

# 康普顿散射

邵智轩

学号：1400012141<sup>\*</sup>

(日期：2018 年 4 月 17 日)

本次实验的目的旨在掌握稳态核磁共振现象的原理和方法。实验用边限振荡器产生的射频连续波作用于磁场中的样品，利用共振时样品对射频场的吸收引起的震荡线圈  $Q$  值变化所导致的震荡信号变化进行检波来获得共振信号。本实验观察了水样品（掺有  $\text{FeCl}_3$ ）中质子的共振信号，并校准磁场；测量了聚四氟乙烯样品中  $^{19}\text{F}$  核的  $g$  因子，并通过实验对横向弛豫时间  $T_2$  给出了估计

**关键词：**核磁共振，核磁矩，磁旋比，共振频率，Boltzman 分布，拉莫进动，弛豫时间

---

<sup>\*</sup> shaozhixuansh@pku.edu.cn; (86)13381350619

## I. 引言

1930 年代, I.I.Rabi 利用原子束和不均匀磁场研究原子核磁矩时观察到核磁共振 (NMR) 现象。迄今为止, 在核磁共振领域的研究发现和发明已五次获得诺贝尔奖。

核磁共振是基于原子尺度的量子磁物理性质。具有奇数质子或中子的核子, 具有内在的核自旋, 从而产生磁矩。在外加磁场下, 空间取向量子化的磁矩能量是量子化的, 造成能级的塞曼分裂。此时若在垂直于磁场方向施加一个频率合适的交变电磁场, 将导致原子核在相邻的塞曼能级之间跃迁, 这就是磁共振。

人们在发现核磁共振现象之后很快就产生了实际用途, 化学家利用分子结构对氢原子周围磁场产生的影响, 发展出了核磁共振谱, 用于解析分子结构。另一方面, 医学家们发现水分子中的氢原子可以产生核磁共振现象, 利用这一现象可以获取人体内水分子分布的信息, 从而精确绘制人体内部结构。在这一理论基础上, 纽约州立大学石溪分校的物理学家保罗·劳特伯于 1973 年开发出了基于核磁共振现象的成像技术 (MRI)。随着 MRI 技术日趋成熟, 应用范围日益广泛, 成为一项常规的医学检测手段。

## II. 原理

### A. 原子核的磁矩

角动量  $\mathbf{P}$  不为零的原子核具有平行 (或反平行) 的磁矩  $\boldsymbol{\mu}$ , 而且有

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{P} = g \cdot \frac{q}{2m_N} \mathbf{P} \quad (1)$$

其中  $\gamma$  称为原子核的磁旋比,  $g$  为一个量纲为 1 的因子。按照经典理论,  $g = 1$ , 然而这与实验不符。实验测得质子的  $g = 5.59$ , 中子的  $g = -3.82$ 。

对于质子, 对应于玻尔磁子可以引入核磁子

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5.0493 \times 10^{-27} \text{ J/T}$$

则质子的磁旋比

$$\frac{\mu/\mu_N}{\mathbf{P}/\hbar} = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{P}} \frac{2m_p}{e} = g = \frac{\gamma}{\mu_N/\hbar} \quad (2)$$

从而  $g = \frac{\gamma}{\mu_N/\hbar}$ , 因此  $g$  和  $\gamma$  都可以表征原子核的磁旋比。

## B. 磁能级与共振条件

磁矩和外磁场的相互作用能也是不连续的，形成分立的能级

$$E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu_z B = -m\gamma\hbar B, \quad m = I, \dots, -I$$

两个相邻能级之间的能量差为

$$\Delta E = \gamma\hbar B$$

当垂直于恒定磁场  $B$  的平面上同时存在一个射频场，其频率  $\nu$  满足  $h\nu = \Delta E$  时，将发生磁偶极共振跃迁。即共振条件为

$$\omega = \gamma B \text{ 或 } \nu = \frac{\gamma}{2\pi} B \quad (3)$$

通常把  $\frac{\gamma}{2\pi}$  称为原子核的回旋频率，单位为 MHz/T。若已知磁场  $B$ ，测量共振频率可求出  $\gamma/2\pi$  的值；反之可通过已知回旋频率的原子核校准磁场。

