

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт Космических и информационных технологий  
институт  
Кафедра «Информатика»  
кафедра

**ОТЧЕТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №2**  
Варианты 10, 4

Преподаватель

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

А. С. Кузнецов

Студент

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

Г. Е. Проскурин

Красноярск 2021

## 1 Цель работы

Реализация и исследование регулярных выражений, регулярных грамматик и свойств регулярных языков, а также доказательство нерегулярности языков.

## 2 Задание

Задание разделено на 4 части:

**Часть 1.** Необходимо с использованием системы JFLAP построить регулярное выражение, описывающее заданный язык, или формально доказать невозможность этого. Привести обобщенный граф переходов и эквивалентный КА, а также пошаговое выполнение преобразований.

**Часть 2.** Необходимо с использованием системы JFLAP, построить регулярную грамматику, описывающую заданный язык, или формально доказать невозможность этого. Привести эквивалентный КА и РВ, а также пошаговое выполнение преобразований.

**Часть 3.** Необходимо доказать нерегулярность либо регулярность предложенных системой JFLAP языков применением леммы о разрастании регулярных языков. Привести пошаговое выполнение доказательства.

**Часть 4.** Доказать формально нерегулярность заданных языков. Для доказательства рекомендуется использовать лемму о разрастании регулярных языков.

Варианты заданий:

**Вариант 10.** Язык  $L_{10}$  над алфавитом  $\{a, b, c\}$  такой, что все строки содержат не более трех литер  $a$

**Вариант 4 (для задания №3).**

Язык  $L = \{(ab)^n a^k : n > k, k \geq 0\}$ .

**Вариант 4 (для задания №4).** Язык  $L_{30} = \{a^n b^l : n \leq l\}$

## 3 Ход работы

## Часть 1.

Построим конечный автомат согласно представленному в задании варианту и средствами JFLAP преобразуем его в RE (рисунки 1.1 - 1.).

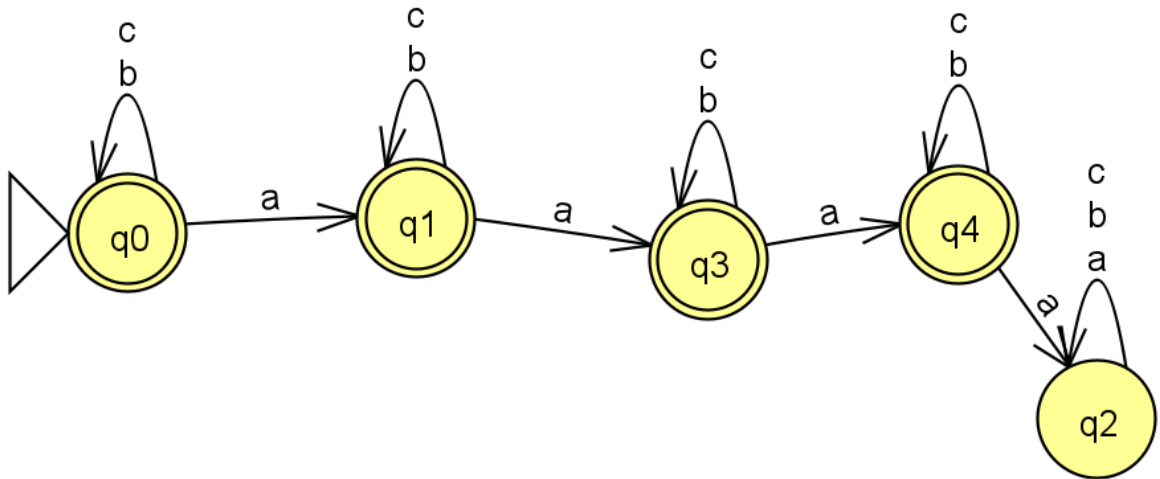


Рисунок 1.1 - Конечный автомат

Edit the regular expression below:

$(b+c)^*(\lambda + a(b+c)^* + a(b+c)^*a(b+c)^* + a(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^* + a(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*)$

