

1 実験目的

- 1) 偏光子を使用して、マリユスの法則が光の偏光フィルターを通過する際の透過光の強度にどのように適用されるかを検証する。
- 2) 位相差板が偏光された光にどのように作用するかを調べて、その光学的異方性を直交ポラロイドおよび平行ポラロイドを使用して調査する。
- 3) 位相差板を利用して楕円偏光を生成し、その特性を評価する。また、生成された楕円偏光の形状や特性についての考察を行い、位相差板の効果を理解する。

2 実験原理

2.1 マリユスの法則

この法則によると、光が偏光フィルター（偏光子）を通過する際の透過光強度は、偏光子の透過軸と入射光の偏光方向のなる角度 θ の \cos 二乗に比例する。式で表すと以下となる [1]。

$$E_t^2 = E_i^2 \cos^2 \theta \quad (1)$$

（ここで、 $E_t^2 = I$ は透過光強度、 $E_i^2 = I_0$ は入射光強度である）

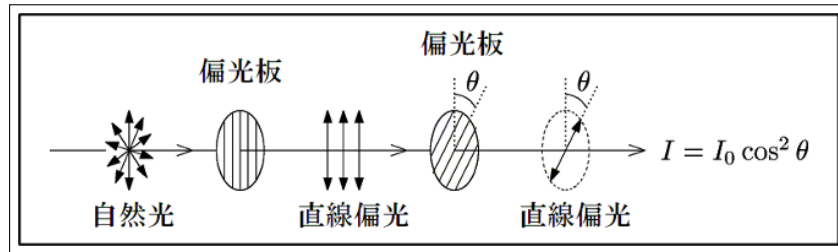


Figure 1: マリユスの法則

直線偏光された光が偏光フィルターに入射する際、光の電場ベクトルと偏光フィルターの軸との間の角度 θ によって、透過する光の成分が決定される。偏光フィルターは、その軸に平行な電場成分のみを透過させ、垂直な成分は遮断される。このとき、透過光の電場成分は、入射光の電場振幅 E_i に対して $E_i \cos \theta$ となる。光の強度は電場の振幅の二乗に比例するため、透過光の強度 I は入射光の強度 I_0 に対して $I_0 \cos^2 \theta$ と表される。

2.2 複屈折現象

複屈折とは、異方性材料（位相差板、偏光子、etc.）を通過する光が異なる偏光成分に対して、異なる屈折率 n を示す現象。 $n_f < n_s$ とすると、位相差は以下となる [1]。

$$\Delta = (n_s - n_f) \frac{\omega}{c} d \quad (2)$$

導き過程

位相差板の 2 つの透過軸を f 軸と s 軸とする。 $n_f < n_s$ であるため、 $c/v_f < c/v_s$, $v_s < v_f$ 。図 2 のように、

f 軸方向と s 軸方向の直線偏光波が同位相で、厚さのある位相差板に入射する場合、通過した E_x と E_y が一定の位相差が生じる。 $z = 0$ のときの位相を $\theta_f = \theta_s$ と置くと、 $z = d$ での電場は以下と表せる。

$$\mathbb{E}(d, t) = \hat{x}E_x \cos(\omega t - k_s d + \theta_s) + \hat{y}E_y \cos(\omega t - k_f d + \theta_f)$$

また、波数の定義より

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_s} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{\lambda_s} = \omega \cdot \frac{1}{v_s} = \omega \cdot \frac{n_s}{c}$$

$$\therefore k_s \cdot d = n_s \frac{\omega}{c} d, \quad k_f \cdot d = n_f \frac{\omega}{c} d$$

よって、電場と位相差は以下となる。

$$\mathbb{E}(d, t) = \hat{x}_s E_s \cos\left(\omega t - n_s \frac{\omega}{c} d + \theta_s\right) + \hat{y}_f E_f \cos\left(\omega t - n_f \frac{\omega}{c} d + \theta_f\right)$$

$$\Delta = (n_s - n_f) \frac{\omega}{c} d$$

□

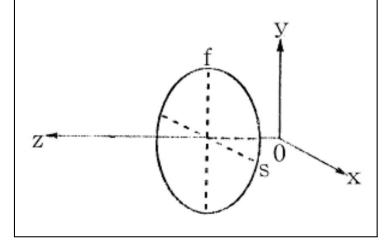


Figure 2: 位相差板 [1]

2.3 偏光状態

偏光状態とは、光の波動が特定の方向に制限された振動を示す状態を指す。主に以下の三種類がある：

- 直線偏光：直線偏光は、電場ベクトルが一定の平面内で直線的に振動する状態で、光が特定の方向にのみ振動するという意味する。
- 円偏光：円偏光では、電場ベクトルの振動が時間に対して一定の角度で円を描くように回転し続けることが特徴である。
- 楕円偏光：楕円偏光は、直線偏光と円偏光の中間の形をしていて、電場の振動が二つの直交成分の振幅や位相の差により楕円形を形成することにより生じる。

以上によって、偏光状態は位相差 Δ によって違う。

$$x \equiv \frac{E_x}{E_0} = \cos \omega t$$

$$y \equiv \frac{E_y}{E_0} = \cos(\omega t + \Delta)$$

とにおいて、 t を消去すると、

$$x^2 - 2xy \cos \Delta + y^2 = \sin^2 \Delta$$

よって、 $\Delta = n\pi$ のとき、 $x = \pm y$ で、直線偏光となる。 $\Delta = \pi/2 + n\pi$ のとき、 $x^2 + y^2 = 1$ で、直線偏光となる。それ以外の場合、つまり $\Delta \neq n\pi/2$ のとき楕円偏光が生じる。

2.4 直交・平行ニコルにおける光強度

今回の実験 2 と実験 A では、それぞれ直交ニコル法と平行ニコル法が用いられた。直交ニコル法では、偏光子と検光子を直交と設定し、その間に差し込んだ位相差板の光学的性質を調べることを可能とされた。それに対

して、平行ニコル法では、偏光子と検光子の透過軸を平行と設定することとなっている。また、位相差を Δ 、偏光子と検光子の透過軸のなす角度を θ とすると、直交ニコルと平行ニコルにおける光強度はそれぞれ式 (3) と式 (4) に従う。

$$I(\theta) = I_0 \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad (3)$$

$$I(\theta) = I_0 \left[1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \right] \quad (4)$$

導き過程 [2]

偏光子の透過軸の角度を 0、位相差板の回転角を θ 、検光子の透過軸の角度を β 、偏光子と検光子の透過軸のなす角度を α とすると、位相差板から出射した x 方向と y 方向の電場の検光子透過軸方向の成分はそれぞれ以下となる：

$$\begin{aligned} E_x &= E_i e^{i(\omega t - kz)} \cdot \cos \theta \cos \beta \\ E_y &= E_i e^{i(\omega t - kz + \Delta)} \cdot \sin \theta \sin \beta \end{aligned}$$

よって、合成した電場の大きさは：

$$E_t = E_i (\cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta e^{i\Delta}) e^{i(\omega t - kz)}$$

であり、二乗して光強度を計算すると、

$$\begin{aligned} |E_t|^2 &= E_i^2 [(\cos \theta \cos \beta)^2 + (\sin \theta \sin \beta)^2 + 2 \cos \theta \cos \beta \sin \theta \sin \beta \cos \Delta] \\ &= E_i^2 [(\cos \theta \cos \beta)^2 + (\sin \theta \sin \beta)^2 + 2 \cos \theta \cos \beta \sin \theta \sin \beta (1 - 2 \sin^2 \Delta/2)] \\ &= E_i^2 [(\cos \theta \cos \beta)^2 + (\sin \theta \sin \beta)^2 + 2 \cos \theta \cos \beta \sin \theta \sin \beta \\ &\quad - 4 \cos \theta \cos \beta \sin \theta \sin \beta \sin^2 \Delta/2] \\ &= E_i^2 [\cos^2(\theta - \beta) - \sin 2\theta \sin 2\beta \sin^2 \Delta/2] \end{aligned}$$

が得られる。よって、直交ニコルにおいて、 $\beta - \theta = \alpha = \pi/2$ であるから、直交ニコルにおける光強度は以下となる：

$$I(\theta) = I_0 \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

平行ニコルにおいて、 $\beta - \theta = \alpha = 0$ であるから、平行ニコルにおける光強度は以下となる：

$$I(\theta) = I_0 \left[1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \right]$$