## C. 玻尔兹曼分布与能级的量子数差

在热平衡时，上下能级粒子数遵从 BM 分布

$$\frac{N_{20}}{N_{10}} = \exp(-\Delta/kT) \quad (4)$$

$N_{20}$ 、 $N_{10}$  分别是上、下能级的粒子数。一般情况下， $\Delta E \ll kT$ ，

$$\frac{N_{20}}{N_{10}} \approx 1 - \frac{\Delta E}{kT} = 1 - \frac{\gamma\hbar B}{kT}$$

由此可求出热平衡时下能级与上能级的粒子数之差

$$n_0 = N_{10} - N_{20} \approx \frac{\gamma\hbar B}{2kT} N \quad (5)$$

对于氢核，室温下磁场为 1T 时， $n_0 \approx 0.0000034N$ 。就是这样微小的差数，提供了观察核磁共振的可能性。

#### D. 微观磁矩的拉莫进动

自旋非零的粒子，在外磁场  $\mathbf{B}$  中受到一个力矩  $\mathbf{L} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$ ，角动量  $\mathbf{P}$  的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{L} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

考虑到  $\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{P}$ ，有

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad (6)$$

上式即微观磁矩在外磁场中的运动方程。

若外加恒定磁场，方向沿  $z$  轴，则求解运动方程 (6)，可得磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  绕静磁场进动，其在  $x-y$  平面上投影的大小为常量，进动角频率  $\omega_0 = |\gamma B_z|$ ，称为拉莫频率，它与  $\boldsymbol{\mu}$  和  $\mathbf{B}$  之间的夹角  $\theta$  无关。

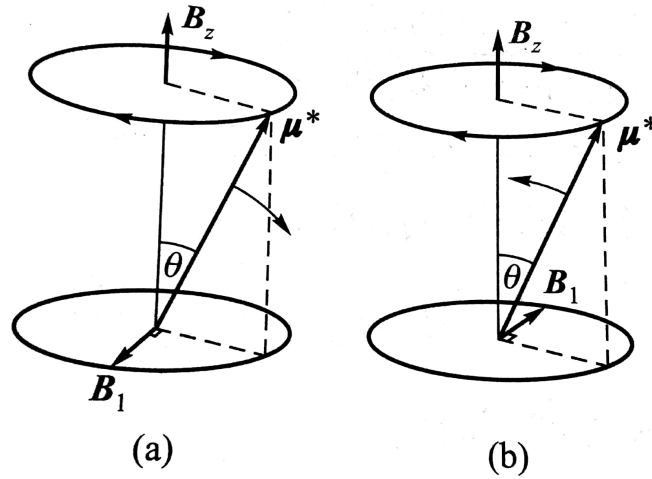


图 1: 旋转磁场  $B_1$  的频率与进动频率相同时，磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  在磁场  $\mathbf{B}$  中的能量增加（如 (a)）或减少（如 (b)）

如果我们在  $x-y$  平面上再加一个射频场  $B_1$ ，其角频率也为  $\omega_0$ 。为了方便研究此时  $\boldsymbol{\mu}$  的运动，我们取以  $B_z$  为轴，角速度为  $\omega_0$  的旋转坐标系。在该旋转坐标系中，磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  保持不动，而新加的射频场  $B_1$  以恒定场出现。因此  $\boldsymbol{\mu}$  在力矩  $\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_1$  的作用下将开始绕着  $B_1$  进动。如图 1 所示， $B_1$  对  $\boldsymbol{\mu}$  产生的力矩  $\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_1$  使  $\boldsymbol{\mu}$  与  $B_z$  之间的夹角  $\theta$  增加或减小，从而  $\boldsymbol{\mu}$  在外磁场  $B_z$  中的能量

$$E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_z = -\mu B_z \cos \theta \quad (7)$$

也相应地增加或减小。这一能量变化可以借助于外电路加以探测。

### E. 磁化强度矢量 $\mathbf{M}$ 的平衡值及不平衡趋向平衡的弛豫时间 $T_1$ 和 $T_2$

单位体积中微观磁矩矢量的总和称为磁化强度矢量  $\mathbf{M} = \sum_i \boldsymbol{\mu}_i$ ，它的运动方程与  $\boldsymbol{\mu}$  类似：

