

Cơ Sở Dữ Liệu Phân Tán

Bài tập về nhà - IS211.M21

Nguyễn Hồ Duy Tri, Nguyễn Thị Kim Yến
Sinh viên: Phạm Đức Thế - 19522253

Thứ 6, ngày 01 tháng 04 năm 2022

Bài Tập Phân Mảnh Dọc

Bài Tập 1

Cho tập $Q = \{q1, q2, q3, q4, q5\}$ các truy vấn, tập $A = \{A1, A2, A3, A4, A5\}$ lần lượt là các thuộc tính **MaCN**, **GiớiTính**, **MaPX**, **MaTo**, **Luong** của quan hệ:

CONGNHAN(MaCN, TenCN, NgàySinh, GiớiTính, MaPX, MaTo, Luong)

Tập $S = \{S1, S2, S3, S4\}$ các vị trí (sites) trong hệ cơ sở dữ liệu phân tán. Giả sử số truy xuất đến các cặp thuộc tính cho mỗi ứng dụng tại các vị trí: $ref_i(q_j) = 1$; với mọi i, j .

Ma trận truy vấn sử dụng thuộc tính (use) và ma trận tần số sử dụng truy vấn (acc) tại các vị trí như sau:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|----|----|----|----|----|----|
| q1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| q2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| q3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| q4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| q5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Ma trận USE

| | S1 | S2 | S3 | S4 |
|----|----|----|----|----|
| q1 | 0 | 5 | 2 | 3 |
| q2 | 5 | 10 | 5 | 0 |
| q3 | 10 | 10 | 0 | 10 |
| q4 | 20 | 0 | 10 | 10 |
| q5 | 10 | 10 | 15 | 15 |

Ma trận ACC

1. Tính ma trận AA. (1 điểm)

Lời giải.

- Tính toán ma trận AA:

$$Aff(A_1, A_1) = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) = 0 + 5 + 2 + 3 = 10$$

$$Aff(A_1, A_2) = 0$$

$$Aff(A_1, A_3) = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) = 0 + 5 + 2 + 3 = 10$$

$$Aff(A_1, A_4) = 0$$

$$Aff(A_1, A_5) = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) = 0 + 5 + 2 + 3 = 10$$

$$Aff(A_2, A_2) = acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2)$$

$$+ acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3)$$

$$+ acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4)$$

$$= 5 + 10 + 5 + 0 + 10 + 10 + 0 + 10 + 20 + 0 + 10 + 10 = 90$$

$$Aff(A_2, A_3) = acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2) = 5 + 10 + 5 + 0 = 20$$

$$Aff(A_2, A_4) = acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) = 10 + 10 + 0 + 10 = 30$$

$$\begin{aligned}
Aff(A_2, A_5) &= acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) \\
&+ acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4) \\
&= 10 + 10 + 0 + 10 + 20 + 0 + 10 + 10 = 70
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Aff(A_3, A_3) &= acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) \\
&+ acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2) \\
&= 0 + 5 + 2 + 3 + 5 + 10 + 5 + 0 = 30
\end{aligned}$$

$$Aff(A_3, A_4) = 0$$

$$Aff(A_3, A_5) = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) = 0 + 5 + 2 + 3 = 10$$

$$Aff(A_4, A_4) = acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) = 10 + 10 + 0 + 10 = 30$$

$$Aff(A_4, A_5) = acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) = 10 + 10 + 0 + 10 = 30$$

$$\begin{aligned}
Aff(A_5, A_5) &= acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) \\
&+ acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) \\
&+ acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4) \\
&+ acc_1(q_5) + acc_2(q_5) + acc_3(q_5) + acc_4(q_5) \\
&= 0 + 5 + 2 + 3 + 10 + 10 + 0 + 10 \\
&+ 20 + 0 + 10 + 10 + 10 + 10 + 15 + 15 = 130
\end{aligned}$$

- Ta có ma trận ái lực AA là:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A2 | 0 | 90 | 20 | 30 | 70 |
| A3 | 10 | 20 | 30 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 0 | 30 | 30 |
| A5 | 10 | 70 | 10 | 30 | 130 |

2. Sử dụng thuật toán BEA tính ma trận CA. (2 điểm)

Lời giải.