Рисунок 1.2 Регулярное выражение, полученное из автомата

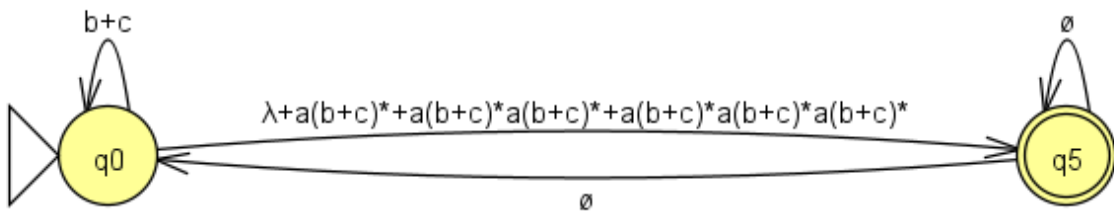


Рисунок 1.3 - Обобщенный граф переходов

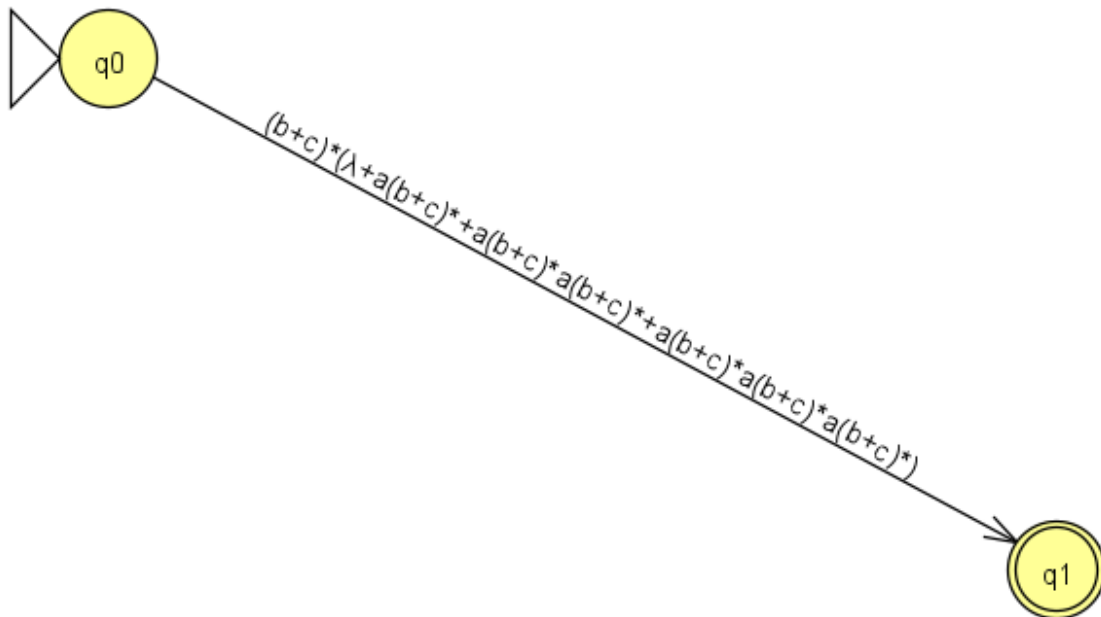


Рисунок 1.4 - Пошаговое преобразование РВ в КА

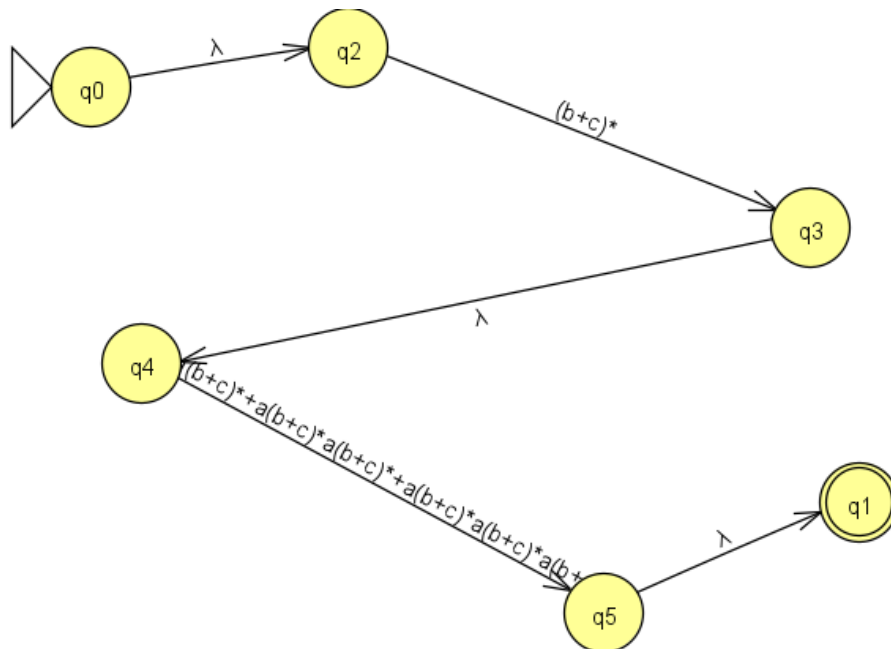


Рисунок 1.5 - Пошаговое преобразование РВ в КА



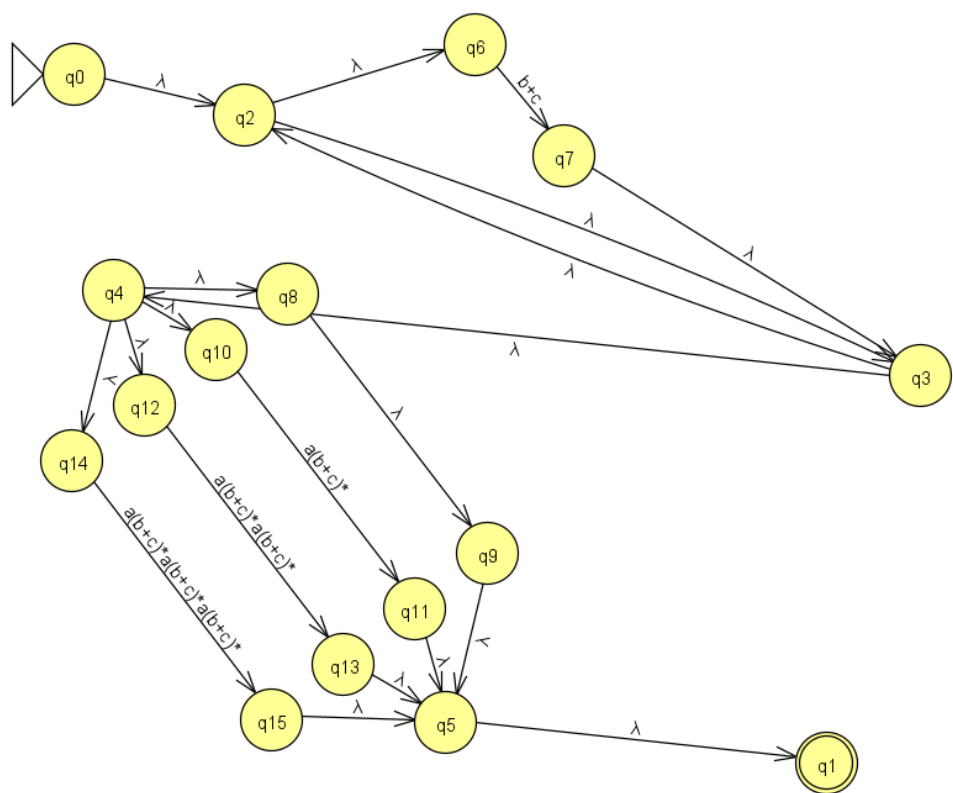


