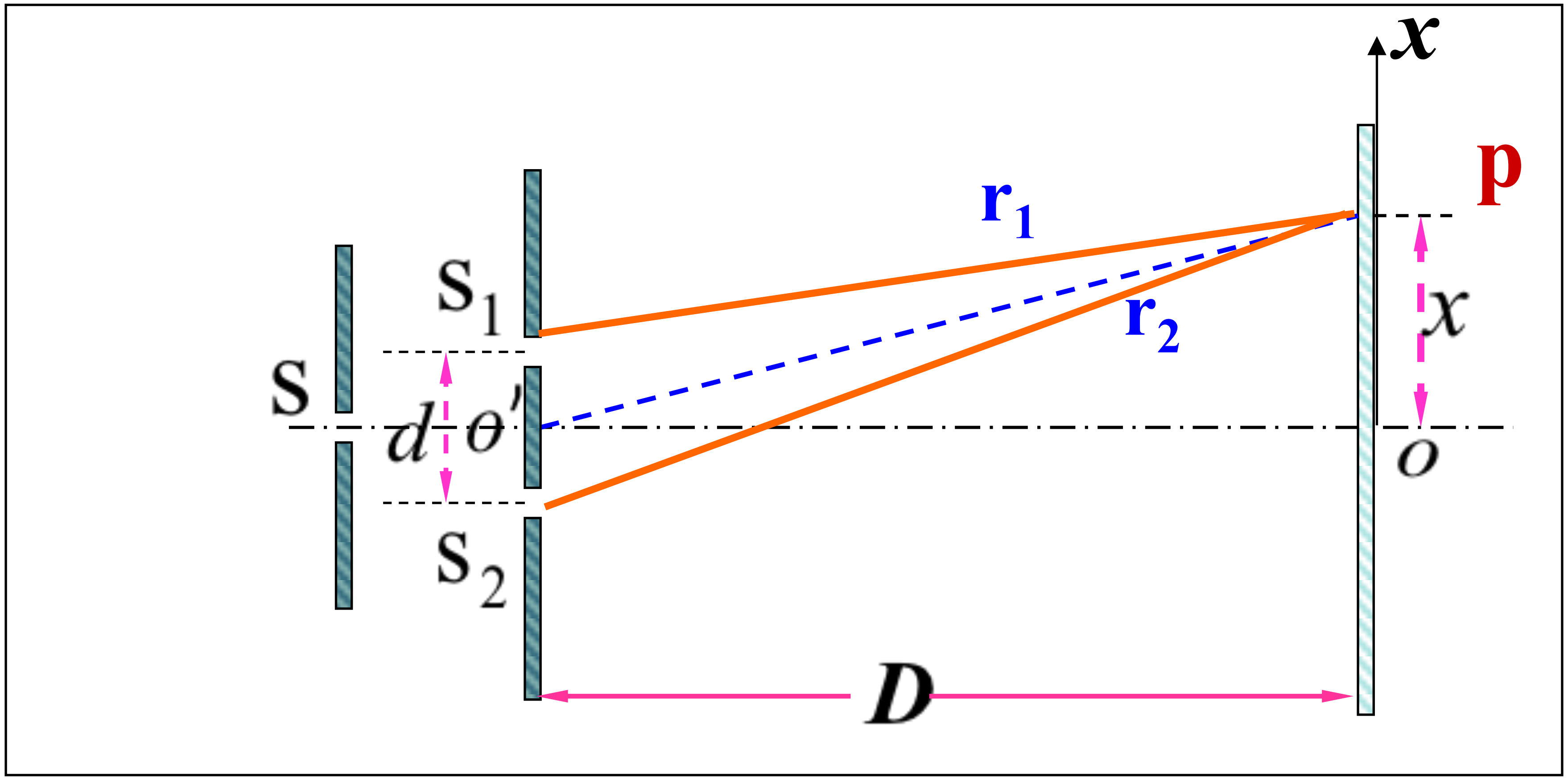
静态装置中干涉条纹分布问题

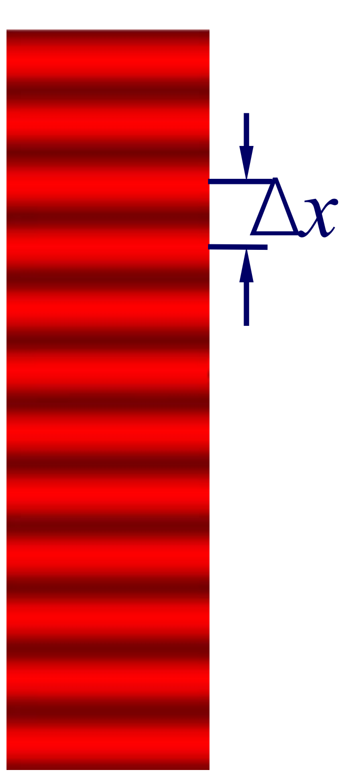
动态装置中干涉条纹变化问题

4.处理问题的关键点：

$$\delta = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明纹} \\ \pm (2k+1)\lambda/2 & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

(1)双缝干涉：　明暗相间的等间距的平行直条纹。





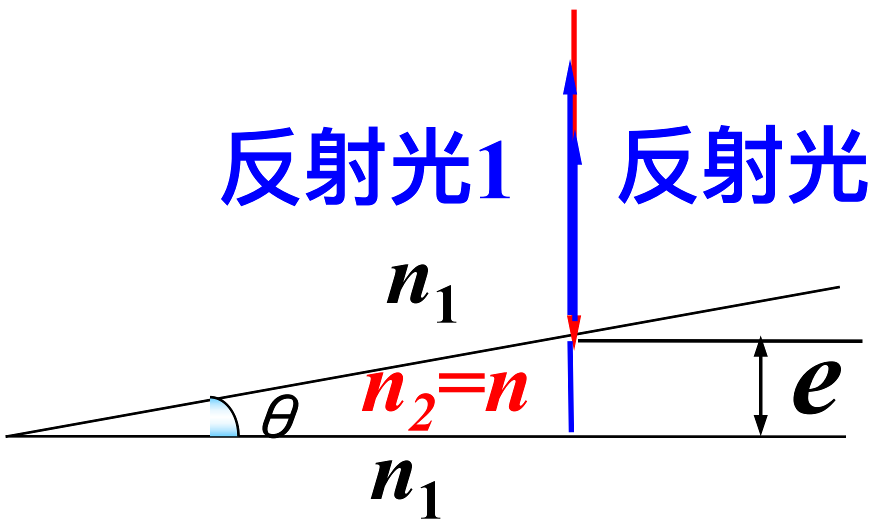
明纹中心：$x = \pm k \dfrac{D}{d}\lambda$　　　$k = 0,1,2,\ldots$

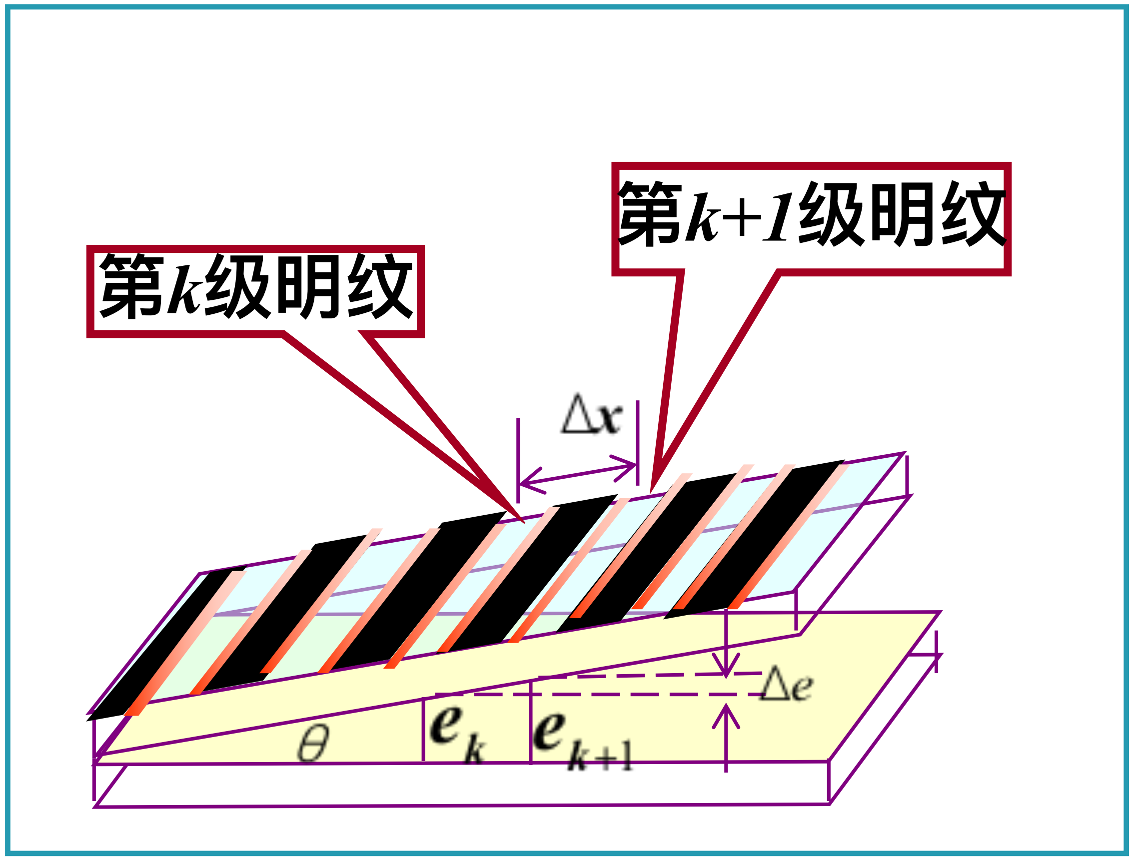
暗纹中心：$x = \pm(2k-1)\dfrac{D}{d}\lambda/2$　　　$k = 1,2\cdots$

条纹间距：$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

(2)等厚干涉(薄膜厚度不均匀)

