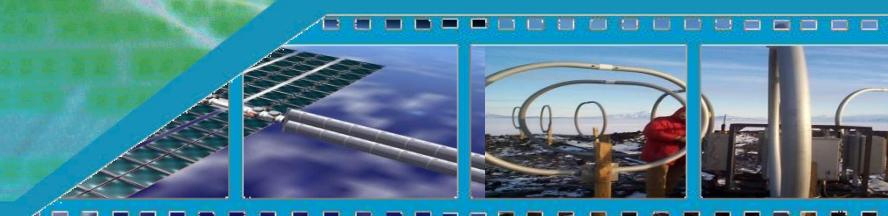


电磁学篇

第8章 电磁场与麦克斯韦方程组



第8章 电磁场与麦克斯韦电磁场方程组

本章任务: 研究电场或磁场随时间变化时激发的场——磁场或电场规律, 以及它们相互依赖、相互激发的规律.

1820年, 奥斯特实验: 电 → 磁



对称性

1821—1831年, 法拉第实验: 磁 → 电

对称性 { 随时间变化的磁场 → 感生电场(涡旋电场)
随时间变化的电场 → 磁场

物理学典型方法: 实验 → 理论 → 实验

法拉第 → 麦克斯韦 → 赫兹

↓
蓝图(基础)

↓
建设大厦

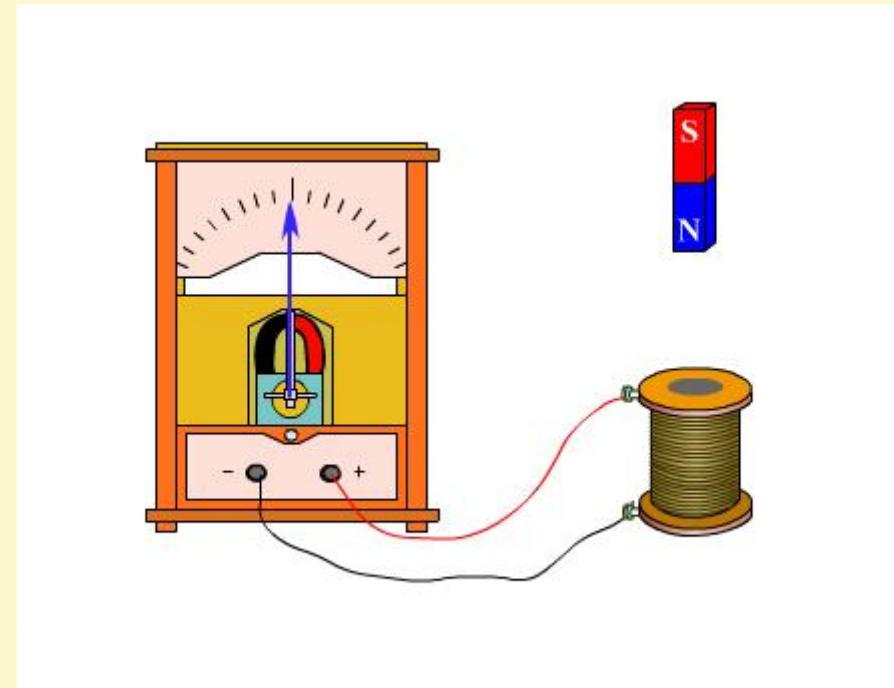
↓

使大厦住满人

§ 8-1 电磁感应基本定律

8.1.1 电磁感应基本定律

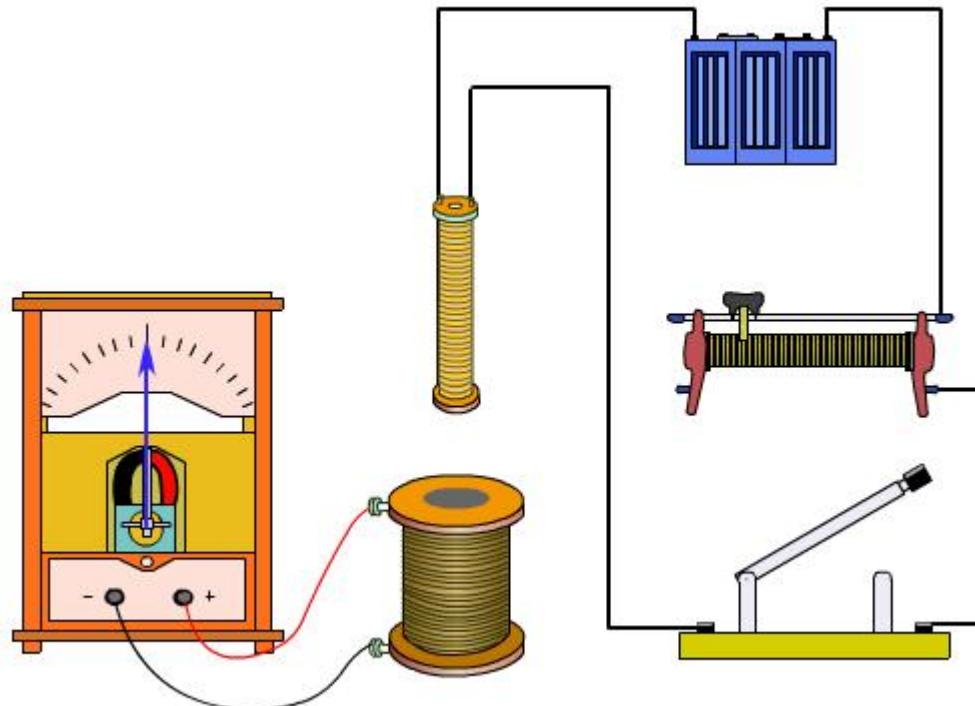
实验一: 当条形磁铁插入或拔出线圈回路时, 在线圈回路中会产生电流; 而当磁铁与线圈保持相对静止时, 回路中不存在电流.



由于运动而产生感应电流?

实验二：以通电线圈代替条形磁铁.

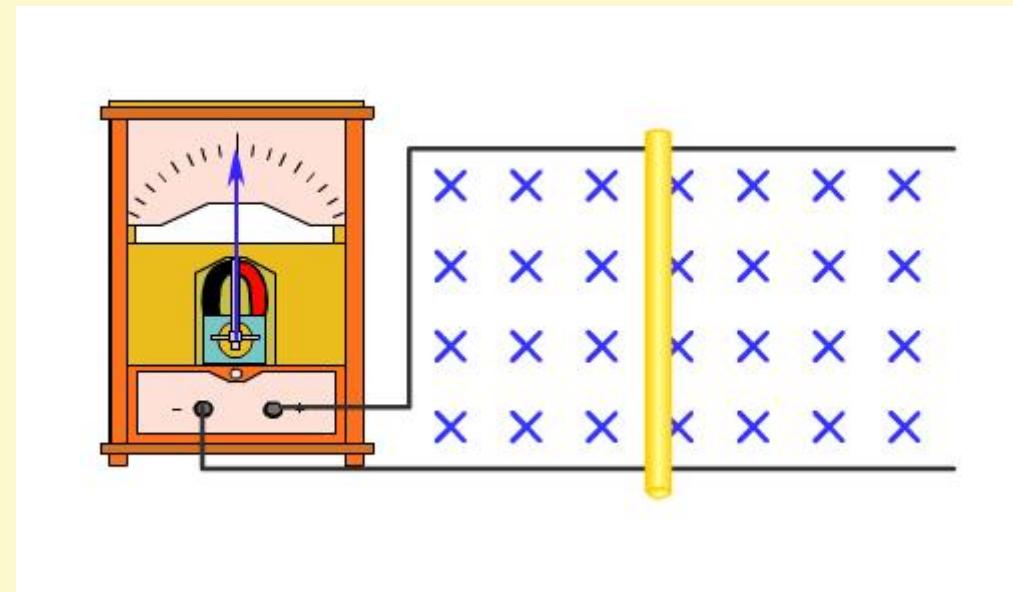
1. 当载流主线圈相对于副线圈运动时，线圈回路内有电流产生。



2. 当载流主线圈相对于副线圈静止时，如果改变主线圈的电流，则副线圈回路中也会产生电流。

由于磁场变化而产生感应电流？

实验三: 将闭合回路置于恒定磁场中, 当导体棒在导体轨道上滑行时, 回路内出现了电流.



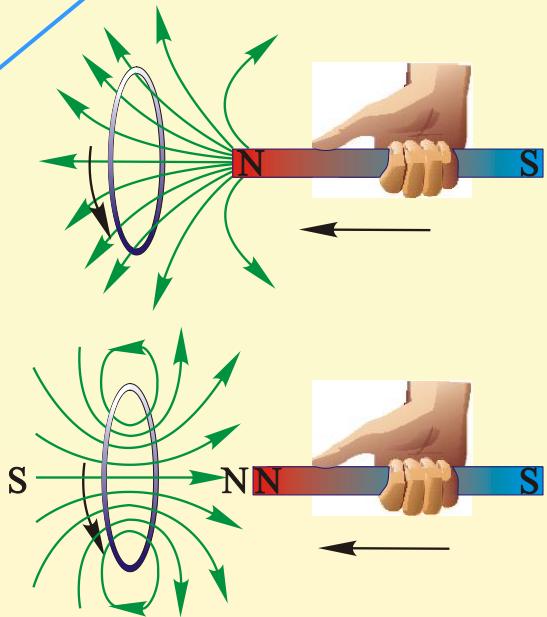
结论: 当穿过闭合回路的磁通量发生变化时(不管这种变化是什么原因引起的), 回路中有电流产生. 这一现象称为**电磁感应现象(electromagnetic induction)**.

电磁感应现象中产生的电流称为**感应电流(induction current)**, 相应的电动势称为**感应电动势(induction emf)**.

法拉第电磁感应定律: 当穿过回路所包围面积的磁通量发生变化时,回路中产生的感应电动势与穿过回路的磁通量对时间变化率的负值成正比.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d \Phi_m}{d t}$$

反映感应电动势的方向, 楞次定律的数学表示



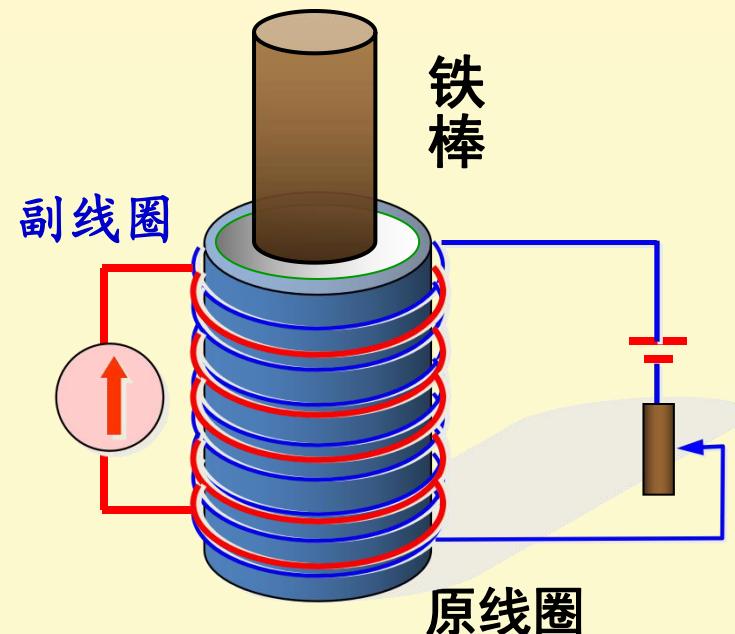
法拉第(1791--1867),英国物理学家、化学家,著名的自学成才科学家,生于萨里郡纽因顿一个贫苦铁匠家庭.他一生献身科学的研究,成果众多,1846年荣获伦福德奖章和皇家勋章.

讨论: (1) Φ_m : \vec{B} 通量还是 \vec{H} 通量? 还是二者皆可?

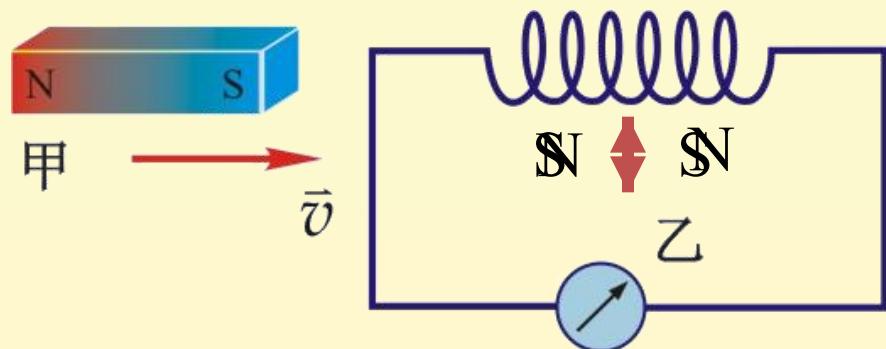
原、副线圈实验

$$H = nI \quad B = \mu_0 \mu_r nI$$

引起闭合回路中产生感应电动势的是通过回路的 \vec{B} 通量的变化, 而不是 \vec{H} 通量的变化



(2) 式中负号含义, 楞次定律的**本质**是什么?



楞次定律的本质:
能量守恒



楞次（1804--1865）出生在德国的Dorpat. 俄国物理学家和地球物理学家, 1845年倡导组织了俄国地球物理学会. 1836年至1865年任圣彼得堡大学教授, 兼任海军和师范等院校物理学教授.

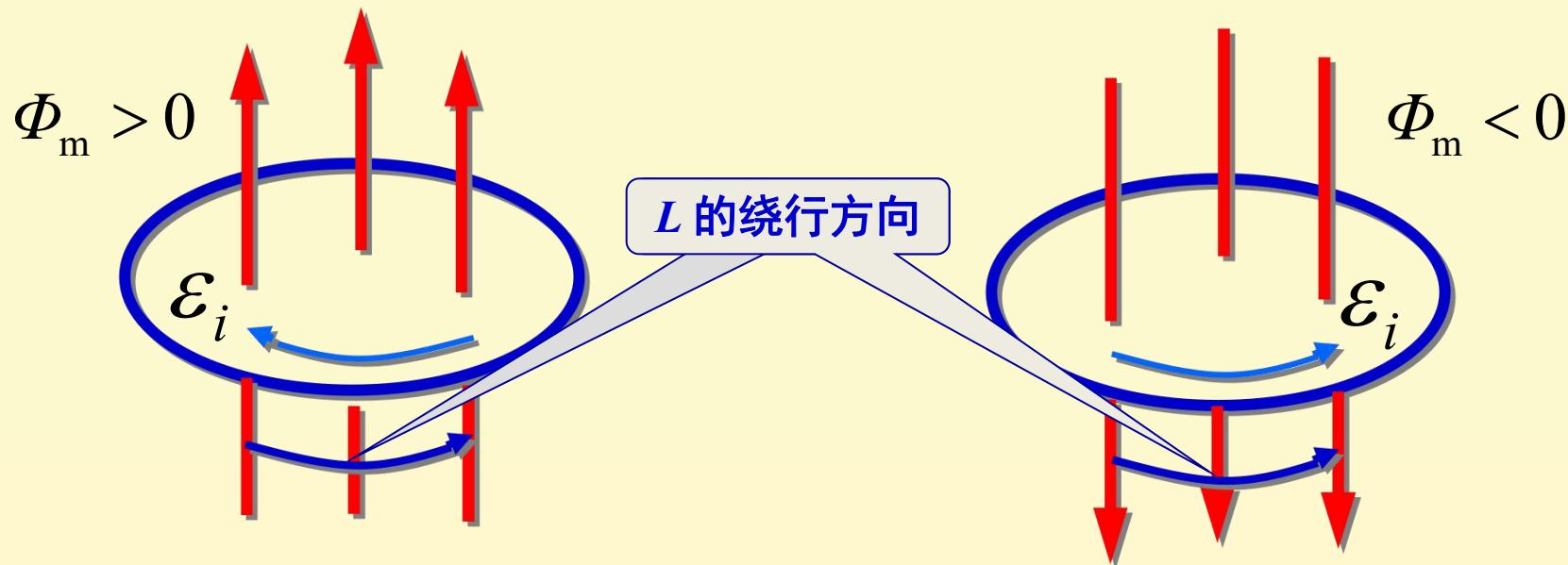
楞次定律: 电磁感应现象产生的感应电流的方向, 总是使感应电流的磁场通过回路的磁通量阻碍原磁通量的变化.

