(1).

$\frac{4}{5} + \frac{1}{3} = \frac{12}{15} + \frac{5}{15} = \frac{17}{15}$

실값 $= 1.133\overline{3}$

세자리 내림 연산 $= 1.13$

$\left| \frac{1.133\overline{3} - 1.13}{1.133\overline{3}} \right| =$ 상대오차 $2.941176471 \times 10^{-3}$

(2).

	x	x^2	x^3	$6.1x^2$	$3.2x$
실값	4.71	22.1841	104.487111	135.32301	15.072
세자리 (내림)	4.71	22.1	104.	134.	15.0
세자리 (반올림)	4.71	22.2	105.	135.	15.1

참값 $= -14.263899$

세자리(내림) $= -13.5$

〃 (반올림) $= -13.4$

내림시 : $\left| \frac{-14.263899 + 13.5}{-14.263899} \right| \approx 0.05$

반올림시 : $\left| \frac{-14.263899 + 13.4}{-14.263899} \right| \approx 0.06$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 3.2x + 1.5 = ((x-6.1)x + 3.2)x + 1.5$

이식을 세 자리 반올림으로 계산한 결과 -14.3이다.

(내림은 -14.2

새로 상대오차 세자리 (내림) ≈ 0.0045

〃 (반올림) ≈ 0.0025

3. (1) $p_0 = 1$, $p_1 = 2$, $p_2 = 1.5$ $p_3 = 1.25$

$f(1) = -5$ $f(2) = 14$ $f(1.5) = 2.375$.

$|p - p_n| < |b_n - a_n|$

$|p - p_n| < |b_1 - a_1| \times 2^{-n} < 0.01$

$2^{-n} < \frac{1}{100}$

$\frac{1}{2^n} < \frac{1}{100}$

$100 < 2^n$ $6 \le n$

$n = 7$

(2)

$p_0 = 1$, $p_1 = 2$ $p_2 = \frac{24}{19}$ $\boxed{p_3 = 1.338827839}$

$f(p_0) = -5$, $f(p_1) = 14$, $f(p_2) = -1.602274364$.

$y = 19(x-1) - 5$

$\frac{5}{19} + 1 = x$ 1.174515224.

$y = \frac{14 + 1.602274364}{2 - \frac{24}{19}}(x-2) + 14$.

$-14 =$

(3)

$$x^3 + 4x^2 - 10 = 0.$$

$$x^2(x+4) - 10 = 0.$$

$$x = \left(\frac{10}{x+4}\right)^{1/2}$$

$p_0 = 1$

$p_1 = 1.41421356$

$p_2 = 1.35904021$

$\boxed{p_3 = 1.36601822}$

4. Taylor 다항식 이용해,

p는 $f(x)=0$ 의 근이라 가정. f''이 p 와 근삿값 p_n을 포함하는 구간 위에 존재한다고 가정한다.
f를 p_n에서 일차 Taylor 다항식을 사용해 전개한 후 $x=p$ 에서 계산하면

$$0 = f(p) = f(p_n) + f'(p_n)(p-p_n) + \frac{f''(\xi)}{2}(p-p_n)^2$$

에서 ξ는 p_n과 p 사이에 속한다.
그리고 가정으로 $f'(p_n) \neq 0$ 이고,

$$p - p_n + \frac{f(p_n)}{f'(p_n)} = -\frac{f''(\xi)}{2f'(p_n)}(p-p_n)^2$$

p에 대한 구간 위에 $|f'(x)| \le M$을 만족하는 양의 상수 M이 존재하고, p_n이 구간 내에 들어 있다면

$$|p - p_{n+1}| \le \frac{M}{2|f'(p_n)|}|p-p_n|^2$$

$(n+1)$번째 근삿값의 오차가 대략 n번째 근삿값의 오차의 제곱에 의해 제한된다.

5.