□

3 実験手法

3.1 実験装置

本実験には、光源（ハロゲンランプ）、偏光子、位相差板、検光子、光検出器から成る基本的な光学系が用いられた。光源からの光が偏光子によって特定の偏光方向を持つ光に変換される。その後、位相差板を通過することで偏光状態が変化し、検光子を経て光検出器で光の強度が検出される。このセットアップ（図 3）を基に、5 つの実験が行われた。

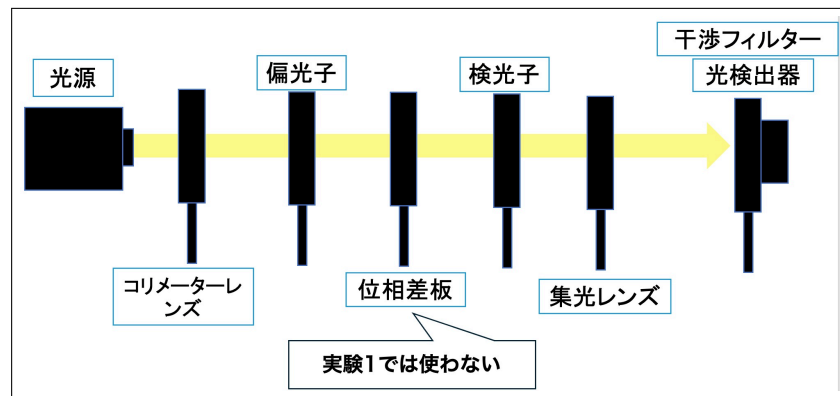


Figure 3: 実験装置

3.2 実験方法 [3]

3.2.1 実験 1

マリユスの法則を検証するため、2 枚のポラロイド（偏光子と検光子）を使って、その相対角を変化させながら、光の強度を測定し、理論との一致を確認した。（本実験では便宜上に、偏光子を 0 目盛りに固定し、検光子だけを回し、目盛りの差から相対角を獲得した。）

3.2.2 実験 2・実験 A

実験 2 では、偏光子と検光子の透過軸を垂直と設定し、その間に位相差板を差し込んで、光強度の位相差板角度の依存性を調べた（直交ニコル法）。それに対して、実験 A では、偏光子と検光子の透過軸を平行と設定し、位相差板を回しながら、光強度を測った（平行ニコル法）。

3.2.3 実験 3・実験 B

実験 3 と実験 B では位相差板を用いて楕円偏光が生成された。実験 3 では、偏光子と検光子が直交する配置において、透過光強度が最大のところに位相差板を固定し、検光子を回転させて、角度ごとの光強度を測った。実験 B では実験 3 と違う位相差板角度の下で、光強度の検光子角度の依存性を調べた。（具体的には、実験 3 の透過光強度が最大のところを位相差板の 45 度として、30 度・15 度・0 度に位相差板を固定し、検光子を回転させて、角度ごとの光強度のデータを取った。）以上の実験から生じる楕円偏光の特性を解析した。

4 実験結果・考察

4.1 実験 1

4.1.1 結果

図 4 は実測データと $I_0 \cos^2 \theta$ の比較で、図 5 は光強度の角度ごとのレーザ図である。（ただし、横軸の θ は、偏光子と検光子の透過軸のなす角度ではなく、検光子自体の回転角度である）

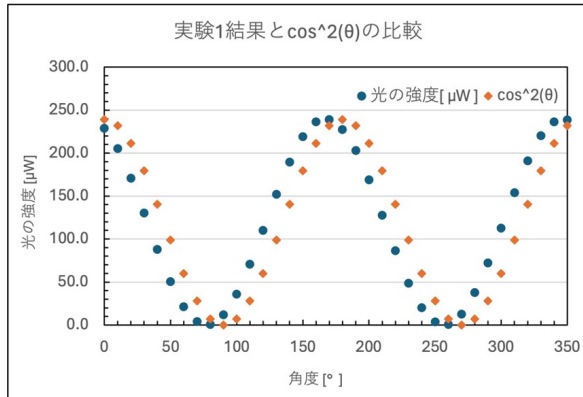


Figure 4: 実験 1: 光強度と検光子角度の関係

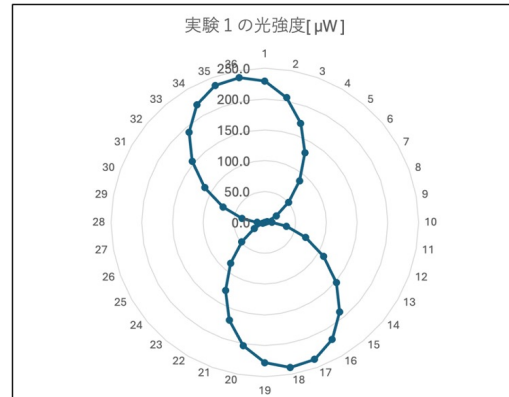


Figure 5: 実験 1: 角度ごとの光強度レーザ図

結果の解析

実験結果のデータは、理論曲線 $I_0 \cos^2 \theta$ と比較されたが、データには理論曲線との間にわずかなずれが見られた。このずれの原因は、検光子の透過軸が 0 度の目盛りに完全に合っていないためである。しかし、データの形状が理論曲線と一致していることから、マリユスの法則が実験を通じて確認された。これは、光の強度が相対角の余弦の二乗に依存することを示しており、法則の有効性を裏付ける結果である。

4.1.2 考察

検光子の透過軸が 0 度の目盛りではないことから生じたデータと理論曲線とのずれを修正するために、最小二乗法を用いたフィッティングプログラムを書いて、偏光子の実際の位置を特定するパラメータを求めることを試みった。検光子角度 θ にある角度 α を足して、理論曲線 $I_0 \cos^2 \theta$ と実測データとの間の差の二乗和を最小化させるようにフィッティングした。具体的なコードは以下となる：

```
1 import numpy as np
2 from scipy.optimize import minimize
3
4 # 実測データ
5 theta = np.array([0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140,
6                   150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300,
7                   310, 320, 330, 340, 350])
8 intensity = np.array([229, 205.4, 170.8, 130.2, 88.1, 50.7, 21.4, 4.2, 0.6, 11.8,
9                       35.9, 70.7, 110.1, 152, 189.4, 219.2, 236.4, 239.1, 227.5, 202.9, 168.8, 127.7,
10                      86.3, 48.8, 20, 3.54, 0.8, 12.7, 37.7, 72.4, 112.8, 154.1, 191.1, 220.4, 236.3,
11                      238.6])
12
13 def calc_error(alpha):
```

```

9     rad = np.radians(theta + alpha) # 角度をradに変換し、alphaを加算
10    cos_squared = np.cos(rad)**2 * 239.1 # cos^2(theta + alpha) を計算
11    error = np.sum((cos_squared - intensity)**2) # 誤差の平方和
12    return error
13
14 result = minimize(calc_error, x0=0) # 初期値として alpha = 0 を使用
15 best_alpha = result.x # 最適な alpha を取得
16
17 print("the best alpha = ", best_alpha)

```

以上を実行してみると、Output は

```
1 the best alpha = [12.93014215]
```

となった。よって、検光子の透過軸の位置は凡そ目盛りの -12.93 （つまり、 $360 - 12.93 = 347.07$ ）のところにありと考察する。これはレーザー図からも予想できる。レーザー図（図 6）において、光強度の分布は明らかに傾いている。その傾いた角度は約 -13 度で、フィッティングの結果と合っている。

また、レーザー図に 2 本の羽根が見えるのは、光強度が 360 度において 2 周期があることを意味している。それもマリユスの法則の式 $I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$ と一致している。