Рисунок 1.8 - Пошаговое преобразование РВ в КА

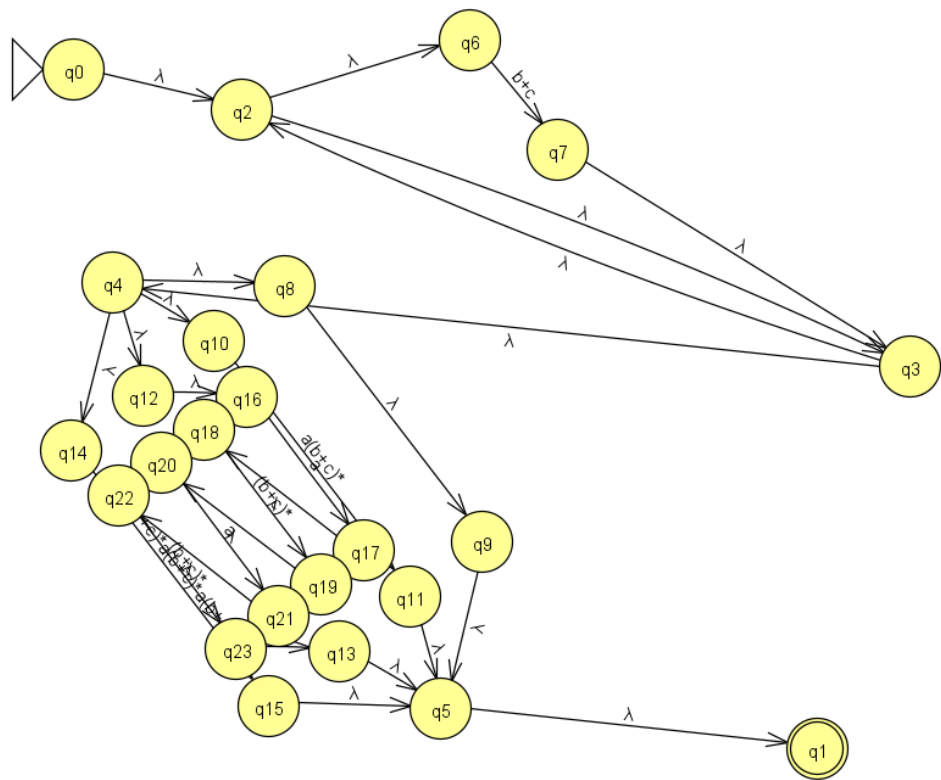


Рисунок 1.9 - Пошаговое преобразование РВ в КА



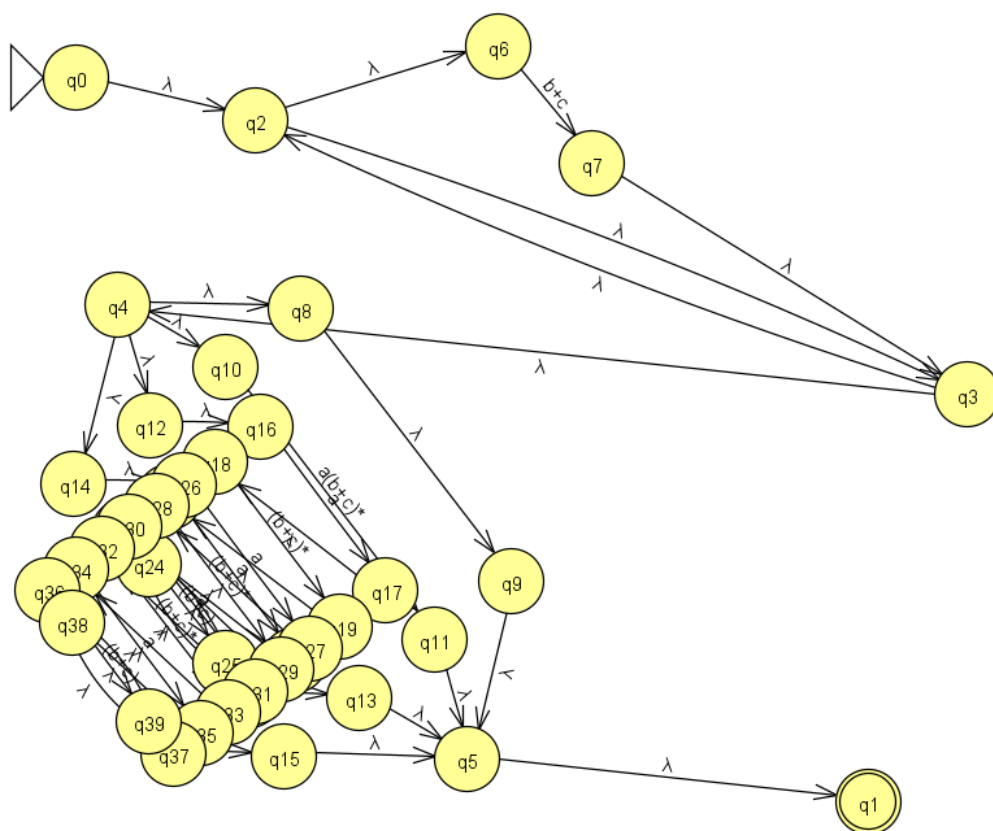


Рисунок 1.12 - Пошаговое преобразование РВ в КА

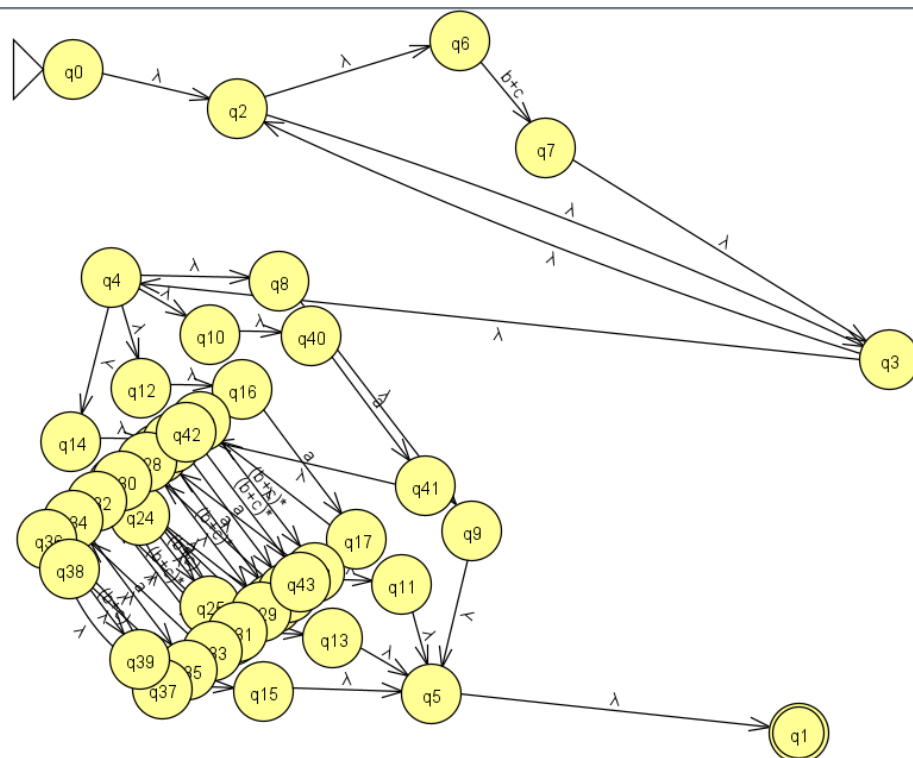


Рисунок 1.13 - Пошаговое преобразование РВ в КА





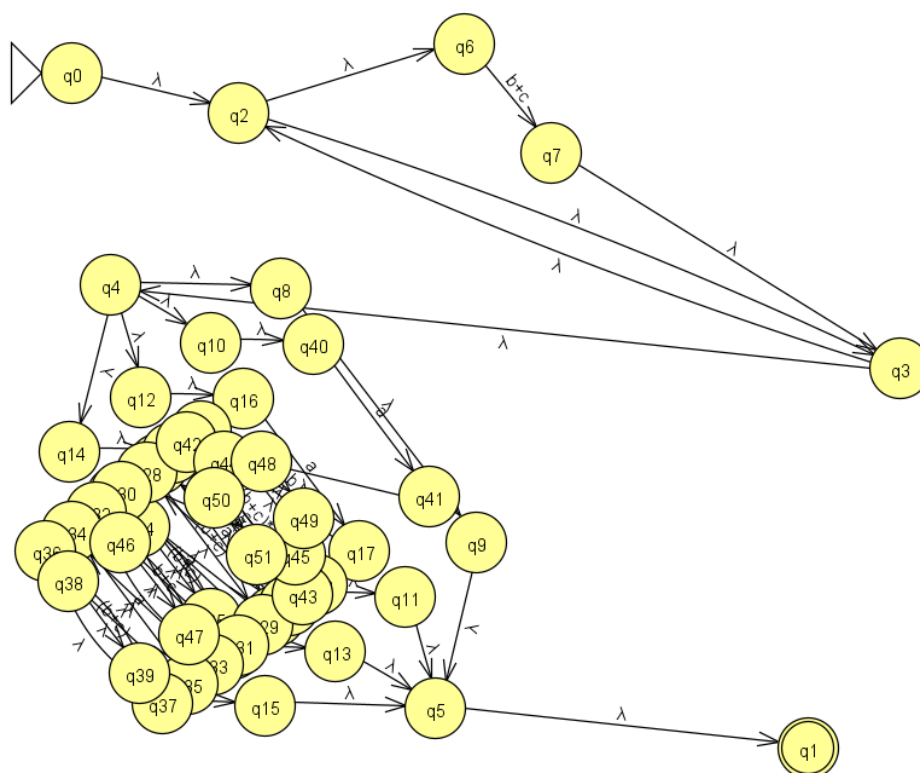


Рисунок 1.16 - Пошаговое преобразование РВ в КА

