

弹性约束下的阻抗控制

机器人控制技术

2023-下学期



- 作业环境
 - 环境刚度有限，对末端施加**弹性约束**
 - 在接触方向上，既存在位移，也存在接触力
- **弹性约束下的力位控制问题**
 - 末端接触力与位移通过接触刚度耦合，**只能选择其一为控制目标**
 - 或者，通过控制，使**接触力与位移的动态关系**为期望状态
- 实例：拖带示教、人机力觉交互

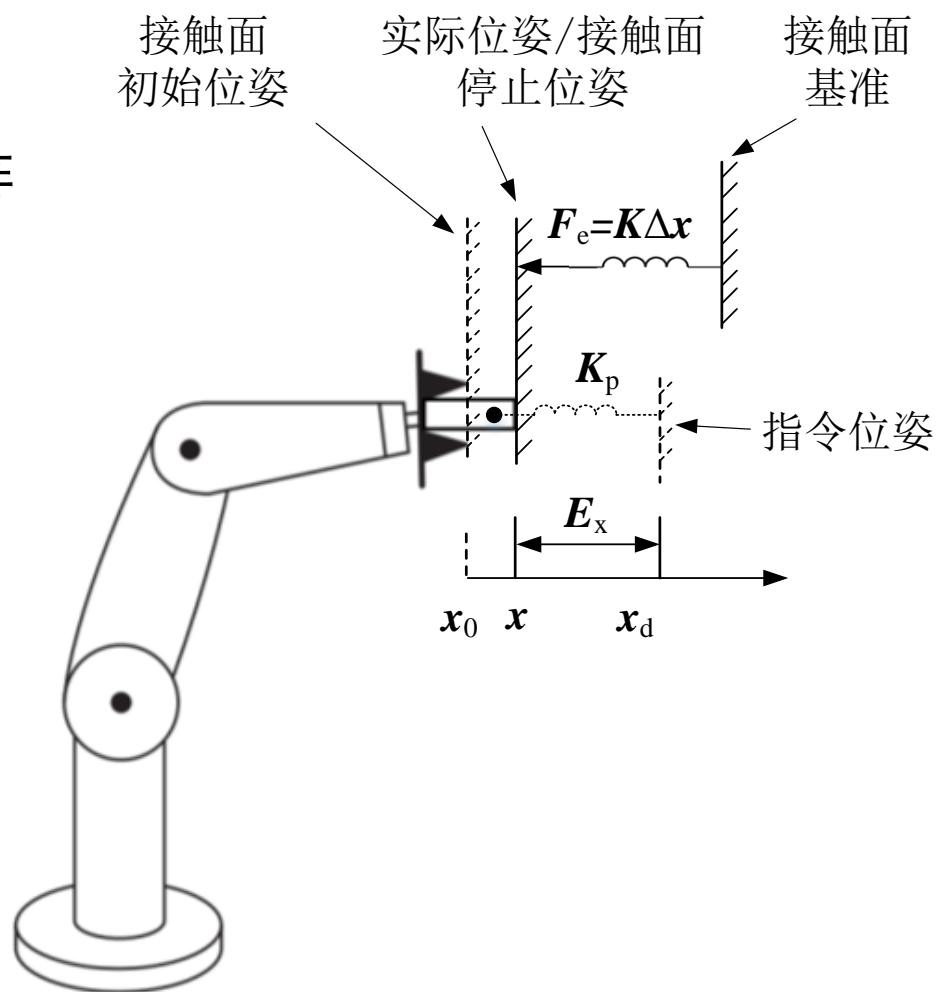
引言 ● 弹性接触模型

➤ 忽略环境变形部分的阻尼和质量

- K : 接触刚度矩阵, 6×6 的半正定矩阵
- x_d : 指令位姿
- x_0 : 发生接触的位姿
- x : 实际停止位姿
- Δx : 环境变形量 $\Delta x = x - x_0$
- F_e : 接触力 $F_e = K\Delta x = K(x - x_0)$
- K_p : 控制刚度/位置增益
- E_x : 位姿偏差

➤ 物理意义

- 末端停止位姿 x 与接触力 F_e 耦合, 只能选择其一作为控制目标

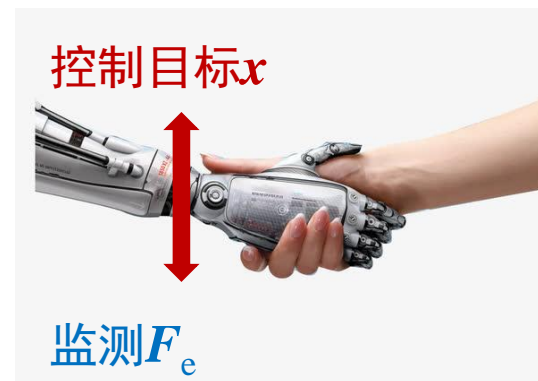


引言

● 弹性约束下选择控制目标 —— 机器人与人握手

➤ 机器人主动

- 选择位姿 x 为控制目标
- 为保证安全，监测接触力



➤ 人主动

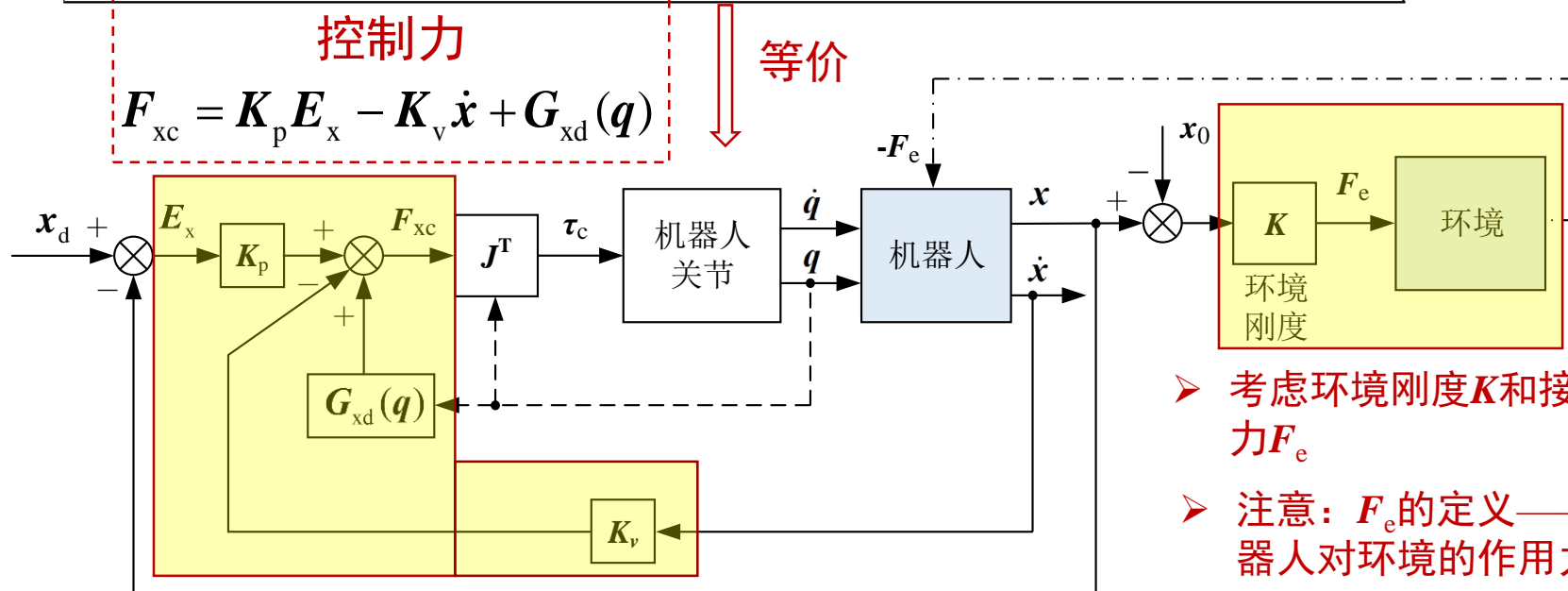
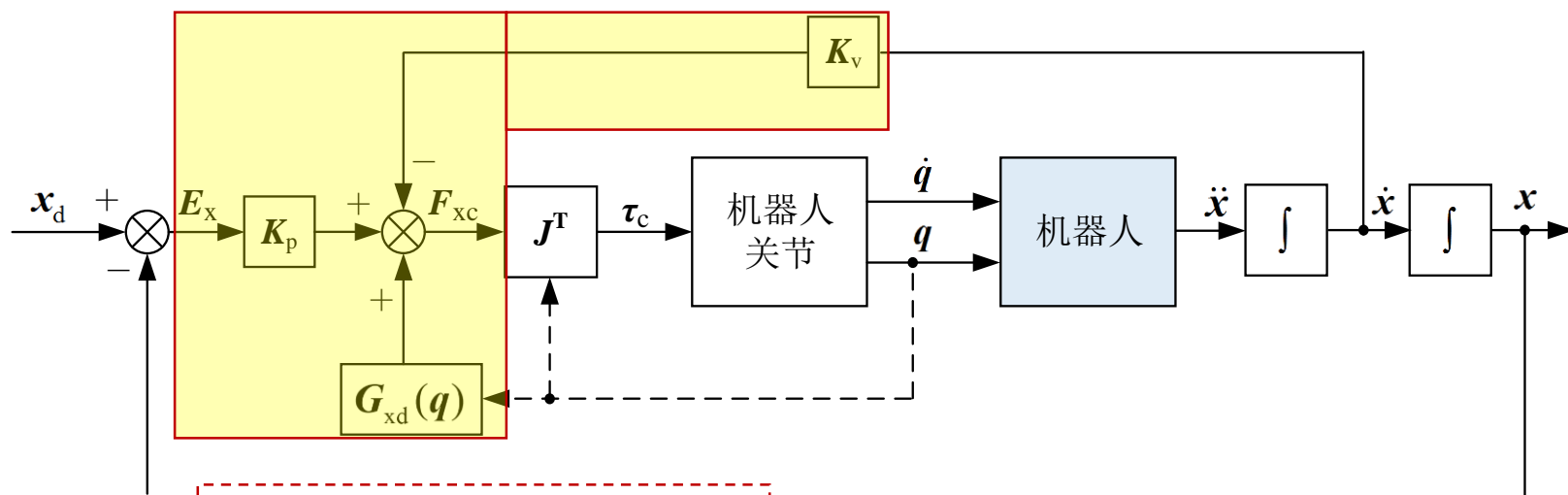
- 选择接触力 F_e 为控制目标
- 为保证安全，监测末端速度