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_0 \quad (8)$$

$\mathbf{M}$  也以圆频率  $\omega_0 = \gamma B_0$  绕外磁场  $\mathbf{B}_0$  进动。

在热平衡时，由II C中结论，能量较低的磁矩取向的粒子总数  $N_{10}$  将多于能量较高的磁矩取向的粒子总数  $N_{20}$ ；另外，由于拉莫进动的相位分布是随机的，单位体积的磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  只有沿外磁场  $z$  方向的分量  $M_0$ ，即  $M_{x0} = M_{y0} = 0$ ， $M_{z0} = M_0$ 。若在  $x - y$  平面上施加频率等于  $\omega_0$  的相干射频场，使  $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  偏离热平衡值，这时存在磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  趋于热平衡值的自发过程，称为弛豫。

表征  $M_z$  值恢复到热平衡值快慢的特征时间  $T_1$  称为纵向弛豫时间；表征  $M_x$ 、 $M_y$  恢复到热平衡值快慢的特征时间  $T_2$  称为横向弛豫时间。 $T_1$  的大小取决于自旋系统和晶格的相互作用，自旋系统与晶格交换能量，使能级分布回归热平衡； $T_2$  的大小不仅和自旋—晶格相互作用有关，还和自旋—自旋相互作用有关，它不改变能级分布与系统的总能量，但它使得微观磁矩的拉莫进动的相位趋于随机的均匀分布， $M_x$ 、 $M_y$  恢复为零。

### F. 布洛赫方程

同时考虑外磁场和弛豫过程对  $\mathbf{M}$  的作用，如果假设各自的规律性不受另一种因素的影响，就得到描述核磁共振现象的基本运动方程：

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B} - \frac{1}{T_2}(M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j}) - \frac{1}{T_1}(M_z - M_0) \mathbf{k} \quad (9)$$

取与旋转磁场以同一频率旋转的坐标系， $z'$  与原来的  $z$  重合，旋转磁场与  $x'$  重合。设  $u$  和  $v$  是  $\mathbf{M}_\perp$  在  $x'$  和  $y'$  上的分量。磁矩  $\mathbf{M}_\perp$  的  $u$  分量永远与旋转磁场  $\mathbf{B}_1$  方向相同，它与  $\mathbf{B}_1$  的比值相当于动态复磁化率  $\chi$  的实部；而  $\mathbf{M}_\perp$  的  $v$  分量与旋转磁场  $\mathbf{B}_1$  总保持  $90^\circ$  的相位差，它们之间的比值相当于动态复磁化率  $\chi$  的虚部。所以把  $u$  和  $v$  分别称为色散信号和吸收信号。

在旋转坐标系中求解关于  $u$ 、 $v$ 、 $M_z$  的布洛赫方程的稳态解 ( $\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dM_z}{dt} = 0$ )，可得方程的稳态解，其中，吸收信号

$$v = \frac{-\gamma B_1 M_0 T_2}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (10)$$

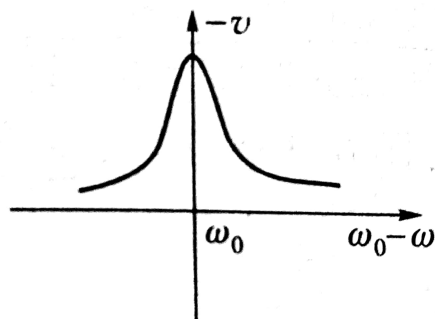


图 2: 核磁共振的吸收信号

实验上只要扫场很缓慢地通过共振区，则可以近似满足稳态条件。从图2看出，当外磁场  $B_1$  的频率  $\omega$  等于  $M$  在  $B_0$  中的进动频率  $\omega_0$  时，吸收信号最强，出现共振吸收。

### G. 横向弛豫时间 $T_2$ 和共振吸收的线宽

实际的核磁共振吸收谱线有一定的宽度。根据不确定性原理：

$$\delta E \cdot \tau \approx \hbar$$

式中  $\delta E$  为能级的宽度， $\tau$  为能级的寿命。由此产生的谱线宽度  $\delta\omega = \frac{\delta E}{\hbar} \approx \frac{1}{\tau}$ 。