A.劈尖干涉: 平行于劈尖棱边的等间距平行条纹。



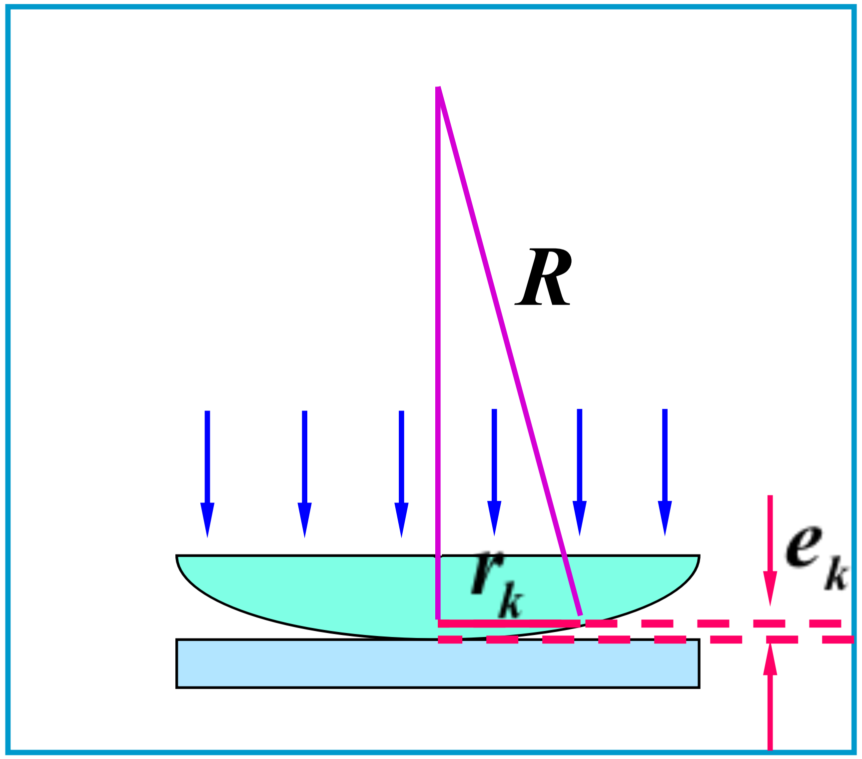


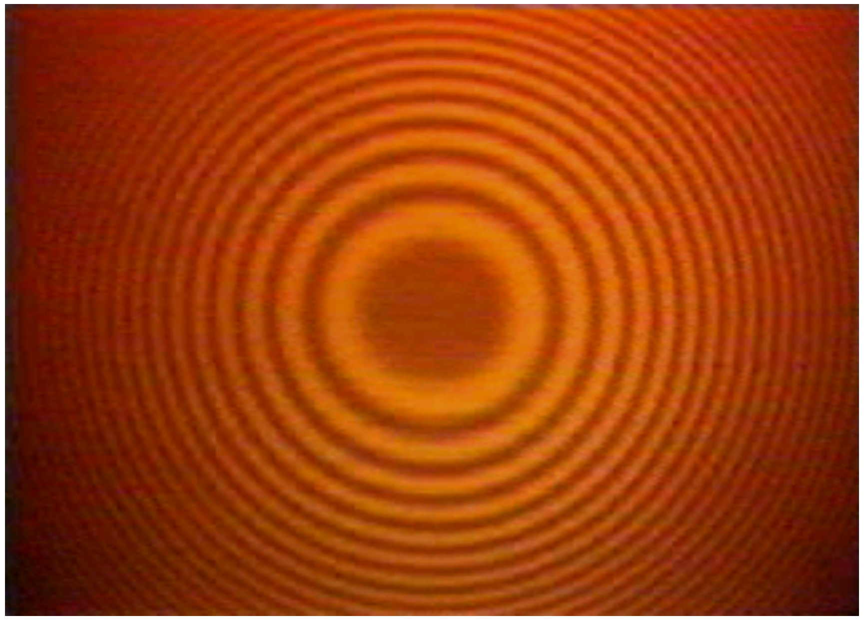
$$\delta = 2ne + \boxed{\frac{\lambda}{2}}$$

- 明纹条件: $\delta = k\lambda (k = 1,2,3,\dots)$
- 暗纹条件: $\delta = (2k+1)\lambda/2 (k = 0,1,2,\dots)$
- 条纹间距: $\Delta x = \dfrac{\lambda}{2n\theta}$
- 相邻条纹的膜厚差: $\Delta e = e_{k+1} - e_k = \dfrac{\lambda}{2n}$

(2)等厚干涉(薄膜厚度不均匀)

B.牛顿环： 为同心圆形条纹。



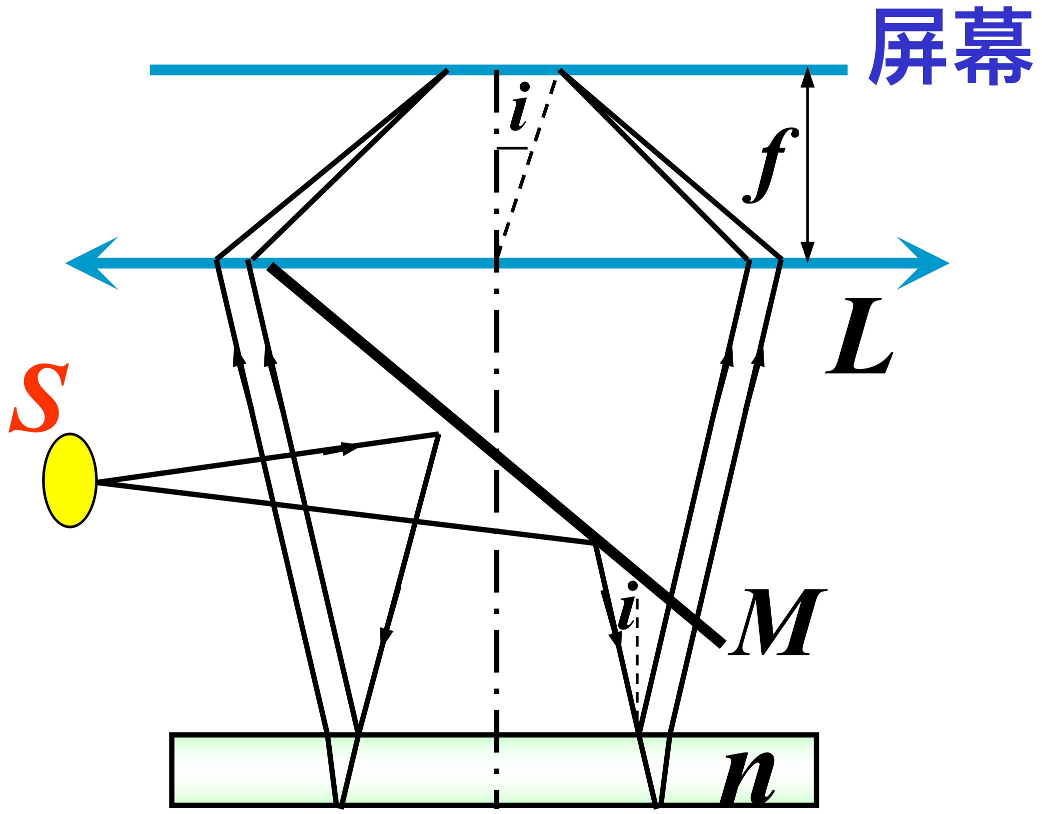


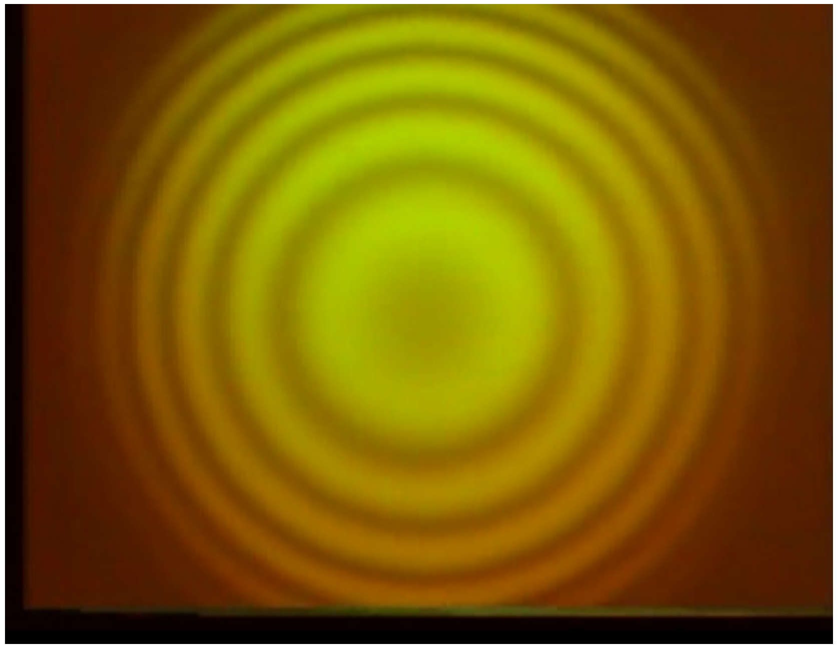
$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$$

明纹半径： $r = \sqrt{\dfrac{(2k-1)R\lambda}{2n}} \qquad (k = 1,2,3,\ldots)$

暗纹半径： $r = \sqrt{\dfrac{kR\lambda}{n}} \qquad (k = 0,1,2,\ldots)$

(3)等倾干涉(薄膜厚度均匀)： 内疏外密的圆环。





$$\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \boxed{\frac{\lambda}{2}}$$

$$= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \boxed{\frac{\lambda}{2}}$$

明纹条件: $\delta = k\lambda \ (k = 1,2,3,\ldots)$

暗纹条件: $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \ (k = 0,1,2,,\ldots)$