➤ 控制器选择

- 因为 $F_e = K(x - x_0)$
- 如果已知接触刚度，可以在位置控制器的基础上控制接触力

位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器



➤ 考虑环境刚度 K 和接触力 F_e

➤ 注意: F_e 的定义——机器人对环境的作用力

位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器

● 稳态误差

- 控制器输出的控制力

$$F_{xc} = K_p E_x - K_v \dot{x} + G_{xd}(q)$$

其中, $E_x = x_d - x$

代入

平衡方程 $G_x(q) + F_e = F_{xc}$

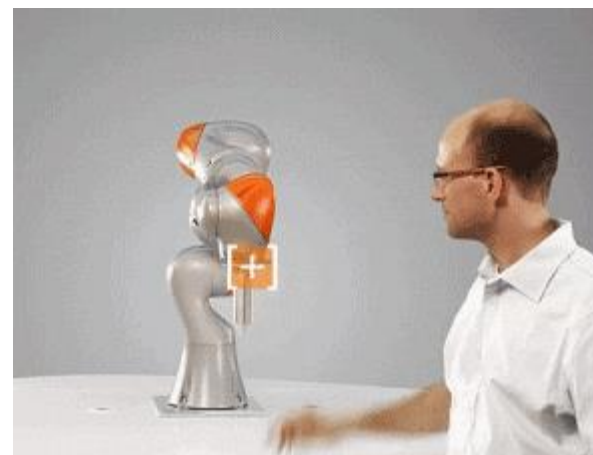
- 得

$$G_x(q) + F_e = K_p E_x - K_v \dot{x} + G_{xd}(q)$$

- 平衡状态速度为零, 假定模型精确, 得稳态误差

$$K_p E_x = F_e$$

结论: 由于接触力的存在, PD位置保持控制器无法使稳态误差为零



控制刚度 K_p 较小时的效果

位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器

● 以刚度模型考察PD位置控制器

- 控制器可等价为 ——主动弹簧 K_p
- 末端最终位姿 x 是两个并联弹簧作用的结果

- 控制器——主动弹簧 K_p
- 环境刚度——被动弹簧 K

➤ 联立

$$F_e = K \Delta x = K(x - x_0)$$

$$K_p E_x = F_e$$

$$E_x = x_d - x$$

➤ 得

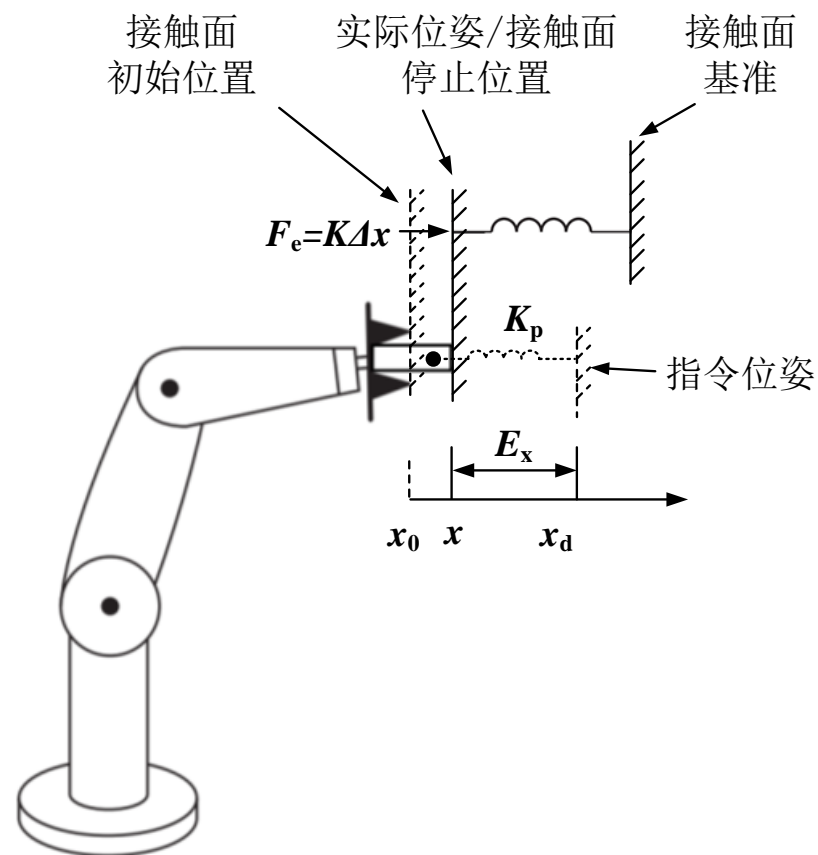
- 接触力计算公式

$$F_e = \frac{KK_p}{K + K_p} (x_d - x_0)$$

联合刚度

- 实际停止位姿计算公式

$$x = \frac{Kx_0 + K_p x_d}{K + K_p}$$



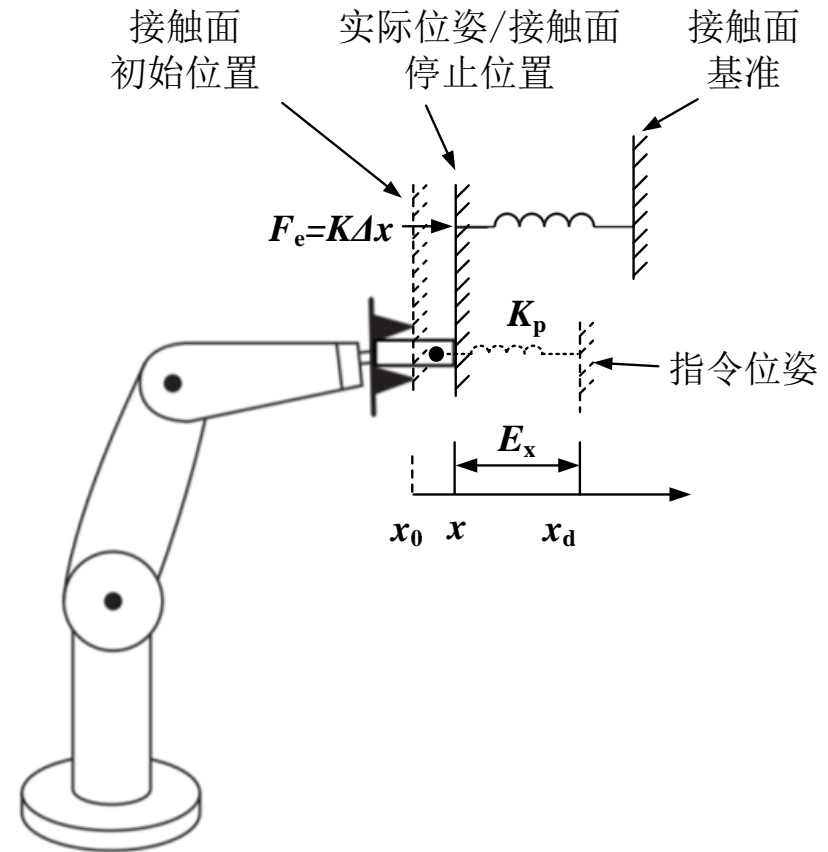
位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器

● 以刚度模型考察PD位置控制器

$$F_e = \frac{KK_p}{K + K_p} (x_d - x_0)$$

$$x = \frac{Kx_0 + K_p x_d}{K + K_p}$$

- K_p 越大, F_e 越大, x 越接近 x_d
- K 越大, F_e 越大, x 越远离 x_d
- 当模型精确时, 可以根据上式估计实际停止位姿 x 和接触力 F_e
- 反之
 - 可以根据期望位姿或接触力计算指令位姿 x_d
 - 利用位置控制器得到期望位姿和接触力



位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器

- 根据控制目标设定指令位姿 x_d

(1) 考虑接触刚度的位置控制

- 如果希望到达参考位姿 x_r

- 则，根据实际停止位姿公式

$$x = \frac{Kx_0 + K_p x_d}{K + K_p}$$

- 用 x_r 替换 x ，并根据：

$$F_e = \frac{KK_p}{K + K_p} (x_d - x_0) \quad E_x = x_d - x_r \quad K_p E_x = F_e$$

- 得

$$x_d = \frac{K}{K_p} (x_r - x_0) + x_r$$

PD位置保持控制器根据上式设定指令位姿 x_d ，末端将停在期望的参考位姿 x_r 。

位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器

- 根据控制目标设定指令位姿 x_d

(2) 考虑接触刚度的力控制

- 如果希望获得接触力 F_e
- 则，根据末端接触力公式

$$F_e = \frac{KK_p}{K + K_p} (x_d - x_0)$$

- 得

$$x_d = \frac{K + K_p}{KK_p} F_e + x_0$$

PD位置保持控制器根据上式设定指令位姿 x_d ，末端将获得期望的接触力 F_e 。

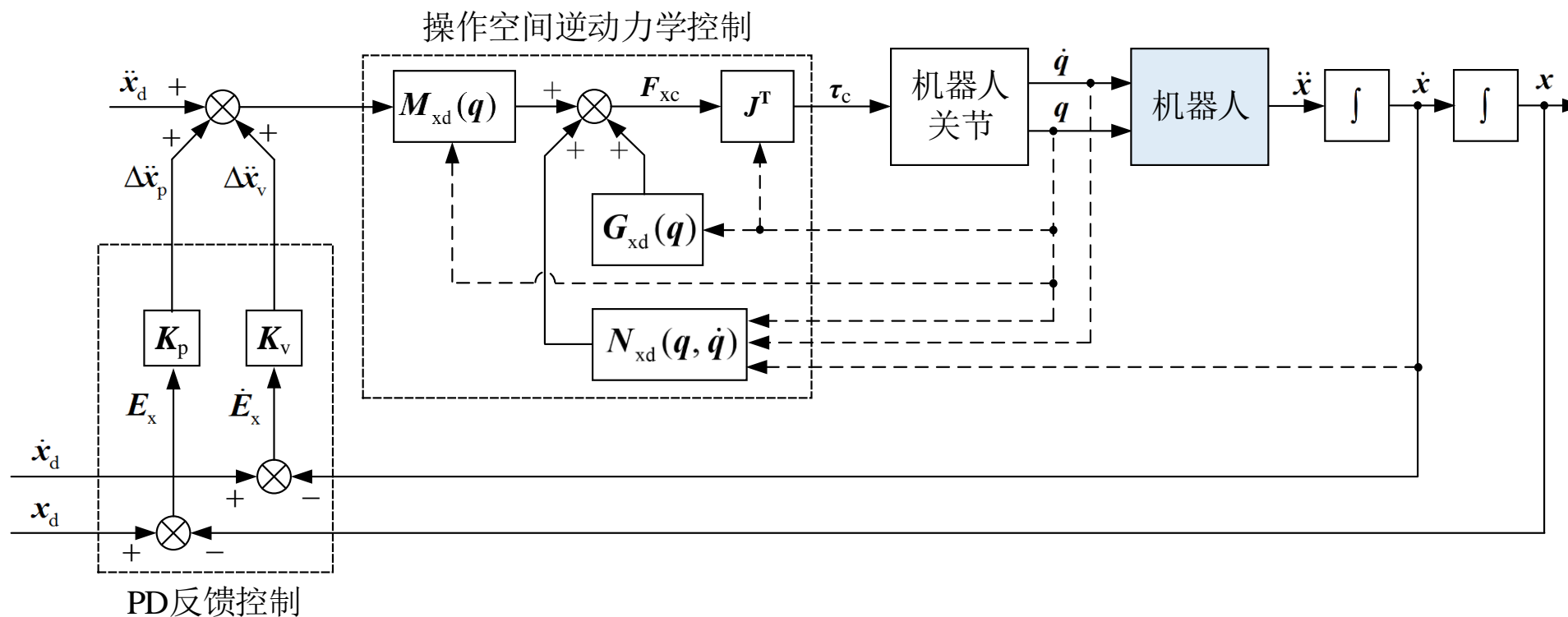
位置控制器的刚度模型 ● PD位置保持控制器

● 小结

- 利用位置控制器可以实现位置控制和力控制
- 对位置控制，需要根据环境刚度和期望位姿，计算指令位姿，理论上停止位姿就是期望位姿
- 对力控制而言，PD位置保持控制器是一种开环控制器
- 无论控制目标是位姿还是力，都需要监测末端力，防止接触力过大
- PD位置保持控制器是一种适用于平衡状态的控制器
- PD位置保持控制器没有考虑接触的动态过程
即：系统在控制器和接触力的共同作用下，系统的动态响应
- 当机器人与弹性环境接触时，能否利用位置控制器实现预期的动态响应？

