

Leçon et exercices de 4A

Laurent Claessens

20 octobre 2014

Table des matières

1 Opérations sur les nombres relatifs	5
1.1 Somme et différence	5
1.2 Produit	6
1.3 Quotient	6
1.4 Vocabulaire	7
2 Initiation à la démonstration	9
3 Calcul littéral	11
3.1 Substitution	11
3.2 Développer	12
3.3 Factoriser	12
3.4 Simplification et réduction	13
4 Les questions posées en évaluation	15
4.1 Petite interro	15
4.2 Devoir surveillé, 29 septembre 2014	15
4.3 Devoir surveillé, 17 octobre 2014	16
5 Les exercices	19
5.1 Opérations sur les nombres relatifs	19
5.2 Initiation à la démonstration	23
5.3 Calcul littéral	24
6 Corrections de certains exercices	27
Bibliographie	33

Chapitre 1

Opérations sur les nombres relatifs

Nous considérons le nombre $B = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$.

- (a) Combien vaut B ?
- (b) Écrire B sous forme d'un produit.
- (c) Écrire sous forme d'une somme et calculer :
 - (c1) $(-6) \times 4$
 - (c2) $(-21) \times 5$
 - (c3) $(-1.5) \times 3$.

Compléter le tableau de produits suivant :

\times	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4					0				
-3									
-2									
-1					0				
0								0	
1									
2									
3									12
4						4			

1.1 Somme et différence

Propriété

- (a) Pour la somme de deux nombres relatifs **de même signe**,
 - nous conservons le signe commun
 - nous additionnons les distances à zéro.

Exemple

- (a1) $(+4) + (+8) = 4 + 8 = 12$
- (a2) $(-5) + (-6) = -(5 + 6) = -11$

△

- (b) Pour la somme de deux nombres relatifs **de signes différents**,
 - nous prenons le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro,
 - nous calculons la différence des distances à zéro.

Exemple

$$\begin{aligned} \text{(b1)} \quad & (-3) + (+7) = +(7 - 3) = 4 \\ \text{(b2)} \quad & (-9) + (+1) = -(9 - 1) = -8 \end{aligned}$$

△

(c) **Soustraire** un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemple

$$\begin{aligned} \text{(c1)} \quad & (-4) - (-8) = (-4) + (+8) = +(8 - 4) = 4 \\ \text{(c2)} \quad & (+7) - (+3) = 7 + (-3) = +(7 - 3) = 4 \end{aligned}$$

△

1.2 Produit

Propriété

Pour le produit de deux nombres relatifs **de signes contraires** :

- nous prenons le signe —
- nous calculons le produit des distances à zéro.

Exemple

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (-3) \times 4 = -(3 \times 4) = -12 \\ \text{(b)} \quad & 6 \times (-5.5) = -(6 \times 5.5) = -33 \end{aligned}$$

△

Pour le produit de deux nombres relatifs **de même signes** :

- nous prenons le signe +
- nous calculons le produit des distances à zéro.

Exemple

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 2.5 \times 3 = 4.5 \\ \text{(b)} \quad & (-3) \times (-7) = 21 \end{aligned}$$

△

1.3 Quotient

Nous savons déjà depuis longtemps (et c'est la définition) que

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 2 &= 1 \\ \frac{1}{34} \times 34 &= 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \times 4 &= 4 \\ \frac{1}{7} \times 7 &= 7. \end{aligned}$$

Le nombre $\frac{1}{-2}$ est un nombre vérifiant

$$\frac{1}{-2} \times (-2) = 1.$$

Il est donc un nombre négatif. L'opposé de $\frac{1}{-2}$ est un nombre positif qui, multiplié par 2, donne 1. Donc l'opposé de $\frac{1}{-2}$ est égal à $\frac{1}{2}$. En conclusion,

$$\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}.$$

À retenir

Pour effectuer le quotient de deux nombres relatifs (dont le dénominateur est non nul),

- (a) le signe est le signe du produit
- (b) la distance à zéro est le quotient des distances à zéro.

Exemple

$$\frac{10}{-5} = -2$$

ou

$$\frac{-25}{-5} = 5.$$

△

Remarque 1.10.

Nous avons les égalités

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}.$$

1.4 Vocabulaire

Définition

- L'**opposé** d'un nombre s'obtient en changeant son signe.
- L'**inverse** d'un nombre x est le quotient $\frac{1}{x}$.

Exemple

- (a) L'opposé de 3 est -3 .
- (b) L'opposé de $-\frac{3}{7}$ est $\frac{3}{7}$
- (c) L'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$
- (d) L'inverse de -5 est $-\frac{1}{5}$

△

Chapitre 2

Initiation à la démonstration

En mathématique, les énoncés sont souvent écrits sous la forme « **Si** *condition* **alors** *conséquence* ».

Définition

La **réciproque** d'un énoncé s'obtient en inversant la condition et la conséquence.

Exemple

Énoncé «**Si** le dernier chiffre d'un nombre est «6» **alors** il est divisible par 2.»

Réciproque «**Si** un nombre est divisible par 2 **alors** son dernier chiffre est «6»

Note : même si un énoncé est vrai, sa réciproque peut être fausse.

△

À retenir

Un énoncé vrai est une **propriété**.

Exemple

- (a) Si un nombre est multiple de 12 alors il est multiple de 3.
- (b) Si un quadrilatère est un carré, alors il a des diagonales de même longueurs.

△

Définition

Un **contre-exemple** à un énoncé est un exemple pour lequel un énoncé est faux.

Exemple

Énoncé Toutes les fables de La Fontaine parlent d'animaux.

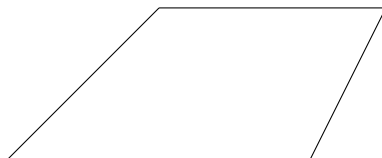
Contre-exemple Faux! «Le Chêne et le roseau» ne parle pas d'animaux.

