力学篇

第4章 流体力学简介

第4章 流体力学简介

本章任务: 以牛顿运动定律为基础研究流体运动的宏观规律.

流体(fluid): 容易形变的连续分布介质(medium).

特点: 内部各部分之间极容易发生相对位移.

流体 { 液体 / 气体 }

本章重点: 讨论理想流体的运动性质和规律

§4-1 流体运动的描述

4.1.1 速度场和定常流动

场(field): 描述发生在空间(或部分空间)的物理现象的物理量之总体, 如$u=u(r)$.

速度场(velocity field): 速度的空间分布

$$\vec{v}=\vec{v}(x,y,z,t)$$

流体内各处流速随时间而变化, **非定常流动**

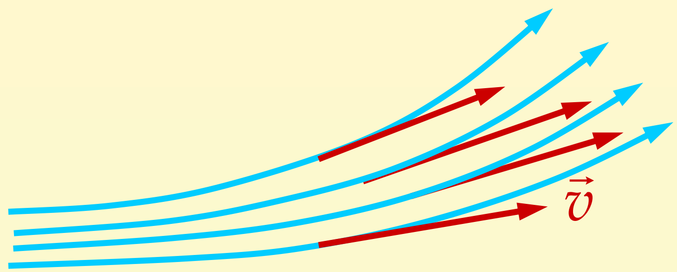
定常流动(稳恒流动 steady flow)

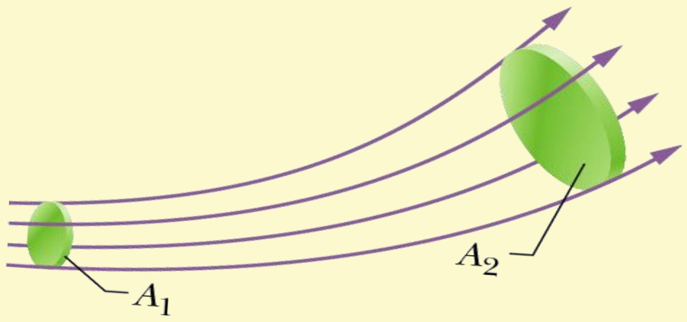
—— 流体内各处流速不随时间变化

$$\vec{v}=\vec{v}(x,y,z)$$

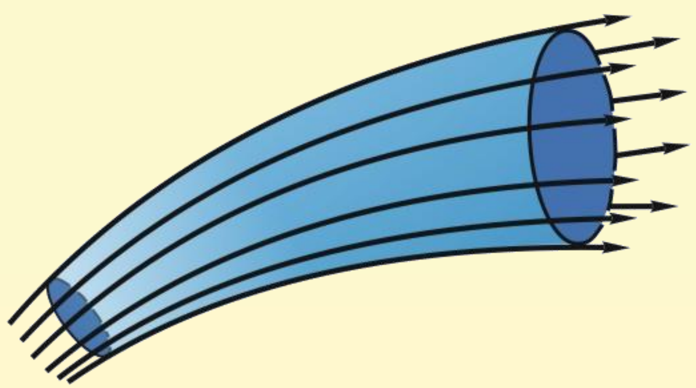
4.1.2 流线和流管

1. 流线(streamlines): 流线的切线方向与流速场在该点的速度方向一致, 即流体微元的速度方向; 其疏密表示流速的大小.

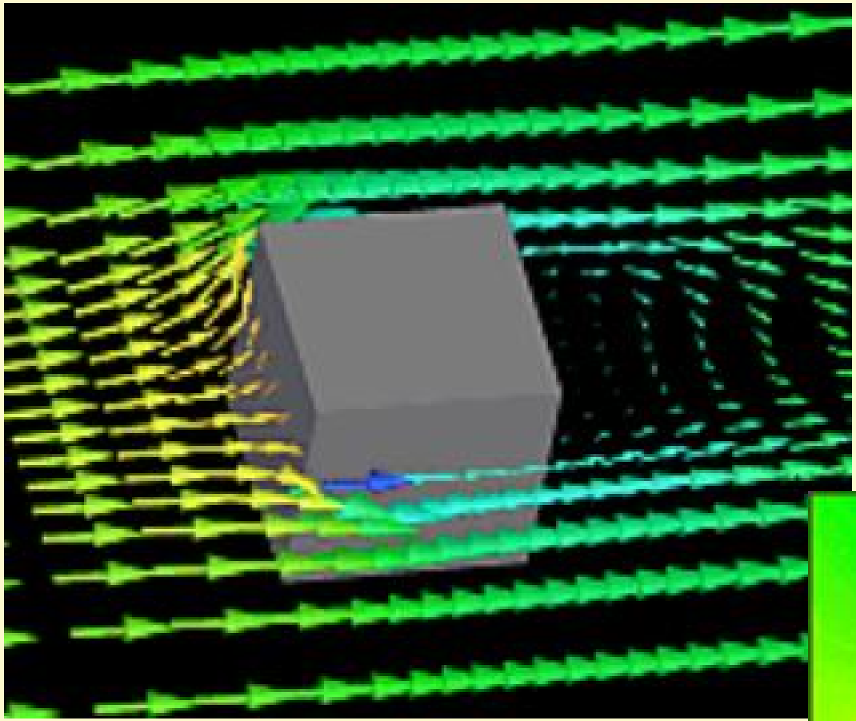


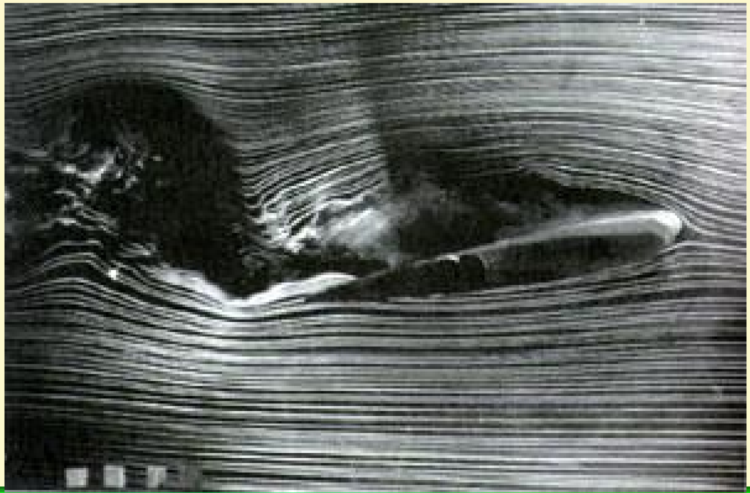


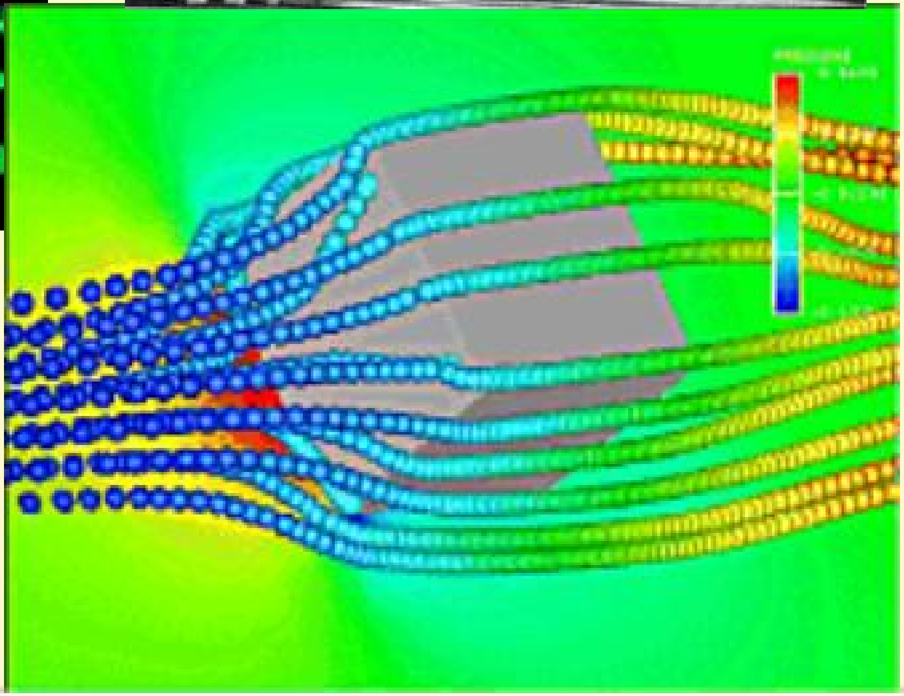
2. 流管(tube of flow): 在流体内取一微小的闭合曲面, 通过此面的流线所组成的细管叫流管.