位置控制器的阻抗模型

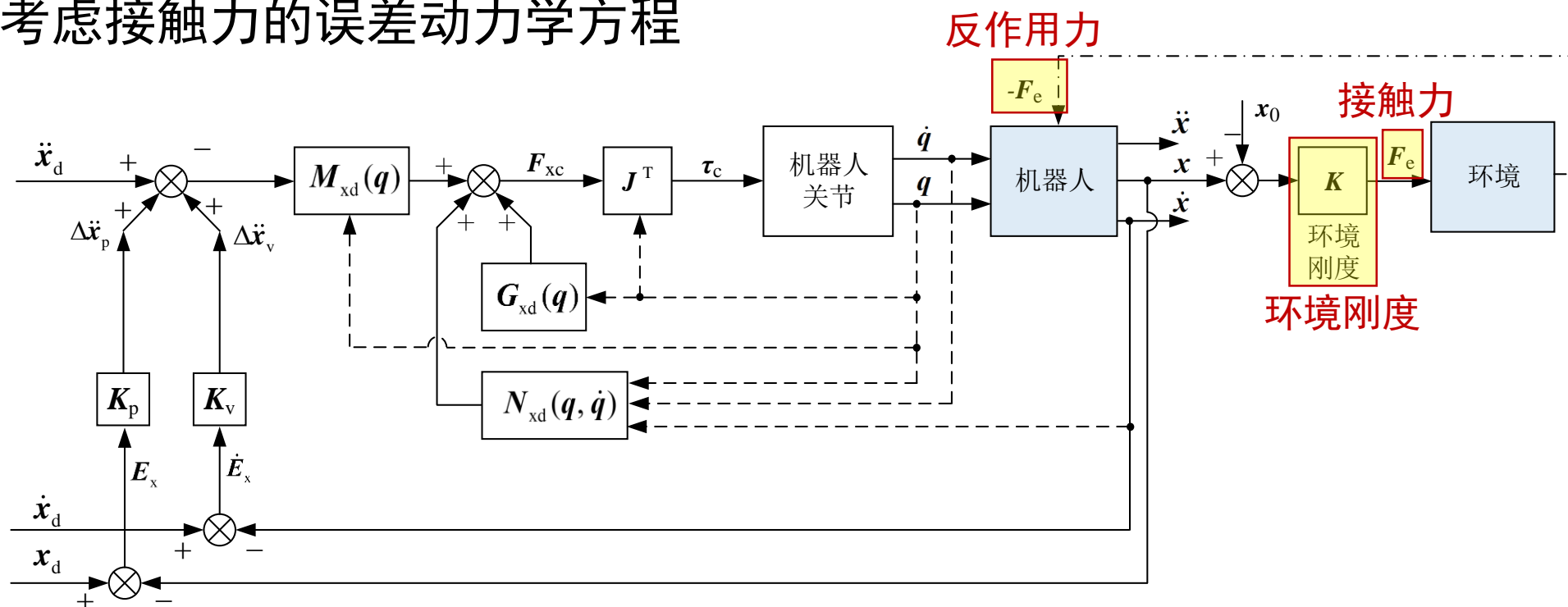
● 回顾：PD位置跟随控制器



- 对应的广义控制力为 $F_{xc} = M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q)$
- **误差动力学方程** $\ddot{E}_x + K_v \dot{E}_x + K_p E_x = 0$
- PD位置跟随控制器能够跟踪动态轨迹，具有典型二阶系统的动态特征

位置控制器的阻抗模型-PD位置跟随控制器

● 考虑接触力的误差动力学方程



$$F_{xc} = M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q)$$

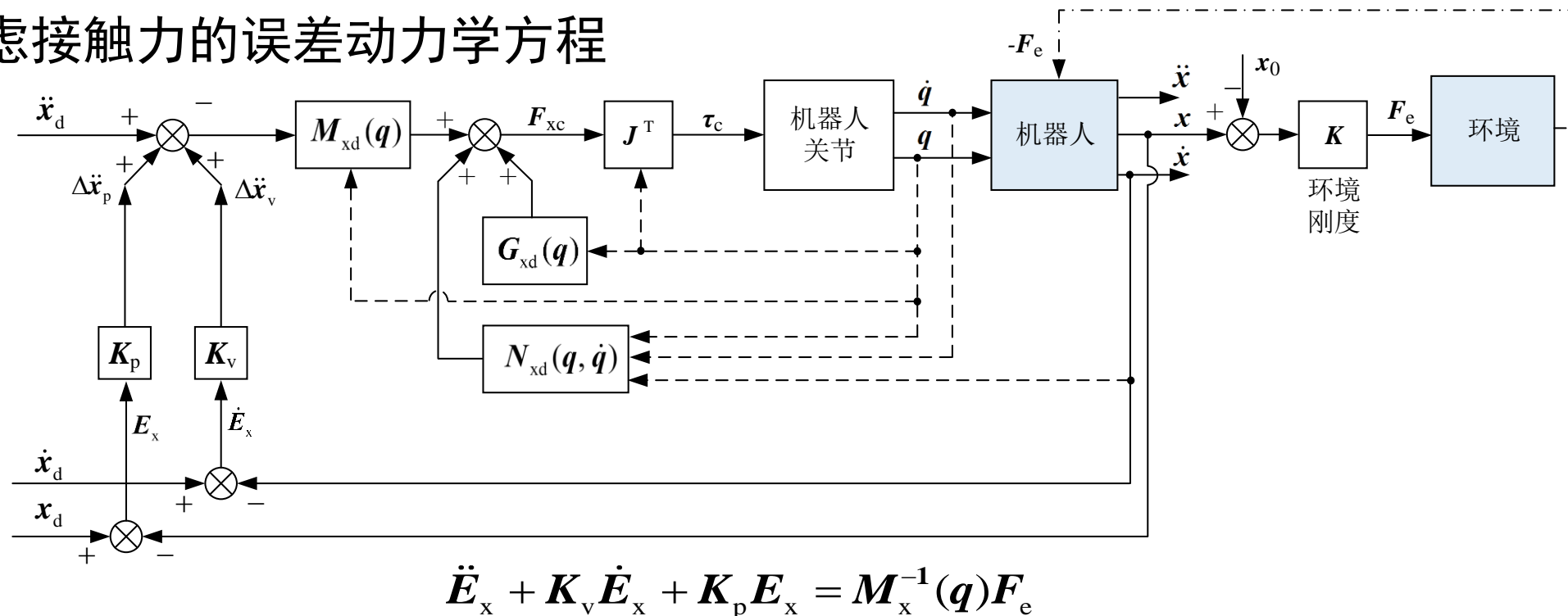
代入

➤ 系统动力学方程 $M_x(q)\ddot{x} + N_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q) + F_e = F_{xc}$

➤ 得: $\ddot{E}_x + K_v \dot{E}_x + K_p E_x = M_x^{-1}(q)F_e$ 含接触力的误差动力学方程

位置控制器的阻抗模型

● 考虑接触力的误差动力学方程



- 类似一个质量-弹簧-阻尼系统的受迫振动模型
- 调整控制增益会改变系统的动态特性
- 但是“外力”不是接触力，且时变，系统非线性

- **问题：**能否设计一个控制器，使机器人行为表现为接触力作用下的线性动力学响应？

位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器的设计

- 目标
- 设计控制器，使系统误差动力学模型为

$$\hat{M}\ddot{E}_x + \hat{B}\dot{E}_x + \hat{K}E_x = F_e$$

其中：

\hat{M} ：虚拟质量

\hat{B} ：虚拟阻尼

\hat{K} ：虚拟刚度

➤ 要求

- 虚拟质量、阻尼和刚度可由控制器设定
- 控制参数与机器人位形无关
- 具有全局稳定性

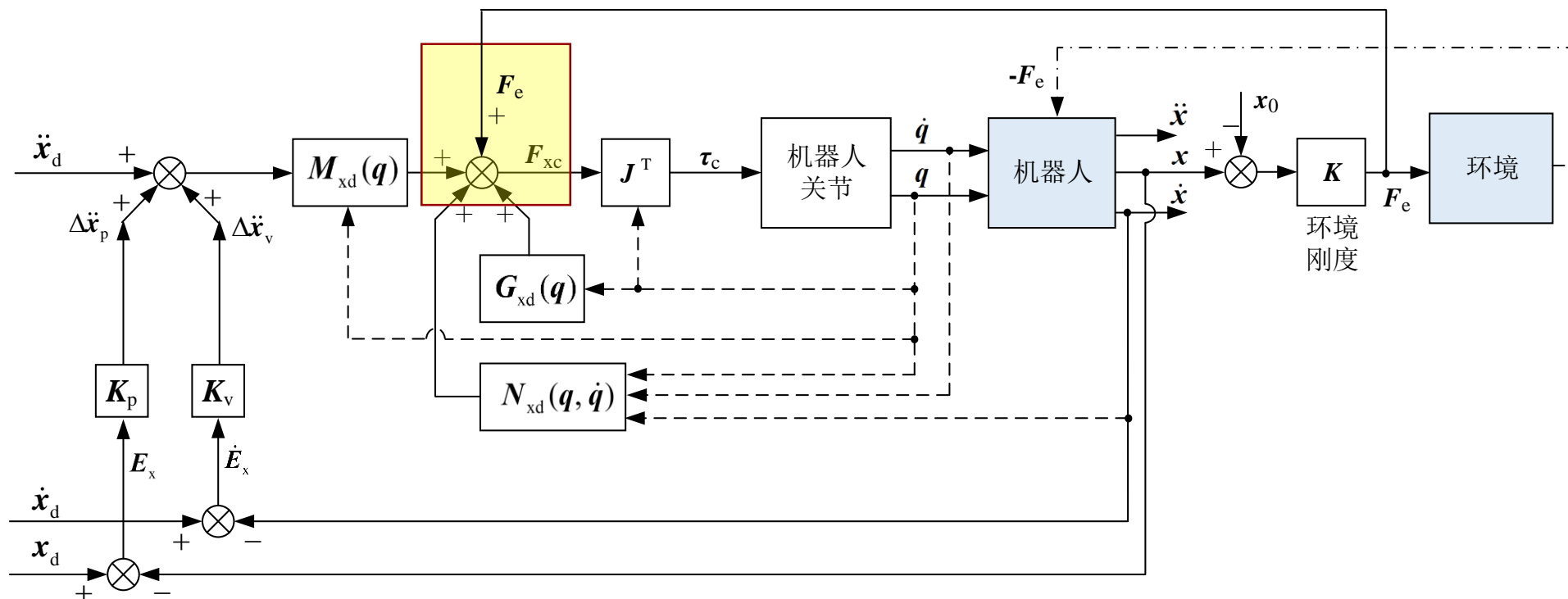
与环境接触机器人
可控的重要标志

位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器的设计

➤ 思路 $\ddot{E}_x + K_v \dot{E}_x + K_p E_x = \mathbf{M}_x^{-1}(q) \mathbf{F}_e$ 怎样消除非线性项?