- Xét ma trận AA, tính toán phần đóng góp khi di chuyển thuộc tính A_3 giữa các thuộc tính A_1 và A_2 .

$$\begin{aligned}
Cont(A_0, A_3, A_1) &= 2bond(A_0, A_3) + 2bond(A_3, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\
Bond(A_0, A_3) &= Aff(A_1, A_0) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_0) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_0) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_0) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_0) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 0 \times 10 + 0 \times 20 + 0 \times 30 + 0 \times 0 + 0 \times 10 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Bond(A_3, A_1) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_1) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_1) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_1) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_1) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_1) \\
&= 0 \times 10 + 20 \times 0 + 30 \times 10 + 0 \times 30 + 10 \times 10 = 500
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Bond(A_0, A_1) &= Aff(A_1, A_0) \times Aff(A_1, A_1) + Aff(A_2, A_0) \times Aff(A_2, A_1) \\
&+ Aff(A_3, A_0) \times Aff(A_3, A_1) + Aff(A_4, A_0) \times Aff(A_4, A_1) \\
&+ Aff(A_5, A_0) \times Aff(A_5, A_1) \\
&= 0 \times 10 + 0 \times 0 + 0 \times 10 + 0 \times 0 + 0 \times 10 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow Cont(A_0, A_3, A_1) &= 2bond(A_0, A_3) + 2bond(A_3, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\
&= 2 \times 0 + 2 \times 500 - 2 \times 0 = 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_1, A_3, A_2) &= 2bond(A_1, A_3) + 2bond(A_3, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
Bond(A_1, A_3) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 10 \times 10 + 0 \times 20 + 10 \times 30 + 0 \times 0 + 10 \times 10 = 500 \\
Bond(A_3, A_2) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 10 \times 0 + 20 \times 90 + 30 \times 20 + 0 \times 30 + 10 \times 70 = 3100 \\
Bond(A_1, A_2) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 10 \times 0 + 0 \times 90 + 10 \times 20 + 0 \times 30 + 10 \times 70 = 900 \\
\Rightarrow Cont(A_1, A_3, A_2) &= 2bond(A_1, A_3) + 2bond(A_3, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
&= 2 \times 500 + 2 \times 3100 - 2 \times 900 = 5400
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_2, A_3, A_0) &= 2bond(A_2, A_3) + 2bond(A_3, A_0) - 2bond(A_2, A_0) \\
Bond(A_2, A_3) &= Aff(A_1, A_2) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_2) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_2) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_2) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_2) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 0 \times 10 + 90 \times 20 + 20 \times 30 + 30 \times 0 + 70 \times 10 = 3100 \\
Bond(A_3, A_0) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_0) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_0) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_0) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_0) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_0) \\
&= 10 \times 0 + 20 \times 0 + 30 \times 0 + 0 \times 0 + 10 \times 0 = 0 \\
Bond(A_2, A_0) &= Aff(A_1, A_2) \times Aff(A_1, A_0) + Aff(A_2, A_2) \times Aff(A_2, A_0) \\
&+ Aff(A_3, A_2) \times Aff(A_3, A_0) + Aff(A_4, A_2) \times Aff(A_4, A_0) \\
&+ Aff(A_5, A_2) \times Aff(A_5, A_0) \\
&= 0 \times 0 + 90 \times 0 + 20 \times 0 + 30 \times 0 + 70 \times 0 = 0 \\
\Rightarrow Cont(A_2, A_3, A_0) &= 2bond(A_2, A_3) + 2bond(A_3, A_0) - 2bond(A_2, A_0) \\
&= 2 \times 3100 + 2 \times 0 - 2 \times 0 = 6200
\end{aligned}$$

\Rightarrow Chèn cột A_3 vào sau cột A_1 và A_2 của CA. Ta có: A_1, A_2, A_3

- Xét ma trận AA, tính toán phần đóng góp khi di chuyển thuộc tính A_4 giữa các thuộc tính A_1, A_2 và A_3 .

