



线性规划

Linear Programming

线性规划发展的历史

- 法国数学家 J. B. J. 傅里叶 (Joseph Fourier) 和 C. 瓦莱—普森分别于1832和1911年独立地提出线性规划的想法，但未引起注意。
- 1939年苏联数学家 Л. B. 康托罗维奇 (Kantorovich) 在《生产组织与计划中的数学方法》一书中提出线性规划问题，也未引起重视。



列奥尼德·康托罗维奇

Leonid Vitaliyevich Kantorovich

(January 19, 1912 in Petersburg — April 7, 1986 in Moscow)

- 40 年代初，欧美各过对于这样一个问题颇感兴趣——
—— 如何安排一个成年人每天的食品种数及其数量，使得既能满足营养上的需要，又能使伙食支出最小。
1945年“芝加哥经济学派”的鼻祖，美国经济学家乔治·施蒂格勒（George J. Stigler）给出了一个解答——
—— 按照他列出的食品单，每年伙食总开支为39.93美元（当时的标准）。此举并未引人注目，因为斯帝格勒的解题方法是原始的，但他后来因“产业机构市场功能，以及公共领域管制的原因和效果”的贡献于1982年获诺贝尔经济学奖。

线性规划发展的历史

- 1947年美国数学家G. B. 丹齐克提出线性规划的一般数学模型和求解线性规划问题的通用方法——单纯形法，为这门学科奠定了基础。
- 1947年美国数学家Von Neumann诺伊曼提出对偶理论，开创了线性规划的许多新的研究领域，扩大了它的应用范围和解题能力。

线性规划发展的历史

- 1951年美国经济学家T. C. 库普曼斯(Koopmans)把线性规划应用到经济领域，为此与康托罗维奇一起获1975年诺贝尔经济学奖。
- 50年代后对线性规划进行大量的理论研究，并涌现出一大批新的算法。例如，1954年C. 莱姆基提出对偶单纯形法，1954年S. 加斯和T. 萨迪等人解决了线性规划的灵敏度分析和参数规划问题，1956年A. 塔克提出互补松弛定理，1960年G. B. 丹齐克和P. 沃尔夫提出分解算法等。

线性规划发展的历史

- 1971年KLee和Murty提出一个例子，在这个例子中单纯形法需要迭代 2^{n-1} 步，说明单纯形算法不是一种好算法。
- 1979年苏联数学家L. G. Khachian(哈奇扬)提出解线性规划问题的椭球算法，并证明它是多项式时间算法。

线性规划发展的历史

- 1984年美国贝尔电话实验室的印度数学家N. 卡马卡 (Karmarkar) 提出解线性规划问题的新的多项式时间算法。用这种方法求解线性规划问题在变量个数为5000时只要单纯形法所用时间的 $1/50$ 。现已形成线性规划多项式算法理论。50年代后线性规划的应用范围不断扩大。

线性规划发展的历史

- 1998年Smale提出21世纪数学的18个数学难题，其中线性规划被列为第九个难题。

Dantzig的故事I

在伯克利大学攻读统计学博士学位期间，“二战”爆发了，Dantzig作为文职人员参加了空军。1946年，Dantzig返回伯克利并取得博士学位。

Dantzig师从著名的统计学家Jerzy Neyman (奈曼，1894~1981) 教授，在他们之间，发生过一个非常具有传奇色彩的故事。一天，Dantzig因故迟到了，看到黑板上写着两道题目，以为是老师留的课外作业，就抄了下来。在做的过程中，Dantzig感到有点困难，最后用了好几天时间才完成，为此他还特意向Neyman教授道歉。几周后的一个周末清晨，Dantzig被一阵急促的敲门声吵醒，Neyman教授一进门就激动地说：

“我刚为你的论文写好一篇序言，你看一下，我要立即寄出去发表。” Dantzig过了要一阵子才明白Neyman教授的意思：原来那是两道统计学中著名的未解决问题，他竟然当成课外作业解决了！

Dantzig的故事II

在Dantzig刚刚给出了线性规划的单纯法不久，他参加了一次学术会议。在会上他讲解了他的方法，...

当我讲完以后，会议主席征询意见和评论。死一般的寂静持续了一会儿后，一只手举了起来，那是Hotelling。

我需要解释以下，Hotelling非常胖。他喜欢在海里游泳。据说，当他在海里游泳时，能见到海平面明显升高。这个巨鲸似的人站在屋子的后面，他富有表情的胖脸上流露出我们所熟悉的那种无所不知的微笑。他说道：“但是我们都知道这个世界是非线性的。”

他对我的模型给予了毁灭性的批评以后，庄严地坐了下来。我，一个无名小卒，疯狂地试图给出一个合适的回应。

Dantzig的故事II

突然，听众中另一只手举了起来，这次是冯诺依曼。

“主席先生，主席先生。”他说道，“如果演讲者不介意的话，我愿意替他回答。”我自然同意了。冯诺依曼说道：

“演讲人已经将他的演讲题目拟为‘线性规划’，并仔细地讲述了他的公理假设。如果你的问题满足这些公理假设，那么就可以很好地用这个方法。如果它不满足，那么就不用这个方法。”随后他坐了下来。

当然，在最后的分析中Hotelling是正确的。这个世界是高度非线性的。幸运的是，与线性等式系统相比，线性不等式系统使得我们能近似在实际计划中所遇到的大多数线性关系。

Hotelling简介

- 统计学界、经济学界、数学界公认大师
- 哈罗德·霍特林1895年9月29日出生在美国明尼苏达的福达，他原本在华盛顿大学主修新闻学，但后来转向数学作拓扑领域之相关研究，并于1924年获得博士学位。霍特林起初服务于斯坦福大学，他对统计理论最重要的贡献是多变量分析及或然率，最重要的论文则是《The generalization of Student's ratio》，即目前著称的霍特林T方(Hotelling's T^2)。他在主成分分析(principal components analysis)和正准相关(canonical correlations)的发展上也扮演重要的角色。1972年他被选为美国国家科学研究院的院士，1973年被选为罗马Accademia Nazionale dei Lincei。1973年12月26日，卒于北卡罗来纳的教堂山。

Dantzig的故事II

突然，听众中另一只手举了起来，这次是冯诺依曼。

“主席先生，主席先生。”他说道，“如果演讲者不介意的话，我愿意替他回答。”我自然同意了。冯诺依曼说道：

“演讲人已经将他的演讲题目拟为‘线性规划’，并仔细地讲述了他的公理假设。如果你的问题满足这些公理假设，那么就可以很好地用这个方法。如果它不满足，那么就不用这个方法。”随后他坐了下来。

当然，在最后的分析中Hotelling是正确的。这个世界是高度非线性的。幸运的是，与线性等式系统相比，线性不等式系统使得我们能近似在实际计划中所遇到的大多数线性关系。