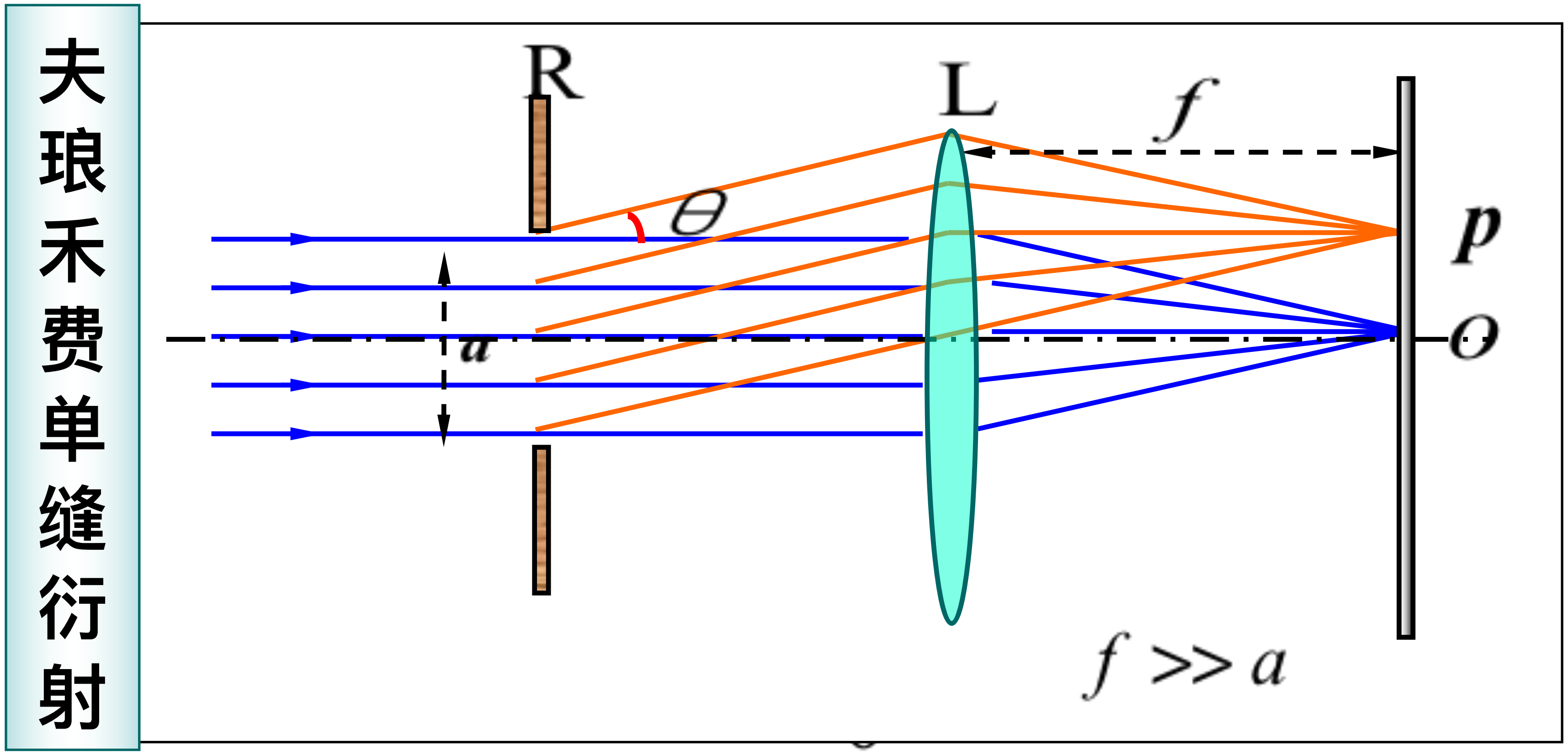
二、光的衍射

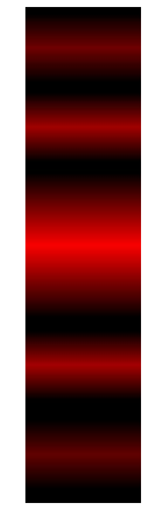
1.惠更斯--菲涅耳原理： 波阵面上各点都可以看成是发射球面子波的波源，发出的子波都是相干波，任意一点P的光振动就是所有这些子波在该点的相干叠加。

2.分类：

- 夫琅禾费单缝衍射
- 夫琅禾费圆孔衍射
- 光栅衍射

(1)单缝衍射： 次明纹的宽度为中央明条纹宽度的一半。





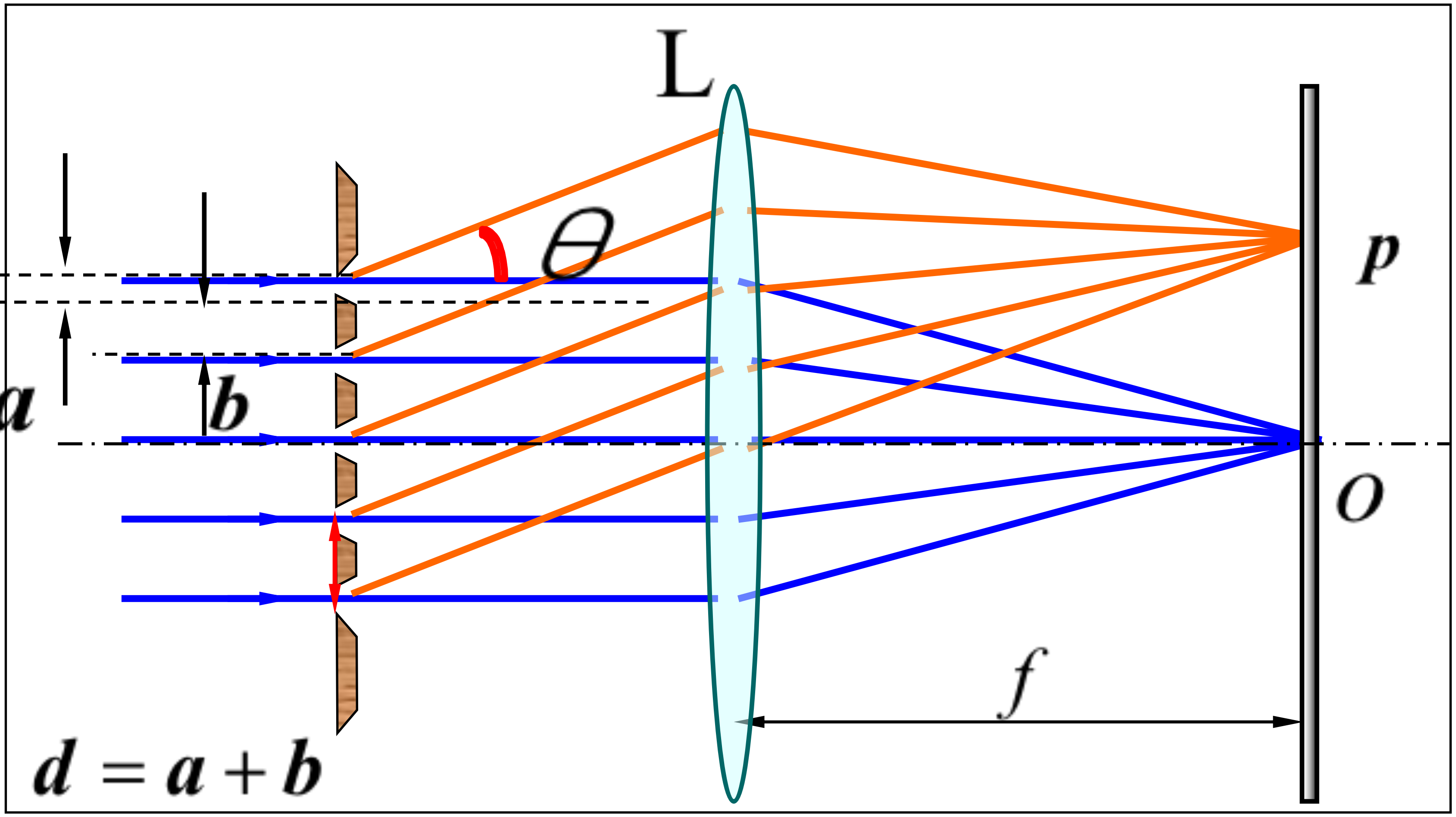
$$\delta = a\sin\theta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad \text{与干涉条件不同} \\ 0 & \text{中央明纹} \quad (k=1,\ 2,\ldots) \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases}$$

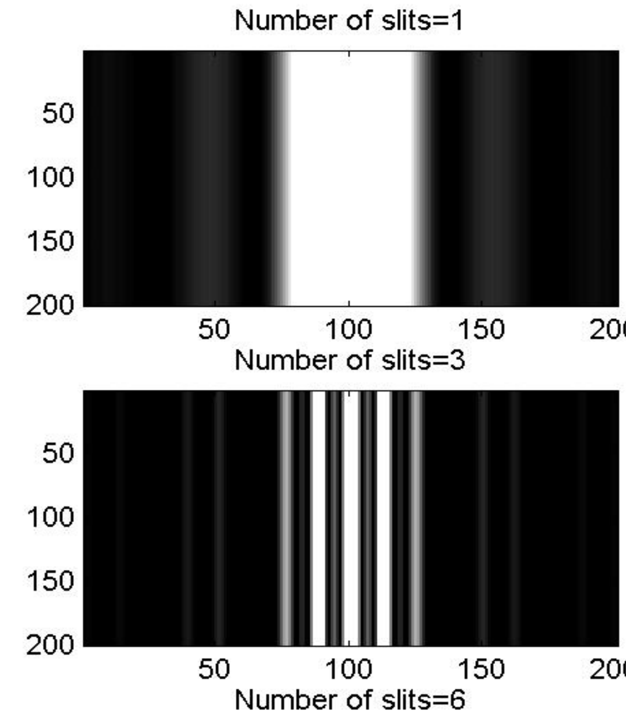
(1)单缝衍射： 次明纹的宽度为中央明条纹宽度的一半。

$$\delta = a\sin\theta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \\ 0 & \text{中央明纹} \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases} \quad (k=1,2,\ldots)$$

$$\begin{cases} \Delta x = f\dfrac{\lambda}{a} & \text{次级明纹宽度} \\ \Delta x_0 = 2f\dfrac{\lambda}{a} & \text{中央明纹宽度} \end{cases}$$

(2)光栅衍射：光栅衍射条纹是单缝衍射和多光束干涉的综合效果。





$$\delta = d\sin\theta = \begin{cases} k\lambda & \text{主明纹} \quad (k = 0 \pm 1, \pm 2, \ldots) \\ k'\dfrac{\lambda}{N}(k' = \pm 1, \pm 2, \ldots k' \neq Nk) & \text{暗纹} \\ k = \dfrac{a+b}{a}k'(k' = \pm 1, \pm 2, \ldots) & \text{缺级} \end{cases}$$