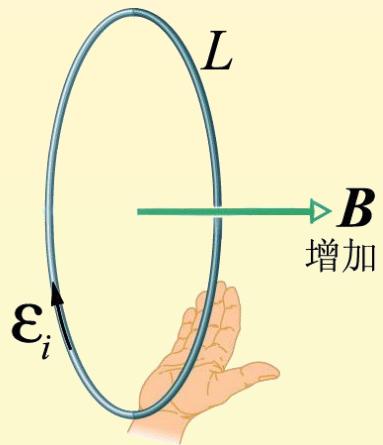


符号法则:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

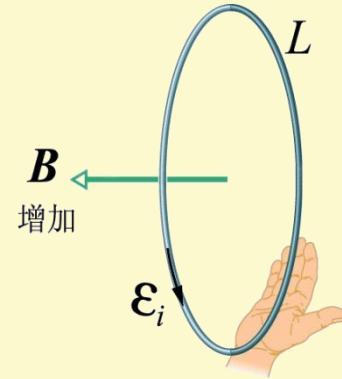
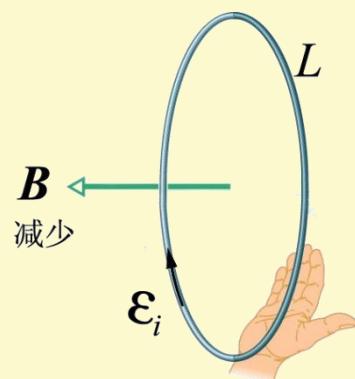
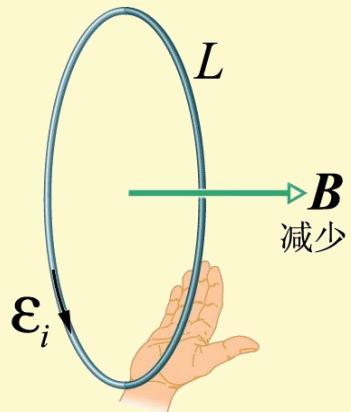
1. 对回路 L 任取一绕行方向.
2. 当回路中的磁感线方向与回路的绕行方向成右手螺旋关系时, 磁通量为正(+), 反之为负(-).
3. 回路中的感应电动势方向凡与绕行方向一致时为正(+), 反之为负(-).





$$\Phi_m > 0 \quad \frac{d\Phi_m}{dt} > 0$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_i < 0$$



$$\Phi_m > 0 \quad \frac{d\Phi_m}{dt} < 0$$

$$\varepsilon_i > 0$$

$$\Phi_m < 0 \quad \frac{d\Phi_m}{dt} > 0$$

$$\varepsilon_i < 0$$

$$\Phi_m < 0 \quad \frac{d\Phi_m}{dt} < 0$$

$$\varepsilon_i > 0$$

对N匝线圈, 其总磁通量称**磁通匝链数(全磁通)**

$$\Psi_m = \Phi_{m1} + \Phi_{m2} + \dots = \sum_{i=1}^N \Phi_{mi} = N\Phi_m$$

线圈匝数

N匝线圈的总电动势为各匝产生的电动势之和:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -\left(\frac{d\Phi_{m1}}{dt} + \frac{d\Phi_{m2}}{dt} + \dots\right)$$

$$= -\frac{d}{dt}(\Phi_{m1} + \Phi_{m2} + \dots) = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$

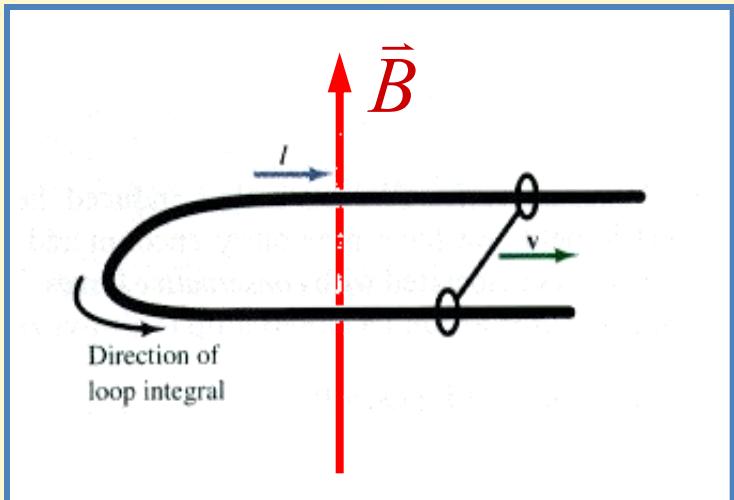
$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N \frac{d\Phi_m}{dt}}$$

(3) 感应电流 I

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Psi_m}{dt}$$

在直导体棒匀速向右运动过程中, 如果其外框是:

- ① 闭合导体回路 — 有持续电流
- ② 导体不闭合 — 瞬态电流, 稳定 \mathcal{E}
- ③ 无导体 — 无电流, 但有感应电动势



本质: 磁通量变化引起了感应电场

一定时间内通过回路截面的感应电量:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I dt = -\frac{1}{R} \int_{\Psi_{m1}}^{\Psi_{m2}} d\Psi_m = -\frac{1}{R} (\Psi_{m2} - \Psi_{m1})$$

例8-1 导线ab弯成如图形状, 半径 $r=0.10\text{m}$, $B=0.50\text{T}$, 转速 $n=3600\text{转/分}$. 电路总电阻为 1000Ω . 求感应电动势和感应电流以及最大感应电动势和最大感应电流.

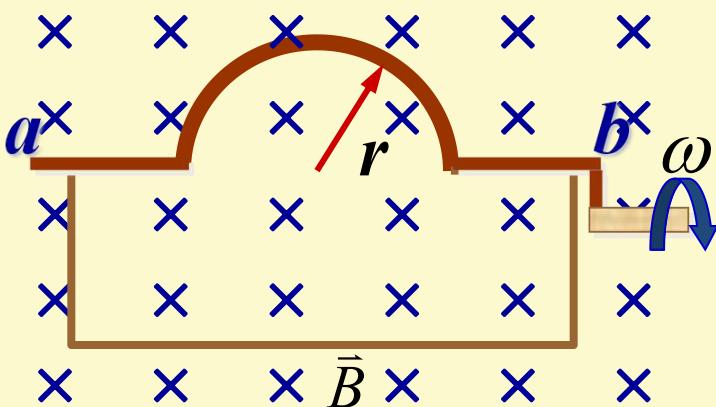
解 $\omega = \frac{2\pi n}{60} = 120\pi \text{ s}^{-1}$

$$\Phi_m = \bar{B} \cdot S = BS \cos \theta$$

$$= B \frac{\pi r^2}{2} \cos \omega t$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = B \frac{\pi r^2}{2} \omega \sin \omega t$$

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{B \pi r^2 \omega}{2R} \sin \omega t$$



$$\mathcal{E}_{im} = 2.96 \text{ V}$$

$$I_{im} = 2.96 \text{ mA}$$

例8-2 一长直导线通以电流 $i = I_0 \sin \omega t$ (I_0 为常数). 旁边有一个边长分别为 l_1 和 l_2 的矩形线圈abcd与长直电流共面, ab边距长直电流 r . 求线圈中的感应电动势.

解 建立坐标系 Ox 如图

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_r^{r+l_1} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} l_2 dx$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 l_2}{2\pi} \sin \omega t \ln \frac{r + l_1}{r}$$

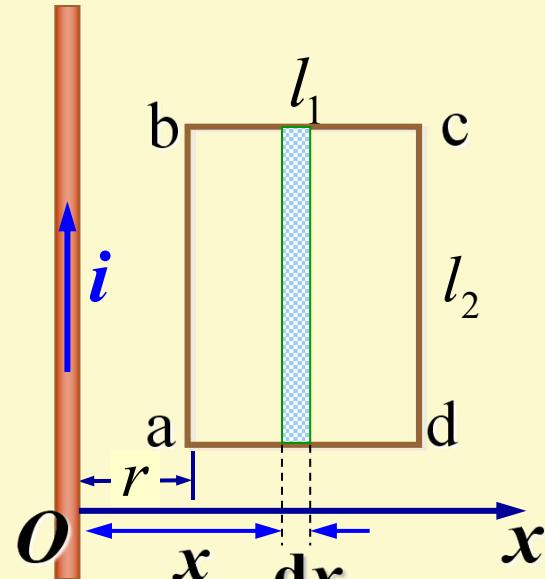
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} l_2 \omega \cos \omega t \ln \frac{r + l_1}{r}$$

当 $0 < \omega t < \frac{\pi}{2}$ 时, $\cos \omega t > 0$

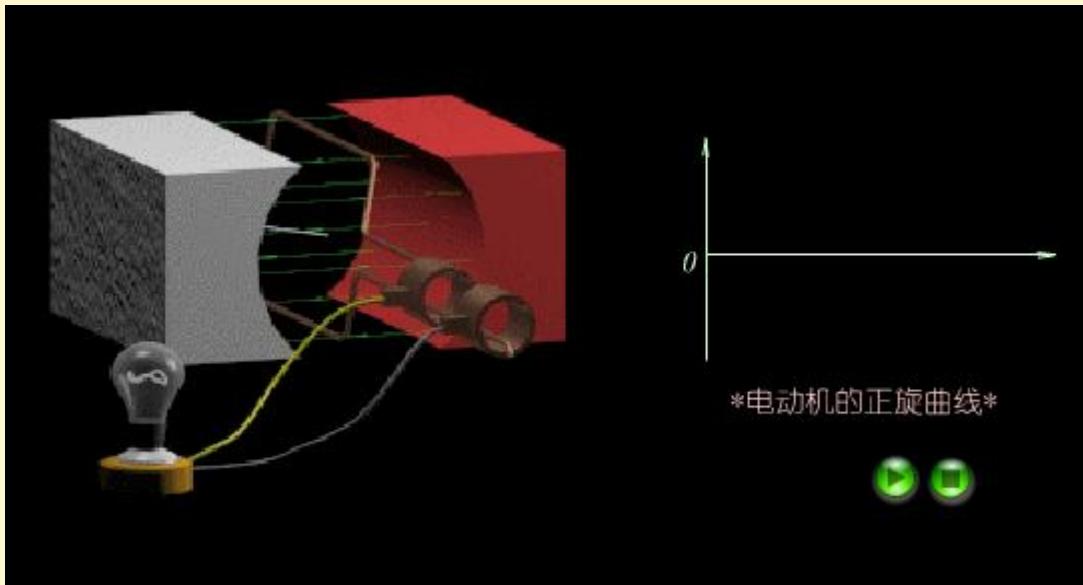
$\varepsilon_i < 0$ 为逆时针转向

当 $\frac{\pi}{2} < \omega t < \pi$ 时, $\cos \omega t < 0$

$\varepsilon_i > 0$ 为顺时针转向



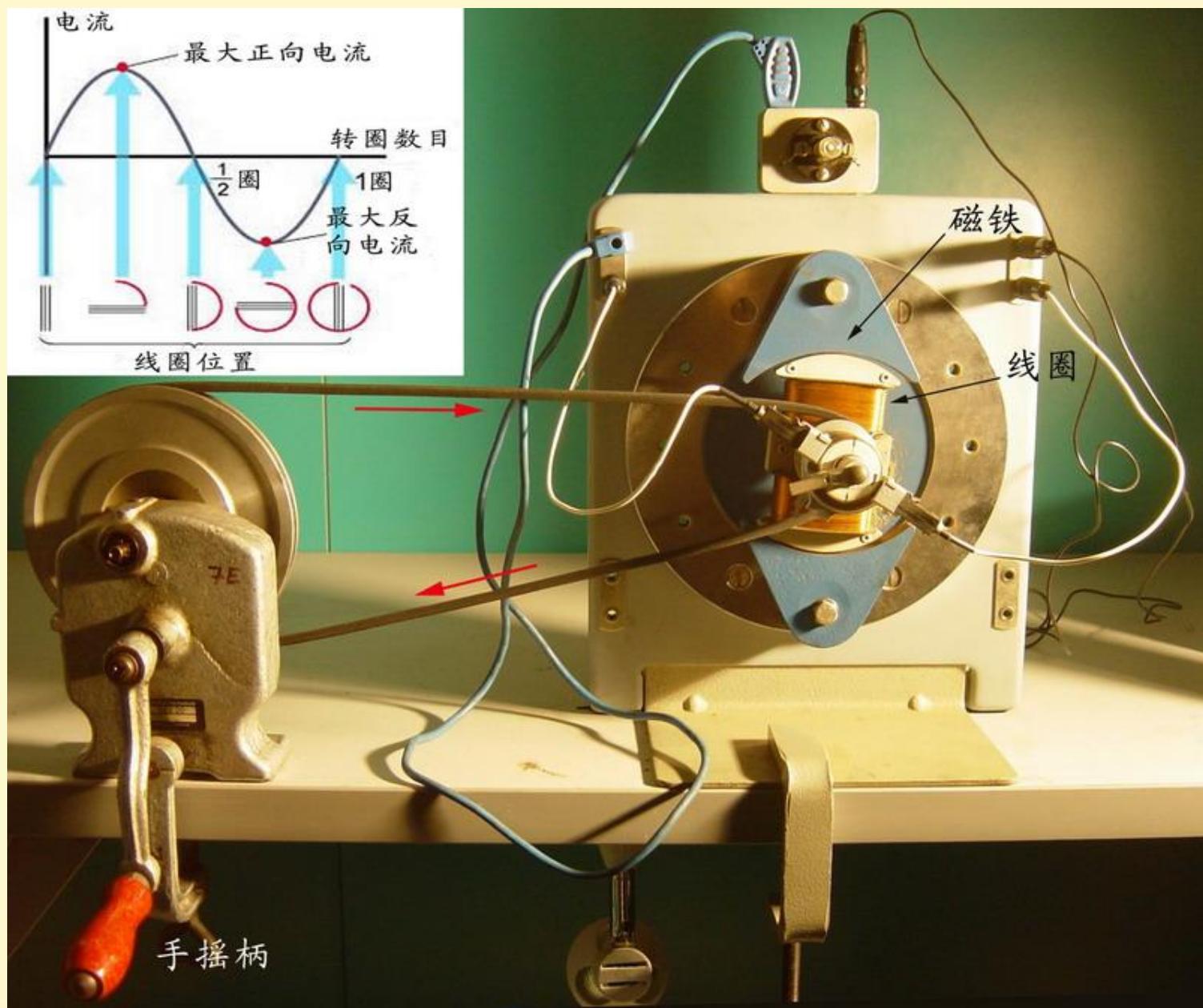
8.1.2 线圈在磁场中转动——交流发电机(alternator)



线圈在磁场中旋转→线圈切割磁感线→产生感应电动势
→产生感应电流.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -N \frac{d}{dt} (BS \cos \theta) = NBS\omega \sin \theta$$

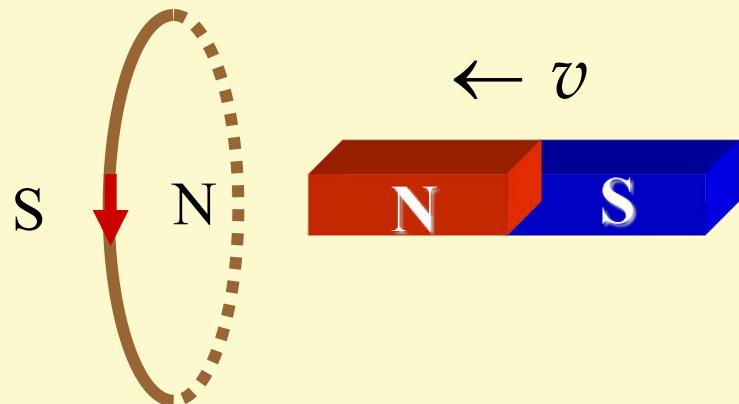
$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_m \sin \theta}$$



引起 Φ_m 变化的原因? 与参考系选择有关吗?

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cos \theta dS$$

B 变 感生电动势
 θ 变 导体转动
 S 变导体平动 } 动生电动势



对线圈参考系: \vec{B} 变化

对磁铁参考系:

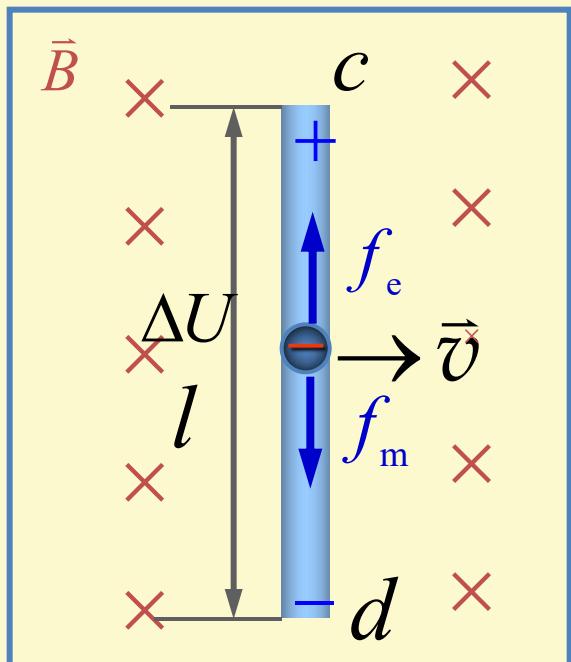
\vec{B} 不变, 线圈运动

不同惯性系中的变换很难概括为一个简单公式, 分两种情况处理.

§ 8-2 动生电动势

8.2.1 动生电动势(motional electromotive force)的成因

产生 $\varepsilon_{\text{动}}$ 的非静电力是什么?

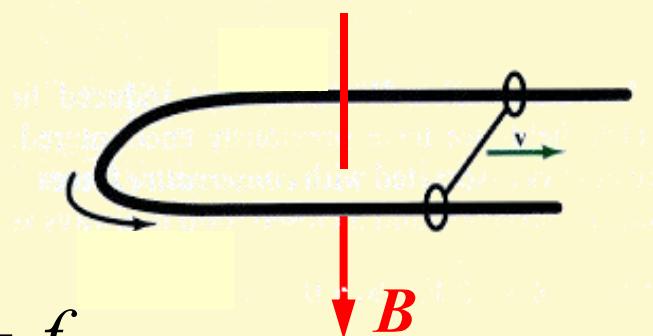


平衡时 $f_m = f_e$

$$qvB = qE = q \frac{\Delta U}{l}$$

$$\Delta U = Blv$$

cd ~ 电源, 反抗 \vec{f}_e 做功, 将 $+q$ 由负极 \rightarrow 正极, 维持 ΔU 的非静电力 —— 洛伦兹力 \vec{f}_m

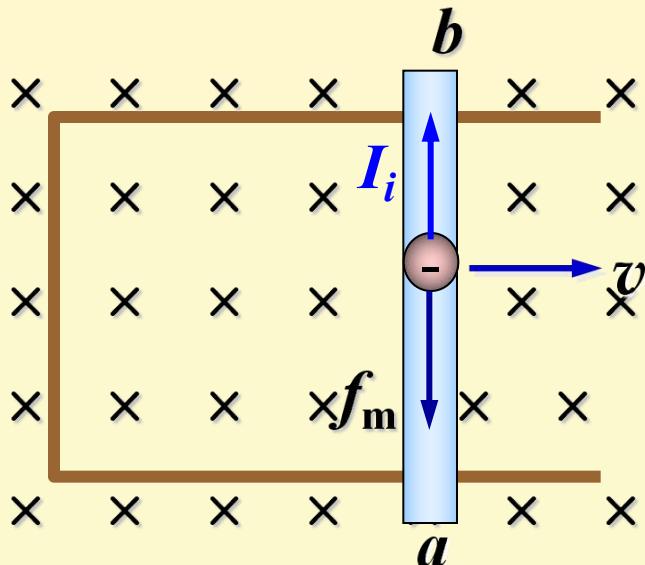


8.2.2 动生电动势的一般公式

产生 $\varepsilon_{\text{动}}$ 的非静电力

$$\vec{F}_K = \vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

非静电场强 $\vec{E}_K = \frac{\vec{f}_m}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$



由电动势定义: $\varepsilon_{\text{动}} = \int_{\text{(经内电路)}}^+ \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = \int_{\text{(经内电路)}}^+ (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

或: $\varepsilon_{\text{动}} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

说明: ① 动生电动势存在于运动导体上; 不动的导体不产生电动势, 是提供电流运行的通路.

