**12-5** 一沿 $x$ 轴正方向传播的平面简谐波, 振幅为 $2.0\times10^{-2}$ m, 频率为 5.0 Hz, 波长为 $7.0\times10^{-2}$ m. 设在 $t=0$ 时, 原点处质点在 $\sqrt{2}\times10^{-2}$ m 处且向平衡位置运动, 试求 (1) 此波的波函数; (2) 与原点相距为 $x_1=3.5\times10^{-2}$ m 处质点的振动表达式及其初相; (3) 与原点相距为 $x_2=10.5\times10^{-2}$ m 处质点的振动表达式及其初相; (4) $x_1$ 和 $x_2$ 两点之间在 $t=2$ s 和 $t=3$ s 时的相位差.

(1) $\varphi_0 = \arccos\dfrac{\sqrt{2}\times10^{-2}}{2\times10^{-2}} = \pm\dfrac{\pi}{4}$. 向平衡位置移动 $\varphi_0=\dfrac{\pi}{4}$.

$u=\lambda\nu = 5\times7\times10^{-2}=0.35$ m. $\omega=2\pi\nu=10\pi$

$\therefore$ 波函数 $y(x,t)=0.02\cos\left[10\pi\left(t-\dfrac{x}{0.35}\right)+\dfrac{\pi}{4}\right]$

(2) $y(x_1,t)=0.02\cos\left(10\pi t-\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

$\varphi_{10}=-\dfrac{3\pi}{4}$.

(3) $y(x_2,t)=0.02\cos\left(10\pi t-\dfrac{11}{4}\pi\right)$

$\varphi_{20}=-\dfrac{11\pi}{4}$

(4) $t=2$s时

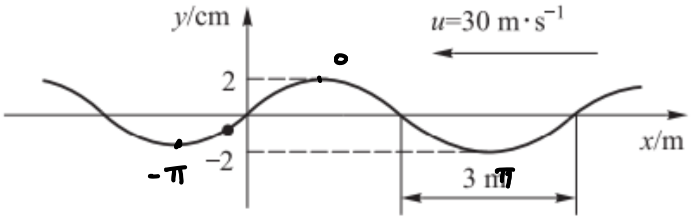
$\varphi_{12}=\dfrac{77}{4}\pi$ $\varphi_{22}=\dfrac{69}{4}\pi$

$\Delta\varphi_2=-2\pi$

两点之间相位差不随时间改变

$t=2$s 时 $t=3$s时 相位差均为 $-2\pi$.

**12-8** 题图 12-8 为一开始时刻的横波波形曲线, 一切数据均由图中表明, 写出该波的波函数, 并画出经 2 s 后的波形曲线.




题图 12-8

解: $\lambda = 6m$. $u = 30 m/s^2$ (方向向x轴负向) $A = 2 cm$

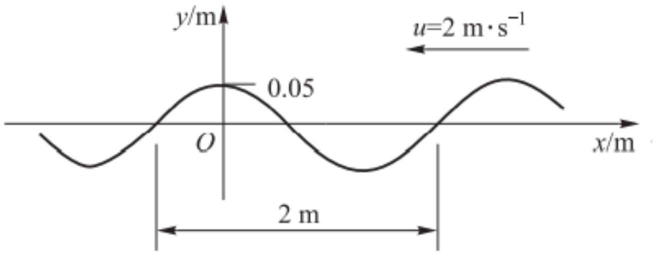
$T = \frac{\lambda}{u} = 0.2 s$ $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$. $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$

$y(x,t) = 0.02\cos\left[10\pi\left(t + \frac{x}{30}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$

$y(x,t+2) = 0.02\cos\left[10\pi\left(t + \frac{x}{30}\right) + \frac{39}{2}\pi\right]$

$\Delta\varphi = 20\pi$ 恰好同向. 波形原如图

**12-9** 题图 12-9 为 $t=\frac{3}{4}T$ ($T$ 为周期) 时刻的横波波形曲线, 写出其波函数, 并求原点的振动表达式.




题图 12-9

解: $\lambda = 2m$ $\quad u = 2m/s$ $\quad A = 0.05m$

$T = \frac{\lambda}{u} = 1s.$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$

在原点, 有 $\cos\left[2\pi\left(\frac{3}{4} - \frac{0}{2}\right) + \varphi_0\right] = 1$ .

$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ 取 $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

$y(x,t) = 0.05\cos\left[2\pi\left(t + \frac{x}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$.