计算机模拟的流线







§4-2 连续性方程 伯努利方程

4.2.1 理想流体

定义: 完全不可压缩的无黏滞性流体称为理想流体(ideal fluid) —— 理想模型

可以被看作理想流体的条件:

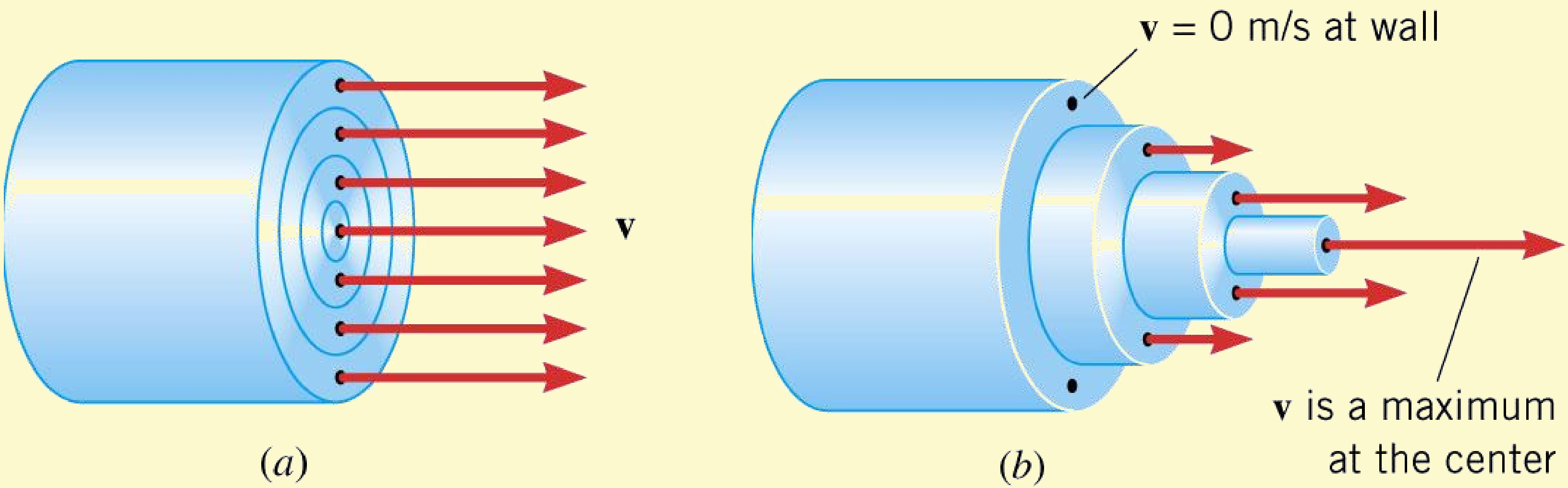
1. 不考虑压缩性(compress characteristic)

- 液体压缩性小
- 气体压缩性大, 但流动性大.
- 流体流动时, 内部各层之间, 外层与容器之间有摩擦力, 与黏滞性有关. 有些液体黏滞性大, 不能忽略.

2. 不考虑黏滞性(viscous characteristic)

- 气体和某些液体, 如水, 黏滞性小, 可以忽略.

流体的黏滞性取决于流体内部接触层间切向黏滞力 (viscous force) (内摩擦力)的大小.



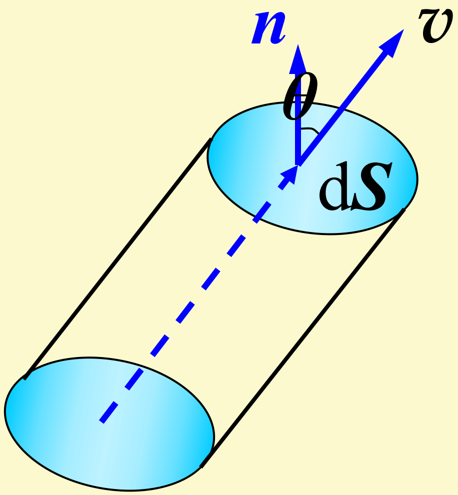
无黏滞性: 流体中各点的速度相同.

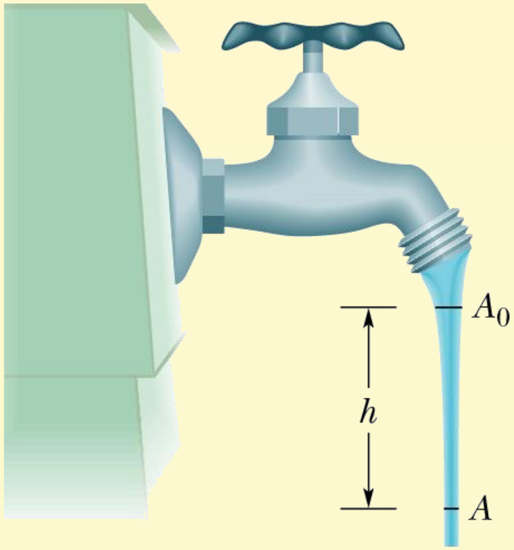
有黏滞性: 流体中各点的速度不同.

4.2.1 流体连续性方程

1. 流量

定义: 单位时间内流过面积元dS的流体体积或质量.





体积流量

$$Q_V = \int_S \mathrm{d}Q_V = \int_S v\cos\theta \mathrm{d}S = \int_S \vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

质量流量

$$Q_m = \int_S \mathrm{d}Q_m = \int_S \rho v\cos\theta \mathrm{d}S = \int_S \rho\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

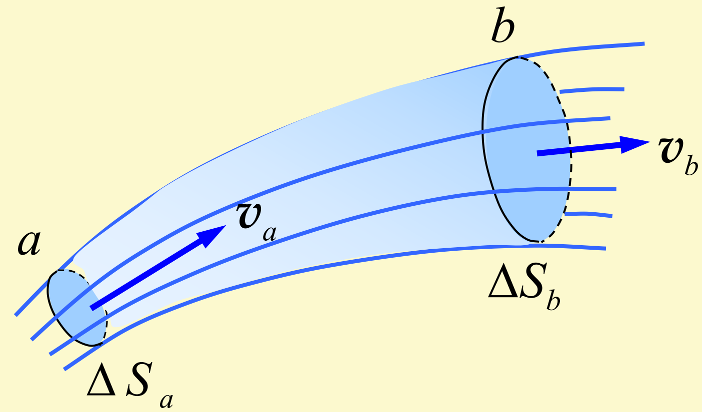
2. 连续性方程

在**定常流动**, **不可压缩**的流体中任取一流管

质量流量

$$Q_{ma} = \rho_a v_a S_a$$

$$Q_{mb} = \rho_b v_b S_b$$



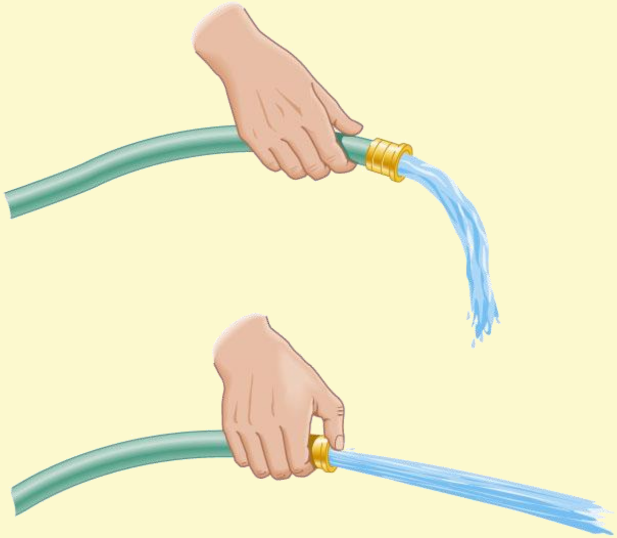
定常流动 $\rho_a v_a S_a = \rho_b v_b S_b$ 即 $\rho v S =$ 常量

如果流体不可压缩 $\rho_a = \rho_b$

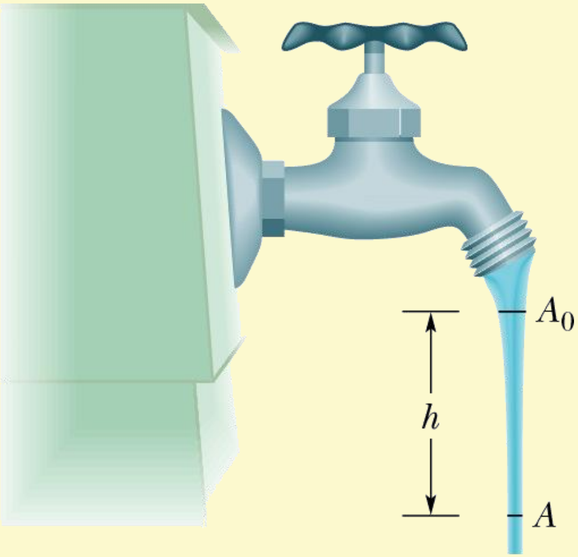
则有**流体连续性方程(continuity equation of fluid):**

$$\boxed{vS = \text{常量}}$$

用手挡住部分水管出口，出水就会较急?



水龙头流出的水为什么下面比上面的细?



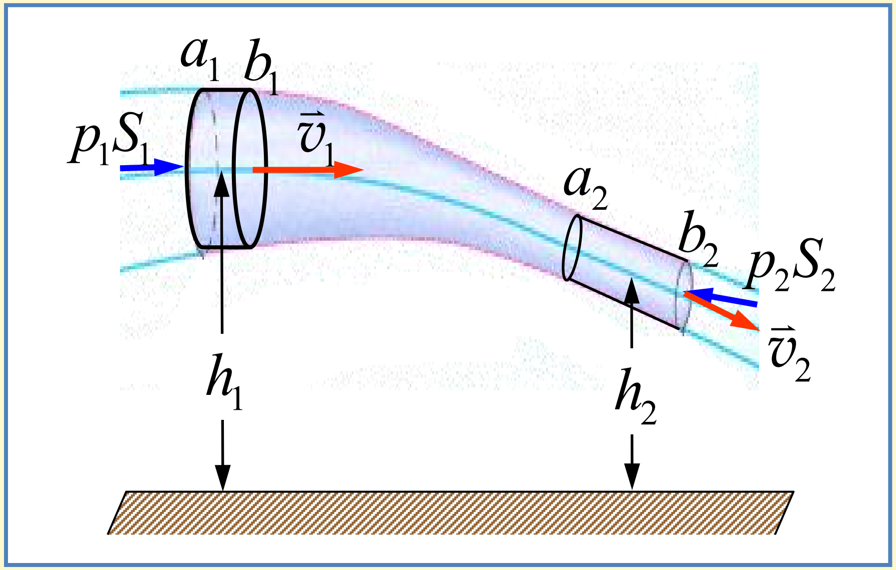
输送近似理想流体的刚性管道可视为流管. 如管道有分支，不可压缩流体在个分支管的流量之和等于总流量.

$$Sv=\sum_{i=1}^{n}S_i v_i$$

4.2.3 理想流体的伯努利方程

t 时刻: 流体在a_1b_1位置

$t+\Delta t$时刻: 流体达到a_2b_2位置



外力的总功为

$$A = p_1S_1v_1\Delta t - p_2S_2v_2\Delta t$$

理想流体被认为不可压缩 $V_{S_1v_1\Delta t} = V_{S_2v_2\Delta t} = \Delta V$

$$A = (p_1 - p_2)\Delta V$$

机械能增量 $E_2 - E_1 = (\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1)$

$$= \rho\Delta V[(\frac{1}{2}v_2^2 + gh_2) - (\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1)]$$

由功能原理 $(p_1 - p_2)\Delta V = \rho \Delta V[(\frac{1}{2}v_2^2 + gh_2) - (\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1)]$

即: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

静压

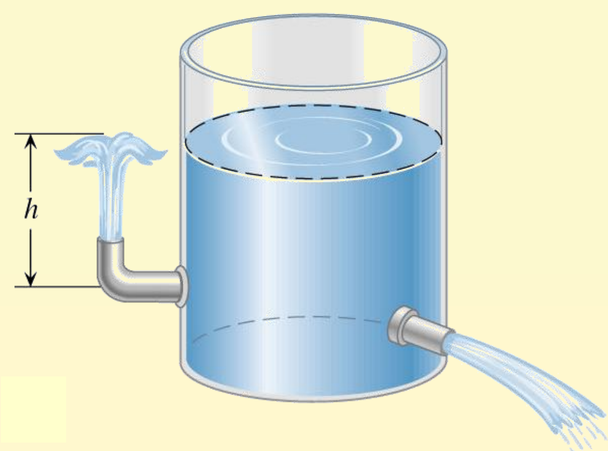
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{常量}}$$

动压

伯努利方程: 在同一管道中任何一点处, 流体每单位体积的动能和势能以及该处压强之和为常量.