三、光的偏振

1.自然光与偏振光：

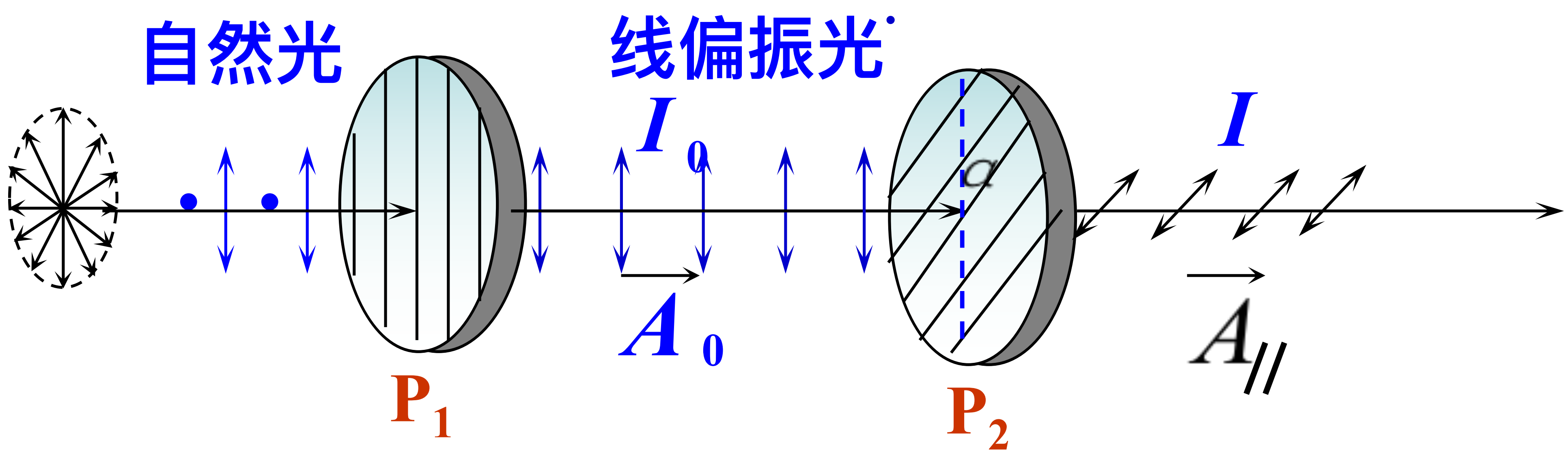
自然光、线偏振光、椭圆（圆）偏振光、部分偏振光

2. 获得线偏振光的方法：

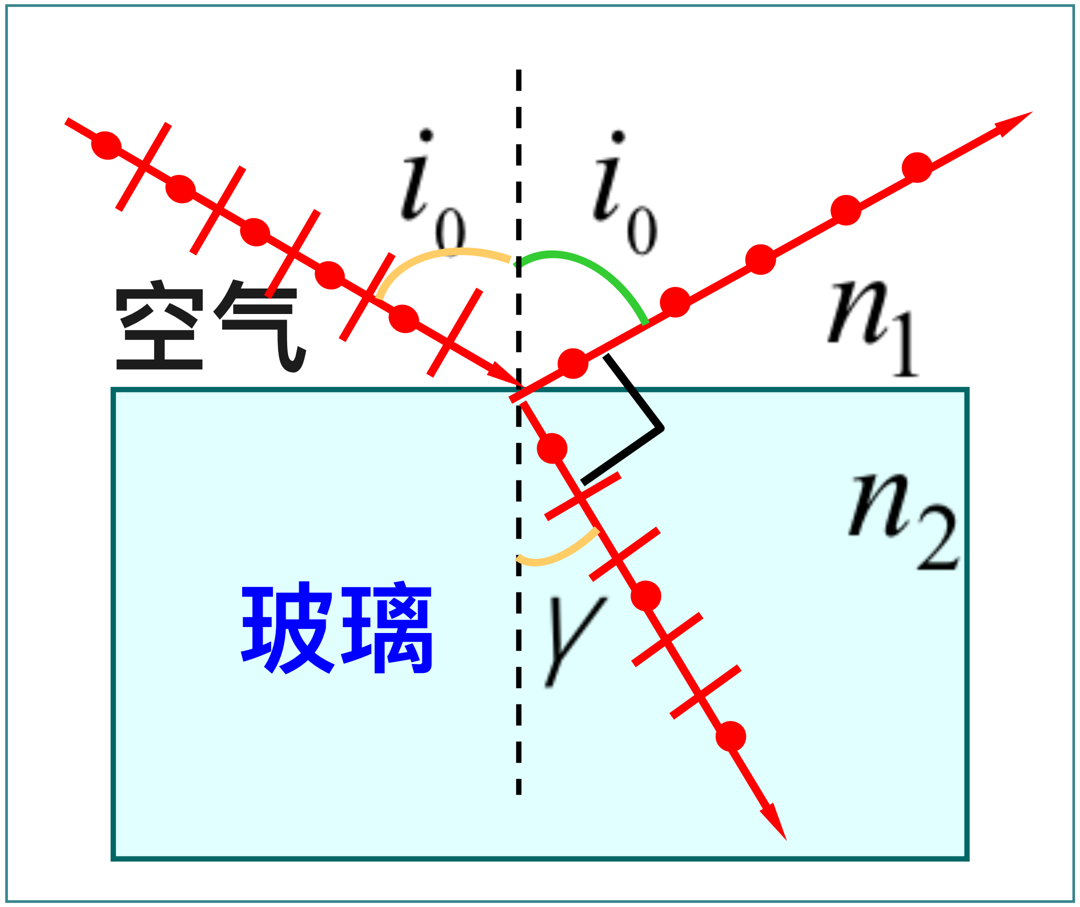
二向色性起偏；反射折射起偏；晶体双折射起偏

3.马吕斯定律：

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$



4. 布儒斯特定律： $\tan i_0 = \dfrac{n_2}{n_1}$ $\quad i_0 + \gamma = \dfrac{\pi}{2}$



5.双折射现象、*o* 光和 *e* 光，1/4波片、1/2波片，圆偏振光、偏振光的干涉

习　题

1、在双缝干涉实验中，波长λ=550nm的单色平行光垂直入射到缝间距 $d=2\times10^{-4}m$ 的双缝上，屏到双缝的距离D=2m，求

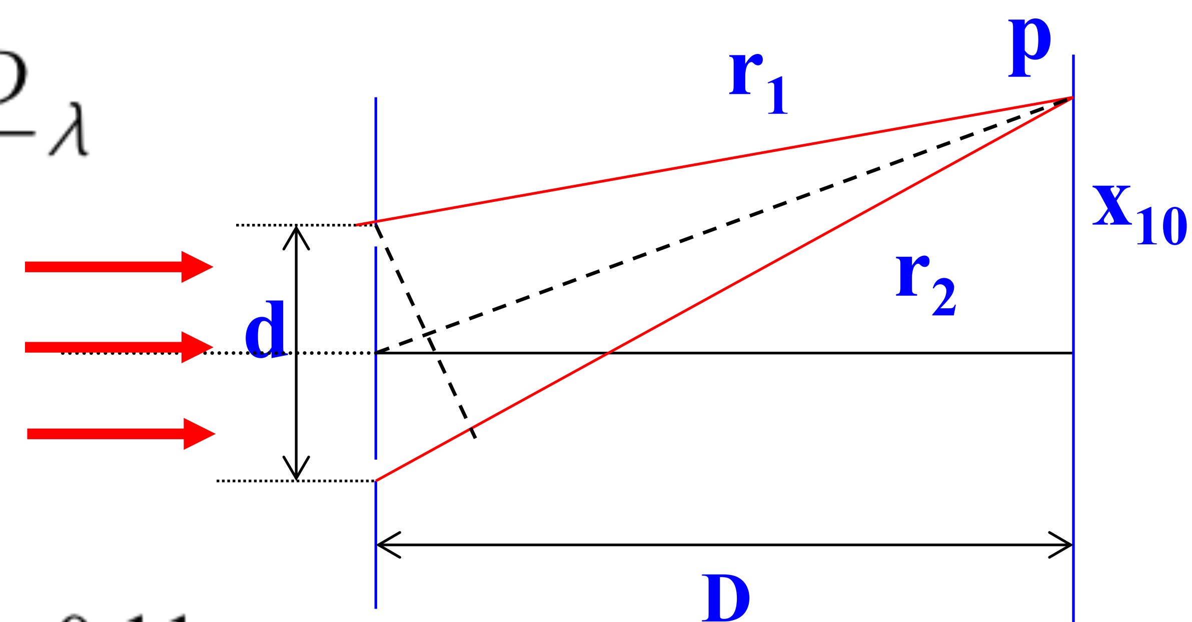
（1）中央明纹两侧的两条第10级明纹中心的间距；

（2）用一厚度为$e=6.6\times10^{-6}m$ ，折射率为n=1.58的云母片覆盖一缝后，零级明纹将移到原来的第几级明纹处?

（3）若将原装置放入液体中，观察到空气中的第三级明纹正好是液体中的第四级明纹，求液体的折射率。

解（1） $x_k=\pm\frac{kD}{d}\lambda \qquad k=10$

$$\Delta x_{10}=\frac{10D}{d}\lambda-(-\frac{10D}{d}\lambda)=\frac{20D}{d}\lambda$$



或由 $\Delta x=\frac{D\lambda}{d}$ 也可得到

$$\Delta x_{10}=\frac{20D}{d}\lambda \quad =\frac{20\times2\times550\times10^{-9}}{2\times10^{-4}}=0.11m$$

1、在双缝干涉实验中，波长λ=550nm的单色平行光垂直入射到缝间距 $d=2\times10^{-4}m$ 的双缝上，屏到双缝的距离D=2m，求

（1）中央明纹两侧的两条第10级明纹中心的间距；

（2）用一厚度 $e=6.6\times10^{-6}m$ ，折射率为n=1.58的云母片覆盖上缝后，零级明纹将移到原来的第几级明纹处?

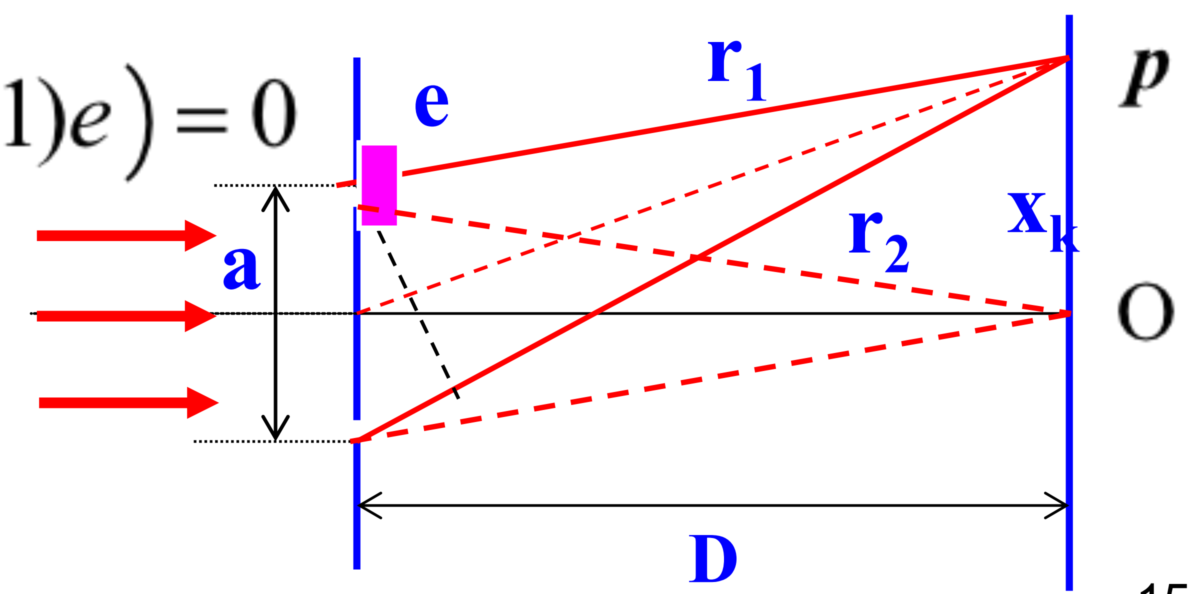
（3）若将原装置放入液体中，观察到空气中的第三级明纹正好是液体中的第四级明纹，求液体的折射率。

（2）加云母片后，零级条纹要移动，设移到原来的第 k 级明纹处，

则 $r_2 - r_1 = k\lambda$

此时零级条纹满足 $r_2-\left(r_1+(n-1)e\right)=0$

得 $k=\dfrac{(n-1)e}{\lambda}$ =7



1、在双缝干涉实验中，波长λ=550nm的单色平行光垂直入射到缝间距 $d = 2\times10^{-4} m$ 的双缝上，屏到双缝的距离D=2m，求

（1）中央明纹两侧的两条第10级明纹中心的间距；

（2）用一厚度为 $e = 6.6\times10^{-6} m$ ，折射率为n=1.58的云母片覆盖一缝后，零级明纹将移到原来的第几级明纹处?