由式10可知，当射频场  $B_1$  不是很强、弛豫时间较短时，吸收谱线半宽为

$$\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{1}{T_2} \quad (11)$$

实际实验中，射频场  $B_1$  越大，粒子受激跃迁的概率越大，使粒子处于某一能级的寿命越短，这会使得共振吸收谱线变宽。

此外，外磁场的均匀性会使处于磁场中不同位置的粒子进动频率不同，加快横向弛豫过程，使得有效的横向弛豫时间  $T_2^*$  比样品固有的横向弛豫时间  $T_2$  小，从而会使谱线增宽。考虑到外磁场的均匀性，有效横向弛豫时间  $T_2^*$  与  $T_2$  的关系为

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{\gamma\Delta B}{2} \quad (12)$$

## III. 实验装置

如图3所示。

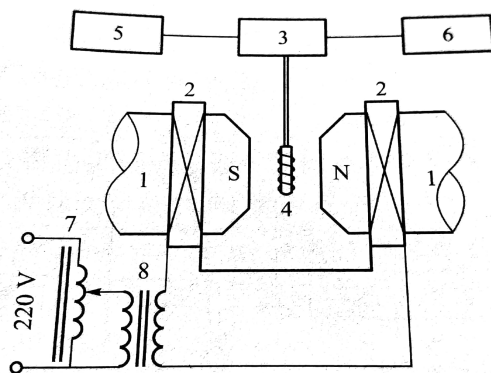


图 6-1-9 核磁共振实验方框图

1—永久磁铁;2—扫场线圈;3—电路盒;4—样品和振荡线圈;5—数字频率计;

6—示波器;7—可调变压器;8—220 V/6 V 变压器

图 3: 实验装置图。它由永磁铁 (约  $0.5T$ )、扫场线圈、探头、数字频率计、示波器、可调变压器、 $220V/6V$  小变压器及相移电路组成

- a. 恒定磁场：由永久磁铁提供，大小约为  $0.5T$ 。
- b. 旋转射频磁场：由振荡线圈提供。被设置在  $x$  方向，振荡时沿此方向产生一个交变的线偏振场， $B_x = 2B_1 \cos \omega t$ ，这个线偏振场可以被分解为一个左旋分量和一个右旋分量，其中一个如果频率合适，可以被共振吸收；另一个由于与共振频率相差较大，对实验影响很小。
- c. 边限振荡器接收信号：绕在样品上的线圈既作为振荡线圈产生射频场，也被用于接收信号。当共振发生时，样品吸收射频场能量，使得振荡线圈  $Q$  值减小，导致振荡器工作状态改变，表现在振荡波形的包络线发生变化，这就是共振信号。
- d. 扫场：实验中采用扫场的方法探测核磁共振。固定射频场频率，让扫场  $B'(t)$  连续地变化，通过共振区域，产生可观测的吸收信号。实验中，可变的  $B'(t)$  由扫场线圈产生，它可以产生一个幅度在  $0$  至  $0.001T$  的正弦交变磁场，叠加在永磁铁产生的磁场上。 $B'(t) = B' \sin \omega' t$ ， $\omega' = 2\pi \times 50Hz$  为市电频率。所以  $z$  方向上的总磁场为

$$B = B_0 + B' \sin \omega' t \quad (13)$$

## IV. 实验内容

### A. 定性观察加有顺磁剂的水样品

观察掺有三氯化铁的水样品中质子的共振信号。将示波器设置为内扫描，速度置为 2ms/格到 5ms/格；增大扫场幅度至变压器数值为 100，射频场频率为 20.90MHz 附近时，观察到了质子的共振信号。找到质子共振信号后，改变下述条件观察共振信号的波形、幅度和位置分布的变化。

#### 1. 增大射频场的频率 $\nu$

- a. 位置分布变化：无信号  $\rightarrow$  每 20ms 的位置出现一个共振峰，渐渐分成两个  $\rightarrow$  20ms 的峰位置不动，它们之间的峰位置从一个峰向另一个峰移动  $\rightarrow$  与另一个峰重合。

