



LUND UNIVERSITY

Inlämningsuppgift 6 - Stokastiska effekter

STAG24 - Variansanalys

VT 21

Kim Thurow

Innehållsförteckning

1	Sammanfattning	1
2	13.1 Tvåsidig ANOVA modell II	2
2.1	a) Analys av data	2
2.2	b) Skattning av varianskomponenter	2
3	13.6 The Two Factor Mixed model	3
3.1	a) Analys av data	3
3.2	b) Skattning av varianskomponenter	4
4	Bilaga: SAS-kod	5

1 Sammanfattning

Som deltagare på kursen Variansanalys förväntas var kursdeltagare lämna in beräkningsuppgifter från kursboken Design and analysis of experiments av D. C. Montgomery. Uppgifterna beräknas i onlineprogrammet SAS Studio och koden redovisas som bilaga.

2 13.1 Tvåsidig ANOVA modell II

Ett experiment har utförts för att utreda ett mätsystems kapacitet, 'capacity'. Tio delar, 'parts', och två operatörer, 'operator', valdes slumpmässigt och experimentet upprepades tre gånger.

Modellen som använts är $y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$.

Alla faktorer antas vara oberoende samt $N(0, \sigma^2)$.

2.1 a) Analys av data

Först testas om det finns något samspel mellan delar och operatör. Om det testet visar sig inte vara signifikant, testas faktorerna var för sig. Signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

Resultatet i SAS visade att det inte fanns ett samspel mellan delar och operatör. Testet av operatör blev inte heller signifikant, däremot testet av delar.

PROC GLM

The GLM Procedure
Tests of Hypotheses for Random Model Analysis of Variance

Dependent Variable: capacity

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
part	9	99.01667	11.001852	18.28	<.0001
operator	1	0.41667	0.41667	0.69	0.4269
Error	9	5.41667	0.601852		

Error: MS(part*operator)

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
part*operator	9	5.41667	0.601852	0.40	0.9270
Error: MS(Error)	40	60.000000	1.500000		

Figure 1: F-test, random ANOVA. Skärmdump från SAS

2.2 b) Skattning av varianskomponenter

I b-uppgiften skulle varianskomponenterna skattas genom en ANOVA. Det löstes genom en PROC VARCOMP. σ^2_τ , A-faktorn 'part', blev störst på 1,733, vilket överensstämmer med F-testet som blev signifikant. σ^2_β , B-faktorn, 'operator', hamnade på minus, likaså $\sigma^2_{\beta\tau}$ vilket också stämmer överens med det icke-signifikanta resultatet från F-testet. Feltermen σ^2 blev 1,50.

Type 1 Estimates	
Variance Component	Estimate
Var(part)	1.73333
Var(operator)	-0.0061728
Var(part*operator)	-0.29938
Var(Error)	1.50000

Figure 2: Skattning av varianskomponenter, skärmdump från SAS.

3 13.6 The Two Factor Mixed model

Nu återanvänds materialet i 13.1 men denna gång som en mixed model, där 'part' anses vara stokastisk och 'operator' fix. Det är samma modell som tidigare, med skillnaden att både τ_i och ϵ_{ijk} nu är $N(0, \sigma^2)$ samt att ϵ_{ijk} är oberoende.

3.1 a) Analys av data

Nedan till vänster ses utklipp från en GLM PROC, restricted model, där testet för 'part' ska bortses ifrån, då faktorn är stokastisk. Resultatet stämmer väl överens med F-testet i a-uppgiften, där varken testet av 'operator' eller samspelet mellan operator och part blev signifikanta.

Mixed model - restricted					
The GLM Procedure					
Dependent Variable: capacity					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	19	104.8500000	5.5184211	3.68	0.0003
Error	40	60.0000000	1.5000000		
Corrected Total	59	164.8500000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	capacity Mean
0.636033	2.451942	1.224745	49.95000

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
part	9	99.0166667	11.00185185	7.33	<.0001
operator	1	0.4166667	0.4166667	0.28	0.6011
part*operator	9	5.4166667	0.60185185	0.40	0.9270

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
part	9	99.0166667	11.00185185	7.33	<.0001
operator	1	0.4166667	0.4166667	0.28	0.6011
part*operator	9	5.4166667	0.60185185	0.40	0.9270