$$\begin{aligned}
Cont(A_0, A_4, A_1) &= 2bond(A_0, A_4) + 2bond(A_4, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\
Bond(A_0, A_4) &= Aff(A_1, A_0) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_0) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_0) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_0) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_0) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 0 \times 0 + 0 \times 30 + 0 \times 0 + 0 \times 30 + 0 \times 30 = 0 \\
Bond(A_4, A_1) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_1) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_1) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_1) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_1) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_1) \\
&= 0 \times 10 + 30 \times 0 + 0 \times 10 + 30 \times 0 + 30 \times 10 = 300
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Bond(A_0, A_1) &= Aff(A_1, A_0) \times Aff(A_1, A_1) + Aff(A_2, A_0) \times Aff(A_2, A_1) \\
&+ Aff(A_3, A_0) \times Aff(A_3, A_1) + Aff(A_4, A_0) \times Aff(A_4, A_1) \\
&+ Aff(A_5, A_0) \times Aff(A_5, A_1) \\
&= 0 \times 10 + 0 \times 0 + 0 \times 10 + 0 \times 0 + 0 \times 10 = 0 \\
\Rightarrow Cont(A_0, A_4, A_1) &= 2bond(A_0, A_4) + 2bond(A_4, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\
&= 2 \times 0 + 2 \times 300 - 2 \times 0 = 600
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_1, A_4, A_2) &= 2bond(A_1, A_4) + 2bond(A_4, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
Bond(A_1, A_4) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 10 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 30 = 300 \\
Bond(A_4, A_2) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 0 \times 0 + 30 \times 90 + 0 \times 20 + 30 \times 30 + 30 \times 70 = 5700 \\
Bond(A_1, A_2) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 10 \times 0 + 0 \times 90 + 10 \times 20 + 0 \times 30 + 10 \times 70 = 900 \\
\Rightarrow Cont(A_1, A_4, A_2) &= 2bond(A_1, A_4) + 2bond(A_4, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
&= 2 \times 300 + 2 \times 5700 - 2 \times 900 = 10200
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_1, A_4, A_2) &= 2bond(A_1, A_4) + 2bond(A_4, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
Bond(A_1, A_4) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 10 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 30 = 300 \\
Bond(A_4, A_2) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 0 \times 0 + 30 \times 90 + 0 \times 20 + 30 \times 30 + 30 \times 70 = 5700 \\
Bond(A_1, A_2) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 10 \times 0 + 0 \times 90 + 10 \times 20 + 0 \times 30 + 10 \times 70 = 900 \\
\Rightarrow Cont(A_1, A_4, A_2) &= 2bond(A_1, A_4) + 2bond(A_4, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
&= 2 \times 300 + 2 \times 5700 - 2 \times 900 = 10200
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_2, A_4, A_3) &= 2bond(A_2, A_4) + 2bond(A_4, A_3) - 2bond(A_2, A_3) \\
Bond(A_2, A_4) &= Aff(A_1, A_2) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_2) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_2) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_2) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_2) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 0 \times 0 + 90 \times 30 + 20 \times 0 + 30 \times 30 + 70 \times 30 = 5700
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Bond(A_4, A_3) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 0 \times 0 + 30 \times 90 + 0 \times 20 + 30 \times 30 + 30 \times 70 = 900 \\
Bond(A_2, A_3) &= Aff(A_1, A_2) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_2) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_2) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_2) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_2) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 0 \times 10 + 90 \times 20 + 20 \times 30 + 30 \times 0 + 70 \times 10 = 3100 \\
\Rightarrow Cont(A_2, A_4, A_3) &= 2bond(A_2, A_4) + 2bond(A_4, A_3) - 2bond(A_2, A_3) \\
&= 2 \times 5700 + 2 \times 900 - 2 \times 3100 = 7000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_3, A_4, A_0) &= 2bond(A_3, A_4) + 2bond(A_4, A_0) - 2bond(A_3, A_0) \\
Bond(A_3, A_4) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 10 \times 0 + 20 \times 30 + 30 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 30 = 900 \\
Bond(A_4, A_0) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_0) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_0) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_0) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_0) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_0) \\
&= 0 \times 0 + 30 \times 0 + 0 \times 0 + 30 \times 0 + 30 \times 0 = 0 \\
Bond(A_3, A_0) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_0) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_0) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_0) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_0) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_0) \\
&= 10 \times 0 + 20 \times 0 + 30 \times 0 + 0 \times 0 + 10 \times 0 = 0 \\
\Rightarrow Cont(A_2, A_3, A_0) &= 2bond(A_2, A_3) + 2bond(A_3, A_0) - 2bond(A_2, A_0) \\
&= 2 \times 900 + 2 \times 0 - 2 \times 0 = 1800
\end{aligned}$$

\Rightarrow Chèn cột A_4 vào giữa cột A_1 và A_2 của CA. Ta có: A_1, A_4, A_2, A_3

- Xét ma trận AA, tính toán phần đóng góp khi di chuyển thuộc tính A_5 giữa các thuộc tính A_1, A_4, A_2 và A_3 .