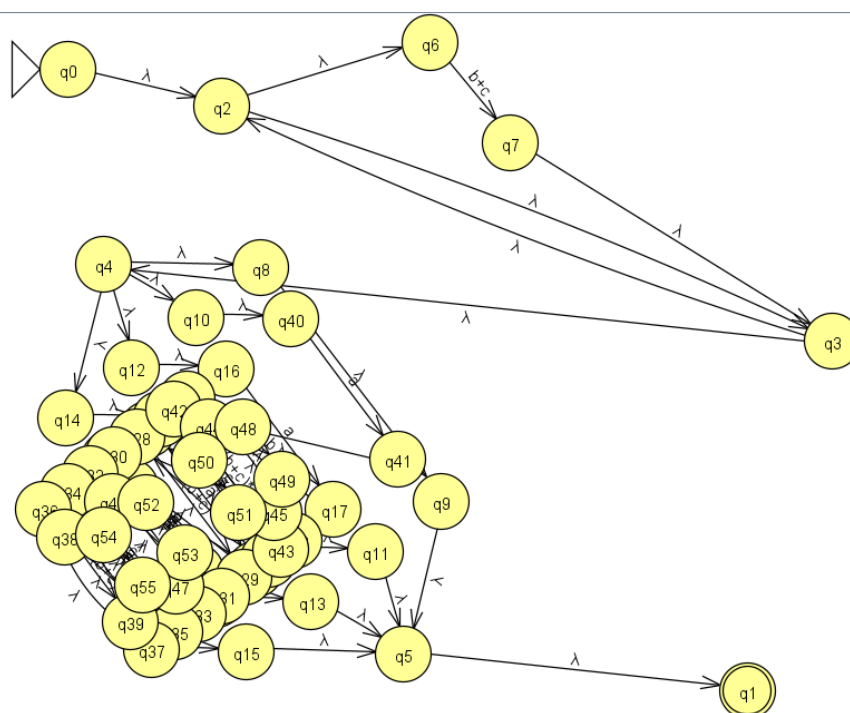


Рисунок 1.17 - Пошаговое преобразование РВ в КА

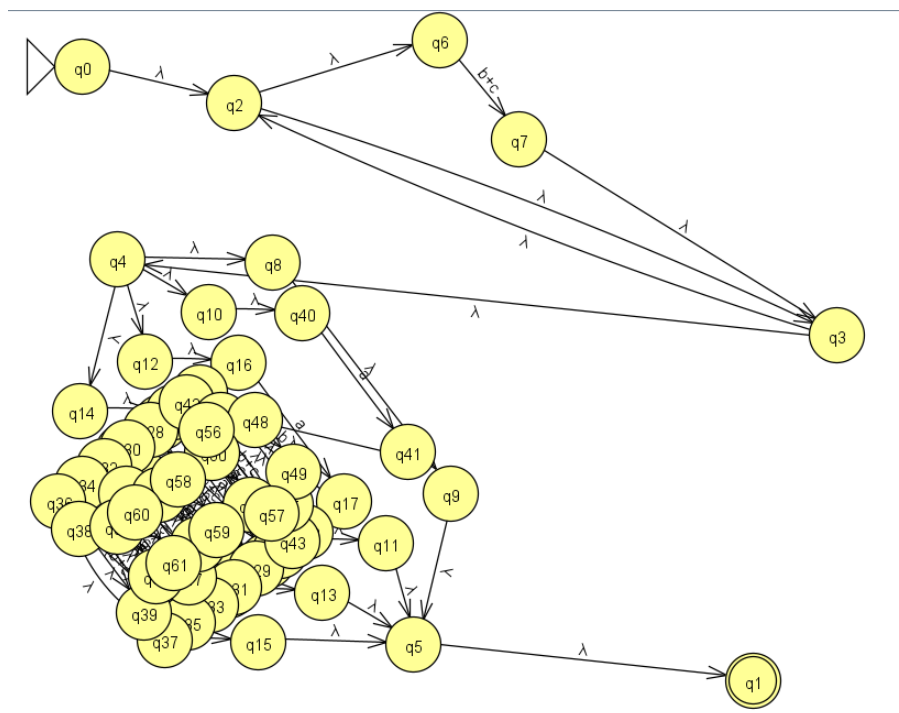


Рисунок 1.18 - Пошаговое преобразование РВ в КА

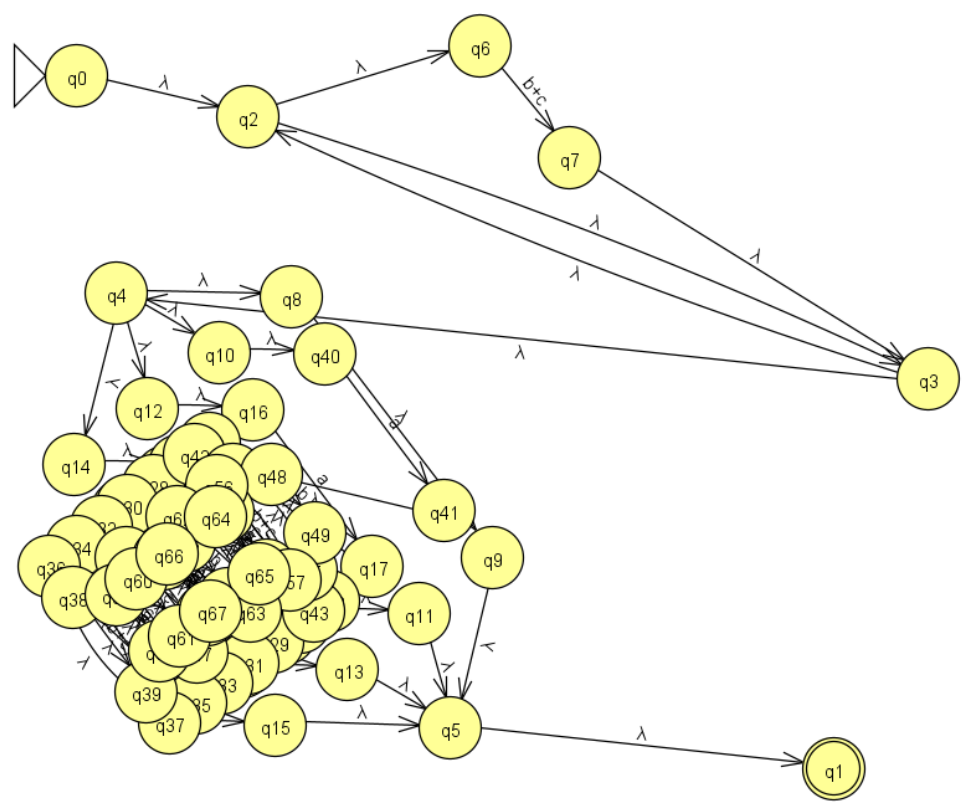


Рисунок 1.19 - Пошаговое преобразование РВ в КА

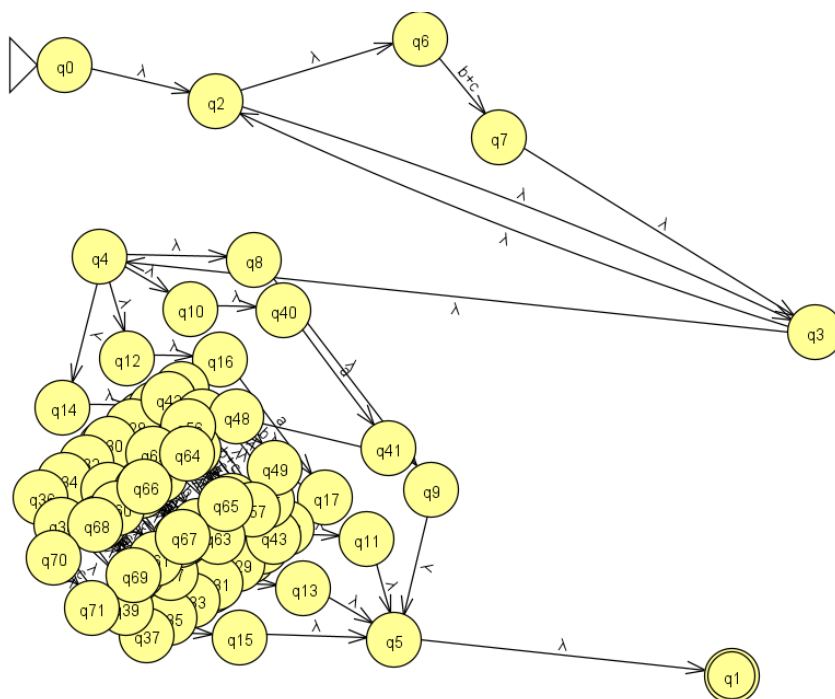


Рисунок 1.20 - Пошаговое преобразование РВ в КА

