

实验八 测定金属的杨氏模量 实验报告

1400012141

邵智轩

周二下午3组11号

2017年2月28日

1 实验原理

$$E = \frac{FL}{S\delta L} = \frac{4mgL}{\pi d^2\delta L}$$

E 为金属的杨氏模量，反映材料的弹性性质，单位为Pa。

实验中带测量的4个物理量分别为 m 、 L 、 d 、 δL 。由不确定度合成公式得：

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L}\right)^2}$$

估算各项对总的不确定度的贡献：

$$\frac{e_m}{m} = \frac{1g}{200g} = 0.5\%$$

$$\frac{e_L}{L} = \frac{0.5cm}{80cm} = 0.6\%$$

$$2\frac{e_d}{d} = 2 \times \frac{0.004mm}{0.3mm} = 3\%$$

$$\frac{e_{\delta L}}{\delta L} = \frac{0.05mm}{1mm} = 5\%$$

由此可知， d 和 δL 的测量是实验的关键，精度要求较高，而 m 和 L 的测量对误差的贡献很小。由于每个砝码质量与200g相差不大于1g，故无需逐个测量，直接都按200g计算也是合理的。金属丝 L 的测量也无需特别精确，0.5cm以内的偏差都是可以接受的。

2 数据处理

2.1 δL 的测量及其不确定度

i	m_i/g	r_i/mm	r'_i/mm
0	0	2.68	2.69
1	200	2.78	2.79
2	400	2.89	2.90
3	600	3.00	3.00
4	800	3.10	3.11
5	1000	3.21	3.22
6	1200	3.33	3.34
7	1400	3.45	3.45
8	1600	3.56	3.56
9	1800	3.68	3.68

Table 1: 金属丝受外力拉伸后的伸展变化

对 $\{r_i\}$ 组线性拟合，得

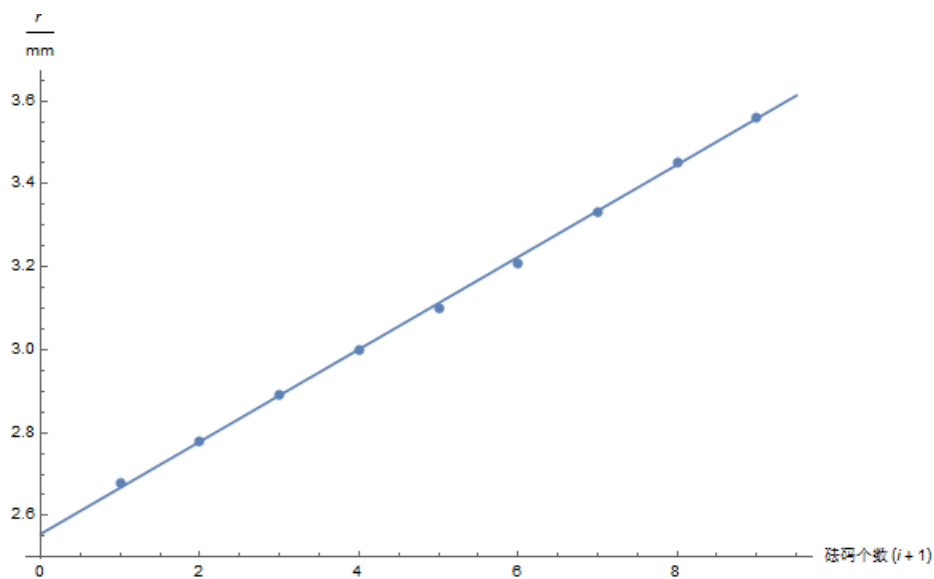


Figure 1: $\{r_i\}$ 组金属丝伸长量随砝码个数的变化

$$r = 0.9997$$

$$k = 0.1113\text{mm}$$

由相关系数 r 可得， $\frac{\sigma_k}{k} = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}} = 0.9\%$ ，又在原理部分已经计算过 $\frac{e_{\delta L}}{\delta L} = \frac{0.05\text{mm}}{1\text{mm}} = 5\%$ ，

$$\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{e_{\delta L}}{\delta L}\right)^2} = \sqrt{0.009^2 + \frac{1}{3} \times 0.05^2} = 3\%$$