$$\begin{aligned}
Cont(A_0, A_5, A_1) &= 2bond(A_0, A_5) + 2bond(A_5, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\
Bond(A_0, A_5) &= Aff(A_1, A_0) \times Aff(A_1, A_5) + Aff(A_2, A_0) \times Aff(A_2, A_5) \\
&+ Aff(A_3, A_0) \times Aff(A_3, A_5) + Aff(A_4, A_0) \times Aff(A_4, A_5) \\
&+ Aff(A_5, A_0) \times Aff(A_5, A_5) \\
&= 0 \times 10 + 0 \times 70 + 0 \times 10 + 0 \times 30 + 0 \times 130 = 0 \\
Bond(A_5, A_1) &= Aff(A_1, A_5) \times Aff(A_1, A_1) + Aff(A_2, A_5) \times Aff(A_2, A_1) \\
&+ Aff(A_3, A_5) \times Aff(A_3, A_1) + Aff(A_4, A_5) \times Aff(A_4, A_1) \\
&+ Aff(A_5, A_5) \times Aff(A_5, A_1) \\
&= 10 \times 10 + 70 \times 0 + 10 \times 10 + 30 \times 0 + 130 \times 10 = 1500 \\
Bond(A_0, A_1) &= Aff(A_1, A_0) \times Aff(A_1, A_1) + Aff(A_2, A_0) \times Aff(A_2, A_1) \\
&+ Aff(A_3, A_0) \times Aff(A_3, A_1) + Aff(A_4, A_0) \times Aff(A_4, A_1) \\
&+ Aff(A_5, A_0) \times Aff(A_5, A_1) \\
&= 0 \times 10 + 0 \times 0 + 0 \times 10 + 0 \times 0 + 0 \times 10 = 0 \\
\Rightarrow Cont(A_0, A_5, A_1) &= 2bond(A_0, A_5) + 2bond(A_5, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\
&= 2 \times 0 + 2 \times 1500 - 2 \times 0 = 3000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_1, A_5, A_4) &= 2bond(A_1, A_5) + 2bond(A_5, A_4) - 2bond(A_1, A_4) \\
Bond(A_1, A_5) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_5) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_5) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_5) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_5) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_5) \\
&= 10 \times 10 + 0 \times 70 + 10 \times 10 + 0 \times 30 + 10 \times 130 = 1500 \\
Bond(A_5, A_4) &= Aff(A_1, A_5) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_5) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_5) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_5) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_5) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 10 \times 0 + 70 \times 30 + 10 \times 0 + 30 \times 30 + 130 \times 30 = 6900 \\
Bond(A_1, A_4) &= Aff(A_1, A_1) \times Aff(A_1, A_4) + Aff(A_2, A_1) \times Aff(A_2, A_4) \\
&+ Aff(A_3, A_1) \times Aff(A_3, A_4) + Aff(A_4, A_1) \times Aff(A_4, A_4) \\
&+ Aff(A_5, A_1) \times Aff(A_5, A_4) \\
&= 10 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 0 + 0 \times 30 + 10 \times 30 = 300 \\
\Rightarrow Cont(A_1, A_5, A_4) &= 2bond(A_1, A_5) + 2bond(A_5, A_4) - 2bond(A_1, A_4) \\
&= 2 \times 1500 + 2 \times 6900 - 2 \times 300 = 16200
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_4, A_5, A_2) &= 2bond(A_4, A_5) + 2bond(A_5, A_2) - 2bond(A_4, A_2) \\
Bond(A_4, A_5) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_5) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_5) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_5) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_5) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_5) \\
&= 0 \times 10 + 30 \times 70 + 0 \times 10 + 30 \times 30 + 30 \times 130 = 6900 \\
Bond(A_5, A_2) &= Aff(A_1, A_5) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_5) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_5) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_5) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_5) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 10 \times 0 + 70 \times 90 + 10 \times 20 + 30 \times 30 + 130 \times 70 = 16500 \\
Bond(A_4, A_2) &= Aff(A_1, A_4) \times Aff(A_1, A_2) + Aff(A_2, A_4) \times Aff(A_2, A_2) \\
&+ Aff(A_3, A_4) \times Aff(A_3, A_2) + Aff(A_4, A_4) \times Aff(A_4, A_2) \\
&+ Aff(A_5, A_4) \times Aff(A_5, A_2) \\
&= 0 \times 0 + 30 \times 90 + 0 \times 20 + 30 \times 30 + 30 \times 70 = 5700 \\
\Rightarrow Cont(A_4, A_5, A_2) &= 2bond(A_4, A_5) + 2bond(A_5, A_2) - 2bond(A_4, A_2) \\
&= 2 \times 6900 + 2 \times 16500 - 2 \times 5700 = 35400
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_2, A_5, A_3) &= 2bond(A_2, A_5) + 2bond(A_5, A_3) - 2bond(A_2, A_3) \\
Bond(A_2, A_5) &= Aff(A_1, A_2) \times Aff(A_1, A_5) + Aff(A_2, A_2) \times Aff(A_2, A_5) \\
&+ Aff(A_3, A_2) \times Aff(A_3, A_5) + Aff(A_4, A_2) \times Aff(A_4, A_5) \\
&+ Aff(A_5, A_2) \times Aff(A_5, A_5) \\
&= 0 \times 10 + 90 \times 70 + 20 \times 10 + 30 \times 30 + 70 \times 130 = 16500 \\
Bond(A_5, A_3) &= Aff(A_1, A_5) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_5) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_5) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_5) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_5) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 10 \times 10 + 70 \times 20 + 10 \times 30 + 30 \times 0 + 130 \times 10 = 3100 \\
Bond(A_2, A_3) &= Aff(A_1, A_2) \times Aff(A_1, A_3) + Aff(A_2, A_2) \times Aff(A_2, A_3) \\
&+ Aff(A_3, A_2) \times Aff(A_3, A_3) + Aff(A_4, A_2) \times Aff(A_4, A_3) \\
&+ Aff(A_5, A_2) \times Aff(A_5, A_3) \\
&= 0 \times 10 + 90 \times 20 + 20 \times 30 + 30 \times 0 + 70 \times 10 = 3100 \\
\Rightarrow Cont(A_2, A_5, A_3) &= 2bond(A_2, A_5) + 2bond(A_5, A_3) - 2bond(A_2, A_3) \\
&= 2 \times 16500 + 2 \times 3100 - 2 \times 3100 = 33000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cont(A_3, A_5, A_0) &= 2bond(A_3, A_5) + 2bond(A_5, A_0) - 2bond(A_3, A_0) \\
Bond(A_3, A_5) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_5) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_5) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_5) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_5) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_5) \\
&= 10 \times 10 + 20 \times 70 + 30 \times 10 + 0 \times 30 + 10 \times 130 = 3100 \\
Bond(A_5, A_0) &= Aff(A_1, A_5) \times Aff(A_1, A_0) + Aff(A_2, A_5) \times Aff(A_2, A_0) \\
&+ Aff(A_3, A_5) \times Aff(A_3, A_0) + Aff(A_4, A_5) \times Aff(A_4, A_0) \\
&+ Aff(A_5, A_5) \times Aff(A_5, A_0) \\
&= 10 \times 0 + 70 \times 0 + 10 \times 0 + 30 \times 0 + 130 \times 0 = 0 \\
Bond(A_3, A_0) &= Aff(A_1, A_3) \times Aff(A_1, A_0) + Aff(A_2, A_3) \times Aff(A_2, A_0) \\
&+ Aff(A_3, A_3) \times Aff(A_3, A_0) + Aff(A_4, A_3) \times Aff(A_4, A_0) \\
&+ Aff(A_5, A_3) \times Aff(A_5, A_0) \\
&= 10 \times 0 + 20 \times 0 + 30 \times 0 + 0 \times 0 + 10 \times 0 = 0 \\
\Rightarrow Cont(A_3, A_5, A_0) &= 2bond(A_3, A_5) + 2bond(A_5, A_0) - 2bond(A_3, A_0) \\
&= 2 \times 3100 + 2 \times 0 - 2 \times 0 = 6200
\end{aligned}$$