- 在广义控制力中引入接触力正反馈

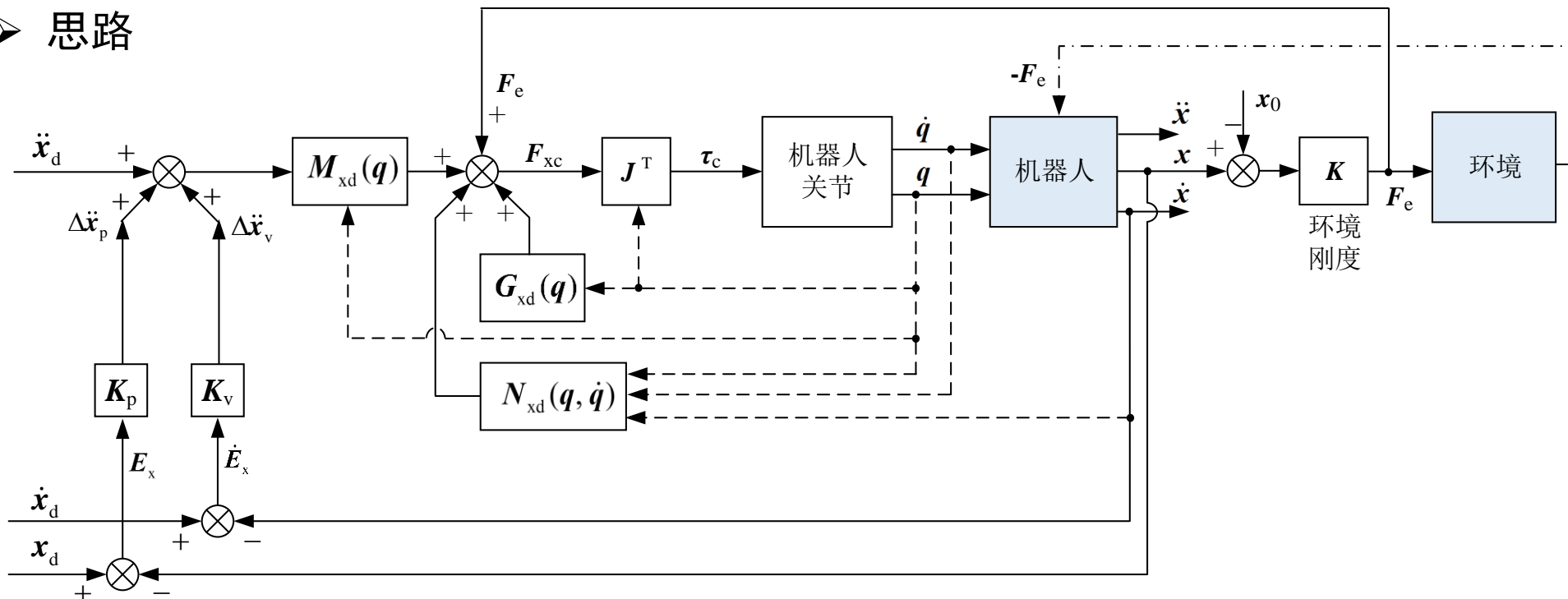


$$\mathbf{F}_{xc} = \mathbf{M}_{xd}(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) + \mathbf{N}_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + \mathbf{G}_{xd}(q) + \mathbf{F}_e$$

位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器的设计

➤ 思路



$$F_{xc} = M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q) + F_e$$

↓ 代入

$$M_x(q)\ddot{x} + N_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q) + F_e = F_{xc}$$

位置控制器的阻抗模型 ● 阻抗控制器的设计

$$F_{xc} = M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q) + F_e$$

代入

$$M_x(q)\ddot{x} + N_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q) + F_e = F_{xc}$$

$$M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q) = M_x(q)\ddot{x} + N_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q)$$

$$M_x(q)(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x) = M_x(q)\ddot{x}$$

$$\ddot{x}_d - \ddot{x} + K_p E_x + K_v \dot{E}_x = 0$$

误差动力学方程 $\ddot{E}_x + K_p E_x + K_v \dot{E}_x = 0$

$-F_e$ 2. 如何使其出现?

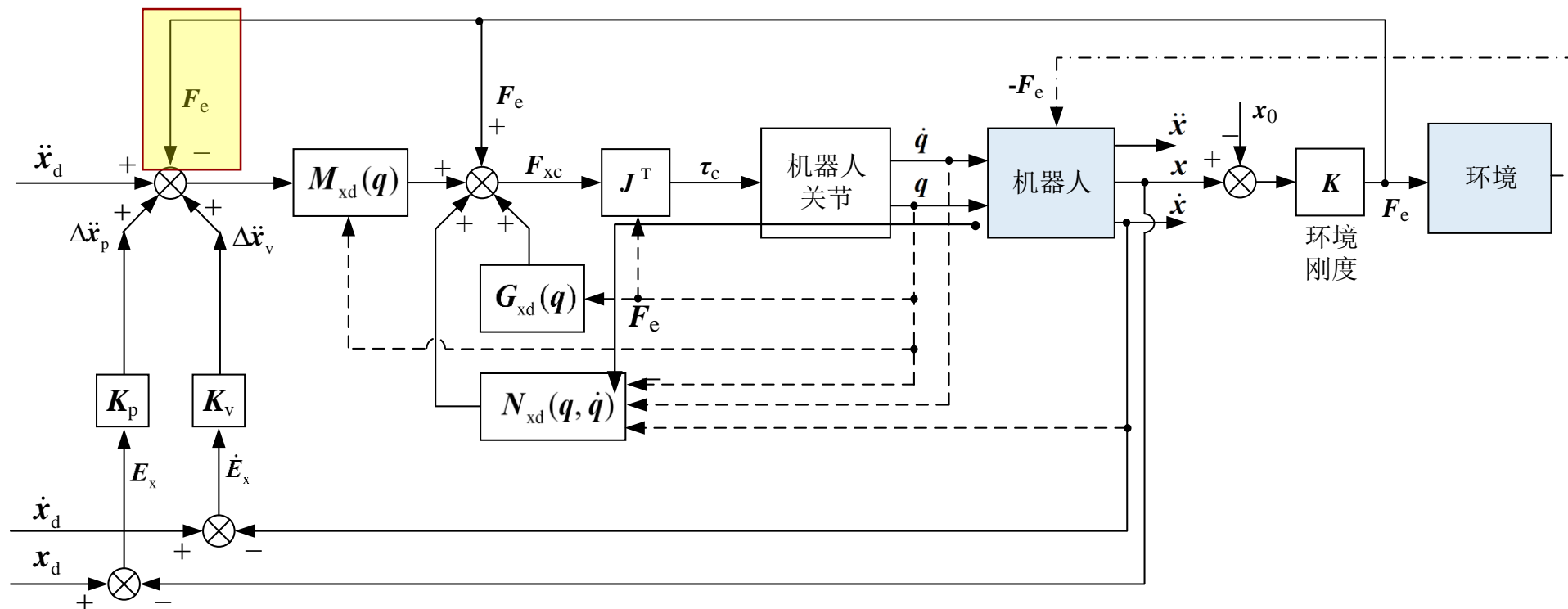
目标 $\hat{M}\ddot{E}_x + \hat{B}\dot{E}_x + \hat{K}E_x = F_e$ 1. 怎样使方程右边出现接触力?

3. 在 $(\ddot{x}_d + K_p E_x + K_v \dot{E}_x)$ 中增加 F_e \implies 4. 输入端引入接触力负反馈

位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器的设计

➤ 思路 —— 输入端引入接触力负反馈



• 误差动力学方程 $\ddot{E}_x + K_v \dot{E}_x + K_p E_x = F_e \iff$ 虚拟质量为“1”的系统

目标 $\hat{M}\ddot{E}_x + \hat{B}\dot{E}_x + \hat{K}E_x = F_e$

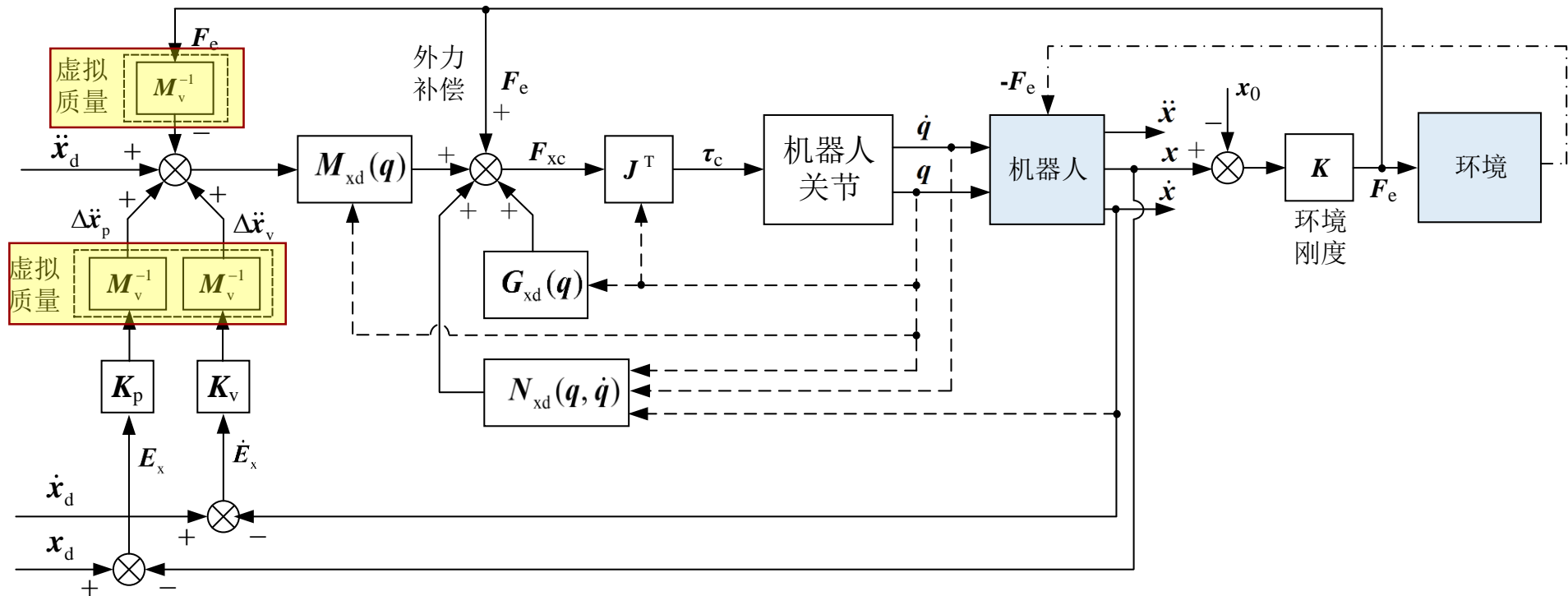
The diagram illustrates a control system for a robot arm interacting with an environment. The input is the desired trajectory \ddot{x}_d . This input is processed through several blocks: a gain block K_p (with feedback E_x), a gain block K_v (with feedback \dot{E}_x), and a mass matrix block $M_{xd}(q)$. The output of $M_{xd}(q)$ is summed with an external force compensation term F_e (labeled '外力补偿') to produce F_{xc} . This is then multiplied by the Jacobian transpose J^T to produce the control torque τ_c , which drives the '机器人关节' (robot joints). The joint states \dot{q} and q are fed into the '机器人' (robot) block. The robot's output \ddot{x} is summed with an initial position x_0 to produce \dot{x} , which is then integrated by a stiffness block K (labeled '环境刚度') to produce the final position x . This position x is fed back to the environment block and also used to calculate the error signals E_x and \dot{E}_x . Additionally, the robot's state is used to calculate $G_{xd}(q)$ and $N_{xd}(q, \dot{q})$, which are summed with F_{xc} to produce the final control torque τ_c . The environment block also receives a feedback signal $-F_e$ from the robot's output.