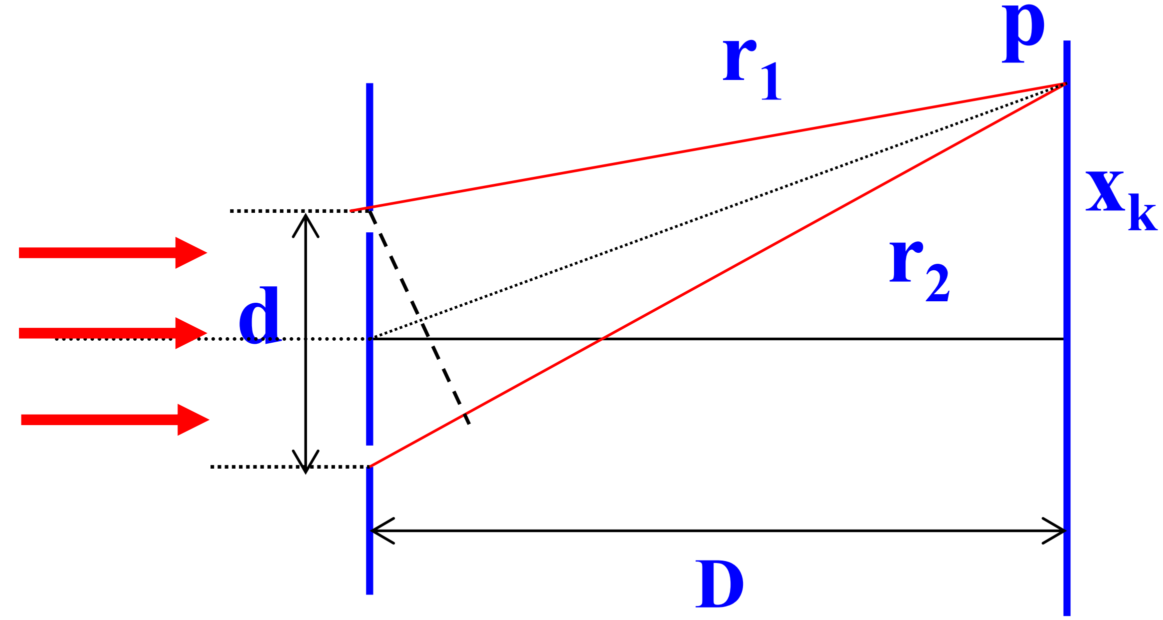
（3）若将原装置放入液体中，观察到空气中的第三级明纹正好是液体中的第四级明纹，求液体的折射率n。

（3）液体中的波长： $\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$

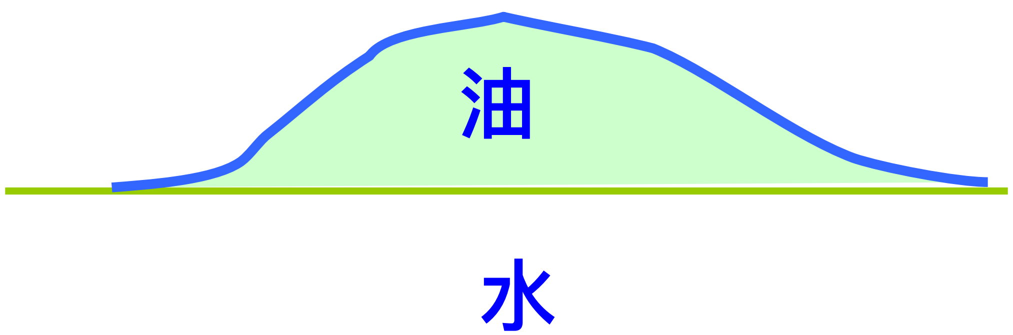
由条件 $\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$ 知：

$$\frac{3D}{d}\lambda = \frac{4D}{d}\lambda' = \frac{4D}{d}\frac{\lambda}{n}$$

$$\therefore \quad n = \frac{4}{3} = 1.33$$



2、一油滴(n_1=1.20)浮在水(n_2=1.33)面上，用白光垂直照射，如图所示。试求：（1）油滴外围最薄的区域对应于亮区还是暗区？（2）从油滴边缘数起第3个蓝色（波长为480nm）区域的油层约有多厚？（3）油膜厚度为460nm的区域，哪些波长的可见光反射最强？

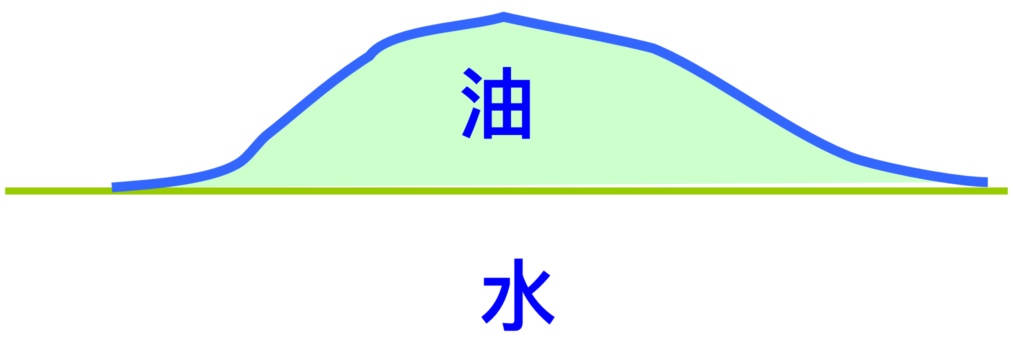


解：（1）因为在两个分界面上反射光都有半波损失，因此干涉极大的条件为

$$2n_1 e = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

➤ 最薄处 e = 0，因此对应的区域为亮区。

2、一油滴(n_1=1.20)浮在水(n_2=1.33)面上,用白光垂直照射，如图所示。试求：（1）油滴外围最薄的区域对应于亮区还是暗区？（2）从油滴边缘数起第3个蓝色（波长为480nm）区域的油层约有多厚？（3）油膜厚度为460nm的区域，哪些波长的可见光反射最强?



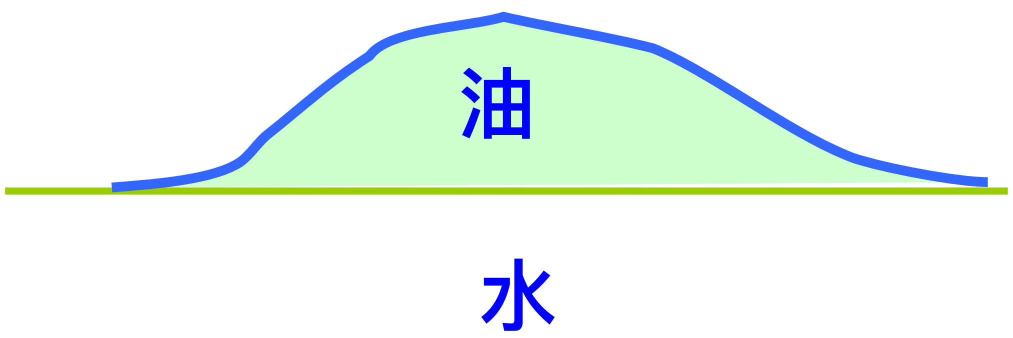
（2）相邻亮纹间油层厚度差为

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n_1}$$

蓝色的波长为480nm的第3个蓝区对应的油层厚度为

$$e = k\frac{\lambda}{2n_1} = 3\times\frac{480\times10^{-9}}{2\times1.20} = 600\times10^{-9}\ \mathrm{m}$$

2、一油滴(n_1=1.20)浮在水(n_2=1.33)面上,用白光垂直照射，如图所示。试求：（1）油滴外围最薄的区域对应于亮区还是暗区？（2）从油滴边缘数起第3个蓝色（波长为480nm）区域的油层约有多厚？（3）油膜厚度为460nm的区域，哪些波长的可见光反射最强?



（3）反射光干涉加强：$2n_1e=k\lambda$

$$\lambda=\frac{2n_1\mathrm{e}}{k}=\frac{1}{k}\times 2\times 1.2\times 460\times 10^{-9}=\frac{1104nm}{k}$$

当k=2时,λ=552nm为可见光反射最强。

3、牛顿环：入射光波长为589nm，第20级暗环直径为0.687cm，当透镜竖直向上移动d=5×10-4cm，求：此时第20级暗纹直径为多少?

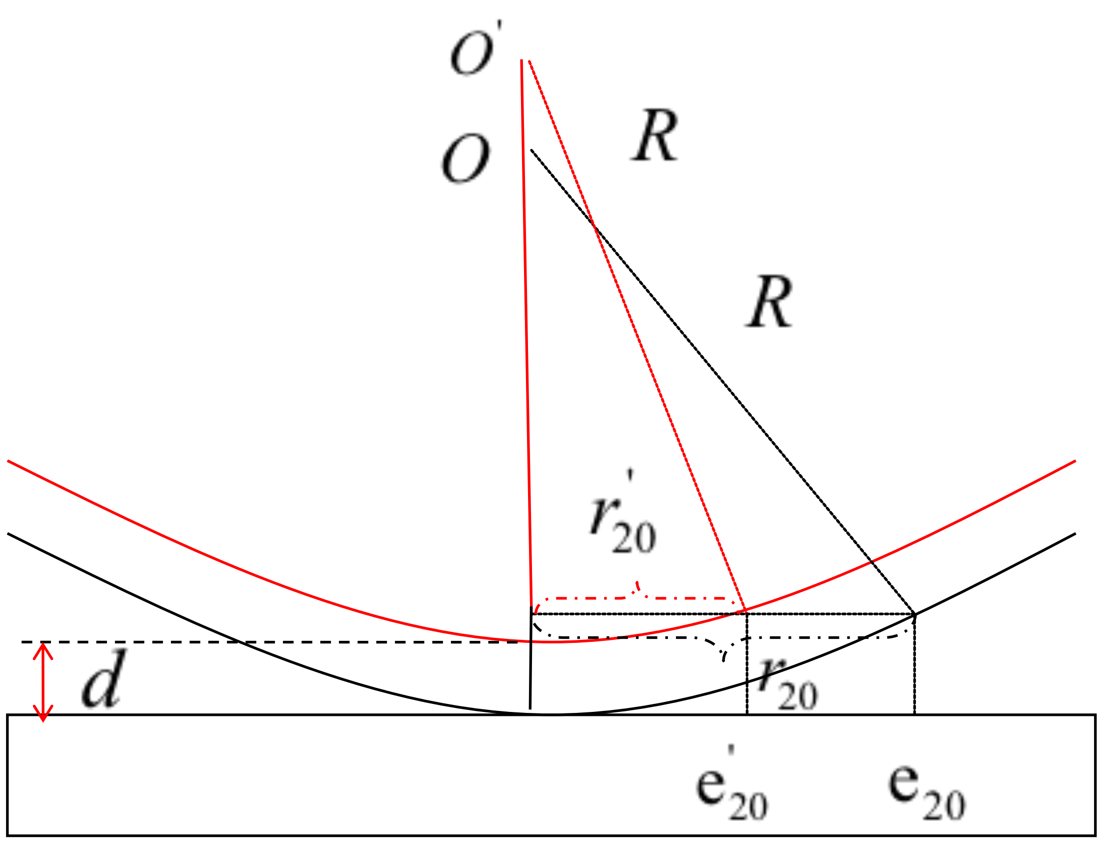
解：

$$\left.\begin{aligned} 2r_{20} &= 0.687\text{cm} \\ r_{20} &= \sqrt{20R\lambda} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad R = 1.0\text{m}$$