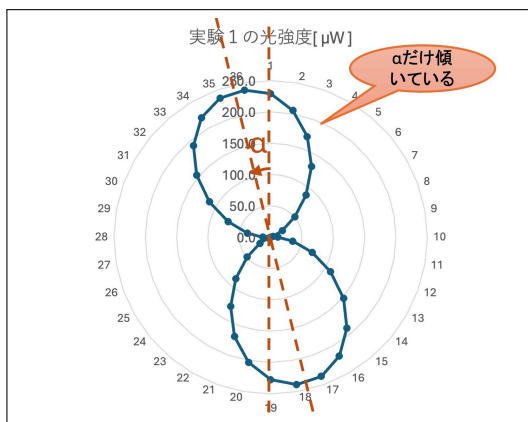


Figure 6: レーザー図の傾き角と形の考察

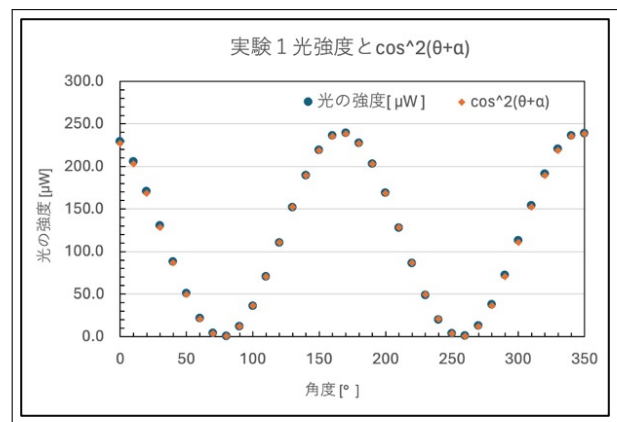


Figure 7: 再プロットした結果

改めて実測データと修正した理論曲線 $I_0 \cos^2(\theta + \alpha)$ を再プロットすると、図 7 の通りに、理論曲線と実測データとの間の一致が顕著に改善された。よって、マリユスの法則が検証された。

4.2 実験 2・実験 A

4.2.1 結果

図 8 は直交ニコル法を使った実験 2 で得た光強度の位相差板角度による分布で、図 9 は実験 2 の光強度の位相差板角度ごとのレーザー図である。

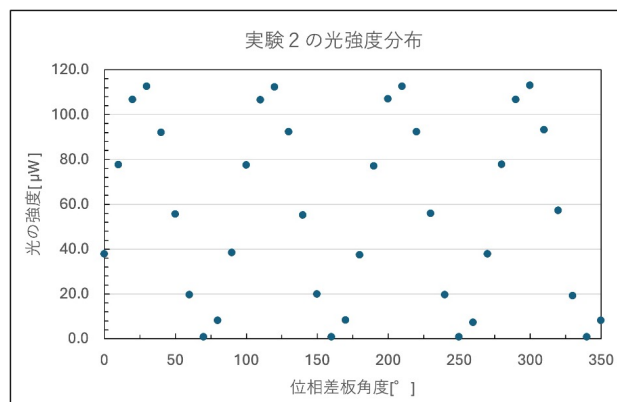


Figure 8: 実験 2: 光強度と位相差板角度の関係

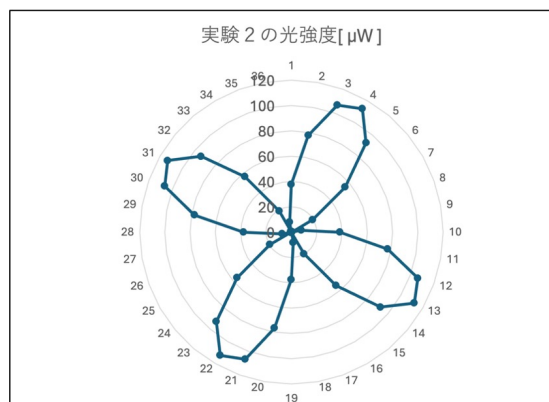


Figure 9: 実験 2: 角度ごとの光強度レーザ図

図 10 は平行ニコル法を使った実験 A で得た光強度の位相差板角度による分布で、図 11 は実験 A の光強度の位相差板角度ごとのレーザ図である。

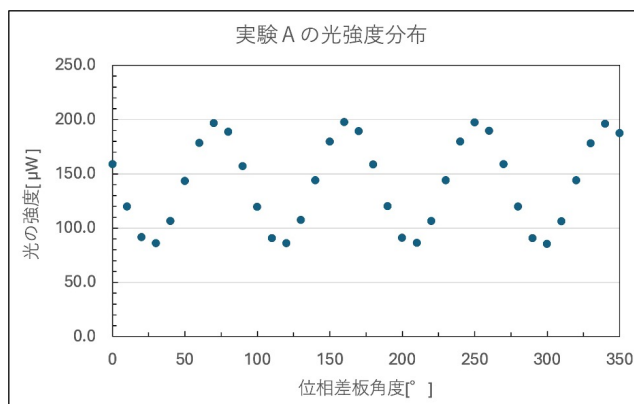


Figure 10: 実験 A: 光強度と位相差板角度の関係

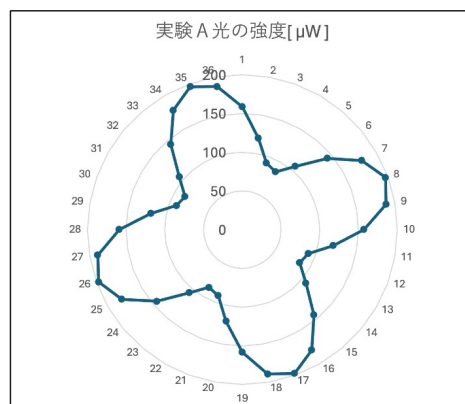


Figure 11: 実験 A: 角度ごとの光強度レーザ図

結果の解析

1) 実験 2 の解析:

実験 2 では直交ニコル法が用いられ、偏光子と検光子の透過軸が垂直に設定された。理論的には、位相差板がなければ光強度はゼロになるはずである。しかし、位相差板を挿入したことで、光の電場成分が X 方向と Y 方向で位相差を生じ、これが合成された偏光状態が変化するため、光強度がゼロではなくなる [4]。実測データのレーザ図は、この位相差の影響を受けて閉じる（クロス）パターンを示しており、位相差の光軸において、光強度がゼロであり、偏光方向が元の偏光子の透過軸方向から変化したことが観察される。

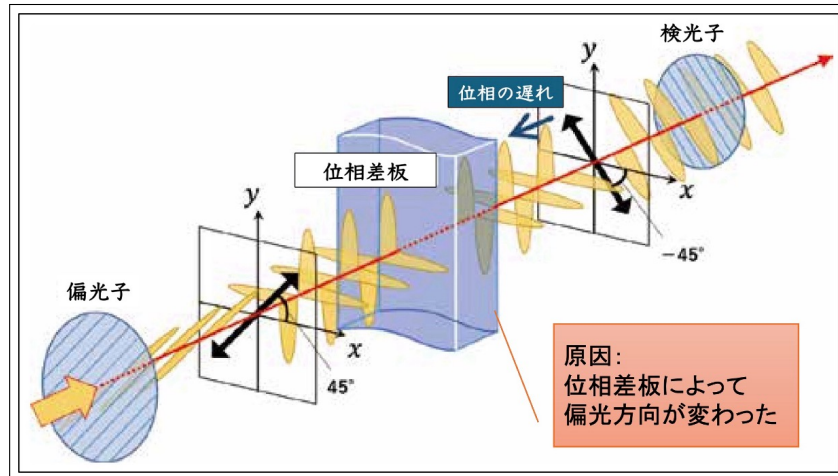


Figure 12: 位相差板による偏光方向の変化 [4]

2) 実験 B の解析:

一方、実験 A では平行ニコル法が採用され、偏光子と検光子の透過軸が平行に設定された。位相差板を回しながら光強度を測定すると、位相差板が光の偏光状態を変えるために、光強度は周期的に変化し、しかし基本的には透過光が存在する。よって、実験 A のレーザー図は開いている（オープン）パターンを示し、光強度がゼロのなる角度は存在しない。

- 3) 実験 2 と実験 A の比較実験 2 の結果は、位相差板が偏光方向を変更する効果を示し、直交ニコル設定においても完全な光の遮断が行われなかったことを示している。これに対し、実験 A では、位相差板の回転によって偏光方向が連続的に変化し、偏光子と検光子が平行の場合においても光強度が周期的に増減する様子が確認された。この二つの実験から、位相差板が偏光状態に与える影響の程度とそのメカニズムの理解が深まった。

4.2.2 考察

実験 2 の考察

実験 2 における実測データが理論式と一致しているかどうかを評価し、位相差板の光軸の位置及びそれによる位相差を特定するように、以下のフィッティングプログラムを作成した。