△

Exemple

Énoncé Si un quadrilatère a deux côtés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Contre-exemple Faux ! Ceci a deux côtés parallèles mais n'est pas un parallélogramme :



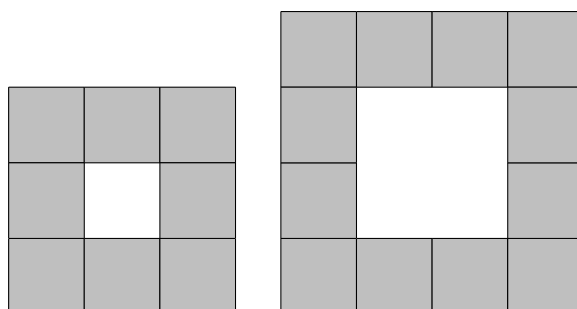
△

Chapitre 3

Calcul littéral

Petits et grands carrés

Nous découpons le bord d'un grand carré en petits carrés comme indiqué sur les dessins :



- (a) Réaliser une figure avec cinq petits carrés sur un côté et indiquer le nombre total de carrés coloriés. Recommencer avec une figure de six petits carrés de côté.
- (b) S'il y a 100 petits carrés sur le côté, combien y-a-t-il de carrés coloriés au total ?
- (c) Nous appelons n le nombre de petits carrés d'un côté du grand carré, et nous voulons trouver une formule donnant le nombre total de carrés coloriés. Valérian dit :

« Il y a 4 côtés et n carrés par côtés, donc $4n$ petits carrés. »

Laureline n'est pas d'accord :

« Tu en as trop ! »

Qui a raison ? Pourquoi ? Donner une formule correcte.

De [1]

3.1 Substitution

À retenir

Pour calculer une valeur numérique d'une expression contenant une lettre dont on connaît la valeur, on lui substitue sa valeur numérique.

Exemple

Dans l'activité, la formule donnant le nombre de petits carrés était

$$4 \times n - 4.$$

Pour savoir le nombre de petits carrés dessinés lorsqu'on en a 12 par côté, on écrit «12» à la place de n :

$$4 \times 12 - 4 = 48 - 4 = 44.$$

△

Exemple

Lorsque $x = 7$, l'expression $A = 4 \times x - 3$ vaut $4 \times 7 - 3 = 25$. Lorsque $x = -5$ l'expression A vaut

$$4 \times (-5) - 3 = -20 - 3 = -23.$$

△

3.2 Développer

À retenir

Si a , b et k sont des nombres quelconques, alors la formule

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

est encore valable en quatrième.

Cette opération s'appelle **développer**.

Exemple

Pour calculer mentalement 43×102 , on fait $43 \times 100 + 43 \times 2$. Plus généralement

$$43 \times (100 + x) = 43 \times 100 + 43 \times x.$$

△

Exemple

Pour calculer le périmètre d'une rectangle de largeur ℓ et de longueur L on peut faire soit

$$2\ell + 2L$$

soit

$$2(\ell + L).$$

△

3.3 Factoriser

À retenir

La **factorisation** est la formule

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b).$$

Une expression est **factorisée** lorsqu'elle est écrite sous forme d'un produit.

Exemple

- (a) $2\ell + 2L$ n'est pas factorisé
- (b) $2(\ell + L)$ est factorisée.
- (c) $3x + 2$ n'est pas factorisé.
- (d) $(2x - 5) \times 3$ est factorisé.
- (e) $(-x + 9) \times (a + 8)$ est factorisé.

△

3.4 Simplification et réduction

Définition

- Nous notons $x \times x$ par x^2 , qui se prononce « x au carré».
- Nous notons $x \times x \times x$ par x^3 , qui se prononce « x au cube».

À retenir

Réduire une expression, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemple

(a) $3x + 5x = 8x$ parce que

$$\begin{aligned}x + 1 + 3x &= x + 3x + 1 \\&= x(1 + 3) + 1 \\&= 4x + 1\end{aligned}$$

regrouper
factoriser
effectuer.

(b) $3(x + 4) - 6x + 4 = 3x + 12 - 6x + 4 = -3x + 16$.

△

Chapitre 4

Les questions posées en évaluation

4.1 Petite interro

Exercice 1

Calculer :

(a) $(-1) + (-7) = \dots$

(b) $(-4) \times 4 = \dots$

(c) $(+5) - (+7) = \dots$

(d) $\frac{9}{-3} = \dots$

(e) $(-12) \times (-2) = \dots$

Correction à la page 27.

Exercice 2

Calculer :

(a) $(+5) \times (-12) = \dots$

(b) $\frac{12}{-4} = \dots$

(c) $(-4) \times (-5) = \dots$

(d) $(+10) - (+14) = \dots$

(e) $(-9) + (-3) = \dots$

Correction à la page 27.

4.2 Devoir surveillé, 29 septembre 2014

Exercice 3 .../2

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont égales à $-\frac{6}{7}$?

(a) $\frac{6}{-7}$

(b) -0.87

(c) $-(6 \div 7)$

(d) $\frac{7}{6}$

Correction à la page 27.

Exercice 4 .../2.5

Compléter les égalités :

(a) $(-5) + 3 = \dots$

(b) $4 - (-7) = \dots$

(c) $1 + (-\dots) = -1$

(d) $(-2) \times (-3) = \dots$

(e) $\frac{-6}{\dots} = 2$

Correction à la page 27.

Exercice 5 .../5

Nous considérons l'enchaînement d'opérations suivant :

— Choisir un nombre entier.

- ajouter 7,
- multiplier par 3,
- soustraire 21.

- (a) Donner le résultat de cet enchaînement lorsque le nombre choisi est 3, 10 et 12.
 (b) Quel semble être le lien entre le nombre choisi et le résultat ? Démontrer.
 (c) Combien obtient-t-on en choisissant 7001 ?
 (d) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 21 ?

Correction à la page 27.

Exercice 6 .../4

Pour chacun des deux énoncés suivant, donner la réciproque et dire, en justifiant par une propriété ou un contre-exemple, si elle est vraie ou fausse.