$y(0,t) = 0.05\cos\left[2\pi t + \frac{\pi}{2}\right]$

**12-11** 一列平面余弦波沿直径为 0.14 m 的圆柱形玻璃管前进，波的强度为 $9\times10^{-3}\ \mathrm{J\cdot s^{-1}\cdot m^{-2}}$，频率为 300 Hz，波速为 $30\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$，问 (1) 波的平均能量密度和最大能量密度各是多少？(2) 平均说来，每两个相邻相位差为 $2\pi$ 的同相面间的能量为多少？

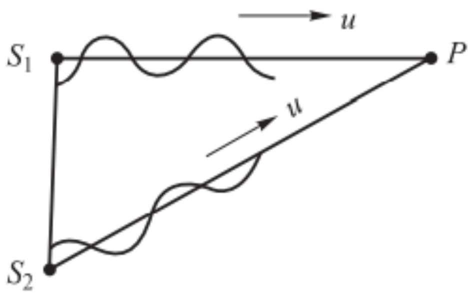
解：(1) $\bar{w} = \dfrac{I}{u} = \dfrac{9\times10^{-3}}{30} = 3\times10^{-4}\ \mathrm{J\cdot m^{-3}}$

余弦波，$w_{max} = 2\bar{w} = 6\times10^{-4}\ \mathrm{J\cdot m^{-3}}$

(2) 相邻相位差为 $2\pi$ 的同相面距离正好为波长 $\lambda = \dfrac{u}{v} = \dfrac{30}{300} = 0.1\ \mathrm{m}$.

$E = \bar{w}\cdot\Delta V = \bar{w}\cdot\lambda\cdot\dfrac{\pi D^2}{4} = 3\times10^{-4}\times\dfrac{30}{300}\times\dfrac{\pi\ 0.14^2}{4} = 4.62\times10^{-7}\ \mathrm{J}$

**12-13** $S_1$ 和 $S_2$ 为同一介质中的两个相干波源, 其振动方程分别为 $y_1 = 0.10\cos 2\pi t$ (SI 单位), $y_2 = 0.10\cos(2\pi t + \pi$, 假定两波传播过程中振幅不变, 它们传到 $P$ 点相遇, 已知两波的波速 $u = 20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $PS_1 = 40$ m, $PS_2 = 50$ m, 如题图 12-13 所示. 试求两波在 $P$ 点的分振动运动方程及在 $P$ 点的合振幅.




题图 12-13

解：$y_1(x,t) = 0.10\cos 2\pi\left(t - \frac{x}{20}\right)$

$y_2(x,t) = 0.10\cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{20}\right) + \pi\right]$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1s \qquad \lambda = \frac{u}{T} = 20m$

P点 $\begin{cases} y_1(40,t) = 0.10\cos 2\pi(t-2) = 0.10\cos(2\pi t - 4\pi) \\ y_2(50,t) = 0.10\cos[2\pi(t-2.5)+\pi] = 0.10\cos(2\pi t - 4\pi) \end{cases}$

$\Delta\varphi = 0. \qquad A = A_1 + A_2 = 0.20\ m.$

**12-15** 同一介质中的两个相干波源位于 $A$ 和 $B$ 两点，其振幅相等，频率皆为 100 Hz，$B$ 比 $A$ 的相位超前 $\pi$. 若 $A$ 和 $B$ 相距 30 m，波速为 400 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，试求 $AB$ 连线间因干涉而静止的各点的位置.

解：$\lambda = \dfrac{u}{v} = 4m.$

干涉而静止的点，两波应正好反相，所有：

$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 - \dfrac{2\pi}{\lambda}(\Delta r) = (2k+1)\pi. \Rightarrow \Delta r = 4k(m) \quad k\in\mathbb{Z}$

$$\begin{cases} r_B - r_A = 4k \\ r_B + r_A = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_B = 15+2k. \\ r_A = 15-2k. \end{cases}$$

距离A点、1.3.5,..., 29 米，即所有奇整数米的点

**12-17** 已知驻波的波函数为 $y = 2.0\cos(0.16x)\cos(750t)$, 式中 $x$、$y$ 以 cm 为单位, $t$ 以 s 为单位. 求 (1) 节点间的距离; (2) 在 $t = 2.0\times10^{-3}$ s 时, 位于 $x = 5.0$ cm 处质点的运动速度.

解: (1) $A = 1.0\,(cm)$ $\quad \frac{2\pi}{\lambda} = 0.16 \Rightarrow \lambda = 12.5\pi\,(cm)$

相邻节点距离 $\frac{\lambda}{2} = 6.25\pi\,(cm)$.