- $$\text{目标: } \hat{M}\ddot{E}_x + \hat{B}\dot{E}_x + \hat{K}E_x = F_e$$

可以把“1”替换成任意
虚拟质量“ M_v ”！

位置控制器的阻抗模型 ● 阻抗控制器的设计

➤ 阻抗控制器



- 广义控制力 $F_{xc} = M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + M_v^{-1}K_p E_x + M_v^{-1}K_v \dot{E}_x - M_v^{-1}F_e) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q) + F_e$

位置控制器的阻抗模型 ● 阻抗控制器的设计

$$F_{xc} = M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + M_v^{-1}K_p E_x + M_v^{-1}K_v \dot{E}_x - M_v^{-1}F_e) + N_{xd}(q, \dot{q})\dot{x} + G_{xd}(q) + F_e$$

↓ 代入

$$M_x(q)\ddot{x} + N_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q) + F_e = F_{xc}$$

↓

$$M_{xd}(q)(\ddot{x}_d + M_v^{-1}K_p E_x + M_v^{-1}K_v \dot{E}_x - M_v^{-1}F_e) = M_x(q)\ddot{x}$$

↓

$$\ddot{x}_d - \ddot{x} + M_v^{-1}K_p E_x + M_v^{-1}K_v \dot{E}_x - M_v^{-1}F_e = 0$$

↓

$$M_v \ddot{E}_x + K_p E_x + K_v \dot{E}_x = F_e$$

↓

$$\hat{M}\ddot{E}_x + \hat{B}\dot{E}_x + \hat{K}E_x = F_e$$

➤ 其中：

$$\hat{M} = M_v \quad \hat{B} = K_v \quad \hat{K} = K_p$$

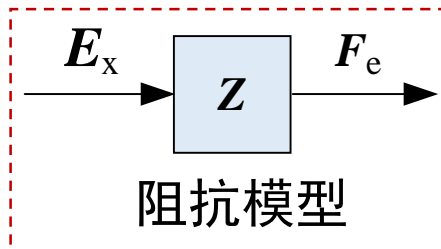
位置控制器的阻抗模型

- 阻抗控制器的误差动力学方程

$$\hat{M}\ddot{E}_x + \hat{B}\dot{E}_x + \hat{K}E_x = F_e$$

➤ 对上式进行拉普拉斯变换

$$\hat{M}s^2 + \hat{B}s + \hat{K} = F_e(s) / E_x(s) = Z(s)$$



从“位移”到“力”

位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器的设计思路回顾

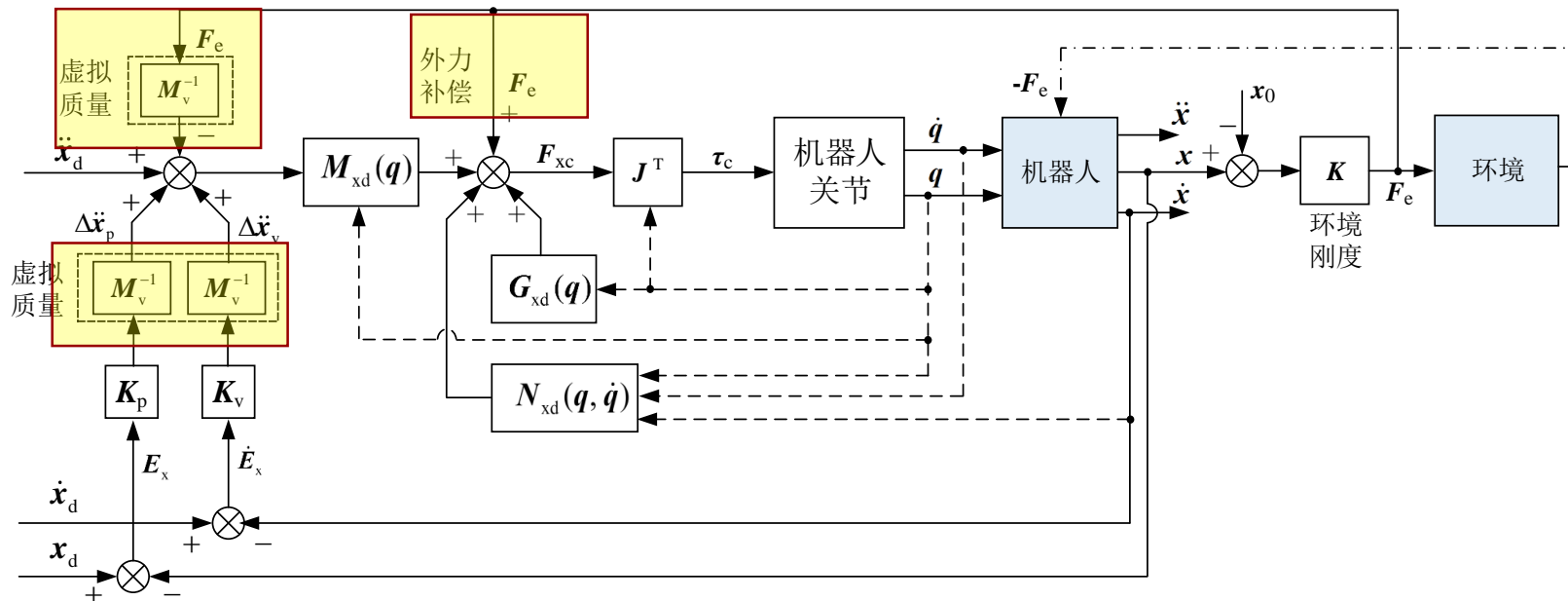
➤ 控制任务

- 在机器人末端与环境接触时，使系统的动态特性满足：

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{E}}_x + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{E}}_x + \mathbf{K}_p \mathbf{E}_x = \mathbf{F}_e$$

➤ 本质：根据指定的阻抗特性设计的位置控制器

➤ 在逆动力学PD位置跟随控制器的基础上，在反馈项和前馈项中引入虚拟质量和接触力



位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器作用下的系统特性

- 系统特性取决于误差动力学方程

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{E}}_x + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{E}}_x + \mathbf{K}_p \mathbf{E}_x = \mathbf{F}_e \quad \text{其中, } \mathbf{E}_x = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}$$

- 如果期望位姿时变: $\mathbf{x}_d = \mathbf{x}_d(t)$

- 接触力为时变扰动 —— 难以定量分析系统动态特性

- 如果期望位姿是常数

- 则 $\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{0}$ $\ddot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{0}$ $\mathbf{F}_e = \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$

- 系统动力学方程变为

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K}_p + \mathbf{K})\mathbf{x} = \mathbf{K}_p \mathbf{x}_d + \mathbf{K}\mathbf{x}_0 \quad \text{常数}$$

—— 恒定扰动下的二阶系统

自然频率: $\omega_n = \sqrt{\frac{\mathbf{K}_p + \mathbf{K}}{\mathbf{M}_v}}$

阻尼比:

位置控制器的阻抗模型

● 阻抗控制器参数的确定

➤ 控制刚度 K_p

- 系统稳态误差取决于 K_p
- 稳态时 $\dot{x} = 0$ $\ddot{x} = 0$ ——动力学方程蜕化为刚度模型
- K_p 根据稳态的期望停止位姿 x_r 或期望力 F_e 确定
- 如果关注停止位姿 x_r

$$x_d = \frac{K}{K_p}(x_r - x_0) + x_r \quad \Rightarrow \quad K_p = \frac{K(x_r - x_0)}{x_d - x_r}$$

- 如果关注稳态接触力 F_e

$$F_e = \frac{KK_p}{K + K_p}(x_d - x_0) \quad \Rightarrow \quad K_p = \frac{F_e K}{K(x_d - x_0) - F_e}$$