- (a) Un quadrilatère ayant deux diagonales perpendiculaires est un carré.
 (b) Si un nombre est décimal alors il peut être écrit sous forme fractionnaire.

Correction à la page 28.

Exercice 7 .../3

Un nombre divisible en même temps par 3 et par 7 est un multiple de 42. Cet énoncé est faux ; le(s)quel(s) des nombres suivants donne un contre-exemple ? Expliquez votre choix.

- | | | |
|------------------|--|-------------------|
| (a) 21
(b) 42 | | (c) 126
(d) 63 |
|------------------|--|-------------------|

Correction à la page 28.

Exercice 8 .../3.5

Ève l'élève doit calculer la fraction

$$\frac{4 + 5 \times 2}{6 + 1}$$

et tape la séquence suivante sur sa calculatrice :

$$\boxed{4} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{2} \boxed{\div} \boxed{6} \boxed{+} \boxed{1}$$

Est-ce correct ? Si oui, donner la valeur obtenue ; sinon, placer des parenthèses de telle sorte à obtenir le bon résultat.

Correction à la page 28.

4.3 Devoir surveillé, 17 octobre 2014

Exercice 9

Calculer les expressions suivantes :

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| (a) $15 + (-5)$
(b) $\frac{-8}{2}$ | | (c) $(-1) \times (-8)$
(d) $8 \div (-2)$
(e) $-5 + 15$ |
|---------------------------------------|--|--|

Correction à la page 28.

Exercice 10

Que valent les expressions suivantes lorsque $a = 3$ et $b = -2$?

- | | | |
|--|--|---|
| (a) $2a$
(b) $7b$
(c) $3 \times a + 4$ | | (d) $-4 \times a$
(e) $\frac{a \times b}{-12}$ |
|--|--|---|

Pour la question (e), simplifier la fraction obtenue.

Correction à la page 28.

Exercice 11

Exprimer les phrases suivantes sous la forme « si ... alors ... »

- (a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.
 (b) Un parallélogramme possède deux diagonales de même longueur.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

- (a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-on certain qu'il ait plu ?
- (b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Est-ce que le quadrilatère $ABCD$ est forcément un parallélogramme ?

Expliquer les réponses soit en citant une propriété, soit par un contre-exemple ou une phrase en français.

Correction à la page 28.

Exercice 12

Pierre a eu quelque frais ces derniers mois et est allé en négatif sur son compte en banque : il indique -750€ . Jean lui vient en aide et lui renfloue la moitié de sa dette vis-à-vis de la banque.

- (a) Quelle somme Jean donne à Pierre ?
- (b) Qu'indiquera le compte en banque de Pierre après cette opération ?

Correction à la page 29.

Exercice 13

Soient les deux programmes de calculs suivants :

Programme 1 :

- (a) Choisir un nombre ;
- (b) multiplier par 6
- (c) ajouter 11.

Programme 2 :

- (a) Choisir un nombre ;
- (b) ajouter 2
- (c) multiplier par 6.

- (a) Tester chacun de ces deux programmes de calculs en partant 2, -3 et 4.
- (b) Quel semble être le lien entre les résultats des deux programmes ?
- (c) Si l'on note x le nombre choisi au départ, écrire une expression A qui traduit le programme 1.
- (d) Si l'on note x le nombre choisi au départ, écrire une expression B qui traduit le programme 2.
- (e) Prouver le lien que vous avez *conjecturé* pour la question (b).

Correction à la page 29.

Chapitre 5

Les exercices

Avertissement : ce chapitre contient les exercices des feuilles distribuées en classe, à *quelque variations près* ; notamment dans la numérotation.

5.1 Opérations sur les nombres relatifs

Exercice 14

Donner la distance à zéro des nombres suivants :

- (a) 7.3
- (b) -4
- (c) -2.5
- (d) 0

Correction à la page 30.

Exercice 15

Parmi les sommes suivantes, lesquelles sont des sommes de deux nombres de même signe ?

- (a) $A = (+5.8) + (-3.4)$
- (b) $B = (-1.2) + (-9)$
- (c) $C = (+3.2) + (+7.7)$
- (d) $D = (-1) + (+0.5)$

Calculer ces sommes.

Correction à la page 30.

Exercice 16

Compléter le tableau suivant :

nombre	5.2		0	-27	
opposé du nombre		-2.1			
opposé de l'opposé					10

Correction à la page 30.

Exercice 17

Calculer les différences :

- (a) $(+8) - (+4)$
- (b) $(-8) - (-4)$
- (c) $(-4) - (+3)$
- (d) $(+1) - (+2)$
- (e) $(-5) - (+6)$
- (f) $(+7) - (-9)$

Correction à la page 30.

Exercice 18

Compléter le tableau suivant :

a	b	$a + b$	$a - b$	$b - a$
+3	+5			
-1	-6			
+2	-4			
-7	+8			

Correction à la page 30.

Exercice 19

Mettre sous forme de somme :

- (a) $A = (-3) \times 2$
- (b) $B = 2 \times (-3)$
- (c) $C = (-5) \times 4$
- (d) $D = 1.5 \times 8$
- (e) $E = (-1.5) \times 8$

Effectuer ces opérations.

Correction à la page 30.

Exercice 20

Calculer les produits suivants :

- | | |
|---------------------|------------------------|
| (a) 4×3 | (d) $(-5) \times (-6)$ |
| (b) $4 \times (-3)$ | (e) -7×2 |
| (c) $3 \times (-4)$ | (f) $7 \times (-2)$ |

Correction à la page 30.

Exercice 21

Calculer les expressions suivantes :

- (a) $3 \times 4 - 21$
- (b) $3 - 4 \times 2$
- (c) $7 \times (-3) + 7 \times (+3)$
- (d) $7 - 13 - 17$
- (e) $-3 \times (2 + 9) + 20$

Correction à la page 30.