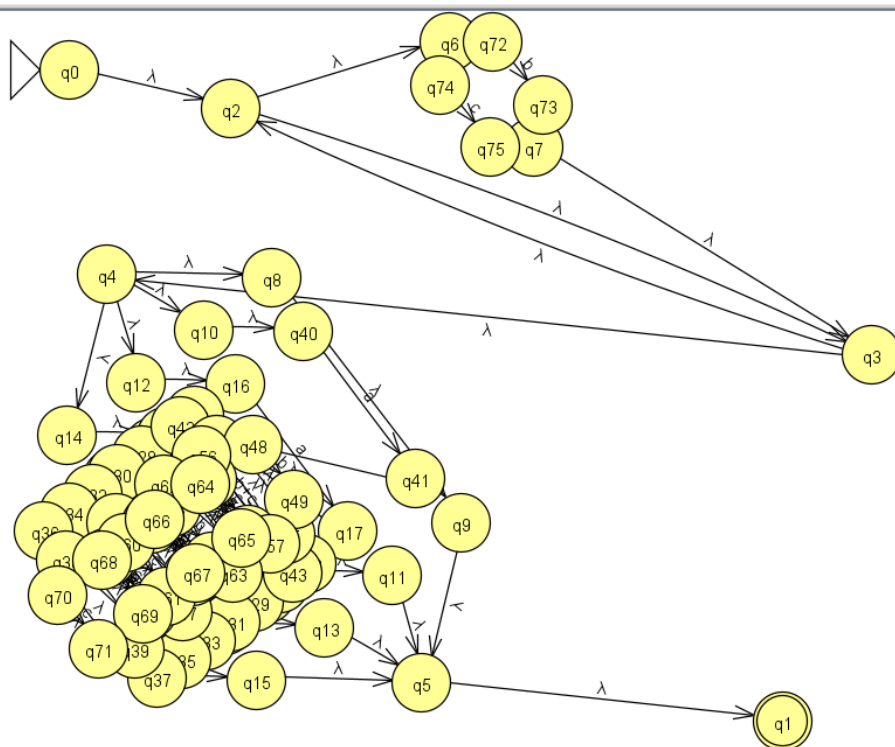


Рисунок 1.21 - Пошаговое преобразование РВ в КА

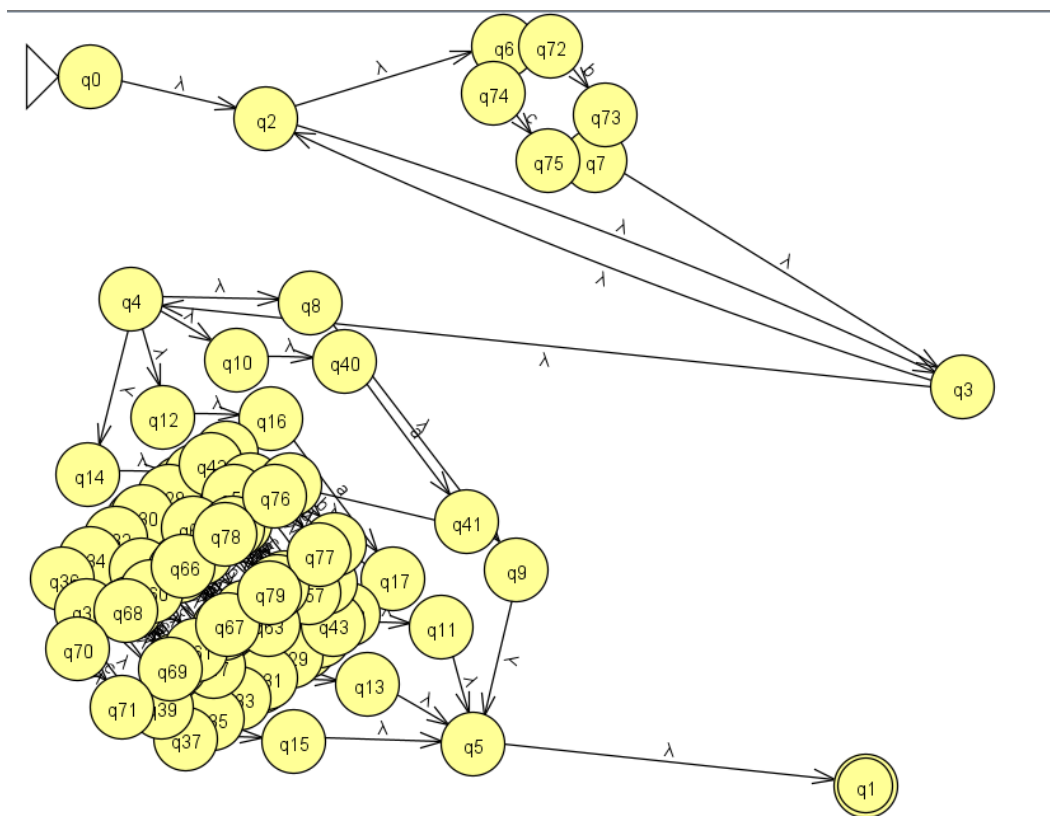


Рисунок 1.22 - Конечный эквивалентный выражению КА

Input	Result
abbca	Accept
aaaaa	Reject
aa	Accept
a	Accept
bbaababac	Reject
bccacab	Accept
cacab	Accept
bccbaa	Accept
ccbbaaa	Accept
aaaaa	Reject
cacacabbaa	Reject
ccacca	Accept
bbababac	Accept