解释：共振峰位置由

$$\nu = \left| \frac{\gamma}{2\pi} \right| B = \left| \frac{\gamma}{2\pi} \right| (B_0 + B' \sin \omega' t) \quad (14)$$

决定。当  $\nu = \left| \frac{\gamma}{2\pi} \right| (B_0 \pm B')$  时，峰值位置（对应于扫场相位  $\omega' t$ ）处于扫场信号的波谷或波峰处，两个峰就重合，相邻两峰的间距为扫场信号的周期 20ms；当  $\left| \frac{\gamma}{2\pi} \right| (B_0 - B') < \nu < \left| \frac{\gamma}{2\pi} \right| (B_0 + B')$  时，共振峰位置处在波谷和波峰之间，共振峰位置在一个周期内对应两个相位，当  $\nu$  由小到大增大时，峰值位置从波谷向波峰移动。

- b. 波形变化：靠近波峰/波谷处尾波个数少，远离波峰/波谷处（靠近波节处）尾波个数多。

解释：式 (10) 是基于稳态假设的，即通过共振区所需的时间要远比  $T_1$  和  $T_2$  长得多，这样才能观察到图 (2) 的稳态信号。在波峰/波谷位置，外磁场变化速度较慢（正弦函数的导数较小），更接近稳态解，尾波相对较少；在波节位置，外磁场变化速度较快，瞬态现象（尾波）就更显著。

- c. 幅度变化：越靠近波节位置信号强度越小，越靠近波峰/波谷处信号强度越大。

解释：靠近波节处扫场速度变快，使得信号偏离稳态，其结果将是得到的吸收信号强度减弱。相反，靠近波峰和波谷处信号更接近稳态解，信号强度也更强。



## 2. 增大扫场幅度 $B'$

- a. 位置分布变化：峰的位置向正弦扫场信号的零点移动，增大到一定程度后基本不变。

解释：仍由式 (14) 决定。 $B'$  增大后，等式成立对应的相位  $\omega't$  向波节靠近。

- b. 幅度变化：零扫场时观察几乎不到共振信号。出现共振信号后再加大扫场幅度时，扫场幅度一直减小。

解释：扫场幅度增大时，扫过共振对应的磁场大小附近时所用的时间相应的会更短，这就会使得得到的信号偏离稳态，系统还没有完全弛豫，其结果将是得到的吸收信号强度减弱。

- c. 尾波变化：尾波拍频震动次数变多

解释：扫场幅度增大后，扫场弛豫时间  $T_1$  和  $T_2$  相较于加快的了的扫场速度而言显得更长了，这使得尾波拍频数量变多。

## 3. 改变电路盒的位置

- a. 位置分布变化：基本不变

- b. 幅度变化：在两端不均匀处，信号峰幅度变小，宽度变大；在中间较均匀的区域幅度基本不变

解释：当电路盒位置移向磁场非均匀的地方时，由式 (12) 所示，有效横向弛豫时间  $T_2^*$  会变得更短，共振峰宽度将会相应地增加。另外，在两侧磁场不太均匀的地方，恒定磁场  $B_0$  的大小也有所减小，共振信号幅度将减小，共振峰将显得更加矮胖。

- c. 尾波变化：不均匀处尾波震动次数变少。

解释：磁场强度越均匀的地方，由式 (12) 所示，有效横向弛豫时间  $T_2^*$  越长，能够观察到的尾波的拍频震动次数越多。

利用这一特点，我找到磁场最均匀处（尾波振动最多处）位于 1.0cm 刻度线处。

#### 4. 增大射频场幅度 $B_1$

共振信号的波形和位置分布基本不变，幅度先增大后减小。

解释：根据式 (10)， $v$  随  $B_1$  确实是先增大后减小的。可以这样理解：增大射频场幅度  $B_1$  可以增加受激辐射和受激吸收的概率  $P$ ，进而增大共振吸收信号的幅度。但是当射频场幅度增大到一定程度时，

$$n_s = \frac{n_0}{1 + 2PT_1} \quad (15)$$

上下能级粒子数差会变小，使得共振信号又开始减弱。

记下并保持共振信号幅度最大时的“幅度调节”旋钮指针位置：5.50。

#### B. 在共振条件下校准磁场

已知 25°C 球形水样品中质子的回旋频率

$$\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)_H = 42.5763888 \pm 0.0000018 \text{ MHz/T} \quad (16)$$

