Triangulácia implicitne definovanej plochy

Kristína Korecová*

Školiteľ: Pavel Chalmovianský†

Katedra algebry a geometrie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

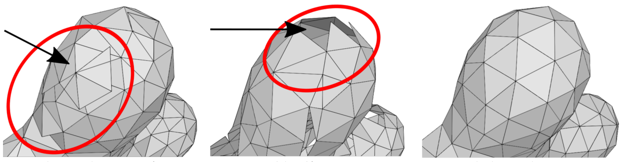
V tomto článku opisujeme algoritmus triangulácie regulárnych častí implicitne definovanej plochy zadanej rovnicou $f(x,y,z) = 0$, využívajúc princípy metódy známej ako *marching triangles* [Hilton et al., 1997]. Nový trojuholník **N** vytvorený z okrajovej hrany **e** trojuholníkovej siete **M** je vytvorený v rovine už existujúceho trojuholníka obsahujúceho hranu **e**. Nový vrchol **x** je premietnutý na plochu v smere $\nabla f(x,y,z)$ využívajúc *Newtonovu-Rhapsonovu metódu*. Nový trojuholník sa môže pretínať s už existujúcimi trojuholníkmi alebo sa nový vrchol môže nachádzať v blízkosti iného vrchola. Blízkosť iného vrchola je riešená viacerými spôsobmi pripínania na existujúce vrcholy. Na problém pretínania bola navrhnutá *Delaunayova podmienka* [Hilton et al., 1997] odvodená ako aproximácia *Delaunayovej vlastnosti*.

Podmienka P1. *(Delaunayova) Trojuholník* **N** *môžeme pridať do* **M** *iba vtedy, ak sa z doterajšej množiny vrcholov siete žiadny vrchol trojuholníka s rovnakou orientáciou ako* **N** *nenachádza vo vnútri gule prechádzajúcej cez vrcholy* **N** *so stredom v strede* **C** *opísanej kružnice trojuholníka* **N**.

Overovanie P1 iba pre novovzniknutý trojuholník spôsobuje prekrývanie trojuholníkov v sieti (obr. 1a), preto bolo navrhnuté overovať P1 aj pre existujúce trojuholníky [Akkouche and Galin, 2001]. Overovanie P1 pre každý trojuholník však môže viesť k nepridaniu vhodného trojuholníka a vzniku rozsiahlych dier (obr. 1b). V našej práci sme odvodili podmienku P2 založenú na polohe ťažiska, ktoré vystihuje polohu trojuholníka presnejšie ako stred opísanej kružnice. Táto podmienka nezaručuje nepretínanie trojuholníkov, no vo veľkej miere ho eliminuje, odmietanie vhodných trojuholníkov je takisto menej časté ako pri prístupe overujúcom P1 pre všetky trojuholníky. Algoritmus je rozdelený na dve časti, v prvej časti overujeme P1 pre novovzniknutý trojuholník a P2 pre ostatné trojuholníky (obr. 1c). V druhej časti uzatvárame zostávajúce diery. Na obr. 1 vidíme výsledky po prvej časti algoritmu.

*korecova2@uniba.sk

†pavel.chalmoviansky@uniba.sk



Obr. 1: a) P1 pre novovzniknutý trojuholník, b) P1 pre všetky trojuholníky, c) P1 pre novovzniknutý trojuholník a P2 pre ostatné trojuholníky.

Podmienka P2. *Trojuholník* **N** *môžeme pridať do* **M** *iba vtedy, ak sa v okolí vrchola* **x** *nenachádza ťažisko* **T** *už existujúceho trojuholníka, okolie vrchola* **x** *sme experimentálne určili ako* $\frac{3}{5}\mathbf{p}$*, kde* **p** *je polomer opísanej kružnice.*

Pre vytvorenie prvého trojuholníka je na vstupe bod, ktorý sa nachádza v blízkosti plochy. Z kolmého priemetu tohto bodu vytvoríme prvú hranu v smere dotyčnice v náhodnom smere. Následne vytvoríme prvý trojuholník využívajúc gradient plochy v strednom bode hrany. V práci sme sa zaoberali tvorbou triangulácie aj pre plochy orezané axiálnou obálkou a testovali sme aj niektoré existujúce metódy adaptívnej triangulácie. Algoritmus sme implementovali v jazyku C++ a navrhli sme 8 kritérií kvality triangulácie, ktoré sme vyhodnotili na vytvorených modeloch. V ďalšej práci plánujeme rozšíriť algoritmus pre niektoré typy algebraických variet so singularitami. Cieľom je navrhnúť numerický výpočet singularít pre niektoré typy algebraických variet a tiež navrhnúť adaptívny prístup zohľadňujúci lokálnu krivosť plochy.

Literatúra

[Akkouche and Galin, 2001] Akkouche, S. and Galin, E. (2001). Adaptive implicit surface polygonization using marching triangles. In *Computer Graphics Forum*, volume 20, pages 67–80. Wiley Online Library.

[Hilton et al., 1997] Hilton, A., Illingworth, J., et al. (1997). Marching triangles: Delaunay implicit surface triangulation. *University of Surrey*.