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.optimize import curve_fit
4
5 # 実測データ
6 theta_deg = np.array([0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130,
7                        140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290,
8                        300, 310, 320, 330, 340, 350])
9 intensity = np.array([37.8, 77.6, 106.7, 112.5, 92, 55.5, 19.6, 0.8, 8.1, 38.4,
10                       77.4, 106.5, 112.2, 92.2, 55.1, 19.8, 0.7, 8.3, 37.4, 77, 106.9, 112.5, 92.2,
11                       55.9, 19.5, 0.7, 7.3, 37.8, 77.8, 106.6, 113, 93.1, 57.2, 19.2, 0.7, 8.1])
```



```

9 # 角度を rad に変換
10 theta_rad = np.deg2rad(theta_deg)
11
12 # 直交ニコルの理論式
13 def theoretical_intensity(theta, I_0, alpha, delta):
14     theta = theta + alpha # 位相差板の光軸の位置をfitするために alpha を加算
15     return I_0 * np.sin(2 * theta)**2 * np.sin(delta / 2)**2
16
17 # fitting
18 popt, pcov = curve_fit(theoretical_intensity, theta_rad, intensity, p0 = [239.1, 0,
19     np.pi/2]) # 実験1で測定した光強度の最大値を光源強度の初期値とする
20
21 I_0_fit, alpha_fit, delta_fit = popt
22
23 # fitting結果を output
24 print("I_0 = ", I_0_fit)
25 print("alpha_rad = ", alpha_fit)
26 print("alpha_deg = ", np.rad2deg(alpha_fit))
27 print("delta_rad = ", delta_fit)
28 print("delta_deg = ", np.rad2deg(delta_fit))

```

このプログラムは、位相差板角度にある角度を加えることで、位相差板の光軸の位置を推定しようとするものである。具体的には、curve fit を用いて実測データと直交ニコルの理論式 $I(\theta) = I_0 \sin^2(2\theta) \sin^2(\Delta/2)$ が最も一致するようなパラメータを求めることにより、最適なパラメータを求めてみた。実行してみたら、出力は以下となった。

```

1 I_0 = 215.9290762993863 # 最適な光源強度
2 alpha_rad = 0.30967416906518547 # 最適な位相差板の光軸位置(rad)
3 alpha_deg = 17.743022911655846 # 最適な位相差板の光軸位置(deg)
4 delta_rad = 1.6233710320344104 # 最適な位相差(rad)
5 delta_deg = 93.01230871936848 # 最適な位相差(deg)

```

フィッティングプログラムによって得られたパラメータを用いて、理論式と実測データの一致性を評価するために、次の手順で計算およびプロットを行った。

```

1 # fitting結果を用いて理論値を計算
2 theta_fit = np.linspace(0, 2 * np.pi, 500)
3 intensity_fit = theoretical_intensity(theta_fit, I_0_fit, alpha_fit, delta_fit)
4
5 # プロット
6 plt.figure(figsize = (10, 6))
7 plt.plot(np.rad2deg(theta_fit), intensity_fit, label = 'theoretical intensity')
8 plt.scatter(theta_deg, intensity, color = 'red', label = 'experimental intensity')
9 plt.xlabel('theta [degree]')
10 plt.ylabel('Intensity [ $\mu$ W$]$')
11 plt.title('Fitted Theoretical I vs Experimental I (close nicol)')
12 plt.legend()
13 plt.grid(True)

```

```
plt.show()
```

プロットの結果は以下の図 13 通りである:

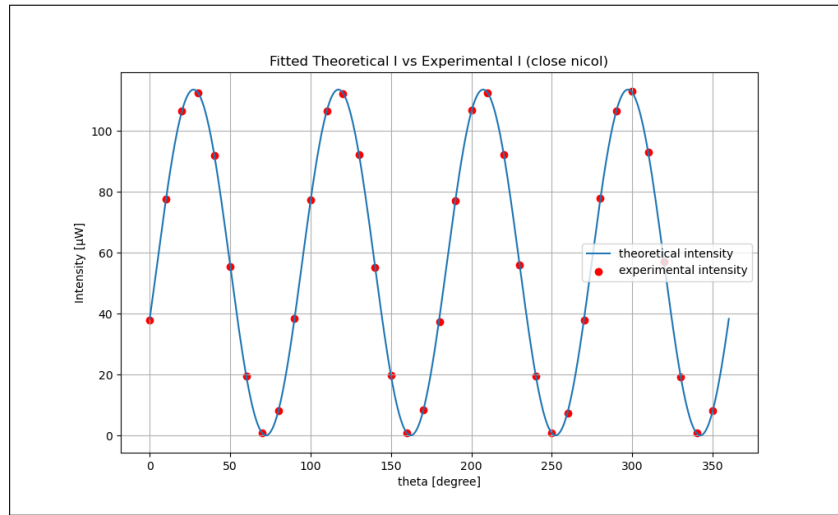


Figure 13: 実験 2 のフィッティング結果

以上のフィッティング結果について考察していくと、 α が約 18 度であることから、位相差板の光軸の位置は実際の角度目盛りで 342 度 (360 度 - 18 度) の位置にあると推測される。また、 Δ が $93^\circ \approx \pi/2$ であることは、X 方向と Y 方向の電場成分間に約 $\pi/2$ の位相差が生じて、今回の実験に用いられたのは 1/4 位相差板だと示唆するが、その妥当性は後の実験 2 の部分でまた考察する。それに、Matplotlib で描かれた図を通じて、理論モデルと実験データが良好に一致していることが確認できた。この一致は、実験のセットアップが適切であり、測定データの質が高いことを示唆している。

実験 A の考察

実験 A では、位相差板の光軸位置と位相差を求めるために、実験 2 と同様に、実測データと平行ニコルの理論式 $I(\theta) = I_0 [1 - \sin^2(2\theta) \sin^2(\Delta/2)]$ が最も一致するようフィッティングプログラムを作成した。(プログラムのアルゴリズムは実験 2 とほぼ同じで、詳細はここでは略するが、コードの全文は文末の付録に記載されている。) フィッティングの結果は以下となった。