② 非回路的导体在磁场中运动, 有动生电动势但没有感应(动生)电流.

③ 导线切割磁感线时才产生动生电动势.

动生电动势的计算

1. 定义求解: $\mathcal{E}_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

2. 法拉第电磁感应定律求解: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}$

若回路不闭合, 需增加辅助线使其闭合. 计算时只计大小, 方向由楞次定律决定.

例8-3 一矩形导体线框, 宽为 l , 与运动导体棒构成闭合回路. 如果导体棒以速度 v 作匀速直线运动, 求回路内的感应电动势.

解 方法一

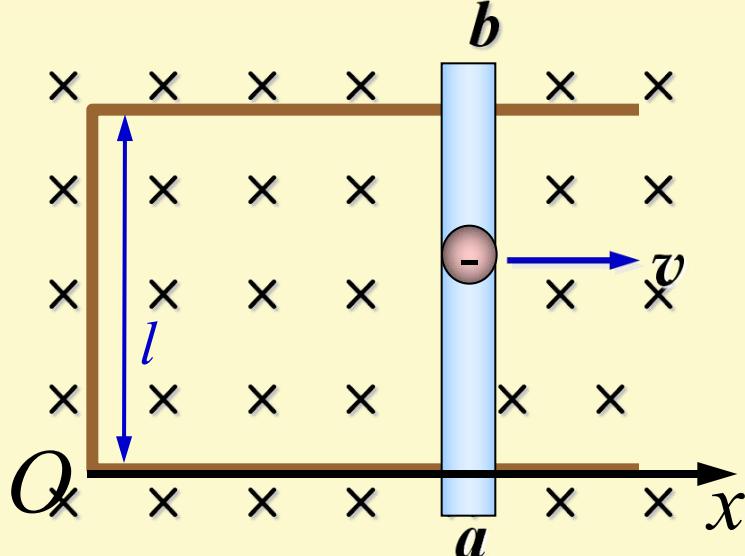
$$\varepsilon_i = \int_a^b (\bar{v} \times \bar{B}) \cdot d\bar{l} = \int_0^l v B dl$$

$= vBl$ 电动势指向 $a \rightarrow b$

方法二 $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ $\Phi_m = Blx$

$$\varepsilon_i = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = Bl \frac{dx}{dt} = Blv \quad \text{电动势指向 } a \rightarrow b$$

条件: 直导线; 均匀磁场; 导线上的 v 相等; l 、 B 、 v 三者互相垂直



例8-4 如图所示, 一矩形导线框在无限长载流导线I 的场中向右运动, 求其动生电动势.

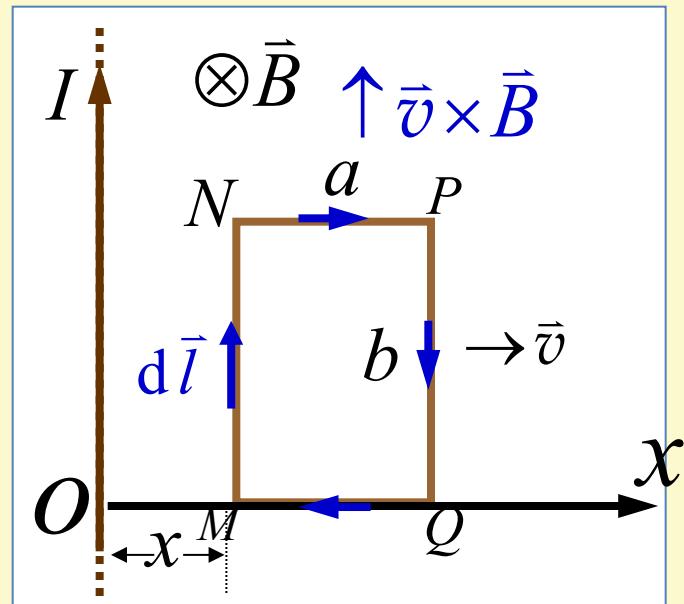
解一 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向 \otimes

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = \frac{\mu_0 I v}{2\pi x} \text{ 方向 } \uparrow$$

$$\varepsilon_{\text{动}} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_N^P (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_P^Q (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_Q^M (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_0^b \frac{\mu_0 I v dl}{2\pi x} + 0 + \int_0^b \left[-\frac{\mu_0 I v dl}{2\pi(x+a)} \right] + 0 = \frac{\mu_0 I v ab}{2\pi x(x+a)}$$

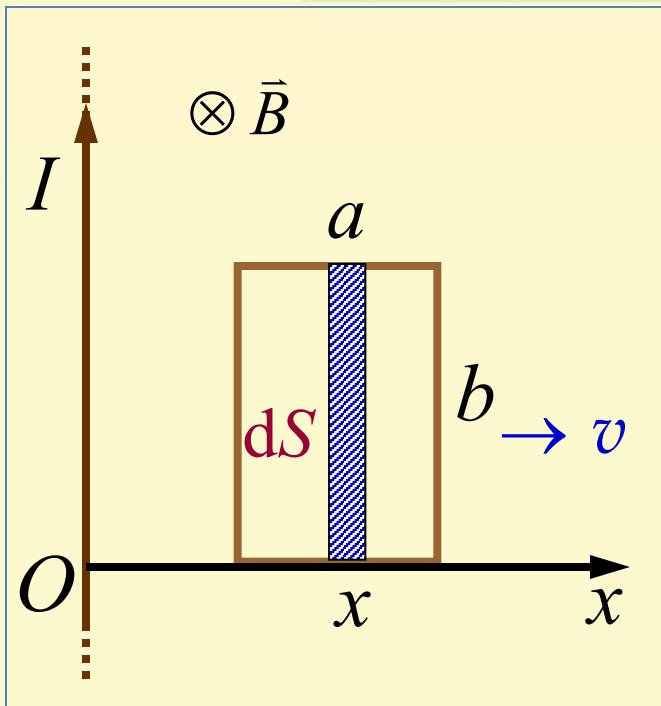


解二

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$dS = bdx$$

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 Ib dx}{2\pi x}$$



$$\Phi_m = \int d\Phi_m = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}$$

$$\mathcal{E}_{\text{动}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d\Phi_m}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)} \quad \text{方向} \curvearrowright$$

v

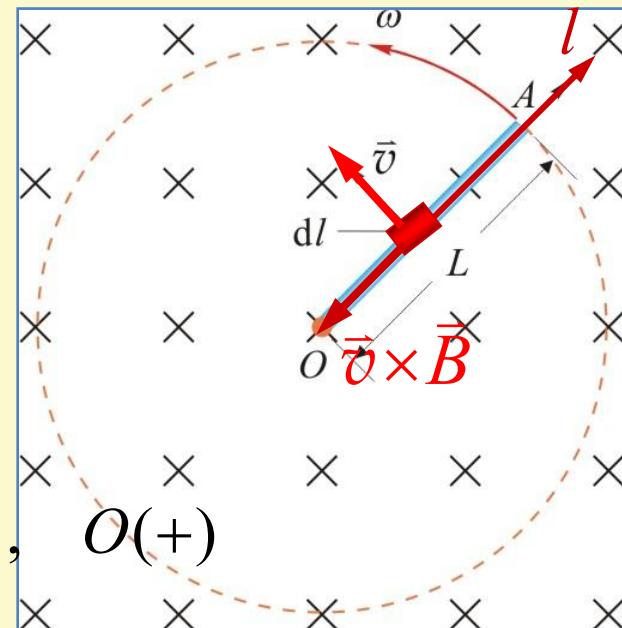
例8-5 长 L 的铜棒 OA , 绕其固定端 O 在均匀磁场 \vec{B} 中以 ω 逆时针转动, 铜棒与 \vec{B} 垂直, 求 $\varepsilon_{\text{动}}$. (对比P.273例8-4)

解一 取线元 $d\vec{l}$

$$v = \omega l \quad (\vec{v} \times \vec{B}) \text{ 与 } d\vec{l} \text{ 反}$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = -vBd\vec{l} \\ &= -B\omega l dl \end{aligned}$$

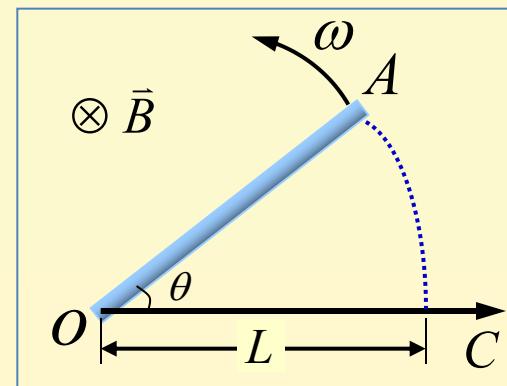
$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^L B\omega l dl = \frac{1}{2}B\omega L^2 \quad A(-),$$



解二 加辅助线构成扇形闭合回路 $AOCA$

$$\Phi_m = BS_{AOCA} = B \cdot \frac{1}{2} L^2 \theta$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{1}{2} BL^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} BL^2 \omega$$



§ 8-3 感生电动势 感生电场

8.3.1 感生电动势

1. 感生电动势(induced electromotive force):

导体回路不动, 由于磁场变化产生的感应电动势.

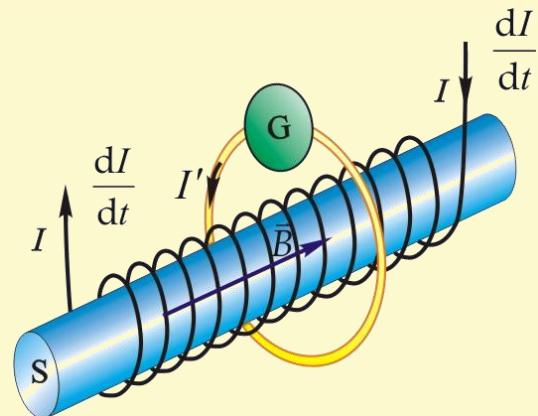
$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\psi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S N \bar{B} \cdot d\bar{S} = -N \iint_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$

2. 产生感生电动势的非静电力

问题: 是不是洛伦兹力?

$v = 0, \vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B} = 0$ 不是洛伦兹力

只可能是一种新型的电场力



1861年麦克斯韦假设: 变化的磁场在周围空间将激发电场——**感生电场**. 感生电流的产生就是这一电场作用于导体中的自由电荷的结果.

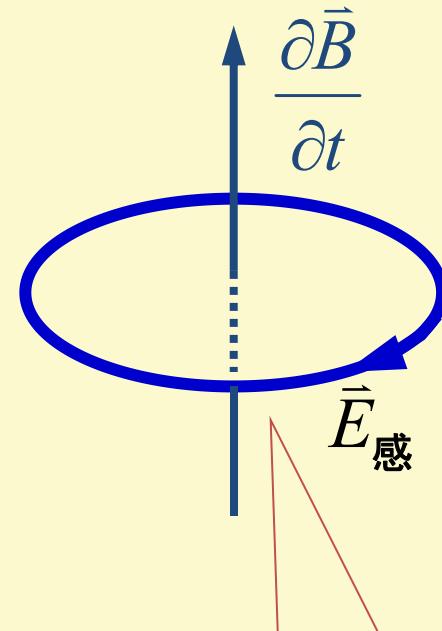
感生电动势:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$$

8.3.2 感生电场(induced electric field)

电磁场的基本方程之一:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



“-”的含义

结论:

- (1) 变化的磁场所能够激发电场.
- (2) 感生电场为涡旋场, 又称 “涡旋电场” (eddy electric field).

两种电场比较

	静电场	感生电场
起源	静止电荷	变化磁场
性质	$\oint_S \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{\text{内}}$ $\oint_L \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} = 0$ 有源、保守场	$\oint_S \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{S} = 0$ $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ 无源、非保守(涡旋)场
特点	不能脱离源电荷存在	可以脱离“源”在空间传播
对场中电荷的作用	$\vec{F}_{\text{静}} = q\vec{E}_{\text{静}}$	$\vec{F}_{\text{感}} = q\vec{E}_{\text{感}}$
联系	$\vec{F}_{\text{感}}$ 作为产生 $\epsilon_{\text{感}}$ 的非静电力, 可以引起不闭合导体中产生电荷堆积, 从而建立起静电场.	

8.3.3 感生电动势的计算

1. 定义求解: $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

若导体不闭合, 则 $\varepsilon_i = \int_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

该方法只能用于 $E_{\text{感}}$ 为已知或可求解的情况

2. 法拉第电磁感应定律求解:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

若导体不闭合, 需作辅助线.

例8-6 已知半径为 R 的长直螺线管中的电流随时间变化, 若管内磁感应强度随时间增大, 即 $\frac{dB}{dt} = \text{恒量} > 0$, 求感生电场分布. (P.276 例8-6)

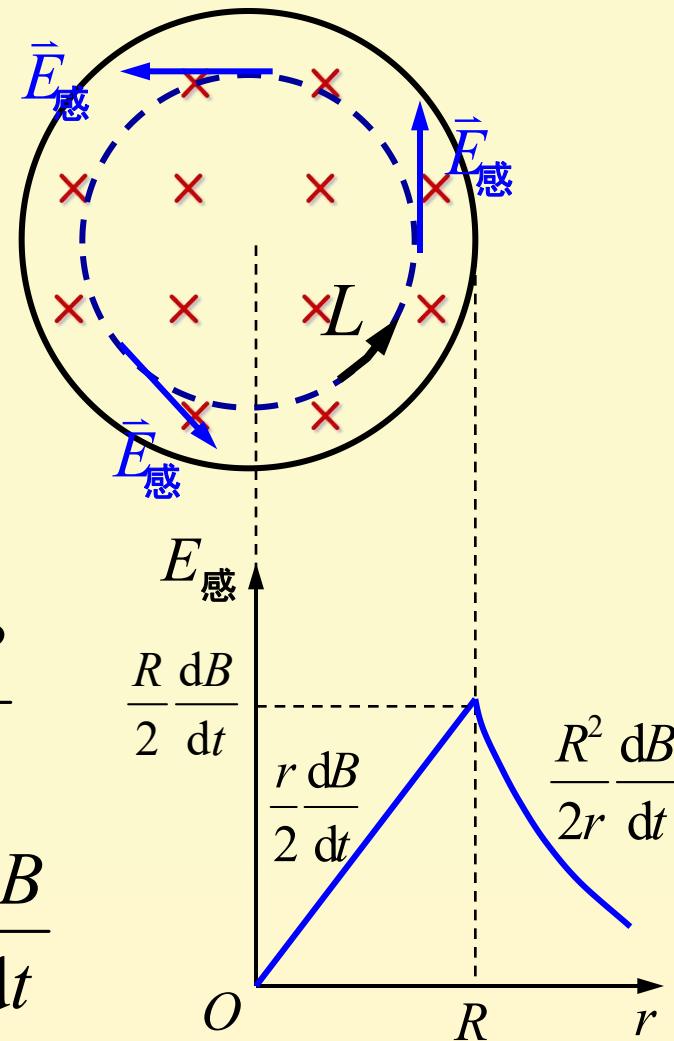
解 选择一回路 L , 逆时针绕行

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$E_{\text{感}} 2\pi r = \iint_S \frac{dB}{dt} dS$$

$$r < R, E_{\text{感}} 2\pi r = \frac{dB}{dt} \pi r^2 \quad E_{\text{感}} = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$r > R, E_{\text{感}} 2\pi r = \frac{dB}{dt} \pi R^2 \quad E_{\text{感}} = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$



练习 在上题长直螺线管一截面内放置长为 $2R$ 的金属棒(图示), $ab=bc=R$, 求棒中感生电动势. (比较P.277 例8-7)

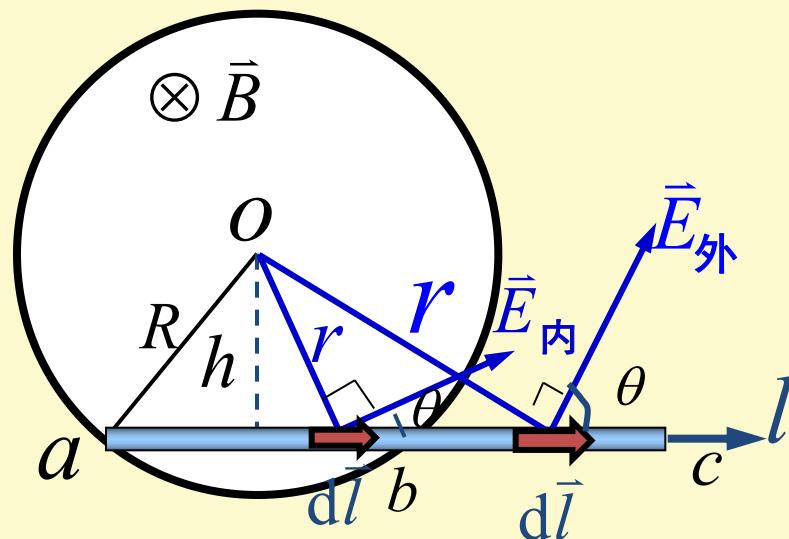
解一 感生电场分布

$$E_{\text{内}} = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}, E_{\text{外}} = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{\text{感}} = \mathcal{E}_{ab} + \mathcal{E}_{bc} = \int_a^b \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_a^b \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta + \int_b^c \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta$$

$$= \frac{3\sqrt{3} + \pi}{12} R^2 \frac{dB}{dt} \quad a(-), c(+)$$



$$r^2 = h^2 + \left(l - \frac{R}{2}\right)^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} R \quad \cos \theta = \frac{h}{r}$$