➤ 虚拟质量 M_v

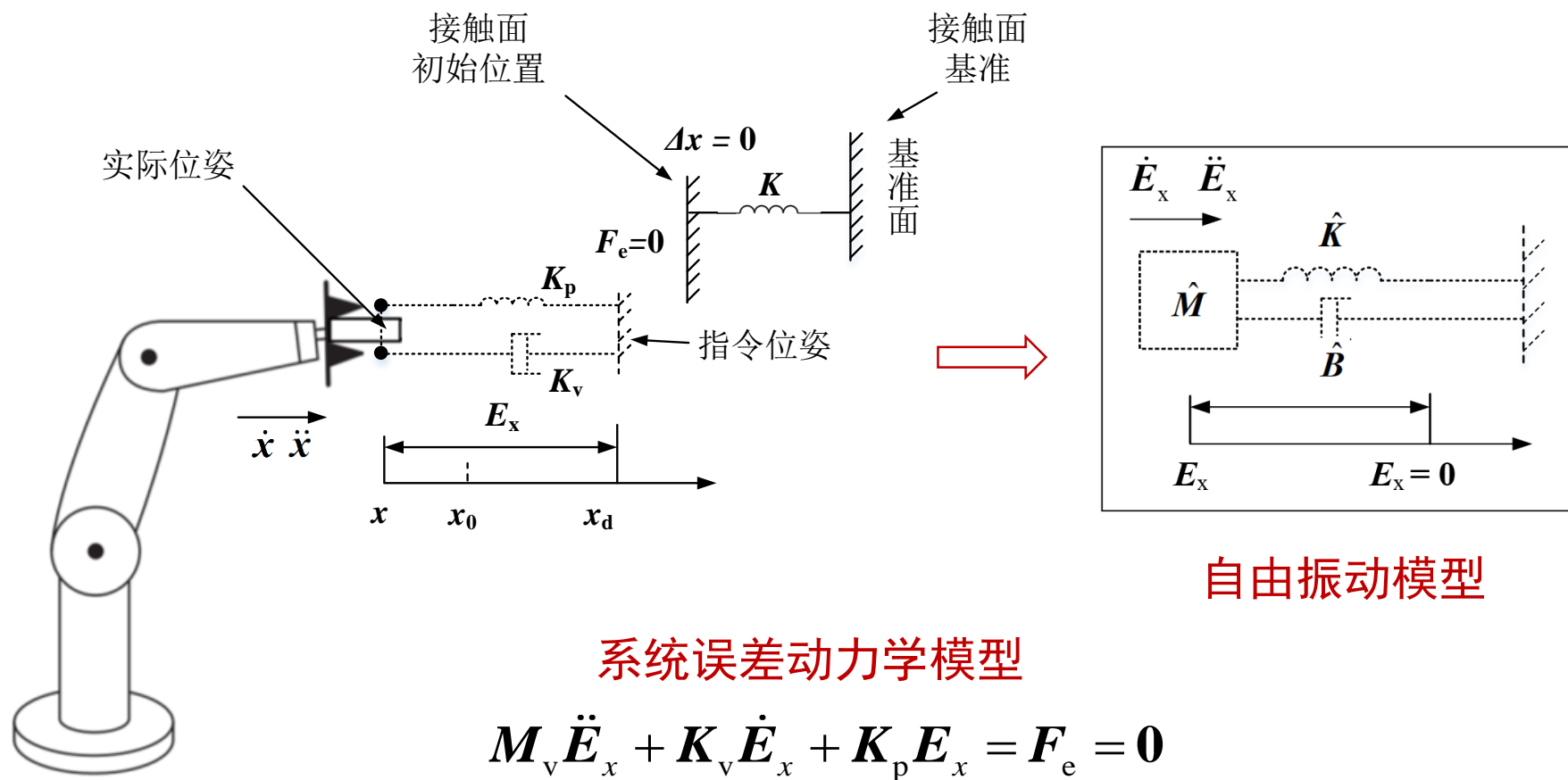
$$M_v = \frac{K_p + K}{\omega_n^2}$$

➤ 虚拟阻尼 K_v

$$K_v = \frac{2\xi(K_p + K)}{\omega_n}$$

位置控制器的阻抗模型

● 状态模型 ——指令位姿位于接触面之前

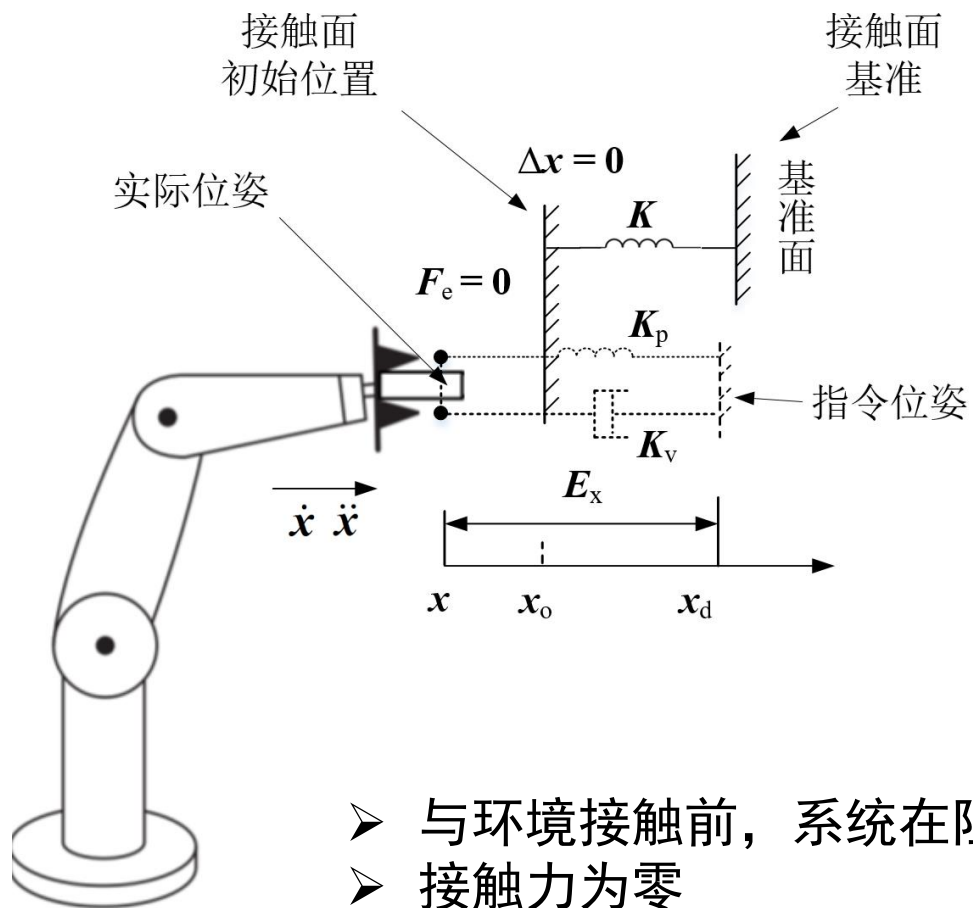


- 在阻抗控制器作用下，系统将无偏差地停止在指令位姿
- 等价于PD位置跟随逆动力学控制器

位置控制器的阻抗模型

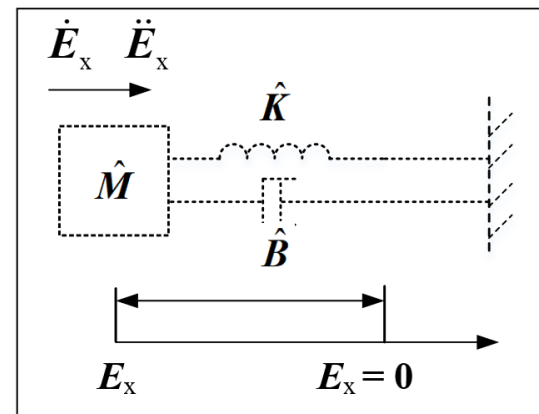
● 状态模型 ——指令位姿位于接触面之后

➤ 与环境接触前



系统误差动力学模型

$$M_v \ddot{E}_x + K_v \dot{E}_x + K_p E_x = F_e = 0$$



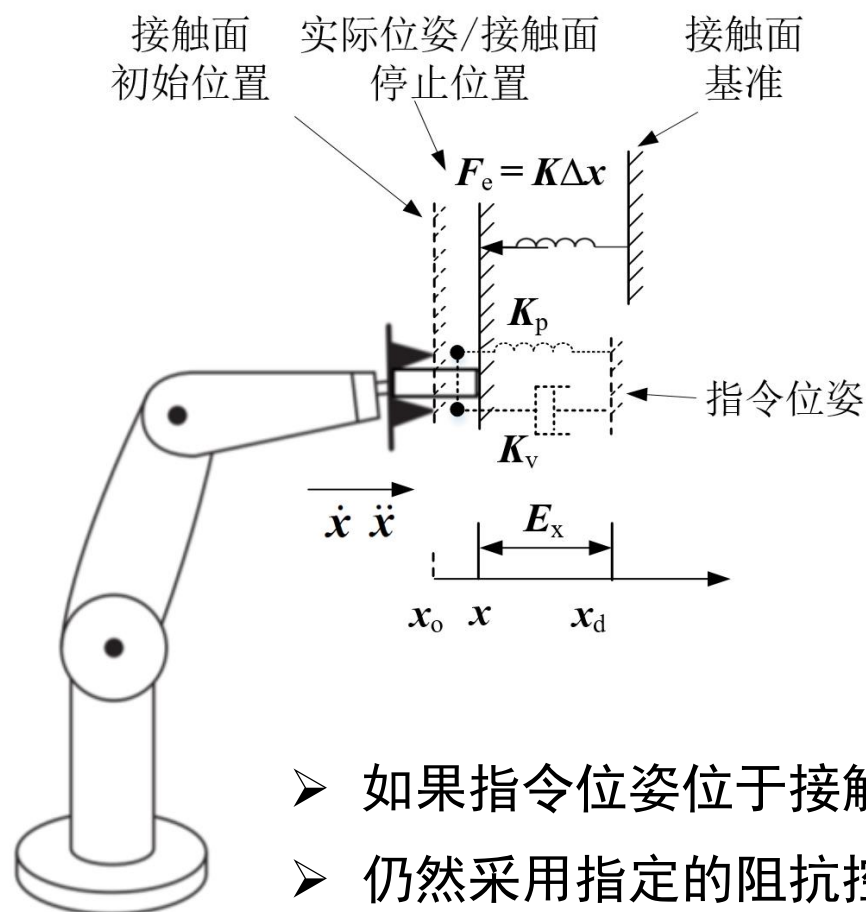
自由振动模型

- 与环境接触前，系统在阻抗控制器作用下趋向于目标位姿
- 接触力为零
- 系统误差动力学方程形式不变

位置控制器的阻抗模型

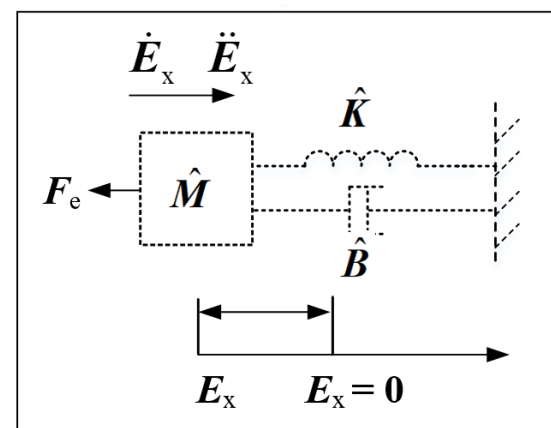
● 状态模型 ——指令位姿位于接触面之后

➤ 与环境接触后



系统误差动力学模型

$$M_v \ddot{E}_x + K_v \dot{E}_x + K_p E_x = F_e \neq 0$$



受迫振动模型

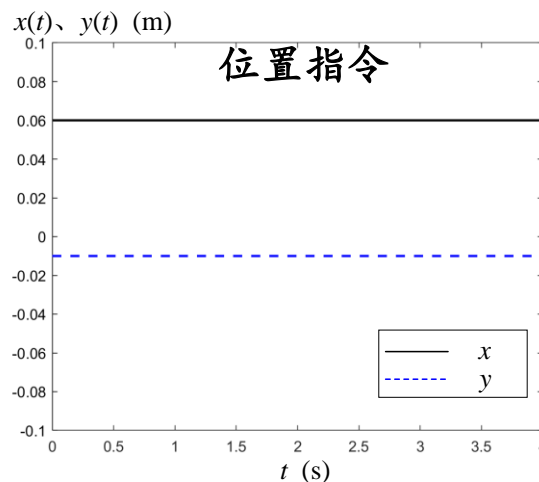
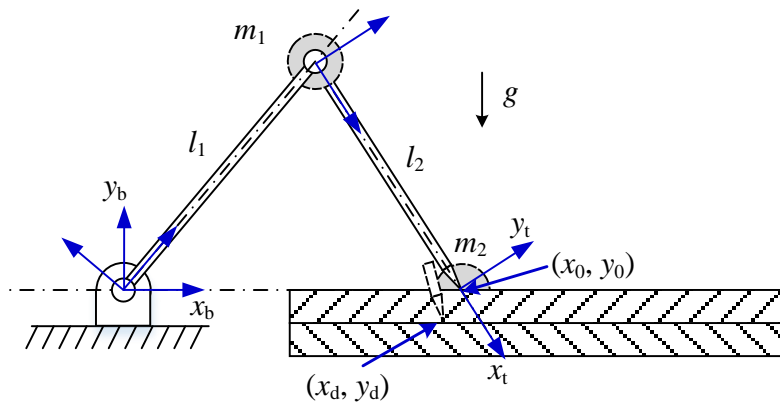
- 如果指令位姿位于接触面之后，系统存在稳态偏差
- 仍然采用指定的阻抗控制器，不需要切换控制器或参数

阻抗控制器的实例

● 实例 — 竖直面工作的2R机器人在弹性约束下运动

➤ 机器人参数见例题5-9。机器人在初始位置 $\mathbf{x}_0=(0.1, 0)^T(\text{m})$ 位置与弹性平面发生接触，位置指令为 $\mathbf{x}_d=(0.06, -0.01)^T(\text{m})$ 。把位置指令视为**阶跃输入**，设计阻抗控制器，实现：在 x 方向，调节时间 $t_{sx}=0.5\text{s}$ ，阻尼系数 $\zeta_x=1$ ；在 y 方向调节时间 $t_{sy}=0.5\text{s}$ ，阻尼系数 $\zeta_y=1$ ，期望停止位置为 $\mathbf{x}_{ry}=-0.009(\text{m})$ ，要求：

- (1) 计算两个方向的阻抗控制器参数；
 - (2) 构建仿真系统进行仿真验证，绘制沿 x 、 y 两个方向的位置响应曲线，以及 y 方向的力响应曲线。
- 弹性平面刚度为： $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} (\text{N/m})$