```
1 I_0 = 197.51909945881744
2 alpha_rad = 0.3157245136513319
3 alpha_deg = 18.089682121041864
4 delta_rad = 1.427356365582847
5 delta_deg = 81.78149560902932
```

フィッティングの結果、初期強度 I_0 は約 197.519、 α は約 18 度、 Δ は約 82 度求められた。これらのパラメータは、位相差板の光軸位置が実際の角度目盛りで 342 度 (360 度 - 18 度) の位置にあることを示唆しており、位相差が約 82 度であることを示している。(実験 2 と異なる位相差の結果が得られた原因をは後でさらに詳細に考察する。) また、Matplotlib で描かれた図 14 から理論モデルと実験データが良好に一致していることが確認できたため、実験 A の手法とデータの質が有効であると評価される。

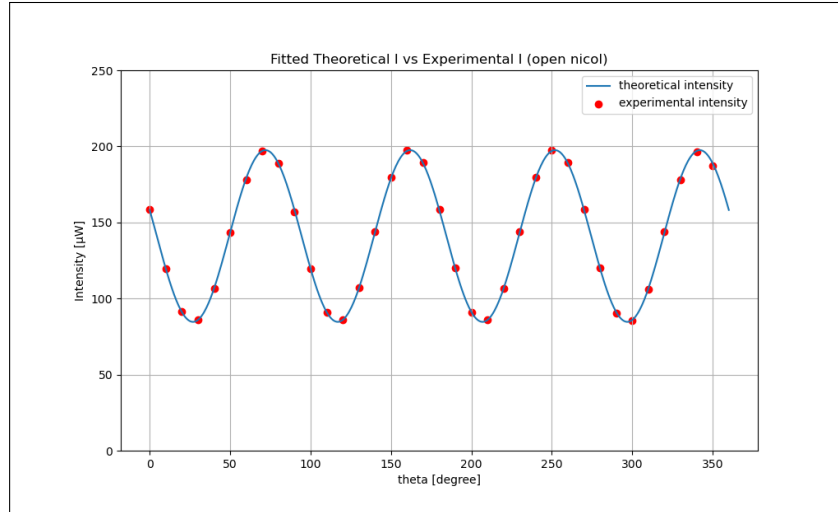


Figure 14: 実験 A のフィッティング結果

実験 2 と実験 A の比較

これからは実験 2 と実験 A を比較しながら、考察していきたいと思う。

まず、実験 2 のフィッティングより、入射光強度は $215.9 \mu W$ と推測されたが、実験 A のフィッティングによる入射光強度は $197.5 \mu W$ である。実際に、実験 2 と実験 A の実測データを比較してみると、図 15 通りに、実験 2 の光強度 I_2 の最大値は、実験 A の光強度 I_A の最小値より大きくなっている。

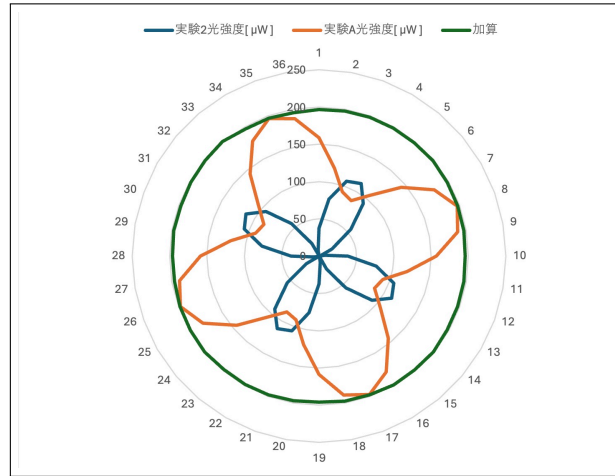


Figure 15: 実験 2 と実験 A の光強度及びその加算

しかしながら、理論式

$$I_2(\theta) = I_0 \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad (5)$$

$$I_A(\theta) = I_0 \left[1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \right] \quad (6)$$

によると、 $\text{Max}(I_2) = \text{Min}(I_A)$ のはずである（なぜならば、 $\text{Max}(I_2)$ と $\text{Min}(I_A)$ はともに $\sin^2(2\theta) \sin^2(\Delta/2)$ が最大になる時にとる）。そのずれは、偏光子と検光子の設定が異なることによって、実験 2 と実験 A における

光の吸収量が違うが原因だと考えられる。吸収量を影響する要因は以下検討する:

- 位相差板の配置が適切でない、または板自体に不均一性がある場合、光の位相変化に加えて吸収が発生することがある。
- 実験 2 と実験 A で検光子の角度が $\pi/2$ 変わったため、検光子の品質が不十分な場合、理論的な予測と異なる光の挙動が観察される可能性がある。特に、素材の内部での不純物や欠陥が光の吸収を増加させる原因となる。
- また、実験 2・実験 A における光検出器の配置が異なる場合、あるいは光検出器が最適な位置にない場合、それぞれの実験で光の検出効率が変わり、理論値と実測値の間にズレが生じることが考えられる。

また、実験 2 のフィッティングから得られた位相差が 1.623 rad に対して実験 A から得られた位相差が 1.427 rad である。先に実験 3 の結論を使ってしまうと、今回の実験で使った位相差板の位相差は 1.280 rad (0.41π) だと推測された。その誤差の生じた原因はまた、光学系による光の吸収と関係あると推測する。

そもそも理論式の I_0 は入射光の強度 (光源強度) であるはずだが、それが未知であるため、フィッティングした時、検出された出射光強度を代入した。しかしながら、光が光学系を通過する際に、ある程度吸収されることがあるから、フィッティングで使ったデータは、入射光の強度 I_0 と違い値になっていて、最後の光強度と位相差のフィッティング結果に影響を及ぼす恐れがある。

以上の推測を検証するために、フィッティングにおいて、 I_0 にある通過率 r をかけて、光の通過率 r についてもフィッティングしてみると、実験 2 のアウトプット:

```
1 I_0 = 254.85479449237076 # 最適な光源強度
2 delta_rad = 1.5325199265495926 # 最適な位相差(rad)
3 r = 0.9272712399872978 # 最適な光の通過率
```

実験 B のアウトプット:

