

平成 25 (2013) 年度 夏入試

東京大学情報理工学系研究科創造情報学専攻

創造情報学

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 4 問中 3 問 を選択して、日本語ないし英語で解答すること。
4. 解答用紙は 3 枚配られる。1 問ごとに必ず 1 枚の解答用紙を使用すること。解答用紙のおもて面に書ききれないときには、うら面にわたってもよい。
5. 解答用紙の指定された箇所に、受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。
6. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号 _____

このページは空白.

このページは空白.

第1問

英会話学校で個人レッスンを行うため、生徒と先生の一对一の組み合わせを考える。生徒 n 人の集合 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ と先生 n 人の集合 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ が与えられたとき、生徒1人と先生1人を一対とし、互いに素な n 対を作成、この n 対を一つの p -match と呼ぶことにする。以下の問に答えよ。

(1) 生徒と先生の p -match は何通りあるか。

(2) $n = 5$ で、生徒が希望する先生のリスト (表 1) が与えられたとき

頂点集合 $V = S \cup T$

辺集合 $E = \{xy \mid x \in S, y \in T, x \text{ は } y \text{ を希望する}\}$

グラフ $G = (V, E)$ を描け。また希望がかなう生徒数を最大化する p -match を一つ示せ。

生徒	希望先生
s_1	t_1, t_3
s_2	t_2, t_4, t_5
s_3	t_1, t_3
s_4	t_3, t_5
s_5	t_1, t_3

表 1: 希望リスト

(3) 辺集合の大きさ $|E| = m$ とする。希望が叶う生徒数を最大化する p -match を一つ求めるためのアルゴリズムとその計算量を記せ。

(4) $n = 7$ 、生徒による先生希望順位 (表 2) が与えられたとき、希望順位の合計を最小化する p -match を求めよ。

(5) 生徒による先生希望順位に加え先生による生徒希望順位を考慮する。ある生徒と先生の p -match が与えられたとき、もし、この p -match での相手よりも、お互いに希望順位が高くなる生徒と先生の対が存在しないとき、この p -match を s -match と呼ぶ。表 2 に加え、先生による生徒希望順位 (表 3) が与えられたとき s -match を一つ求めよ。

順位	1	2	3	4	5	6	7
s_1	t_7	t_1	t_2	t_6	t_5	t_4	t_3
s_2	t_7	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
s_3	t_7	t_5	t_2	t_6	t_1	t_4	t_3
s_4	t_1	t_4	t_3	t_6	t_2	t_5	t_7
s_5	t_7	t_3	t_1	t_2	t_4	t_5	t_6
s_6	t_3	t_7	t_2	t_1	t_5	t_4	t_6
s_7	t_7	t_3	t_2	t_6	t_5	t_4	t_1

表 2: 生徒が希望する先生順位

順位	1	2	3	4	5	6	7
t_1	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
t_2	s_1	s_2	s_4	s_3	s_7	s_6	s_5
t_3	s_3	s_2	s_1	s_5	s_6	s_4	s_7
t_4	s_2	s_3	s_1	s_7	s_4	s_6	s_5
t_5	s_1	s_3	s_4	s_2	s_5	s_6	s_7
t_6	s_1	s_5	s_3	s_4	s_2	s_6	s_7
t_7	s_3	s_5	s_1	s_4	s_2	s_7	s_6

表 3: 先生が希望する生徒順位

(6) 一般の n について s -match を一つ求めるためのアルゴリズムとその計算量を記せ。

(7) 現実の英会話学校で個人授業用のソフトウェアシステム開発を行う。思いつく検討項目を列挙し (例: web 予約システム)、それぞれを 2 行以内で説明せよ。

第2問

下記条件を満たす、LED の明るさを変化させて点灯させる論理回路を作成せよ。図 1 は作成する回路の入出力、LED への接続を示したものである。

条件 1 : 作成する回路は、LEDSTR および CLOCK INPUT (100kHz のクロック入力) を入力とし、LEDOUT を出力とする。LEDOUT は直接 LED ドライバに接続され、LED を点灯させる。LEDOUT が H の時、LED は点灯し、LEDOUT が L のとき LED は消灯する。

条件 2 : LEDSTR (INPUT 0, INPUT1, INPUT2) は、LED の点灯する明るさを指定する。LEDSTR が 0 の時、LED は消灯する。LEDSTR が 5 の時 LED は連続して点灯する。LEDSTR が 1 以上 4 以下の時、LED の点灯する明るさは LEDSTR の値に比例して順次明るくなる。LEDSTR が 6 以上の時の動作は任意のものでよい。