$$\left.\begin{aligned} R^2 &= r_{20}^{'2} + (R + d - e_{20}^{'})^2 \\ \delta &= 2e_{20}^{'} + \frac{\lambda}{2} = (2\times 20+1)\frac{\lambda}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$r_{20}^{'} = \sqrt{2R(10\lambda - d)}$$

$$\therefore D_{20}^{'} = 2r_{20}^{'} = 2.67\text{mm}$$

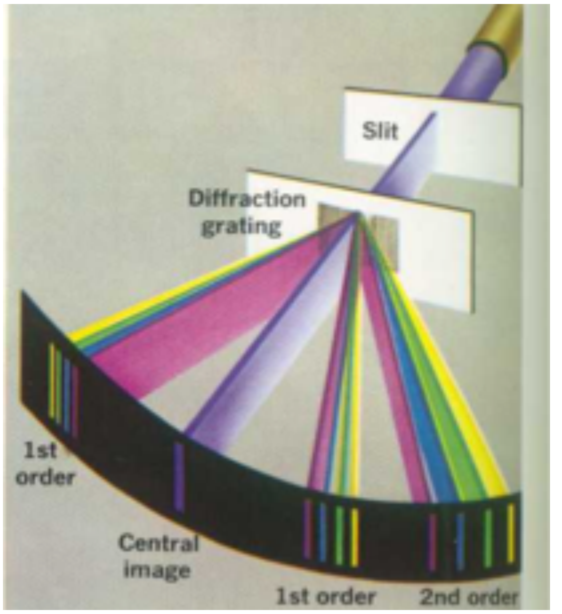


5 用白光垂直照射在每厘米中有 6500 条刻线的平面光栅上，求第三级光谱的张角。

【解】光栅常数为 $(a+b)=1/6500\,(cm)$

设：第三级紫光和红光的衍射角分别为 φ_1, φ_2

由 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$



$$\sin\varphi_1 = \frac{k\lambda_1}{a+b} = 3\times4\times10^{-5}\times6500 = 0.78$$

$$\varphi_1 = 51.26^0$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{k\lambda_2}{a+b} = 3\times7.6\times10^{-5}\times6500 = 1.48\,(\text{不存在})$$

k =3 只出现一部分光谱，张角为

$$\Delta\varphi = 90^0 - 51.26^0 = 38.74^0$$

6、自然光射到平行平板玻璃上，反射光恰为线偏振光，且 折射光的折射角为30^o，试求：

(1) 自然光的入射角

(2) 玻璃的折射率

(3) 玻璃下表面的反射光、透射光的偏振状态

解: (1) 反射光恰为线偏振光意味着入射角为布儒斯特角，则，反射光与折射光垂直，即：

$$i_b + \gamma = 90^\circ$$

因此，自然光的入射角：$i_b = 90^\circ - \gamma = 60^\circ$

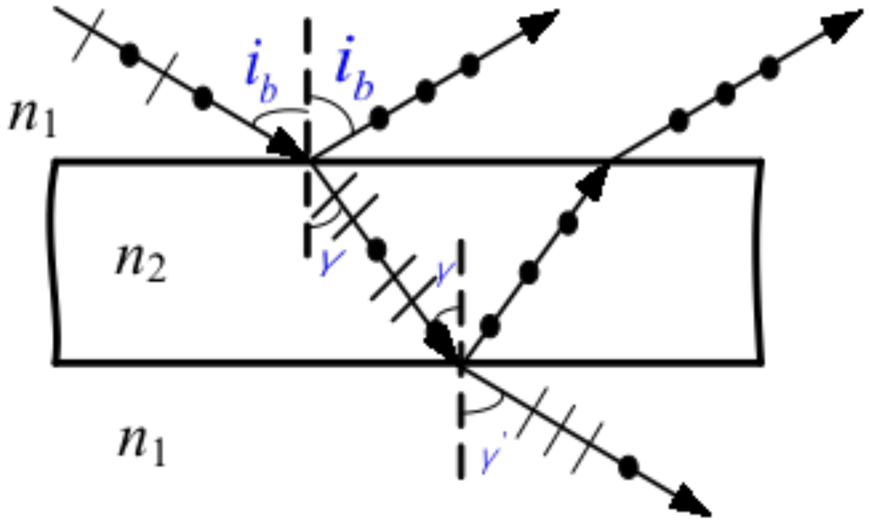
(2) 根据布儒斯特定律，有 $\tan i_b = \dfrac{n_2}{n_1}$

因此，玻璃的折射率： $n_2 = n_1 \tan i_b = \tan 60^\circ = 1.73$

6、自然光射到平行平板玻璃上，反射光恰为线偏振光，且 折射光的折射角为30°，试求：

(3) 玻璃下表面的反射光、透射光的偏振状态.

解：同时考虑上下表面的折射定律，有：



$$n_1 \sin i_b = n_2 \sin \gamma = n_1 \sin \gamma'$$

$$\Rightarrow \gamma' = i_b = 90^\circ - \gamma$$

$$\Rightarrow n_2 \sin \gamma = n_1 \sin(90^\circ - \gamma)$$

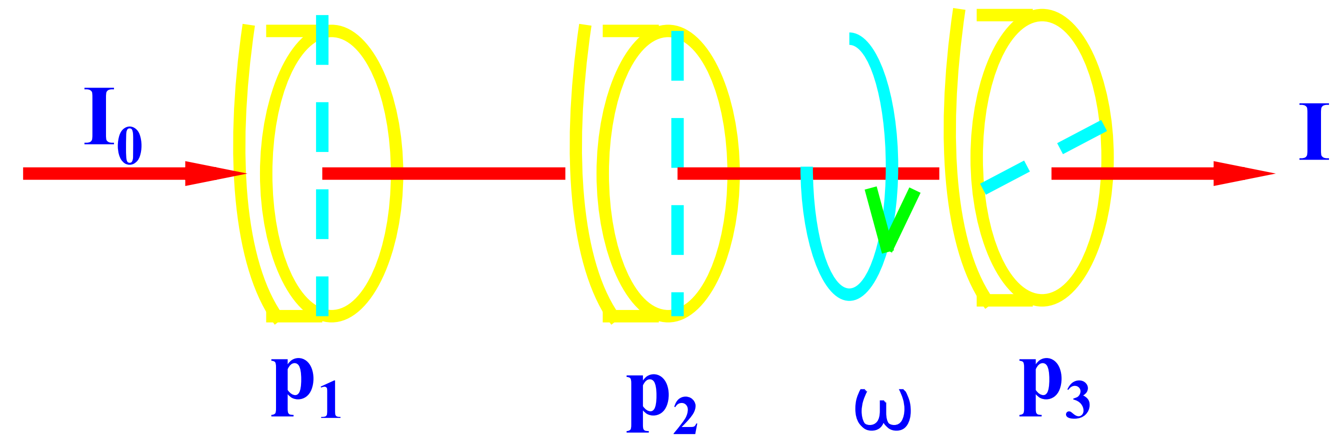
$$\Rightarrow \tan \gamma = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{n_1}{n_2}$$

可见，折射光入射到下表面时，入射角γ正是起偏角，因此，下表面的反射光也是线偏振光，振动方向垂直于入射面。

玻璃的透射光还是部分偏振光，但偏振度更大了！

7、有三个偏振片堆叠在一起，第一块与第三块的偏振化方向相互垂直，第二块和第一块的偏振化方向相互平行，然后第二块偏振片以恒定角速度ω绕光传播的方向旋转，如图所示。设入射自然光的光强为I_0。试证明：此自然光通过这一系统后，出射光的光强为$I=I_0(1-\cos 4\omega t)/16$.

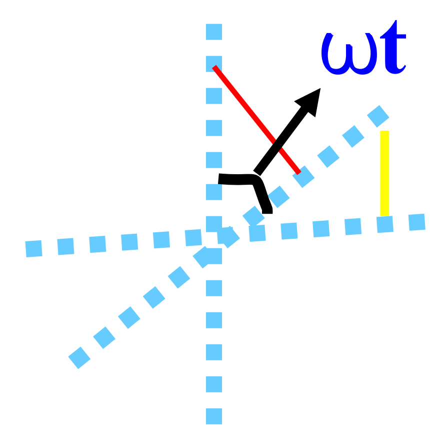
解:经过P_1,光强由I_0变为$I_0/2$



P_2以ω转动,P_1,P_2的偏振化方向的夹角$\theta=\omega t$

$$I_2=\frac{I_0}{2}\cos^2\omega t$$

P_2以ω转动,P_2,P_3的偏振化方向的夹角$\beta=\pi/2-\omega t$

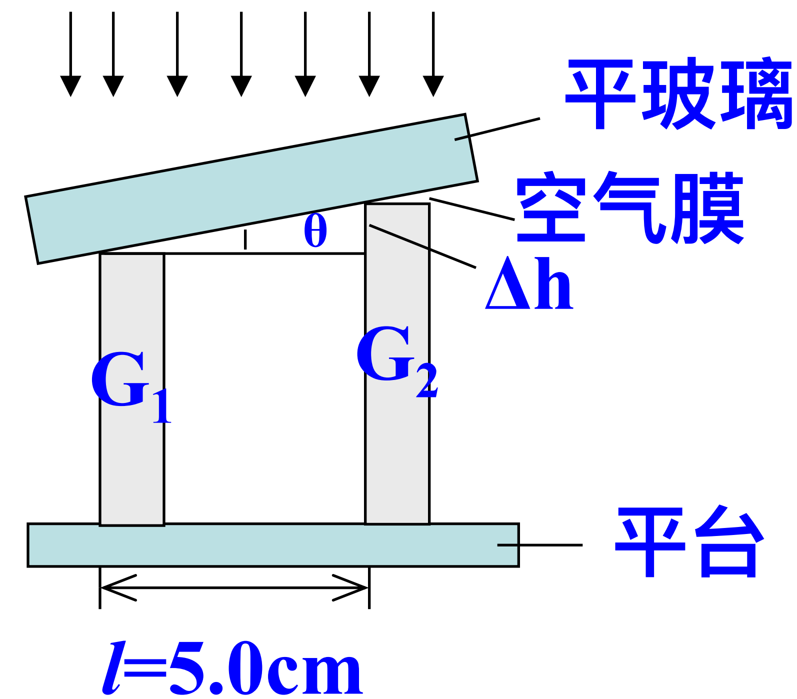


$$I_3=I_2\cos^2\beta=\frac{I_0}{2}\cos^2\omega t\cdot\sin^2\omega t$$

$$=\frac{I_0}{8}(2\sin\omega t\cos\omega t)^2=\frac{I_0}{8}\sin^2 2\omega t=\frac{I_0}{16}(1-\cos 4\omega t)$$

8、块规是一种长度标准器。它是一块钢质长方体，两端面磨平抛光，很精确地相互平行，两端面间距离即长度标准。块规的校准装置如图所示，其中G_1是一合格块规，G_2是与G_1同规号待校准的块规。二者置于平台上，上面盖以平玻璃。平玻璃与块规端面间形成空气劈尖。用波长为 589.3nm 的光垂直照射时，观察到两端面上方各有一组干涉条纹。