在工程上, 上式常写成

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{常量}$$



理想流体定常流动的伯努利方程 对同一流管中任一横截面均成立

$$\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+h=\text{恒量}$$

压力头

单位重量流体的压力势能

速度头

单位重量流体的动能

位置头

单位重量流体的重力势能

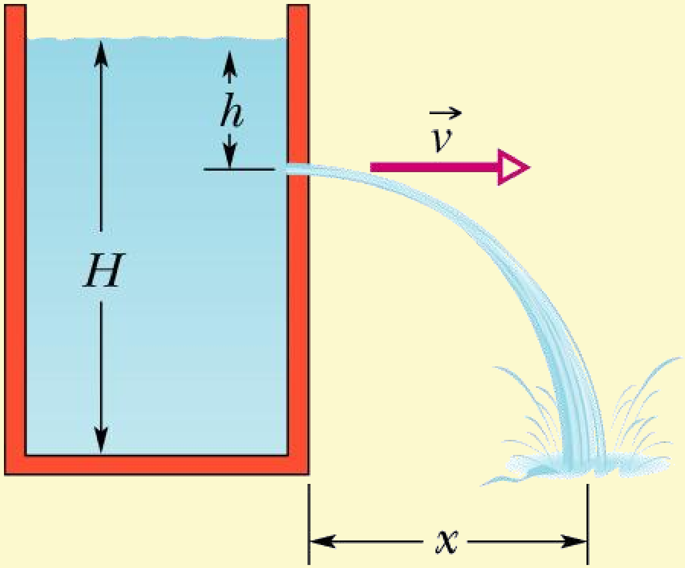
伯努利方程应用举例

1. 小孔泄流

在大容器的器壁上水深为 h 处, 开一直径为d 的小圆孔, 不计任何阻力, 求小孔的泄流量.

由伯努力方程

$$p_0 + h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

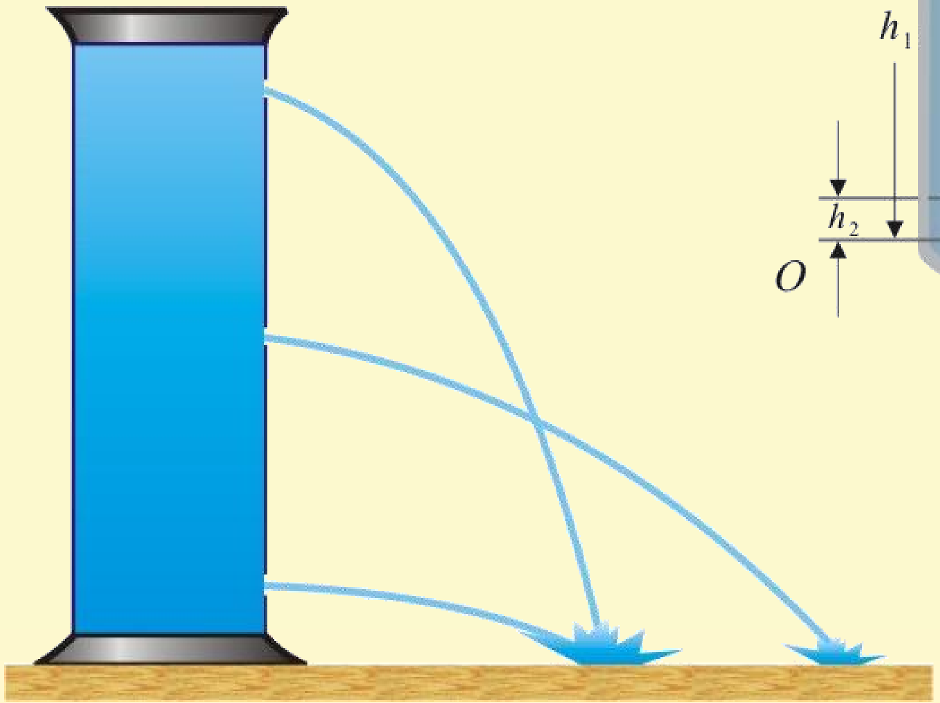


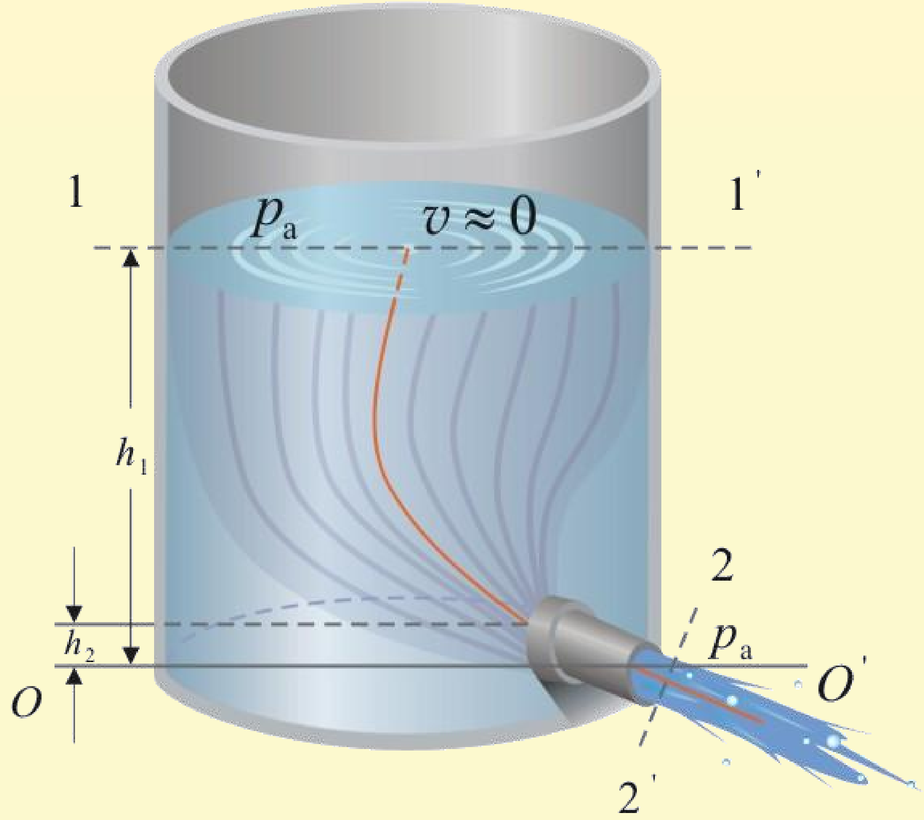
得小孔流速

$$v = \sqrt{2gh}$$

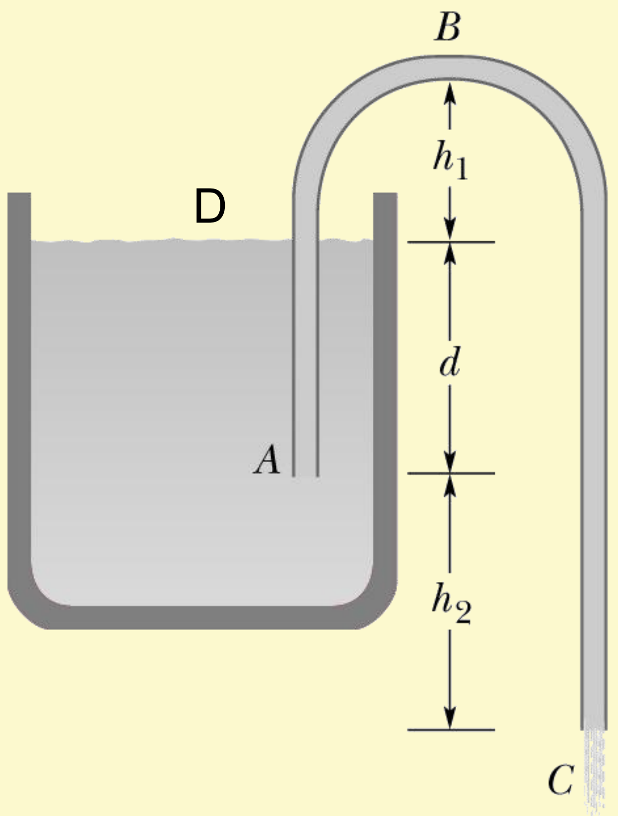
流量

$$Q = vS = (\frac{\pi d^2}{4})\sqrt{2gh}$$




1
p_a
$v \approx 0$
1'
h_1
2
p_a
h_2
O
O'
2'

从虹吸管管口吸出的液体速度为多大?