Exercice 22

Compléter les égalités :

- (a) $-2 + \dots = 7$
- (b) $4 + (-\dots) = -1$
- (c) $-2 + (-\dots) = -5$
- (d) $-2 + \dots = -7$

Correction à la page 30.

Exercice 23

Pierre a eu quelque frais ces derniers mois et est allé en négatif sur son compte en banque : il indique -250€ . Jean lui vient en aide et lui renfloue la moitié de sa dette vis-à-vis de la banque.

- (a) Quelle somme Jean donne à Pierre ?
- (b) Qu'indiquera le compte en banque de Pierre après cette opération ?

Correction à la page 30.

Exercice 24

Mathias a économisé 130 euros, mais voudrait se payer un voyage de 80 euros, un DVD de 15€ et un disque dur à 40€. A-t-il assez ? Sinon, combien d'argent doit-il encore trouver pour réaliser tous ses projets ?

Correction à la page 30.

Exercice 25

Sans les calculer, donner le signe des quotients suivants :

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| (a) $(-3) \div (-8)$ | (c) $(-4) \div (-5)$ |
| (b) $(+1) \div (-2)$ | (d) $(-3.7) \div (+5.1)$ |

Correction à la page 30.

Exercice 26

Calculer les quotient suivants :

- | | |
|--------------------|---------------------|
| (a) $65 \div (-5)$ | (c) $-\frac{65}{5}$ |
| (b) $(-65) \div 5$ | |

Écrire encore deux autres calculs avec 65 et 5 donnant le même résultat.

Correction à la page 30.

Exercice 27

Quelle est l'écriture décimale des quotients suivants ?

- | | |
|---------------------|------------------------|
| (a) $\frac{3}{4}$ | (c) $-\frac{100}{25}$ |
| (b) $\frac{10}{-2}$ | (d) $\frac{-6-3}{2+7}$ |

Correction à la page 30.

Exercice 28

Donner toutes les façons d'écrire le nombre -6 comme produit de deux entiers relatifs.

Correction à la page 30.

Exercice 29 [1]

- Trouver toutes les façons de décomposer le nombre -6 en produit de deux nombres entiers relatifs.
- Trouver toutes les façons de décomposer le nombre 10 en produit de deux nombres entiers relatifs.
- Combien de façons y-a-t-il de décomposer le nombre 30 en produit de trois nombres entiers relatifs ?
Vous n'êtes pas obligé de les lister toutes.

Correction à la page 30.

Exercice 30

Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles sont égales à $-\frac{2}{3}$?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (a) $2 \div (-3)$ | (d) $-\frac{2}{3}$ |
| (b) -0.66 | |
| (c) $\frac{2}{-3}$ | (e) $2 \div 3$ |

Correction à la page 30.

Exercice 31

Nous considérons l'enchaînement d'opérations suivant :

- Choisir un entier entre 1 et 20,
- ajouter 3,
- multiplier par 2,
- soustraire 6.

- Effectuer cet enchaînement pour quelque valeurs de départ au choix. Quel est le lien qui relie le nombre choisit avec le résultat des opérations ?
- Est-ce que ça fonctionne aussi avec des nombres négatifs ?
- Donner une expression donnant le résultat lorsque le nombre choisi est 14.

Correction à la page 30.

Exercice 32 [1]

Pour chacune des égalités suivantes, remplacer le symbole \diamond par l'opération qui convient :

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (a) $(-3) \diamond (-2) = -5$ | (c) $(-2) \diamond (-2) = 4$ |
| (b) $(-3) \diamond (-2) = 6$ | (d) $(-2) \diamond (-2) = -4$ |

Et une dernière : $(-5) \diamond (+4) = (-12) \diamond (+8)$.

Correction à la page 30.

Exercice 33 [2]

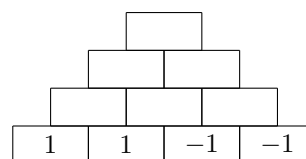
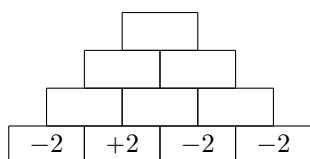
Compléter le tableau suivant :

a	b	$a \times b - b$	$(a - 1) \times b$
2	3		
-1	5		
-5	-7		
-8	2		

Correction à la page 30.

Exercice 34 [1]

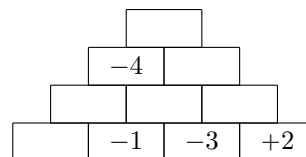
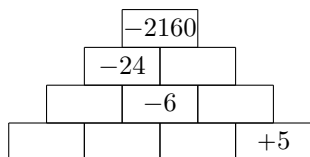
Compléter les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



Correction à la page 30.

Exercice 35

Les pyramides suivantes sont sur le même modèle que celles de l'exercice 34. Il faut les compléter.



Correction à la page 30.

Exercice 36 [3]

La planète Venus est une planète rocheuse semblable à la Terre quant à ses proportions et sa densité. Elle serait formée de trois couches successives : le noyau, le manteau et la croûte. Le noyau (peut-être entièrement composé de métaux liquides) aurait un rayon de 2850 km. Le manteau rocheux d'environ 3175 km d'épaisseur serait essentiellement composé de silicates et d'oxydes de métaux. Enfin une croûte dure et froide de 20 km recouvrirait le tout.

Quelle est la longueur de l'équateur de Vénus ?

Correction à la page 31.

Exercice 37

Vrai ou faux ?

- (a) Le double d'un nombre est toujours plus grand.
- (b) Si on multiplie un nombre par -1 , le résultat est un nombre plus petit.

Correction à la page 31.

Exercice 38

Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) plutôt que des degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) pour mesurer des températures. Il faut soustraire 32 à une température en $^{\circ}\text{F}$ puis diviser par 1,8 pour la connaître en $^{\circ}\text{C}$.