解二 连接 Oa, Oc , 形成闭合回路 ΔOac

$\because \vec{E}_{\text{感}} \perp \text{半径}$

$$\varepsilon_{Oa} = \varepsilon_{Oc} = 0$$

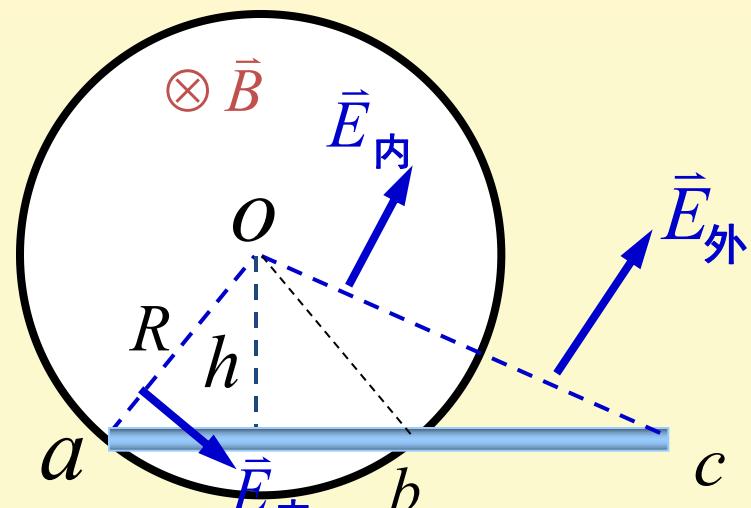
$$\varepsilon_{Oac} = \varepsilon_{Oa} + \varepsilon_{ac} + \varepsilon_{Oc} = \varepsilon_{ac}$$

通过 ΔOac 的磁通量:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B(S_{\Delta Oab} + S_{\text{扇}}) = B\left(\frac{3\sqrt{3} + \pi}{12} R^2\right)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{3\sqrt{3} + \pi}{12} R^2 \frac{dB}{dt}$$

$a (-), c (+)$



例8-7 在亥姆霍兹线圈中间轴上放一半径为0.1m的小线圈，在小线圈所包围的面积内磁场近似均匀。设在亥姆霍兹线圈中通以交变电流激发磁场 $5.0 \times 10^{-3}(\sin 100\pi t)$ 。求小线圈中的感生电动势和感生电场强度。

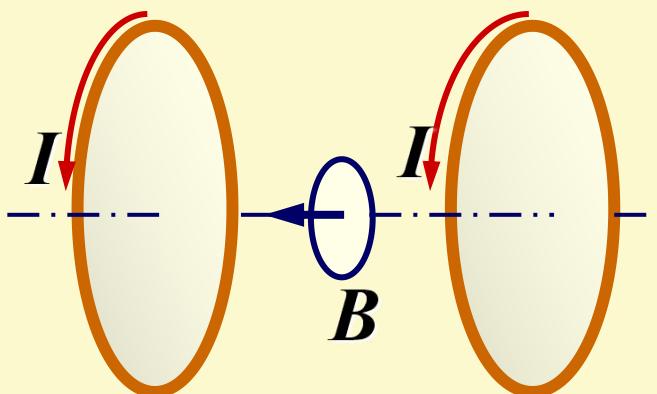
解 $B = 5.0 \times 10^{-3} \sin 314t$

$$\Phi_m = \pi r^2 B$$

$$= 0.1^2 \pi \times 5.0 \times 10^{-3} \sin 314t$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -0.05 \cos 314t$$

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = E_k 2\pi r \quad E_k = \frac{\mathcal{E}_i}{2\pi r} \approx 0.08 \cos 314t$$



例8-8 某空间区域存在垂直向里且随时间变化的非均匀磁场 $B=kx\cos\omega t$. 其中有一弯成 θ 角的金属框COD, OD与x轴重合. 一导体棒沿x方向以速度 v 匀速运动. 设 $t=0$ 时 $x=0$, 求框内的感应电动势.

解 设某时刻导体棒位于 l 处

$$dS = ydx = x \tan \theta dx$$

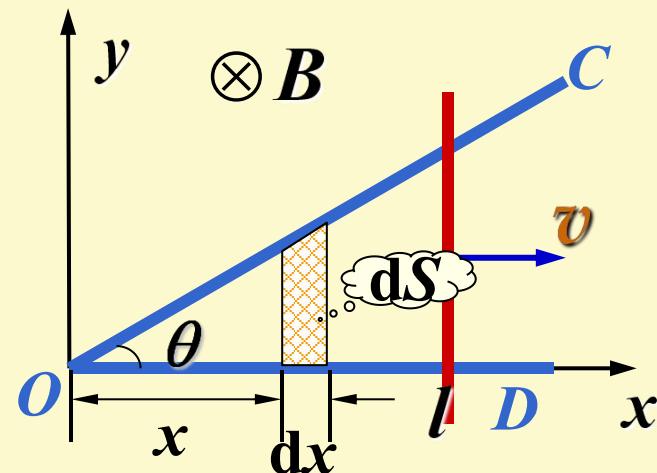
$$\begin{aligned}\Phi &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^l kx \cos \omega t \cdot x \tan \theta dx \\ &= \frac{1}{3} kl^3 \tan \theta \cos \omega t\end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{3} kl^3 \tan \theta \cdot \omega \sin \omega t - kl^2 \frac{dl}{dt} \tan \theta \cos \omega t$$

$$\downarrow$$

$$l = vt$$

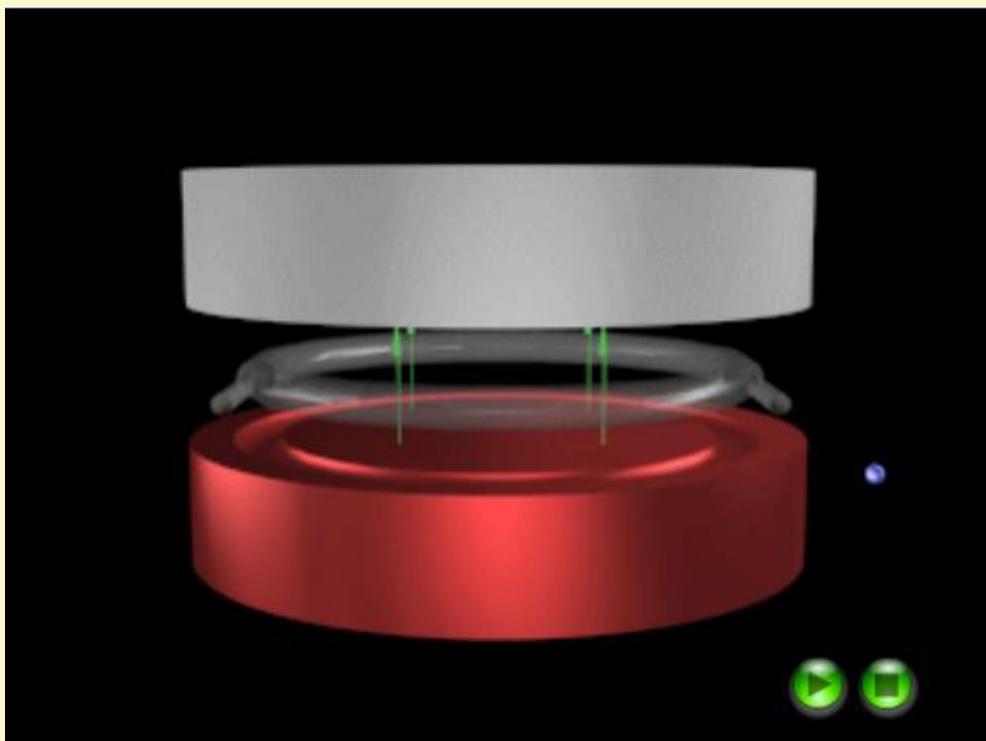
$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{3} kv^3 t^2 \tan \theta (\omega t \sin \omega t - 3 \cos \omega t)$$



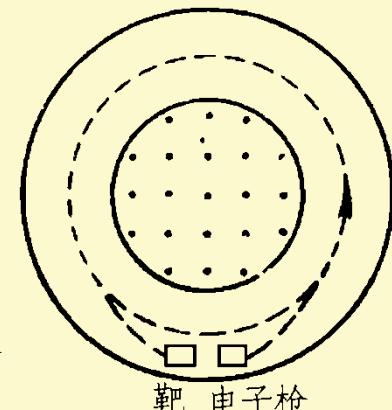
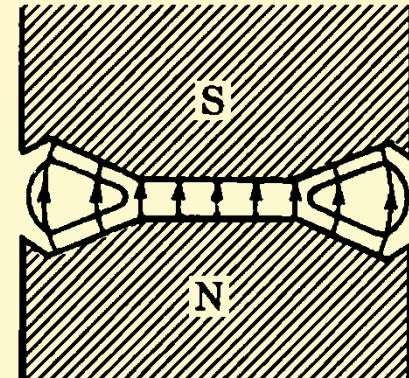
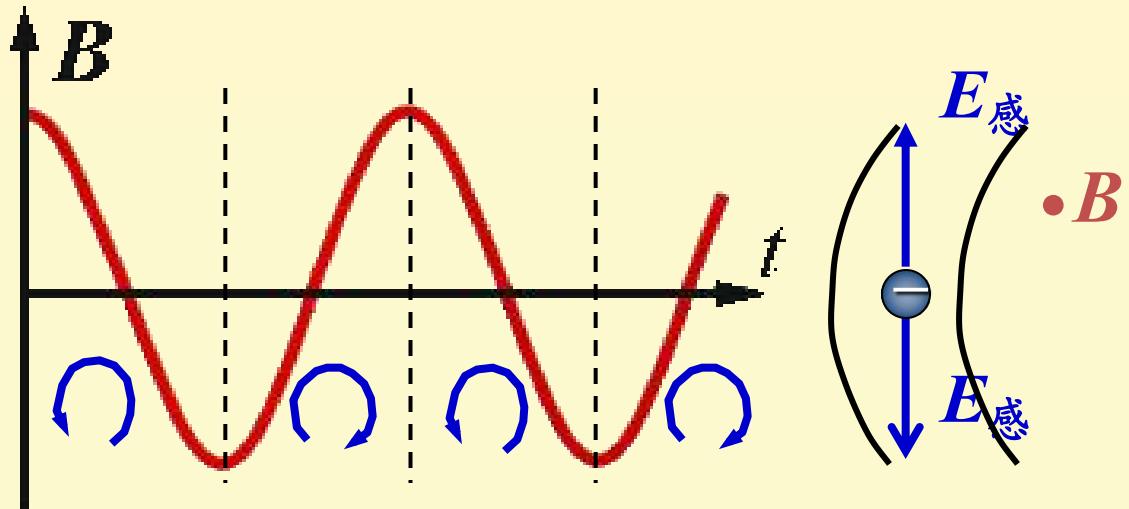
8.3.4 感生电场存在的实验验证

1. 电子感应加速器(induction electron accelerator)——利用涡旋电场加速电子以获得高能粒子的一种装置.

原理: 在电磁铁的两极之间安置一个环形真空室, 当用交变电流励磁电磁铁时, 在环形室内除了有磁场外, 还会感应出很强的、同心环状的涡旋电场. 用电子枪将电子注入环形室, 电子在洛伦兹力的作用下, 沿圆形轨道运动, 在涡旋电场的作用下被加速.



实验模拟



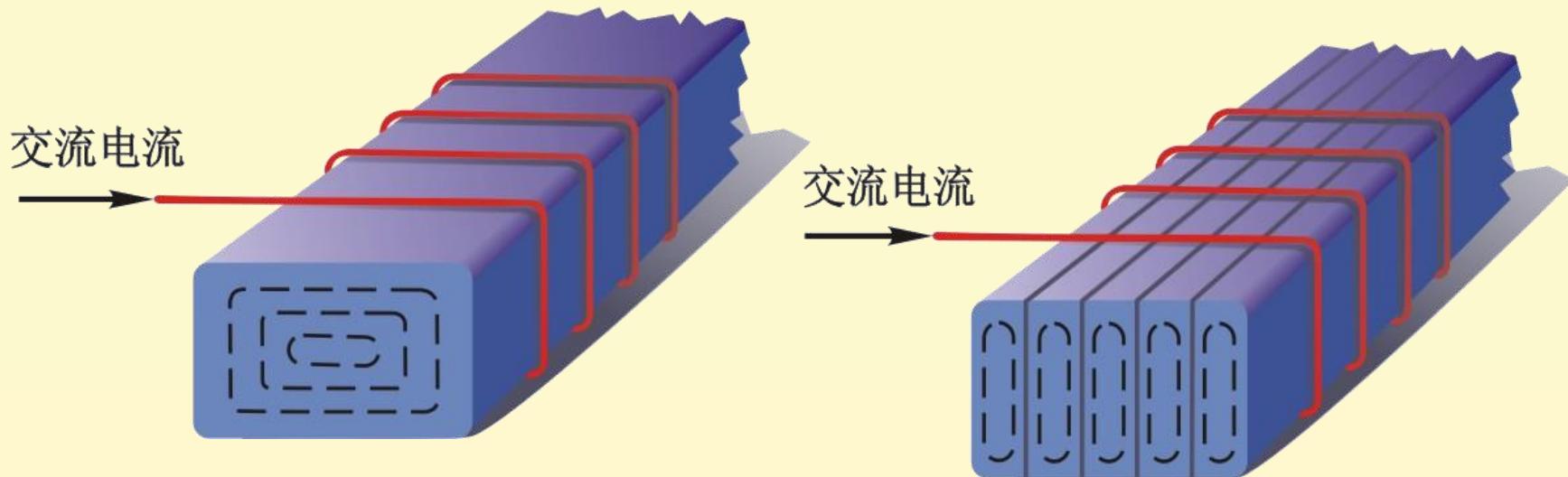
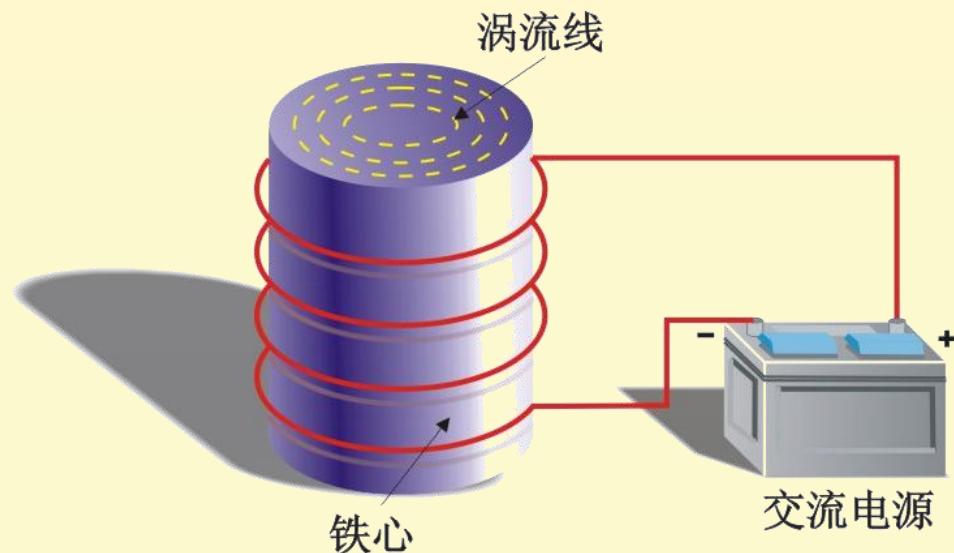
能量关系: $\varepsilon = \oint_L \vec{E}_\text{感} \cdot d\vec{l}$ $e\varepsilon = e \oint_L \vec{E}_\text{感} \cdot d\vec{l}$

电子运动一周 $\vec{E}_\text{感}$ 的功转换为电子的能量 $e\varepsilon$

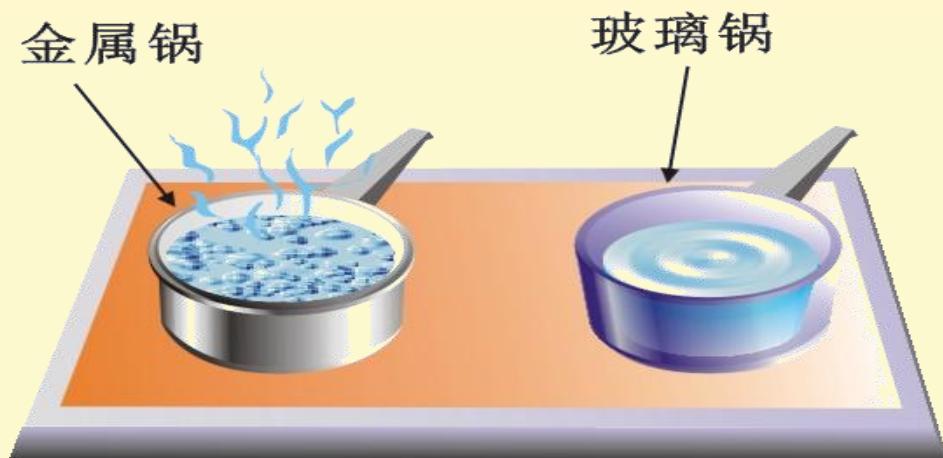
电子在涡旋电场作用下被加速, 其速度可达到10~100MeV

2. 涡电流(eddy current)

当大块导体放在变化的磁场中，在导体内部会产生感应电流，由于这种电流在导体内自成闭合回路，故称为涡电流。



1) 涡电流的热效应(heat effect)



电磁灶

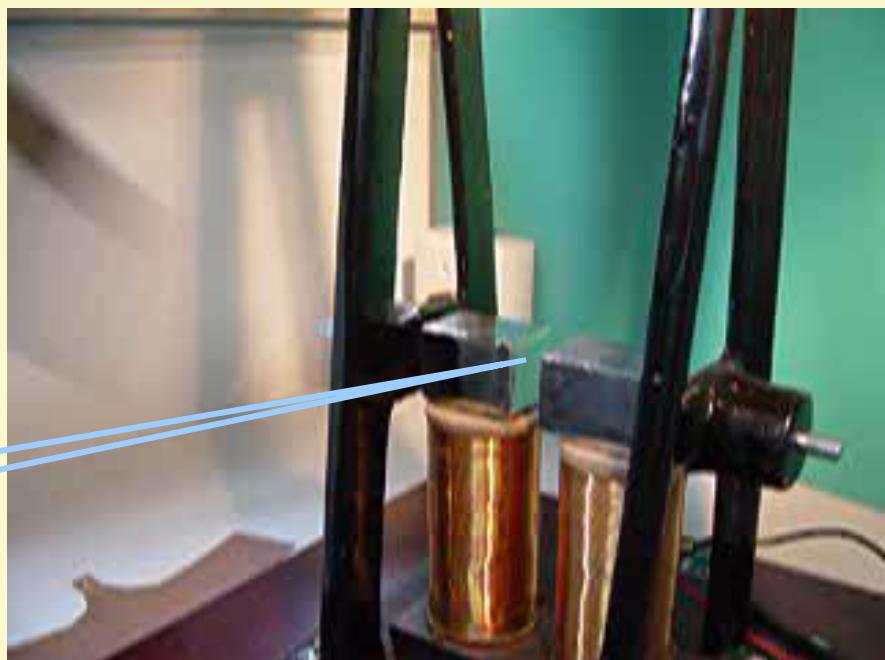
高频加热(冶金)