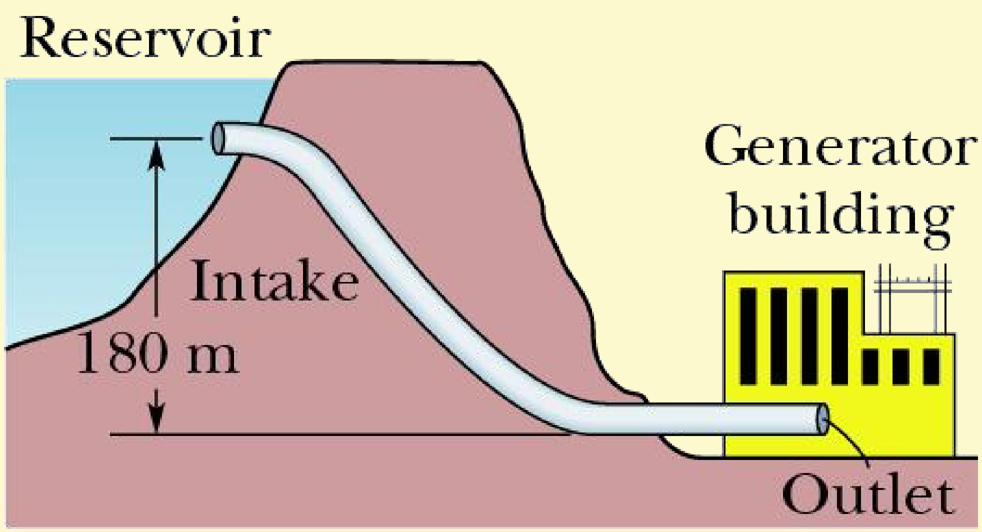


$$p_D + \rho g d = p_A$$

$$p_D = p_B + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$= p_C - \rho g(d + h_2) + \frac{1}{2}\rho v^2$$

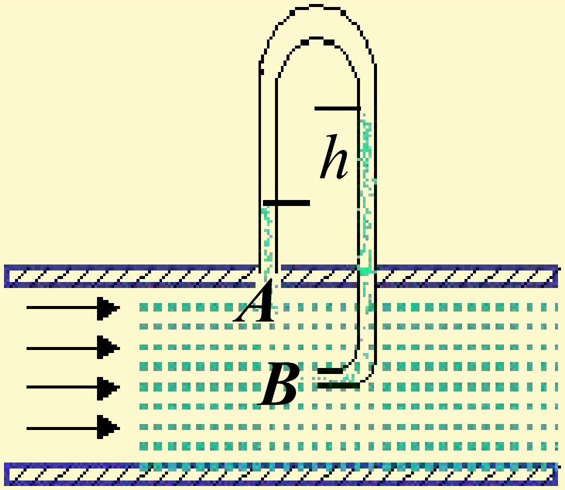
$$p_D = p_C = p_0$$



2. 皮托(pitot)管原理

一种用来测量流体速度的装置

$$v_A = v,\ v_B = 0$$



1) 测液体

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^{\ 2} = p_B$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2(p_B - p_A)}{\rho}},$$

$$\Delta p = p_B - p_A = \rho g h$$

液体流速为 $v_A = \sqrt{2gh}$

1) 测气体

设ρ为液体密度, ρ'为气体密度

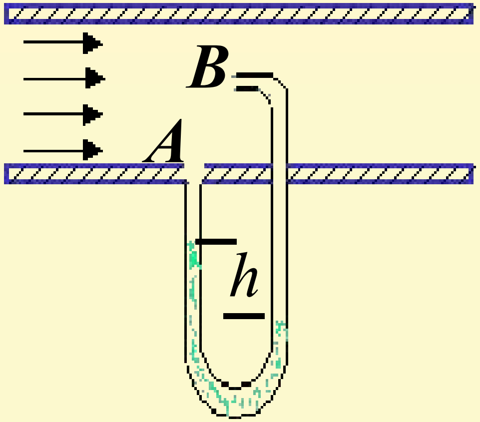
$$p_A+\frac{1}{2}\rho' v_A^{\ 2}=p_B$$

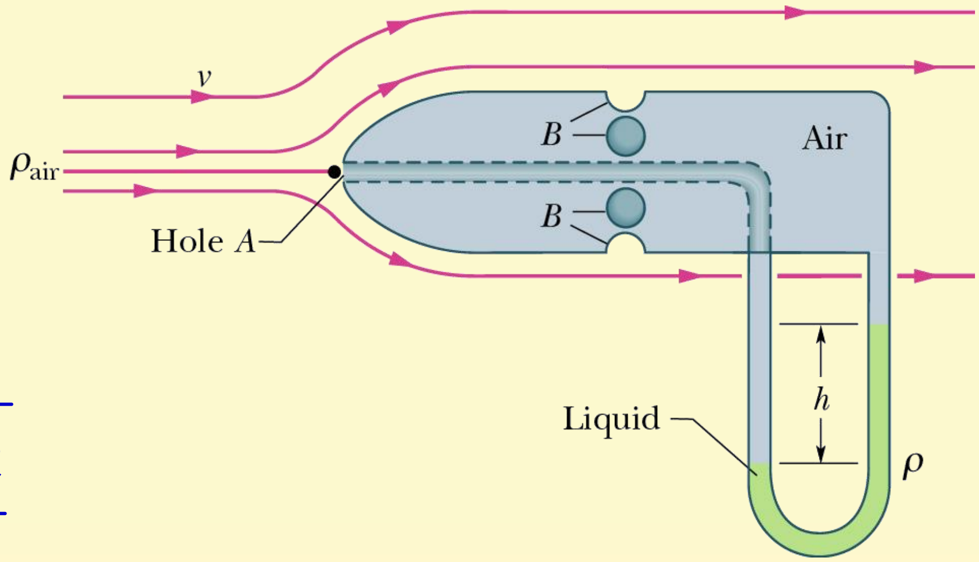
$$v_A=\sqrt{\frac{2(p_B-p_A)}{\rho'}}$$

$$\Delta p=p_B-p_A=\rho g h$$

气体流速为

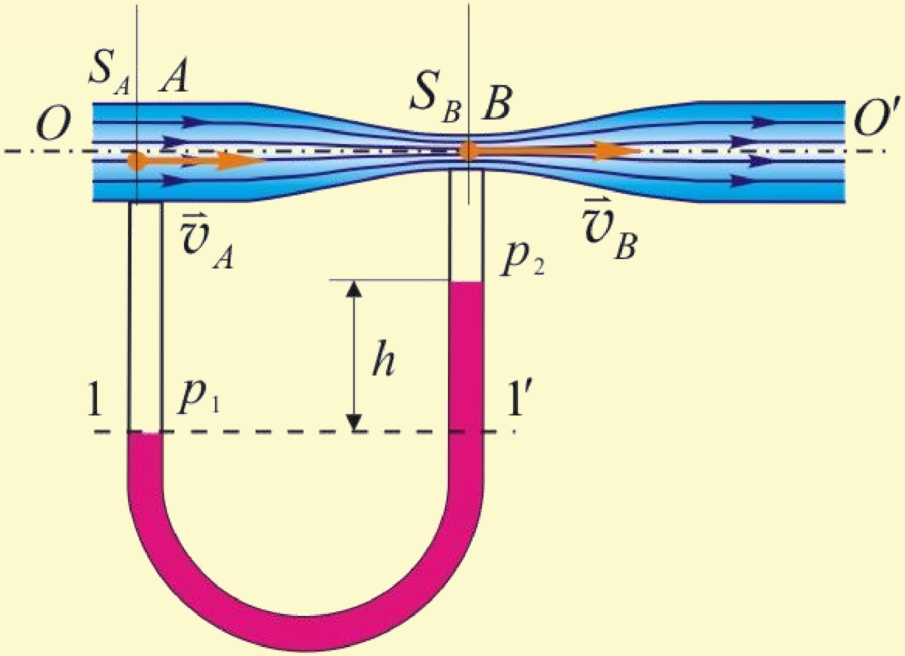
$$v_A=\sqrt{\frac{2\rho g h}{\rho'}}$$





3. 文特利(Venturi)流量计原理

流量计: 中间细，两端粗的一段短管, 串接于欲测管道中.



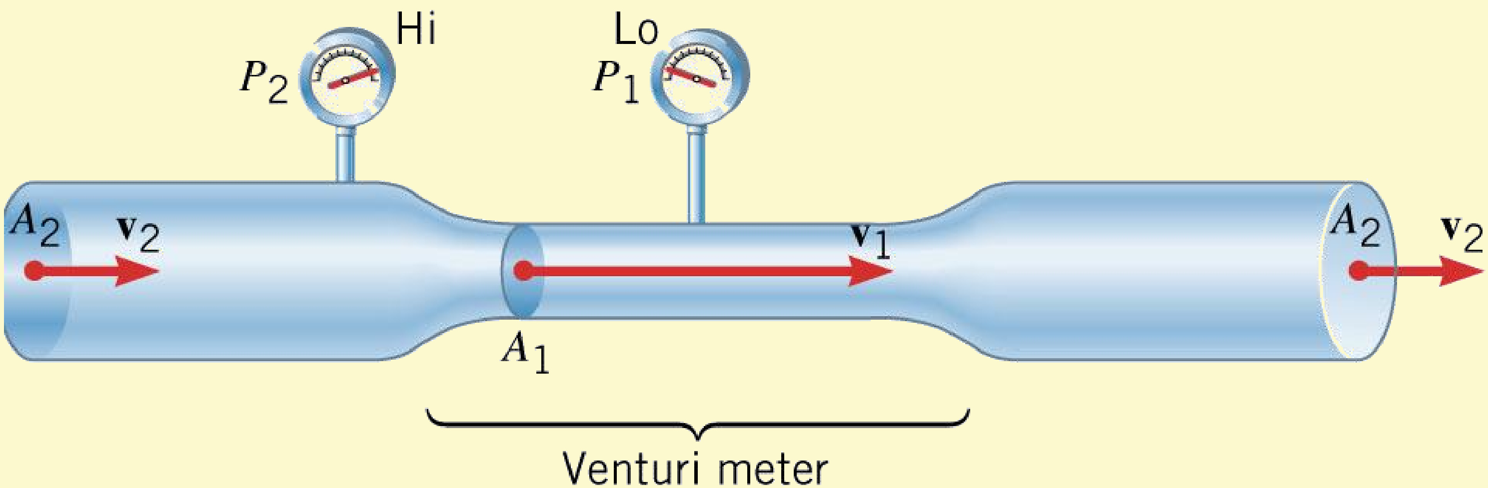
$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^{\ 2}=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^{\ 2}$$

$$v_1S_1=v_2S_2$$

$$\Delta p=p_1-p_2=(\rho_{汞}-\rho)gh$$

$$Q_V=v_1S_1=v_2S_2=\sqrt{\frac{2(\rho_{汞}-\rho)\ ghS_1^{\ 2}S_2^{\ 2}}{\rho(S_1^{\ 2}-S_2^{\ 2})}}$$