（不确定度  $\sim 10^{-8}$ ，可忽略）作为标准值校准永磁体的磁场。

保持 IV A 中的电路盒位置和射频场幅度。由 13，总磁场由  $B_0$  和  $B' \sin \omega' t$  两部分组成。因此当共振信号均匀排列且间隔为 10 ms 时对应于共振发生在扫场过零时刻，这时频率计的读数才是与  $B_0$  对应的共振频率。

由于只要观察到共振信号， $B_0$  的测量误差不会超过扫场的幅度  $B'$ ，因此，为了减少  $B_0$  的测量误差，在找到共振信号后应逐渐减小扫场的幅度并把  $B'$  减小到尽可能小。在减小  $B'$  的过程中同时调节频率，使共振信号保持均匀分布而且间隔 10 ms 排列。当  $B'$  已经足够小时，读出这时的频率作为与  $B_0$  的共振频率：

$$\nu_H = 20.89068 \text{ MHz} \quad (17)$$

则

$$B_0 = \nu_H / \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)_H = 0.490664 \text{ T} \quad (18)$$

为了定量的估计  $B_0$  的误差，在扫场幅度足够小的前提下，保持扫场幅度不变，调节频率，使共振先后发生在扫场的波峰（此时  $B = B_0 + B'$ ， $\nu'_H > \nu_H$ ）和波谷（此时  $B = B_0 - B'$ ， $\nu''_H < \nu_H$ ）。在这个过程中，在示波器上观察到原先间隔为 10 ms 的均匀排列的共振信号中，有两个相邻的峰逐渐靠拢合并成一个峰，从而共振峰数目减

少一半，相邻的共振信号间隔变为 20 ms，记下共振发生在扫场波峰与波谷的共振频率  $\nu'_H$  和  $\nu''_H$ ：

$$\nu'_H = 20.89936\text{MHz}, \nu''_H = 20.88191\text{MHz} \quad (19)$$

则可以估测此时的扫场幅度  $B'$ ：

$$B' = \frac{(\nu'_H - \nu''_H)/2}{(\gamma/2\pi)_H} = 2.05 \times 10^{-4}\text{T} \quad (20)$$

粗略的估计可取  $B'$  的 1/10 作为  $\Delta B_0$  的估计误差：

$$\Delta B_0 = \frac{B'}{10} = 2 \times 10^{-5}\text{T} \quad (21)$$

此时的相对不确定度  $\frac{\Delta B_0}{B_0} = 4 \times 10^{-5}$ ，

$$B_0 \pm \Delta B_0 = (0.49066 \pm 0.00002)\text{T} \quad (22)$$

### C. 观察聚四氟乙烯中 $^{19}\text{F}$ 核的共振信号，测量其 $g$ 因子

首先找到共振信号。与水的共振信号相比，聚四氟乙烯的信号较弱，这时由于：共振峰几乎观察不到尾波，这是因为固体的横向弛豫时间  $T_2$  比液体短得多，远远小于扫场的周期，从而符合稳态近似。

完全类似IVB中的操作，在扫场幅度足够小的条件下，调节频率使得共振信号均匀分布，间隔 10 ms，这时的频率为  $^{19}\text{F}$  核与  $B_0$  对应的共振频率

$$\nu_F = 19.65386\text{MHz} \quad (23)$$

则用已经校准的磁场  $B_0$  和常量  $\mu_N/h = (7.62259396 \pm 0.00000031\text{MHz/T})$ （同样，不确定度  $\sim 10^{-8}$ ，可忽略）可以求出  $^{19}\text{F}$  核的  $g$  因子

$$g = \frac{\nu_F/B_0}{\mu_N/h} = \frac{19.65386/0.49066}{7.622594} = 5.2549 \quad (24)$$