节点之间距离 $\frac{\lambda}{2}k = 6.25k\pi\,(cm) \quad k \in \mathbb{Z}\setminus\{0\}$

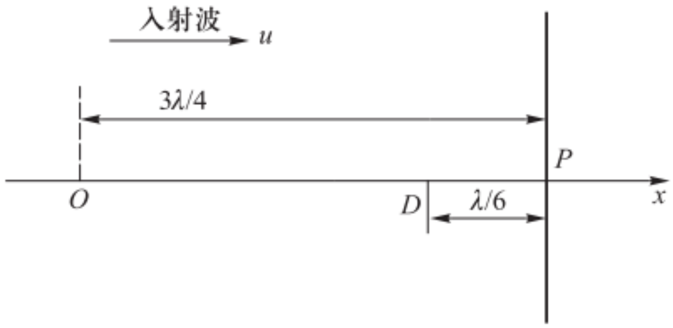
(2)

$v = \frac{dy}{dt} = -1500\cos(0.16x)\sin(750t)$.

$v(5.0,\ 2.0\times10^{-3}) = -1500\cos(0.16\times5)\sin(2.0\times10^{-3}\times750)$

$= -1042.44$ cm/s

**12-19** 平面简谐波入射到 $P$ 点反射，以后形成驻波. 设反射点存在半波损失，在 $t=0$ 时刻 $O$ 点处质元处在平衡位置且向 $y$ 轴负方向运动. 求驻波波函数以及 $D$ 点的振动表达式.




题图 12-19

解：入射波：$y_1(x,t) = A\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\frac{\pi}{2}$.

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi u}{\lambda}$ $\quad y_1(x,t)=A\cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x+\frac{\pi}{2}\right)$.

反射波：$\Delta s=\frac{3\lambda}{4}+\frac{\lambda}{2}+\frac{3\lambda}{4}-x=2\lambda-x$.

$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s$.

$\Rightarrow y_2(x,t)=A\cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t+\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}(2\lambda-x)\right)=A\cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}+\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x+\frac{\pi}{2}\right)$

$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t+\frac{\pi}{2}\right)$.

$y\left(\frac{7}{12}\lambda,t\right)=2A\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t+\frac{\pi}{2}\right)=-\sqrt{3}A\cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t+\frac{\pi}{2}\right)$

**12-20** 一列火车以 20 m·s$^{-1}$ 的速度在静止的空气中行驶, 若机车汽笛的频率为 500 Hz (设此时声波波速为 340 m·s$^{-1}$) 问 (1) 一静止在介质中的听者在机车前后所听到的声波的频率各为多大? (2) 设有另一列火车以 15 m·s$^{-1}$ 的速度驶近或远离第一列火车时, 车内乘客所听到的声音频率各为多少?

解: (1) $\nu'_{前} = \frac{u}{u-V_s}\nu = \frac{340}{320}\cdot 500 = 531.25\ Hz$

$\nu'_{后} = \frac{u}{u+V_s}\nu = \frac{340}{360}\cdot 500 = 472.22\ Hz$

(2)

驶近: $\nu = \frac{u+V_o}{u-V_s} = \frac{340+15}{340-20}\nu = 554.69\ Hz$

远离: $\nu = \frac{u-V_o}{u+V_s} = \frac{340-15}{340+20}\nu = 451.39\ Hz$

**12-21** 一个沿 $z$ 轴负方向传播的平面电磁波, 其电场强度沿 $x$ 方向, 传播速度为 $c$. 在空间某点的电场强度为

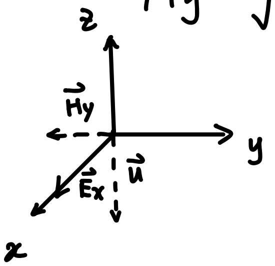
$$E_x = 300\cos\left(2\pi\nu t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (SI 单位)}$$

试求在同一点的磁场强度表示式, 并用图表示电场强度、磁场强度和传播速度之间的相互关系.

解：可知磁场强度方向沿 $y$ 轴负向.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$$H_y = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_x = -\sqrt{\frac{8.854\times10^{-12}}{4\pi\times10^{-7}}}\cdot 300\cos\left(2\pi\nu t+\frac{\pi}{3}\right) = -0.80\cos\left(2\pi\nu t+\frac{\pi}{3}\right) \text{ (SI)}.$$




$\vec{E}\perp\vec{u}$ $\vec{H}\perp\vec{u}$