流量计

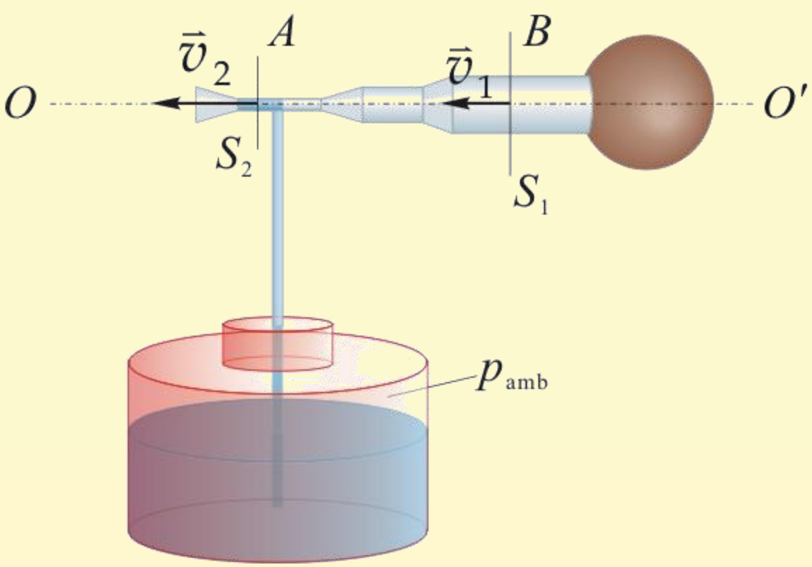


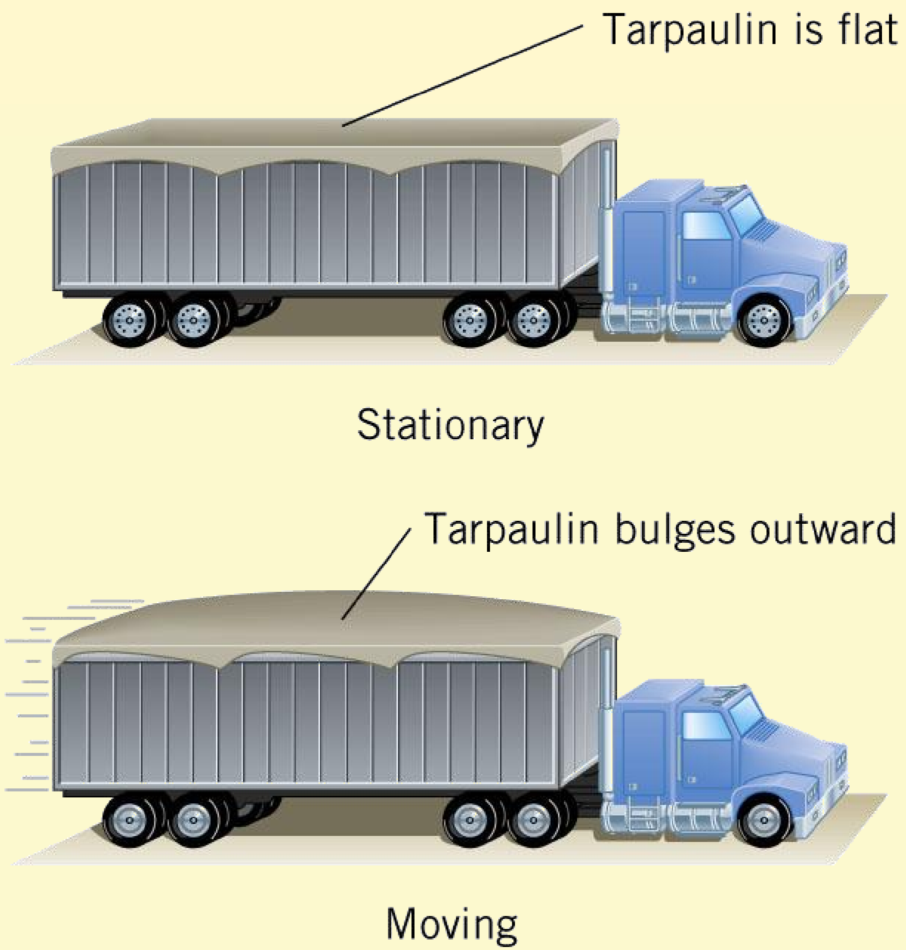
$$Q_V = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)S_1^{\ 2}S_2^{\ 2}}{\rho(S_1^{\ 2} - S_2^{\ 2})}}$$