与IVB中类似，通过波峰处对应的频率  $\nu'_F$  和波谷处对应的频率  $\nu''_F$

$$\nu'_F = 19.66812\text{MHz}, \nu''_F = 19.64041\text{MHz} \quad (25)$$

与IV B中类似地，估计  $\nu_F$  的相对不确定度：

$$\frac{\Delta\nu_F}{\nu_F} = \frac{(\nu'_F - \nu''_F)/20}{\nu_F} \approx 7 \times 10^{-5} \quad (26)$$

从而  $g$  的相对不确定度

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta B_0}{B_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_F}{\nu_F}\right)^2} = \sqrt{4^2 + 7^2} \times 10^{-5} \approx 8 \times 10^{-5} \quad (27)$$

则  $^{19}\text{F}$  核  $g$  因子的测量结果为

$$g \pm \Delta g = 5.2549 \pm 0.0004 \quad (28)$$

#### D. 比较“纯水”样品与掺有三氯化铁的水样品中质子的共振信号

与加入顺磁剂的水的共振信号相比，纯水的共振信号幅度要弱很多，由于系统存在一定的噪声，这导致纯水的信号较不清晰，无法分辨尾波等结构。这主要是由于纯水中没有掺杂顺磁离子，磁矩的弛豫时间  $T_1$  较长，使得式 (15) 中的饱和因子  $z$  很小，上下能级的粒子数差  $n_s$  就很小，因而信号表现得很弱。

#### E. 估测聚四氟乙烯样品中 $^{19}\text{F}$ 核的横向弛豫时间 $T_2$

将示波器改用 X-Y 输入方法，X 端输入扫场信号，Y 端输入“检波输出”信号。调节频率在  $\nu_F$  附近并适当增大扫场幅度，从示波器上观察到重叠而又相互错开的两个共振峰。利用示波器上的网格估测其中一个共振峰的半宽

$$\Delta B = 0.115\text{V}$$

另外，测出扫场变化范围  $2B'$ ：

$$2B' = 1.780\text{V}$$

从而得到比值  $k = \Delta B/2B' = 0.0646$ ，以此来对示波器的 X 轴进行定标。然后固定扫场的幅度不变，仍改回单通道，用于IV A中完全类似的方法，测得共振发生在扫场的波峰与波谷时的共振频率：

$$\nu'_F = 19.7017\text{MHz}, \nu''_F = 19.6125\text{MHz} \quad (29)$$

$\Delta\omega = \Delta B\gamma = k \cdot 2B'\gamma = k \cdot 2\pi(\nu'_F - \nu''_F)$ 。从而估测横向弛豫时间出  $T_2$ ：

$$T_2 = \frac{2}{\Delta\omega} = \frac{1}{\pi k(\nu'_F - \nu''_F)} = 5.52 \times 10^{-5} \text{s} \quad (30)$$

## V. 结论

本实验利用扫场的测量方法观测了掺有顺磁剂的水、聚四氟乙烯、纯水三种样品的核磁共振信号，定性地研究了信号在各种参量影响下会发生的变化，验证了核磁共振宏观理论的合理性。利用水样品中质子的核磁共振信号校准了恒定磁场的大小  $B_0 = (0.49066 \pm 0.00002)\text{T}$ 。利用校准后的磁场，确定了聚四氟乙烯中  $^{19}\text{F}$  核的  $g$  因子为  $5.2549 \pm 0.0004$ ，估测了横向弛豫时间为  $5.52 \times 10^{-5}\text{s}$ 。通过比对纯水与水的样品的核磁共振信号，验证了弛豫时间对信号强度、波形的影响。

## VI. 致谢

感谢黄斐增老师的耐心指导以及在原理部分的深入讲解。

## 附录 A: 思考题

### 1. 实验过程思考题

a. 当示波器采用内部线性扫描时，一开始若找不到共振信号，有哪几种可能的原因？找到信号后，改变射频场频率时，共振信号在荧光屏上的分布如何变化？在什么情况下读取的频率才是与  $B_0$  对应的共振频率？

若一开始找不到共振信号，可能是射频场幅度  $B_1$  太大或太小，射频场频率  $\omega$  与共振频率  $\omega_0$  相差太远，或者扫场幅度  $B'$  太小。

其余所有思考题的回答都已在正文中给出。