- (a) À quelle température en $^{\circ}\text{C}$ correspond 100 $^{\circ}\text{F}$?
- (b) Adèle, en voyage aux USA veut régler son thermostat sur 20 $^{\circ}\text{C}$. Hélas, le thermostat est gradué en Fahrenheit. À quelle température doit-elle le régler ?
- (c) Adèle essaye de suivre une recette dans un terrible livre de cuisine ramené de son voyage aux USA. Il y est demandé de chauffer de l'eau à 212 $^{\circ}\text{F}$. À votre avis, qu'est-elle en train de cuisiner ? Justifier par un calcul pertinent.

Correction à la page 31.

5.2 Initiation à la démonstration

Exercice 39 [2]

Construire un triangle TUC tel que $UC = 7$ cm, $\widehat{TUC} = 54^\circ$ et $\widehat{TCU} = 35^\circ$. En utilisant les instruments de géométrie, déterminer la nature du triangle TUC . Déterminer les angles du triangle TUC par le calcul. Est-ce que tout va bien ?

Correction à la page 31.

Exercice 40

Exprimer les phrases suivantes sous la forme «si ... alors ... »

- (a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.
- (b) Un parallélogramme a deux diagonales de même longueur.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

- (a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-ce qu'il a plu ?
- (b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$?

Correction à la page 31.

Exercice 41

Exprimer les phrases suivantes sous la forme «si ... alors ... »

- (a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.
- (b) Un parallélogramme a deux diagonales de même longueur.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

- (a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-ce qu'il a plu ?
- (b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$?

Correction à la page 31.

Exercice 42

Lesquels des nombres suivants fournissent un contre-exemple à l'énoncé «Un nombre divisible par 3 est divisible par 6» ?

- | | |
|--------|--------|
| (a) 12 | (c) 14 |
| (b) 15 | (d) 3 |

Correction à la page 31.

Exercice 43

Tous les rectangle possèdent deux diagonales de même longueur. Mais est-il vrai que tout quadrilatères possédant deux diagonales de même longueur est un rectangle ?

Correction à la page 31.

Exercice 44 [1]

Pour chacun des énoncés suivants, dire s'il est vrai ou faux ; énoncer ensuite sa réciproque et dire si elle est vraie ou fausse.

- (a) **Si** un nombre se termine par 3 **alors** il est divisible par 3.
- (b) **Si** $x = 3$ **alors** $x^2 = 9$.
- (c) **Si** un nombre est divisible par 3 **alors** il est divisible par 9.
- (d) **Si** un quadrilatère est un carré **alors** il a ses quatre côtés de même longueur.

Correction à la page 31.

Exercice 45

La somme de deux multiples de 7 est-elle un multiple de 7 ?

Correction à la page 32.

Exercice 46

La somme des chiffres du nombre 42 est égale à 6. Le nombre 42 lui-même est un multiple de 6. De même le nombre 510 a la somme de ses chiffres qui est égale à 6, et est divisible en 6. Est-il vrai que tout nombre dont la somme des chiffres est égale à 6 soit un multiple de 6 ?

Correction à la page 32.

Exercice 47

L'énoncé suivant est faux : « un nombre divisible en même temps par 3 et par 7 est un multiple de 42 ». Pour trouver un contre-exemple, que devez-vous donner ?

- (a) Un nombre divisible par 3 mais pas par 42.

- (b) Un nombre multiple de 42 mais divisible ni par 3 ni par 7.
 (c) Un nombre divisible par 3 et par 7 mais qui n'est pas multiple de 42.

Donner un tel contre-exemple.

Correction à la page 32.

Exercice 48

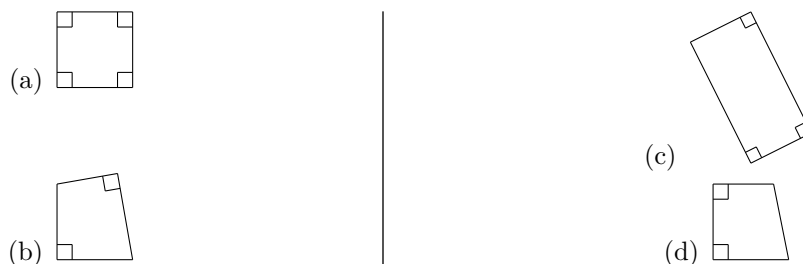
Démontrer que si un nombre est multiple de 60 alors il est multiple de 15 et de 6.

Est-ce que la réciproque est vraie ?

Correction à la page 32.

Exercice 49

« Si un quadrilatère possède deux angles droits alors c'est un rectangle. » Lesquelles des figures suivantes sont des contre-exemples à cette affirmation (fausse) ? Expliquer vos choix.



Correction à la page 32.

Exercice 50

Est-il vrai que pour tout $x > 16$ nous ayons $x \geq 17$?

Correction à la page 32.

Exercice 51

Vrai ou faux (justifier)

- (a) Si un quadrilatère possède 4 côtés de même longueur, alors c'est un carré.
 (b) Le carré d'un nombre divisible par 3 est un nombre divisible par 3.

Correction à la page 32.

5.3 Calcul littéral

Exercice 52

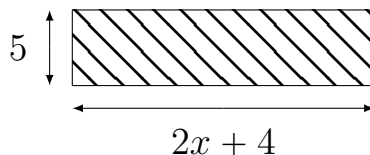
Recopier les expressions suivantes et calculer leurs valeurs lorsque $x = 2$:

- | | |
|-------------|--------------------|
| (a) $3x$ | (d) $3x + 9$ |
| (b) $x + 1$ | (e) $2(x - 3) + 9$ |
| (c) $-x$ | (f) $x^2 - 4$ |

Correction à la page 32.

Exercice 53 [1]

Nous avons le rectangle suivant dont les mesures sont données en fonction de x :



- (a) Écrire son périmètre sous forme d'une expression réduite.
 (b) Écrire son aire sous forme d'une expression factorisée.
 (c) Écrire son aire sous forme d'une expression réduite
 (d) Quels sont les périmètre et l'aire de ce rectangle si $x = 7$?

Correction à la page 32.

