

Análise Matmática II

Engenharia Informática Curso-Europeu

Atividade 01- Métodos Numéricos para EDO/PVI

Ano letivo – 2021/2022

Grupo:

Bruno Guiomar: a2021137345@isec.pt

Carolina Veloso: a2021140780@sec.pt

Luís Duarte: a2021137789@isec.pt

Docente:

Arménio Correia

Nuno Lavado

Índice

1. **Introdução**
   1. Enunciado e interpretação do trabalho
   2. Definição de PVI
   3. Definição de EDO
2. **Métodos Numéricos para a resolução de um PVI** 
   1. Método de Euler
      1. Fórmula
      2. Algoritmo e Função
   2. Método de Euler Melhorado ou Modificado
      1. Fórmula
      2. Algoritmo e Função
   3. Método de RK2
      1. Fórmula
      2. Algoritmo e Função
   4. Método de RK4
      1. Fórmula
      2. Algoritmo e Função
   5. Função ODE45 do Matlab
      1. Fórmula
      2. Algoritmo e Função
   6. Método do Ponto Médio
      1. Fórmmula
      2. Algoritmo e Função
3. **Exemplos de aplicação e testes**
   1. Exercício ... do teste .... de .../...
      1. PVI- Equação diferencial de 1ª ordem e Condições iniciais
      2. Exemplos de Output, GUI com o gráfico e a tabela
   2. Problemas de aplicação
      1. Modelação Matemática do problema
      2. Resolução através da aplicação criada
4. **Conclusão**
5. **Introdução**

**1.1 Interpretação do trabalho**

Os métodos numéricos são extremamente úteis na resolução de muitos problemas físicos, e surgem como alternativa para a obtenção de resultados que quase sempre não podem ser obtidos por procedimentos analíticos. De entre os métodos numéricos utilizados na resolução de equações diferenciais, destacam-se os Métodos de Euler e de Euler Melhorado e Runge-Kutta pela facilidade na obtenção de aproximações das suas versões, diferenciando dos métodos cujo desenvolvimento parte da expansão em série de Taylor.

**1.2 Definição de PVI**

Um problema de valor inicial é uma equação diferencial acompanhada pelo valor da função a determinar num determinado ponto, chamado de valor inicial ou condição inicial.

A Equação Diferencial Ordinária ou EDO para abreviar [𝑦′ = 𝑓(𝑡, 𝑦)] não determina apenas uma função solução, pois especifica apenas o declive [𝑦′(𝑡)] da função solução em cada ponto, não especificando o valor [𝑦(𝑡)] para qualquer ponto. Sendo assim, existem infinitas funções que satisfazem a EDO. logo é necessário que os dados do problema indiquem [𝑦(𝑡0) = 𝑦0] , o que determina a solução única da EDO. É por isto que se designa por Problema de Valor Inicial (PVI).

Text

Description automatically generated

1. **Métodos Numéricos para a resolução de um PVI**

**2.1 Método de Euler**

O Método de Euler consiste em eliminar os termos de ordem maior ou igual a dois. Prevendo a solução através da extrapolação ao longo de uma linha reta cujo declive é [𝑓(𝑡𝑘, 𝑦𝑘)]. Este é um método simples porque depende apenas da informação num único ponto t para podermos avançar para o próximo.

#### 2.1.1 Fórmulas:

Text, letter

Description automatically generated

* + 1. **Algoritmo/Função**

function y = N\_Euler(f,a,b,n,y0)

h = (b-a)/n;

t(1) = a;

y(1) = y0;

for i=1:n

y(i+1) = y(i)+h\*f(t(i),y(i));

t(i+1) = t(i)+h;

end

### 2.2 Método de Euler Melhorado ou Modificado

O método de Euler melhorado foi criado pois o método de Euler normal tem uma precisão pequena, ou seja, tem uma aplicação mais reduzida, sendo assim o método de Euler consegue obter soluções com boa qualidade quando forem requeridos mais passos.

#### Fórmulas

Text, letter

Description automatically generated

* + 1. **Algoritmo/Função**

function y=N\_EulerM(f,a,b,n,y0)

h=(b-a)/n;

t=a:h:b;

y=zeros(1,n+1);

y(1)=y0;

for i=1:n

y(i+1)=y(i)+h\*f(t(i),y(i));

end

### Método de Runge-Kutta 2

O Método de Runge-Kutta da segunda ordem é o Método de Euler melhorado, com uma melhor estimativa da derivada da função. Neste caso a estimativa da derivada baseia-se numa avaliação da função em mais pontos do intervalo [𝑡𝑛, 𝑡𝑛+1].

#### Fórmulas

Text, letter

Description automatically generated

* + 1. **Algoritmo/Função**

function y=N\_Rk2(f,a,b,n,y0)

h=(b-a)/n;

t=a:h:b;

y=zeros(1,n+1);

y(1)=y0;

for i=1:n

k1=h\*f(t(i),y(i));

k2=h\*f(t(i+1),y(i)+k1);

y(i+1)=y(i)+(k1+k2)/2;

end

### 2.4 Método de RK4

O método RK4 é um método de quarta ordem, significando que o erro por passo é da ordem de h5, enquanto o erro total acumulado tem ordem h4.

#### Fórmulas

A picture containing letter

Description automatically generated

* + 1. **Algoritmo/Função**

function y = N\_Rk4(f, a, b, n, y0)

h = (b-a)/n;

t(1) = a;

y(1) = y0;

for i=1:n,

K1 = h \* feval(f, t(i), y(i));

K2 = h \* feval(f, t(i) + (h/2), y(i) + (1/2) \* K1);

K3 = h \* feval(f, t(i) + (h/2), y(i) + (1/2) \* K2);

K4 = h \* feval(f, t(i) + h, y(i) + K3);

y(i+1) = y(i) + ((1/6) \* (K1 + (2\*K2) + (2\*K3) + K4));

t(i+1) = t(i) + h;

end

## Método ODE45

ODE45 é uma função do MATLAB, que resolve equações diferenciais. É uma função de média precisão, usada principalmente para equações não rígidas. ODE45 tem a seguinte forma:

**ode45(ODEFUN,TSPAN,Y0)**

Sendo:

𝑜𝑑𝑒𝑓𝑢𝑛 – função para resolver,

𝑡𝑠𝑝𝑎𝑛 – intervalo de integração,

𝑦0 – condição inicial.

A função ODE45 devolve dois vetores: 𝑦 – Vetor das soluções;

t- Vetor dos pontos de avaliação

Cada linha em *y* corresponde à solução no valor devolvido na linha correspondente de *t*.

#### Algoritmo/Função

function y = mn\_ode45(f,a,b,n,y0)

h = (b-a)/n;

t = a:h:b;

[t,y] = ode45(f,t,y0);