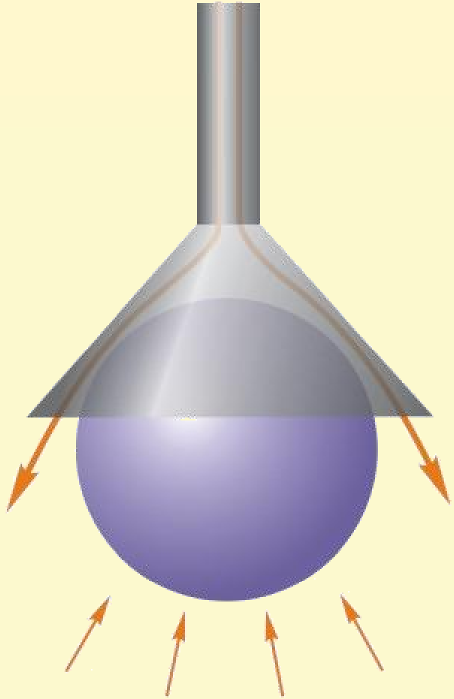
4. 空吸作用

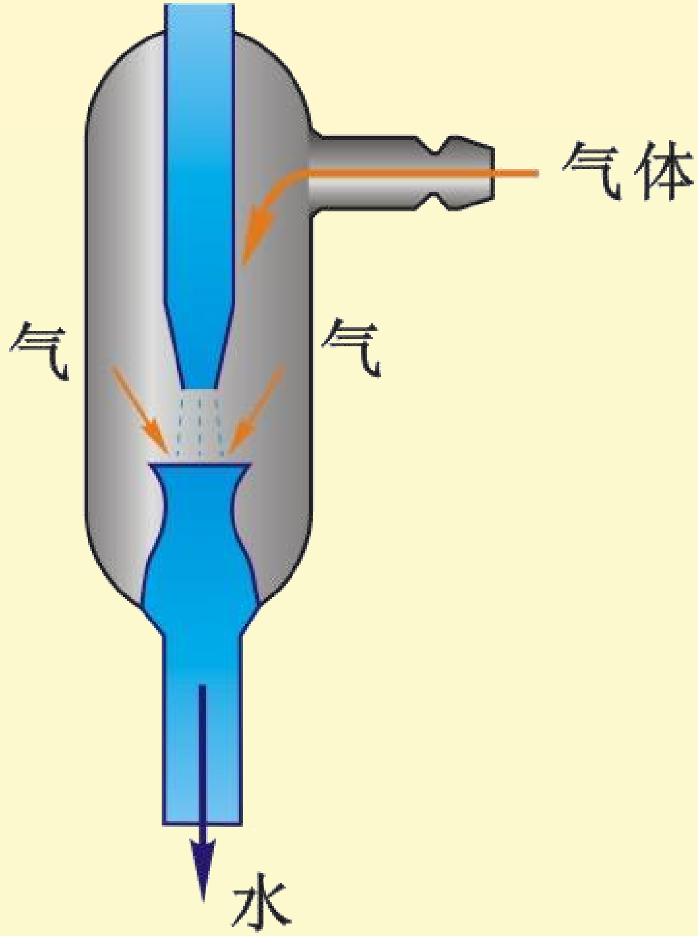
$$p+\frac{1}{2}\rho v^2=常量$$

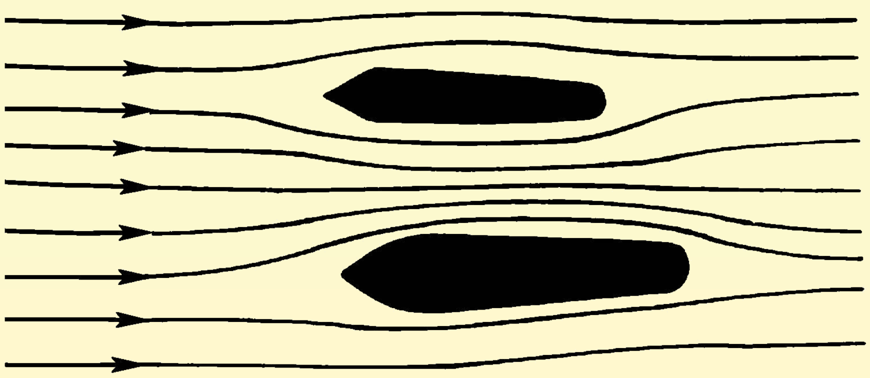
$$Sv=常量$$



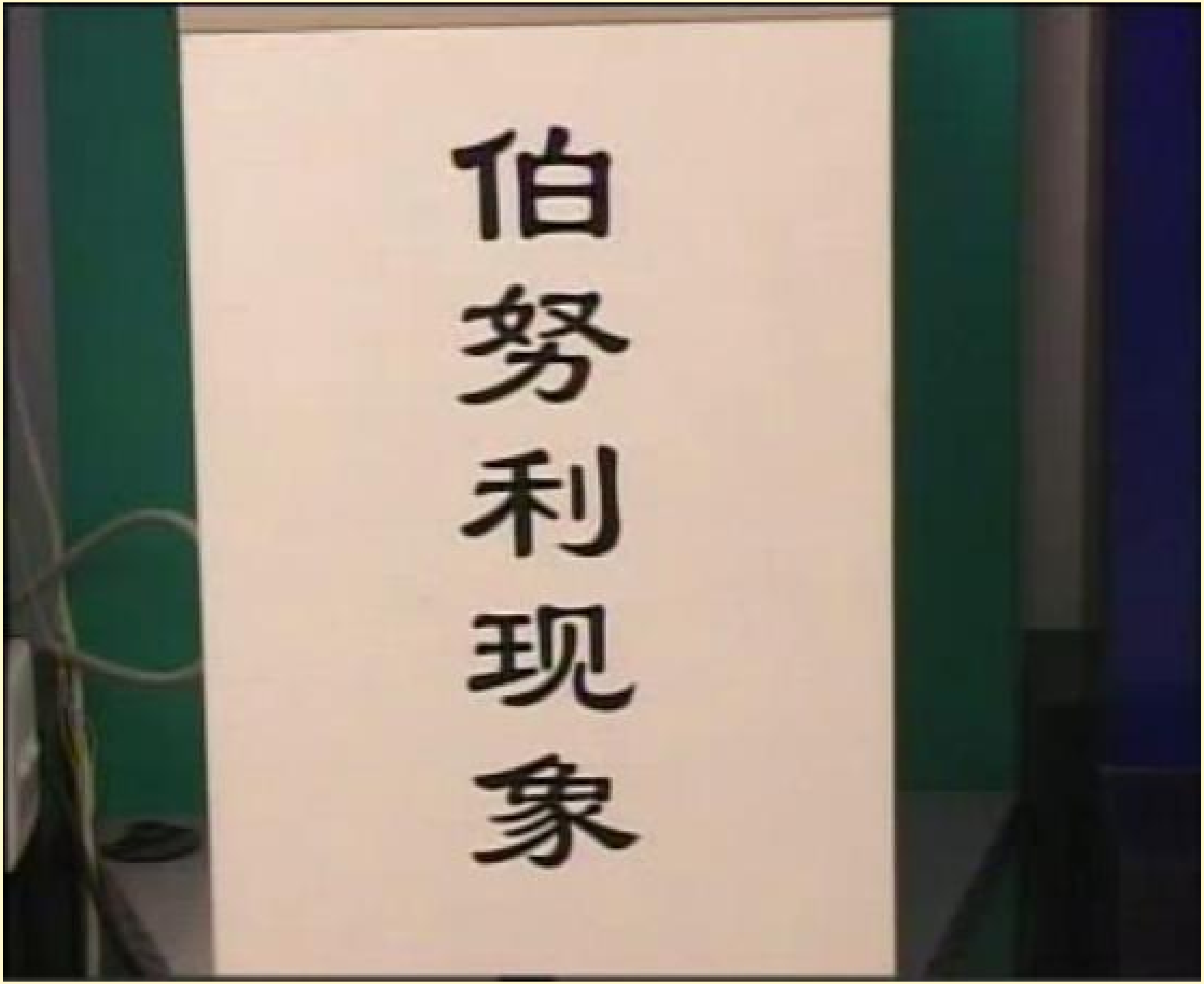




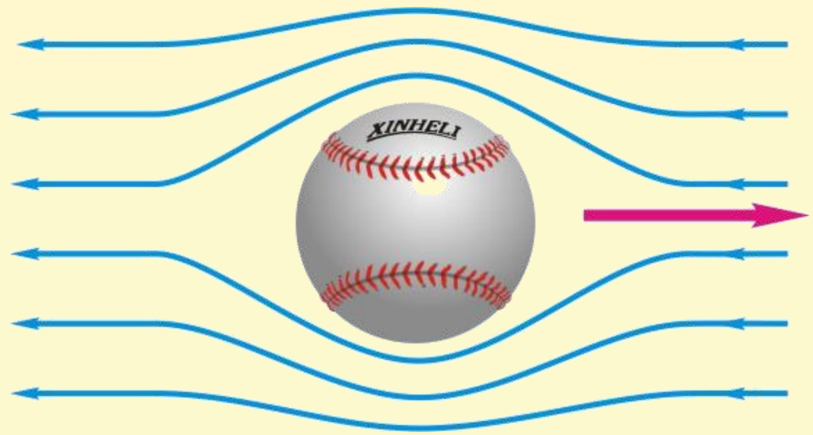


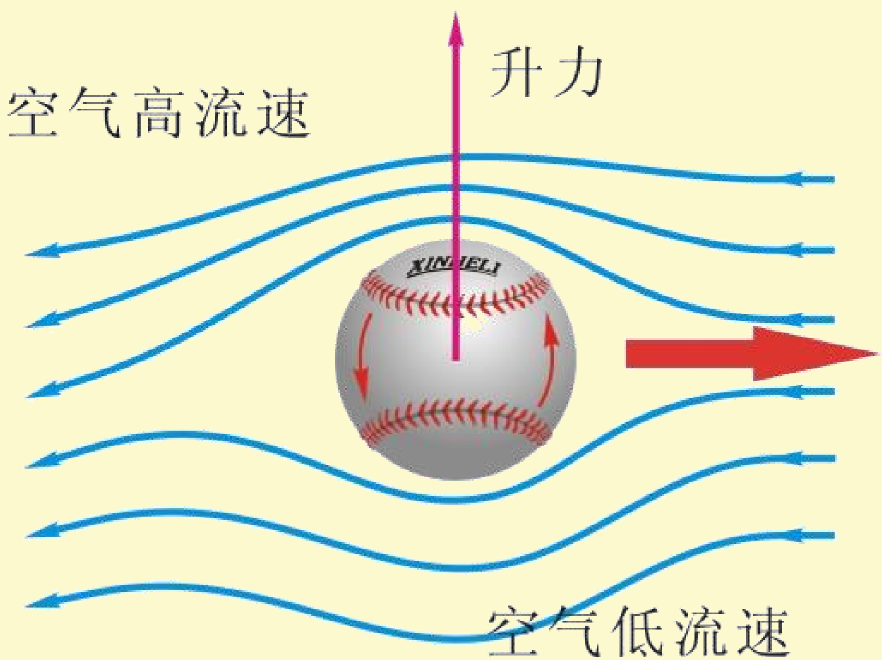


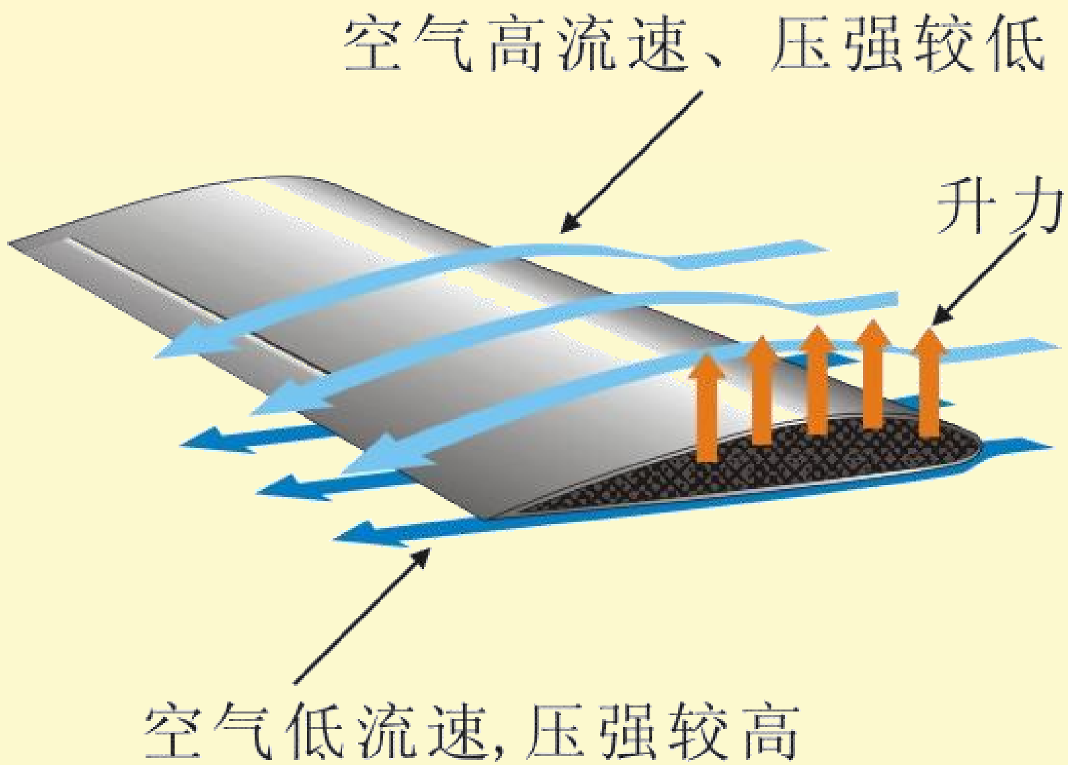
演示实验介绍


伯努利现象

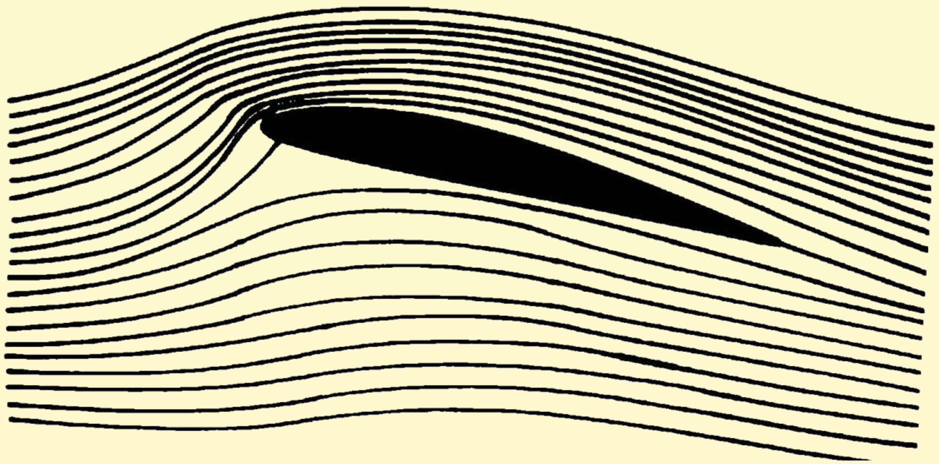
5. 马格纳斯效应







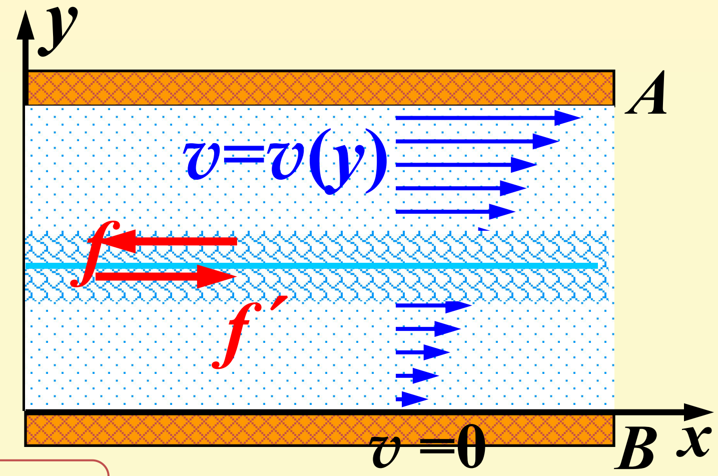
$$F = \frac{1}{2}\rho S(v_t^2 - v_b^2)$$



§4-3　黏滞液体的运动

4.3.1 流体的黏滞定律

层流(laminar flow): 各层流体互不混杂

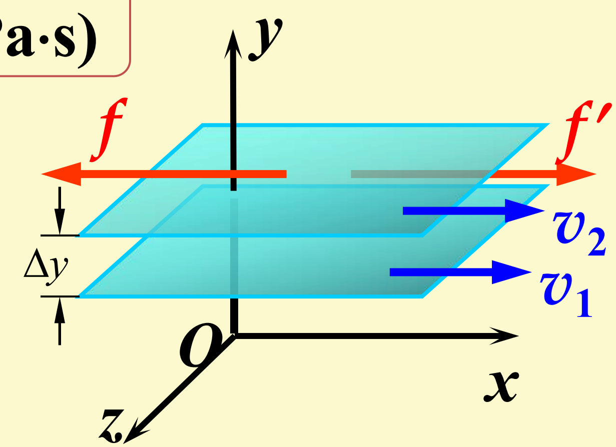


黏滞力: 各层流体之间存在的摩擦力(湿摩擦)

速度梯度 $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{\Delta v}{\Delta y}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$