Exercice 54 [1]

Si on note z l'âge en années d'Alexis aujourd'hui, comment note-t-on :

- (a) l'âge qu'il aura dans deux ans ?

- (b) le double de son âge ?
- (c) le triple de l'âge qu'il avait il y a quatre ans ?
- (d) la moitié de l'âge qu'il aura dans cinq ans ?
- (e) son année de naissance ?

Correction à la page 32.

Exercice 55 [1]

Soient les deux programmes de calculs suivants :

Programme 1 :

- (a) Choisir un nombre ;
- (b) Ajouter 6 à ce nombre ;
- (c) Multiplier le résultat par -2 ;
- (d) Ajouter le quadruple du nombre choisi au départ.

Programme 2 :

- (a) Choisir un nombre ;
- (b) Soustraire 3 à ce nombre ;
- (c) Multiplier le résultat par -4 ;
- (d) Ajouter le double du nombre choisi au départ.

- (a) Tester chacun de ces deux programmes de calculs en partant 2, -3 et 4.
- (b) Qu'est-ce qu'on remarque ?
- (c) Si l'on note x le nombre choisi au départ, écrire une expression A qui traduit le programme 1.
- (d) De la même manière, écris une expression B pour le programme 2.
- (e) Est-ce que l'on peut expliquer le résultat de la question (b) ?

Correction à la page 32.

Exercice 56 [1]

Une salle de concert peut contenir 600 places. Il y a x places assises et les autres sont debout. Les places debout coûtent 15€ et les places assises 25€.

- (a) Que représentent les expressions suivantes : $600 - x$; $25x$ et $15(600 - x)$?
- (b) Exprime, en fonction de x , la recette totale en euros si toutes les places sont prises.
- (c) Calcule la recette pour la salle pleine contenant 200 places assises.

Correction à la page 32.

Exercice 57 Extrait du brevet, [1]

Cette figure représente un carré de 6 cm de côté. M est un point de $[AD]$ et N est un point de $[AB]$ tels que : $AM = AN = x$ (x est un nombre strictement positif)

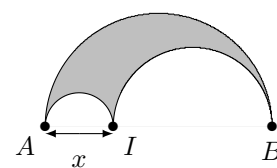
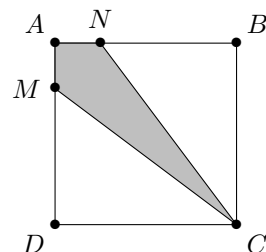
- (a) Exprimer, en fonction de x , les aires des triangles MDC et NBC .
- (b) Exprimer, en fonction de x , l'aire du quadrilatère $AMCN$.
- (c) Calculer ces trois aires pour $x = 2$ cm.

Correction à la page 32.

Exercice 58 Le tricerclé de Mohr [1]

Cette figure est constituée de trois demi-cercles dont les centres appartiennent au segment $[AB]$. La longueur AB est 10.

- (a) Réaliser cette figure pour $x = 3$ et calculer la longueur de chacun des trois demi-cercles. Quel est alors le périmètre de la figure grise délimitée par les trois demi-cercles ?
- (b) Même question pour $x = 8$. Que remarque-t-on ?
- (c) Exprimer, en fonction de x et de π , la longueur de chacun des trois demi-cercles.



- (d) En déduire une expression du périmètre de la figure grisée en fonction de x et de π . Que peut-t-on dire de ce périmètre ? Justifier.
- (e) Utiliser le résultat de la question précédente pour déterminer le périmètre de la figure bleue lorsque $x = 1$, puis pour $x = 5$ et enfin pour $x = 8,7$.

Correction à la page [32](#).

Chapitre 6

Corrections de certains exercices

Correction de l'exercice 1

Calculer :

- (a) $(-1) + (-7) = -8$. Règle d'addition de deux nombres de même signe.
- (b) $(-4) \times 4 = -16$ multiplication de deux nombres de signes différent : négatif.
- (c) $(+5) - (+7) = 5 + (-7) = -2$ la plus grande distance à zéro est le -7 ; nous prenons donc son signe.
- (d) $\frac{9}{-3} = -\frac{9}{3} = -3$. Règle du signe d'un quotient : la même que celle du produit.
- (e) $(-12) \times (-2) = 24$. Le produit de deux nombres négatifs est positif.

Correction de l'exercice 2

- (a) $(+5) \times (-12) = -60$. Le produit de deux nombres de signe différents est négatif.
- (b) $\frac{12}{-4} = -\frac{12}{4} = -3$. Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif.
- (c) $(-4) \times (-5) = 20$. Le produit de deux négatifs est positif.
- (d) $(+10) - (+14) = 10 + (-14)$. C'est (-14) qui a la plus grande distance à zéro et donc lui qui donne le signe au résultat.
- (e) $(-9) + (-3) = -12$. La somme de deux nombre de même signe a encore le même signe.

Correction de l'exercice 3

Les expressions égales à $-\frac{6}{7}$ sont $\frac{6}{-7}$ et $-(5 \div 7)$.

Le nombre -0.87 n'est pas égal à $-6/7$: en multipliant 0.86 par 7 , on n'obtient pas 6 .

Correction de l'exercice 4

Compléter les égalités :

- (a) $(-5) + 3 = -2$
- (b) $4 - (-7) = 4 + 7 = 11$ parce que soustraire revient à additionner l'opposé
- (c) $1 + (-\dots) = -1$ Nous savons que $1 - 2 = -1$, donc $1 + (-2) = -1$.
- (d) $(-2) \times (-3) = 6$
- (e) $\frac{-6}{-3} = 2$. Ne pas oublier le signe.