阻抗控制器的实例

● 实例 — 竖直面工作的2R机器人在弹性约束下运动

(1) 计算两个方向的阻抗控制器参数

➤ x 方向

- 调节时间 $t_{sx}=0.5s$, 阻尼系数 $\zeta_x=1$

- 临界阻尼系统, 自然频率为

$$\omega_{nx} = 4.75 / t_{sx} = 9.5 \text{rad/s}$$

- x 方向环境刚度为零, 能到达指令位置

- 可以先指定 $M_{vx}=2\text{Kg}$

- 有

$$K_{px} = M_{vx} \omega_{nx}^2 = 180.5$$

$$K_{vx} = \frac{2\zeta_x K_{px}}{\omega_{nx}} = 38$$

阻抗控制器的实例

● 实例 — 竖直面工作的2R机器人在弹性约束下运动

(1) 计算两个方向的阻抗控制器参数

➤ y方向

- 调节时间 $t_{sy}=0.5s$, 阻尼系数 $\zeta_y=0.707$

- 欠阻尼系统, 自然频率为

$$\omega_{ny} = 3.5 / (\zeta_y t_{sx}) = 9.9 \text{ rad/s}$$

- y方向环境刚度不为零, 先计算刚度系数, 保证稳态时停在期望位置

$$K_{py} = \frac{K_y (x_{ry} - x_{0y})}{x_{dy} - x_{ry}} = 90$$

- 然后计算虚拟质量和阻尼

$$M_{vy} = \frac{K_{py} + K_y}{\omega_{ny}^2} = 1.02 \text{ Kg}$$

$$K_{vy} = \frac{2\zeta_y (K_{py} + K_y)}{\omega_{ny}} = 14.28$$

(2) 构建仿真系统进行仿真验证

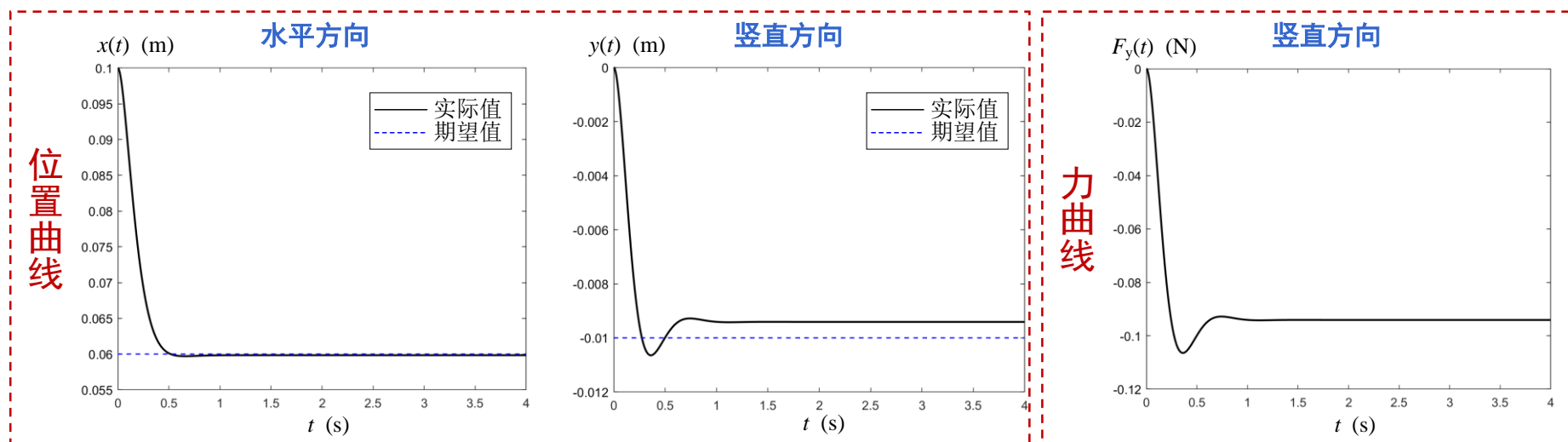


$$\mathbf{M}_v = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1.02} \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{180.5} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{90} \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_v = \begin{pmatrix} \mathbf{38} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{14.28} \end{pmatrix}$$

阻抗控制器的实例

● 实例 — 竖直面工作的2R机器人在弹性约束下运动

➤ 系统响应曲线



分析

- 仿真结果均符合理论值，说明阻抗控制器能够模拟设定的系统阻抗特征
- 不能保证接触方向上的位置准确到达指令位置，因此，指令位置应该位于期望位置的远端，两者相差越大，控制刚度越小

阻抗控制器的特点

● 优点

- 把力控制和位置控制放在同一个框架中，适应性强
- 不需要根据接触状态切换控制策略
- 只需要根据接触状态和控制任务的变化，改变系统控制参数

● 注意

- 用于位置控制时
 - 应当使系统具有高阻抗
 - K_p 大，稳态误差小； M_v 大，响应慢，瞬态接触力大； K_v 大，超调小
 - 适用于自由状态或低环境阻抗
- 用于力控制时
 - 应当使系统具有低阻抗
 - 可以根据期望的 F_e ，计算指令位姿 x_d ，由阻抗控制器实施控制
 - 是**力的开环控制系统**，因为没有对力偏差进行负反馈校正
- 当控制机器人时，需要安装力传感器来实时检测接触力 • 作用：状态反馈、安全、参数切换

阻抗控制器的特点

● 问题

➤ 参数整定困难 —— 阻抗模拟和位置控制由同一组参数实现

- 例： K_p 的整定

- K_p 的作用

- (1) 模拟二阶系统刚度特性 —— 可能要求低刚度

- (2) 实现消除稳态位置误差 —— 要求高刚度

难以兼顾

➤ 依赖精确的机器人动力学模型

- 需要机器人动力学模型实施补偿，如果模型不精确会降低控制系统的稳定性

实践中常见：摩擦和阻尼模型不精确

➤ 必须采用基于关节力矩的集中控制模式

- 商用工业机器人通常采用独立关节控制模式

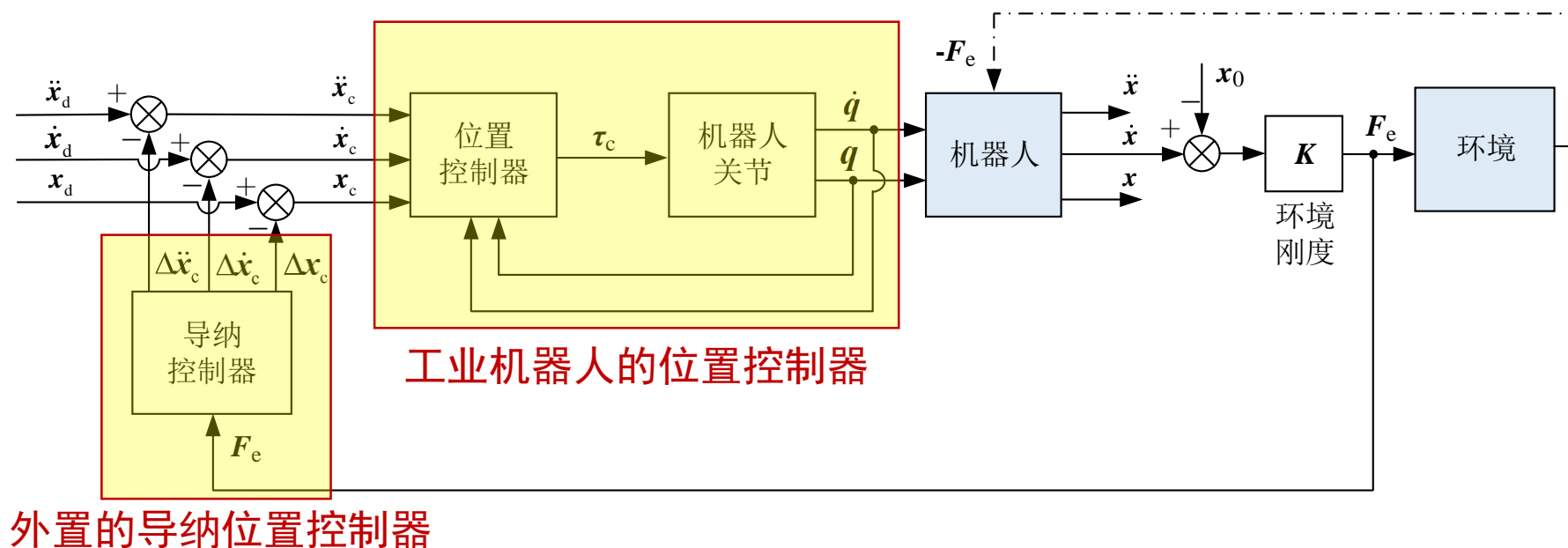
- 出于安全考虑，一般不开放关节电机的力矩指令接口

阻抗控制难以应用于常规工业机器人

导纳控制器

● 原理

- 在工业机器人分散式独立关节控制器基础上实现期望阻抗
- 阻抗模拟与位置控制分离，根据实际接触力和期望的阻抗特性实时计算位置补偿量
- 把位置补偿量叠加到期望位置上，生成新的位置指令



$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_c \quad \text{位置补偿量/位置扰动}$$

导纳控制器

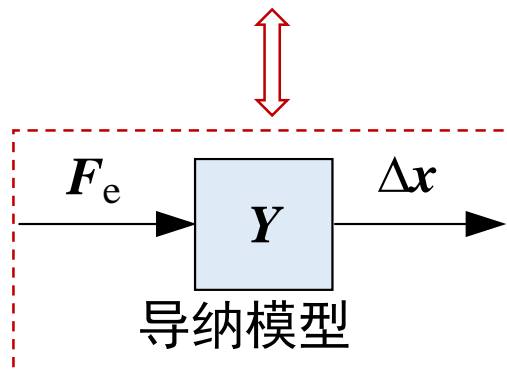
- 特点

- 导纳控制器模型

$$\hat{M} \Delta \ddot{x} + \hat{B} \Delta \dot{x} + \hat{K} \Delta x = F_e$$

- 拉普拉斯变换：

$$\frac{1}{\hat{M}s^2 + \hat{B}s + \hat{K}} = \Delta X(s) / F_e(s) = Y(s)$$



从“力”到“位移”

导纳控制器

- 程序实现

$$\Delta \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{0}$$

for ($i = 1, i = \text{end}, i++$)

{

$$\Delta \ddot{\mathbf{x}} = (\mathbf{F}_e - \hat{\mathbf{B}}\Delta \dot{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{K}}\Delta \mathbf{x}) / \hat{\mathbf{M}}$$

$$\text{if } (\text{mod}(i, 2) = 0) \Delta \dot{\mathbf{x}} = \Delta t \Delta \ddot{\mathbf{x}}$$

$$\text{if } (\text{mod}(i, 3) = 0) \Delta \mathbf{x} = \Delta t \Delta \dot{\mathbf{x}}$$