Рисунок 1.23 - Тестовые запуски

**Часть 2.** Создадим регулярную грамматику для языка, описанного в варианте 10 (рисунок 2.1).

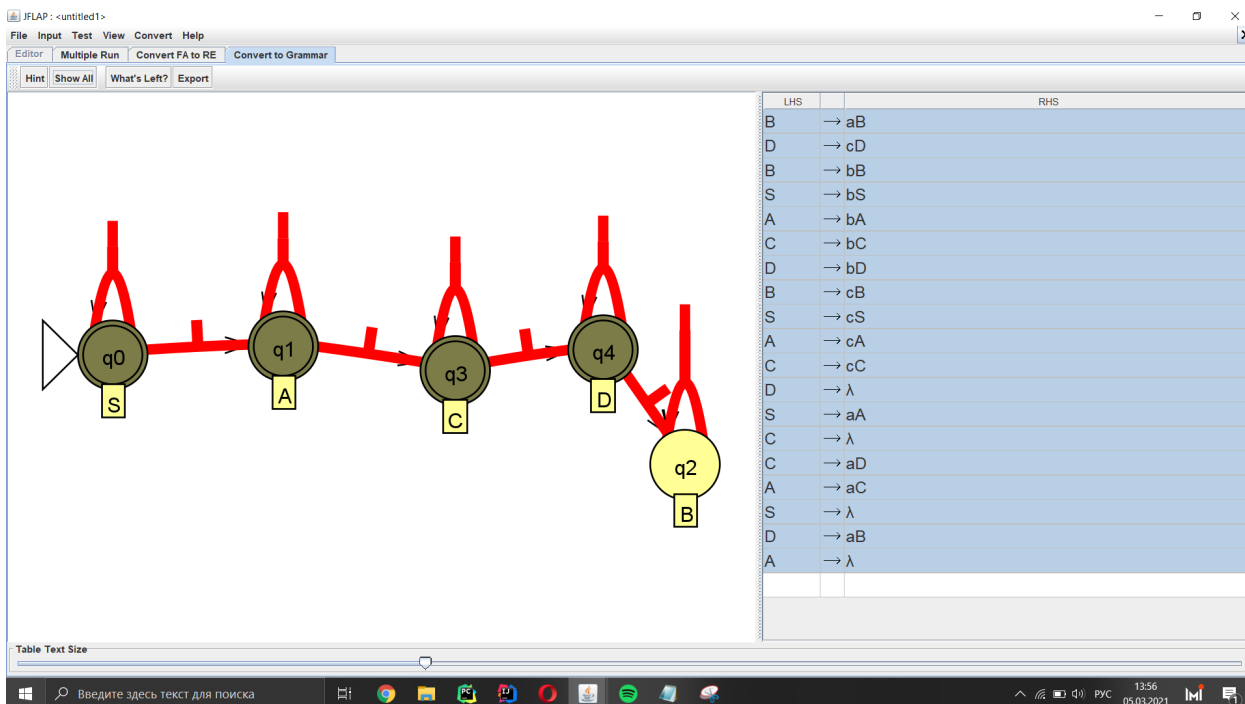


Рисунок 2.1 - Регулярная грамматика

Далее составим на основе данной грамматики конечный автомат (рисунки 2.2 - 2.7)