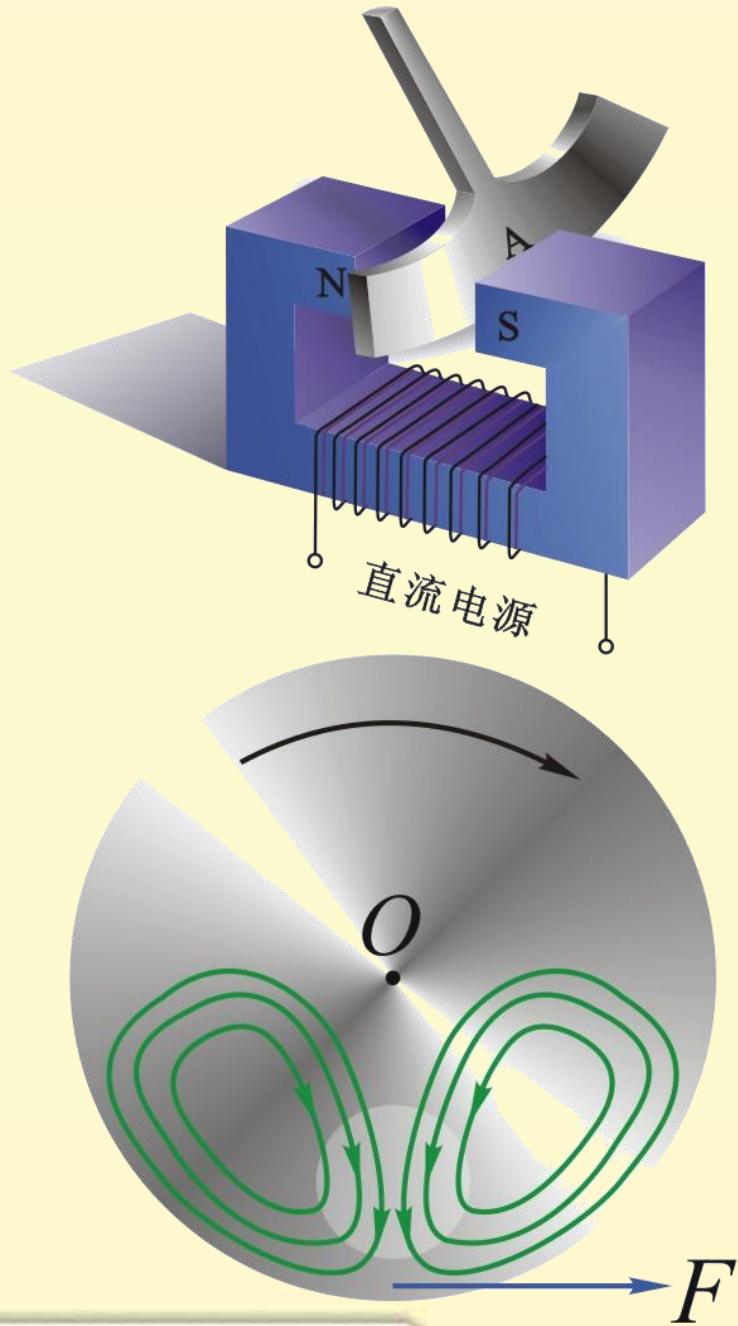
2) 涡电流的机械效应(machine effect)——磁阻尼摆



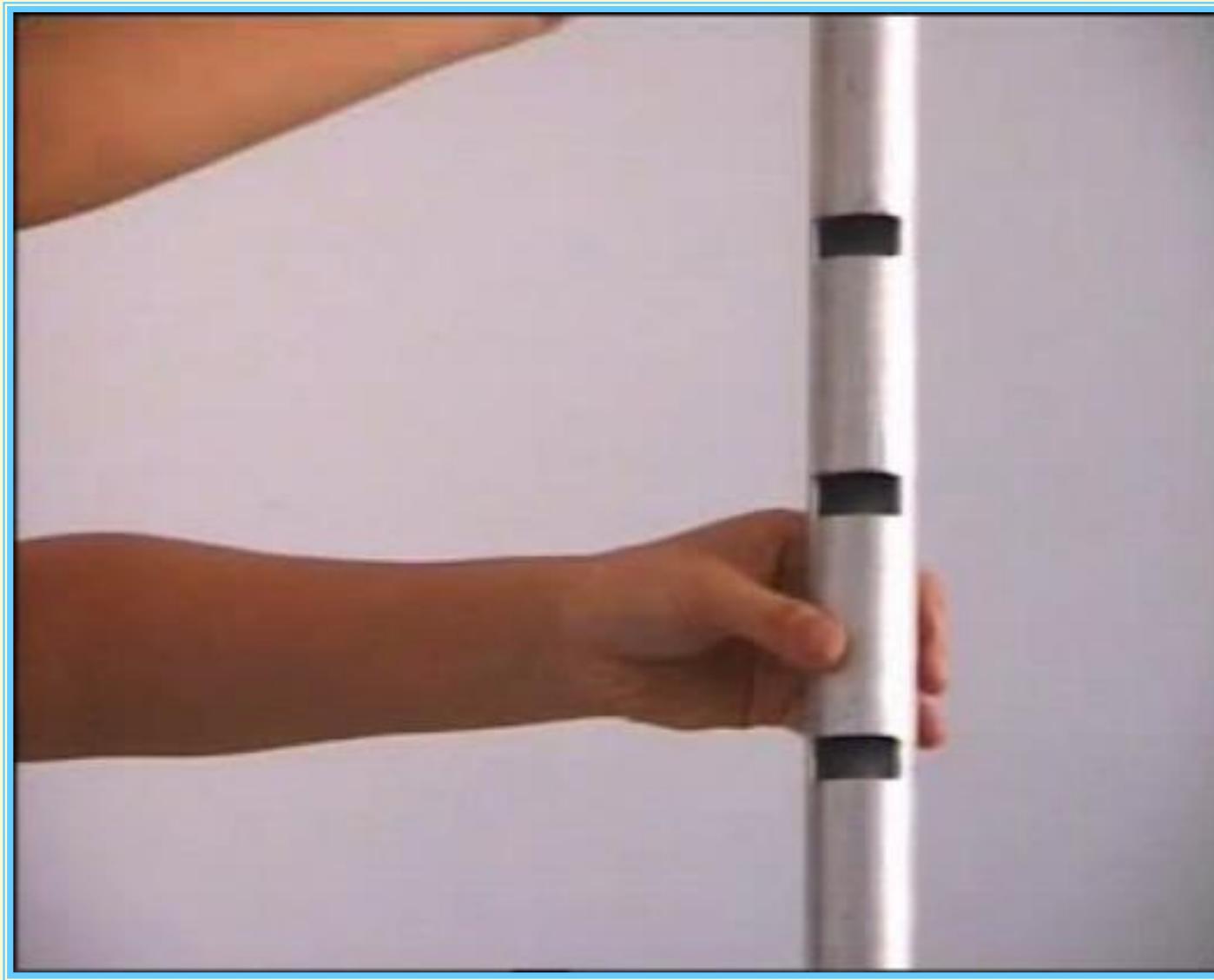
导体复摆

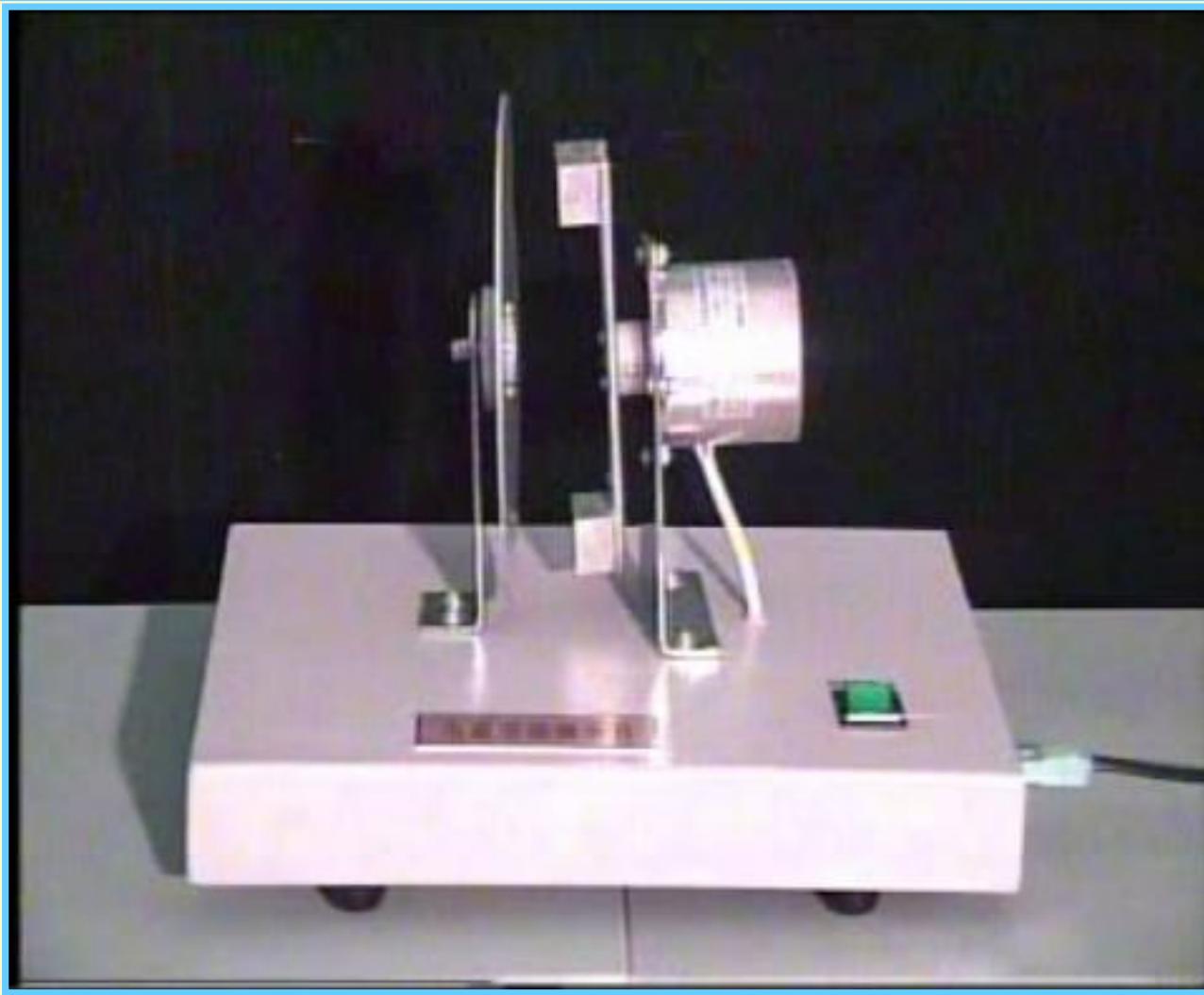


梳状导体复摆



电磁阻尼





电 磁 驱 动

电磁感应 { 动生电动势
 感生电动势 (涡旋电场) } { 自感电动势
 互感电动势 } → 磁场能量

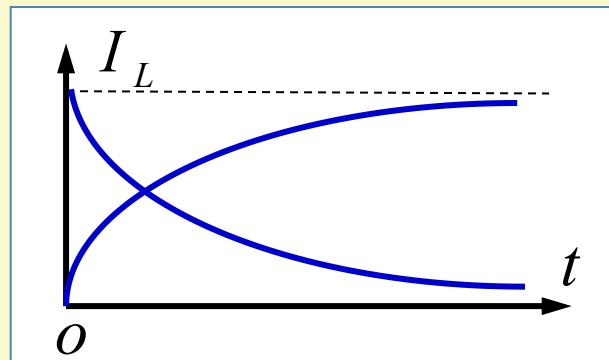
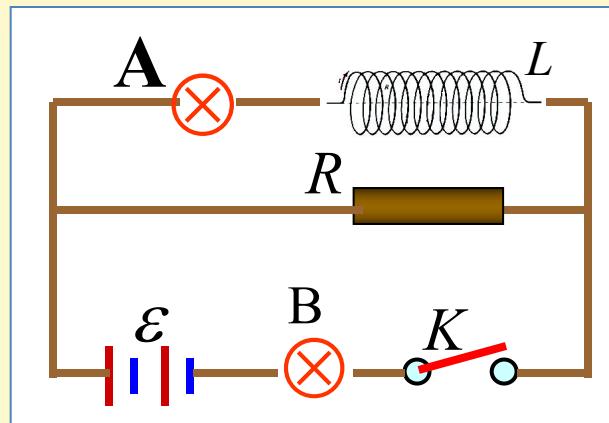
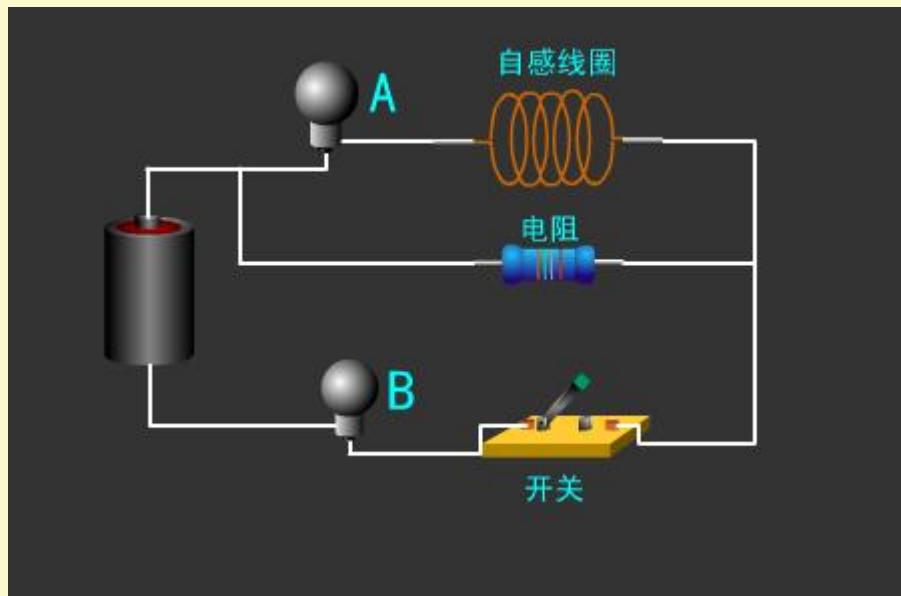
变化的电流 → 变化磁场 → 感生电动势



§ 8-4 自感和互感

8.4.1 自感

1. 自感现象



由于回路中电流变化,引起穿过回路包围面积的全磁通变化,从而在回路自身中产生感生电动势的现象叫**自感现象**(self-inductance).

自感电动势 \mathcal{E}_L

2. 自感系数

(1) 定义 $B \propto I$, 又 $\Psi_m \propto B$ $\Psi_m = LI$

L 称为**自感系数**简称**自感**. 单位: **亨利(H)**

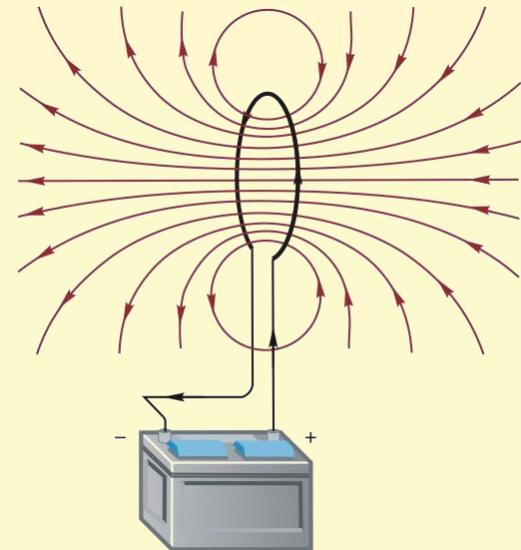
自感系数 L 取决于回路线圈自身的性质
(回路大小、形状、周围介质等)

根据法拉第电磁感应定律:

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt})$$

如果回路自身性质不随时间变化, 则:

$$\boxed{\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}}$$



(2) 自感系数的物理意义

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt} \quad \xrightarrow{\text{red arrow}} \quad L = -\varepsilon_L / \frac{dI}{dt}$$

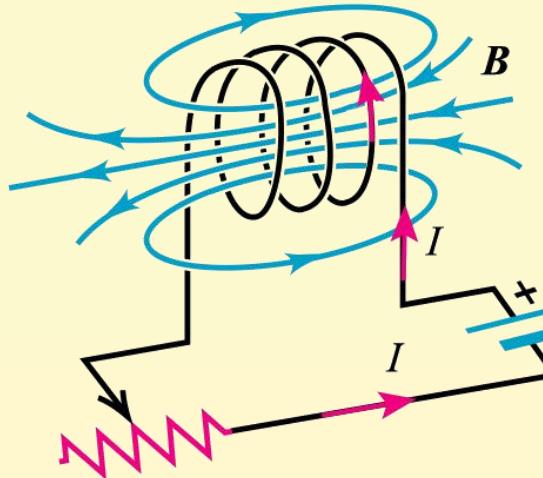
当线圈中电流变化率为一个单位时, 线圈中自感电动势的大小. 负号: ε_L 总是阻碍 I 的变化

$\frac{dI}{dt}$ 一定, $L \uparrow \rightarrow |\varepsilon_L| \uparrow$ 线圈阻碍 I 变化能力越强.