(1)当两组条纹的间距都是L=0.5mm时，试求G_1、G_2 的长度差



解：(1) $$L=\frac{\lambda}{2\theta}$$

$$\because \theta=\frac{\lambda}{2L}$$

$$\therefore \Delta h=l\theta=l\lambda/2L$$

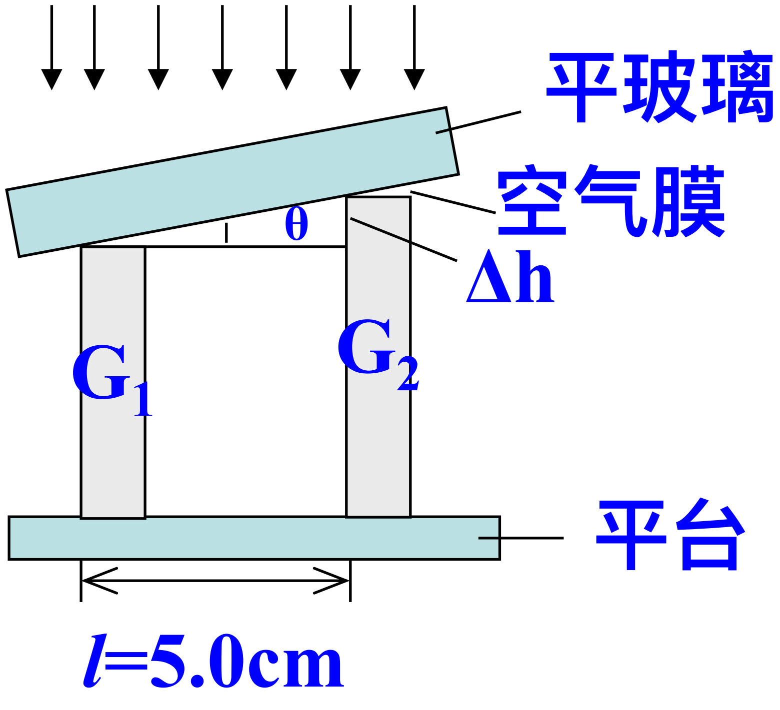
$$=2.95\times10^{-5}\,\mathrm{m}$$

(2) 如何判断G_2比G_1长还是短?

(3) 如两组条纹间距分别为$L_1>L_2$，这表示G_2在加工上有什么不合格? 如果G_2加工完全合格, 应观察到什么现象?

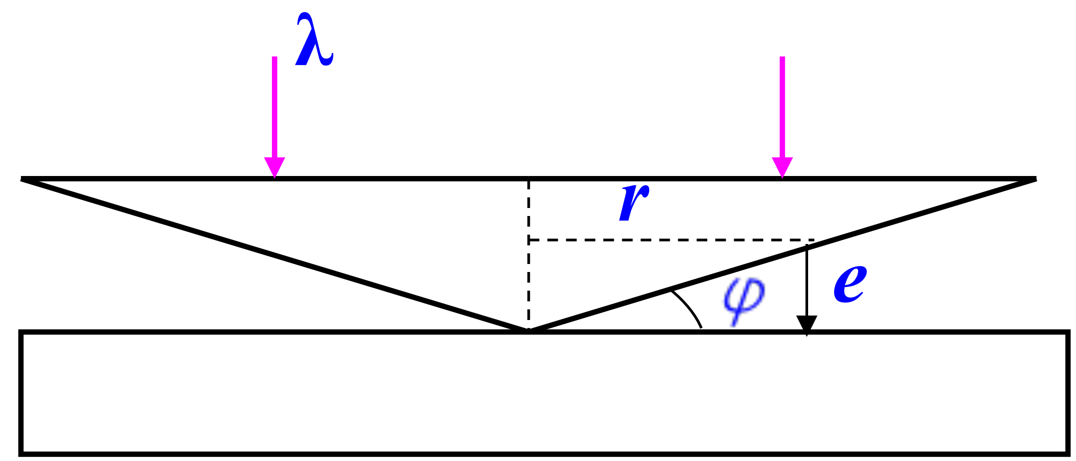
(2)如果G_2比G_1高,则θ向右张,轻压平玻璃右侧,θ减小,条纹间距$L=\lambda/2\theta$就增大;反之G_1比G_2大,则θ向左张,轻压平玻璃右侧,θ增,条纹间距L减小.

(3)如果$L_1>L_2$,说明$\theta_1<\theta_2$,即G_2上端面向右下方倾斜。



10、 如图所示，在一平面玻璃上，端正地放一锥顶角很大的圆锥形平凸透镜，则形成一劈尖角φ很小的空气薄层。若用波长为λ的平行单色光垂直照射平凸透镜。问：(1)明暗条纹的形状及其位置如何(用φ表示)？(2)若平凸透镜稍向左倾斜，则干涉条纹如何变化?

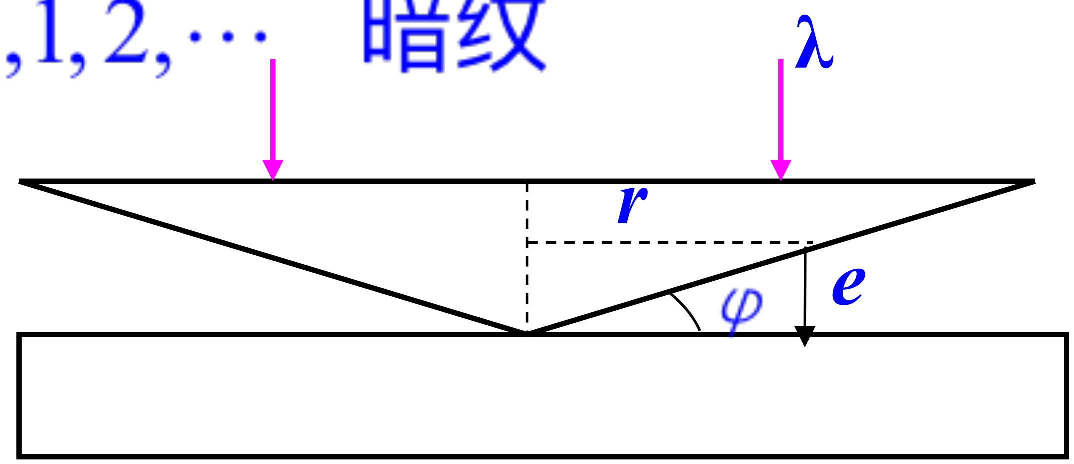
解: (1)由于空气薄膜的等厚线为同心圆，故干涉条纹的形状为一圈圈的同心圆。设半径为 *r* 处的空气薄膜厚度为 *e*，则



$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, \cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

而 $e = r\tan\varphi \approx r\varphi$ 故有

$$\delta = 2r\varphi + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$



整理得

$$r_{亮} = \frac{(2k-1)\lambda}{4\varphi}$$ （k=1,2,...）时为亮环

$$r_{暗} = \frac{k\lambda}{2\varphi}$$ （k=0,1,2,...）时为暗环

(2)若平凸透镜稍向左倾斜，则干涉条纹如何变化?

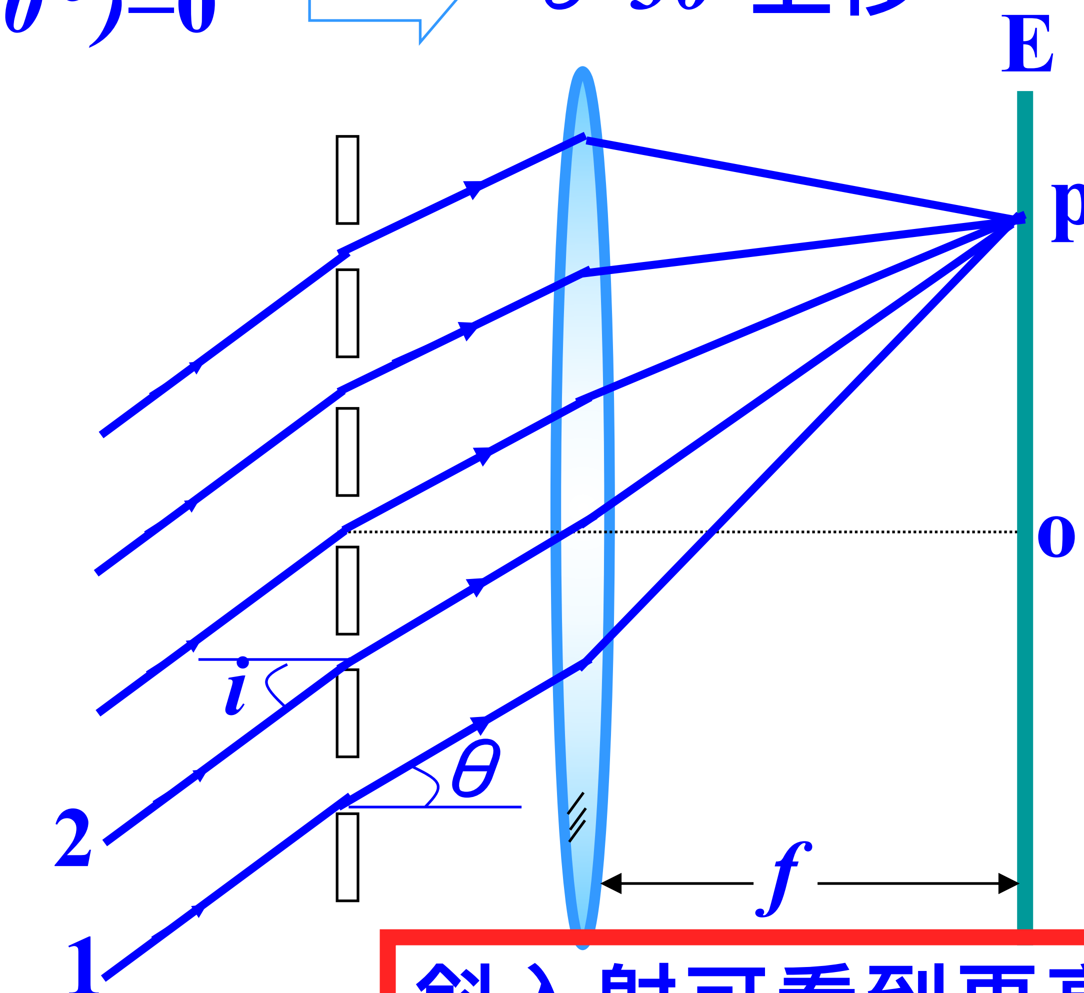
(2)若平凸透镜稍向左倾斜，则左侧的顶角变小，右侧的顶角变大。由上边的公式可知，左侧的明暗条纹变稀疏，右侧的条纹变密。

13 .一光栅的光栅常数d=2.1×10^{-6}m，透光缝宽a=0.7×10^{-6}，用波长λ=500nm的光、以i=30°的入射角照射，求能看见几级、几条谱线。