\Rightarrow Chèn cột A_5 vào giữa cột A_4 và A_2 của CA. Ta có: A_1, A_4, A_5, A_2, A_3

- Ta có ma trận bond là:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|----|------|-------|------|------|-------|
| A1 | | 900 | 500 | 300 | 1500 |
| A2 | 900 | | 3100 | 5700 | 16500 |
| A3 | 500 | 3100 | | 900 | 3100 |
| A4 | 300 | 5700 | 900 | | 6900 |
| A5 | 1500 | 16500 | 3100 | 6900 | |

- Ta có ma trận ái lực tự CA là:

| | A1 | A4 | A5 | A2 | A3 |
|----|----|----|-----|----|----|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 30 | 30 | 0 |
| A5 | 10 | 30 | 130 | 70 | 10 |
| A2 | 0 | 30 | 70 | 90 | 20 |
| A3 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 |

3. Sử dụng thuật toán PARTITION để tìm ra hai phân mảnh dọc gom tụ có dư thừa của quan hệ CONGNHAN. (2 điểm)

Lời giải.

- $Q = \{q1, q2, q3, q4, q5\}$
- $AQ(q1) = \{A_1, A_3, A_5\}$
- $AQ(q2) = \{A_2, A_3\}$
- $AQ(q3) = \{A_2, A_4, A_5\}$
- $AQ(q4) = \{A_2, A_5\}$
- $AQ(q5) = \{A_5\}$

| | A1 | A4 | A5 | A2 | A3 |
|----|----|----|-----|----|----|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 30 | 30 | 0 |
| A5 | 10 | 30 | 130 | 70 | 10 |
| A2 | 0 | 30 | 70 | 90 | 20 |
| A3 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 |

- $TA = \{A_1, A_4, A_5, A_2\}$ $BA = \{A_3\}$
- $TQ = \{q3, q4, q5\}$ $BQ = \{\emptyset\}$
- $OQ = \{q1, q2\}$
- $CTQ = acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) + acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4) + acc_1(q_5) + acc_2(q_5) + acc_3(q_5) + acc_4(q_5) = 10 + 10 + 0 + 10 + 20 + 0 + 10 + 10 + 10 + 10 + 15 + 15 = 120$
- $CBQ = 0$
- $COQ = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) + acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2) = 0 + 5 + 2 + 3 + 5 + 10 + 5 + 0 = 30$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 120 \times 0 - 30^2 = -900$

| | A1 | A4 | A5 | A2 | A3 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 30 | 30 | 0 |
| A5 | 10 | 30 | 130 | 70 | 10 |
| A2 | 0 | 30 | 70 | 90 | 20 |
| A3 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 |

- $TA = \{A_1, A_4, A_5\}$ $BA = \{A_2, A_3\}$
- $TQ = \{q5\}$ $BQ = \{q2\}$
- $OQ = \{q1, q3, q4\}$
- $CTQ = acc_1(q_5) + acc_2(q_5) + acc_3(q_5) + acc_4(q_5) = 10 + 10 + 15 + 15 = 50$
- $CBQ = acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2) = 5 + 10 + 5 + 0 = 20$
- $COQ = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) + acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) + acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4) = 0 + 5 + 2 + 3 + 10 + 10 + 0 + 10 + 20 + 0 + 10 + 10 = 80$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 50 \times 20 - 80^2 = -5400$

| | A1 | A4 | A5 | A2 | A3 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 30 | 30 | 0 |
| A5 | 10 | 30 | 130 | 70 | 10 |
| A2 | 0 | 30 | 70 | 90 | 20 |
| A3 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 |