$$\sigma_{\delta L} = 3\% \times \delta L = 0.003\text{mm}$$

$$\delta L \pm \sigma_{\delta L} = (0.111 \pm 0.003)\text{mm}$$

对 $\{r'_i\}$ 组线性拟合，得

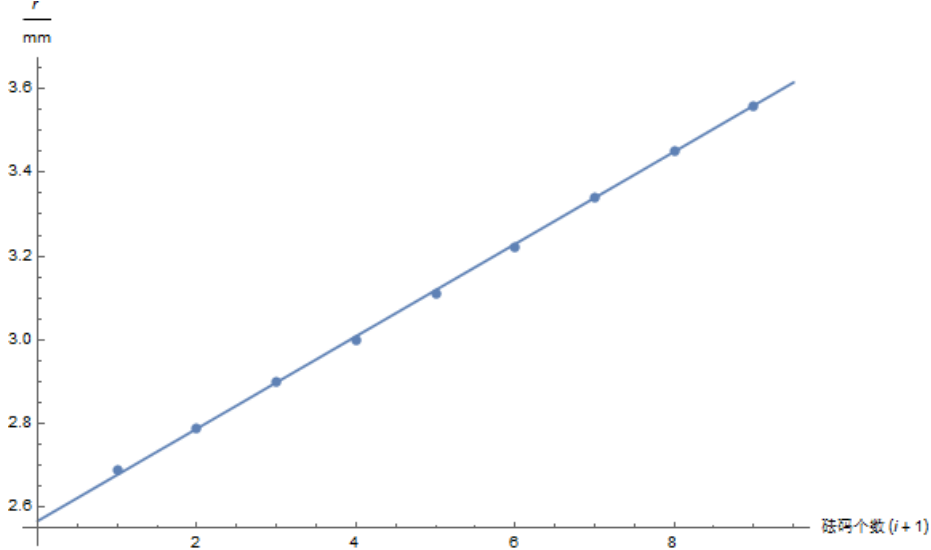


Figure 2: $\{r'_i\}$ 组金属丝伸长量随砝码个数的变化

$$r = 0.9998$$

$$k = 0.1102\text{mm}$$

由相关系数 r 可得， $\frac{\sigma_k}{k} = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}} = 0.7\%$ ，又 $\frac{e_{\delta L}}{\delta L} = \frac{0.05\text{mm}}{1\text{mm}} = 5\%$ ，

$$\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{e_{\delta L}}{\delta L}\right)^2} = \sqrt{0.007^2 + \frac{1}{3} \times 0.05^2} = 3\%$$

$$\sigma_{\delta L} = 3\% \times \delta L = 0.003\text{mm}$$

$$\delta L \pm \sigma_{\delta L} = (0.110 \pm 0.003)\text{mm}$$

综合 $\{r_i\}$ 组和 $\{r'_i\}$ 组的测量结果，得

$$\delta L \pm \sigma_{\delta L} = (0.110 \pm 0.003)\text{mm}$$

2.2 d的测量及其不确定度

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d'/mm	0.325	0.325	0.321	0.319	0.320	0.325	0.320	0.321	0.323	0.321

Table 2: 测量金属丝直径

螺旋测微器零点读数： $d_0 = -0.008\text{mm}$ 。

$$\bar{d} = 0.322 + 0.008 = 0.330\text{mm}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{d}} &= 0.002\text{mm} \\ \sigma_d &= \sqrt{\sigma_{\bar{d}}^2 + \frac{e_d^2}{3}} = 0.003\text{mm} \\ d \pm \sigma_d &= 0.330 \pm 0.003\text{mm} \\ 2\frac{\sigma_d}{d} &= 2 \times \frac{0.003\text{mm}}{0.33\text{mm}} = 2\%\end{aligned}$$

2.3 L 的测量及其不确定度

$$L = 79.5 \pm 0.5\text{cm}, \quad e_L = 0.5\text{cm}.$$

$$\frac{e_L}{L} = \frac{0.5\text{cm}}{80\text{cm}} = 0.6\%$$

2.4 杨氏模量 E 及其不确定度 σ_E

$$\begin{aligned}E &= \frac{4mgL}{\pi d^2 \delta L} = 1.657 \times 10^{11}\text{Pa} \\ \frac{\sigma_E}{E} &\approx \sqrt{(2\frac{\sigma_d}{d})^2 + (\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L})^2} = \sqrt{(2\%)^2 + (3\%)^2} = 3.6\% \\ E \pm \sigma_E &= (1.66 \pm 0.06) \times 10^{11}\text{Pa}\end{aligned}$$

3 分析与讨论

在用CCD法测定金属丝杨氏模量实验中，对出现的下列两种情况分别分析可能的原因：

一是，开始加第一、二个砝码时 r 的变化量大于正常的变化量：

金属丝有弯折，开始加前两个砝码时将金属丝抻直了。

二是在上述情况下 r 的变化量小于正常的变化量：

金属丝下端柱体可能与限位螺丝间有摩擦；金属丝还没有进入弹性范围内。

4 收获与感想

本次实验课上关于误差来源分析的讨论给我留下深刻的印象。通过粗略的估算，就知道误差主要来源于哪几个物理量的测量，即这些量的测量是实验的关键，而其他量如 L 、 m 贡献的误差很小，所以金属丝长度只需要用木尺测量，而砝码质量可以直接近似为200g，无需逐个测量，节省了很多时间。此之谓“抓主要矛盾”。