Tests of Hypotheses Using the Type III MS for part*operator as an Error Term					
Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
operator	1	0.4166667	0.4166667	0.69	0.4269

 | | | | | | | |-----------------------------------|---|--|--|--|--| | Mixed model - unrestricted | | | | | | | The GLM Procedure | | | | | | | Source | Type III Expected Mean Square | | | | | | part | Var(Error) + 3 Var(part*operator) + 6 Var(part) | | | | | | operator | Var(Error) + 3 Var(part*operator) + Q(operator) | | | | | | part*operator | Var(Error) + 3 Var(part*operator) | | | | | | | | | | | | |--|----|-------------|-------------|---------|--------| | Mixed model - unrestricted | | | | | | | The GLM Procedure | | | | | | | Tests of Hypotheses for Mixed Model Analysis of Variance | | | | | | | Dependent Variable: capacity | | | | | | | Source | DF | Type III SS | Mean Square | F Value | Pr > F | | part | 9 | 99.01667 | 11.001852 | 18.28 | <.0001 | | operator | 1 | 0.41667 | 0.41667 | 0.69 | 0.4269 | | Error | 9 | 5.41667 | 0.601852 | | | | Error: MS(part*operator) | | | | | | | | | | | | | |------------------|----|-------------|-------------|---------|--------| | Source | DF | Type III SS | Mean Square | F Value | Pr > F | | part*operator | 9 | 5.41667 | 0.601852 | 0.40 | 0.9270 | | Error: MS(Error) | 40 | 60.000000 | 1.500000 | | | |

Figure 3: F-test mixed model, skärmdump från SAS.

För att också testa den stokastiska faktorn 'part', gjordes en PROC GLM med en 'unrestricted' modell där samspelet agerade felterm, det testet ses ovan till höger. Även det test stämde överens med föregående resultat i a-uppgiften.

3.2 b) Skattning av varianskomponenter

I en mixad modell, med både fixa och stokastiska faktorer fungerar inte SAS skattning av varianskomponenter. Varianskomponenterna räknades därför ut manuellt och redovisas i nedan tabell. Eftersom B-faktorn 'operator' är fix tas inte denna med. MS är kort för 'Mean Squares' och hittas i figure 3. I nämnaren hittas a och n och de är i detta fall b= 2st operatörer och n= 3 st replikat.

Table 1: Uträkning skattning varianskomponenter - restricted model

$\hat{\sigma}^2_{\tau}$	$MS_A - MS_E / b \cdot n$	1.584
$\hat{\sigma}^2_{\beta\tau}$	$MS_{AB} - MS_E / n$	<0
$\hat{\sigma}^2$	MS_E	1.50

Ovan i tabellen syns b-faktorn, 'part' som den största källan till variation, det är också den enda faktorn som når över feltermen och därmed blir signifikant, likt de tidigare testen.

4 Bilaga: SAS-kod

```
OPTIONS LS=80 PS=60 NODATE NOCENTER ;

/*  Uppgift 13.1  */

DATA stokastisk ;
DO part=1 to 10 ;
    DO operator= 1 TO 2 ;
        DO obs= 1 TO 3 ;
            INPUT capacity @@ ;
            OUTPUT ;
        END ;
    END ;
END;
LINES;
50 49 50 50 48 51
52 52 51 51 51 51
53 50 50 54 52 51
49 51 50 48 50 51
48 49 48 48 49 48
52 50 50 52 50 50
51 51 51 51 50 50
52 50 49 53 48 50
50 51 50 51 48 49
47 46 49 46 47 48
;
RUN ;

PROC GLM DATA=stokastisk ;
TITLE 'PROC_GLM' ;
CLASS part operator ;
MODEL capacity=part operator part*operator ;
RANDOM part operator part*operator / TEST ;
RUN ;

PROC VARCOMP DATA=STOKASTISK METHOD=TYPE1 ;
TITLE 'PROC_VARCOMP_' ;
CLASS part operator ;
MODEL capacity=part operator part*operator ;
RUN ;
```

```

OPTIONS LS=80 PS=60 NODATE NOCENTER ;

/*  Uppgift 13.6  */

DATA mixed ;
DO part=1 to 10 ;
    DO operator= 1 TO 2 ;
        DO obs= 1 TO 3 ;
            INPUT capacity @@ ;
            OUTPUT ;
        END ;
    END ;
END;
LINES;
50 49 50 50 48 51
52 52 51 51 51 51
53 50 50 54 52 51
49 51 50 48 50 51
48 49 48 48 49 48
52 50 50 52 50 50
51 51 51 51 50 50
52 50 49 53 48 50
50 51 50 51 48 49
47 46 49 46 47 48
;
RUN ;

PROC GLM DATA= mixed ;
TITLE 'Mixed_model_-_restricted' ;
CLASS operator part ;
MODEL capacity=operator part part*operator ;
TEST H=operator E=part*operator / HTYPE=3 ETYPE=3 ;
RUN ;

PROC GLM DATA= mixed ;
TITLE 'Mixed_model_-_unrestricted' ;
CLASS operator part ;
MODEL capacity=operator part part*operator ;
RANDOM part part*operator / TEST ;
RUN ;

```