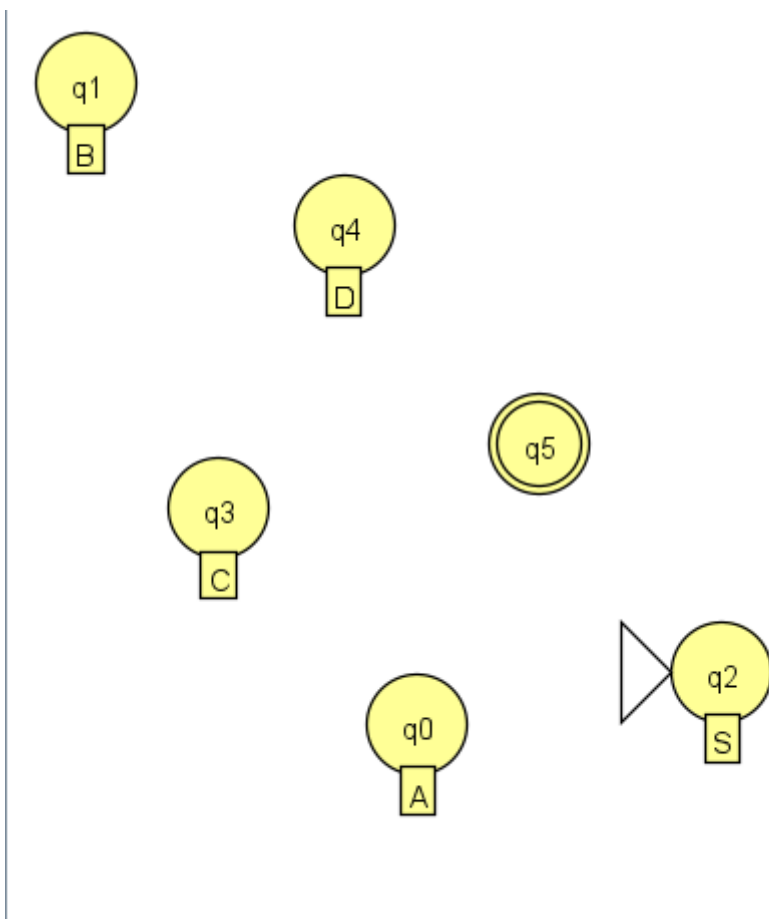


Рисунок 2.2 - Преобразование грамматики в КА

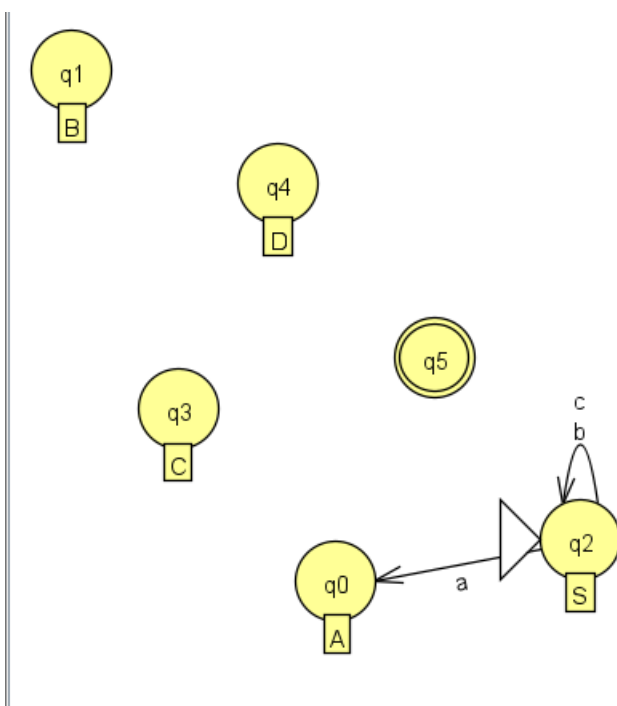


Рисунок 2.3 - Преобразование грамматики в КА

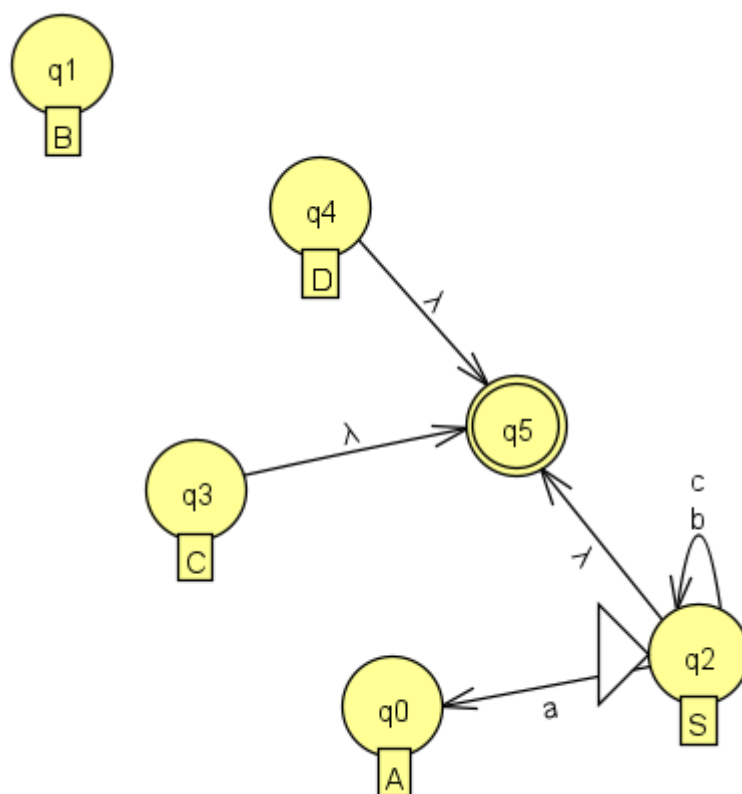


Рисунок 2.4 - Преобразование грамматики в КА

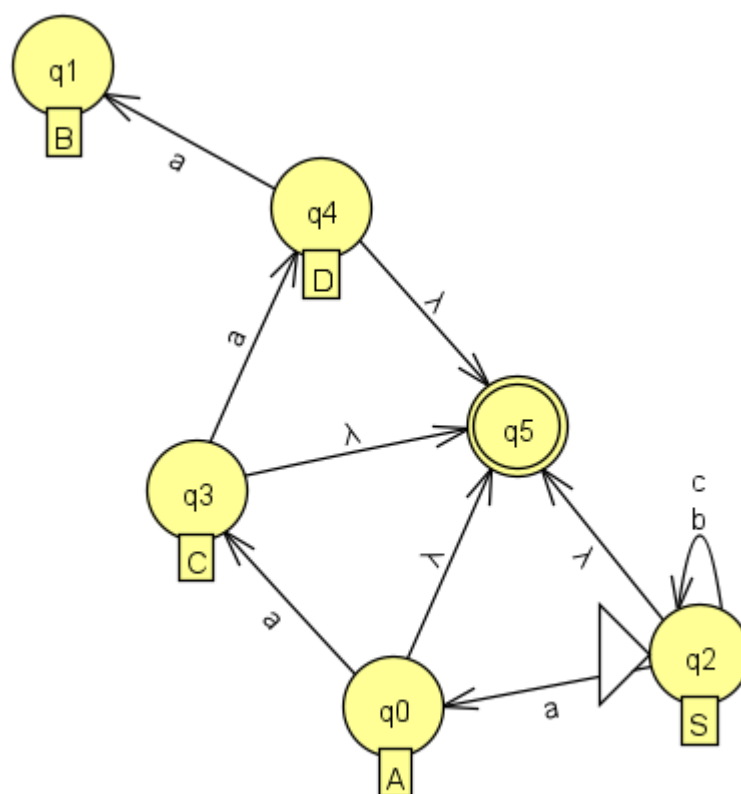




Рисунок 2.5 - Преобразование грамматики в КА

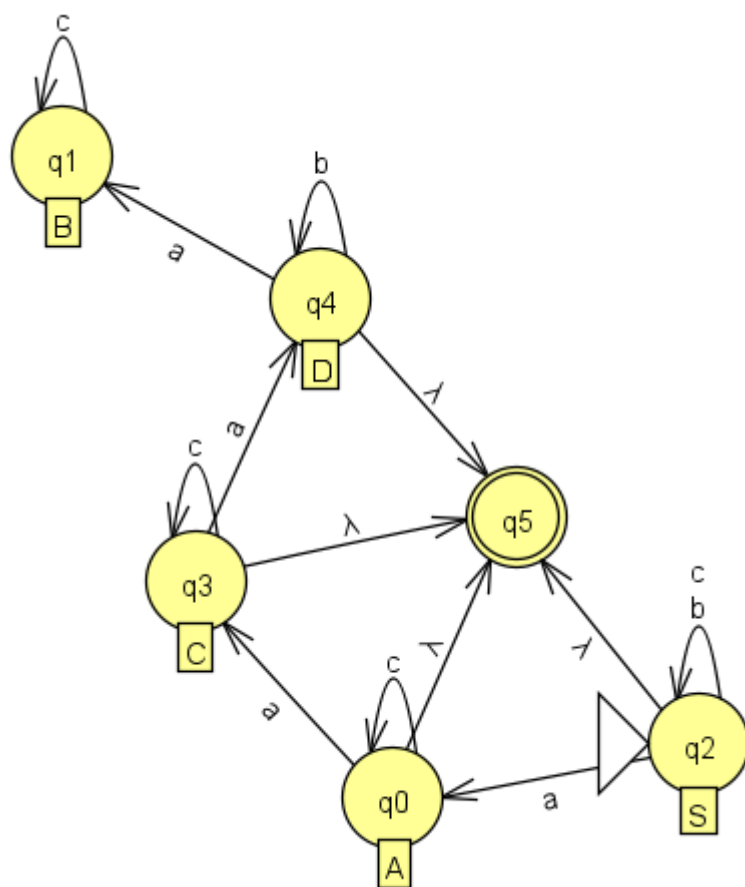


Рисунок 2.6 - Преобразование грамматики в КА

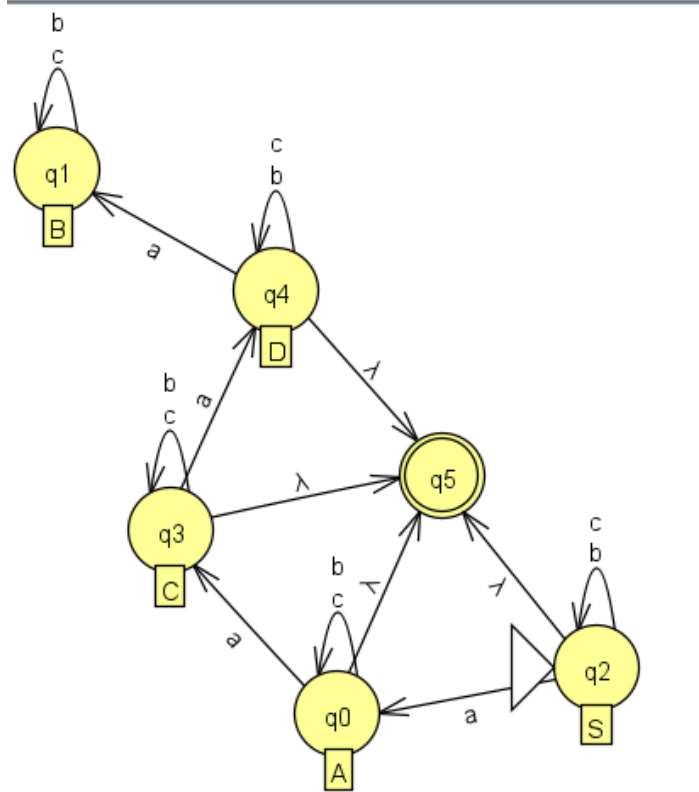


Рисунок 2.7 - КА из грамматики

Далее конвертируем конечный автомат в регулярное выражение (рисунки 3.1 - 3.3).