- $TA = \{A_1, A_4\}$ $BA = \{A_5, A_2, A_3\}$
- $TQ = \{\emptyset\}$ $BQ = \{q2, q4, q5\}$
- $OQ = \{q1, q3\}$
- $CTQ = 0$
- $CBQ = acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2) + acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4) + acc_1(q_5) + acc_2(q_5) + acc_3(q_5) + acc_4(q_5) = 5 + 10 + 5 + 0 + 20 + 0 + 10 + 10 + 10 + 10 + 15 + 15 = 110$
- $COQ = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) + acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) = 0 + 5 + 2 + 3 + 10 + 10 + 0 + 10 = 40$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 0 \times 110 - 40^2 = -1600$

| | A1 | A4 | A5 | A2 | A3 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 30 | 30 | 0 |
| A5 | 10 | 30 | 130 | 70 | 10 |
| A2 | 0 | 30 | 70 | 90 | 20 |
| A3 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 |

- $TA = \{A_1\}$ $BA = \{A_4, A_5, A_2, A_3\}$
- $TQ = \{\emptyset\}$ $BQ = \{q2, q3, q4, q5\}$
- $OQ = \{q1\}$
- $CTQ = 0$

- $CBQ = acc_1(q_2) + acc_2(q_2) + acc_3(q_2) + acc_4(q_2) + acc_1(q_3) + acc_2(q_3) + acc_3(q_3) + acc_4(q_3) + acc_1(q_4) + acc_2(q_4) + acc_3(q_4) + acc_4(q_4) + acc_1(q_5) + acc_2(q_5) + acc_3(q_5) + acc_4(q_5) = 5 + 10 + 5 + 0 + 10 + 10 + 0 + 10 + 20 + 0 + 10 + 10 + 10 + 10 + 15 + 15 = 140$
- $COQ = acc_1(q_1) + acc_2(q_1) + acc_3(q_1) + acc_4(q_1) = 0 + 5 + 2 + 3 = 10$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 0 \times 140 - 10^2 = -100$

Áp dụng kết quả phân hoạch ma trận CA vào quan hệ CONGNHAN, ta được các mảnh
 F: CONGNHAN = {CONGNHAN1, CONGNHAN2}.

- Trong đó:
 CONGNHAN1 = $\{A_1\}$
 CONGNHAN2 = $\{A_1, A_4, A_5, A_2, A_3\}$
- Vì thế:
 CONGNHAN1 = {MaCN, TenCN, NgaySinh}
 CONGNHAN2 = {MaCN, TenCN, NgaySinh, GioiTinh, MaPX, MaTo, Luong}
- MaCN là thuộc tính khóa của quan hệ CONGNHAN.

| | A1 | A4 | A5 | A2 | A3 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 10 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| A4 | 0 | 30 | 30 | 30 | 0 |
| A5 | 10 | 30 | 130 | 70 | 10 |
| A2 | 0 | 30 | 70 | 90 | 20 |
| A3 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 |

Bài Tập 2

Cho tập $Q = \{q1, q2, q3, q4, q5\}$ các truy vấn, tập $A = \{A1, A2, A3, A4, A5\}$ lần lượt là các thuộc tính **TenSB**, **NamTL**, **LoaiSB**, **BayDem**, **LoaiDB** của quan hệ:

SANBAY(MaICAO, TenSB, NamTL, LoaiSB, BayDem, LoaiDB)

Tập $S = \{S1, S2, S3, S4\}$ các vị trí (sites) trong hệ cơ sở dữ liệu phân tán. Giả sử số truy suất đến các cặp thuộc tính tại các vị trí được cho theo hàm:

$$ref_j(q_i) = \begin{cases} 1, \forall i \in [1, 4], j \in [1, 3] \\ 2, \forall i \in [1, 4], j \in [4, 5] \end{cases}, \text{ Với } i \text{ là số chỉ vị trí (site), } j \text{ là số chỉ của câu truy vấn.}$$

Ma trận truy vấn sử dụng thuộc tính (use) và ma trận tần số sử dụng truy vấn (acc) tại các vị trí như sau:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|----|----|----|----|----|----|
| q1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| q2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| q3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| q4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| q5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Ma trận USE

| | S1 | S2 | S3 | S4 |
|----|----|----|----|----|
| q1 | 0 | 5 | 0 | 3 |
| q2 | 3 | 0 | 1 | 1 |
| q3 | 7 | 0 | 3 | 0 |
| q4 | 0 | 5 | 0 | 9 |
| q5 | 1 | 0 | 3 | 0 |

Ma trận ACC

1. Tính ma trận AA. (1 điểm)

Lời giải.