条件 3 : LED が 100Hz 以上の点滅を繰り返す時には連続して点灯し、点灯時間の時間平均の明るさに見える。図 2 にいくつかの明るさについて、LED 点灯の状況を示す。

条件 4 : 回路は、AND, OR, XOR, NOT ゲートおよび D-type フリップフロップを組み合わせで作成する。

回路を以下の間にしたがって設計せよ。

1) $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \dots$ のように 0 から 4 までを繰り返す 3 ビットカウンタを作成せよ。

2) 2 個の 3 ビット数の大小を比較する回路を作成せよ。

3) LEDSTR が 0 のときは常時消灯、1 の時は 1 クロック時間、2 の時は 2 クロック時間... 5 の時は 5 クロック時間 (つまり、常時点灯) LEDOUT が H になる回路を設計せよ。

4) 問 3 で設計した回路を用い、LEDSTR で指定した強さで、1 秒間に 1 回より長い周期で LED が点滅する回路を設計せよ。

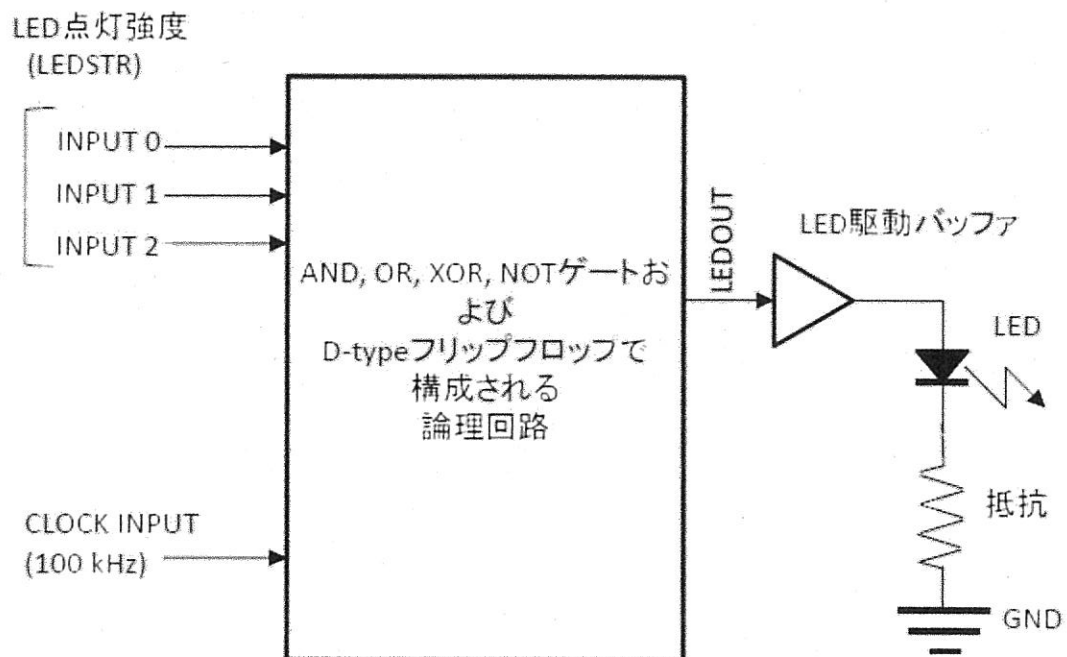


図1. 作成する回路の入出力、LED への接続

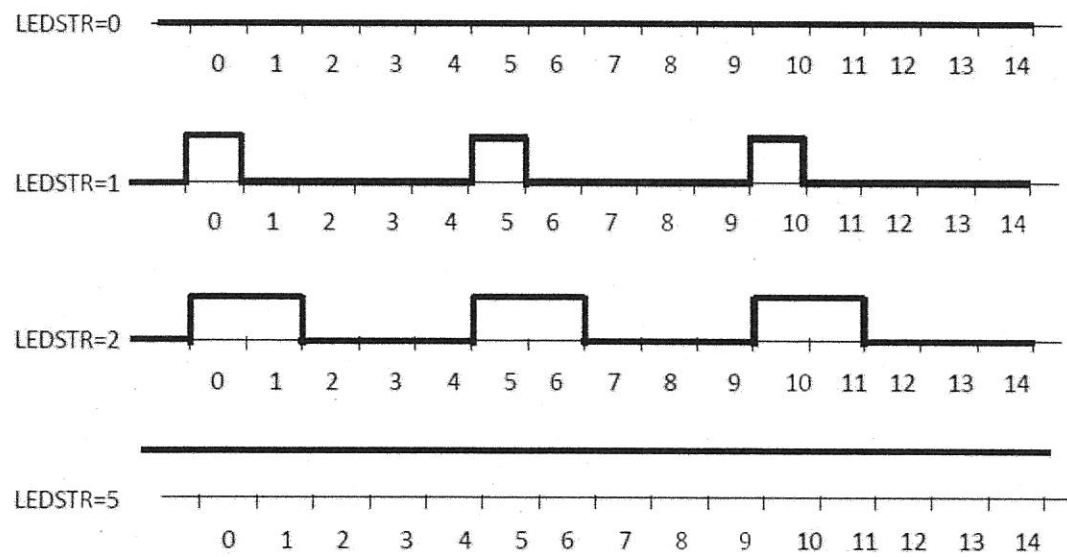


図2 LEDOUT の出力例

第3問

ロボティクスにおける機構計算や視覚計算では、ベクトル演算を行列表現することがある。三次元ベクトルの内積、外積、射影、回転に関する以下の問いに答えよ。ただし、行列 I を 3×3 の単位行列、3次元ベクトル x, a, b, n は、 3×1 の列ベクトルで

$$x = \begin{bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}, \quad n = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$$

と表され、 x^T は、 1×3 の行ベクトルで、 x の転置である。

- (1) ベクトル a と b の内積 (a, b) に関して、i) (a, b) の値、ii) $(a, b)a = Ab$ を満たす行列 A の 3×3 要素表現、iii) ベクトル a と a^T を用いた行列 A の表現式、を求めよ。