帕·秒(Pa·s)

黏滞定律 $\boxed{f=\eta\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}\Delta S}$



黏滞系数η与流体本身性质有关

$$\text{温度}\uparrow\begin{cases}\text{液体}\,\eta\downarrow\\ \text{气体}\,\eta\uparrow\end{cases}$$

4.3.2 实际流体定常流动的伯努利方程

实际上, 流体流动时需要克服黏滞性引起的内摩擦力, 以及固体边界对流体的摩擦阻力等.

机械能 $\Longrightarrow$ 热能、声能

$$\underbrace{\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+z_1}_{\text{上游}} > \underbrace{\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+z_2}_{\text{下游}}$$

能量守恒

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+z_2+h_w}$$

流管中单位重量流体从横截面1处流到2处所损失的机械能

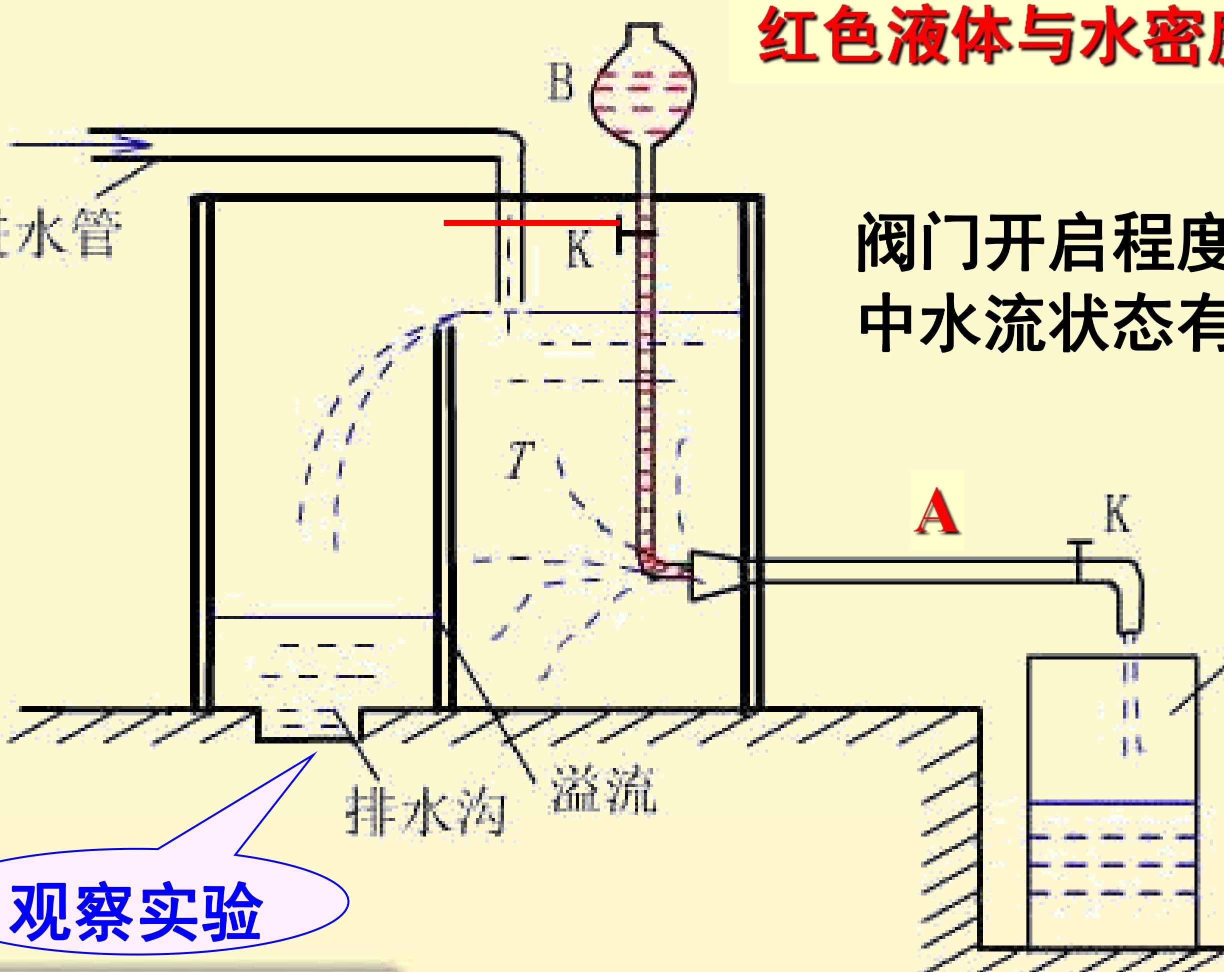
实验指出: 能量损失的大小与流体的流动状态有关

4.3.3 湍流(turbulent flow)