}

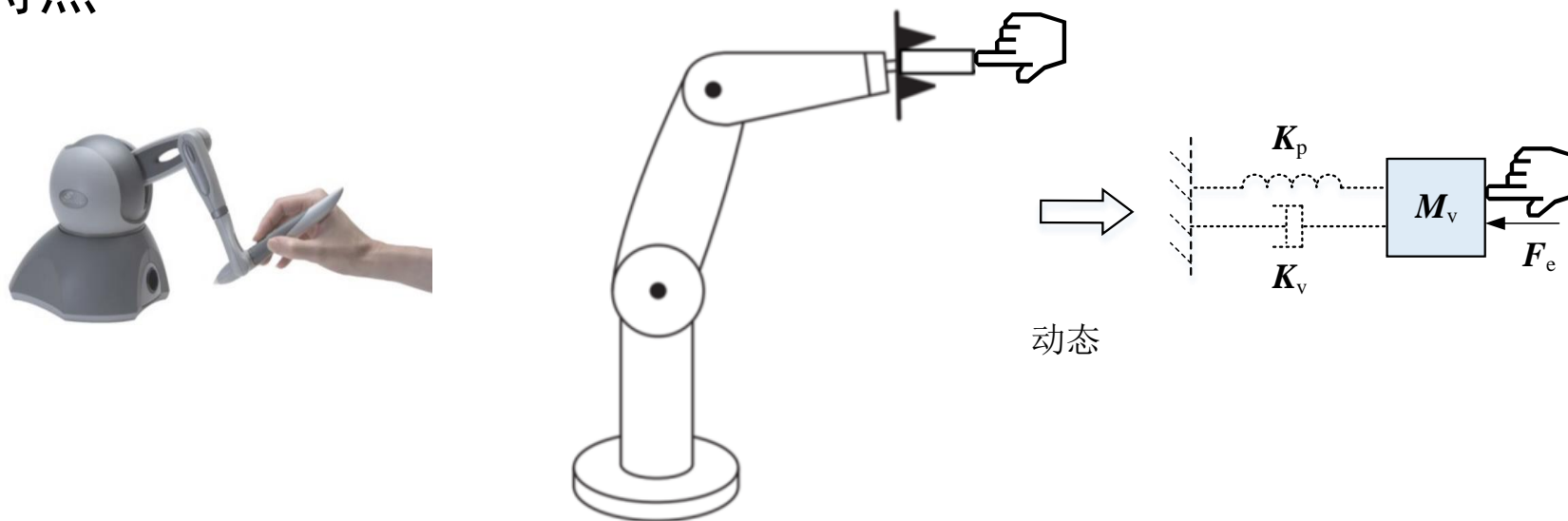
其中： Δt 为控制器计算周期

导纳控制器的特点

- 如果位置控制器精确，带宽足够，机器人将精确跟踪扰动 Δx
- 接触力与位置扰动之间的关系符合预期的阻抗模型
- 表现为机器人在接触力的作用下，按设定的阻抗模型动作
- 导纳控制的内环是位置环，且无需做任何改动
- 导纳控制是“基于位置的力控制”

力觉交互中的阻抗控制

● 特点



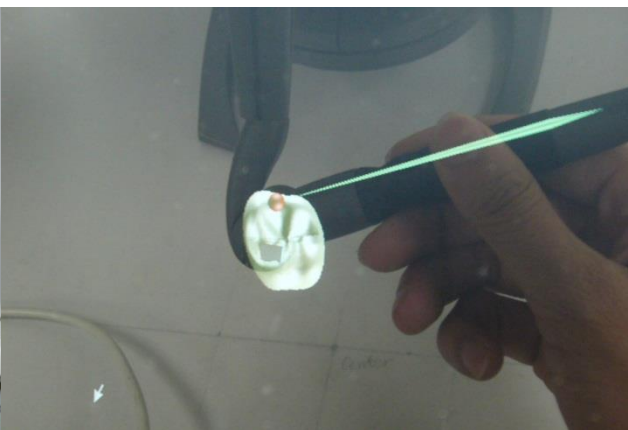
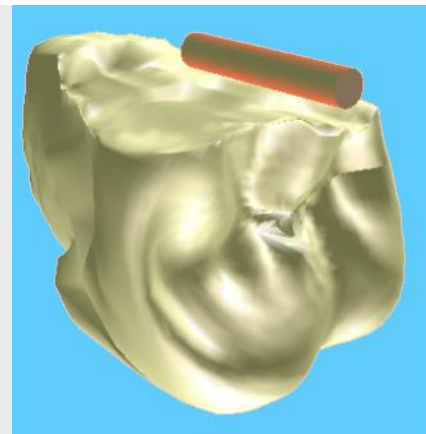
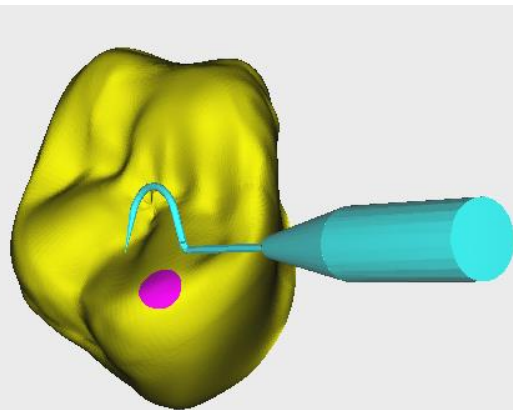
- 要求机器人或力觉交互设备在人的拖动下，表现出被动柔顺行为、呈现规定的阻抗特性

● 用途：

- 对人施加期望的虚拟接触力
- 实现机器人的主动柔顺运动

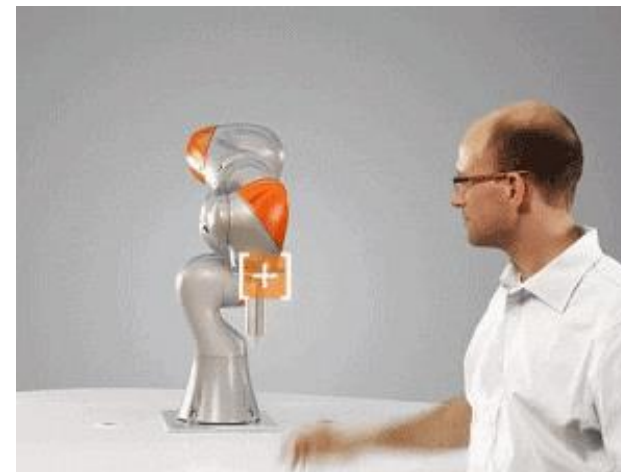
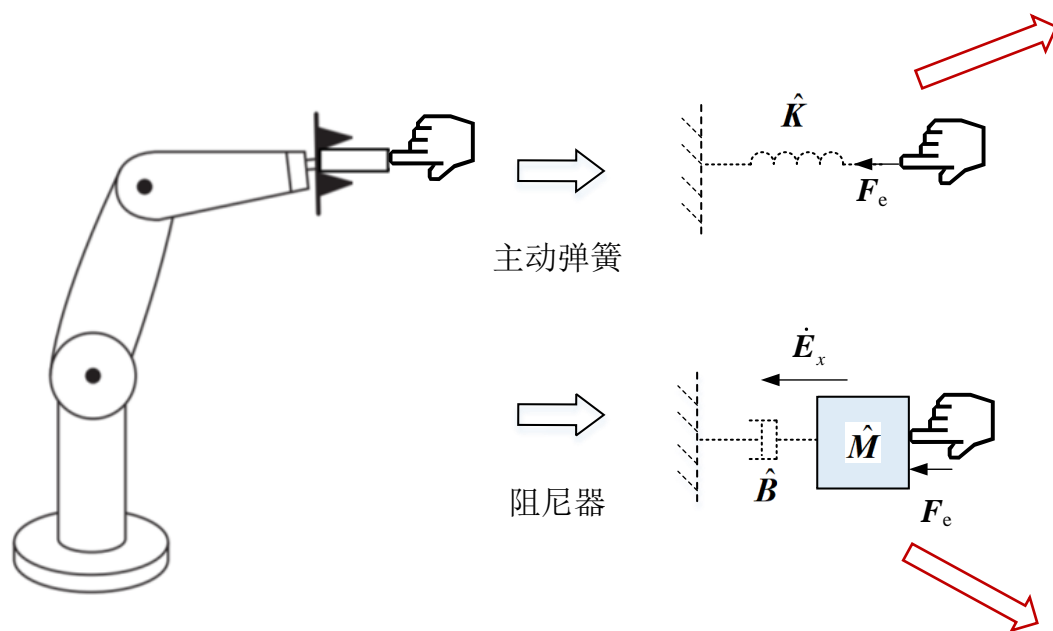
力觉交互中的阻抗控制

- 力觉渲染



力觉交互中的阻抗控制

- 在工业机器人中的典型应用



主动弹簧——位置保持



刚度为零——拖带示教

阻抗控制与导纳控制比较

● 导纳控制器

- 要求在机器人或力觉交互设备上安装力传感器
- 导纳控制器检测人施加的力，驱动机器人或设备运动
——导纳：把“力”转换为“位移”
- 可以直接用于传统的工业机器人实现力觉交互
- 适用于结构质量大、采用减速电机驱动的机器人或力觉交互设备
- 适用于模拟高刚度、大质量的虚拟环境
- 不适用于模拟小质量环境

——较小的接触力也会生成较大的加速度，当人手跟不上交互设备的运动时，容易引起接触力的波动，从而导致系统失稳

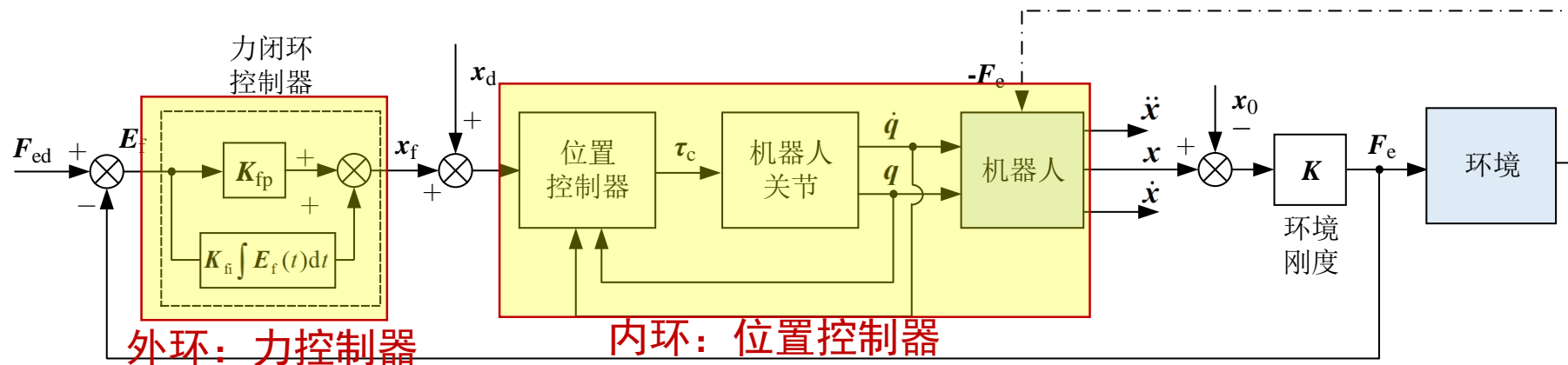
阻抗控制与导纳控制比较

- 设备由人拖带运动，阻抗检测到关节动作，生成关节力矩，使人感觉到期望的虚拟接触力
 - 阻抗：把“位移”转换为“力”
- 期望的虚拟力可以由力觉渲染算法得到，发送给控制器
 - 在力觉交互应用中，阻抗控制器可以不安装力传感器
- 要求设备具有很轻的结构和小的摩擦，最好采用小减速比伺服电机
 - 只有检测到关节位置变化，才生效，无法消除初始时刻设备本身惯量、阻尼和耦合力的影响
- 适用于模拟低刚度、小质量的虚拟环境
- 不适用于模拟大刚度环境
 - 大的虚拟刚度会把小位移转换成较大的力输出，在延迟、传感器误差和人握持不稳定的情况下，容易造成振荡

基于位置控制器的力闭环控制

● 原理

- 类似导纳控制器，在位置控制器外设置力闭环控制器



- 可以理解为：**以力控制为目标**，通过把力偏差转换成位置补偿量，消除力偏差

- 力闭环PI控制器

$$x_f = K_{fp} E_f + K_{fi} \int E_f(t) dt$$

- 理论上可以实现无偏差的力控制
- 可应用于常规工业机器人