- (2) ベクトル a, b の外積 $a \times b$ に関して、i) $a \times b$ の 3×1 要素表現、ii) $a \times b = Ab$ を満たす行列 A の 3×3 要素表現、iii) 行列 $A = a \times Q$ を満たす行列 Q 、を求めよ。ただし、ベクトル x と 3×3 行列 Q の外積 $x \times Q$ は、ベクトル x と行列 Q の3つの列ベクトルのそれぞれの外積を並べた 3×3 行列とする。
- (3) 図1のように、単位方向ベクトル n を法線ベクトルとする平面にベクトル x を垂直に射影したベクトルを y とする。ベクトル y を $y = Px$ と表すとして、行列 P が $P = I - nn^T$ となることを示せ。
- (4) 3次元空間でのベクトル x を X 軸、 Y 軸、 Z 軸の周りにそれぞれ $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 回転する 3×3 の回転行列をそれぞれ $R_x(\theta_x), R_y(\theta_y), R_z(\theta_z)$ とする。ただし、回転の方向は、原点から各軸の無限大の方向に向かって時計回りに回転する方向を正とする。
i) $R_x(\theta_x)$ の 3×3 の要素表現を示せ。ii) 図2のように、3次元空間で任意のベクトル x を単位方向ベクトル n の周りに θ_n だけ回転する 3×3 の回転行列を $R_n(\theta_n)$ とする。 $R_n(\theta_n)$ は、

$$R_n(\theta_n) = R_x(-\alpha)R_y(\beta)R_z(\theta_n)R_y(-\beta)R_x(\alpha)$$

として得られる。変数 α, β が何になるかを示し、この式が成り立つことを説明せよ。

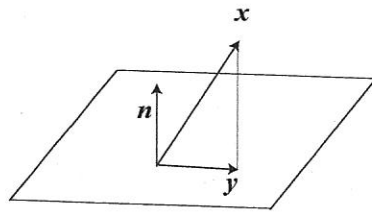


図1

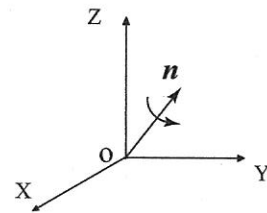


図2

第4問

以下に示す情報システムに関する8項目から4項目を選択し、各項目を4～8行程度で説明せよ。必要に応じて例や図を用いてよい。

- (1) NP 完全性
- (2) 末尾再帰
- (3) ステップ応答と伝達関数
- (4) 離散コサイン変換(DCT)
- (5) 公開鍵暗号
- (6) DNS (Domain Name Service)
- (7) TLB (Translation Lookaside Buffer)
- (8) LL(1)構文解析

このページは空白.

このページは空白.