- Ta có ma trận ái lực AA là:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|----|----|----|----|----|----|
| A1 | 46 | 10 | 36 | 0 | 8 |
| A2 | 10 | 23 | 5 | 13 | 0 |
| A3 | 36 | 5 | 41 | 5 | 8 |
| A4 | 0 | 13 | 5 | 13 | 0 |
| A5 | 8 | 0 | 8 | 0 | 8 |

2. Sử dụng thuật toán BEA tính ma trận CA. (2 điểm)

Lời giải.

- Ta có ma trận bond là:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|----|------|-----|------|-----|-----|
| A1 | | 870 | 3246 | 310 | 720 |
| A2 | 870 | | 745 | 493 | 120 |
| A3 | 3246 | 745 | | 335 | 680 |
| A4 | 310 | 493 | 335 | | 40 |
| A5 | 720 | 120 | 680 | 40 | |

- Xét ma trận AA, tính toán phần đóng góp khi di chuyển thuộc tính A_3 giữa các thuộc tính A_1 và A_2 .

$$\begin{aligned} Cont(A_0, A_3, A_1) &= 2bond(A_0, A_3) + 2bond(A_3, A_1) - 2bond(A_0, A_1) \\ &= 2 \times 0 + 2 \times 3246 - 2 \times 0 = 6492 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cont(A_1, A_3, A_2) &= 2bond(A_1, A_3) + 2bond(A_3, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\ &= 2 \times 3246 + 2 \times 745 - 2 \times 870 = 6242 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cont(A_2, A_3, A_0) &= 2bond(A_2, A_3) + 2bond(A_3, A_0) - 2bond(A_2, A_0) \\ &= 2 \times 745 + 2 \times 0 - 2 \times 0 = 1490 \end{aligned}$$

\Rightarrow Chèn cột A_3 vào trước cột A_1 và A_2 của CA. Ta có: **A_3, A_1, A_2**

- Xét ma trận AA, tính toán phần đóng góp khi di chuyển thuộc tính A_4 giữa các thuộc tính A_3, A_1, A_2 .

$$\begin{aligned}
Cont(A_0, A_4, A_3) &= 2bond(A_0, A_4) + 2bond(A_4, A_3) - 2bond(A_0, A_3) \\
&= 2 \times 0 + 2 \times 335 - 2 \times 0 = 670 \\
Cont(A_3, A_4, A_1) &= 2bond(A_3, A_4) + 2bond(A_4, A_1) - 2bond(A_3, A_1) \\
&= 2 \times 335 + 2 \times 310 - 2 \times 3246 = -5202 \\
Cont(A_1, A_4, A_2) &= 2bond(A_1, A_4) + 2bond(A_4, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
&= 2 \times 310 + 2 \times 493 - 2 \times 870 = -134 \\
Cont(A_2, A_4, A_0) &= 2bond(A_2, A_4) + 2bond(A_4, A_0) - 2bond(A_2, A_0) \\
&= 2 \times 493 + 2 \times 0 - 2 \times 0 = 986
\end{aligned}$$

\Rightarrow Chèn cột A_4 vào sau cột A_1 và A_2 của ma trận AC. Ta có: A_3, A_1, A_2, A_4

- Xét ma trận AA, tính toán phần đóng góp khi di chuyển thuộc tính A_5 giữa các thuộc tính A_3, A_1, A_2, A_4 .

$$\begin{aligned}
Cont(A_0, A_5, A_3) &= 2bond(A_0, A_5) + 2bond(A_5, A_3) - 2bond(A_0, A_3) \\
&= 2 \times 0 + 2 \times 680 - 2 \times 0 = 1360 \\
Cont(A_3, A_5, A_1) &= 2bond(A_3, A_5) + 2bond(A_5, A_1) - 2bond(A_3, A_1) \\
&= 2 \times 680 + 2 \times 720 - 2 \times 3246 = -3692 \\
Cont(A_1, A_5, A_2) &= 2bond(A_1, A_5) + 2bond(A_5, A_2) - 2bond(A_1, A_2) \\
&= 2 \times 720 + 2 \times 120 - 2 \times 870 = -60 \\
Cont(A_2, A_5, A_4) &= 2bond(A_2, A_5) + 2bond(A_5, A_4) - 2bond(A_2, A_4) \\
&= 2 \times 120 + 2 \times 40 - 2 \times 493 = -666 \\
Cont(A_4, A_5, A_0) &= 2bond(A_4, A_5) + 2bond(A_5, A_0) - 2bond(A_4, A_0) \\
&= 2 \times 40 + 2 \times 0 - 2 \times 0 = 80
\end{aligned}$$

\Rightarrow Chèn cột A_5 vào trước cột A_3 và A_1 của ma trận AC. Ta có: A_5, A_3, A_1, A_2, A_4

- Ta có ma trận ái lực tự CA là:

| | A5 | A3 | A1 | A2 | A4 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A5 | 8 | 8 | 8 | 0 | 0 |
| A3 | 8 | 41 | 36 | 5 | 5 |
| A1 | 8 | 36 | 46 | 10 | 0 |
| A2 | 0 | 5 | 10 | 23 | 13 |
| A4 | 0 | 5 | 0 | 13 | 13 |

- Sử dụng thuật toán PARTITION để tìm ra hai phân mảnh dọc của quan hệ **SANBAY**. (2 điểm)

Lời giải.