Correction de l'exercice 5

- (a) En partant de 3 on obtient 9 . L'enchaînement est : $3 + 7 = 10$, ensuite $10 \times 3 = 30$ et enfin $30 - 21 = 9$.
En partant de 10 on obtient 30 et en parant de 12 on obtient 36 .
- (b) Il semble que le résultat soit toujours le triple du nombre de départ. Pour le démontrer, rien ne vaut un petit peu de x : si on part du nombre x , l'enchaînement est donné par la formule

$$\begin{aligned} & x \\ & x + 7 \\ (x + 7) \times 3 &= 3 \times x + 21 \\ 3 \times x + 21 - 21 &= 3x. \end{aligned}$$

- (c) Le résultat en partant de 7001 est simple à trouver : c'est le triple de 7001 : $7001 \times 3 = 21003$.
 (d) Le nombre dont le triple est 21 est 7. Il faut donc partir de 7 pour obtenir 21.

Correction de l'exercice 6

Le plus simple pour trouver la réciproque d'un énoncé est de commencer par l'écrire sous la forme «Si ... alors ...».

- (a) La première affirmation, exprimée sous forme «Si ... alors ...» est :

Si un quadrilatère a ses deux diagonales perpendiculaires, alors c'est un carré.

La réciproque est :

Si un quadrilatère est un carré alors ses deux diagonales sont perpendiculaires.

Cette réciproque est vraie : c'est la propriété comme quoi tout carré a ses diagonales qui se coupent perpendiculairement.

- (b) La réciproque est :

Si un nombre peut être écrit sous forme fractionnaire, alors il est décimal.

Cette réciproque est fausse comme le montre le contre-exemple suivant : $\frac{1}{3}$ est fractionnaire, mais n'est pas décimal parce qu'il possède une infinité de chiffres derrière la virgule.

Note : à l'inverse une fraction comme $\frac{1}{4}$ est un nombre décimal : $\frac{1}{4} = 0.25$. Il n'y a que deux chiffres derrière la virgule.

Correction de l'exercice 7

Pour un contre-exemple, il faut trouver un nombre qui est divisible en même temps par 3 et 7 et qui n'est pourtant pas un multiple de 42. C'est le cas de 21 et de 63.

Note : le critère de divisibilité par 3 est que la somme des chiffres du nombre doit être divisible par 3.

Correction de l'exercice 8

Non : la séquence n'est pas bonne, entre autres parce que le signe de division ne fait que $\frac{2}{6}$ au lieu de diviser tout le numérateur $4 + 5 \times 2$ par le dénominateur $6 + 1$.

En ce qui concerne les parenthèses, il faut faire ceci :

$$\left(\left(4 + 5 \times 2 \right) \div \left(6 + 1 \right) \right)$$

Note : il ne faut pas mettre 5×2 entre parenthèses parce que la multiplication est prioritaire.

Correction de l'exercice 9

- | | | |
|--|--|---|
| <p>(a) $15 + (-5) = 10$</p> <p>(b) $\frac{-8}{2} = -4$</p> | | <p>(c) $(-1) \times (-8) = 8$</p> <p>(d) $8 \div (-2) = -4$. C'est le même que le (b).</p> <p>(e) $-5 + 15 = 10$</p> |
|--|--|---|

Correction de l'exercice 10

Il suffit de remplacer tous les a par 3 et tous les b par -2 en faisant attention aux multiplications sous-entendues :

- | | | |
|---|--|--|
| <p>(a) $2a = 2 \times 3 = 6$</p> <p>(b) $7b = 7 \times (-2) = -14$</p> <p>(c) $3 \times a + 4 = 3 \times 3 + 4 = 13$</p> | | <p>(d) $-4 \times a = -4 \times 3 = -12$</p> <p>(e) $\frac{a \times b}{-12} = \frac{3 \times (-2)}{-12} = \frac{-6}{-12} = \frac{1}{2}$.</p> |
|---|--|--|

Correction de l'exercice 11

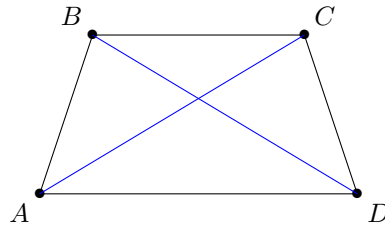
En ce qui concerne les phrases :

- (a) Si il pleut alors il y a des nuages.
 (b) Si une quadrilatère est un parallélogramme, alors il a deux diagonales de même longueurs.

Pour les questions :

- (a) Non, on ne peut pas affirmer qu'il ait plu le 5 avril : il peut y avoir des nuages sans pluie.

- (b) Il est possible d'avoir un quadrilatère dont les diagonales ont les mêmes longueurs sans qu'il soit un parallélogramme. Par exemple ceci :



Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur, mais le quadrilatère $ABCD$ n'est pas un parallélogramme.

Correction de l'exercice 12

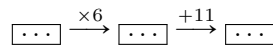
- (a) Rembourser la moitié de sa dette demande de payer la moitié de 750 euros, soit 375 euros.
 (b) Après cette opération, le compte de Pierre indiquera une dette moitié moins importante, c'est à dire

$$\frac{-750}{2} = -375.$$

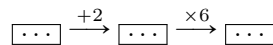
Notez que la première réponse est 375 (positif) tandis que la seconde est -375 (négatif). Dire que vous «possédez» -375 euros est une façon de dire que vous avez une dette de 375 euros.

Correction de l'exercice 13

Le premier programme s'exprime avec le diagramme suivant :



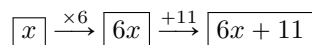
et le second par



- (a) **Programme 1** — En choisissant 2, on obtient 23.
 — En choisissant -3 , on obtient $-18 + 11 = -7$.
 — En choisissant 4, on obtient $4 \times 6 + 11 = 24 + 11 = 35$.

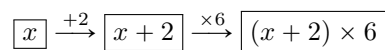
Programme 2 — En choisissant 2, on obtient 24.

- En choisissant -3 , on obtient $(-3 + 2) \times 6 = -1 \times 6 = -6$.
 — En choisissant 4, on obtient $6 \times 6 = 36$.
 (b) Nous voyons que le second programme donne un résultat de un plus grand que le premier.
 (c) Le plus simple est de suivre le chemin suivant :



Nous avons donc $A = 6x + 11$. Les réponses suivantes sont également correctes : $6 \times x + 11$ ou $x \times 6 + 11$.