```
1 I_0 = 226.85100896193865 # 最適な光源強度
2 delta_rad = 1.4273563655945756 # 最適な位相差(rad)
3 r = 0.8706996735999267 # 最適な光の通過率
```

(プログラムの詳細は付録に記載された。)

以上の結果より、 I_0 にある通過率 r をかけることで、光源強度 I_0 の精度が良くなった一方、推定された位相差と 1.280 rad の相対誤差も小さくなった。よって、光学系による吸収はフィッティング結果に影響があると確認できた。

ただし、curve fit などのフィッティング手法を用いて、多くのパラメータを持つモデルで多くのパラメータを同時に推定する場合、そのパラメータがデータに与える影響が相互に依存している場合があつて、個々のパラメータを正確に推定することが困難になり、フィッティング結果が安定しなかったり、パラメータ間でトレードオフが生じたりすることがある。今のように、無理にデータをフィッティングすることより、むしろ実験の時ちゃんと入射光強度のデータを取るの方が妥当だと思う。

4.3 実験 3・実験 B

4.3.1 結果

図 16 は実験 3 における光強度の検光子角度による分布で、図 17 はそのレーザ図である。

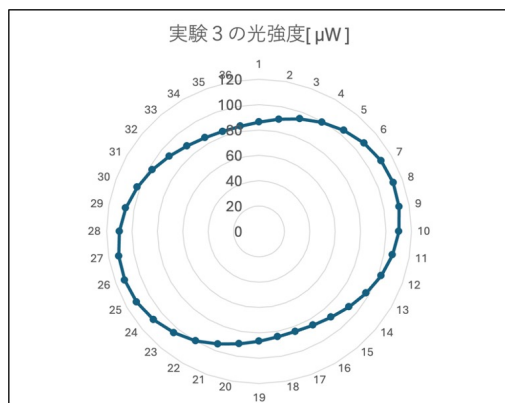
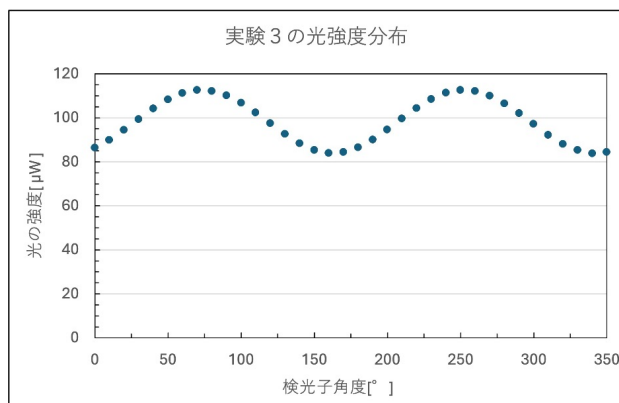


Figure 16: 実験 3: 光強度と検光子角度の関係 (45°) Figure 17: 実験 3: 角度ごとの光強度レーザ図 (45°)

また、実験 3 の透過光強度が最大のところを位相差板の 45 度として、図 18・図 20・図 22 はそれぞれ、位相差板が 30 度・15 度・0 度の場合の光強度の検光子角度による分布である。図 19・図 21・図 23 はそれに対応するレーザ図である。

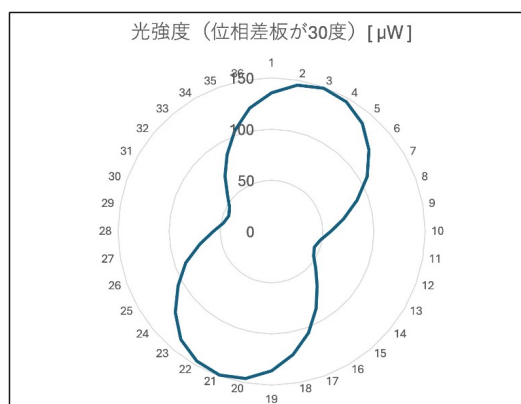
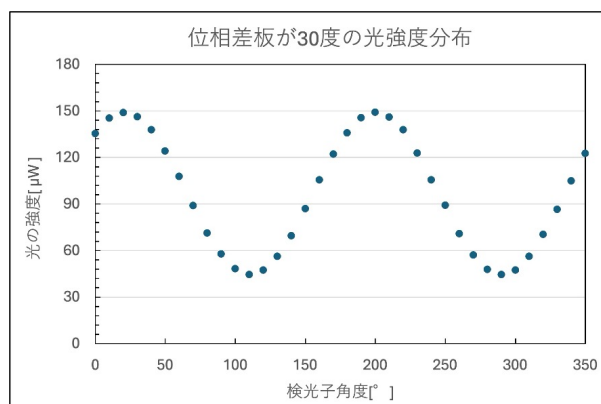


Figure 18: 実験 B: 光強度と検光子角度の関係 (30°) Figure 19: 実験 B: 角度ごとの光強度レーザ図 (30°)

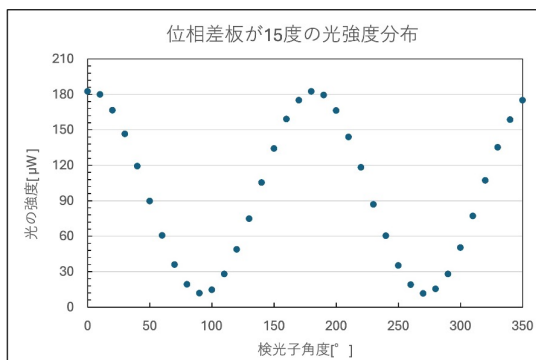


Figure 20: 実験 B: 光強度と検光子角度の関係 (15°)

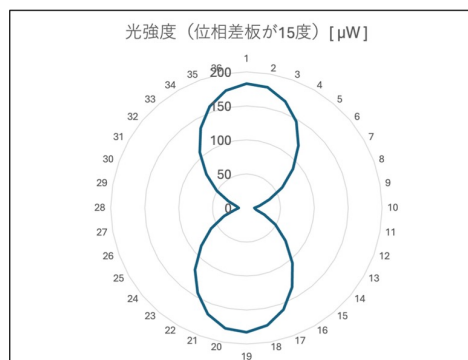


Figure 21: 実験 B: 角度ごとの光強度レーザー図 (15°)

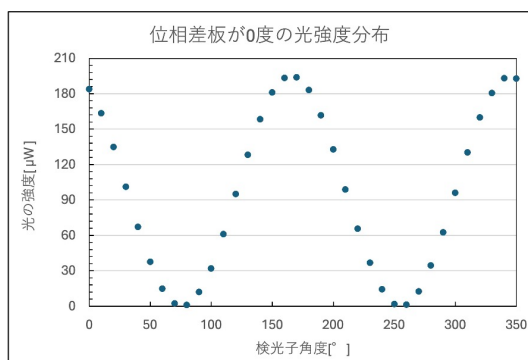


Figure 22: 実験 B: 光強度と検光子角度の関係 (0°)

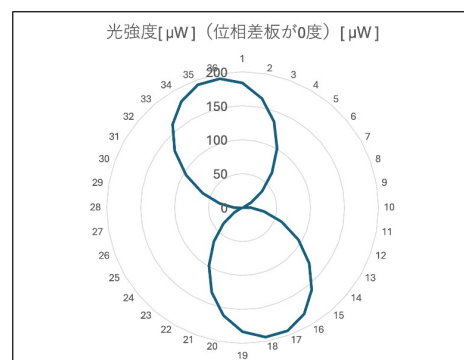


Figure 23: 実験 B: 角度ごとの光強度レーザー図 (0°)

結果の解析

- 1) 実験 3 と実験 B の結果から、楕円偏光の生成が理論と一致していることが確認された。実験 3 のレーザー図に描かれたきれいな楕円の図形 (図 17) は、位相差板を通過する光の偏光特性がうまく制御されていることを示している。位相差板が光の波長に応じて特定の位相シフトを引き起こすため、検光子を回転させると、光の強度が周期的に変化し、楕円偏光が形成された。これは、光の電場ベクトルが位相差板により二つの互いに直交する成分に分割され、それぞれが異なる位相変化を経て再合成されるためである。
- 2) 実験 3 では位相差板が固定され、検光子が回転する中で、位相差板の角度が 0 度、15 度、30 度、45 度に設定された際に観測される楕円偏光が、実験 2 の結果と対応しており、光強度が最大となるのは位相差板が 0 度のときであり、45 度で最小になることが示された。
- 3) 実験 B では異なる位相差板の角度での光強度の変化が測定され、楕円偏光の形状が角度に応じて変化する様子が観察された。具体的に、図 19・図 21・図 23 のレーザー図における図形の対称軸は 15° ずつ回転しており、位相差板の角度が楕円偏光の形成した図形に直接的な影響を与えることを示した。

4.3.2 考察

楕円率と位相差

実験 3 の図 17 の楕円の楕円率より、位相差を求めることができる [1]。楕円の s 軸 (x 軸) 及び f 軸 (y 軸) 方向に、位相差 Δ の電場ベクトルを射影し、

$$\begin{aligned}x &\equiv \frac{E_x}{E_0} = \cos \omega t, \\y &\equiv \frac{E_y}{E_0} = \cos(\omega t + \Delta).\end{aligned}$$

とし、 t を消去すると、

$$\begin{aligned}y &= \cos \omega t \cos \Delta - \sin \omega t \sin \Delta \\y &= x \cos \Delta - \sqrt{1 - x^2} \sin \Delta\end{aligned}$$

となる。楕円の式まで整理すると、

$$\begin{aligned}x \cos \Delta - y &= \sqrt{1 - x^2} \sin \Delta \\x^2 \cos^2 \Delta + y^2 - 2xy \cos \Delta &= \sin^2 \Delta - x^2 \sin^2 \Delta \\x^2 + y^2 - 2xy \cos \Delta &= \sin^2 \Delta\end{aligned}$$

この式をさらに楕円の標準形 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ に変形する。

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{\frac{\sin^2 \Delta}{1 - \cos \Delta}} + \frac{y^2}{\frac{\sin^2 \Delta}{1 + \cos \Delta}} = 1,$$

ここで、 $b^2(1 + \cos \Delta) = a^2(1 - \cos \Delta)$ の関係を確認し、これが楕円の性質とどのように関連しているかを説明できる。 $\gamma \equiv b^2/a^2$ とおくと、

$$\begin{aligned}\gamma(1 + \cos \Delta) &= 1 - \cos \Delta \\ \Delta &= \arccos \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma}\end{aligned}\tag{7}$$

実験 3 において、光強度の最大値が $112.5 \mu W$ で、最小値が $83.8 \mu W$ である。よって、楕円の短軸と長軸の比 $b^2/a^2 = (83.8/112.5)^2$ が得られる。式 (7) に代入して、

$$\Delta = 1.280 \approx 0.41\pi$$

という位相差が求められた。 $\Delta = 0.41\pi \neq n\pi/2$ であることは楕円偏光が生じることを示唆している。実験 3 と実験 B で観察できた楕円偏光と一致しており、実験によって、楕円偏光の形状や特性についての理論を確認でき、理解を深めることができた。

他の実験との比較

自分の実験結果の妥当性を確認するために、他のグループからデータを拝借した。他のグループの実験 3 の楕円偏光は図 24 の通りである。

ここで、光強度の最大値が $147 \mu W$ で、最小値が $103 \mu W$ である。よって、楕円の短軸と長軸の比 $b^2/a^2 = (103/147)^2$ が得られる。式 (7) に代入して、位相差が

$$\Delta = 1.22 \approx 0.39\pi$$

となった。自分の実験で推測された位相差 $\Delta = 0.41\pi$ と比較して、 0.02π の誤差は、実験装置の設定や実験環境の違い、さらには測定精度の差異に起因すると考えられる。

光検出器のセットアップにおける微妙な違いは、実験結果に大きな影響を与える可能性がある。光検出器の位置や角度のわずかなずれも、測定される光強度に影響を及ぼす。また、本実験では、光強度の精度が $0.1 \mu W$ に達しているが、他のグループでは精度が $1 \mu W$ までであり、この精度の違いが位相差の推測値に誤差を生じさせる原因となっている可能性が高い。

以上の分析から、自分の実験結果の妥当性が確認でき、信頼性があると評価できる。ただし、さらなる精度向上のためには、光検出器のセットアップの最適化や実験環境のさらなる制御が必要である。

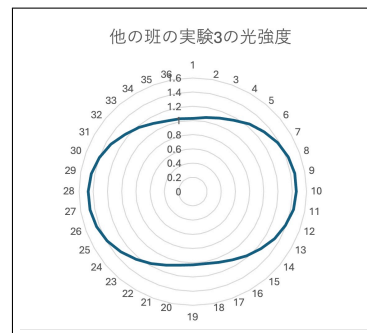


Figure 24: 他のグループの実験 3 の結果

楕円偏光の軸

実験 3 と実験 B から得られた光強度分布を比較してみると、図 25 通りの位相差板角度ごとの光強度分布の遷移図が得られた。この遷移図から、楕円偏光の軸が位相差板の角度に応じて変化する様子が観察されている。

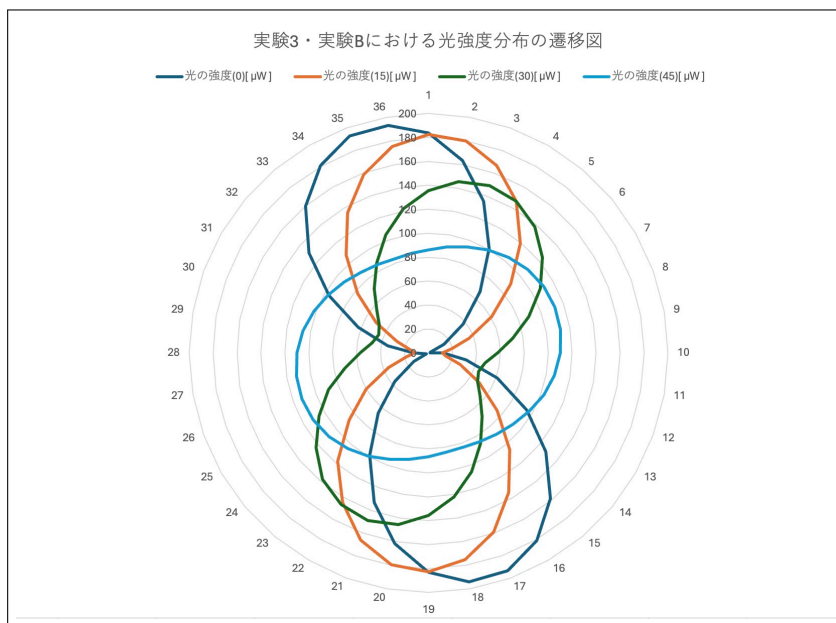


Figure 25: 実験 3 と実験 B の楕円偏光の比較

楕円偏光の軸とは、偏光された光の主要な電場ベクトルの方向を指し、この軸は位相差板を通過する光の波長

や位相差に応じて変化する。位相差板の角度が異なると、楕円偏光の長軸と短軸がそれに応じて回転し、楕円の形状が変わる。

図 25 より、位相差板の角度が 0 度、15 度、30 度、および 45 度の場合の楕円偏光の形状を示しており、位相差板が楕円偏光の軸および形状に直接的な影響を与えていることが確認できた。具体的には、位相差板が 0 度の場合に光強度が最大となり、45 度の場合に最小となることが、楕円の形状からも明示された。これは、実験 2 通りに、位相差板を通過する光の偏光状態が位相差によって周期的に変化していることを示した。

4.4 考察のまとめ

4.4.1 誤差原因の解析

- a) 実験配置の不正確さは、測定データに大きな誤差をもたらす主な原因である。特にポラロイドの角度の設定と光検出器の固定が不適切な場合、光の進行方向と偏光子、位相差板、検光子の配置が理想的な位置からずれてしまうことがある。これにより、光の透過や反射が理論通りに行われず、測定される光強度に誤差が生じる。また、光検出器がしっかりと固定されていないと、実験中の動きによっても測定値に影響が出る。