L : 描述线圈电磁惯性的大小

(3) 自感系数的计算

- 1) 设线圈通有电流 I
- 2) 确定 B 和 Ψ_m
- 3) 按 $\Psi_m = LI$, 解出 L



例8-9 长为 l 的螺线管, 横断面为 S , 线圈总匝数为 N , 管中磁介质的磁导率为 μ . 求自感系数. (P.284 例8-9)

解

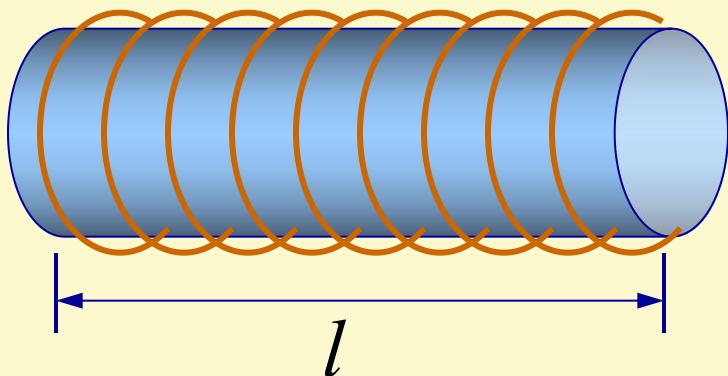
$$B = \mu \frac{N}{l} I$$

$$\Psi_m = NBS = \mu \frac{N^2}{l} IS$$

$$L = \frac{\Psi_m}{I} = \mu \frac{N^2}{l} S = \mu \frac{N^2}{l^2} lS$$

线圈体积: $V = lS$ $n = \frac{N}{l}$

$$L = \mu n^2 V$$



提高 L 的途径 { 增大 V
提高 n
放入 μ 值高的介质 } 实用

例8-10 一电缆由两个“无限长”的同轴圆桶状导体组成，其间充满磁导率为 μ 的磁介质，电流 I 在内桶向上流，外桶向下流。设内、外桶半径分别为 R_1 和 R_2 ，求单位长度的一段导线的自感系数。(P.284 例8-10)

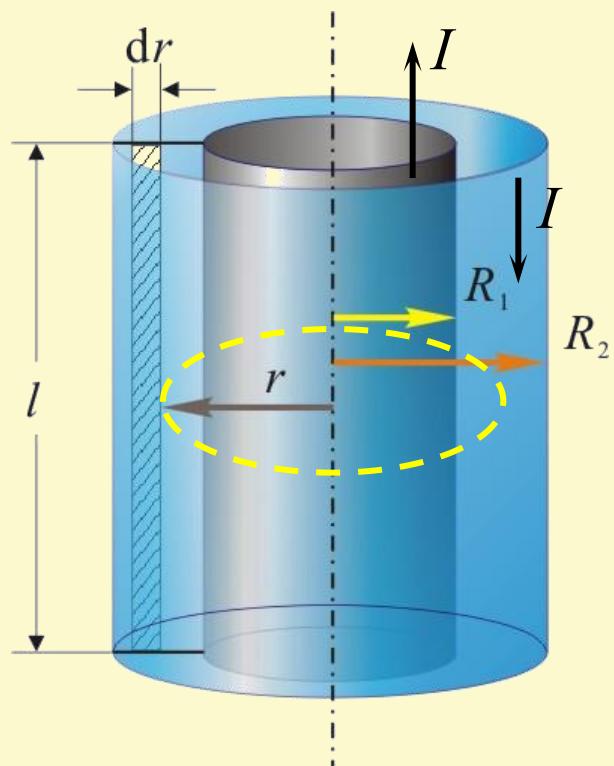
解 两圆柱面间磁场为

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$d\Phi_m = BdS = Bl dr$$

$$\Phi_m = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu Il}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

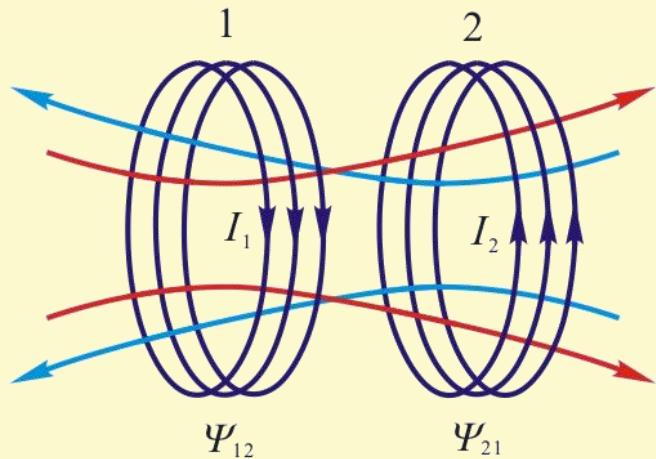
$$L = \frac{\Phi_m}{Il} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



8.4.2 互感现象

1. 互感现象

一个载流回路中电流的变化引起邻近另一回路中产生感应电动势的现象称为**互感现象**(mutual-inductance), 所产生的电动势称为**互感电动势**(mutual Emf).



$$\left. \begin{aligned} \Psi_{21} &= N_2 \Phi_{21} = M_{21} I_1 \\ \Psi_{12} &= N_1 \Phi_{12} = M_{12} I_2 \end{aligned} \right\} M_{12} = M_{21} = M$$

**互感系数简称互感
单位: 亨利(H)**

2. 互感系数

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -(M \frac{dI_1}{dt} + I_1 \frac{dM}{dt})$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -(M \frac{dI_2}{dt} + I_2 \frac{dM}{dt})$$

若 M 保持不变, 则:

$$\mathcal{E}_{21} = -M \frac{dI_1}{dt} \quad \mathcal{E}_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$$

3. 互感系数 M 的物理意义

互感系数 $M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$

当一回路中通过单位电流时, 引起的通过另一回路的全磁通.

$$M = -\frac{\mathcal{E}_{21}}{dI_1/dt} = -\frac{\mathcal{E}_{12}}{dI_2/dt}$$

当一个回路中电流变化率为一个单位时, 在相邻另一回路中引起的互感电动势.

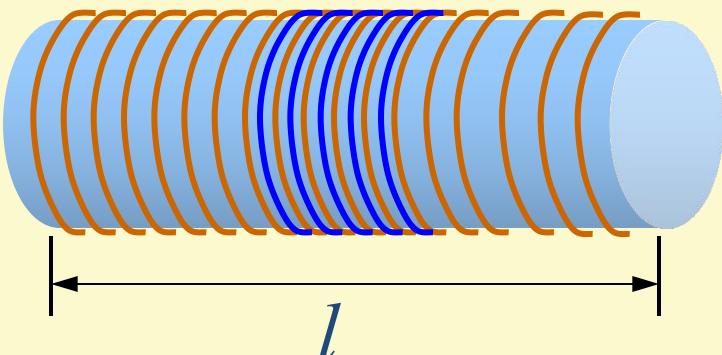
本质: 表征两耦合回路相互提供磁通量的强弱.

例8-11 设在一长为1m、横断面积 $S=10\text{cm}^2$ 、密绕 $N_1=1000$ 匝线圈的长直螺线管中部, 再绕 $N_2=20$ 匝的线圈. (1)计算互感系数; (2)若回路1中电流的变化率为 $10\text{A}\cdot\text{s}^{-1}$, 求回路2中引起的互感电动势.

解

$$B = \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1$$

$$\Psi_{21} = B S N_2 = \mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1 S}{l}$$



$$M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l} = 2.51 \times 10^{-5} \text{ H}$$

$$\varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt} = -2.51 \times 10^{-5} \times 10 \text{ H} = -2.51 \times 10^{-4} \text{ H}$$

计算 M 的方法: 设 $I_1 \rightarrow \vec{B}_1 \rightarrow$ 穿过回路2的 ψ_{21}

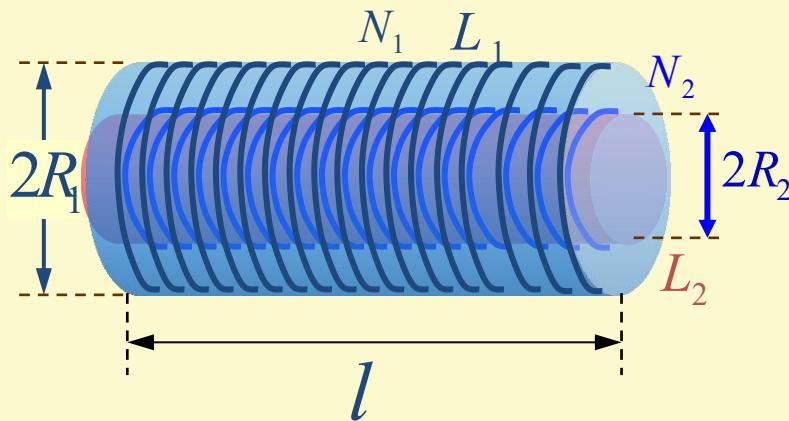
$$\psi_{21} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \rightarrow \text{得 } M = \frac{\psi_{21}}{I_1}$$

练习: 求图示两共轴长直细螺线管的互感系数.

已知: $R_1, N_1, L_1, l, R_2, N_2, L_2, l$

求: M

解 设内管通电流 I_2

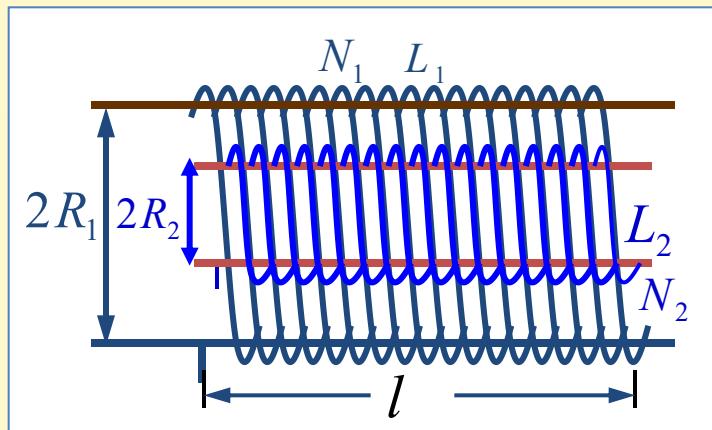


$$B_2 = \begin{cases} \mu n_2 I_2 = \mu \frac{N_2}{l} I_2 & (r < R_2) \\ 0 & (r > R_2) \end{cases}$$

穿过内管的全磁通: $\psi_{12} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S} = N_1 B_{2\text{内}} \cdot S_2$

$$\psi_{12} = \mu \frac{N_1 N_2}{l} I_2 \cdot \pi R_2^2$$

$$M = \frac{\psi_{12}}{I_2} = \mu \frac{N_1 N_2}{l} \pi R_2^2$$



又: $L_1 = \mu n_1^2 V_1 = \mu \left(\frac{N_1}{l}\right)^2 l \cdot \pi R_1^2 = \mu \frac{N_1^2}{l} \pi R_1^2$

$$L_2 = \mu \frac{N_2^2}{l} \pi R_2^2$$

$$M = \frac{R_2}{R_1} \sqrt{L_1 L_2}$$

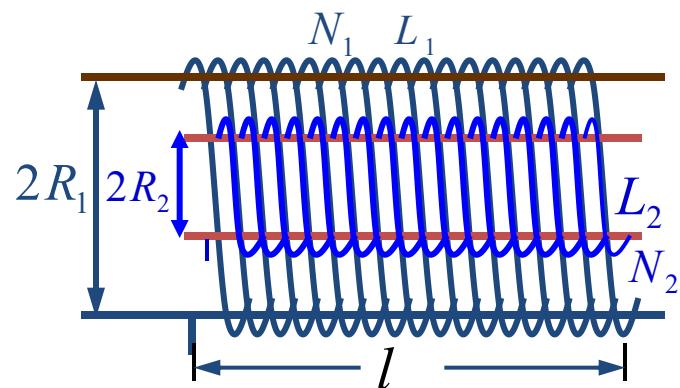
P.287

一般情况:

$$M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

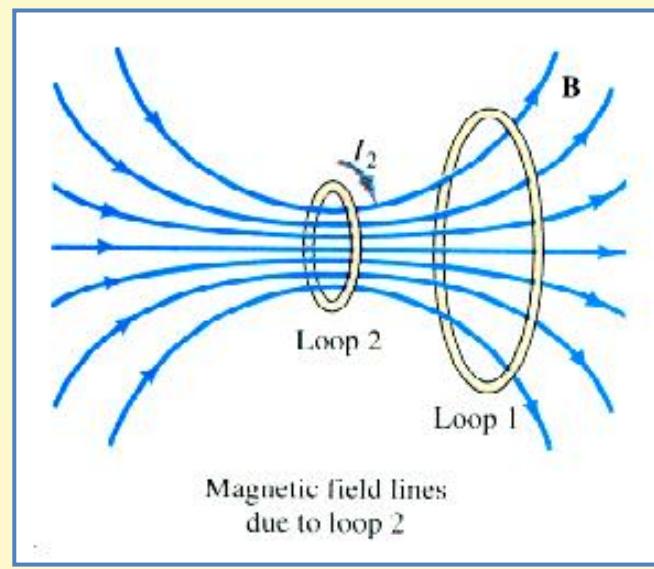
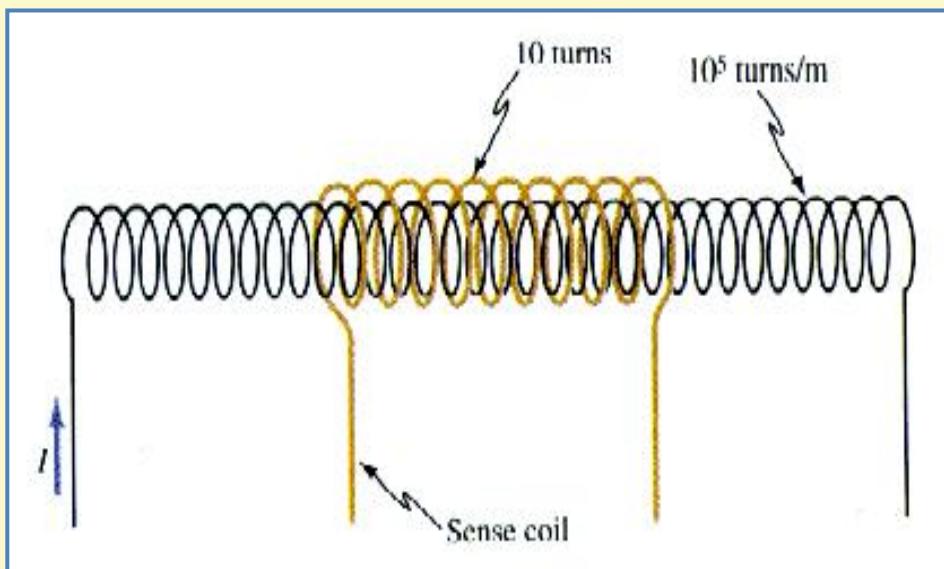
K: 耦合系数 $0 \leq K \leq 1$

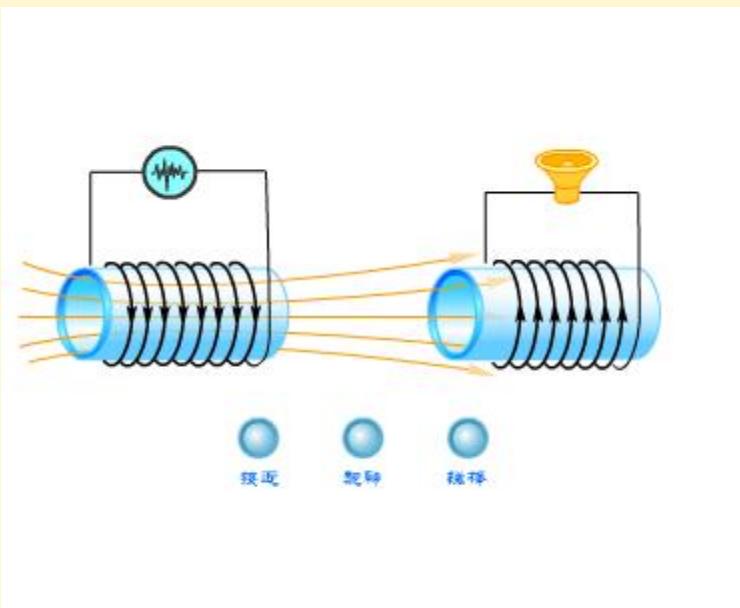
K=1时, 称无漏磁



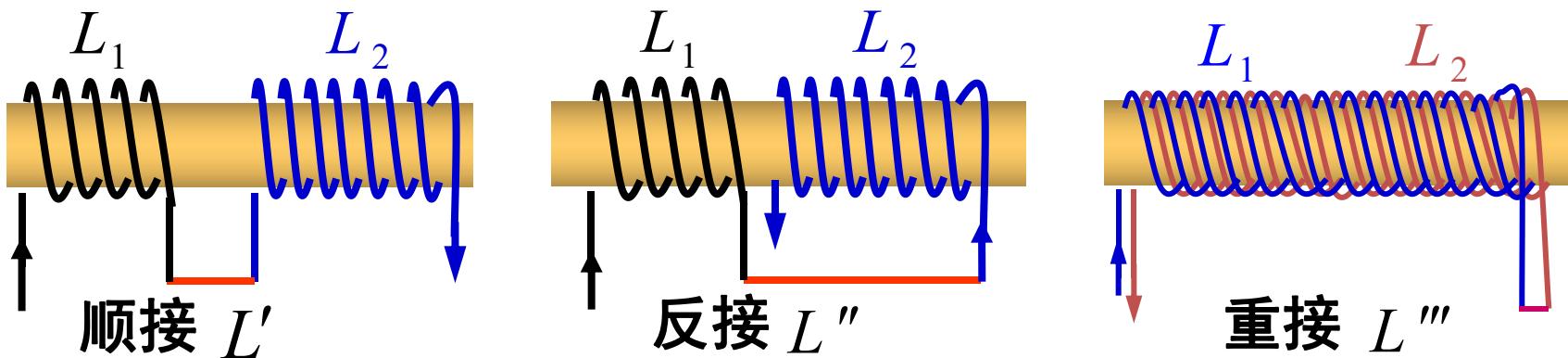
两螺线管共轴, 且 $R_1 = R_2$, $K = 1$: 完全耦合

两螺线管轴相互垂直, $K = 0$: 不耦合





例8-12 求自感线圈的串、并联等效自感系数 L .