【解】 光线斜入射时，光栅方程应写为

$$d(\sin\theta - \sin 30°)=k\lambda, \quad k=0,\pm 1,\pm 2,...$$

零级条纹角位置： $d(\sin\theta - \sin 30°)=0$ ⇨ θ=30°上移



当θ=90° 时，$k_{max}=2.1=2$；

当θ=-90°时，$k_{max}=-6.3=-6$ 。

缺级： $k=\dfrac{d}{a}k'=3k'=\pm 3,\pm 6$

$(k'=\pm 1,\pm 2\cdots)$

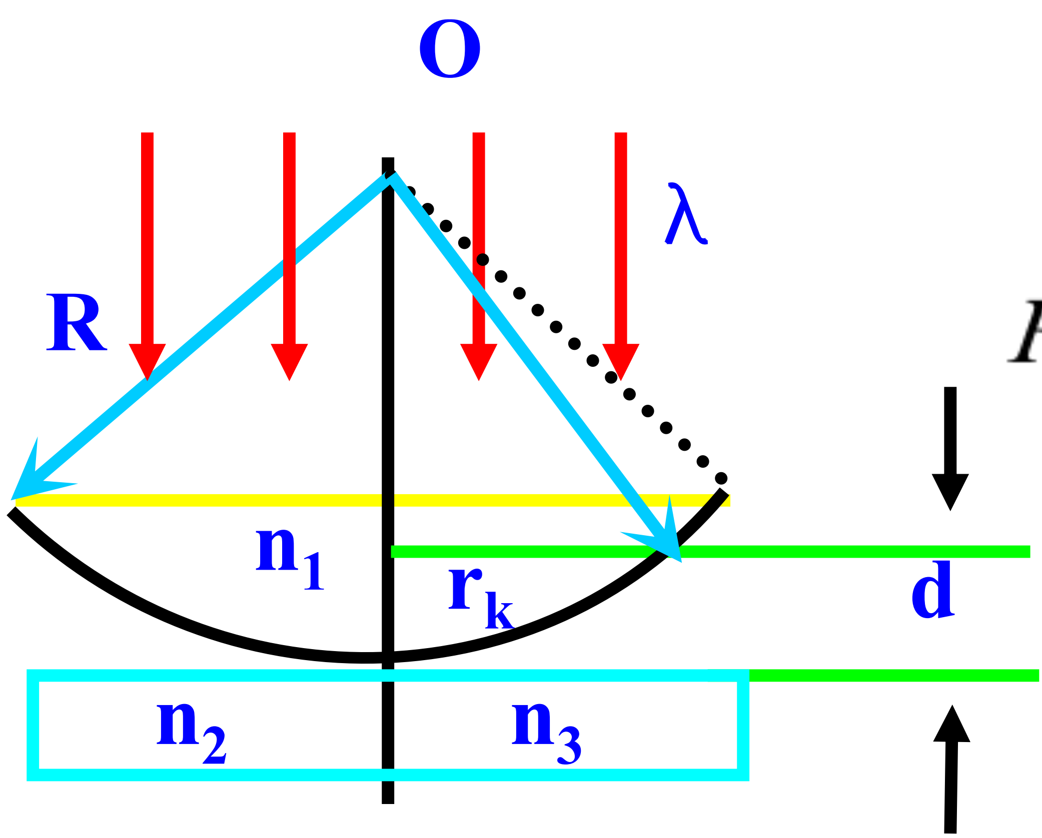
能看见：0 ,±1,±2 , - 4, -5

共5级，7条谱线。

计算一下，垂直入射能看见几级、几条谱线?

斜入射可看到更高级次的明纹！

14：一个折射率为n_1=1.5的平凸透镜，其球面半径为R放在折射率为n_2= n_1，n_3= 1.75的两种矩形平板玻璃上，如图所示。设用波长为λ的单色光正入射。试求：（1）在透镜和平板玻璃间为空气时，第k级牛顿环明纹的半径；（2）在透镜和平板玻璃间 充满n=1.6的透明液体时，牛顿环如何?



解（1）如图所示。设第k级牛顿环的半径为r_k, 该处空气膜厚度为d

$$R^2 = r_k^2 + (R-d)^2 \qquad d = \frac{r_k^2}{2R}$$

该处光程差为

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

对亮条纹有

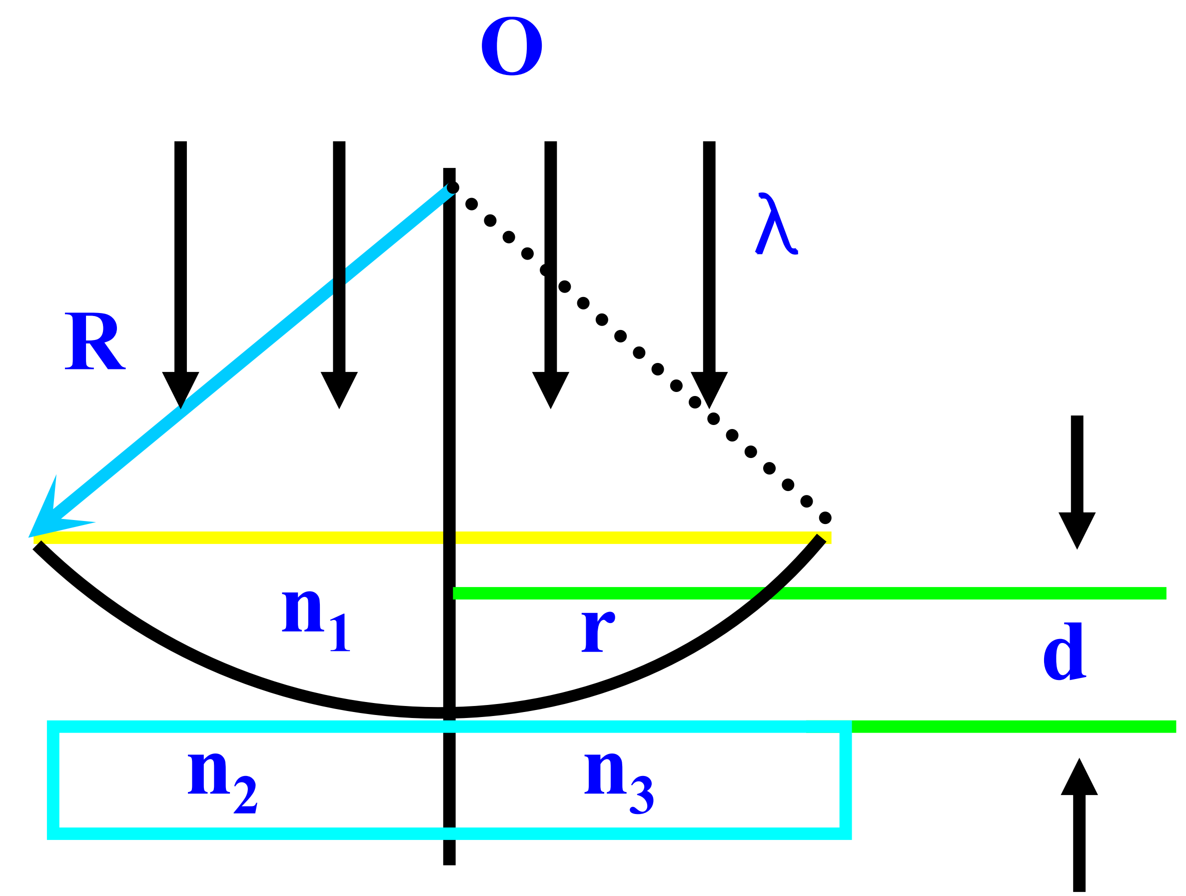
$$\Delta = k\lambda$$

$$\frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad r_k = \sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda} \; (k=1,2,\ldots)$$

与标准牛顿环亮纹公式一致

(2) 当在透镜和平板玻璃间充满n=1.6的透明液体时，在半径为r处有

$$d=\frac{r^2}{2R}$$



右侧光程差： $\Delta_1=2nd=\frac{nr^2}{R}$

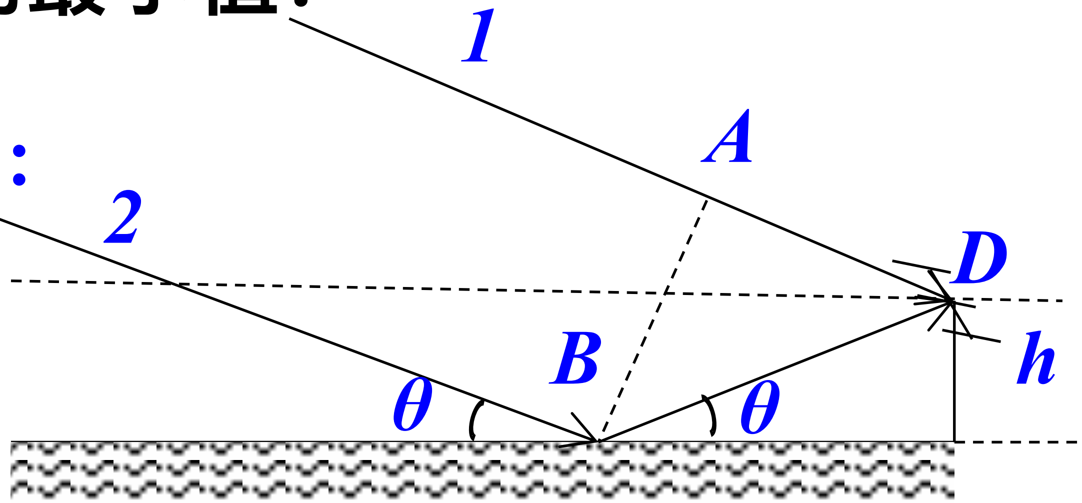
左侧： $\Delta_2=2nd+\frac{\lambda}{2}=\frac{nr^2}{R}+\frac{\lambda}{2}$

若均为明纹， $\Delta_1=\frac{nr_1^2}{R}=k\lambda$ $\Delta_2=\frac{nr_2^2}{R}+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$

$r_1=\sqrt{kR\lambda/n}$ $r_2=\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda/n}$

左右两边同一级明纹半径大小不等，且右边的接触点为明纹，而左边的接触点为暗纹，故形成一错开的半圆型图像。

15、如图，无线电波一部分直接射向天线，另一部分经海面反射到天线，无线电频率为6.0×10⁷Hz，天线高出水平面25m，求：相消干涉时无线电波掠射角θ的最小值?



解：光线2与1到达天线D的光程差为：

$$\overline{BD}-\overline{AD}=\frac{h}{\sin\theta}-\overline{BD}\cos 2\theta$$

$$=\frac{h}{\sin\theta}-\frac{h\cos 2\theta}{\sin\theta}=2h\sin\theta$$

考虑半波损失后光线2与1到达天线D的光程差为： $2h\sin\theta+\frac{\lambda}{2}$

干涉相消条件： $2h\sin\theta+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow 2h\sin\theta=\lambda\Rightarrow\theta=\arcsin\frac{\lambda}{2h}$$

$$=\arcsin\frac{c}{2hf}=\arcsin 0.1\approx 5.7^{\circ}$$