- $Q = \{q1, q2, q3, q4, q5\}$
- $AQ(q1) = \{A_2, A_4\}$
- $AQ(q2) = \{A_2, A_3, A_4\}$
- $AQ(q3) = \{A_1, A_2\}$
- $AQ(q4) = \{A_1, A_3\}$
- $AQ(q5) = \{A_1, A_3, A_5\}$

| | A5 | A3 | A1 | A2 | A4 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A5 | 8 | 8 | 8 | 0 | 0 |
| A3 | 8 | 41 | 36 | 5 | 5 |
| A1 | 8 | 36 | 46 | 10 | 0 |
| A2 | 0 | 5 | 10 | 23 | 13 |
| A4 | 0 | 5 | 0 | 13 | 13 |

- $TA = \{A_5, A_3, A_1, A_2\}$ $BA = \{A_4\}$
- $TQ = \{q3, q4, q5\}$ $BQ = \{\emptyset\}$
- $OQ = \{q1, q2\}$
- $CTQ = 10 + 2 \times 14 + 2 \times 4 = 46$
- $CBQ = 0$
- $COQ = 8 + 5 = 13$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 46 \times 0 - 13^2 = -169$

| | A5 | A3 | A1 | A2 | A4 |
|----|----|----|----|----|----|
| A5 | 8 | 8 | 8 | 0 | 0 |
| A3 | 8 | 41 | 36 | 5 | 5 |
| A1 | 8 | 36 | 46 | 10 | 0 |
| A2 | 0 | 5 | 10 | 23 | 13 |
| A4 | 0 | 5 | 0 | 13 | 13 |

- $TA = \{A_5, A_3, A_1\}$ $BA = \{A_2, A_4\}$
- $TQ = \{q4, q5\}$ $BQ = \{q1\}$
- $OQ = \{q2, q3\}$
- $CTQ = 2 \times 14 + 2 \times 4 = 36$
- $CBQ = 8$
- $COQ = 5 + 10 = 15$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 36 \times 8 - 15^2 = 63$

| | A5 | A3 | A1 | A2 | A4 |
|----|----|----|----|----|----|
| A5 | 8 | 8 | 8 | 0 | 0 |
| A3 | 8 | 41 | 36 | 5 | 5 |
| A1 | 8 | 36 | 46 | 10 | 0 |
| A2 | 0 | 5 | 10 | 23 | 13 |
| A4 | 0 | 5 | 0 | 13 | 13 |

- $TA = \{A_5, A_3\}$ $BA = \{A_1, A_2, A_4\}$
- $TQ = \{\emptyset\}$ $BQ = \{q1, q3\}$
- $OQ = \{q2, q4, q5\}$
- $CTQ = 0$
- $CBQ = 8 + 10 = 18$
- $COQ = 5 + 2 \times 14 + 2 \times 4 = 41$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 0 \times 18 - 41^2 = -1681$

| | A5 | A3 | A1 | A2 | A4 |
|----|----|----|----|----|----|
| A5 | 8 | 8 | 8 | 0 | 0 |
| A3 | 8 | 41 | 36 | 5 | 5 |
| A1 | 8 | 36 | 46 | 10 | 0 |
| A2 | 0 | 5 | 10 | 23 | 13 |
| A4 | 0 | 5 | 0 | 13 | 13 |

- $TA = \{A_5\}$ $BA = \{A_3, A_1, A_2, A_4\}$
- $TQ = \{\emptyset\}$ $BQ = \{q1, q2, q3, q4\}$
- $OQ = \{q5\}$
- $CTQ = 0$
- $CBQ = 8 + 5 + 10 + 2 \times 14 = 51$
- $COQ = 2 \times 4 = 8$
- $Z = CTQ \times CBQ - COQ^2 = 0 \times 51 - 8^2 = -64$

Áp dụng kết quả phân hoạch ma trận CA vào quan hệ SANBAY, ta được các mảnh F:
 $SANBAY = \{SANBAY1, SANBAY2\}$.

- Trong đó:
 $SANBAY1 = \{A_5, A_3, A_1\}$
 $SANBAY2 = \{A_2, A_4\}$
- Vì thế:
 $SANBAY1 = \{MaICAO, LoaiSB, LoaiDB, TenSB\}$
 $SANBAY2 = \{MaICAO, NamTL, BayDem\}$
- MaICAO là thuộc tính khóa chính của quan hệ SANBAY.

| | A5 | A3 | A1 | A2 | A4 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A5 | 8 | 8 | 8 | 0 | 0 |
| A3 | 8 | 41 | 36 | 5 | 5 |
| A1 | 8 | 36 | 46 | 10 | 0 |
| A2 | 0 | 5 | 10 | 23 | 13 |
| A4 | 0 | 5 | 0 | 13 | 13 |