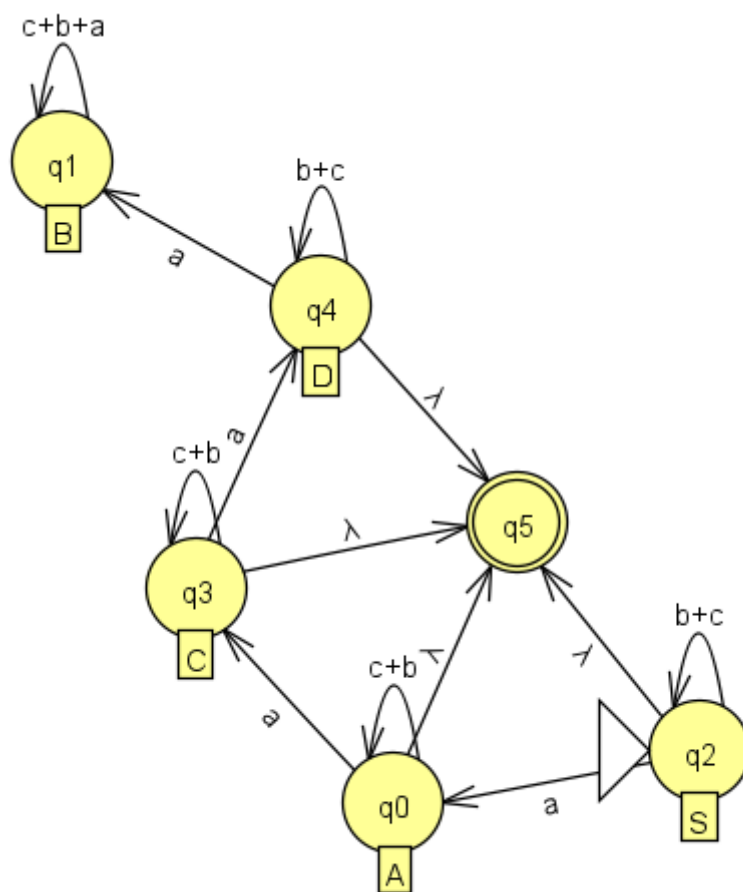


Рисунок 3.1 - Конвертация КА в РВ



### Часть 3. Докажем нерегулярность языка:

Для реализации 3 части задания был взят язык согласно номеру варианта:  
 $L = \{(ab)^n a^k : n > k, k \geq 0\}$ . Необходимо доказать нерегулярность или регулярность данного языка. Для этого воспользуемся специальной теоремой и режимом «Regular Pumping Lemma» в системе JFLAP.

**Теорема 5.11 («Лемма о разрастании для РЯ»).** Пусть  $L$  – РЯ, и существует константа  $n$ , для которой каждую строку  $w$  из  $L$ , удовлетворяющую неравенству  $|w| \geq n$ , можно разбить на три строки  $w = xuz$  так, что выполняются условия:

1.  $u \neq \varepsilon$ .
2.  $|xu| \leq n$ .
3. Для любого  $k \geq 0$  строка  $xu^kz$  также принадлежит  $L$ .

Это значит, что всегда можно найти такую строку  $u$  недалеко от начала строки  $w$ , которая может разрастись. Если строку  $u$  повторить любое количество раз или удалить ее ( $k = 0$ ), то результирующая строка все равно будет принадлежать языку  $L$ .

Проведем эксперимент, которые представлены на рисунках

Выберем число  $m = 3$  в “Pumping Lemma” в системе JFlap (рисунок 4.1).

$L = \{(ab)^n a^k : n > k, k \geq 0\}$  Regular Pumping Lemma

Objective: Find a valid partition that can be pumped.

Clear All Explain My Attempts: ▲ ▼

6:  $X = a; Y = b; Z = abababaaaa; i = 0$  Failed

1. Please select a value for m in Box 1 and press "Enter".

3

2. I have selected w such that  $|w| \geq m$ . It is displayed in Box 2.

ababababaaa

3. Select decomposition of w into xyz.

x: a |x|: 1

y: b |y|: 1

z: abababaaa |z|: 9

a | b | a | b | a | b | a | b | a | a | a

Set xyz

4. I have selected i to give a contradiction. It is displayed in Box 4.

i: 0 pumped string: aabababaaa

5. Animation

x y z

w = a b abababaaa

Рисунок 4.1 - Выбор числа m

Далее разобьем строку w на три строки (рисунок 4.2).

$L = \{(ab)^n a^k : n > k, k \geq 0\}$  Regular Pumping Lemma

Objective: Find a valid partition that can be pumped.

Clear All Explain My Attempts: *6: X = a; Y = b; Z = abababaaa; I = 0: Failed*

1. Please select a value for m in Box 1 and press "Enter".

3

2. I have selected w such that  $|w| \geq m$ . It is displayed in Box 2.

ababababaaa

3. Select decomposition of w into xyz.

x: a |x|: 1

y: b |y|: 1

z: abababaaa |z|: 9

a | b | a | b | a | b | a | b | a | a | a

Set xyz

4. I have selected i to give a contradiction. It is displayed in Box 4.

i: 0 pumped string: aabababaaa

5. Animation

x y z

w = a b abababaaa

Рисунок 4.2 - Разбитая строка w на три строки xyz

Как видно из рисунка 4.2, если убрать строку y, то полученная строка не будет принадлежать языку L. Аналогичный результат будет при любых значениях m, x и  $y \neq \epsilon$ . Следовательно, согласно “Лемме о разрастании для РЯ”, данный язык не является регулярным.

**Часть 4.** Для реализации 3 части задания был взят язык согласно номеру варианта:  $L_{30} = \{a^n b^l : n \leq l\}$ . Необходимо доказать нерегулярность данного языка. Для этого воспользуемся специальной теоремой, которая приводилась в части 3.

Согласно Лемме, любую строку из  $L$ , удовлетворяющую неравенству  $|w| \geq n$ , можно разбить на три строки  $w = xuz$  так, что выполняются условия:  $u \neq \epsilon$ ,  $|xu| \leq n$ , для любого  $k \geq 0$  строка  $xu^kz$  также принадлежит  $L$

Возьмем  $n = 3$ ,  $w = abb$ . Разобьем наш  $w$  на  $xuz$  таким способом: т.к.  $u \neq \epsilon$ , то  $u = a$ ;  $x = \epsilon$ ,  $z = bb$ . Тогда, если  $L$  является РЯ, то для любого значения  $k \geq 0$   $xu^kz$  тоже будет принадлежать  $L$ . Возьмем  $k = 3$  и получим строку  $aaabb$ . Данная строка не принадлежит  $L$ , т.к. число символов “a” больше числа символов “b” ( $a > b$ ). Следовательно,  $L$  не является РЯ.