实际流体两种状态: 层流、湍流

v很大或S线度增大时流体在向前运动同时还出现横向运动

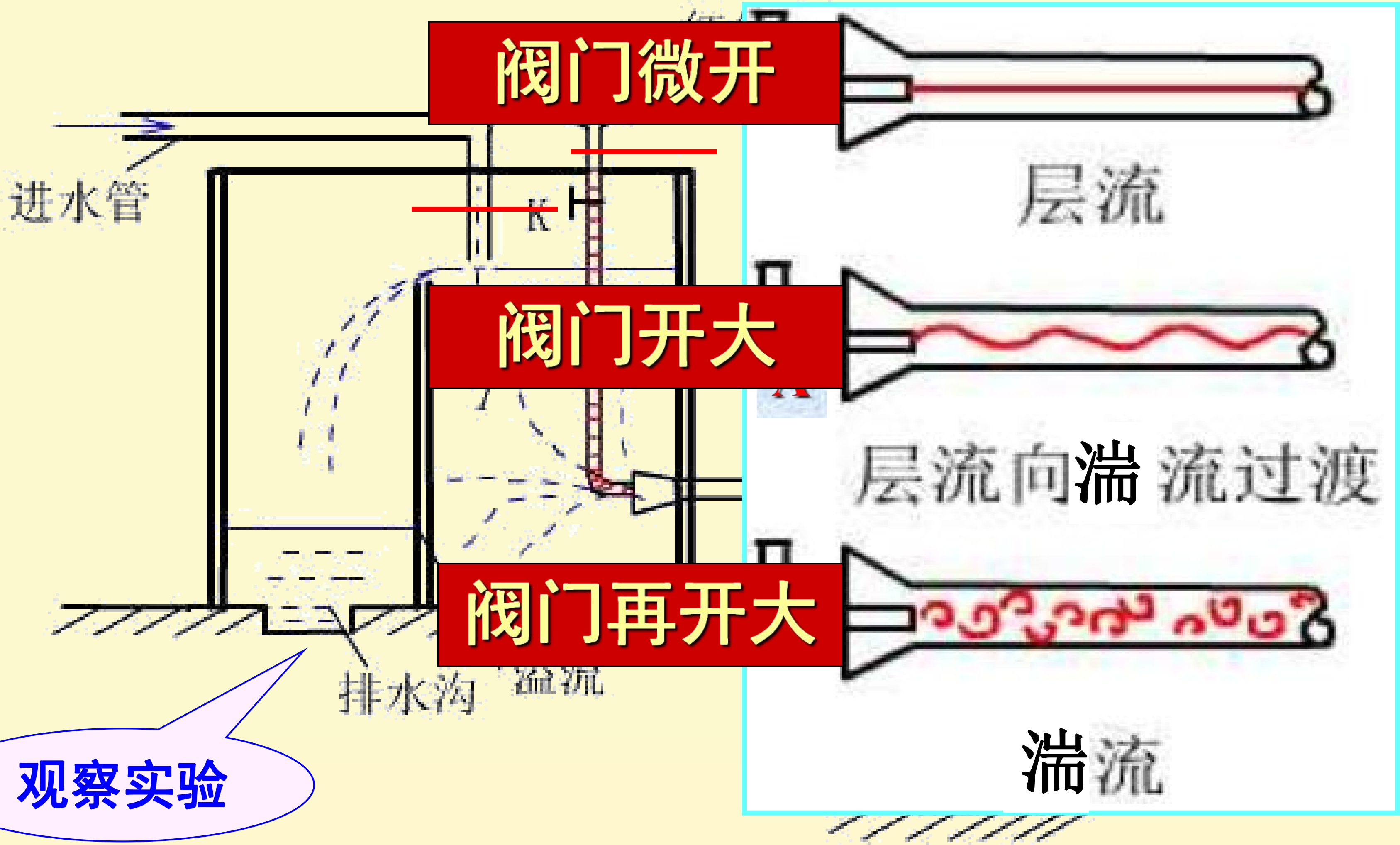
红色液体与水密度一样



阀门开启程度不同, A管中水流状态有何不同?

观察实验

阀门开启程度不同，A管中水流状态有何不同?



观察实验

管道或河渠中的水流, 通风管道中的空气流, 一般皆为湍流. 出现条件——雷诺(O.Reynolds)判据:

$$R_e = \frac{1}{\eta}\overline{v}\rho l$$

R_e 雷诺数(无量纲)

ρ 流体密度

η 黏滞系数

l 管径

$\overline{v}$ 平均流速

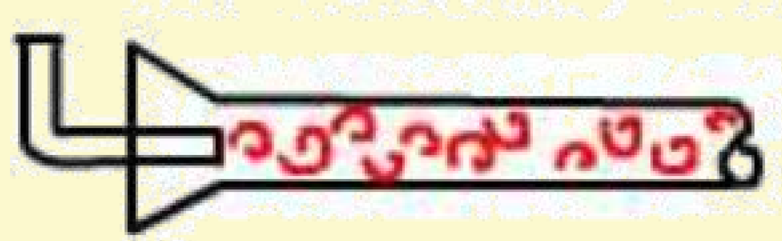
实验得出

层流 $R_e \le 2000$

湍流 $R_e \ge 4000$

不稳定过渡状态

$2000 \le R_e \le 4000$



混沌(Chaos)现象(非线性运动)

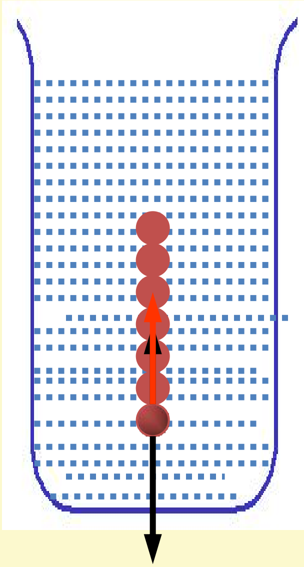
1) 对初始条件敏感

2) 表观混乱无序, 实际具有深层次规律

4.3.4 斯脱克斯定律

固体在理想流体中匀速运动时, 不受阻力作用. 在实际流体中运动, 由于存在黏滞性, 会受到阻力的作用.

球体在实际流体中所受到的黏滞阻力可用**斯脱克斯定律(Stoke's law)**描述



$$\boxed{f = 6\pi\eta r v}$$

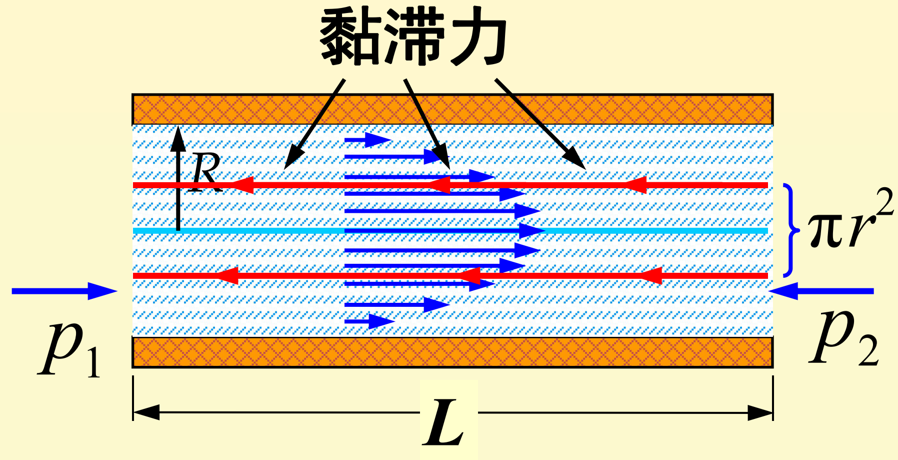
η为黏滞系数, r 为小球半径, v为小球在流体中的运动速度.

小球所受黏滞阻力与浮力之和与重力平衡, 小球开始作匀速直线下落时的速度称**收尾速度(terminal velocity)** v_T(沉积速度)

$$\boxed{v_T = \frac{2}{9}\frac{\rho-\rho_0}{\eta} g r^2}$$

ρ—小球密度
ρ_0—液体密度

4.3.5 泊肃叶定律

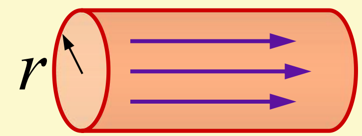


液体在半径为R的圆管内流动

$r=0$时v最大　$r\to R$ $v\to 0$

L段之压力差　$(p_1-p_2)\pi r^2$

黏滞阻力 $f=\eta\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\Delta S$



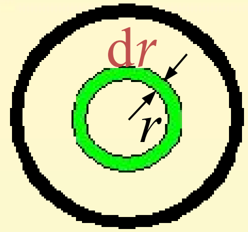
$$\Delta S=2\pi rL$$

定常流动 $(p_1-p_2)\pi r^2=\eta 2\pi rL\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$

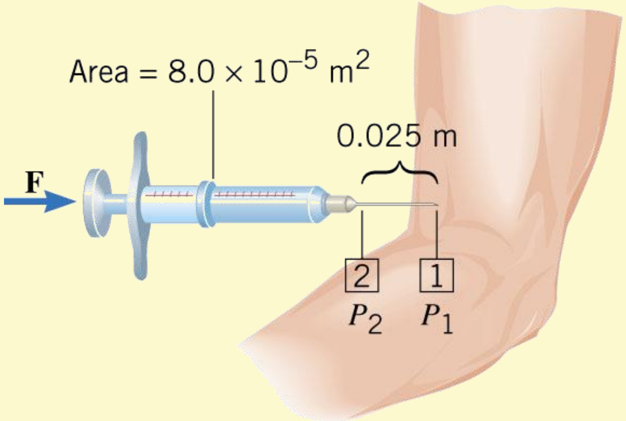
$$-\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}=\frac{(p_1-p_2)r}{2\eta L}\qquad -\int_v^0\mathrm{d}v=\frac{p_1-p_2}{2\eta L}\int_r^R r\mathrm{d}r$$

$$v(r)=\frac{p_1-p_2}{4\eta L}(R^2-r^2)$$

$$\mathrm{d}Q_V = v\mathrm{d}S = v2\pi r\mathrm{d}r \qquad Q_V = 2\pi\int_0^R v(r)r\mathrm{d}r$$



$$\boxed{Q_V = \frac{\pi}{8}\frac{p_1 - p_2}{\eta L}R^4}$$

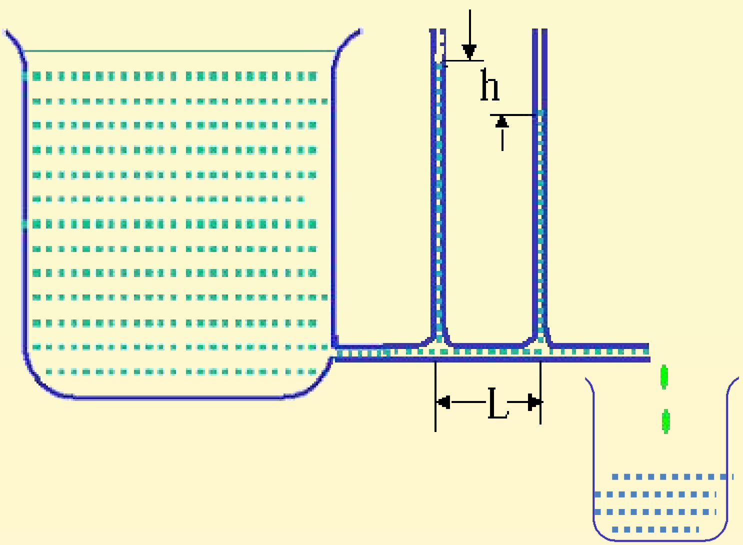


泊肃叶公式的另一表示形式:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}l} = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^2}{l} = \frac{8\eta Q_V}{R^2} = 8\pi\eta\bar{v}$$

l 为管长, $\bar{v}$为平均流速

测量黏滞系数: 测出流量 Q_V、管径R, 由Q_V求得



$$\eta = \frac{\pi\rho g h R^4}{8LQv}$$

第4章：1、2、3、5、6、7、8;

随堂测验

1. 一质点做曲线运动，则其切向加速度和法向加速度分别为________和________.

2. 地球绕太阳公转，半径为R，已知其角动量L，质量m，则地球绕太阳公转的机械能为________

3. 一质量分布均匀的小球，质量为*M*，半径为*R*，到一固定点*O*的距离为*l*，则小球相对于*O*点的转动惯量___.