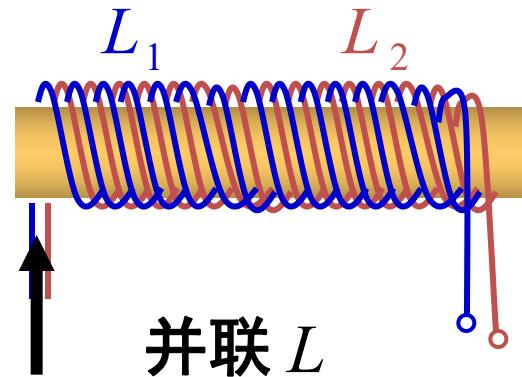
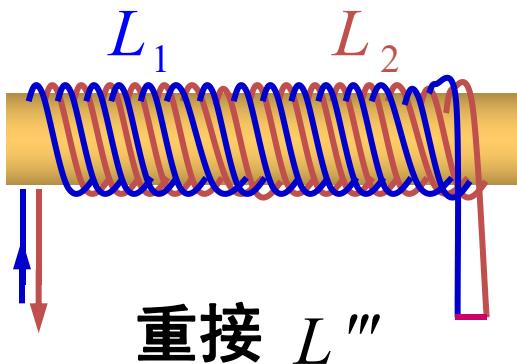
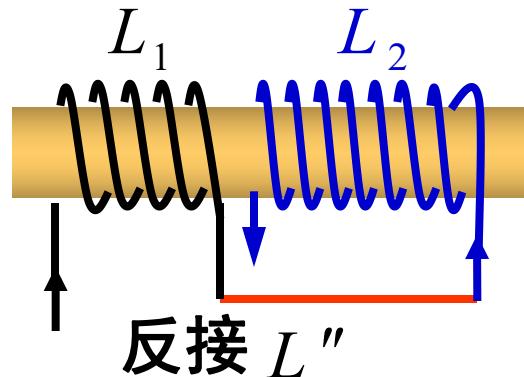


串联: 对每个线圈 $\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2}$, 总 $\varepsilon = \sum \varepsilon_i$

顺接 $\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} - M \frac{dI}{dt} = -(L_1 + M) \frac{dI}{dt}$ **磁通加强**

$$\varepsilon_2 = -(L_2 + M) \frac{dI}{dt} \quad \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{dI}{dt} = -L' \frac{dI}{dt}$$

$$L' = L_1 + L_2 + 2M$$



反接磁通减弱

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} + M \frac{dI}{dt} = -(L_1 - M) \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -(L_2 - M) \frac{dI}{dt}$$

$$L'' = L_1 + L_2 - 2M$$

无耦合 $M = 0$, $L = L_1 + L_2$

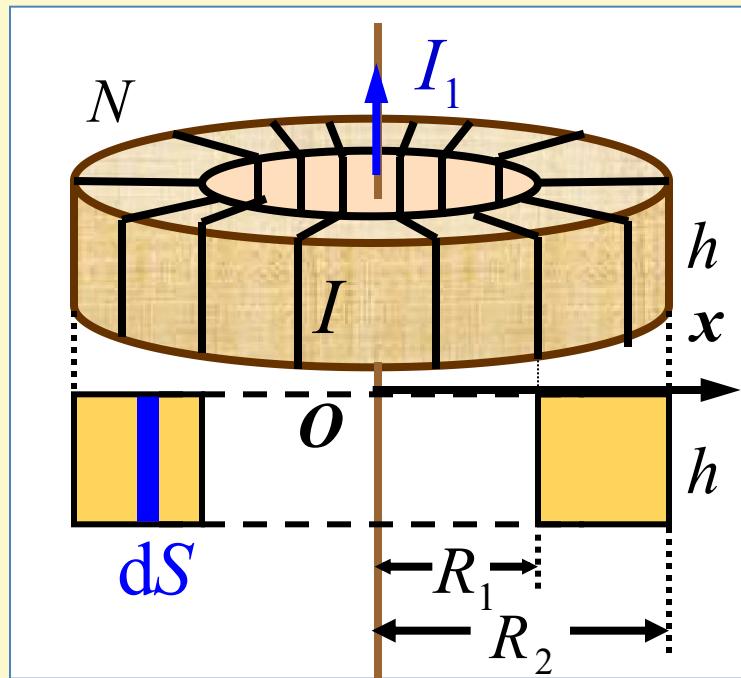
重接 $L''' = 0$ ($L_1 = L_2$)

$$\text{并联} \quad \varepsilon_1 = -(L_1 + M) \frac{d(I/2)}{dt} = -\frac{1}{2}(L_1 + M) \frac{dI}{dt} \quad \begin{matrix} M = \sqrt{L_1 L_2} \\ L_1 = L_2 \end{matrix} \quad -L_1 \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -L \frac{dI}{dt}$$

例8-13 矩形截面螺绕环尺寸如图, 密绕 N 匝线圈, 其轴线上置一无限长直导线. 当螺绕环中通有电流 $I = I_0 \cos \omega t$ 时, 直导线中的感生电动势为多少?



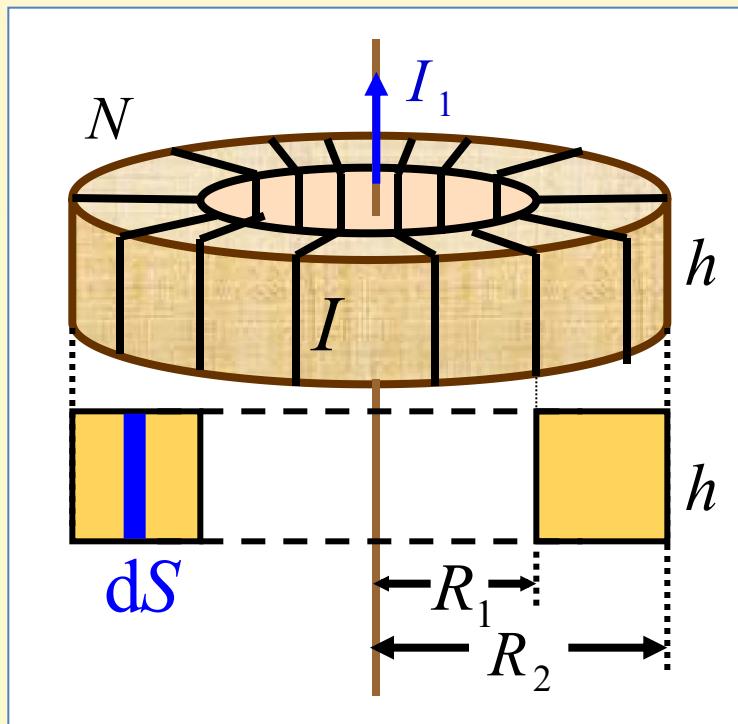
解一 互感问题先求 M

建立坐标系 Ox

设直导线中通有电流 I_1

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\Psi_{21} = N\Phi_{21} = N \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dx}{x} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



$$\Psi_{21} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt} = -\frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \frac{d}{dt} (I = I_0 \cos \omega t)$$

$$= \frac{\mu_0 N h I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot \sin \omega t$$

解二 由法拉第定律求

螺绕环 $B_{\text{内}} = \frac{\mu_0 N I}{2 \pi x}$, $B_{\text{外}} = 0$

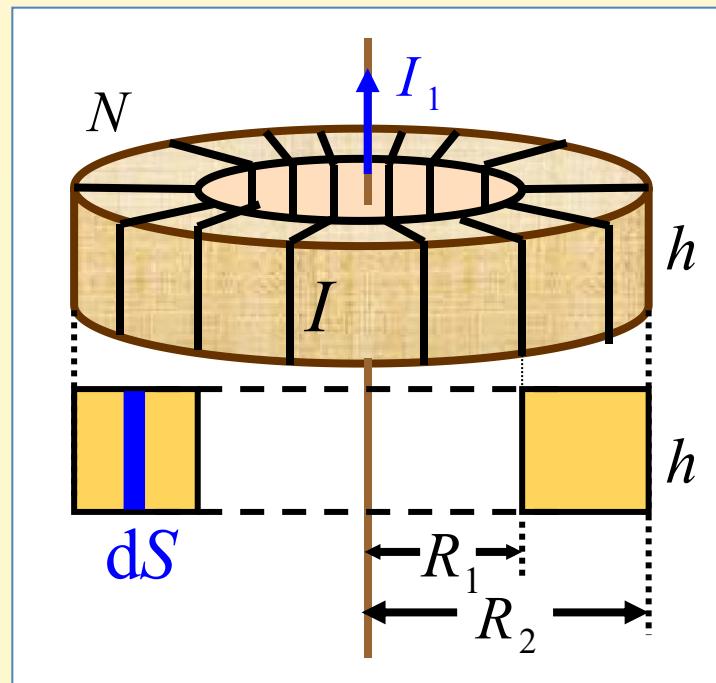
如何构成闭合回路?

长直导线在无穷远处闭合

穿过回路的磁通量:

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^{R_1} \vec{B}_{\text{外}} \cdot d\vec{S} + \int_{R_1}^{R_2} \vec{B}_{\text{内}} \cdot d\vec{S} + \int_{R_2}^{\infty} \vec{B}_{\text{外}} \cdot d\vec{S} = \frac{N\mu_0 I h}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dx}{x} \\ &= \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot I_0 \cos \omega t\end{aligned}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 N h I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot \sin \omega t$$



§ 8-5 磁场的能量

8.5.1 自感磁能

合上K→回路电流发生变化 $\frac{di}{dt}$

线圈L内磁场发生变化 $\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$

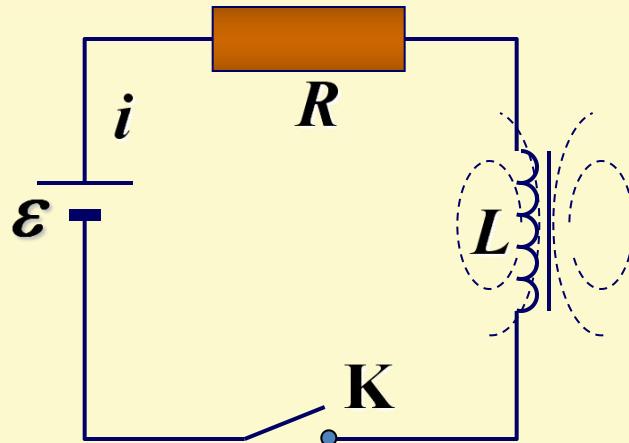
dt 时间内电源克服自感电动势作功：

$$dA = -\varepsilon_L dq = -\varepsilon_L i dt = L i di$$

据功能原理 $dW_m = dA = L i di$

在 $0 \rightarrow I$ 过程中电源所做的功 → 线圈中储存的磁能

$$W_m = \int_V dW_m = \int_0^I L i di = \frac{1}{2} L I^2$$



RL电路

8.5.2 磁场能量(magnetic energy)

磁场占
据的空
间体积

自感磁能: $W_m = A = \frac{1}{2} LI^2$

对长直螺线管: $L = \mu n^2 V$ $I = \frac{B}{\mu n}$

$$W_m = \frac{1}{2} (\mu n^2 V) \cdot \left(\frac{B}{\mu n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu} \cdot V$$

可以推广到一般情况

1. 磁能密度: 磁场单位体积内的能量

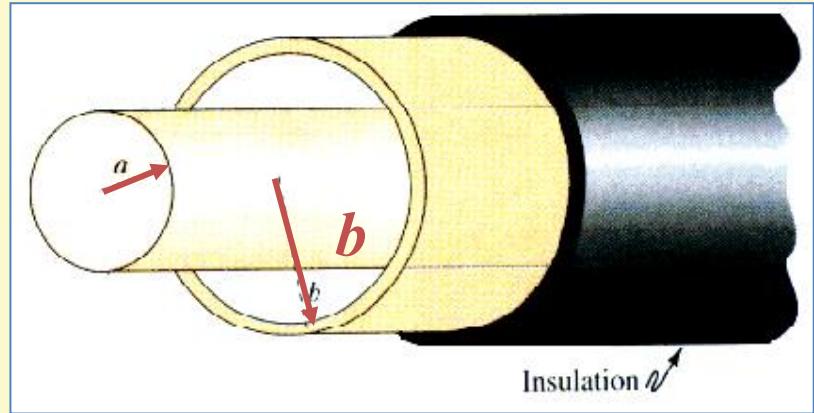
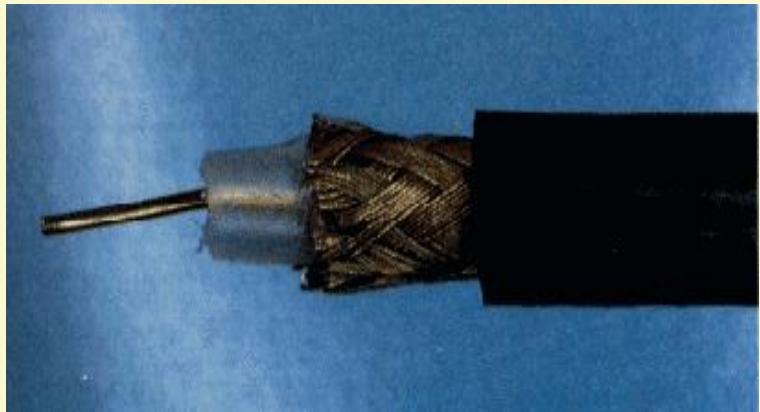
$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} BH$$

2. 磁场能量: $W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} dV = \int_V \frac{1}{2} BH dV$

电场能量与磁场能量比较

电场能量	磁场能量
电容器储能	自感线圈储能
$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$	$\frac{1}{2}LI^2$
电场能量密度	磁场能量密度
$w_e = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2$	$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$
电场能量 $W_e = \int_V w_e dV$	磁场能量 $W_m = \int_V w_m dV$
能量法求 C	能量法求 L

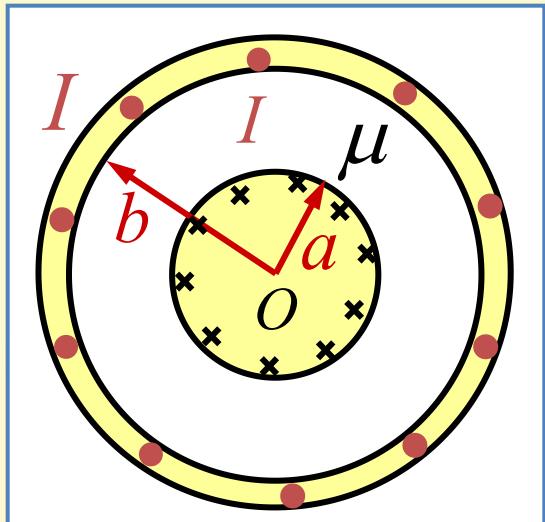
例8-13 长直同轴电缆, 由半径为 R_1 和 R_2 的两同心圆柱组成, 电缆中有稳恒电流 I , 经内层流进, 外层流出形成回路. 试计算长为 l 的一段电缆内的磁场能量.



解 设电缆中通有如图流向电流 I
由安培环路定理:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

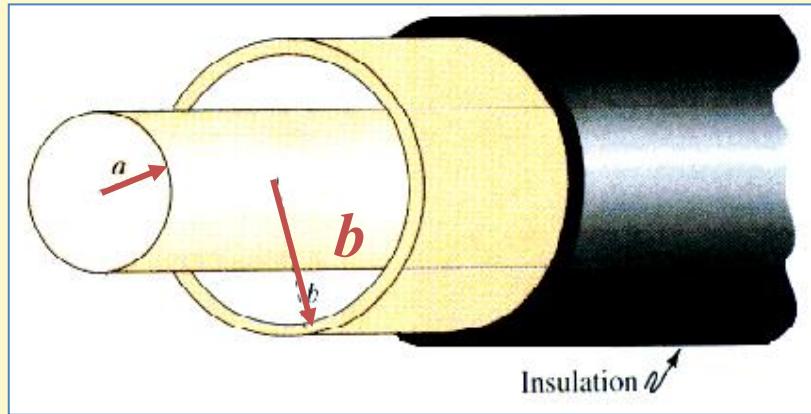
$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I}{8\pi^2 r^2} \quad dV = 2\pi r l dr$$



$$W_m = \int_V w_m dV = \int_a^b \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \cdot 2\pi l r dr$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$



方法二

先计算自感系数 $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

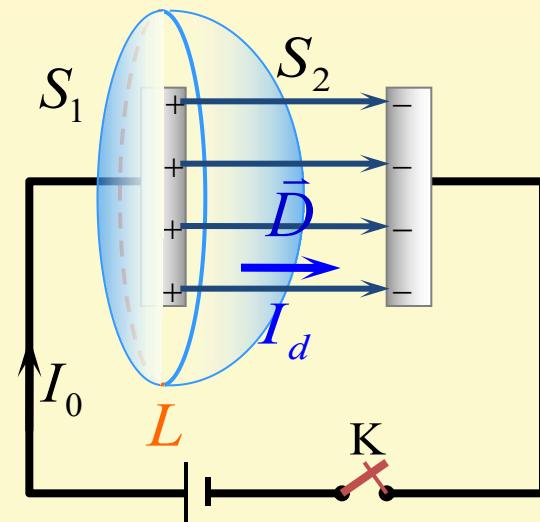
$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

§ 8-7 位移电流和全电流定律

8.7.1 问题的提出

高斯定理: $\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$

$$\therefore \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$$



$$\therefore \Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

$$I_0 = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \int_{S_2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = I_d \text{ (位移电流)}$$

穿过 S_1 的电流(I_0)等于穿过 S_2 的电流(I_d)

8.7.2 位移电流

1. 位移电流 (displacement current)

通过电场中某一截面的位移电流等于通过该截面的电位移通量的时间变化率.

$$I_d = \frac{d\Phi_D}{dt}$$



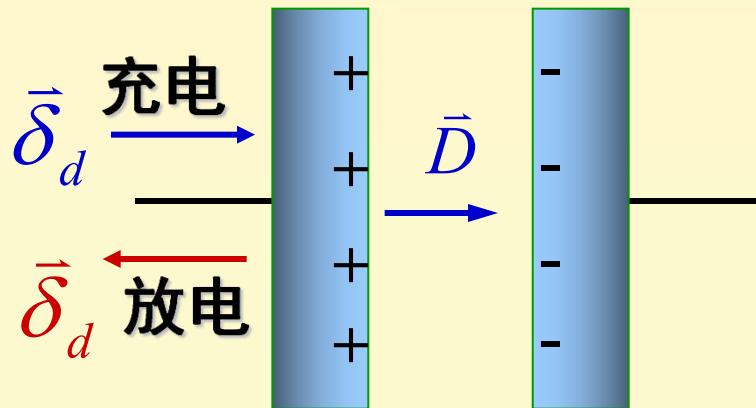
2. 位移电流密度(density of displacement current)

$$I_d = \int_{S_2} \vec{\delta}_D \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{\delta}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