(1) Lagrange 보간다항식

$$p(x) = \frac{(x+1)(x)(x-1)(x-2)(x-3)}{(-5+1)(-5)(-5-1)(-5-2)(-5-3)} \times (-5)$$

$$+ \frac{(x+2)(x)(x-1)(x-2)(x-3)}{(-1+2)(-1)(-1-1)(-1-2)(-1-3)} \times 1$$

$$+ \frac{(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)}{(+2)(1)(-1)(-2)(-3)} \times 1$$

$$+ \frac{(x+2)(x+1)x(x-2)(x-3)}{(1+2)(x+1)(1)(1-2)(1-3)} \times 1$$

$$+ \frac{(x+2)(x+1)(x)(x-1)(x-3)}{(2+2)(2+1)(2)(2-1)(2-3)} \times 7$$

$$+ \frac{(x+2)(x+1)x(x-1)(x-2)}{(3+2)(3+1)(3)(3-1)(3-2)} \times 25 \qquad = x^3 - x + 1.$$

(2) ~~[illegible]~~

(2) 뉴턴 차분 공식

x	$f(x)$	일계차분	이차	삼차	사차	오차
-2	-5					
-1	1	6	-3	1	0	0
0	1	0	0	1	0	
1	1	0	3	1		
2	7	6	6			
3	25	18				

x^2+3x+2.

$$p(x) = -5 + 6(x+2) - 3(x+2)(x+1) + 1\cdot(x+2)(x+1)x$$

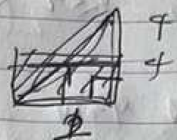
$$= -5 + \cancel{6x} + 12 - \cancel{3x^2} - \cancel{9x} - 6 + x^3 + \cancel{3x^2} + \cancel{2x}$$

$$= x^3 - x + 1$$

$$\boxed{x^3 - x + 1}$$

$8 - 2 + 1 = 7$

6. (1) $\int_0^2 x^2 dx$



중간값

$\int_0^2 x^2 dx \approx 2 \cdot 1 = 2$.

$2 \cdot f(1)$

사다리꼴

$\int_0^2 x^2 dx \approx 2 \times \frac{1}{2} \times 4 = 4$.

심프슨:

$\int_0^2 x^2 dx \approx \frac{2-0}{6} \left[f(0) + 4f(1) + f(2) \right]$

$= \frac{1}{3} (0 + 4 + 4)$

$= \frac{8}{3}$ //

(2)

$\frac{(2-0)h^2}{12} \cdot 2 = \frac{h^2}{3} < 0.0001$

$h = \frac{2}{n}$ //

$\frac{\left(\frac{2}{n}\right)^2}{3} < 0.0001$

$\cancel{h^2 < 0.0003}$

$\cancel{h^2 < 0.00012}$

$\frac{4}{n^2} < 0.0003$.

$13333.3333 \leq n^2$

$115.47 < n$

115.47

116개

7. (1)

$$y(0.5) = 0.5 + 0.5(0.5 - 0^2 + 1)$$
$$= 0.5 + 0.75$$
$$= 1.25$$
$$y(1) = 1.25 + 0.5(1.25 - 0.5^2 + 1).$$
$$= 1.25 + 1$$
$$= 2.25$$

(2)

$$f(t, y) = y - t^2 + 1$$
$$f'(t, y) = y' - 2t$$
$$= y - t^2 - 2t + 1$$
$$w_{i+1} = w_i + h\left((w_i - t_i^2 + 1) + \frac{h}{2}(w_i - t_i^2 - 2t_i + 1)\right)$$
$$w_{i+1} = y_i + h\left(y_i - t_i^2 + 1 + \frac{h}{2}(y - t^2 - 2t + 1)\right)$$

$$f(0.5) = 0.5 + 0.5\left(0.5 - 0^2 + 1 + \frac{0.5}{2}(0.5 - 0^2 - 2 \cdot 0 + 1)\right)$$
$$= 0.5 + 0.5\left(1.5 + \frac{1}{4}(1.5)\right)$$
$$= 1.4375$$

$w_0 = 0.5$.

$k_1 = 0.5(0.5 - 0^2 + 1)$

$= 0.5 \times 1.5 = 0.75$.

$k_2 = \cancel{0.5(0.65}$

$0.5 \times f(0.25, 0.5+0.75/2$

$= 0.5(0.25 + 0.75/2 - (0.25)^2 + 1)$

$= 0.90625$.

$k_3 = 0.5 \times f(0.25, 0.5 + 0.90625/2)$

$= 0.5(0.5 + 0.90625/2 - (0.25)^2 + 1)$

$= 0.9453125$.

$k_4 = 0.5 f(0.5, 0.9453125 + 0.5)$

$= 0.5(0.5 + 0.9453125 - (0.5)^2 + 1)$

$= 1.09765625$.

$f(0.5) = 0.5 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$.

$=$

$1.42513020 8$.

[8]

LU

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & +1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}$$

$$LU=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$x_1 = -9,\ x_2 = 12,\ x_3 = 0,\ x_4 = 1.$