第一章　线性规划课后思考题

1. 线性规划模型都可以转化为标准形式，那么标准形式和原模型是一一对应的吗？
2. 线性规划模型在有解的情形下一定有基可行解吗？
3. 线性规划的三要素是什么？
4. LP 模型中目标函数系数、约束条件系数、约束右端项的含义指的是什么？通常以什么符号表示？
5. LP 模型的一般表示方法有几种形式？能否写出这些形式？
6. 对于标准的线性规划模型为什么最优解总可以在顶点处得到？
7. 线性规划的顶点和基可行解是一一对应的吗？
8. 线性规划为什么要使用标准形式？
9. 如何判定一个线性规划模型无解、无界、有唯一最优解和有无穷多最优解？
10. 大 M 法有什么缺点和优点？
11. 两阶段法有什么缺点和优点？
12. 对于标准线性规划问题，为什么检验数均小于等于 0 时获得最优解？
13. 为什么改进的单纯形法能够显著提高计算效率？
14. 为什么 θ 规则能够保证从一个可行解可得到另外一个可行解？
15. 选取最大检验数作为检验数的含义是什么？能够使目标函数值得到最大改进吗？
16. θ 规则的作用是什么？
17. 检验数的作用是什么？
18. 大 M 法和两阶段法的思想是什么？

第一章　线性规划基本作业题

1．对于下列线性规划模型，找出顶点和约束之间的对应关系

$$\max\ z=2x_1+x_2$$

$$s.t.\begin{cases}5x_2\le 15\\ 6x_1+2x_2\le 24\\ x_1+x_2\le 5\\ x_1\ge 0,x_2\ge 0\end{cases}$$

2．用图解法、大 M 法和两阶段法分别求解线性规划模型

$$\max\ z=2x_1+x_2$$

$$s.t.\begin{cases}3x_1+x_2\le 24\\ x_1+x_2\ge 5\\ x_1\ge 0,x_2\ge 0\end{cases}$$

3．通过观察，判断下列线性规划模型有无最优解、在有解的情况下是否为无界解(说明理由)

（1）
$$\max\ z=2x_1+x_2$$
$$s.t.\begin{cases}x_1+x_2\ge 5\\ 2x_1+2x_2\le 8\\ x_1\ge 0,x_2\ge 0\end{cases}$$

（2）
$$\max\ z=2x_1+x_2+x_3$$
$$s.t.\begin{cases}x_1-x_2+2x_3\ge 5\\ 3x_1-2x_2-5x_3\ge 8\\ x_1\ge 0,x_2\ge 0\end{cases}$$

4. （课本 1.23）步云鞋厂推出一款新型运动鞋，根据经验和调查，预测下一年度上半年对该款运动鞋的需求如下：

1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月
3000	3600	4000	4600	4800	5000

生产每双鞋需好用熟练工人 4 小时及 150 元原材料费，每双售价 240 元。该厂 1 月初有熟练工人 80 人，每人每月工作 160 小时。为适应生产需要，该厂可招收新工人培训，但培训一名新工人，需占用熟练工人 40 小时用于指导操作。新工人培训期间当月发生活费 800 元。上岗后，工资与生产效率同熟练工人。新工人培训期为一个月，培训结束即可上岗。熟练工人每月工资 2000 元，新工人培训期间当月发生活费 800 元，上岗后，工资与生产效率等同熟练工人。又因各种原因，熟练工人(包括上岗后等同熟练工的新工人)每月初有 2%辞职离去。已知该厂年初有 400 双库存，要求 6 月末库存数达 1000 双，又每月生产出来的新鞋如不在月末交货的，发生库存费用为每双每月 10 元（期末库存费用不计）。试为该厂找出一个满足需求又使上半年总收入为最大的生产和劳动力安排方案。

第一章　线性规划进阶作业题

4．判断题(说明理由)

1．最优解不唯一，那么一定有两个最优基可行解。

2．在最优单纯形表中，如果某个非基变量的检验数值为 0，且相应的技术系数均小于等于 0，则相应的线性规划有无界解。

5　线性规划问题 $\max\ z=CX, AX=b, X\ge 0$，如果 X^* 是该问题的最优解，又 $\lambda>0$ 为一常数，分别讨论下述情况时最优解的变化：

（a）　目标函数变为 $\max\ z=\lambda CX$

（b）　目标函数变为 $\max\ z=(C+\lambda)X$

6．已知线性规划问题

$$\max \quad z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$$

$$s.t.\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + x_4 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + x_5 = b_2 \\ x_j \ge 0 \qquad j = 1,2,3,4 \end{cases}$$

已知最优单纯形表如下

C_B	X_B	b	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
c_3	x_3	5/2	0	1/2	1	1/2	0
c_1	x_1	5/2	1	-1/2	0	-1/6	1/3
c_j-z_j			0	-4	0	-4	-2

(1) 给出初始单纯形表
(2) 试确定模型中各参数的值
(3) 给出最优基 B 及其 B^{-1}

7．(证明题)线性规划问题 $\max \ z = CX, AX = b, X \ge 0$，设 X^0 是问题的最优解，若目标函数中用 C^* 替换 C 后，问题的最优解为 X^*，则必有 $(C^* - C)(X^* - X^0) \ge 0$

8．试将下述问题改写成线性规划问题

$$\min_i \left\{ \max\left(\sum_{i=1}^m a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^m a_{i2}x_i, \ldots, \sum_{i=1}^m a_{in}x_i\right) \right\}$$

$$s.t.\begin{cases} \sum_{i=1}^m d_i x_i = 1 \\ x_i \ge 0; 1 \le i \le n \end{cases}$$

9．（课本 1.19）已知线性规划问题迭代某步的单纯性表如下

X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_3	d	4	f	1	0	g	0
x_4	2	-1	-5	0	1	-1	0
x_6	3	e	-3	0	0	-4	1
c_j-z_j		h	k	0	0	0	0

(1) 在什么条件下，表中解分别为唯一最优解
(2) 当表中解为最优解时，在什么条件下，线性规划模型有无穷多最优解
(3) 在什么条件下，现有基解是退化解；
(4) 在什么条件下，问题具有无界解

第一章　选做题

10.（选做题）证明标准的线性规划模型，要么不存在可行解，要么至少存在一个基可行解。

11.　能否把下列含有绝对值的数学模型转化为线性规划模型

$$\min\ z = |x_1| + |x_2| + |x_3|$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 \le 7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 \ge -6 \\ x_1 \ge -4, x_2 \le -9, x_3 \ge -3 \end{cases}$$