例: 平行板电容器

$$D = \sigma \quad \delta_d = \frac{d\sigma}{dt}$$



充电时, $\sigma \uparrow \rightarrow D \uparrow \rightarrow \frac{d\bar{D}}{dt} > 0 \Rightarrow \bar{\delta}_d$ 与 \bar{D} 同向

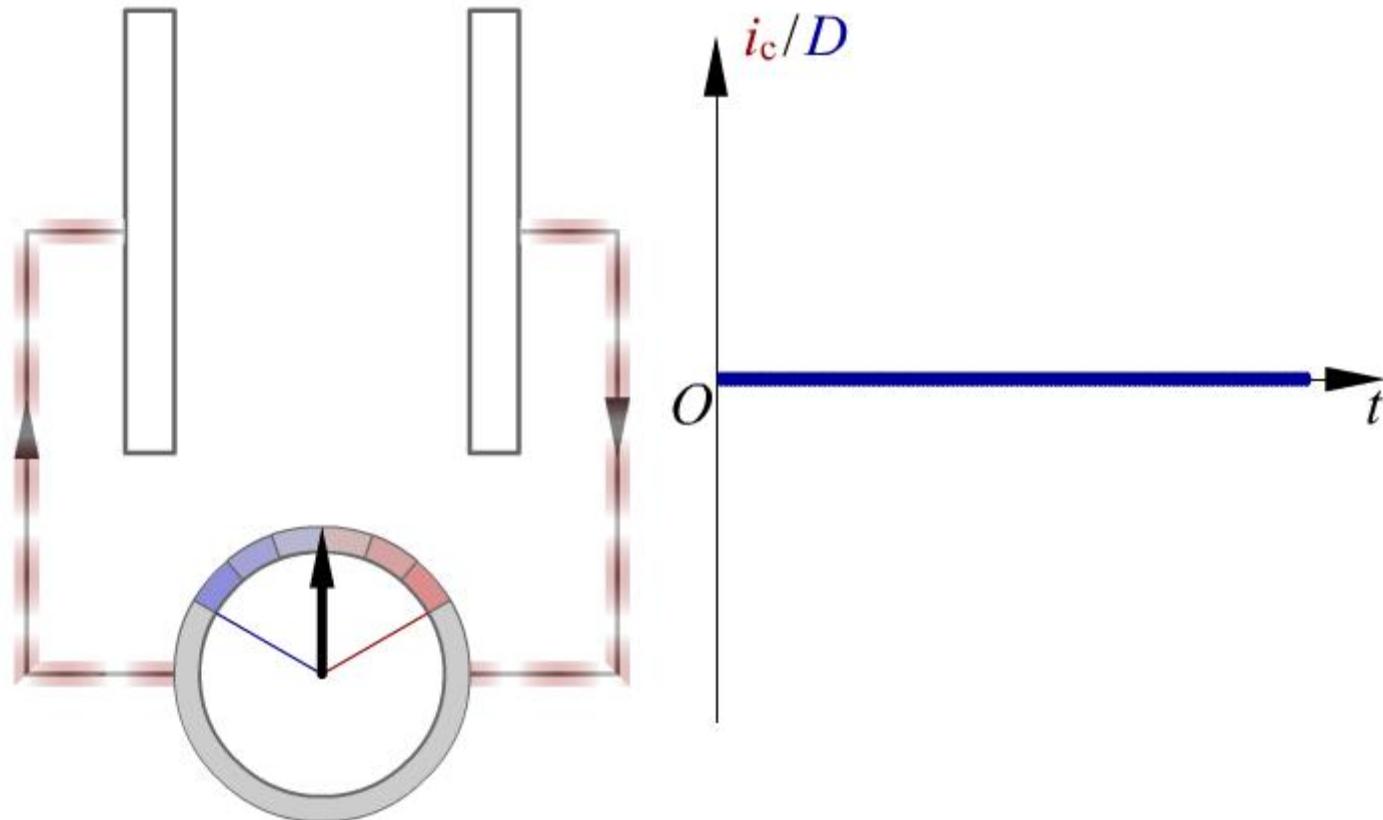
放电时, $\sigma \downarrow \rightarrow D \downarrow \rightarrow \frac{d\bar{D}}{dt} < 0 \Rightarrow \bar{\delta}_d$ 与 \bar{D} 反向

传导电流 I_0 在极板上中断, 可由 $\frac{d\Phi_D}{dt}$ 接替.

传导电流密度 $\bar{\delta}$ 在极板上中断, 可由 $\frac{d\bar{D}}{dt}$ 接替.

解决了非稳恒情况电流的连续性问题

交流电路中电容极板间的位移电流



8.7.3 全电流定律

1. 全电流 = 传导电流(I_0) + 位移电流(I_d)

对任何电路, 全电流总是连续的

$$\oint_S (\vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} = 0$$

2. 推广的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + I_d = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

说明: ① I_0 为电荷的定向运动, 存在于导体之中;

I_d 由变化电场所激发, 存在于变化电场的空间.

② I_0 具有热效应(通过导体发热); I_d 不具有热效应.

传导电流和位移电流都能激发涡旋磁场

位移电流假设的实质: 变化的电场可以激发磁场

例8-14 给电容为 C 的平板电容器充电，电流为 $i=0.2e^{-t}$ (SI)，且有 $q_{t0}=0$. 求：

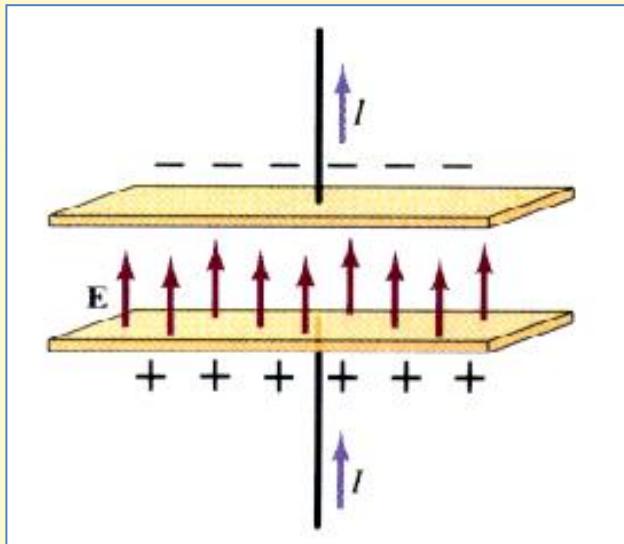
- (1) 极板间电压随时间变化的关系 $U(t)$
- (2) t 时刻极板间的位移电流 I_d (忽略边缘效应).

解 (1) $dq = idt, \quad q = \int_0^t idt$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t idt = \frac{1}{C} \int_0^t 0.2 e^{-t} dt$$

$$= \frac{0.2}{C} (1 - e^{-t})$$

(2) $I_d = i = 0.2 e^{-t}$

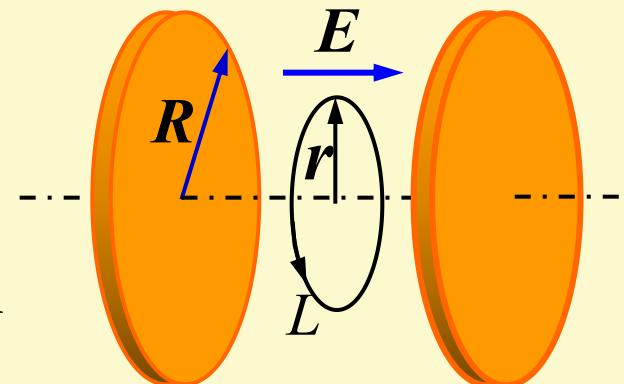


例8-15 半径为 $R=0.1\text{m}$ 的两块圆板, 构成平板电容器. 现均匀充电, 使电容器两极板间的电场变化率为 $10^{13}\text{V}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$. 求极板间的位移电流以及距轴线 R 处的磁感应强度.

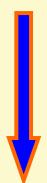
解

$$\Phi_D = SD = \pi R^2 \cdot \epsilon_0 E$$

$$I_d = \frac{d\Phi_D}{dt} = \pi \epsilon_0 R^2 \frac{dE}{dt} = 2.8 \text{ A}$$



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi_D}{dt} \quad H \cdot 2\pi r = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$



$$H = \frac{B}{\mu_0}, D = \epsilon_0 E$$

$$B_r = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} r \frac{dE}{dt}$$

$$B_R = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} R \frac{dE}{dt} = 5.6 \times 10^{-6} \text{ T}$$

§ 8-8 麦克斯韦方程组

8.8.1 麦克斯韦方程组

	高斯定理	环路定理
磁场	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S (\vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$
电 场	静 电 场	$\oint_S \vec{D}^{(1)} \cdot d\vec{S} = \sum_{S\text{内}} q_0 = \int_V \rho dV$
	感 生 电 场	$\oint_S \vec{D}^{(2)} \cdot d\vec{S} = 0$
一 般 电 场	$\vec{D} = \vec{D}^{(1)} + \vec{D}^{(2)}$ $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$	$\vec{E} = \vec{E}^{(1)} + \vec{E}^{(2)}$ $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

电磁场 $\left\{ \begin{array}{l} \text{电场: 静电场、 涡旋电场} \\ \text{磁场: } I_0 \text{ 激发磁场、 } I_d \text{ 激发的磁场} \end{array} \right.$

麦克斯韦方程组积分形式

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S \left(\vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \end{array} \right.$$

麦克斯韦方程组微分形式

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

方程中各量关系:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \vec{\delta} = \gamma \vec{E} \quad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

8.8.2 麦克斯韦方程组的意义

1. 是对电磁场宏观规律的全面总结

从法拉第“场”的概念建立电磁场的数学形式

高斯定理方程描述了电磁场性质

环路定律方程揭示了电场与磁场的关系

电场和磁场统一为电磁场理论

方 程	实 验 基 础	意 义
$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$	库仑定律 感生电场假设	电场性质
$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	未发现磁单极	磁场性质
$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	法拉第电磁 感应定律	变化磁场 产生电场
$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S (\vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$	安培定律 位移电流假设	变化电场 产生磁场

(2) 揭示了电磁场的统一性和相对性

- 电磁场是统一的整体
- 电荷与观察者相对运动状态不同时, 电磁场可以表现为不同形态.

空间带电体 $\left\{ \begin{array}{l} \text{对相对其静止的观察者 — 静电场} \\ \text{对相对其运动的观察者} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{电场} \\ \text{磁场} \end{array} \right. \end{array} \right.$

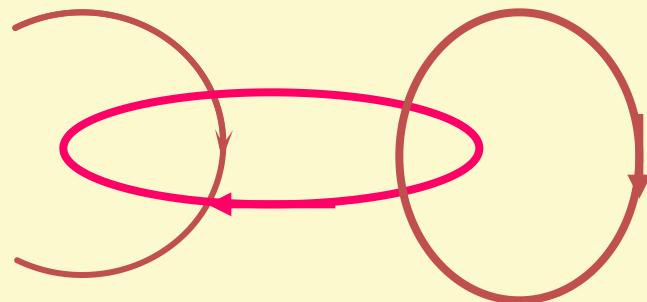
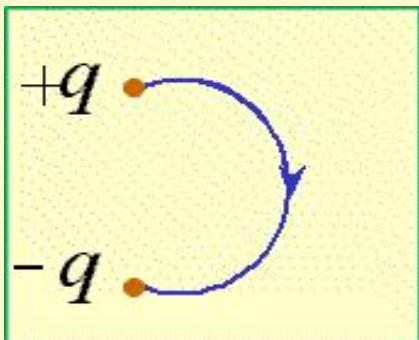
(3) 预言了电磁波的存在(自由空间 $\rho = 0, \delta = 0$)

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

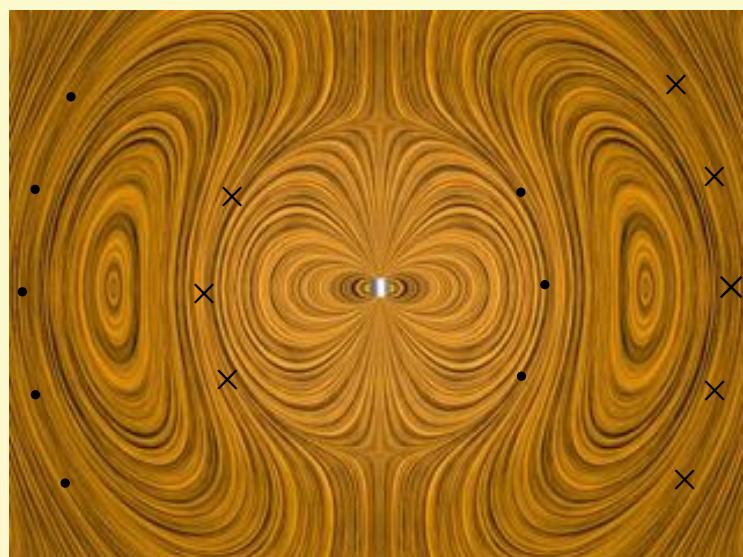
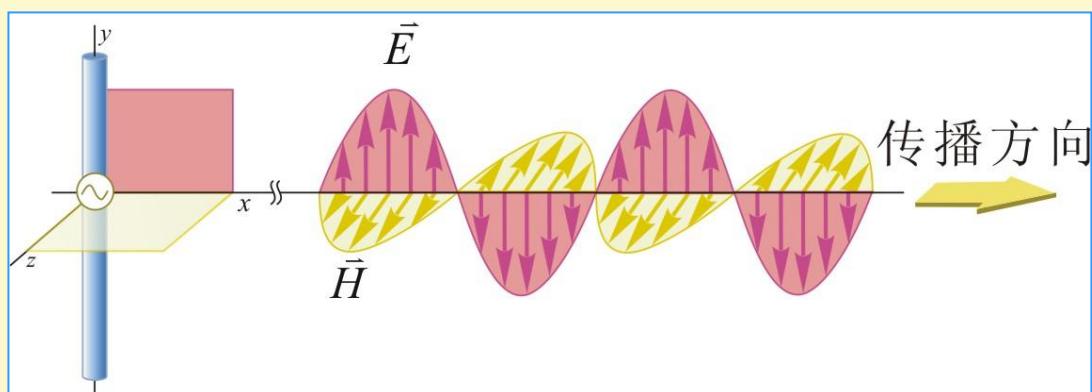
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

变化磁场 \rightarrow 电场
 变化电场 \rightarrow 磁场 } 变化电场 \rightleftarrows 变化磁场

如振荡偶极子



可脱离电荷、电流在空间传播 \longrightarrow 电磁波



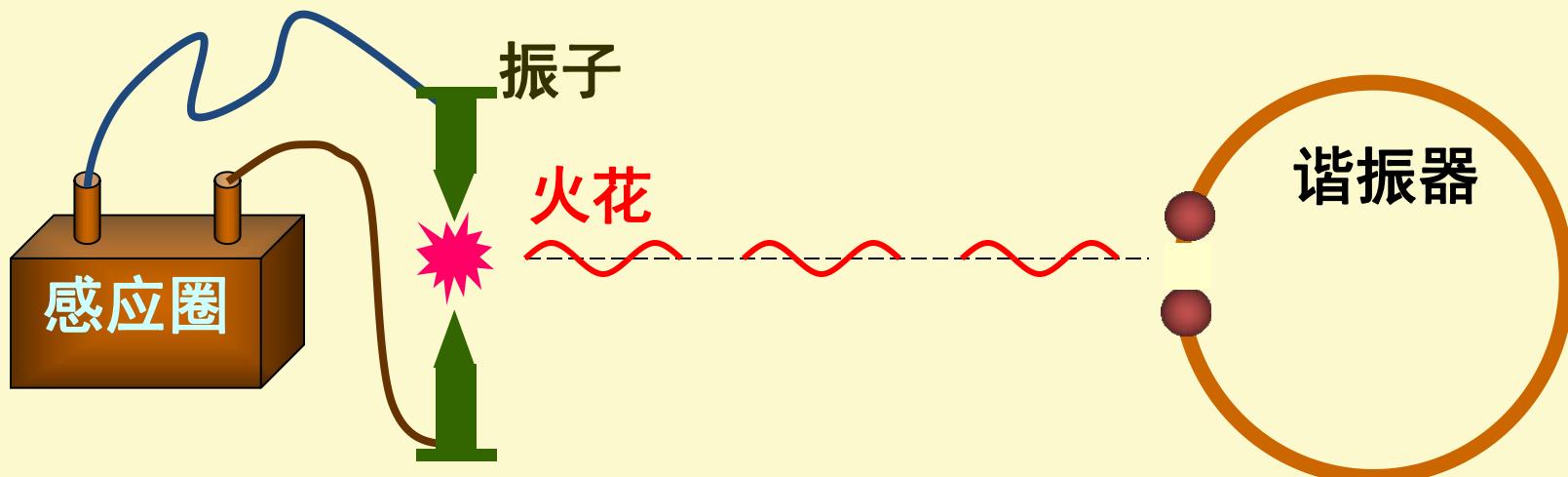
(4) 预言了光的电磁本性

电磁波的传播速率

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$

麦克斯韦对两个预言坚信不疑

实验证实：赫兹(1888年完成)



两杆间隙在高压下被击穿，形成振荡偶极子，发射电磁波。

环形谐振器空气隙，通过适当选择其方位，实现与发射振子的共振。用 **电磁波** 重复了所有光学反射、折射、衍射、干涉、偏振实验。

实验 → 理论 → 实验

法拉第 — 麦克斯韦 — 赫兹



蓝图
(基础)



建设大厦



使其中住满人

法拉第：来自社会底层、实验巨匠。善于通过直觉
把握物理本质。

↓ 大40岁

互补

麦克斯韦：出身名门望族、数学高手、善于建立模
型、综合、提高。

二者结合：最理想的物理学家

(5) 是经典物理 — 近代物理桥梁

麦氏方程不满足伽利略变换 → 相对论建立

“我曾确信，在磁场中作用于一个运动电荷的力不过是一种电场力罢了，正是这种确信或多或少直接地促使我去研究狭义相对论。”

—— 爱因斯

坦

(6) 局限性

① 在承认电荷连续分布基础上建立的宏观经典理论，未和物质微观结构联系起来。

② 不完全对称，不存在磁单极。

思考：如果存在磁单极，麦克斯韦方程如何修正？

引入磁荷 ρ_m 、磁流 $\vec{\mathcal{S}}_m$