- b) 光学系の各要素の品質が十分でない場合、実験結果に誤差が生じる。偏光子や位相差板、検光子の光学的特性が不均一であったり、表面に傷や汚れがあったりすると、光の偏光状態が均一でなくなり、予期されない光の散乱や吸収が発生する可能性がある。
- c) 実験室内の環境光や外光の影響も、光学実験における誤差の一つの成因である。実験中に周囲からの光が漏れ入ると、特に偏光や楕円偏光の測定においては、本来の光のパターンに追加の光が混入し、測定データが不正確になる可能性がある。

4.4.2 改善点

- a) 実験装置を正確に設置するためには、光路が歪みなく、ポラロイドの中心を通過するようにチェックする必要がある。今回の実験では、光路をチェックしようとした時、強光で目が痛くなってしまったので、このステップを飛ばした。今後の実験で、目を保護するメガネを事前に準備するのがおすすめである。また、光検出器の固定も見直し、振動や外部からの衝撃に強くするように、テープでしっかりと固定すると、測定時の誤差を減らせる。
- b) 偏光子や位相差板、検光子など光学部品の品質を高めるためには、実験する前に品質チェックが必要です。実験用光学系は定期的に検査を行い、問題があれば使わないようにする。また、予めポラロイドを掃除して、汚れやキズが光を通すことに影響しないようにすることが大切だと思う。
- c) 外部からの光の侵入を防ぐために、実験中には室内の照明を極力抑え、あるいは暗室で実験を行うことで、外光による干渉を最小限に抑えることができる。
- d) フィッティングの妥当性を高めるためには、入射光強度を実験で測定することが重要だ。可能であれば、光源から直接光強度を測定する装置を設置するか、実験前に光源の校正を行った方がいいと思う。これにより、フィッティングで用いるデータの精度が向上し、より正確な結果を得ることができる。

5 実験結論

- 1) 実験 1 によって、マリユスの法則が検証され、光強度が検光子の角度に応じて $\cos^2 \theta$ に比例することが確認できた。理論曲線と実測データの一致が顕著であり、偏光子と検光子の透過軸の角度による光強度の変化が法則通りであることが確認された。
- 2) ポラロイドの性質を調べた。偏光子と検光子の透過軸のなす角度により、光の透過強度が異なることがわかった。特に、直交ニコル法と平行ニコル法を用いて、光の偏光状態の変化を観察し、ポラロイドの透過軸の位置が光強度に与える影響を調べた。
- 3) 位相差板の光学的異方性について理解を深めた。具体的に、位相差板によって光が通過する際に生じる位相差を測定し、その結果を理論モデルと比較した。位相差板が異なる偏光成分に対して異なる屈折率を示すため、光の偏光状態が変化し、位相差が生じることがわかった。これにより、位相差板の光学的性質が光強度と偏光状態に与える影響を詳細に解析することができた。
- 4) 偏光状態について調べて、直線偏光、円偏光、楕円偏光の各偏光状態の特性を理解し、特に楕円偏光の性質と楕円偏光の軸について詳しく調査した。実験 3 と実験 B の結果から、楕円偏光の形状が位相差板の角度に応じて変化することが確認された。楕円偏光の軸が位相差板の角度により変化する様子を観察し、楕円偏光の生成メカニズムとその特性を理解することができた。

参考文献

- [1] 6. 偏光. 東京理科大学, https://letus.ed.tus.ac.jp/pluginfile.php/2417711/mod_resource/content/9/%E5%81%8F%E5%85%89%E3%81%AE%E3%83%86%E3%82%AD%E3%82%B9%E3%83%88.pdf (参照 2024-06-29)
- [2] 荻野研究室. ポリビニルアルコールについて - 偏光フィルムを使った実験 -, <https://web.tuat.ac.jp/~oginolab/japanese/essay/20190818/20190818.html> (参照 2024-06-29)
- [3] 実験手順改訂版. 東京理科大学, https://letus.ed.tus.ac.jp/pluginfile.php/2172159/mod_resource/content/7/%E5%AE%9F%E9%A8%93%E6%89%8B%E9%A0%86_%E6%94%B9%E8%A8%82%E7%89%88.PDF (参照 2024-06-30)
- [4] セロハンテープと偏光板を用いた円偏光子の作製と性能評価. 千葉大学, <https://opac.ll.chiba-u.jp/da/curator/107994/S24326291-4-P157.pdf> (参照 2024-07-01)
- [5] 波長板 (1/2, 1/4...etc) の用途や動作原理とは. テクノロジー, <https://www.fiberlabs.co.jp/tech-explan/about-wave-plate/> (参照 2024-06-21)
- [6] 複屈折に関して. AUTODESK, https://help.autodesk.com/view/MFC/2024/JPN/?guid=MoldflowComm_CLC_Analyses_analysis_sequences_Birefringence_analysis>About_Birefringence_html (参照 2024-06-22)
- [7] KOBRA 技術資料. https://oji-keisoku.co.jp/cms/uploads/kobra_tech.pdf (参照 2024-06-22)
- [8] 偏光顕微鏡法 (Polarized Optical Microscopy). 公益社団法人高分子学会, https://www.spsj.or.jp/equipment/news/news_detail_75.html (参照 2024-06-23)

付録

実験 A で使用されたフィッティングコード

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.optimize import curve_fit
4
5 # 実測データ
6 theta_deg = np.array([0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130,
7                        140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290,
8                        300, 310, 320, 330, 340, 350])
9 intensity = np.array([158.7, 119.8, 91.6, 86, 106.5, 143.4, 178.3, 196.7, 188.6,
10                       157.1, 119.4, 90.7, 85.8, 107.3, 143.8, 179.6, 197.5, 189.3, 158.5, 120.1, 90.9,
11                       86.2, 106.5, 144, 179.7, 197.4, 189.5, 158.7, 119.9, 90.5, 85.3, 106.1, 143.8,
12                       178, 196.2, 187.5])
13
14 # 角度を rad に変換
15 theta_rad = np.deg2rad(theta_deg)
16
17 # 平行ニコルの理論式
18 def intensity_model(theta, I_0, alpha, delta):
19     theta = theta + alpha # 位相差板の光軸の位置をfitするために alpha を加算
20     return I_0 * (1 - np.sin(2 * theta)**2 * np.cos(delta / 2)**2)
21
22 # fitting
23 popt, pcov = curve_fit(intensity_model, theta_rad, intensity, p0 = [239.1, 0, np.pi
24                           /2]) # 実験1で測定した光強度の最大値を光源強度の初期値とする
25 I_0_fit, alpha_fit, delta_fit = popt
26
27 # fitting の結果を output
28 print("I_0 = ", I_0_fit)
29 print("alpha_rad = ", alpha_fit)
30 print("alpha_deg = ", np.rad2deg(alpha_fit))
31 print("delta_rad = ", delta_fit)
32 print("delta_deg = ", np.rad2deg(delta_fit))
33
34 # フィッティング結果を用いて理論値を計算
35 theta_fit = np.linspace(0, 2 * np.pi, 500)
36 intensity_fit = intensity_model(theta_fit, I_0_fit, alpha_fit, delta_fit)
37
38 # プロット
39 plt.figure(figsize=(10, 6))
40 plt.plot(np.rad2deg(theta_fit), intensity_fit, label='theoretical intensity') # 理論
41                                     曲線
42 plt.scatter(theta_deg, intensity, color='red', label='experimental intensity') #
43                                     実験データ点
44 plt.xlabel('theta [degree]')
45 plt.ylabel('Intensity [  $\mu$  W ]')
46 plt.title('Fitted Theoretical I vs Experimental I (open nicol)')
47 plt.legend()
48 plt.grid(True)
49 plt.ylim(0, 250) # Excel 図と統一するように y 軸の範囲を set
50 plt.show()
```