- (d) Nous suivons le chemin suivant :



Donc $B = (x + 2) \times 6$. Il y a aussi moyen d'écrire cela sous la forme $6(x + 2)$.

- (e) Il s'agit de prouver que B est toujours A plus un. Pour cela nous pouvons développer l'expression de B :

$$B = (x + 2) \times 6 = 6x + 12.$$

La comparaison entre $A = 6x + 11$ et $B = 6x + 12$ montre que B vaut toujours 1 de plus que A :

$$A + 1 = 6x + 11 + 1 = 6x + 12,$$

ce qui signifie que $A + 1$ est B . Ou encore que le résultat du deuxième programme vaut un de plus que celui du premier.

Correction de l'exercice 14

<+Corrsmath-0726+>

Correction de l'exercice 15

<+Corrsmath-0722+>

Correction de l'exercice 16

<+Corrsmath-0724+>

Correction de l'exercice 17

<+Corrsmath-0725+>

Correction de l'exercice 18

<+Corrsmath-0747+>

Correction de l'exercice 19

<+Corrsmath-0727+>

Correction de l'exercice 20

<+Corrsmath-0743+>

Correction de l'exercice 21

<+Corrsmath-0744+>

Correction de l'exercice 22

<+Corrsmath-0723+>

Correction de l'exercice 23

<+Corrsmath-0745+>

Correction de l'exercice 24

<+Corrsmath-0746+>

Correction de l'exercice 25

<+Corrsmath-0751+>

Correction de l'exercice 26

<+Corrsmath-0748+>

Correction de l'exercice 27

<+Corrsmath-0749+>

Correction de l'exercice 28

<+Corrsmath-0801+>

Correction de l'exercice 29

<+Corrsmath-0750+>

Correction de l'exercice 30

<+Corrsmath-0752+>

Correction de l'exercice 31

<+Corrsmath-0753+>

Correction de l'exercice 32

<+Corrsmath-0754+>

Correction de l'exercice 33

<+Corrsmath-0755+>

Correction de l'exercice 34

<+Corrsmath-0756+>

Correction de l'exercice 35

<+Corrsmath-0757+>

Correction de l'exercice 36

<+Corrsmath-0759+>

Correction de l'exercice 37

<+Corrsmath-0760+>

Correction de l'exercice 38

Le passage des degrés Fahrenheit aux degrés Celsius revient à appliquer le programme de calcul

- prendre la température en Fahrenheit,
- soustraire 32,
- diviser par 1.8.

(a) Pour savoir à quelle température en Celsius correspond 100 °F, on applique le programme :

— d'abord $100 - 32 = 68$,

— ensuite $\frac{68}{1.8} \simeq 37.7$

Pour être complet et réellement répondre à la question «donner une expression qui permet de calculer», il faut écrire

$$(100 - 32) \div 1.8$$

ou

$$\frac{100 - 32}{1.8}$$

(b) Il s'agit maintenant d'effectuer la conversion contraire : nous savons la température en Celsius et nous voulons savoir la température correspondante en Fahrenheit. Nous devons donc appliquer le programme à l'envers en partant de 20. Autrement dit nous devons compléter les cases dans l'enchaînement

$$\boxed{} \xrightarrow{-32} \boxed{} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{20}.$$

Cela revient à faire

$$\boxed{} \xleftarrow{+32} \boxed{} \xleftarrow{\times 1.8} \boxed{20}.$$

La réponse est :

$$\boxed{68} \xleftarrow{+32} \boxed{36} \xleftarrow{\times 1.8} \boxed{20}.$$

Donc 20 degrés Fahrenheit correspondent à 68 degrés Celsius.

(c) Il faut convertir 212°F en Celsius en suivant l'enchaînement

$$\boxed{212} \xrightarrow{-32} \boxed{} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{}.$$

C'est à dire :

$$\boxed{212} \xrightarrow{-32} \boxed{180} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{100}.$$

Adèle doit donc porter de l'eau à ébullition. Elle est donc en train de faire des pâtes ou de cuire un œuf dur ...

Correction de l'exercice 39

<+Corrsmath-0780+>

Correction de l'exercice 40

<+Corrsmath-0864+>

Correction de l'exercice 41

<+Corrsmath-0863+>

Correction de l'exercice 42

<+Corrsmath-0840+>

Correction de l'exercice 43

<+Corrsmath-0862+>

Correction de l'exercice 44

<+Corrsmath-0784+>

Correction de l'exercice 45

<+Corrsmath-0865+>

Correction de l'exercice 46

<+Corrsmath-0861+>

Correction de l'exercice 47

<+Corrsmath-0839+>

Correction de l'exercice 48

<+Corrsmath-0788+>

Correction de l'exercice 49

<+Corrsmath-0860+>

Correction de l'exercice 50

<+Corrsmath-0859+>

Correction de l'exercice 51

<+Corrsmath-0858+>

Correction de l'exercice 52

<+Corrsmath-0804+>

Correction de l'exercice 53

<+Corrsmath-0805+>

Correction de l'exercice 54

<+Corrsmath-0806+>

Correction de l'exercice 55

<+Corrsmath-0807+>

Correction de l'exercice 56

<+Corrsmath-0808+>

Correction de l'exercice 57

<+Corrsmath-0809+>

Correction de l'exercice 58

<+Corrsmath-0810+>

Bibliographie

- [1] Sésamath, le manuel de quatrième. 2011. URL http://manuel.sesamath.net/send_file.php?file=/files/ms4_2011.pdf.
- [2] Sésamath, le manuel de cinquième. Avril 2011. URL http://manuel.sesamath.net/send_file.php?file=files/ms5_2010.pdf.
- [3] Wikipédia. Vénus (planète) — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2014. URL [http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=V%C3%A9nus_\(plan%C3%A8te\)&oldid=106513457](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=V%C3%A9nus_(plan%C3%A8te)&oldid=106513457). [En ligne; Page disponible le 7-septembre-2014].