実験 2 のフィッティングに通過率 r を導入する

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.optimize import curve_fit
4
5 # 実測データ
6 theta_deg = np.array([0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130,
7                        140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290,
8                        300, 310, 320, 330, 340, 350])
9 intensity = np.array([37.8, 77.6, 106.7, 112.5, 92, 55.5, 19.6, 0.8, 8.1, 38.4,
10                       77.4, 106.5, 112.2, 92.2, 55.1, 19.8, 0.7, 8.3, 37.4, 77, 106.9, 112.5, 92.2,
11                       55.9, 19.5, 0.7, 7.3, 37.8, 77.8, 106.6, 113, 93.1, 57.2, 19.2, 0.7, 8.1])
12
13 # 角度を rad に変換
14 theta_rad = np.deg2rad(theta_deg)
15
16 # 直交ニコルの理論式 (光透過率を含む)
17 def theoretical_intensity(theta, I_0, alpha, delta, r):
18     theta = theta + alpha # 位相差板の光軸の位置をfitするために alpha を加算
19     return r * I_0 * np.sin(2 * theta)**2 * np.sin(delta / 2)**2
20
21 # フィッティング
22 popt, pcov = curve_fit(theoretical_intensity, theta_rad, intensity, p0 = [250, 0,
23                                np.pi/2, 1], bounds=([0, -np.pi, 0, 0], [np.inf, np.pi, np.pi, 1]))
24 I_0_fit, alpha_fit, delta_fit, r_fit = popt
25
26 # 結果の出力
27 print("I_0 = ", I_0_fit)
28 print("alpha_rad = ", alpha_fit)
29 print("alpha_deg = ", np.rad2deg(alpha_fit))
30 print("delta_rad = ", delta_fit)
31 print("delta_deg = ", np.rad2deg(delta_fit))
32 print("r = ", r_fit)
33
34 # フィッティング結果を用いて理論値を計算
35 theta_fit = np.linspace(0, 2 * np.pi, 500)
36 intensity_fit = theoretical_intensity(theta_fit, I_0_fit, alpha_fit, delta_fit,
37                                     r_fit)
38
39 # プロット
40 plt.figure(figsize=(10, 6))
41 plt.plot(np.rad2deg(theta_fit), intensity_fit, label='Theoretical Intensity')
42 plt.scatter(theta_deg, intensity, color='red', label='Experimental Intensity')
43 plt.xlabel('Theta (degrees)')
44 plt.ylabel('Intensity ( W)')
45 plt.title('Fitted Theoretical I vs Experimental I (Close Nicol)')
46 plt.legend()
47 plt.grid(True)
48 plt.show()
```

実験 B のフィッティングに通過率 r を導入する

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.optimize import curve_fit
4
5 # 実測データ
6 theta_deg = np.array([0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130,
7                        140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290,
8                        300, 310, 320, 330, 340, 350])
9 intensity = np.array([158.7, 119.8, 91.6, 86, 106.5, 143.4, 178.3, 196.7, 188.6,
10                       157.1, 119.4, 90.7, 85.8, 107.3, 143.8, 179.6, 197.5, 189.3, 158.5, 120.1, 90.9,
11                       86.2, 106.5, 144, 179.7, 197.4, 189.5, 158.7, 119.9, 90.5, 85.3, 106.1, 143.8,
12                       178, 196.2, 187.5])
13
14 # 角度を rad に変換
15 theta_rad = np.deg2rad(theta_deg)
16
17 # 平行ニコルの理論式 (光の透過率を含む)
18 def intensity_model(theta, I_0, alpha, delta, r):
19     theta = theta + alpha # 位相差板の光軸の位置をfitするために alpha を加算
20     return r * I_0 * (1 - np.sin(2 * theta)**2 * np.cos(delta / 2)**2)
21
22 # フィッティング
23 popt, pcov = curve_fit(intensity_model, theta_rad, intensity, p0 = [250, 0, np.pi
24                           /2, 1], bounds=([0, -np.pi, 0, 0], [np.inf, np.pi, np.pi, 1]))
25 I_0_fit, alpha_fit, delta_fit, r_fit = popt
26
27 # 結果の出力
28 print("I_0 = ", I_0_fit)
29 print("alpha_rad = ", alpha_fit)
30 print("alpha_deg = ", np.rad2deg(alpha_fit))
31 print("delta_rad = ", delta_fit)
32 print("delta_deg = ", np.rad2deg(delta_fit))
33 print("r = ", r_fit)
34
35 # フィッティング結果を用いて理論値を計算
36 theta_fit = np.linspace(0, 2 * np.pi, 500)
37 intensity_fit = intensity_model(theta_fit, I_0_fit, alpha_fit, delta_fit, r_fit)
38
39 # プロット
40 plt.figure(figsize=(10, 6))
41 plt.plot(np.rad2deg(theta_fit), intensity_fit, label='Theoretical Intensity')
42 plt.scatter(theta_deg, intensity, color='red', label='Experimental Intensity')
43 plt.xlabel('Theta (degrees)')
44 plt.ylabel('Intensity ( W)')
45 plt.title('Fitted Theoretical I vs Experimental I (Open Nicol)')
46 plt.legend()
47 plt.grid(True)
48 plt.ylim(0, 250) # Excel 図と統一するように y 軸の範囲を set
49 plt.show()
```